

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza  
Observatório do Valongo

# Estimativa de Parâmetros Cosmológicos usando Aglomerados de Galáxias

Carlos Augusto Molina Velásquez

2007

**Estimativa de Parâmetros Cosmológicos  
usando Aglomerados de Galáxias**

Carlos Augusto Molina Velásquez

Orientador: Ioav Waga



# Estimativa de Parâmetros Cosmológicos Usando Aglomerados de Galáxias

Carlos Augusto Molina Velásquez

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia do Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências (Astronomia)

Orientador: Ioav Waga

Molina Velásquez, Carlos Augusto.

Estimativa de Parâmetros Cosmológicos Usando Aglomerados de Galáxias/ Carlos Augusto Molina Velásquez.-Rio de Janeiro: UFRJ/OV, 2007.

xi, 74f.: il. ; 29,7cm.

Orientador: Ioav Waga

Dissertação (Mestrado) - UFRJ/ Observatório do Valongo/ Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2007.

Referências Bibliográficas: f. 59-61.

1. Modelo cosmológico padrão. 2. Aglomerados de Galáxias. 3. Efeito Sunyaev Zel'Dovich 4. Estimativas de parâmetros cosmológicos. 5. Cálculo de parâmetros cosmológicos I. Waga I. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Observatório do Valongo, Programa de Pós-graduação em Astronomia. III. Estimativa de Parâmetros Cosmológicos Usando Aglomerados de Galáxias.

*Dedicado a Matilde, Andrés, David e Mayra, minhas quatro colunas.*

## Agradecimentos

Agradeço infinitamente a Deus por fazer que tudo isto fosse possível. A Matilde, David, Andrés M., Leticia e Andrés E., minha família, por acreditar, e estimular a idéia da minha viagem para o Brasil, quando ainda era para mim um bonito sonho, e pelo decidido apoio e orações. A minha noiva Maira pelo amor, companhia, inspiração e dedicação e por ajudar a me manter sempre no caminho certo .

Sou muito grato com o meu orientador Ioav Waga pelos valiosíssimos ensinamentos, pela paciência e alegria com que fez seu labor e por abrir-me as portas desta bela área do conhecimento que é a cosmologia.

Agradeço ao Observatório do Valongo e todos os funcionários que me acolheram como uma família. Aos professores Heloisa Boechat, Gustavo Porto, Helio Rocha, Marcelo Assafin, François Cuisinier, pelo entusiasmo e dedicação nas aulas.

Agradeço aos funcionários Mônica, Carvalho, Alexandre, Renan, Rosa, Altair, Elias, Wagner, Djalma, Alice, Irany e todos os que fugem da minha memória, por estarem sempre prestes a ajudar e a bater um papo em algumas horas vagas.

Agradeço aos meus amigos no Rio que facilitaram e fizeram muito mais feliz a minha vida nesses dois anos, ao Carlos Bonilla pelas interessantes e as não tão interessantes discussões, ao Alan pela força extra na etapa final da tese, a Sully, Carlos Ospina, às duas Anas, Angelica, Johana, Alexis, Eduardo, Julian, Virginia, Caro Naged e Charles, Carolina, Emillie, Ribamar, Miguel, Fernando Simone, Edgardo, ao pessoal de Songoro Cosongo, Thiago, à Banda Portugal, à Orquestra Popular da Escola Villa-lobos e seu diretor Rycardo Lobo. Agradeço a *Los del Puerto* um novo grupo de amigos com o qual estamos construindo o futuro.

Sou grato aos meus companheiros de Mestrado no OV: Marcelo, Alberto, Eduardo, Nilo, Alvaro, Valdir, Gustavo, Mauro, Leandro Guedes e Rosicler. No Fundão ao nosso grupo de filosofia no bar: Juracy, Magno, Leandro di Bartolo, Guga, Cristian, Saraiva, Marquito, Alfonso e Marquinho pelas grandes, interessantes e nem sempre acabadas discussões.

Agradeço a José David, Juan, Jaime H., Jaime V. e Jorge, melhor conhecidos como *Los pablos* por manter a amizade viva durante tantos anos. Aos meus queridos amigos espalhados pelo mundo: a Clarita em Barcelona, Jose e Cata Restrepo em USA a Esteban na Holanda, a Cata Bonilla, Lusa, Carolina M e Anlly na Colômbia.

Agradeço ao pessoal do DES no Observatorio Nacional que me estão brindando a

possibilidade de continuar minha formação futura de doutoramento.

Finalmente, agradeço à Universidade Federal do Rio de Janeiro e à CAPES pelo financiamento deste trabalho através da bolsa de mestrado.

# Resumo

Uma grande quantidade de dados sobre a estrutura em grande escala do Universo foram obtidos recentemente e espera-se que, nos próximos anos, novos levantamentos forneçam dados em quantidade ainda maior e com melhor qualidade. Os resultados obtidos até agora têm permitido um considerável avanço na determinação de parâmetros cosmológicos. No presente trabalho, são usados dados sobre a distância diâmetro angular de aglomerados de galáxias obtidos usando o efeito Sunyaev-Zel'Dovich e raios-X, junto com oscilações acústicas de bárions (BAO's), para determinar vínculos sobre o parâmetro de densidade da matéria ( $\Omega_{m0}$ ) e o parâmetro da equação de estado ( $w$ ) da energia escura para um modelo (X-CDM) sem curvatura espacial e, para o qual  $w$  é considerado constante mas arbitrário. São determinados também vínculos para a constante de Hubble ( $H_0$ ) e  $\Omega_{m0}$  para um modelo  $\Lambda$ -CDM. Nossos resultados para o caso X-CDM mostraram que o teste conjunto BAO/SZ/raios-X é relativamente insensível à variação no parâmetro  $w$  (em  $1\sigma$ ,  $w = -1.09 \pm 0.55$  e  $\Omega_m = 0.26 \pm 0.06$ ). Adotando o modelo  $\Lambda$ -CDM encontramos  $H_0 = 73 \pm 2.3$  ( $1\sigma$ ) e  $\Omega_m = 0.26 \pm 0.011$  ( $1\sigma$ ).

Palavras-chave: Cosmologia. Aglomerados de Galáxias. Efeito Sunyaev-Zel'Dovich. Oscilações Acústicas de Bárions. Parâmetros Cosmológicos

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2007

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>O Modelo Cosmológico Padrão</b>	<b>1</b>
1.1	O Princípio Cosmológico . . . . .	1
1.2	A Métrica de Robertson-Walker . . . . .	4
1.3	Equações de Friedmann . . . . .	5
1.4	Desvio para o Vermelho . . . . .	7
1.5	O Parâmetro de Densidade . . . . .	9
1.6	Algumas Soluções das Equações de Friedmann . . . . .	11
1.6.1	O Modelo de Milne . . . . .	11
1.6.2	O Modelo de Einstein-de Sitter . . . . .	12
1.6.3	Universo com Radiação . . . . .	12
1.6.4	Universo de de Sitter . . . . .	12
1.6.5	$\Lambda$ -CDM . . . . .	13
1.7	Distâncias Cosmológicas . . . . .	14
1.7.1	Distância Própria . . . . .	14
1.7.2	Distância Co-móvel (linha de visada) . . . . .	15
1.7.3	Distância Diâmetro Angular. . . . .	16
<b>2</b>	<b>Aglomerados de Galáxias</b>	<b>17</b>
2.1	Introdução . . . . .	17
2.2	Classificação de Aglomerados de Galáxias . . . . .	18
2.2.1	Classificação de Abell para Aglomerados de Galáxias . . . . .	19
2.2.2	A Classificação de Zwicky . . . . .	20
2.2.3	Classificação de Rood & Strastry . . . . .	21
2.3	Dimensões Caraterísticas dos Aglomerados . . . . .	22
2.4	Aglomerados e o Teorema do Virial . . . . .	23
2.5	A Estrutura dos Aglomerados . . . . .	26

2.5.1	O Meio Intra-Aglomerado (MIA)	26
2.5.2	As Galáxias nos Aglomerados	29
2.5.3	Matéria Escura em Aglomerados de Galáxias	31
<b>3</b>	<b>Efeito Sunyaev-Zel'Dovich (SZ)</b>	<b>34</b>
3.1	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich Térmico	34
3.2	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich Cinemático	38
<b>4</b>	<b>Estimativas de Parâmetros Cosmológicos usando Aglomerados de Galáxias</b>	<b>41</b>
4.1	Cálculo da Distância Diâmetro Angular	41
4.2	O Teste $\chi^2$ e o Cálculo de Parâmetros Cosmológicos	44
4.3	A Matriz de Fisher	45
4.4	Fontes de Erro na determinação de parâmetros cosmológicos	46
<b>5</b>	<b>Cálculo de Parâmetros Cosmológicos</b>	<b>48</b>
5.1	Descrição da Amostra	48
5.1.1	Efeito Sunyaev-Zel'Dovich e Raios-X	48
5.1.2	Oscilações Acústicas de Bárions (BAO's)	49
5.2	Metodologia	49
5.3	Resultados e Discussão	52

# Lista de Figuras

2.1	Diagrama de Classificação de Rood & Strastry [45]	22
3.1	Esquema de colisão entre um elétron e um fóton no efeito Compton	35
3.2	Espectro da radiação cósmica de fundo modificado pelo efeito SZ, a linha tracejada representa o espectro original (adaptado de [9])	38
3.3	Comparação da variação na intensidade entre os efeitos SZ térmico, SZ cinético e térmico relativístico	40
4.1	Sistema de coordenadas para os fatores de forma dos aglomerados; (a) vista frontal, (b) vista transversal.	43
5.1	Níveis de confiança de 68,3% e 95,4% para os parâmetros $w$ e $\Omega_m$ nas duas técnicas separadas, BAO e SZ/raios-X	51
5.2	Contornos de confiança de 68,3% e 95,4% para os parâmetros $w$ e $\Omega_m$ combinando BAO e SZ/raios-X.	52
5.3	Contornos de confiança de 68,3% e 95,4% no espaço de parâmetros de $h$ e $\Omega_m$ combinando BAO e SZ/raios-X.	53
5.4	Dados originais sem agrupar e a curva de melhor ajuste com $w = -1,09$ e $\Omega_m = 0,26$ .	55
5.5	Dados agrupados e a curva de melhor ajuste.	56
5.6	Informação sobre o desvio para o vermelho da amostra de aglomerados [7].	57
5.7	Informação sobre distância diâmetro angular na amostra de aglomerados [7].	58

# Introdução

Os aglomerados de galáxias são considerados as maiores estruturas virializadas no universo. A maior parte da matéria luminosa presente em forma de estrelas e galáxias está contida neles. Porém, o conhecimento que temos acerca da sua evolução, suas propriedades físicas e sua distribuição no espaço é ainda muito recente e incompleta. Os maiores progressos foram produzidos nas últimas três décadas e, particularmente, nos últimos anos, graças à aparição de novas tecnologias para perscrutar o céu.

Na década de 1920, com o chamado “Grande Debate”, a nossa visão do universo mudou drasticamente. Até então acreditava-se que a galáxia era o próprio universo, mas, com as observações feitas por Edwin Hubble, foi possível estabelecer que as nebulosas, que já tinham sido observadas no século XVIII, eram, de fato, sistemas externos à nossa galáxia. Nas décadas posteriores foram formuladas diversas teorias sobre a evolução e estrutura do universo. Alguns, cientistas como Fred Hoyle e Hermann Bondi, defendiam a idéia de um estado estacionário para o universo. Por outro lado, com base na teoria da relatividade geral e nas evidências observacionais, surgiu o modelo que hoje conhecemos como “Hot Big Bang” [44].

Uma das previsões mais interessantes do modelo do “Big Bang” é a existência da radiação cósmica de fundo, detectada pela primeira vez por Arno Penzias e Robert Wilson em 1964 e cujo espectro foi determinado, com grande precisão, pelo satélite COBE, na década de 1990, revelando um espectro de radiação de corpo negro com pequenas anisotropias [32]. Algumas destas flutuações na distribuição de temperatura seriam provocadas pelo chamado efeito Sunyaev-Zel’Dovich, fenômeno produzido quando os fótons da radiação de fundo atravessam regiões onde existe gás ionizado em altas temperaturas, condições estas que são encontradas freqüentemente no gás intra-aglomerado. Combinando dados do efeito Sunyaev-Zel’Dovich e observações em raios-X propôs-se um teste que permite estimar, entre outras informações, a constante de Hubble [6].

A construção de modelos cosmológicos, capazes de descrever fielmente as observações realizadas com essas novas ferramentas experimentais, representa um dos mais atraentes

campos do conhecimento científico moderno. A validação dos modelos propostos é feita através da sua capacidade de estimação de valores precisos de certas quantidades conhecidas como parâmetros cosmológicos. Exemplos destas quantidades são a constante de Hubble,  $H_0$ , a densidade de matéria,  $\Omega_{m0}$ , entre outros. Existem diversos testes usados para obter informação sobre esses parâmetros, entre os quais podemos citar as medidas de fração de bárions nos aglomerados de galáxias, distância luminosidade para supernovas do tipo Ia, oscilações acústicas de bárions, estudo de processos de emissão (raios-X) e absorção (efeito Sunyaev-Zel'Dovich) no gás intra-aglomerado, por falar em alguns.

No presente trabalho, obtemos vínculos sobre a densidade de matéria,  $\Omega_{m0}$ , a constante de Hubble e o parâmetro  $w$  da equação de estado, usando um teste combinado de BAO's/SZ/raios-X. A ordem dos tópicos apresentados é a seguinte: no primeiro capítulo fazemos uma revisão histórica do modelo cosmológico padrão e apresentamos algumas soluções das equações de Friedmann. Algumas definições úteis de distâncias cosmológicas também são apresentadas. No segundo capítulo, descrevemos diversos sistemas de classificação de aglomerados de galáxias, sua estrutura e os processos físicos neles encontrados. O capítulo três é uma breve revisão do efeito Sunyaev-Zel'Dovich, tanto térmico quanto cinemático. Os capítulos 4 e 5 são dedicados à descrição da técnica para calcular parâmetros cosmológicos usando a distância diâmetro angular. No capítulo 5, os principais resultados do trabalho são apresentados.

# Capítulo 1

## O Modelo Cosmológico Padrão

### 1.1 O Princípio Cosmológico

A imagem de um universo dinâmico é tão antiga quanto as primeiras interpretações do mundo. Na cosmologia indiana aparecem referências aos sonhos de Brahma, como ciclos de criação e destruição em que, após cada colapso de um universo e a criação de outro, toda conexão entre eles era perdida. Curiosamente, este cenário é parecido com alguns modelos cosmológicos contemporâneos como o “Big Bounce” [54]. Assim mesmo, universos que nascem do nada ou de ovos primitivos pululam em relatos criacionistas gregos, mesopotâmios e chineses, por falar só em alguns.

A cosmologia atual é um produto de idéias e observações concebidas e levadas a cabo desde que a aparição do método científico. O telescópio, implementado para uso astronômico por Galileu, permitiu, por exemplo, a Edwin Hubble estabelecer uma relação aproximada de proporcionalidade entre a distância da qual se encontra uma galáxia de nós e a velocidade relativa com a qual ela se afasta ou se aproxima da nossa posição no espaço. A relação encontrada por Hubble é

$$v = H_0 D, \tag{1.1}$$

onde  $H_0$  é a chamada constante de Hubble. Esta constante costuma ser expressa como  $H_0 = 100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . O “Key Project” do telescópio espacial Hubble, através do estudo do período de variação da luminosidade de estrelas variáveis cefeidas entre outros métodos, determinou  $h = 0.71 \pm 0.02$  [17].

A lei de Hubble foi uma descoberta fundamental no nascimento do modelo cosmológico padrão (MCP). Ela é uma consequência direta da isotropia e da homogeneidade espacial.

Por exemplo, se a lei seguisse a relação,

$$v \propto D^n, \tag{1.2}$$

com  $n \neq 1$ , distintos observadores mediriam uma taxa de expansão diferente em cada ponto do espaço [31]. A lei de Hubble permitiu pensar em um universo em expansão e que nasceu em um passado remoto. Na verdade, antes mesmo da descoberta de Hubble, Alexander Friedmann obteve soluções, que evoluem no tempo, das equações de Einstein para o campo gravitacional. Já Einstein, naquela época, acreditava em um universo estático e infinito no tempo.

Um dos pilares fundamentais no modelo atual do universo é o princípio cosmológico. Esta idéia aumenta o alcance do princípio copernicano que afirma que o universo é o mesmo em qualquer direção em volta de nós.

O princípio cosmológico baseia-se na idéia de que o universo é espacialmente homogêneo e isotrópico. A homogeneidade espacial pressupõe a equivalência, em grande escala, de todos os pontos no universo. De fato, esta propriedade não é imediatamente óbvia. Em pequenas e medias escalas, observamos estrelas, galáxias, nebulosas e outros objetos que fazem com que a distribuição de matéria seja localmente não uniforme. Contudo, quando observamos em grandes escalas, tipicamente distâncias de 100 Mpc ou maiores, o universo, em média, parece tornar-se homogêneo [44]. A isotropia é a propriedade de que as observações e medidas sejam independentes de qual seja a direção para a qual se olhe. Notamos que a verificação de uma dessas características, não implica necessariamente que a outra também esteja correta. Podemos ter um espaço homogêneo, mas não isotrópico, e vice-versa.

No modelo cosmológico padrão, o conteúdo material do universo é modelado como um fluido perfeito, formado por várias componentes (essencialmente: matéria escura, bárions, radiação e energia escura) e distribuído de forma homogênea e isotrópica. As equações de Einstein, as hipóteses de isotropia e homogeneidade espacial e algumas considerações termodinâmicas sobre a evolução do universo sugerem que ele teve uma etapa inicial muito densa e quente, esfriou-se com a expansão, e evoluiu para o universo que hoje observamos. O modelo padrão da cosmologia é também conhecido como “Hot Big Bang”.

Em 1948, George Gamow e Ralph Alpher [2] fizeram a previsão de que se o universo, efetivamente, houvesse começado nessa etapa densa e quente, uma relíquia dessa época deveria existir na forma de uma radiação isotrópica a permear todo o espaço. Essa radiação estaria em equilíbrio térmico, portanto, teria um espectro semelhante ao de um corpo negro e ter-se-ia resfriado ao longo da história térmica do universo.

No início da década de 1960, Robert Dicke e Yakob Zel'Dovich chegaram independentemente às mesmas conclusões que Gamow e seu grupo. Já em 1964, começou por parte de David Wilkinson e outros membros do grupo de Dicke a construção de um radiômetro para medir esse “eco” do Big Bang.

Em 1965, Arno Penzias e Robert Wilson, que trabalhavam nos laboratórios da Bell Telephone em New Jersey (EUA), encontraram um sinal na faixa de microondas que não correspondia a nenhum dos alvos usualmente estudados pela antena principal do laboratório, e que parecia vir de todas as direções para as quais era apontada a antena. A temperatura medida dessa radiação era sempre a mesma: cerca de  $2.5 K$ . Penzias e Wilson reportaram a descoberta sem fazer uma interpretação definitiva de qual era a origem daquele fenômeno. Quem associou esta observação com o remanescente do Big Bang, predita por Gamow, foi o grupo do físico Jim Peebles, da Universidade de Princeton. O prêmio Nobel de Física de 1978 foi outorgado a Penzias e Wilson pela descoberta, embora eles nunca tenham se comprometido com essa idéia.

Na fase inicial do universo coexistiam em equilíbrio térmico partículas elementares (quarks e elétrons) e radiação. Ao mesmo tempo em que o universo se expandia, diminuía a sua temperatura, permitindo que os quarks se juntassem para formar partículas de maior tamanho chamados bárions (prótons e nêutrons). Contudo, como os fótons da radiação eram muito energéticos, estes não permitiam a formação de átomos neutros. Isto só foi possível quando a temperatura atingiu algo da ordem de  $3800K$ . Esta era é conhecida como recombinação, e é nesta fase que aparecem os primeiros átomos neutros de hidrogênio o desvio para o vermelho em que isto acontece é  $z = 1100$ .

Com a expansão, os elétrons e a radiação foram diluindo-se, diminuindo a probabilidade de interação entre eles. Em um desvio para o vermelho da ordem de  $z = 1000$ , os fótons da radiação cósmica de fundo (RCF), cuja temperatura é agora da ordem de  $3000K$ , deixam de estar em equilíbrio térmico com os elétrons, produzindo assim o desacoplamento radiação-matéria. Os fótons são então espalhados pela última vez, até a sua posterior interação com estruturas gasosas ionizadas, tais como o meio intra-aglomerado ou meio intra-galáctico.

Após essa época, a matéria e a radiação evoluem de forma independente. A radiação de fundo continua a se resfriar até atingir a temperatura de  $2.725K$ , que é a que observamos hoje.

## 1.2 A Métrica de Robertson-Walker

Para estudar um modelo de universo que seja compatível com a hipótese de homogeneidade espacial e isotropia do princípio cosmológico e que permita descrever as linhas de universo dos corpos no espaço-tempo é necessário exibir de forma explícita a métrica a ser usada. A métrica que usaremos é a de Robertson-Walker. Uma dedução detalhada dela pode ser encontrada em [25] ou também em [59]. Nesta seção, só serão revistas algumas de suas principais propriedades.

Usando coordenadas esféricas com  $x_1 = x = r' \sin \theta \cos \phi$ ,  $x_2 = y = r' \sin \theta \sin \phi$ ,  $x_3 = z = r' \cos \theta$ , o elemento de linha na métrica de Robertson-Walker pode ser escrito:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} - r^2 d\Omega^2 \right] \quad (1.3)$$

com  $d\Omega^2 = (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$ ,  $a(t)$  é o chamado fator de escala e a constante  $k$  está diretamente relacionada ao escalar de curvatura da seção espacial [35] através da relação:

$${}^3R = -6 \left[ \frac{k}{a^2} \right] \quad (1.4)$$

e permite definir a curvatura do espaço tomando os valores:

- $k > 0$ , universo com curvatura espacial positiva,
- $k = 0$  universo com curvatura espacial nula,
- $k < 0$  universo com curvatura espacial negativa,

estes casos podem ser visualizados como geometrias esférica, no primeiro caso, euclidiana, no segundo e hiperbólica, no terceiro.

Fazendo uma mudança de coordenadas,

$$r = \begin{cases} 2 \tan(\chi/2), & \text{se } k > 0; \\ 2 \tanh(\chi/2), & \text{se } k < 0; \\ \chi, & \text{se } k = 0. \end{cases}$$

pode-se também expressar a métrica na forma

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 [d\chi^2 - S_\kappa(\chi)^2 d\Omega^2] \quad (1.5)$$

onde  $\kappa \equiv k/|k|$ , e

$$S_\kappa(\chi) = \begin{cases} \sin \chi, & \text{se } (\kappa = 1); \\ \sinh \chi, & \text{se } (\kappa = -1); \\ \chi, & \text{se } (\kappa = 0). \end{cases}$$

### 1.3 Equações de Friedmann

Como foi visto na seção anterior, pode-se modelar o conteúdo material do universo em grandes escalas como um fluido perfeito espacialmente homogêneo e isotrópico, caracterizado pelas suas propriedades termodinâmicas tais como pressão, densidade de energia, temperatura, entre outras. No contexto do modelo padrão da cosmologia, em primeira ordem, todas essas quantidades são funções apenas do tempo, variando na medida em que o universo expande.

As equações de Einstein do campo gravitacional revelam a forma como o espaço-tempo se relaciona com o conteúdo material e como a presença de matéria e energia modifica a geometria do próprio espaço-tempo.

As equações de campo de Einstein são escritas como:

$$G_{\alpha\beta} := R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = 8\pi GT_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta}. \quad (1.6)$$

onde, no lado direito da equação, aparece o tensor energia-momentum  $T_{\alpha\beta}$ , a constante cosmológica  $\Lambda$  e a constante de gravitação  $G$ . A constante cosmológica originalmente era escrita como um termo geométrico do lado esquerdo, mas atualmente é interpretada como tomando parte na dinâmica gravitacional do universo pelo qual é escrita no lado direito.

Impondo condições de isotropia e homogeneidade na expressão anterior para o tensor de energia-momentum  $T_{\alpha}^{\beta}$ , os elementos da diagonal devem satisfazer a relação  $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3$ . Para o caso de um fluido perfeito, a componente  $T_0^0$  é a densidade de energia e as componentes  $T_i^i$  representam a pressão isotrópica, mais especificamente

$$T_{\beta}^{\alpha} = \text{diag}[\rho, -p, -p, -p]. \quad (1.7)$$

Assim, podemos escrever o tensor energia-momentum como:

$$T_{\alpha\beta} = (\rho + p)u_{\alpha}u_{\beta} - pg_{\alpha\beta}. \quad (1.8)$$

Para o tensor de Ricci temos

$$R_{00} = -3 \left[ \frac{\ddot{a}}{a} \right], \quad (1.9)$$

$$R_{ij} = - \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{k}{a^2} \right] g_{ij} \quad (1.10)$$

e para o escalar de curvatura

$$R = -6 \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right]. \quad (1.11)$$

Quando consideramos o elemento de ordem 00 na equações de Einstein obtemos:

$$R_{00} - \frac{1}{2}g_{00}R = 8\pi GT_{00} + \Lambda, \quad (1.12)$$

$$-3\frac{\ddot{a}}{a} + 3\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right] = 8\pi GT_{00} + \Lambda, \quad (1.13)$$

e finalmente,

$$H(t)^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.14)$$

Esta última equação é conhecida como a equação de Friedmann. Ela descreve como o fator de escala, e portanto a taxa de expansão, varia devido a ação do conteúdo material (poeira, radiação etc), da curvatura espacial e de uma possível constante cosmológica  $\Lambda$ . Na densidade de energia,  $\rho$ , inclui-se a contribuição de componentes como a matéria não relativistística (bárions e matéria escura) e relativistística (fótons e neutrinos). A quantidade  $H(t)$  é o chamado parâmetro de Hubble.

Usando as outras componentes da diagonal na equação de Einstein e o grupo de equações (1.9) – (1.11), obtém-se:

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = 8\pi Gp + \Lambda \quad (1.15)$$

Agora, se derivarmos a eq. (1.14) em relação ao tempo supondo que  $\Lambda = 0$  e se substituírmos  $\ddot{a}$  de (1.15), o resultado é a chamada equação do fluido, a qual, expressa a conservação a energia

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (1.16)$$

Multiplicando (1.14) por  $a^2$  e tomando a derivada temporal, chegamos a

$$2\dot{a}\ddot{a} = \frac{8\pi G}{3}(\dot{\rho}a^2 + 2\rho a\dot{a}). \quad (1.17)$$

Dividindo a equação acima por  $2a\dot{a}$  e usando  $\dot{\rho}$  da equação do fluido (1.16), obtemos a equação da aceleração

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G(3p + \rho)}{3} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.18)$$

Supondo  $\Lambda = 0$ , na equação acima, vemos que se tivermos  $p > -\rho/3$  o universo é desacelerado, para  $p < -\rho/3$ , o universo é acelerado, e para  $p = -\rho/3$ , a taxa de expansão ou contração é constante. Note ainda que o termo da constante cosmológica na equação da aceleração pode gerar um efeito oposto ao efeito usual de desaceleração da matéria ordinária na dinâmica do universo, isto é,  $\Lambda > 0$  contribui para a aceleração da expansão.

Até agora obtivemos três equações básicas para descrever o modelo: a equação do fluido, a equação da aceleração e a equação de Friedmann. Como vimos, apenas duas delas são linearmente independentes. Supondo  $\Lambda = 0$ , as variáveis contidas no problema são realmente três: a densidade de energia  $\rho$ , a pressão  $p$  e o fator de escala  $a$ . Precisamos, portanto, fornecer uma nova equação para obter soluções para todas as incógnitas. Em geral, isto é feito introduzindo-se uma equação de estado do tipo  $p = p(\rho)$ , cuja forma mais simples é:

$$p = w\rho, \quad (1.19)$$

com  $w$  sendo uma constante, embora seu valor seja, em princípio, arbitrário. Atualmente se trabalha também com parametrizações de  $w$  para descrever uma possível evolução dessa quantidade com o tempo (Albrecht et al., 2006). Usualmente, o parâmetro  $w$  pode tomar valores como  $w = 0$  para uma matéria sem pressão (poeira), que descreve aproximadamente o estágio atual de evolução do universo, ou também  $w = 1/3$  para um gás de radiação. Observações feitas na última década, sugerem que o universo está expandindo-se de forma acelerada. Como responsável por esse fenômeno tem-se indicado, entre outras possibilidades, a constante cosmológica. Ela também pode ser descrita como um fluido com  $w = -1$ . Existem outros candidatos genericamente conhecidos pelo nome de energia escura que, como característica geral, possuem uma equação de estado tal que,  $w < -\frac{1}{3}$ .

## 1.4 Desvio para o Vermelho

Devido ao movimento relativo entre uma fonte emissora de ondas e um observador, a frequência com que os pulsos chegam até o observador muda quando eles se afastam ou se aproximam um do outro; isto é o que se conhece como efeito Doppler. Em um universo em expansão, do ponto de vista da relatividade geral, esse fenômeno acontece não apenas pelas velocidades peculiares do observador e da fonte, mas por causa do alongamento do espaço entre eles. O incremento no comprimento de onda acontece em todas as faixas do espectro não só no ótico, mas também no radio, infravermelho, etc.

No início do século passado, revisando os espectros de nebulosas espirais, Vesto Slipher notou que as linhas espectrais provenientes delas apresentavam um deslocamento para regiões de maior comprimento de onda, isto é, para o vermelho. Este fato foi interpretado posteriormente por Hubble como das evidências da expansão do universo. Definimos o desvio para o vermelho em termos do comprimento de onda emitido pela fonte  $\lambda_e$ , e o

cumprimento de onda medido pelo observador  $\lambda_o$ , como,

$$z \equiv \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1. \quad (1.20)$$

Vamos supor que uma galáxia, em uma certa região do espaço, encontra-se no fluxo de Hubble (não possui velocidade peculiar) e é observada por um observador, que se encontra nas mesmas condições, em uma outra região P. Enquanto a luz viaja entre a galáxia e o observador, o universo está se expandido e o comprimento de onda da luz emitida, como medida por um observador comóvel, está aumentado. Consideremos o observador situado em P, que recebe o sinal luminoso que saiu da galáxia situada na coordenada  $r = r_1$ , e que foi emitido no instante  $t = t_1$ . O sinal é observado em  $t = t_0$ . Considere que o fóton proveniente da galáxia viaja sobre uma geodésica radial nula ( $ds^2 = 0$ ). Usando a equação (1.3) e fazendo  $d\Omega = 0$  obtemos

$$0 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} \right] \quad (1.21)$$

Integrando a relação acima desde o instante da emissão até o instante em que o fóton atinge o observador, teremos

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{r_1}^0 \frac{dr}{(1 - kr^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.22)$$

Suponha agora que um outro sinal sai da fonte em  $t_1 + \delta t_1$  e chega ao observador em  $t_0 + \delta t_0$ . Como o lado direito de (1.22) não varia teremos

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (1.23)$$

Agora,

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1}^{t_1 + \delta t_1} \frac{dt}{a(t)} + \int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (1.24)$$

portanto,

$$\int_{t_0}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_1}^{t_1 + \delta t_1} \frac{dt}{a(t)} \quad (1.25)$$

Assumindo que o intervalo de tempo entre a emissão de um fóton e doutro é muito pequeno,  $\delta t_0 \sim \delta t_1 \ll 1$ , e que o fator de escala é praticamente constante nesse intervalo de tempo, podemos escrever:

$$\frac{\delta t_0}{a_o} = \frac{\delta t_1}{a_1} \quad (1.26)$$

ou também,

$$\frac{\nu_1}{\nu_o} = \frac{a_o}{a_1}, \quad (1.27)$$

onde  $\nu_1$  é a freqüência emitida pela fonte e,  $\nu_o$ , a medida pelo observador.

Da equação (1.27) e da definição (1.20) obtemos

$$z + 1 = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{\nu_1}{\nu_o} = \frac{a_o}{a_1}. \quad (1.28)$$

Assim, o alongamento do comprimento de onda da radiação é proporcional ao incremento no fator de escala  $a$ .

## 1.5 O Parâmetro de Densidade

Como vimos anteriormente, o universo contém distintas componentes, cada qual com uma equação de estado particular, e que contribuem para a dinâmica da expansão. De forma geral, quando nos referimos à pressão e à densidade de energia dessas componentes, podemos considerar, graças ao modelo, que o somatório de cada uma dessas quantidades corresponde à pressão e à densidade de energia do universo como um todo:

$$p_{total} = \sum_i p_i = \sum_i w_i \rho_i. \quad (1.29)$$

Aqui,  $w_i$  é o parâmetro da equação de estado e que pode ser uma constante ou depender do tempo. Assim, se o acoplamento entre as diferentes componentes é apenas gravitacional, é válido que:

$$\dot{\rho}_i - \frac{3\dot{a}}{a}(1 + w_i)\rho_i = 0 \quad (1.30)$$

onde  $\dot{\rho}_i$  é a derivada em relação ao tempo da densidade de energia da  $i$ -ésima componente. Integrando a equação acima e supondo  $w_i$  constante, obtemos uma expressão para a densidade de energia como função de  $w_i$  e do fator de escala  $a$ :

$$\rho_i(a) = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^{-3(1+w_i)} \quad (1.31)$$

Voltemos agora à equação de Friedmann (1.14). Se considerarmos um universo com curvatura espacial e constante cosmológica nulas, obtemos

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G\rho(t)}{3}. \quad (1.32)$$

É útil, definirmos a densidade crítica por,

$$\rho_c(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}. \quad (1.33)$$

Esta definição é útil para investigarmos a relação entre a densidade de energia total e a curvatura. Se a densidade de energia total do universo for maior que este valor, a curvatura do espaço é positiva ( $k > 0$ ); no caso contrário, a curvatura espacial é negativa ( $k < 0$ ).

Definimos o parâmetro de densidade total,  $\Omega(t)$ , como a razão entre densidade total e a densidade crítica:

$$\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}. \quad (1.34)$$

Dividindo e multiplicando ambos lados da equação de Friedmann (1.14) por  $H_0^2$ , teremos,

$$H^2 = \left[ \frac{8\pi G\rho_m}{3H_0^2} - \frac{8\pi G\rho_r}{3H_0^2} - \frac{k}{a^2H_0^2} + \frac{\Lambda}{3H_0^2} \right] H_0^2. \quad (1.35)$$

Definimos também os parâmetros de densidade específicos para matéria e radiação, curvatura e constante cosmológica, respectivamente

$$\Omega_{m,r0} = \frac{8\pi G\rho_{m,r0}}{3H_0^2}, \quad (1.36)$$

$$\Omega_{\kappa,0} = -\frac{k}{a_0^2H_0^2}, \quad (1.37)$$

$$\Omega_{\Lambda,0} = \frac{\Lambda}{3H_0^2}. \quad (1.38)$$

Da equação de Friedmann segue que em qualquer instante temos,

$$\Omega_{\Lambda} + \Omega_m + \Omega_r + \Omega_{\kappa} = 1. \quad (1.39)$$

Das expressões (1.36 – 1.38), da definição da densidade crítica e lembrando a dependência da densidade com o fator de escala (eq. 1.31), obtemos,

$$H(z) = E(z)H_0, \quad (1.40)$$

onde

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{r,0}(1+z)^4 + \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{\kappa,0}(1+z)^2}. \quad (1.41)$$

A estimativa dos valores para os diferentes  $\Omega_i, 0$  e, particularmente, de  $\Omega_{m,0}$  é um campo de muito interesse atualmente, pois estimando os valores para essas quantidades podemos obter informação sobre a curvatura espacial do universo e reconstruir com maior precisão, sua historia e evolução. O surgimento de novas tecnologias abre janelas na procura por esses valores. Levantamentos observacionais que vão desde o infravermelho até os raios X estão sendo desenvolvidos ou encontram-se em fase de análise de dados.

Alguns exemplos de tais levantamentos são **WMAP** (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), que tem fornecido grande quantidade de dados sobre a radiação cósmica de fundo, **SDSS** (Sloan Digital Sky Survey) um grande levantamento de galáxias que tem permitido construir mapas detalhados da distribuição de matéria e o **DES** (Dark Energy Survey) que se perfila como um dos projetos mais ambiciosos dos últimos tempos para pesquisar a identidade da componente escura do universo.

## 1.6 Algumas Soluções das Equações de Friedmann

Discutiremos nesta seção alguns modelos cosmológicos que foram propostos como uma tentativa de descrever o universo em alguma fase de sua evolução. Faremos isto usando o formalismo descrito até aqui. Devido às evidências recolhidas nos últimos anos de observações da radiação do fundo de microondas em combinação com medidas da constante de Hubble, acredita-se que o universo tenha curvatura espacial nula ( $k = 0$ ) ou muito próxima de zero.

Analizaremos agora a dependência do fator de escala com o tempo e com a constante  $w$  da equação de estado. Substituindo a eq.(1.31) na equação de Friedmann para ( $k = 0$ ) temos

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho_0}{3}a^{-(1+3w)}. \quad (1.42)$$

Neste ponto se propõe uma dependência do fator de escala com o tempo, o que usualmente é feito por meio de uma lei de potências, tal que  $a \propto t^l$ , com isto o lado esquerdo de (1.42) é proporcional a  $t^{2l-2}$ , e o lado direito, a  $t^{-(1+3w)l}$ , e podemos estabelecer a relação:

$$l = \frac{2}{(3+3w)}, \quad (1.43)$$

para  $w \neq -1$ . Após a normalização, o fator de escala é dado por

$$a(t) = a_o \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{(3+3w)}}. \quad (1.44)$$

### 1.6.1 O Modelo de Milne

O modelo cosmológico de Milne é aquele em que a densidade de energia é nula ( $\rho = 0$ ), não há constante cosmológica ( $\Lambda = 0$ ) e a curvatura espacial é negativa ( $k < 0$ ). É um modelo simples, e embora sua aplicação seja muito limitada, é interessante fazer um estudo desse universo como um ponto de partida para melhor compreender o processo de expansão.

Vamos considerar a equação de Friedmann para este caso particular.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2} \quad (1.45)$$

A solução trivial  $k = 0$  representaria um universo estático com geometria plana que poderia ser descrita através da métrica de Minkowsky. Para  $k = 1$ , a variação do fator de escala com o tempo seria um número complexo, e que, portanto, não deve ser considerado. Fazendo  $k = -1$  e integrando obtemos

$$a = a_0\left(\frac{t}{t_0}\right). \quad (1.46)$$

Neste cenário o universo está em expansão, mas a velocidade de recessão, isto é, a velocidade com que partículas teste se afastam uma das outra é constante ( $v = Hd$ ). Como não há fontes,  $\rho = \Lambda = 0$ , e a aceleração, nesse universo é, portanto, nula ( $\ddot{a} = 0$ ).

### 1.6.2 O Modelo de Einstein-de Sitter

Esta solução foi publicada no ano de 1932 [43]. O modelo de Einstein-de Sitter (EdS) é um universo dominado por poeira (matéria não relativística) e com curvatura espacial nula.

Para o caso de poeira, teremos pressão nula  $p = 0$  e o parâmetro  $w = 0$ ; assim, substituindo  $w$  em (1.44)

$$a(t) = a_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3}}. \quad (1.47)$$

### 1.6.3 Universo com Radiação

Consideremos agora o caso de um universo sem curvatura espacial e que contém somente radiação. Este caso é interessante por se tratar de uma solução que reproduz as condições do universo primitivo.

Considerando que para radiação  $w = \frac{1}{3}$ , a equação (1.44) fica:

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.48)$$

### 1.6.4 Universo de de Sitter

Em 1917, Willem de Sitter propôs uma solução para um universo sem curvatura espacial, sem matéria e com uma constante cosmológica positiva (a constante cosmológica é tomada como um termo repulsivo na dinâmica da expansão). Este modelo pode ser

aplicado como uma aproximação do comportamento do universo na época da inflação cósmica.

A hipótese de uma era inflacionária foi proposta inicialmente pelo físico Alan Guth no ano de 1981 para tentar resolver três dos principais problemas do modelo clássico do Big Bang: o problema de horizonte, o problema de chatesa (flatness problem) e a ausência de monopolos magnéticos [20]. O cenário da inflação supõe que em um período muito inicial da evolução do universo, este ter-se-ia expandido aceleradamente, e a componente que dominaria nesta etapa seria a constante cosmológica (com  $w = -1$ ).

A equação de Friedmann para o modelo de de Sitter é dada por

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G\rho_\Lambda}{3}a^2. \quad (1.49)$$

onde  $\rho_\Lambda$  é uma constante. Se definimos

$$H_I = \left(\frac{8\pi G\rho_\Lambda}{3}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.50)$$

Também podemos escrever a expressão anterior como:

$$\dot{a} = H_I a, \quad (1.51)$$

cujas soluções são imediatas,

$$a(t) = a_I e^{H_I(t-t_I)}. \quad (1.52)$$

Esta solução representa um universo com um fator de escala crescendo exponencialmente. Este cenário é conhecido como estado estacionário, pois o parâmetro de Hubble  $H$  e a densidade de energia permanecem constantes durante a expansão. Caso o modelo  $\Lambda$ CDM seja o modelo mais adequado para descrever o universo, no futuro este será dominado pela constante cosmológica, entrando novamente em uma fase de de Sitter. Neste caso, a matéria e a radiação estão muito diluídas e podem ser consideradas totalmente desprezíveis.

### 1.6.5 $\Lambda$ -CDM

Como foi mencionado anteriormente, diversas evidências indicam que o universo tem uma curvatura espacial nula. Em conseqüência, se além de  $k = 0$  assumimos desprezível a densidade de energia da radiação frente às densidades da matéria e da constante cosmológica, podemos reescrever a equação (1.39), como

$$\Omega_{\Lambda,0} = 1 - \Omega_{m,0}, \quad (1.53)$$

Para  $w = -1$ , a equação de Friedmann (1.40) pode ser escrita

$$H^2 = H_0^2 (\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1 - \Omega_{m,0})) . \quad (1.54)$$

A equação acima pode ser generalizada se considerarmos modelos para os quais  $-1 \leq w < -1/3$ . Assim, usando (1.44) podemos rescrever (1.54) como

$$H^2 = H_0^2 (\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1 - \Omega_{m,0})(1+z)^{3(1+w)}) . \quad (1.55)$$

Este tipo de modelo é conhecido como  $X$ -CDM. Na literatura existem outros tipos de modelos chamados fantasma (phantom) caracterizados por ter  $w < -1$ , sendo  $w$  também constante como no caso dos  $X$ -CDM.

Pode se mostrar [44] que, para o caso de um universo dominado por constante cosmológica, o fator de escala é dado por

$$a \approx a_{m\Lambda} e^{(\sqrt{1-\Omega_{m,0}} H_0 t)} , \quad (1.56)$$

onde

$$a_{m\Lambda} = a_0 \left[ \frac{\Omega_{m,0}}{1 - \Omega_{m,0}} \right]^{1/3} \quad (1.57)$$

## 1.7 Distâncias Cosmológicas

A possibilidade de efetuar medições de distância entre objetos no universo é um assunto fundamental no estudo de qualquer modelo cosmológico. O problema reside na definição dessas distâncias no cenário de um universo curvo e em expansão.

Quando é adotada a métrica de Robertson-Walker para o espaço-tempo, e aceitando que o universo, de fato, está expandindo-se, a definição de distância entre os objetos muda. Em um universo em expansão, a separação entre objetos é uma quantidade dinâmica e depende da geometria do espaço-tempo. A seguir, descrevemos algumas das distâncias cosmológicas que usaremos na discussão do capítulo 5.

### 1.7.1 Distância Própria

A distância própria entre dois pontos no espaço é igual ao comprimento da geodésica espacial entre eles quando se fixa o fator de escala  $a(t)$  para um tempo  $t$ . Então, da equação (1.3) sobre uma geodésica espacial  $ds = 0$ , teremos

$$ds = a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} . \quad (1.58)$$

Integrando-a sobre a coordenada radial  $r$ ,

$$d_p \equiv a(t) \int_0^\chi \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t)\chi, \quad (1.59)$$

onde resolvendo a integral  $\chi$  pode tomar os valores:

- $\chi = \frac{\text{sen}^{-1}(r\sqrt{k})}{\sqrt{k}}$ , se  $k > 0$ ;
- $\chi = \frac{\text{senh}^{-1}(r\sqrt{-k})}{\sqrt{-k}}$ , se  $k < 0$ ;
- $\chi = r$ , se  $k = 0$ .

Uma vez que as coordenadas comóveis não mudam com o tempo, a taxa de variação da distância própria é

$$\dot{d}_p = \dot{a}\chi = \frac{\dot{a}}{a}d_p. \quad (1.60)$$

Quando avaliamos a expressão acima em  $t = t_0$ , obtemos

$$v_p(t_0) = H_0 d_p(t_0). \quad (1.61)$$

Se considerarmos  $v_p = c$ , teremos

$$d_H \equiv \frac{c}{H_0}. \quad (1.62)$$

onde  $d_H$  é conhecido como Raio de Hubble.

### 1.7.2 Distância Co-móvel (linha de visada)

A distância co-móvel é definida como o produto entre o valor do atual fator de escala e a função  $\chi$  definida em (1.59), definida desta forma a distância co-móvel não muda com o tempo.

Considerando uma geodésica nula  $ds^2 = 0$ , então

$$dt = a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (1.63)$$

Integrando novamente sobre a coordenada radial  $r$ ,

$$\chi \equiv \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^\chi \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (1.64)$$

$$d_C \equiv a_0 \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = a_0 \int_t^{t_0} \frac{da}{\dot{a}a} \quad (1.65)$$

$$d_C = \int_{t_0}^t \frac{dz}{H(z)} \quad (1.66)$$

### 1.7.3 Distância Diâmetro Angular.

Define-se a distância diâmetro angular como a razão entre a largura de um objeto astronômico e o seu tamanho angular. Esta distância é usada para expressar os tamanhos angulares de objetos astronômicos como vistos por um observador, em termos de tamanhos próprios no referencial do objeto [23].

Seja um objeto que possui diâmetro próprio  $l$  e um tamanho angular  $\theta$ . Para  $\theta \ll 1^\circ$ , em um universo estático e euclidiano, a distância diâmetro angular se define como

$$D_A \equiv \frac{l}{\theta}. \quad (1.67)$$

Para um universo em expansão, o diâmetro próprio do objeto astronômico pode ser escrito usando a métrica de Robertson-Walker da forma

$$ds = l = a(t_e) S_k(r) \theta = \frac{S_k(r) \theta}{1+z}, \quad (1.68)$$

onde  $S_k$  é o mesmo definido na equação (1.5). Substituindo a relação anterior em (1.67), obtemos

$$D_A = \frac{l}{\theta} = \frac{S_k(r)}{1+z} \quad (1.69)$$

Uma propriedade interessante deste tipo de distância é que para desvios para o vermelho muito altos, ela atinge um máximo em um valor  $z_c$  crítico, depois do qual ela começa a decrescer. Para modelos dominados pela constante cosmológica esse valor pode ser muito maior do que nas outras cosmologias.

No presente trabalho, usaremos a distância diâmetro angular como uma ferramenta útil para calcular parâmetros cosmológicos quando consideramos o diâmetro próprio dos aglomerados de galáxias como réguas padrão, ou seja, o diâmetro próprio é conhecido e se mantém fixo com o decorrer do tempo.

# Capítulo 2

## Aglomerados de Galáxias

### 2.1 Introdução

O conhecimento que temos hoje da estrutura em grande escala do universo é produto de grandes levantamentos realizados desde o século XVIII. Messier observou e catalogou 109 objetos, entre os quais havia 35 que foram chamados de nebulosas, pela sua aparência quando vistos no telescópio. A maioria desses objetos pareciam estar situados na vizinhança do que hoje conhecemos como o aglomerado da Virgem. William Herschel e John Dreyer, nos seus trabalhos *General Catalogue*, *New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars* e *Index Catalogue*, acharam uma tendência à aglomeração das nebulosas. Após os levantamentos feitos na década de 1920 pelo astrônomo Heber Curtis e outros, realiza-se o que foi conhecido como “O Grande Debate”. O tema do debate era a natureza das nebulosas espirais. O astrônomo Harlow Shapley defendia a idéia de que as nebulosas espirais fossem objetos situados na nossa própria galáxia, enquanto Curtis afirmava que eram objetos que estavam fora da galáxia e que teriam dimensões comparáveis à Via Láctea. [57].

No ano de 1924, Edwin Hubble mostrou que a distância à galáxia de Andrômeda era em maior do que se acreditava então ser: o raio da Via Láctea. Hubble usou estudos feitos por Henrietta Leavitt que mostrou a existencia de uma correlação entre o período de variação no brilho de um tipo particular de estrelas gigantes chamadas *variáveis cefeidas* e a luminosidade média (em um ciclo) dessas estrelas. Quanto maior o período, maior a luminosidade. Assim, observando o período e usando a relação de Leavitt, era possível obter uma estimativa da luminosidade absoluta da estrela. Portanto, como a intensidade da radiação cai com o quadrado da distância, medindo o fluxo era então possível deter-

minar a distância da estrela [21]. Em seu trabalho, Hubble demonstrou que a nebulosa de Andrômeda era, de fato, um objeto fora da nossa galáxia. Nasce assim a astronomia extragaláctica.

Em 1934 Hubble observou que a distribuição de galáxias parecia não ser aleatória, pois apresentava diferentes densidades em algumas regiões do espaço. Já o astrônomo Fritz Zwicky defendia a idéia de que o universo podia ser visto como dividido em células de  $7.5 \times 10^6$  parsec, com uma densidade aproximadamente igual e com uma distribuição aleatória de galáxias dentro delas. Observações atuais indicam que, de fato, as galáxias têm a tendência de situarem-se em sistemas aglomerados, alguns com sub-estruturas próprias, existindo exceções que são as chamadas galáxias de campo. Além dos aglomerados de galáxias, existem também aglomerados de aglomerados ou super-aglomerados, que são modelados como extensas paredes no espaço bem como regiões de baixa densidade chamadas de vazios.

No cenário hierárquico de formação de estruturas [28], as galáxias e os aglomerados surgem a partir de halos escuros. Quando esses halos se resfriam formam estruturas condensadas, que depois irão formar estruturas de maior escala. A formação dos aglomerados neste quadro, ocorre após a formação das galáxias, aproximadamente em um desvio para o vermelho  $z \simeq 1$ . Em contraste, no cenário de colapso monolítico proposto por Sandage em [47], as estruturas como galáxias surgem a partir do colapso de grandes núvens de gás. A visão mais aceita hoje em dia, é, um modelo híbrido entre esses dois.

No presente capítulo, apresentaremos algumas características gerais dos aglomerados de galáxias, como ferramenta para descrever os processos de absorção e emissão de radiação no meio intra-aglomerado.

## 2.2 Classificação de Aglomerados de Galáxias

É difícil definir precisamente o que é um aglomerado de galáxias, ainda mais quando se pensa que a maior parte da massa dos aglomerados não está nas galáxias nem nas estrelas sob a forma de matéria bariônica ordinária (feita de prótons e nêutrons), e sim no meio intra-aglomerado (MIA), sob a forma de matéria escura. Apesar disto, a maioria das classificações usadas até agora usam a população de galáxias e a estrutura aparente para ordenar os aglomerados.

Diferentes tipos de classificações têm sido propostas por diversos autores, sendo as principais a de George Abell e a de Fritz Zwicky, ambas baseadas no levantamento do *Palomar observatory Sky Survey* (POSS), que inicialmente possuía 2172 aglomerados iden-

tificados visualmente e registrados em 935 pares de placas fotográficas. Uma classificação mais recente foi feita por Rood & Strastry, no ano de 1982, a qual também descreveremos a seguir.

### 2.2.1 Classificação de Abell para Aglomerados de Galáxias

O catálogo construído por George Abell em 1958 e ampliado posteriormente por Corwin e Olowin em 1989, possui 4073 aglomerados [29]. Os critérios propostos por Abell para fazer a classificação foram: riqueza, compacidade e distância.

#### Critério de Riqueza

Por riqueza entende-se o número de galáxias associadas a um aglomerado. A riqueza é, portanto, uma medida estatística da população de um aglomerado baseada em um critério de seleção pré-determinado.

A população no catálogo de Abell é definida como o número de galáxias com magnitude aparente maior que  $m_3 + 2$ , onde  $m_3$  é a magnitude do terceiro membro mais brilhante do aglomerado, medido no filtro vermelho e ordenados de forma crescente no número de galáxias. Assim,

- Classe 0: possui entre 30 e 49 galáxias.
- Classe 1: possui entre 50 e 79 galáxias.
- Classe 2: possui entre 80 e 129 galáxias.
- Classe 3: possui entre 130 e 199 galáxias.
- Classe 4: possui entre 200 e 299 galáxias.
- Classe 5: possui 300 ou mais galáxias.

Aglomerados das classes 2 a 5 são considerados ricos, a classe 1 é dita intermediária e a classe 0, pobre.

#### Critério de compacidade

No catálogo de Abell [29], um aglomerado compacto é aquele no qual as galáxias encontram-se dentro de um raio de  $1.5h^{-1}Mpc$  de distância do centro. Este valor é conhecido na literatura como o raio de Abell e corresponde a um raio angular de  $\frac{1.7}{z}$  arcmin,

onde  $z$  é o desvio para o vermelho da décima galáxia mais brilhante do aglomerado, cuja magnitude é representada por  $m_{10}$ .

### **Critério de Distância**

A amostra do catálogo de Abell cobre uma faixa de desvio para o vermelho entre  $z = 0.02$  e  $z = 0.2$  [3]. Devido à dificuldade de contar as galáxias nas placas fotográficas para magnitudes maiores que 20, o limite de corte em brilho é a magnitude aparente do terceiro membro mais brilhante quando esta é  $m_3 = 18$  no filtro R. Assim a classificação foi feita por classe de acordo com a magnitude aparente de  $m_{10}$  e usando como medida de distância o seu desvio para o vermelho, conforme abaixo:

- Classe 1 Próximos:  $m_{10}$  entre 13.3 – 14,  $z = 0,0283$ ;
- Classe 2 Distância media:  $m_{10}$  entre 14.1 – 14.8,  $z = 0,0400$ ;
- Classe 3 Distantes:  $m_{10}$  entre 14.9 – 15.6,  $z = 0,0577$ ;
- Classe 4 Muito distantes,  $m_{10}$  entre 15.7 – 16.4,  $z = 0,0787$ ;
- Classe 5 Extremamente distantes:  $m_{10}$  entre 16.5 – 18,  $z = 0,2$ .

Além dos parâmetros de classificação acima apresentados, Abell distinguia entre aglomerados regulares e irregulares, sendo os primeiros ricos em população de galáxias, com altas concentrações centrais e marcada simetria esférica. Os aglomerados regulares tem como população dominante galáxias elípticas e espirais lenticulares do tipo  $S0$ . As lenticulares são interpretadas comumente como espirais, nas quais o gás e a poeira foram removidos por colisões com outras galáxias (Bahcall, 1977). Estas galáxias estão em uma classe intermediária entre as elípticas e as espirais na classificação de Hubble. Um exemplo de aglomerado regular é Coma.

Os aglomerados irregulares podem ser ricos ou pobres, não apresentam simetria esférica e sua população é diversa, contendo desde galáxias espirais até irregulares. Em muitos casos possuem subestruturas ou subaglomerados. Exemplo desse tipo são o aglomerado de Virgo e o grupo local de galáxias.

### **2.2.2 A Classificação de Zwicky**

O catálogo feito por Zwicky, Herzog, Wild, Karpowicz e Kowal, é chamado Catálogo de Galáxias e Aglomerados de Galáxias e foi construído entre 1961 e 1968. Para definir o

limite do aglomerado, Zwicky estabeleceu como critério de corte da população, a isopleta (contorno de isodensidade) na qual a densidade é o dobro da densidade do campo local [48]. Esta isopleta deve conter pelo menos 50 membros com magnitudes entre  $m_1$  e  $m_1 + 3$ , onde  $m_1$  é a magnitude do membro mais brilhante do aglomerado.

O grupo de Zwicky classificou os aglomerados como: compactos, semicompactos e abertos, de acordo com eles possuírem ou não uma concentração central de massa.

- **Aglomerados Compactos:**

São caracterizados por apresentarem uma marcada concentração de galáxias no centro do aglomerado. Pelo menos 10 dos membros mais brilhantes aparecem como se quase estivessem em contato quando observados.

- **Aglomerados Semicompactos:**

Pode existir, como no caso anterior, um excesso de densidade na região central, mas as galáxias aparecem separadas por distâncias várias vezes maior do que seus próprios diâmetros. São observados subgrupos em regiões afastadas do centro.

- **Aglomerados Abertos:**

Não apresentam uma distribuição de galáxias concentrada de forma evidente.

### 2.2.3 Classificação de Rood & Strastry

Rood & Strastry (1971), Oemler (1974) e Struble & Rood (1982) propuseram uma classificação fundamentada na distribuição, posição aparente e na densidade numérica das 10 galáxias mais brilhantes do aglomerado. Assim, segundo esses autores, temos os seguintes tipos de aglomerados:

- Tipo cD: o aglomerado é dominado por uma galáxias elíptica gigante central.
- Tipo binário (B): o aglomerado é dominado por um sistema binário de galáxias, como exemplo está o aglomerado de Coma.
- Tipo linear (L): três ou mais das galáxias mais brilhantes parecem formar um eixo de simetria no aglomerado.
- Tipo caroço (C): pelo menos quatro dos membros mais brilhantes estão em volta do centro do aglomerado formando um caroço ao seu redor.

- Tipo achatado (A): não existe um grupo dominante de galáxias. Geometricamente a distribuição lembra a forma de um charuto.
- Tipo irregular (I): são aglomerados ricos, sem um centro definido e nos quais predominam as galáxias espirais.

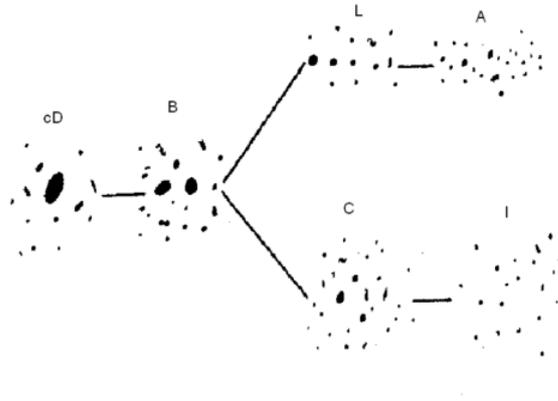


Figura 2.1: Diagrama de Classificação de Rood & Strastry [45]

Nesse tipo de classificação, se diz que os aglomerados tipo cD estão em maior estado de equilíbrio e os irregulares estariam menos virializados.

Devido ao fato de serem concebidos a partir da posição aparente das galáxias, os sistemas de classificação anteriores estão sujeitos a possíveis erros de projeção, superposição de imagens, entre outros. Outro esquema de classificação é o de Morgan & Oemler, que propuseram uma classificação baseada no conteúdo de tipos galácticos dividida em 1) ricas em espirais, 2) tipo cD, e 3) pobres em espirais. Além de catálogos no óptico, existem também catálogos em raios-X e outras bandas. Para uma discussão mais detalhada de outros tipos de catálogos ver por, exemplo, [48].

## 2.3 Dimensões Caraterísticas dos Aglomerados

Antes de discutirmos as propriedades dinâmicas de um aglomerado, apresentaremos algumas definições importantes acerca do seu tamanho. Essas definições são fundamentais quando queremos estudar o movimento e conteúdo material, além de processos físicos como, por exemplo, emissões em raios-X nos aglomerados. Devido à dificuldade de se estabelecer uma fronteira geométrica clara para um aglomerado, são definidos os seguintes raios:

**Raio gravitacional  $R_G$ :** é a distância ao centro na qual a energia gravitacional é aproximadamente igual à energia cinética de uma galáxia que se mova dentro do aglomerado. É definido por

$$R_G \equiv \frac{2GM}{3\bar{v}_r^2}. \quad (2.1)$$

Na expressão (2.1)  $\bar{v}_r$  é velocidade quadrática média das galáxias,  $M$ , a massa do aglomerado, e  $G$ , a constante de gravitação. Essa mesma expressão pode ser obtida de forma natural através do teorema do virial, que apresentaremos mais abaixo.

**Raio do caroço central  $R_C$ :** é o raio para o qual a densidade numérica de galáxias, projetada no plano do céu, é a metade da densidade central do aglomerado  $\sigma(R_C) \equiv \sigma_0/2$ . Envolve o centro do aglomerado, sem considerar sua região externa. A região mais externa é comumente conhecida com o nome de halo [3]. Um cálculo preciso de  $R_C$  é importante quando se estuda o perfil de distribuição de densidade no aglomerado.

**Raio de meia massa  $R_M$ :** é o raio que contém a metade da massa luminosa (galáxias e estrelas) do aglomerado.

## 2.4 Aglomerados e o Teorema do Virial

Os aglomerados de galáxias podem ser modelados como sistemas autogravitantes, o que significa que os elementos que os compõem tendem ao equilíbrio dinâmico sob a ação da gravidade. Mesmo que o aglomerado não esteja totalmente em equilíbrio, a escala de tempo na qual as mudanças ocorrem em sua estrutura são menores que a idade do aglomerado. Um parâmetro usado habitualmente para descrever o estado de relaxamento, ou estado de equilíbrio de um aglomerado, é o tempo de travessia  $t_{cr}$  (crossing time), que é o tempo que uma galáxia leva para atravessar o aglomerado:

$$t_{cr} = \frac{R_{car}}{\langle v \rangle}. \quad (2.2)$$

Na expressão acima,  $R_{car}$  é um raio característico do aglomerado, cuja definição depende da região de interesse a ser estudada. Uma escolha comum é  $R_{car} = R_M$ . A quantidade  $\langle v \rangle$  é a velocidade média das galáxias do aglomerado. Por exemplo, no caso do aglomerado de Coma  $\langle v \rangle \approx 10^3 \text{ km s}^{-1}$  e  $R_{cr} \cong 2 \text{ Mpc}$ , tal que  $t_{cr} = 2 \times 10^9$  anos, o que corresponde aproximadamente a um quinto ou um décimo da idade do universo. Se Coma não fosse um sistema gravitacionalmente ligado, as galáxias já teriam se dispersado daquela região. Para o caso de superaglomerados com raios da ordem de  $R \approx 35 \text{ Mpc}$ , o tempo de travessia é  $t_{cr} \approx 2 \times 10^{10}$  anos.

A seguir, discutimos o teorema do virial para o caso de aglomerados de galáxias. Consideraremos o caso mais simples, isto é, o de um aglomerado descrito como um sistema autogravitante, isolado e sem interação com outros aglomerados. As galáxias são aproximadas por massas pontiformes que interagem apenas pela atração gravitacional mútua. Assim, a aceleração da  $i$ -ésima galáxia devido à presença das outras é:

$$\ddot{\vec{r}}_i = \sum_{j \neq i} \frac{Gm_j(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3}. \quad (2.3)$$

Fazendo o produto escalar com  $m_i \vec{r}_i$  e somando, obtemos

$$\sum_i m_i \vec{r}_i \cdot \ddot{\vec{r}}_i = \sum_i \sum_{j \neq i} Gm_j m_i \frac{\vec{r}_i \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} \quad (2.4)$$

A energia potencial gravitacional das galáxias no aglomerado é dada por

$$U \equiv -G/2 \sum_{i,j(i \neq j)} \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|}. \quad (2.5)$$

A energia cinética  $T$  e o momento de inércia  $I$  de um sistema de partículas são:

$$T \equiv \frac{1}{2} \sum_i m_i (\dot{\vec{r}}_i)^2 \quad (2.6)$$

e

$$I \equiv \sum_i m_i (\vec{r}_i)^2. \quad (2.7)$$

Derivando a equação anterior duas vezes em relação ao tempo, podemos estabelecer uma relação entre a energia cinética e o momento de inércia,

$$\ddot{I} = 2 \sum_i m_i \left[ \ddot{\vec{r}}_i \cdot \vec{r}_i + \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i \right], \quad (2.8)$$

ou seja,

$$\ddot{I} = 2 \sum_i (m_i \ddot{\vec{r}}_i \cdot \vec{r}_i) + 4T. \quad (2.9)$$

Para introduzir a energia potencial na equação acima, notamos que o primeiro termo do lado direito é, com exceção de uma constante, a equação (2.4). Trocando os índices  $i$  e  $j$  em (2.4) e somando as duas equações, teremos

$$\sum_i m_i \vec{r}_i \cdot \ddot{\vec{r}}_i = 1/2 \left[ \sum_i m_i \vec{r}_i \cdot \ddot{\vec{r}}_i + \sum_j m_j \vec{r}_j \cdot \ddot{\vec{r}}_j \right] \quad (2.10)$$

$$= -G/2 \sum_{i,j(i \neq j)} \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (2.11)$$

Na última equação identificamos  $U$  como a energia potencial das galáxias no aglomerado. Das equações (2.9) e (2.11), obtemos:

$$\ddot{I} = 2U + 4T \quad (2.12)$$

No caso em que o sistema se encontra em equilíbrio, ou seja, não se contrai nem se expande e seu momento de inércia  $I$  é constante, teremos

$$T = -\frac{1}{2}|U|. \quad (2.13)$$

Esta é a forma mais conhecida do teorema do virial.

Para aplicarmos o teorema do virial a aglomerados, algumas considerações precisam ser feitas. Devemos conhecer a distribuição de velocidades e adotar o tipo de simetria espacial da distribuição de galáxias. Vamos supor que a distribuição de velocidades no aglomerado seja isotrópica, ou seja, a direção do vetor velocidade é aleatória e, portanto, a velocidade quadrática média é tal que

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2, \quad (2.14)$$

e a velocidade quadrática média total será

$$\bar{v}^2 \equiv \sum_i \left| \dot{\vec{x}}_i \right|^2 = 3\bar{v}_x^2. \quad (2.15)$$

Supondo que o aglomerado possui simetria esférica e que a velocidade quadrática média total não dependa da massa particular de cada galáxia, podemos escrever a energia cinética como

$$T = \frac{3}{2}M\bar{v}_x^2, \quad (2.16)$$

e a energia potencial gravitacional,

$$U = \frac{GM^2}{R_G}, \quad (2.17)$$

onde  $M$  é a massa total das galáxias no aglomerado e  $R_G$  é o raio gravitacional do aglomerado. Das equações (2.15) e (2.16) e usando o teorema do virial, podemos fazer uma primeira estimativa da massa do aglomerado

$$M = \frac{3\bar{v}_x^2 R_G}{G}. \quad (2.18)$$

É claro que nem todos os aglomerados possuem simetria esférica, e a determinação do valor  $\bar{v}_x^2$  não é algo trivial, de modo que esta estimativa é um pouco grosseira. Usando

observações em raios-X e outras bandas é possível melhorar esta estimativa. Métodos mais detalhados são descritos, por exemplo, em [22]. Além de estimar a massas dos aglomerados para descrever os processos físicos que com eles acontecem, conhecer essas massas pode ajudar a estabelecer um valor mínimo para a densidade de matéria no universo.

## 2.5 A Estrutura dos Aglomerados

Podemos distinguir três componentes principais dos aglomerados: galáxias, meio intra-aglomerado e a matéria escura. Abaixo descreveremos de forma sucinta cada uma dessas componentes.

### 2.5.1 O Meio Intra-Aglomerado (MIA)

O meio intra-aglomerado possui em torno de 25% da massa do aglomerado e é constituído, basicamente, de um gás ionizado com uma temperatura da ordem de  $10^8 K$ . Existem duas teorias sobre a origem do MIA [16]. Uma delas indica que o gás aparece na própria formação dos aglomerados, ficando preso pelo potencial gravitacional dos mesmos. O principal argumento contra essa hipótese é a dificuldade para se explicar a abundância de elementos pesados cuja origem são, fundamentalmente, os processos de nucleossíntese em estrelas. A metalicidade do gás é aproximadamente um terço da metalicidade solar, sendo que os metais mais comuns são o ferro e o silício, sintetizados, majoritariamente, em explosões de supernova e núcleos ativos de galáxia (AGN). As maiores metalicidades são encontradas no centro do aglomerado.

De acordo com a segunda teoria, o gás seria um subproduto da interação gravitacional entre as galáxias do aglomerado. Isto supõe que o processo de formação galáctica teve uma eficiência de cem por cento, e não ficou matéria livre dentro do aglomerado.

O mais aceito atualmente, é que o processo de formação do MIA seja uma mistura dos dois processos anteriores e não apenas algum deles.

Os principais mecanismos que temos para estudar o MIA são: a emissão em raios-X, devido à radiação de Bremsstrahlung, efeito Sunyaev- Zel'Dovich ou efeito Compton inverso da radiação cósmica de fundo de microondas do qual falaremos no capítulo seguinte, e, a pressão exercida sobre o gás mais frio no interior das galáxias conhecida como *ram pressure* [8].

#### **Emissão de Bremsstrahlung em Raios-X**

Desde os anos 60, se começou a estudar a emissão de raios-X originada em aglomerados

de galáxias. Um dos primeiros experimentos foi o satélite UHURU, que detectou radiação proveniente dos aglomerados Virgo e Coma. O processo pelo qual é produzida a radiação foi identificado como a emissão livre-livre ou Bremsstrahlung térmico. Este fenômeno ocorre quando um elétron acelerado interage com o campo elétrico de um núcleo carregado. O elétron é espalhado, mudando sua trajetória e energia cinética, emitindo, finalmente, um fóton de raios-X [42].

A seguir, estudaremos um modelo simples de emissão no gás intra-aglomerado.

Suponha um gás quente com simetria esférica (raio  $r$ ) e que exista equilíbrio hidrostático entre a força devido à pressão e a força gravitacional. A equação de Euler para o estado de equilíbrio é escrita como:

$$\frac{\nabla P}{\rho} = -\nabla\phi, \quad (2.19)$$

onde  $P$  é a pressão,  $\rho$  é a densidade do gás, e  $\phi$ , o potencial gravitacional newtoniano.

A simetria esférica do modelo permite escrever a equação anterior como

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}. \quad (2.20)$$

Devido a que o gás no aglomerado está em altas temperaturas e é muito rarefeito, podemos usar a equação para um gás perfeito:

$$PV = nK_B T \quad (2.21)$$

Usando a relação

$$\rho = \mu m_H n, \quad (2.22)$$

a equação de estado pode ser expressa como

$$P = \frac{\rho K_B T}{\mu m_H}. \quad (2.23)$$

onde  $\mu$  é o peso molecular médio do gás,  $m_H$  é a massa do átomo de hidrogênio,  $K_B$  a constante de Boltzman, e  $n$ , a densidade média por unidade de volume:  $n = \frac{N}{V}$ .

Substituindo (2.23) na equação (2.20), obtemos

$$\frac{K_B}{\mu m_H} \frac{d(\rho T)}{dr} = -\frac{GM(r)\rho}{r^2}, \quad (2.24)$$

ou reorganizando os termos:

$$M(r) = -\frac{K_B T r}{G \mu m_H} \left[ \frac{d \ln \rho}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right]. \quad (2.25)$$

A equação (2.25) mostra como a distribuição de massa pode ser calculada uma vez conhecido como variam a temperatura e a densidade em função do raio do aglomerado. Informações sobre essas quantidades podem ser obtidas do estudo dos espectros e das imagens em raios-X do aglomerado.

As observações do satélite UHURU mostraram que a emissão mais forte em raios-X vem da região central dos aglomerados, que coincide, em muitos casos, com a posição de uma galáxia gigante do tipo cD ou com um núcleo ativo de galáxia. Devido à dificuldade de obter imagens bem delimitadas das regiões centrais do aglomerado, são propostos modelos para a distribuição de matéria e brilho. Os resultados desses modelos são posteriormente convoluídos com as imagens observadas para, finalmente, se criar mapas da distribuição da emissão em raios-X.

Definimos agora o brilho superficial em raios-X

$$S_X := \frac{1}{4\pi(1+z)^3} \int n_e^2 \Lambda_{ee}(E, T_e) dl, \quad (2.26)$$

esta quantidade representa a imagem do aglomerado projetada no plano do céu, e,  $\Lambda_{ee}$  é a chamada função de resfriamento ou emissividade espectral devida ao processo de Brehmsstrahlung. Ela depende da temperatura do gás e da energia emitida em raios-X, como vista no sistema em repouso do aglomerado. Na expressão acima,  $n_e$  é a densidade numérica de elétrons no gás. Explicitamente, a emissividade para o processo de Brehmsstrahlung, pode ser escrita, [29]:

$$\Lambda_{ee} = \frac{Z^2 e^6}{3\pi^2 \epsilon_0^3 c^3 m_e} \left( \frac{m_e}{K_B T} \right) \bar{g}(\nu, T) N N_e e^{-\frac{h\nu}{K_B T}}. \quad (2.27)$$

onde  $N$  e  $N_e$  são as densidades numéricas do núcleo atômico e dos elétrons respectivamente,  $Z$  é o número atômico do núcleo,  $\bar{g}(\nu, T)$  é conhecido como fator de Gaunt, que dá conta dos efeitos quânticos e relativísticos no processo de Brehmsstrahlung. Para baixas energias e pequenos ângulos de espalhamento dos elétrons, o fator de Gaunt pode ser aproximado por:

$$\bar{g}(\nu, T) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left[ \frac{h\nu}{K_B T} \right] \quad (2.28)$$

Para grandes valores de  $K_B T$ , o espectro de emissão Bremsstrahlung decresce exponencialmente, o que, em princípio, permite medir a temperatura do gás encontrando o ponto no qual a emissividade começa a cair.

Um dos modelos mais usados na literatura para ajustar o brilho superficial é o chamado modelo  $\beta$  isotérmico proposto por Cavaliere & Fusco-Fremiano em 1976. No modelo  $\beta$ , o

perfil de densidade é descrito por:

$$n_e = n_0(1 + (r/R_C)^2)^{-\frac{3\beta}{2}}, \quad (2.29)$$

no qual,  $n_0$  é a densidade numérica no centro do aglomerado,  $R_C$  é o raio do caroço central, e  $\beta$  é razão entre a dispersão de velocidade das galáxias e a dispersão de velocidade do gás no aglomerado, dado por

$$\beta = \frac{\mu m_p \sigma^2}{K_B T_e}, \quad (2.30)$$

onde  $\mu$  é o peso molecular médio,  $m_p$  é a massa do próton,  $\sigma$  é a dispersão de velocidade das galáxias e  $T_e$  a temperatura do gás intra-aglomerado.

Substituindo  $n_e$  e  $\Lambda_{ee}$  na equação (2.26), obtemos,

$$S_X \propto \int_0^\infty n_0(1 + (r/R_C)^2)^{-\frac{3\beta}{2}} T^{1/2} dl \quad (2.31)$$

O modelo  $\beta$  não é totalmente apropriado para descrever o perfil de densidade dos aglomerados pois subestima o brilho total observado. Em aglomerados com regiões centrais muito densas se observa um fluxo de resfriamento central (cooling flow), que consiste na migração massiva de matéria da periferia para o centro do aglomerado. Observacionalmente, essa migração de matéria acontece em menor proporção do que se esperaria teoricamente, e o resfriamento é controlado por núcleos ativos e por eventos de supernova [15].

Para corrigir a discrepância entre o modelo  $\beta$  e as observações, outros tipos de distribuições são usadas. Um exemplo delas é o modelo duplo  $\beta$ , que incorpora um termo a mais para modelar o centro do aglomerado, [33]:

$$n_e = n_0[f(1 + (r/R_{c_1})^2)^{-\frac{3\beta}{2}} + (1 - f)(1 + (r/R_{c_2})^2)^{-\frac{3\beta}{2}}] \quad (2.32)$$

$R_{c_1}$  e  $R_{c_2}$  são os raios de duas regiões, o caroço central do aglomerado e a parte externa deste, que não é afetada pelo fluxo de resfriamento, e  $f$  é um parâmetro que toma valores  $0 \leq f \leq 1$ .

## 2.5.2 As Galáxias nos Aglomerados

A matéria bariônica (nêutrons e prótons), presente na forma de estrelas e galáxias, constitui aproximadamente cinco por cento da massa total do aglomerado [31].

Para estudarmos algumas características da distribuição de galáxias, usaremos um modelo no qual o aglomerado é tratado como uma esfera de gás isotérmica. A energia

cinética média das partículas (galáxias) que compõem o sistema é constante e a dispersão de velocidades segue uma distribuição maxwelliana. Usando a equação de Euler que foi apresentada em (2.19), para uma esfera de gás que se encontra em equilíbrio hidrostático vemos que, para um elemento de massa  $dm$ , a força de atração gravitacional e a pressão se cancelam, de modo que podemos escrever a massa como

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr. \quad (2.33)$$

Derivando (2.20) em relação a  $r$  e usando (2.33), obtemos a equação de *Lane-Emden*, que descreve a dinâmica de um objeto esférico em equilíbrio hidrostático:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho r^2 \quad (2.34)$$

Para um gás perfeito, a equação de estado é dada por (2.23). Substituindo na equação de Lane-Emden,

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) + \frac{4\pi G \mu m_H \rho r^2}{K_B T} = 0 \quad (2.35)$$

Se o gás está em equilíbrio térmico, temos

$$\frac{3}{2} K_B T = \frac{1}{2} \mu m_H \bar{v}^2, \quad (2.36)$$

onde  $\bar{v}^2$  é a velocidade quadrática média das galáxias. Finalmente, a equação de Lane-Emden, fica:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right) + \frac{12\pi G \rho r^2}{\bar{v}^2} = 0. \quad (2.37)$$

Muitas vezes, os perfis de densidade inseridos na equação de Lane-Emden são deduzidos das observações ou a partir de modelos usados para galáxias. Esses modelos usam, em geral, três parâmetros para fazer uma descrição aproximada da distribuição de densidade:  $R_C$ , o raio do caroço;  $R_h$ , o raio do halo que define o corte da distribuição; e  $\rho_0$  a densidade central.

Os perfis de densidade mais usados são: o de Zwicky-Bahcall para a densidade projetada, o de King e o perfil de de Vaucouleurs.

O perfil de Zwicky-Bahcall, estabelece uma densidade projetada no plano do céu ( $\sigma$ ), considerando o aglomerado como uma esfera isotérmica e limitada pela região do halo. Uma expressão para esse perfil é:

$$\sigma_{obs} = \alpha [\sigma_{iso}(r/R_C) - C], \quad (2.38)$$

onde  $C = \sigma_{iso}(R_h/\beta)$  é uma constante de corte que limita a extensão do halo,  $\beta$  é um parâmetro de escala,  $\alpha$  é uma constante de normalização e  $\sigma_{iso}$  é a chamada função isotérmica de Emden.

De Vaucoulers propôs um perfil superficial de densidade através de uma lei logarítmica de dois parâmetros

$$\log \frac{\sigma_r}{\sigma_{r_e}} = -3.33 [(r/r_e)^{1/4} - 1]. \quad (2.39)$$

onde,  $r_e$ , é o raio efetivo do aglomerado.

O perfil de densidade proposto por King em 1966 [26] é baseado na distribuição de luminosidade do aglomerado projetada no plano do céu. É o perfil que apresenta um melhor ajuste com as observações e é também um dos mais usados na literatura. Sua origem são estudos de distribuição do brilho em aglomerados globulares e galáxias elípticas, mas o modelo funciona muito bem quando é aplicado ao centro dos aglomerados de galáxias. A forma do perfil é:

$$\rho = \rho_0(1 + (r/R_c)^2)^{-\frac{3}{2}}. \quad (2.40)$$

### 2.5.3 Matéria Escura em Aglomerados de Galáxias

Em 1933, o astrônomo Fritz Zwicky chamou a atenção sobre a grande dispersão de velocidades das galáxias em alguns aglomerados. A matéria luminosa (aquela que emite, absorve ou reflete radiação), presente na forma de estrelas e gás, não fornecia uma atração gravitacional suficiente para manter ligados os aglomerados. Zwicky sugeriu que deveria existir um outro tipo de matéria, não observável diretamente no telescópio, que daria conta da dinâmica observada das galáxias. Ele a chamou “dunkle materie”, ou matéria escura [60], [55].

A matéria escura é classificada geralmente em dois tipos: bariônica e não bariônica. A matéria escura bariônica, presente nas galáxias, existe na forma de objetos compactos muito massivos e de baixa luminosidade, comumente conhecidos como *MACHO's* (por sua sigla em inglês Massive Compact Halo Objects). Fazem parte desse grupo de objetos: as anãs marrons, os objetos jupiterianos, entre outros.

Uma anã marrom é um remanescente estelar que não realiza o processo de fusão nuclear, de modo que o hidrogênio não é transformado em hélio e não há uma fonte de energia suficientemente potente para fazer que a estrela seja observada a grandes distâncias.

Em alguns halos galácticos, tem-se reconhecido a presença de objetos de alta massa, que não conseguiram iniciar processos de fusão nuclear. Esses objetos são conhecidos como “Objetos tipo Jupiter”. A massa desses objetos está na faixa de  $0.004M_{\odot} < M_J < 0.08M_{\odot}$ , sendo que esses limites não estão totalmente definidos.

Além dos anteriores, os buracos negros são apontados como outros possíveis candidatos a matéria escura bariônica. Eles conseguem afetar a dinâmica gravitacional das estrelas e no caso dos buracos negros mais massivos, como os que se acredita que existem em alguns centros galácticos, podem afetar a dinâmica gravitacional da própria galáxia.

Existem vários candidatos à matéria escura não bariônica, mas o seu comportamento e propriedades físicas seguem sendo um problema ainda não resolvido. Entre os candidatos a esta forma de matéria escura encontram-se os chamados *áxions*. Estas partículas foram propostas para evitar o problema da violação da paridade CP na cromodinâmica quântica. Os áxions são partículas sem carga, com spin 0 e possuem massas muito pequenas, da ordem de  $1\mu eV$  até  $10meV$ .

Acredita-se que os áxions tenham sido criados abundantemente no *Big Bang*. Eles formariam um condensado de Bose-Einstein, que é um estado da matéria caracterizado por manter altas densidades de partículas em regiões muito pequenas do espaço [34].

Outro candidato à matéria escura não bariônica são os “WIMP”, ou partículas fracamente interagentes. Os “WIMP” seriam partículas que poderiam interagir com outras partículas somente através da gravidade e da interação nuclear fraca. Em supersimetria, estas partículas têm associadas a elas as chamadas companheiras supersimétricas. Esses companheiros, tem os mesmos números quânticos que os “WIMP”, mas diferem no seu spin. Para os bósons mediadores das interações fundamentais, tem-se proposto os seus respectivos companheiros como o fotino, companheiro do fóton; o gravitino companheiro do gráviton; o neutralino associado ao neutrino e os gluínos, associados aos glúons.

Nem os áxions, nem os “WIMP’s”, foram detetados até agora. Entre as partículas já observadas estão os neutrinos. Eles se apresentam em três tipos ou “sabores”: neutrinos muônicos, neutrinos eletrônicos e neutrinos tauônicos. Os neutrinos interagem muito pouco com a matéria bariônica e com a radiação. Ainda não se tem certeza sobre qual é a massa dos neutrinos, mas alguns experimentos com neutrinos solares mostram que seria algo da ordem de  $0,04 - 0,07eV$ .

Existe outra classificação para a matéria escura, baseada na energia que as partículas possuíam no momento do desacoplamento da radiação. Assim, a matéria escura fria, *Cold Dark Matter* (CDM) é a matéria escura que tinha energia não relativística na época do desacoplamento. Já a matéria escura quente, *Hot Dark Matter* (HDM), é matéria que

tinha energias relativísticas na época do desacoplamento.

Foje ao escopo deste trabalho aprofundar este interessante tema. Para uma referência mais completa sobre matéria escura, pode consultar-se o livro de Ostriker [34].

# Capítulo 3

## Efeito Sunyaev-Zel'Dovich (SZ)

Como foi visto no capítulo II o meio intra-aglomerado possui temperaturas muito altas, da ordem de  $10^8\text{K}$ . A elevada energia cinética dos elétrons favorece o espalhamento dos fótons da radiação cósmica de fundo, produzindo uma mudança no seu espectro característico, o espectro de Planck [32]. A formulação e a primeira descrição do fenômeno foi feita por Y. Zel'Dovich & R. Sunyaev nos seus artigos de [1969], [1970] e [1972], por esta razão, o efeito leva os nomes desses autores.

Distinguem-se duas classes de efeito SZ. O primeiro, e que altera em maior proporção o espectro da RCF, é o efeito térmico causado pela passagem dos fótons através de uma distribuição de gás quente. O segundo tipo é o efeito cinemático, causado pelo movimento relativo entre o aglomerado e os fótons da radiação de fundo.

### 3.1 Efeito Sunyaev-Zel'Dovich Térmico

Na teoria clássica do eletromagnetismo, o espalhamento de Thomson acontece quando uma partícula carregada, inicialmente em repouso, interage com um campo eletromagnético. A partícula, acelerada pelo campo, emite radiação, numa direção diferente à de propagação da onda incidente. A energia do campo não se altera ao final da interação e a partícula volta ao seu estado original de movimento após a colisão.

Em 1923, Arthur Compton estudou o problema da colisão de fótons de alta energia com elétrons sob o ponto de vista da mecânica quântica, mostrando que, após a interação, os fótons espalhados diminuem a sua frequência e, portanto, a sua energia (Fig 3.1). É simples mostrar que a energia após a colisão é dada por [42]

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{\varepsilon}{mc^2}(1 - \cos \theta)} \quad (3.1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de saída dos fótons depois de serem espalhados,  $m$ , a massa de repouso da partícula carregada e,  $c$ , a velocidade da luz. A equação anterior pode ser reescrita também em termos do comprimento de onda como:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos \theta) \quad (3.2)$$

onde  $\lambda_c = \frac{h}{mc}$  é o comprimento de onda Compton da partícula.

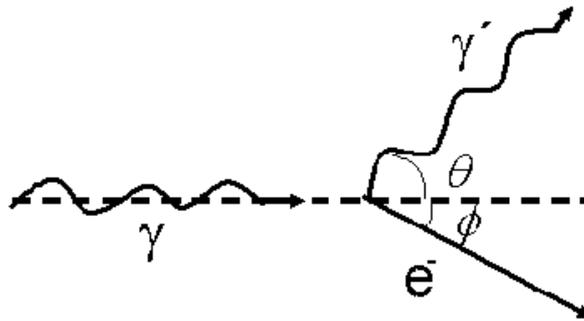


Figura 3.1: Esquema de colisão entre um elétron e um fóton no efeito Compton

Quando os fótons da radiação cósmica de fundo passam através do plasma intra-aglomerado, pode ocorrer o chamado espalhamento Compton inverso. Devido ao fato dos elétrons possuírem uma energia cinética maior que a dos fótons, parte dessa energia pode ser transferida aos fótons, levando-os a atingir energias maiores. Isto é observado como uma distorção do espectro da RCF. O fenômeno foi descrito analiticamente pela primeira vez por R. Sunyaev & Y.B. Zel'Dovich em [50], [53]. Somente 1% dos fótons da RCF sofrem esse tipo de espalhamento. Note que o número de fótons é conservado no processo, isto é, o efeito final só muda a energia e não o número de partículas [9].

A continuação obtemos a expressão para as distorções na intensidade da RCF devidas ao efeito SZ Térmico. Seguiremos as referências [50], [53] e [4] considerando o caso de uma distribuição térmica de elétrons com energias não relativísticas, isto é,  $K_B T_e \ll m_e c^2$ , onde  $T_e$  é temperatura do gás e,  $m_e$ , a massa dos elétrons.

O número de ocupação de estados de energia  $n_\alpha$ , para um gás de fótons, é dado pela estatística de Bose-Einstein:

$$n_\alpha \equiv \frac{1}{(e^{h\nu/k_B T_{rad}} - 1)}. \quad (3.3)$$

Pode-se mostrar, que a intensidade específica da radiação segue uma distribuição planckiana quando os fótons estão em equilíbrio termodinâmico [18], e que é dada pela equação

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} (e^{h\nu/k_B T_{rad}} - 1)^{-1}. \quad (3.4)$$

Para estudar como varia o número de ocupação devido à difusão dos fótons no gás de elétrons no limite não relativístico, usa-se a equação de difusão obtida por Kompaneets em 1957 [42]:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} (x_e^4 (\frac{\partial n}{\partial x_e} + n^2 + n)), \quad (3.5)$$

sendo  $x_e = \frac{h\nu}{k_B T_e}$ . Definimos também o parâmetro de Compton  $y$ ,

$$y \equiv \frac{K_B T_e}{m_e c^2} n_e \sigma_T c t, \quad (3.6)$$

onde  $\sigma_T$  é a seção de choque do espalhamento Thomson e  $n_e$  é a densidade numérica de elétrons. Para o caso de um campo de radiação que atravessa uma nuvem de elétrons, é usual expressar o parâmetro de Compton ao longo da linha de visada como

$$y = \int \frac{K_B T_e n_e \sigma_T dl}{m_e c^2}. \quad (3.7)$$

Nos aglomerados, o gás de elétrons encontra-se a temperaturas muito altas e a energia dos fótons da radiação de fundo é muito menor que a dos elétrons. Assim, para o caso que estamos estudando,  $h\nu \ll K_B T_e$ , ou conseqüentemente,  $x_e \ll 1$  [4]. Desse modo, ( $\frac{\partial n}{\partial x_e} \gg n^2, n$ ), o que simplifica a expressão (3.5) e permite reescrevê-la como

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} (x_e^4 \frac{\partial n}{\partial x_e}). \quad (3.8)$$

Substituindo o número de ocupação  $n$  pela equação (3.3), e levando a cabo as derivadas, teremos

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} [4x_e^3 \frac{\partial n}{\partial x_e} + x_e^4 \frac{\partial^2 n}{\partial x_e^2}], \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial n}{\partial x_e} = -\frac{e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x_e^2} = -2 \frac{e^{2x_e}}{(e^{x_e} - 1)^3} - \frac{e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2}. \quad (3.11)$$

Finalmente,

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{x_e e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2} \left[ -4 + x_e \left( \frac{2e^{x_e}}{e^{x_e} - 1} \right) - 1 \right] \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{x_e e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2} \left[ \frac{x_e e^{x_e} + 1}{e^{x_e} - 1} - 4 \right] \quad (3.13)$$

o que resulta na forma da distorção do espectro da radiação:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{x_e e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2} [x_e \coth(x_e/2) - 4] \quad (3.14)$$

Fazendo a aproximação de profundidades óticas pequenas e para elétrons com energias não relativísticas [39], para um parâmetro de Compton pequeno ( $y \sim 10^{-4}$ ),  $\frac{\partial n}{\partial y} \approx \frac{\Delta n}{y}$ , e se dividimos pelo número de ocupação na sua forma original (3.3), obtemos

$$\frac{\Delta n}{n} = y \frac{x_e e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2} [x_e \coth(x_e/2) - 4]. \quad (3.15)$$

Da equação (3.4), vemos que a intensidade específica é proporcional ao número de ocupação. Assim, podemos escrever também a variação na intensidade como

$$\frac{\Delta I}{I_{RCF}} = \frac{I_{RCF} - I_{SZ}}{I_{RCF}} \approx \frac{\Delta; n}{n} \quad (3.16)$$

$$\frac{\Delta I}{I_{RCF}} = yg(x_e), \quad (3.17)$$

onde  $g(x)$  é a função espectral, definida por:

$$g(x) = \frac{x_e e^{x_e}}{(e^{x_e} - 1)^2} [x_e \coth(x_e/2) - 4]. \quad (3.18)$$

No limite de Rayleigh-Jeans (RJ),  $x_e \ll 1$ , obtém-se

$$\frac{\Delta I_{RJ}}{I_{RCF}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta I_{RJ}}{I_{RCF}} \rightarrow -2y. \quad (3.19)$$

A equação acima pode ser também escrita para as variações em temperatura, sendo que a expressão é do mesmo tipo que a anterior [53]:

$$\frac{\Delta T_{RJ}}{T_{RCF}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta T_{RJ}}{T_{RCF}} \rightarrow -2y. \quad (3.20)$$

Da equação (3.19), observamos que, no limite de baixas frequências, a intensidade observada da radiação é menor que a intensidade incidente, mas conserva o mesmo tipo de variação funcional que a curva planckiana e por isto é chamado espectro de corpo negro modificado. Em contraste, na região de altas frequências a intensidade é maior que a do espectro original. O ponto de transição entre estas duas regiões está situado em 218

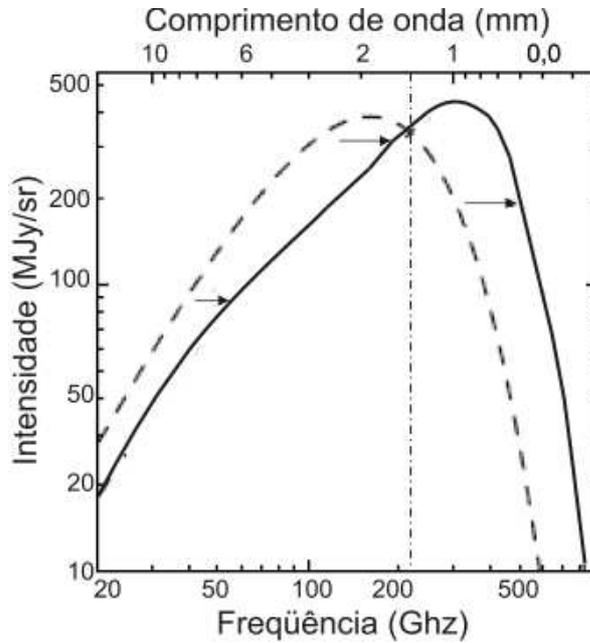


Figura 3.2: Espectro da radiação cósmica de fundo modificado pelo efeito SZ, a linha tracejada representa o espectro original (adaptado de [9])

GHz onde o espectro cruza da região de Rayleigh-Jeans, para a região de Wien de altas frequências (Fig. 3.2). Este comportamento, pode ser traduzido também da equação (3.20) em termos da temperatura: para frequências menores que 218 GHz, a temperatura medida é menor; para frequências superiores, a temperatura correspondente será maior.

As expressões apresentadas acima são apropriadas para uma distribuição térmica não relativística de elétrons. Por tanto, elas são válidas só no limite de baixas frequências. Usualmente os elétrons em aglomerados podem atingir energias muito altas entre 3 – 15 keV, ou velocidades da ordem de  $v \sim 0.3c$ . Neste caso para obter resultados rigorosos, teríamos que usar correções relativísticas. Contudo, para os propósitos deste trabalho, usaremos a aproximação anterior. Expressões adequadas para o caso relativístico podem ser encontradas em [40] e [41].

## 3.2 Efeito Sunyaev-Zel'Dovich Cinemático

Até agora, consideramos o espalhamento devido a uma distribuição térmica de elétrons como o fator principal da variação do espectro da RCF ao passar por um aglomerado de galáxias. Existe outro tipo de fenômeno, descrito na referência [52], que modifica o espectro da radiação e que se deve ao movimento peculiar do aglomerado em relação à

radiação de fundo.

Quando a radiação cósmica de fundo é vista no sistema de repouso do aglomerado e se considerarmos que ele tem uma velocidade peculiar  $v_z$ , a radiação apresenta uma anisotropia dipolar. Quando a radiação é espalhada no gás intra-aglomerado, ela aparece novamente isotrópica neste referencial em repouso.

Se o processo é visto, agora, no sistema de referência de um observador alinhado com a direção de movimento do aglomerado, a anisotropia é medida de novo, mas gerada pelo efeito doppler que surge do movimento relativo entre o aglomerado e o observador. O resultado final é um aumento na intensidade da radiação, que é proporcional à velocidade peculiar do aglomerado ao longo da linha de visada. Isto é conhecido como efeito Sunyaev-Zel'Dovich cinemático.

Os detalhes para obter-se a equação de distorção do espectro para o efeito cinemático podem ser consultados em [37], onde se parte da equação de Boltzman para obter a equação de variação de intensidade da radiação.

A razão entre a variação na intensidade devido ao movimento do aglomerado ao longo da linha de visada e a intensidade incidente é:

$$\frac{\Delta I_k}{I_{RCF}} = -\tau_e \beta \frac{x e^x}{e^x - 1} \quad (3.21)$$

onde  $\beta = v_z/c$ ,  $v_z$  é a velocidade peculiar do aglomerado ao longo da linha de visada e  $\tau_e$  é a profundidade óptica do gás de elétrons, que é uma medida de quanto um fóton pode viajar nesse meio sem ser absorvido. Para aglomerados que se afastam do observador,  $\beta > 0$ ; assim, para este caso,  $\frac{\Delta I_k}{I_{RCF}} < 0$ , e vice-versa.

As anisotropias produzidas pelo efeito cinemático são muito menores que as produzidas pelo efeito térmico. Em conseqüência, são mais difíceis de se observar em baixas frequências. Contudo, para frequências próximas à transição entre os regimes de Rayleigh-Jeans e Wien no térmico (218GHz), é possível diferenciar os dois efeitos claramente (ver Fig. 3.3).

Uma aplicação imediata do efeito SZ cinemático aparece uma vez que sejam medidas as anisotropias e calculada a profundidade óptica de observações em raios-X. Por exemplo, combinando essas informações, pode estimar-se a velocidade peculiar do aglomerado [24].

O movimento peculiar do aglomerado, desta vez na direção transversal à linha de visada, pode modificar também a polarização de quadrupolo da radiação [49]. Dependendo da profundidade óptica do gás intra-aglomerado e do número de colisões dos fótons, esse fenômeno é amplificado ou mascarado. A modificação do espectro da RCF produzida pelo

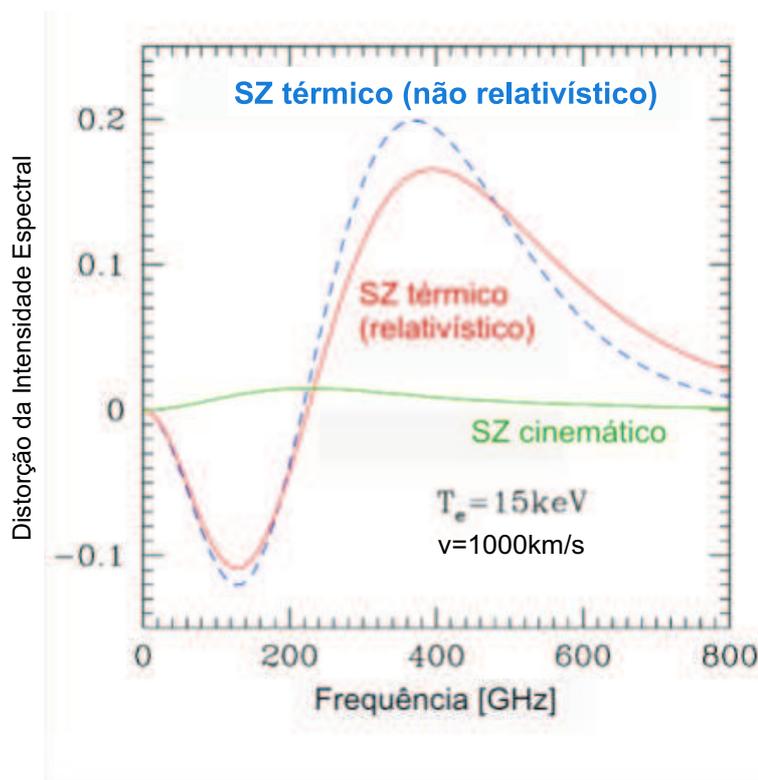


Figura 3.3: Comparação da variação na intensidade entre os efeitos SZ térmico, SZ cinético e térmico relativístico

efeito cinemático é muito menor que a modificação produzida pelo efeito térmico, como pode ser visto na figura 3.3

No capítulo seguinte, será estudado como mediante a informação combinada de observações em raios-X e, do efeito Sunyaev- Zel'Dovich, podemos extrair informação sobre parâmetros cosmológicos tais como a constante de Hubble e o parâmetro de densidade da matéria.

# Capítulo 4

## Estimativas de Parâmetros Cosmológicos usando Aglomerados de Galáxias

A discussão realizada nos capítulos anteriores permitirmos-a, no presente capítulo, mostrar como a informação proveniente dos processos de emissão de raios-X e Compton inverso fornecem informações importantes quando são usadas para testar diferentes modelos cosmológicos e calcular parâmetros como a constante de Hubble  $H_0$  e a densidade de matéria.

A combinação de dados recentes obtidos pelos satélites XMM Newton e Chandra em raios-X, e de redes interferométricas de radiotelescópios, na faixa de comprimento de onda milimétrico como, *OVRO* e *BIMA*, localizados no vale Owens nos Estados Unidos [9], tem permitido calcular a distância diâmetro angular definida na equação (1.67), através do método que será descrito a seguir.

### 4.1 Cálculo da Distância Diâmetro Angular.

Apresentaremos agora um método que permite calcular a distância diâmetro angular partindo dos fluxos medidos em raios-X e das observações do efeito SZ em aglomerados de galáxias. Esta técnica é amplamente discutida em [5] e [4].

Como foi visto no capítulo 3, a variação na temperatura da radiação de fundo, devido ao espalhamento Compton inverso no limite não relativístico é dado por

$$\Delta T_{RJ} \propto -T_{RCF} \int n_e T_e dl \quad (4.1)$$

onde  $T_e$  e  $n_e$  são respectivamente, a temperatura e densidade dos elétrons no gás, e  $y$  é o parâmetro de Compton definido na equação (3.6).

O brilho superficial em raios-X ao longo da linha de visada é [5]

$$S_X = \frac{1}{4\pi(1+z)^3} \int n_e^2 \Lambda_{ee}(E, T_{edl}) dl, \quad (4.2)$$

onde  $\Lambda_{ee}$  é a chamada função de resfriamento ou emissividade espectral devido ao processo de Brehmsstrahlung. Esta função depende da temperatura do gás e da energia emitida em raios-X como observada no sistema em repouso do aglomerado.

Para calcular a distância diâmetro angular, valemos-nos das diferentes dependências funcionais com a densidade que os processos de emissão (raios-X) e de absorção (SZ) no gás apresentam, ou seja,

$$\Delta T_{RJ} \propto \int n_e dl \quad (4.3)$$

e

$$S_X \propto \int n_e^2 dl. \quad (4.4)$$

Geralmente, a densidade numérica e a temperatura são expressadas em termos de seus valores centrais  $n_{e0}$  e  $T_{e0}$ , e multiplicados por fatores adimensionais que descrevem a distribuição dessas quantidades no aglomerado,

$$n_e(\mathbf{r}) = n_{e0} f_n(\theta, \phi, \xi), \quad (4.5)$$

$$T_e(\mathbf{r}) = T_{e0} f_T(\theta, \phi, \xi), \quad (4.6)$$

$$\Lambda_e(E, T) = \Lambda_{e0} f_\Lambda(\theta, \phi, \xi). \quad (4.7)$$

Nas expressões acima, é suposto um sistema de coordenadas cilíndricas, no qual,  $\theta$  é um ângulo de referência medido a partir da linha de visada que passa pelo centro do aglomerado,  $\phi$  é o ângulo azimutal no aglomerado, e  $\xi = l/D_A$ , com  $D_A$  a distância diâmetro angular (fig. 4.1).

Para um modelo isotérmico do gás, as funções  $f_T$  e  $f_\Lambda$  são iguais à unidade, pois a temperatura e a emissividade são constantes no aglomerado.

Pode-se mostrar [5] que, se expressarmos (4.1) e (4.2) como função dos fatores  $f$  obtemos:

$$\Delta T_{RJ} = -2T_{RCF} \frac{K_B T_{e0}}{m_e c^2} \sigma_T n_{e0} D_A \int d\xi f_n f_T \equiv N_{SZ} \Theta_1 \quad (4.8)$$

$$S_X = \frac{D_A}{4\pi(1+z)^3} \Lambda_{e0} n_{e0}^2 \int d\xi f_n^2 f_\Lambda \equiv N_X \Theta_2^2 \quad (4.9)$$

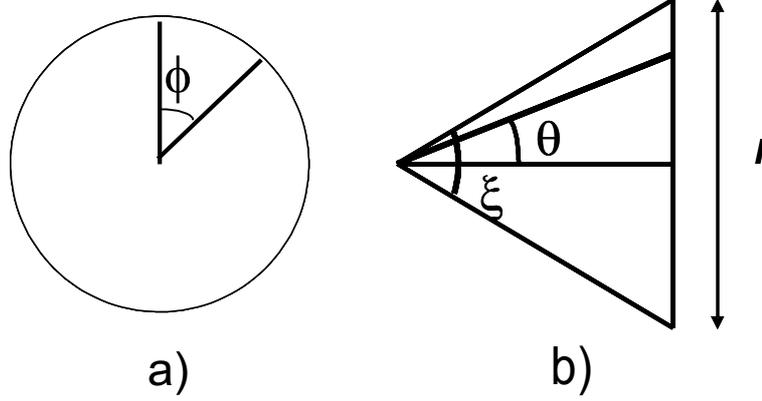


Figura 4.1: Sistema de coordenadas para os fatores de forma dos aglomerados; (a) vista frontal, (b) vista transversal.

Nas equações acima,  $\Theta_1$  e  $\Theta_2$  contém a informação sobre a estrutura do aglomerado e os detalhes da modelagem do gás para o ajuste dos perfis observados, isto é,

$$\Theta_1 = \int d\xi f_n f_T, \quad (4.10)$$

$$\Theta_2 = \int d\xi f_n^2 f_\Lambda \quad (4.11)$$

Uma vez conhecidos os perfis da distribuição da densidade e a temperatura no aglomerado, eliminando  $n_{e0}$  das equações anteriores, podemos calcular a distância diâmetro angular:

$$D_A = \frac{N_{SZ}^2}{N_X} \left( \frac{m_e c^2}{K_B T_{e0}} \right)^2 \frac{\Lambda_{e0}}{16\pi\sigma_T^2 T_{RCF}^2 (1+z)^3}. \quad (4.12)$$

O modelo mais usado para ajustar o brilho superficial em raios-X é o chamado modelo  $\beta$  isotérmico de Cavaliere & Fusco-Fermiano, descrito no capítulo 2. Ele supõe simetria esférica na distribuição do gás e temperatura constante em todo o aglomerado, de modo que a temperatura dos elétrons é igual à temperatura no centro  $T_e = T_{e0}$ , o que, por sua vez, implica  $\Lambda_{e0} \equiv \Lambda_e(T_{e0})$  e  $f_T = f_\Lambda = 1$  [5].

A forma da densidade numérica dos elétrons é dada por [11]

$$n_e = n_{e0} \left( 1 + \frac{r^2}{R_C^2} \right)^{-3\beta/2}, \quad (4.13)$$

sendo que  $n_{e0}$  o valor da densidade no centro do aglomerado,  $R_C$  o raio do caroço central, e,  $\beta$  o parâmetro definido na equação (2.30), o qual usualmente toma valores da ordem de 1.

Pode-se mostrar [5] que, para essa distribuição,

$$f_n = \left(1 + \frac{\theta^2 + \xi^2}{\theta_C^2}\right)^{-3\beta/2}, \quad (4.14)$$

onde  $\theta_C = \frac{R_C}{D_A}$  é uma medida angular do raio do caroço quando se projeta o aglomerado no plano do céu. Usando (4.14), podemos escrever os fatores de estrutura (4.10) e (4.11) como:

$$\Theta_1 = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3\beta/2 - 1/2)}{\Gamma(3\beta/2)} \theta_C \left(1 + \frac{\theta^2}{\theta_C^2}\right)^{\frac{1}{2} - 3\beta} \quad (4.15)$$

$$\Theta_2 = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3\beta/2 - 1/2)}{\Gamma(3\beta/2)} \theta_C \left(1 + \frac{\theta^2}{\theta_C^2}\right)^{\frac{1}{2} - \frac{3\beta}{2}} \quad (4.16)$$

Os perfis obtidos das equações anteriores, são ajustados com as imagens observadas dos aglomerados. Assim são determinados os valores dos diferentes parâmetros do modelo. Valores típicos desses ajustes são  $\beta \approx 0,7$  e  $R_C \approx 150 h^{-1} kpc$ .

Uma vez que a distância diâmetro angular foi estimada pelo método que descrevemos acima, compara-se com a distância calculada teoricamente para uma determinada cosmologia. Para o caso de um universo com constante cosmológica, por exemplo, a expressão é dada por [10]

$$D_A = \frac{c}{H_0} \frac{1}{(1+z)|\Omega_K|^{1/2}} \text{senn}[|\Omega_K|^{1/2} \int_0^z [(1+x)^3(1+\Omega_M x) - x(2+x)\Omega_\Lambda]^{-1/2} dx] \quad (4.17)$$

onde

$$\text{senn}(x) \begin{cases} \text{senh}(x), & \text{se } \Omega_K > 0; \\ x, & \text{se } \Omega_K = 0; \\ \text{sen}(x), & \text{se } \Omega_K < 0. \end{cases}$$

em que vale a relação  $\Omega_k + \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ .

## 4.2 O Teste $\chi^2$ e o Cálculo de Parâmetros Cosmológicos

Depois de calcular a distância diâmetro angular teórica (eq. (4.17)) e determinada a distância diâmetro angular através da eq. (4.12), podemos comparar resultados dos dois procedimentos para determinar os parâmetros que melhor ajustam o modelo aos dados experimentais. Com esse propósito, uma ferramenta muito usada é o chamado teste

estatístico Chi Quadrada. Este teste permite dizer se existe diferença significativa entre um conjunto de dados observados e um modelo teórico.

Vamos supor que temos um modelo cosmológico que depende de um conjunto de  $m$  parâmetros. Dada a função,

$$\chi^2 \equiv \sum_i^N \left( \frac{f_i^t(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m) - f_i^{exp}}{\sigma_i^{exp}} \right)^2, \quad (4.18)$$

queremos obter valores para os parâmetros  $\theta_i$  que minimizam a função  $\chi^2$ .

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m$ , são conhecidos como parâmetros livres do modelo,  $f_i^t$  são os valores teóricos fornecidos pelo modelo,  $f_i^{exp}$  os valores observados e  $\sigma_i^{exp}$  é o erro estimado para cada um desses valores experimentais.

No teste Chi quadrada define-se o número efetivo de graus de liberdade como  $n = N - m$ , onde  $N$  é tamanho da amostra e,  $m$ , o número de parâmetros livres  $\theta$ . Diz-se que um modelo teórico ajusta bem um conjunto de dados experimentais, quando o valor mínimo calculado para a função  $\chi^2$  é aproximadamente igual ao número efetivo de graus de liberdade.

Os níveis de confiança em um espaço de parâmetros de  $m$  dimensões  $\theta_1 \times \theta_2 \times \dots \times \theta_{m-1} \times \theta_m$ , são determinados através do valor de  $\Delta\chi^2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m)$ , definido por

$$\Delta\chi^2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m) \equiv \chi^2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m) - \chi_{min}^2 \quad (4.19)$$

Assim, por exemplo, se considerarmos o caso distribuição gaussiana com dois parâmetros livres encontramos que para um valor de  $\Delta\chi^2 = 2, 3$  corresponde um nível de confiança de  $1\sigma = 68, 3\%$ ,  $\Delta\chi^2 = 6, 17$  corresponde a  $2\sigma = 95, 4\%$ , etc. Valores de  $\Delta\chi^2$  e seus correspondentes níveis de confiança, segundo o número de parâmetros livres, aparecem tabelados em diversos livros de texto de estatística.

No capítulo seguinte, aplicaremos este teste para obter vínculos sobre parâmetros cosmológicos usando uma amostra de aglomerados de galáxias.

### 4.3 A Matriz de Fisher

Vamos supor agora, que temos um conjunto  $i$ , de dados  $f_1, f_2, \dots, f_i$  que dependem de  $m$  parâmetros,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, \theta_m$ . Para determinar que tão acuradamente podemos estimar os parâmetros do modelo usando o conjunto de dados definimos a matriz de informação de Fisher como [56]:

$$F_{ij} \equiv \left\langle \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right\rangle \quad (4.20)$$

onde,  $L = -\ln \mathcal{L}$  e  $\mathcal{L}$  é a verosimilhança. No presente trabalho usamos a matriz de Fisher para calcular a covariança dos parâmetros através da relação:

$$\sigma_{\theta_i, \theta_j}^2 \geq (F^{-1})_{ij}. \quad (4.21)$$

Do anterior se segue que se todos os outros parâmetros são fixados

$$\sigma_{\theta_i} \geq \sqrt{\frac{1}{F_{ii}}}. \quad (4.22)$$

Se os outros parâmetros podem ser bem estimados dos dados existentes, podemos escrever diretamente

$$\sigma_{\theta_i} = (F^{-1})_{ii}^{1/2}. \quad (4.23)$$

## 4.4 Fontes de Erro na determinação de parâmetros cosmológicos

A seguir, apresentaremos algumas das incertezas mais comuns no cálculo de parâmetros cosmológicos usando a técnica anteriormente descrita.

- **Incerteza na medição da temperatura do gás intra-aglomerado**

As medidas de temperatura do gás são feitas através de espectroscopia. A magnitude da variação da temperatura devido ao efeito SZ, depende linearmente da temperatura dos elétrons no gás como se vê em (4.8). Assim, a massa estimada do gás e a distância diâmetro angular como calculada na equação (4.12), são muito sensíveis ao erro nessa quantidade. O problema é ainda maior quando se assume um modelo como o  $\beta$  isotérmico, pois a temperatura é considerada constante em todo o aglomerado.

- **Subaglomerações**

Tradicionalmente, quando é modelado o perfil de densidade do gás, supõe-se que este varie somente em função do raio. Contudo, muitos aglomerados apresentam subestruturas que, quando são menores que a resolução angular do detector podem

levar a superestimar a emissão em raios-X. Por sua vez, isto subestima a distância diâmetro angular devido a que  $D_A \propto S_X^{-1}$ . Assim, a relação entre a distância real e a estimada é

$$D_{A,Real} = D_{A,Est} C_n, \quad (4.24)$$

sendo  $C_n$  um fator de subestrutura dado por [4]:

$$C_n \equiv \frac{\langle n_e^2 \rangle}{\langle n_e \rangle^2} \geq 1 \quad (4.25)$$

Na literatura [9], em geral, usa-se  $C_n = 1$  para ajustar os perfis de raios-X e para os cálculos da temperatura.

- **Efeito SZ Cinemático**

Na equação (4.8) foi considerado apenas o efeito SZ térmico. O efeito cinemático é aproximadamente 4% do térmico quando são usadas temperaturas típicas para o gás de ( $T_e = 8 \text{ KeV}$ ).

- **Fontes não resolvidas de raios-X**

Até que o sinal vindo de um aglomerado seja captado por um detector, tanto em terra quanto em órbita, ele terá que atravessar regiões onde existem outras aglomerações de matéria, algumas das quais possuem halos extensos com possibilidade de emissões não térmicas.

Muitos aglomerados possuem galáxias gigantes do tipo  $cD$  que apresentam grande atividade em ondas de rádio e que podem ser interpretadas erroneamente como provenientes de emissão do gás.

As fontes de erro descritas acima, são apenas algumas das dificuldades encontradas no ajuste de perfis teóricos de emissão em raios-X e do efeito SZ em aglomerados. Alguns outros tipos de causas de erro são descritos em [7] e [27], incluindo fluxos de resfriamento e erros instrumentais.

# Capítulo 5

## Cálculo de Parâmetros Cosmológicos

Neste capítulo, apresentamos estimativas de parâmetros cosmológicos usando a distância diâmetro angular de uma amostra de 38 aglomerados [7]. Fazemos uma estimativa da constante de Hubble e, usando um agrupamento dos dados no desvio para o vermelho, são obtidos, também, vínculos para o parâmetro  $w$  da equação de estado e para o parâmetro de densidade de matéria ( $\Omega_{m0}$ ).

### 5.1 Descrição da Amostra

#### 5.1.1 Efeito Sunyaev-Zel'Dovich e Raios-X

A amostra usada em [7] contém 38 aglomerados localizados numa faixa de desvio para o vermelho  $0,14 \leq z \leq 0,89$ . Os aglomerados foram observados em dois comprimentos de onda diferentes, como detalhado a seguir.

Observações em raios-X foram feitas pelo satélite *Chandra* com dois tipos de detectores: ACIS-I e ACIS-S, que produzem imagens espectroscópicas com uma resolução de aproximadamente  $0,5''$ . Das imagens obtidas podem ser extraídas informações sobre a temperatura e a metalicidade do gás intra-aglomerado.

Na faixa milimétrica de comprimento de onda foram usados dados dos conjuntos de radiotelescópios Berkeley-Illinois-Maryland Association Observatory (BIMA) e o Owens Valley Radio Observatory (OVRO). Esses rádio-observatórios estão equipados com receptores capazes de captar sinais entre  $26GHz - 36GHz$ . Eles permitem elaborar mapas do efeito Sunyaev-Zel'Dovich em aglomerados de galáxias.

Na referência [7], são apresentados dados sobre temperatura, raio do caroço, coordenadas do aglomerado, densidades centrais, entre outros. Isto pode ser visto nas tabelas

anexas nas figuras 5.6 e 5.7. A distância diâmetro angular é calculada usando a equação (4.12), para três modelos distintos de distribuição da densidade: um modelo  $\beta$  isotérmico simples, um modelo  $\beta$  isotérmico duplo, proposto em [33], que prevê a existência de fluxos de resfriamento central no aglomerado, e um modelo isotérmico que suprime a região central do aglomerado para eliminar a influência de fluxos de resfriamento.

### 5.1.2 Oscilações Acústicas de Bárions (BAO's)

Na época anterior à recombinação, que é a época na qual os núcleos atômicos se juntaram aos elétrons para formar átomos neutros, os fótons, elétrons e prótons interagem fortemente comportando-se como se fossem um único fluido bárion-fóton. Esse fluido, sob a influência gravitacional da matéria escura, tendia a se aglomerar mas a pressão exercida pelos fótons se opunha a esse colapso gravitacional, fazendo com que o fluido se expandisse novamente. Essa expansão era novamente freada pela ação gravitacional, e novamente o colapso gravitacional ocorria. Este processo cíclico de compressão e expansão produziu no espectro angular de temperatura da radiação cósmica de fundo o que é conhecido com o nome de picos acústicos. Esse mesmo fenômeno aparece também no espectro de potência da matéria e leva o nome de oscilações acústicas de bárions (BAO) [14]. Em um estudo feito com uma amostra de espectros de galáxias vermelhas do Sloan Digital Sky Survey (SDSS), foram observadas oscilações acústicas em um desvio para o vermelho da ordem de  $z = 0.35$  [14]. Um parâmetro relevante nesse estudo é definido por

$$A = \sqrt{\Omega_m} E(0.35)^{-1/3} \left[ \frac{1}{0.35} \int_0^{0.35} \frac{dz'}{E(z')} \right]^{2/3}, \quad (5.1)$$

onde  $E(z) = H(z)/H_0$ . Essa quantidade foi estimada para a amostra do SDSS obtendo-se o valor  $A = 0.469 \pm 0.017$  [14].

## 5.2 Metodologia

No presente trabalho, para estimar parâmetros cosmológicos, usamos os dados obtidos em [7], considerando um modelo de densidade  $\beta$  isotérmico duplo, mostrado na equação (2.32). Em nossa investigação adotamos um modelo cosmológico do tipo  $X - CDM$ , no qual a componente de energia escura é caracterizada por um parâmetro da equação de estado  $w$  constante. Considerando a curvatura espacial igual a zero, a distância diâmetro angular para esse modelo é dada por:

$$D_{At} = \frac{c}{(1+z)H_0} \int_0^z [(1+x)^3 \Omega_{m,0} + (1+x)^{3(1-w)} (1 - \Omega_{m,0})]^{-1/2} dx, \quad (5.2)$$

onde  $H_0 = 100h \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Inicialmente, procuramos vincular  $\Omega_{m0}$  e  $w$  comparando as distâncias que são apresentadas em [7] com aquelas calculadas através da equação (5.2). Devido à dispersão dos dados, os vínculos obtidos para o parâmetro de densidade de matéria e para  $w$  não foram satisfatórios. Dividimos, então, os aglomerados em cinco grupos (“bins”), ordenados de forma crescente de desvio para o vermelho.

Propomos então uma distância diâmetro angular experimental média do  $i$ -ésimo “bin” através da relação

$$\bar{D}_{Ai} = \frac{m}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{D_{Aj}}}, \quad (5.3)$$

onde  $m$  é o número de aglomerados desse “bin”, e  $D_{Aj}$  é a distância diâmetro angular do  $j$ -ésimo aglomerado da amostra pertencente ao “bin”. Com esse procedimento acreditamos ter reduzido possíveis erros sistemáticos na determinação da distância diâmetro angular dos aglomerados. Outros tipos de agrupamentos tem sido feitos por exemplo para distância luminosidade em [58] e para tamanho angular em aglomerados em [19].

Para cada grupo foi calculada a distância diâmetro angular usando (5.2) adotando o desvio para o vermelho médio de cada grupo.

Uma vez calculadas as distâncias teóricas e experimentais médias, foi feita uma análise com o teste estatístico “Chi quadrada” descrito no capítulo anterior. A função

$$\chi_{DA}^2 = \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\bar{D}_{Ai} - D_{At}(\Omega_m, w, z_i)}{\sigma_{bi}} \right)^2, \quad (5.4)$$

foi minimizada para obter os melhores ajustes dos parâmetros  $w$  e  $\Omega_{m0}$ . Na equação acima usamos, que em cada “bin”,  $\sigma_{bi}^2 = 1/m \sum_{j=1}^m \sigma_j^2$ . Os níveis de verossimilhança constante de 68,3% e 95,4% foram obtidos através do método  $\Delta\chi^2$  e são mostrados na figura 5.1. O resultado obtido demonstra que, com os dados disponíveis, o poder de vínculo desse teste é ainda bastante fraco.

Para vincular melhor os parâmetros estudados, levamos a cabo uma nova minimização, mas desta vez foi usada uma função  $\chi_c^2$  que combina o teste descrito acima e um teste que usa observações de oscilações acústicas de bárions.

O  $\chi^2$  usado o observável  $A$  definido em (5.1) para o teste com BAO é

$$\chi_{BAO}^2(\Omega_{m,0}) = \left( \frac{|0.469 - A(\Omega_{m,0})|}{0.017} \right)^2. \quad (5.5)$$

A combinação dos testes envolve uma multiplicação das verossimilhanças ou, de forma equivalente, a soma dos  $\chi^2$ . Assim, a nova função a ser minimizada é

$$\chi_c^2 = \chi_{BAO}^2 + \chi_{DA}^2. \quad (5.6)$$

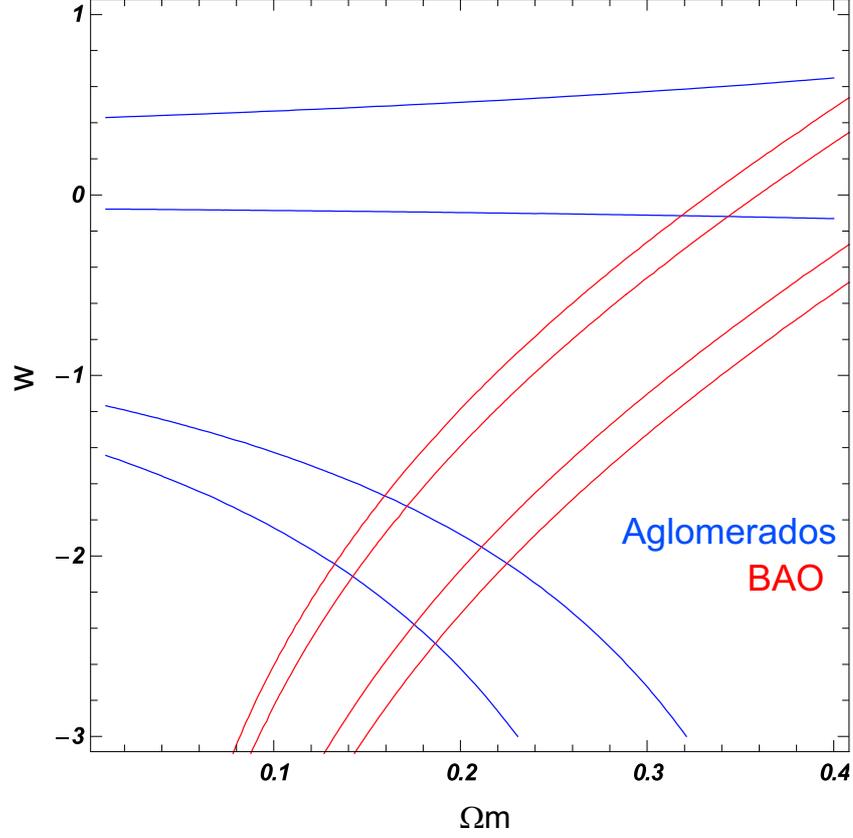


Figura 5.1: Níveis de confiança de 68, 3% e 95, 4% para os parâmetros  $w$  e  $\Omega_m$  nas duas técnicas separadas, BAO e SZ/raios-X

Aqui estamos considerando que não há correlação entre os dois testes, isto é, que as duas técnicas são independentes. Feita a minimização, repete-se o procedimento descrito anteriormente e determina-se os níveis de confiança em  $1\sigma$  e  $2\sigma$  para  $\Omega_m$  e  $w$ . O resultado encontra-se na figura 5.2.

Usando os dados originais (sem agrupar) apresentados em [7] e novamente os dados vindos da observação de oscilações acústicas de bárions aplicamos o teste  $\chi^2$ , desta vez assumindo um modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM ( $w = -1$ ) com curvatura nula. Nosso objetivo agora é encontrar vínculos sobre a constante de Hubble e a densidade de matéria  $\Omega_{m0}$ . O teste que envolve BAO tem a característica de ser independente de  $H_0$ . Contudo, no caso em estudo, ele vincula fortemente o parâmetro  $\Omega_{m0}$ . A função  $\chi^2$  usada para esta análise foi:

$$\chi_{c2}^2 = \chi_{BAO}^2 + \sum_{i=1}^{38} \left( \frac{D_A^i - D_{At}^i(\Omega_m, h)}{\sigma_i} \right)^2. \quad (5.7)$$

Os resultados de nosso estudo são apresentados na figura 5.5.

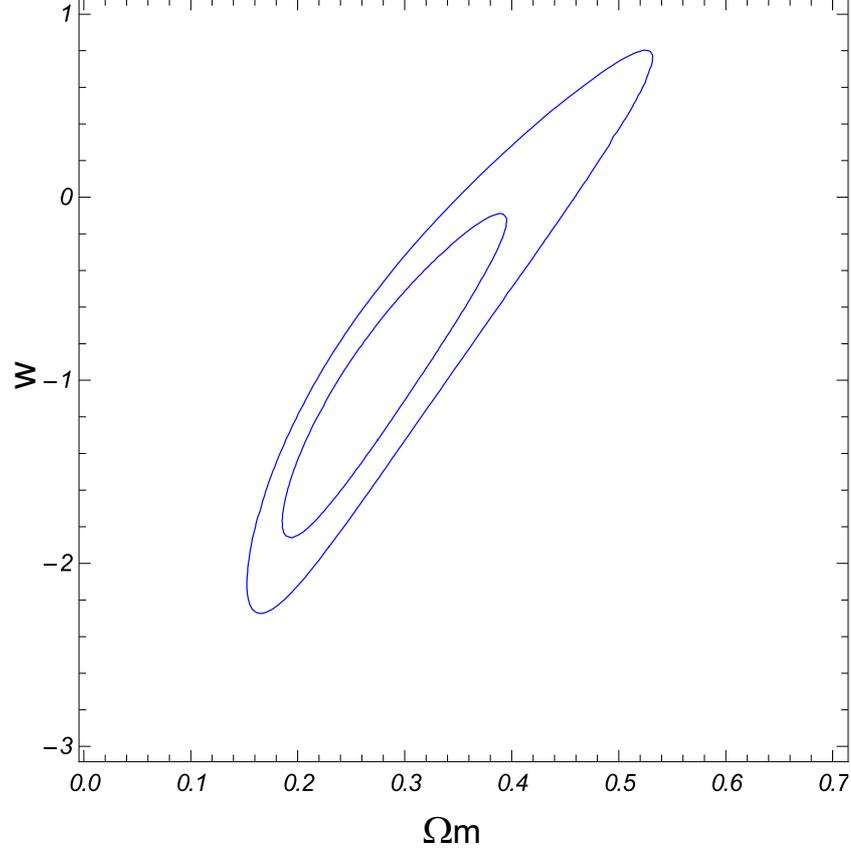


Figura 5.2: Contornos de confiança de 68,3% e 95,4% para os parâmetros  $w$  e  $\Omega_m$  combinando BAO e SZ/raios-X.

### 5.3 Resultados e Discussão

Usando os dados agrupados, a partir da minimização da função  $\chi_c^2$  e usando uma técnica que envolve a matriz de Fisher equação (4.22), obtivemos com um nível de confiança  $1\sigma$ ,  $w = -1,09 \pm 0,55$  e  $\Omega_m = 0,26 \pm 0,06$ . No espaço de parâmetros  $(\Omega_{m0}, w)$ , os níveis de confiança 68,3% e 95,4% para o teste combinado é exibido na figura 5.2. A curva de melhor ajuste, os dados originais e os dados agrupados são mostrados nas figuras 5.4 e 5.5.

Os resultados obtidos mostram que, embora a agrupamento de dados tenha tido sucesso na redução da dispersão da amostra e, portanto reduzido a  $\chi^2$  desta, os dados da distância diâmetro angular fornecidos por [7] não conseguem impor vínculos fortes sobre o parâmetro  $w$  da equação de estado. Isto pode ser visto nas figuras 5.1 e 5.2. As incertezas descritas no capítulo 4 somadas ao baixo número de aglomerados em alto desvio para o vermelho, para os quais ainda não existem dados precisos do efeito SZ, influenciam de

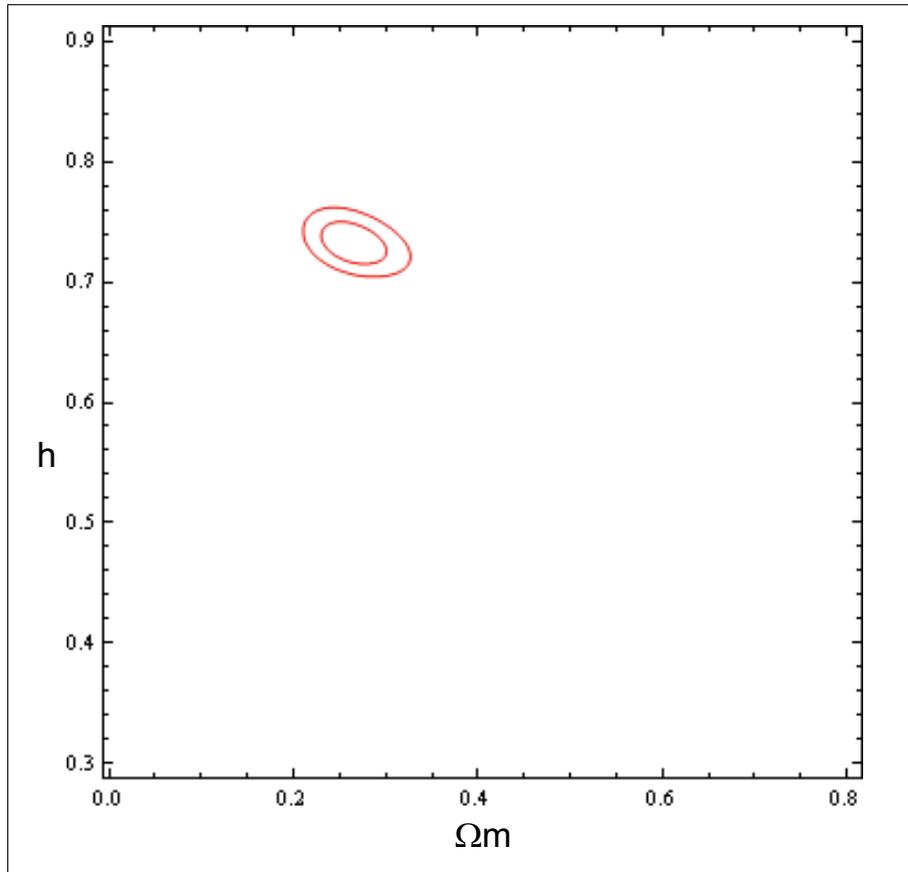


Figura 5.3: Contornos de confiança de 68,3% e 95,4% no espaço de parâmetros de  $h$  e  $\Omega_m$  combinando BAO e SZ/raios-X.

forma notável os resultados.

Embora o modelo com  $w = -1$  esteja em excelente acordo com os dados observacionais, os testes que utilizamos não conseguem descartar modelos fantasma ( $w < -1$ ) e nem mesmo modelos em que não haja aceleração ( $w < -1/3$ ). Assim, concluímos que, no estágio atual, o teste mostra-se pouco restritivo quando se procura estabelecer a identidade da componente de energia escura.

Para a análise feita com os dados não agrupados e usando um modelo  $\Lambda$ CDM (fixamos  $w = -1$ ) com  $k = 0$ , encontramos:  $h = 0,73 \pm 0,02$  e  $\Omega_m = 0,26 \pm 0,01$  ( $1\sigma$ ). Os níveis de confiança no espaço de parâmetros ( $\Omega_{m0}, h$ ) para este teste são mostrados na figura (5.3). Os resultados obtidos estão em excelente concordância com os valores obtidos em [7], onde a minimização foi feita com uma cadeia de Markov e um algoritmo de Monte Carlo. Os valores encontrados também são semelhantes aos resultados obtidos por [12], onde também é usado o teste  $\chi^2$  e a técnica de minimização conjunta (BAO/SZ/raios-X) para

uma outra amostra com 25 aglomerados [13]. Este resultado mostra que a combinação desses testes é uma abordagem interessante para calcular a constante de Hubble e vincular o parâmetro de densidade de matéria. Evidentemente outros testes como os de supernovas do tipo Ia (ou outros) poderiam ter sido usados para restringir ainda mais o espaço de parâmetros. De fato, no caso investigado, há uma certa complementaridade entre esses testes. Contudo, nosso objetivo aqui foi principalmente ilustrar o potencial futuro de testes semelhante e que envolvem aglomerados de galáxias.

Resumindo, da discussão anterior, podemos concluir que a informação extraída usando a distância diâmetro angular em aglomerados é ainda pouco precisa quando se vincula a componente de energia escura, mas a técnica fornece bons resultados quando é aplicada na estimativa da constante de Hubble.

Para melhorar este tipo de análise, espera-se que nos próximos anos novos levantamentos como o South Pole Telescope e o Dark Energy Survey forneçam uma maior quantidade de dados e informações mais completas sobre aglomerados de galáxias em alto e baixo desvio para o vermelho, permitindo ampliar o conhecimento dos perfis de densidade e de brilho, tanto para raios-X, quanto para o efeito SZ.

Como mencionado acima, um possível desdobramento deste trabalho é a combinação da técnica usada com outros testes como fração de bárions em aglomerados [38] e supernovas do tipo Ia, para obter vínculos mais precisos sobre os parâmetros estudados. O uso de parametrizações mais realistas para  $w$  ou mesmo parametrizações de outras quantidades (como o parâmetro de desaceleração) podem, no futuro, também fornecer resultados interessantes que poderão ser confrontados com aqueles encontrados com o uso de outros testes cosmológicos.

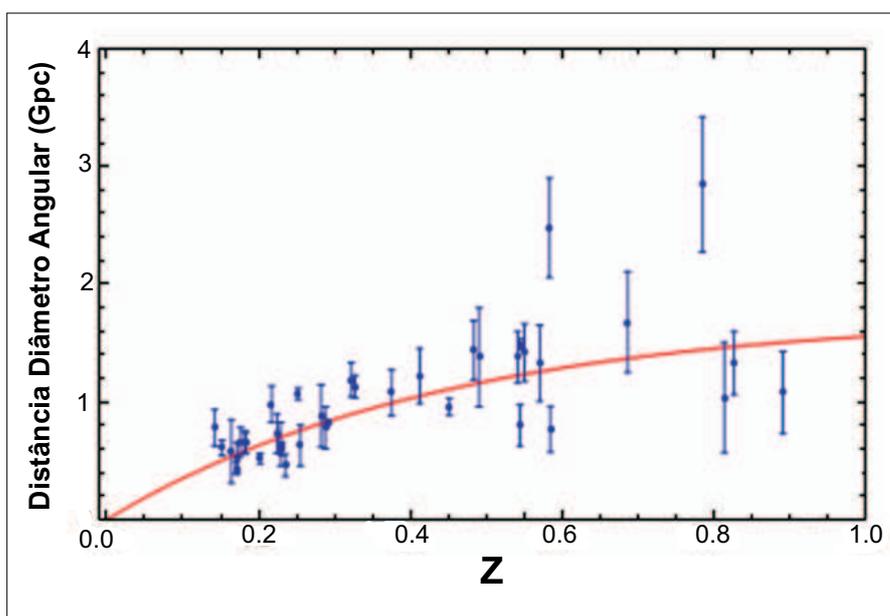


Figura 5.4: Dados originais sem agrupar e a curva de melhor ajuste com  $w = -1,09$  e  $\Omega_m = 0,26$ .

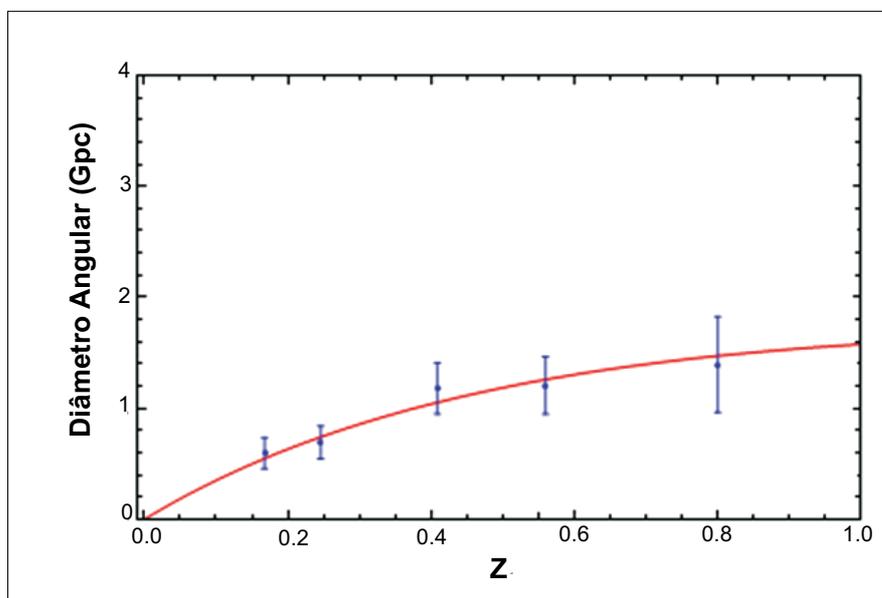


Figura 5.5: Dados agrupados e a curva de melhor ajuste.

Cluster	z	Chandra X-ray Data					Interferometric SZE Data					z reference
		ObsID	Chip	(ks)	(hh mm ss)	( $\circ$ $l$ $\#$ )	BIMA (hr)	OVRO (hr)	(hh mm ss)	( $\circ$ $l$ $\#$ )		
CL 0016.4-1609	0.541	520	13	67.4	00 18 33.5	+16 26 12.5	43	100	00 18 33.3	+16 26 04.0	Stocke et al. (1991)	
Abell 68	0.255	3290	13	10.0	00 37 06.2	+09 09 33.2	54	-	00 37 04.0	+09 10 02.5	Struble & Rood (1999)	
Abell 267	0.230	1448	13	7.4	01 52 42.1	+01 00 35.7	30	-	01 52 42.3	+01 00 26.0	Struble & Rood (1999)	
Abell 370	0.375	515	S3	65.3	02 39 53.2	-01 34 35.0	26	33	02 39 52.4	-01 34 43.8	Struble & Rood (1999)	
MS 0451.6-0305	0.250	902	S3	42.2	04 54 11.4	-03 00 52.7	-	30	04 54 11.6	-03 01 01.3	Gioia & Luppino (1994)	
		529	13	13.9								
MACS J0647.7+7015	0.584	5196	13	19.3	06 47 50.2	+70 14 54.6	-	23	06 47 50.2	+70 14 56.1	LaRoque et al. (2003)	
		3584	13	20.0								
Abell 586	0.171	530	13	10.0	07 32 20.2	+31 37 55.6	45	-	07 32 19.6	+31 37 55.3	Struble & Rood (1999)	
MACS J0744.8+3927	0.686	5197	13	20.2	07 44 52.8	+39 27 26.7	8	17	07 44 52.4	+39 27 33.2	LaRoque et al. (2003)	
		3585	13	19.4								
Abell 611	0.288	3194	S3	36.1	08 00 56.6	+36 05 24.1	-	57	08 00 56.5	+36 03 22.9	Struble & Rood (1999)	
Abell 635	0.182	3586	13	29.7	08 30 55.1	+65 50 51.6	52	16	08 30 58.6	+65 50 49.8	Struble & Rood (1999)	
		551	13	9.0								
Abell 697	0.282	4217	13	19.5	08 42 57.5	+36 21 56.2	-	47	08 42 57.8	+36 21 54.5	Struble & Rood (1999)	
Abell 775	0.217	533	13	11.3	09 17 52.8	+51 43 38.9	26	66	09 17 53.5	+51 43 49.8	Struble & Rood (1999)	
		3588	13	9.4								
ZW 3146	0.291	909	13	46.0	10 23 39.7	+04 11 09.5	25	15	10 23 37.8	+04 11 17.8	Allen et al. (1992)	
MS 1054.5-0321	0.826	512	S3	89.1	10 56 59.4	-03 37 34.2	-	43	10 56 59.1	-03 37 34.0	Luppino & Gioia (1995)	
MS 1137.5+6625	0.784	536	13	77.0	11 40 22.3	+66 08 16.0	88	-	11 40 23.1	+66 08 05.3	Donahue et al. (1999)	
MACS J1149.5+2223	0.544	1656	13	18.5	11 49 35.5	+22 24 02.3	39	-	11 49 34.9	+22 23 54.8	LaRoque et al. (2003)	
		3589	13	20.0								
Abell 1413	0.142	1661	13	9.7	11 55 18.0	+23 24 17.0	28	-	11 55 17.7	+23 24 39.5	Struble & Rood (1999)	
		537	13	9.6								
CL J1226.9+3332	0.800	3180	13	31.7	12 26 57.9	+33 32 47.4	33	-	12 26 58.0	+33.32 57.9	Ebeling et al. (2001b)	
		932	S3	9.9								
MACS J1311.0-0310	0.490	3258	13	14.9	13 11 01.7	-03 10 38.5	39	-	13 11 02.2	-03 10 45.6	Allen et al. (2004)	
Abell 1689	0.183	1663	13	10.7	13 11 29.5	-01 20 28.2	16	26	13 11 29.1	-01 20 29.7	Struble & Rood (1999)	
		540	13	10.3								
RX J1347.5-1145	0.451	3292	13	57.7	13 47 30.6	-11 45 08.6	22	3	13 47 30.6	-11 45 12.3	Schindler et al. (1995)	
MS 1358.4+6245	0.327	516	S3	48.1	35 59 50.6	+62 31 04.1	70	-	35 59 50.2	+62 31 07.0	Gioia & Luppino (1994)	
Abell 1835	0.252	495	S3	19.5	14 01 02.0	+02 52 41.7	27	23	14 01 01.8	+02 52 45.6	Struble & Rood (1999)	
		496	S3	10.7								
MACS J1423.8+2404	0.545	4195	S3	115.6	14 23 47.9	+24 04 42.6	35	-	14 23 47.7	+24 04 37.3	LaRoque et al. (2003)	
Abell 1914	0.171	3293	13	18.9	14 26 00.8	+37 49 35.7	24	-	14 26 01.3	37 49 38.6	Struble & Rood (1999)	
		542	13	8.1								
Abell 1995	0.322	906	S3	56.7	14 52 57.9	+58 02 55.8	30	58	14 52 58.1	+58 02 57.0	Patel et al. (2000)	
Abell 2111	0.220	544	13	10.3	15 39 41.0	+34 25 08.8	36	-	15 39 40.2	+34 25 00.4	Struble & Rood (1999)	
Abell 2163	0.202	1633	11	71.1	16 15 46.2	-06 08 51.3	23	37	16 15 43.6	-06 08 46.6	Struble & Rood (1999)	
Abell 2204	0.152	499	S3	8.6	16 32 46.9	+05 34 31.9	30	-	16 32 46.6	+05 34 20.6	Struble & Rood (1999)	
		6104	13	9.6								
Abell 2218	0.176	1696	10	41.7	16 35 51.9	+66 12 34.5	32	70	16 35 48.7	+66 12 28.1	Struble & Rood (1999)	
RX J1716.4+6708	0.813	548	13	51.7	17 16 48.8	+67 08 25.3	37	-	17 16 51.2	+67 07 49.6	Henry et al. (1997)	
Abell 2259	0.164	3245	13	10.0	17 20 08.5	+27 40 11.0	25	-	17 20 09.0	+27 40 09.4	Struble & Rood (1999)	
Abell 2261	0.224	550	13	9.1	17 22 27.1	+32 07 57.8	23	40	17 22 26.9	+32 07 59.9	Struble & Rood (1999)	
MS 2053.7-0449	0.583	551	13	44.3	20 56 21.2	-04 37 47.8	-	154	20 56 21.0	-04 37 47.2	Stocke et al. (1991)	
		1667	13	44.5								
MACS J2129.4-0741	0.870	3199	13	8.5	21 29 26.0	-07 41 28.7	-	24	21 29 24.9	-07 41 43.9	LaRoque et al. (2003)	
		3595	13	18.4								
RX J2129.7+0005	0.235	552	13	10.0	21 29 39.9	+00 05 19.8	47	-	21 29 38.1	+00 05 12.4	Ebeling et al. (1998)	
MACS J2214.9-1329	0.483	3259	13	19.5	22 14 57.3	-14 00 12.3	41	11	22 14 58.4	-14 00 10.9	Note (*)	
		5011	13	16.1								
MACS J2228.5+2056	0.412	3285	13	19.9	22 28 33.0	+20 37 14.4	39	-	22 28 33.1	+20 37 14.2	Böhringer et al. (2000)	

Figura 5.6: Informação sobre o desvio para o vermelho da amostra de aglomerados [7].

Cluster	$N$ ( $10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ )	$r_s$ (arcsec)	$n_{e0}$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$r_{e1}$ (arcsec)	$\beta$	$f$	$r_{e2}$ (arcsec)	$D_A$ Gpc
CL 0016+1600	$0.10^{+0.14}_{-0.06}$	$225^{+253}_{-27}$	$1.40^{+0.18}_{-0.15} \times 10^{-2}$	$10.3^{+4.4}_{-2.5}$	$0.761^{+0.031}_{-0.026}$	$0.48^{+0.05}_{-0.05}$	$47.8^{+3.5}_{-3.7}$	$1.38^{+0.22}_{-0.22}$
Abell 0068	$3.29^{+7.85}_{-3.51}$	$70^{+62}_{-27}$	$8.89^{+1.63}_{-1.17} \times 10^{-3}$	-	$0.693^{+0.085}_{-0.029}$	-	$47.8^{+2.4}_{-2.8}$	$0.63^{+0.16}_{-0.19}$
Abell 0267	$2.02^{+3.81}_{-1.24}$	$75^{+50}_{-31}$	$1.17^{+0.17}_{-0.10} \times 10^{-2}$	-	$0.698^{+0.031}_{-0.030}$	-	$40.9^{+2.8}_{-2.8}$	$0.60^{+0.09}_{-0.09}$
Abell 0370	$1.63^{+1.80}_{-0.37}$	$51^{+21}_{-12}$	$5.33^{+0.58}_{-0.40} \times 10^{-3}$	-	$0.740^{+0.035}_{-0.028}$	-	$55.6^{+3.1}_{-2.6}$	$1.08^{+0.19}_{-0.20}$
MS 0451.6-0905	$0.27^{+0.58}_{-0.16}$	$110^{+75}_{-44}$	$1.26^{+0.12}_{-0.09} \times 10^{-2}$	-	$0.777^{+0.019}_{-0.019}$	-	$34.5^{+1.1}_{-1.1}$	$1.42^{+0.26}_{-0.23}$
MACS J0647.7+7015	$12.01^{+16.67}_{-8.44}$	$36^{+23}_{-13}$	$2.10^{+0.34}_{-0.25} \times 10^{-2}$	-	$0.653^{+0.019}_{-0.017}$	-	$19.9^{+1.2}_{-1.2}$	$0.77^{+0.21}_{-0.18}$
Abell 0586	$1.78^{+1.97}_{-1.06}$	$102^{+40}_{-51}$	$1.83^{+0.25}_{-0.22} \times 10^{-2}$	-	$0.627^{+0.017}_{-0.013}$	-	$32.0^{+1.7}_{-1.4}$	$0.52^{+0.12}_{-0.12}$
MACS J0744.8+3927	$0.27^{+0.04}_{-0.22}$	$94^{+105}_{-51}$	$1.14^{+0.22}_{-0.15} \times 10^{-1}$	$3.4^{+0.6}_{-0.7}$	$0.635^{+0.023}_{-0.029}$	$0.93^{+0.01}_{-0.01}$	$25.5^{+1.4}_{-4.7}$	$1.68^{+0.16}_{-0.38}$
Abell 0611	$1.73^{+1.87}_{-0.90}$	$64^{+15}_{-12}$	$5.27^{+0.97}_{-1.00} \times 10^{-2}$	$2.8^{+0.4}_{-0.3}$	$0.600^{+0.014}_{-0.028}$	$0.66^{+0.06}_{-0.07}$	$22.5^{+1.6}_{-1.2}$	$0.78^{+0.18}_{-0.18}$
Abell 0665	$0.18^{+0.14}_{-0.09}$	$340^{+150}_{-86}$	$9.13^{+1.34}_{-1.06} \times 10^{-3}$	$3.2^{+0.3}_{-0.5}$	$0.730^{+0.015}_{-0.016}$	$0.11^{+0.10}_{-0.08}$	$64.4^{+1.2}_{-1.8}$	$0.66^{+0.05}_{-0.10}$
Abell 0697	$0.76^{+1.63}_{-1.22}$	$93^{+66}_{-38}$	$9.82^{+1.55}_{-0.88} \times 10^{-3}$	-	$0.584^{+0.014}_{-0.026}$	-	$41.6^{+1.6}_{-1.2}$	$0.88^{+0.30}_{-0.19}$
Abell 0773	$1.22^{+1.88}_{-0.88}$	$54^{+38}_{-19}$	$8.04^{+0.88}_{-0.64} \times 10^{-3}$	-	$0.564^{+0.026}_{-0.022}$	-	$40.2^{+1.2}_{-2.3}$	$0.98^{+0.19}_{-0.14}$
ZW 3146	$0.66^{+0.05}_{-0.06}$	$121^{+4}_{-5}$	$1.70^{+0.62}_{-0.05} \times 10^{-1}$	$4.4^{+0.1}_{-0.1}$	$0.668^{+0.025}_{-0.024}$	$0.881^{+0.004}_{-0.003}$	$25.5^{+0.7}_{-0.4}$	$0.83^{+0.02}_{-0.02}$
MS 1054-0321	$0.04^{+0.05}_{-0.02}$	$666^{+571}_{-259}$	$6.15^{+0.71}_{-0.55} \times 10^{-3}$	-	$1.791^{+0.146}_{-0.260}$	-	$83.7^{+4.9}_{-7.3}$	$1.33^{+0.28}_{-0.26}$
MS 1137.5+6625	$1.73^{+7.31}_{-1.40}$	$16^{+18}_{-9}$	$1.26^{+0.16}_{-0.11} \times 10^{-2}$	-	$0.667^{+0.044}_{-0.043}$	-	$14.2^{+1.5}_{-1.3}$	$2.86^{+0.52}_{-0.62}$
MACS J1149.5+2225	$0.74^{+3.05}_{-0.59}$	$110^{+46}_{-29}$	$8.53^{+1.04}_{-0.82} \times 10^{-3}$	-	$0.673^{+0.020}_{-0.022}$	-	$42.8^{+2.4}_{-2.4}$	$0.80^{+0.15}_{-0.16}$
Abell 1413	$0.47^{+0.82}_{-0.31}$	$121^{+21}_{-18}$	$3.66^{+0.82}_{-0.47} \times 10^{-2}$	$6.5^{+1.5}_{-1.3}$	$0.531^{+0.018}_{-0.014}$	$0.76^{+0.02}_{-0.02}$	$39.3^{+1.2}_{-1.1}$	$0.78^{+0.18}_{-0.12}$
CL J1226.9+3332	$4.09^{+3.58}_{-7.09}$	$46^{+34}_{-9}$	$3.01^{+0.42}_{-0.44} \times 10^{-2}$	-	$0.715^{+0.014}_{-0.038}$	-	$15.8^{+1.1}_{-1.4}$	$1.08^{+0.12}_{-0.28}$
MACS J1311.0-0310	$7.29^{+17.61}_{-7.09}$	$19^{+47}_{-9}$	$3.93^{+0.72}_{-0.55} \times 10^{-2}$	-	$0.613^{+0.022}_{-0.020}$	-	$9.3^{+0.7}_{-0.7}$	$1.38^{+0.47}_{-0.37}$
Abell 1689	$2.68^{+1.20}_{-1.16}$	$75^{+19}_{-10}$	$4.054^{+0.35}_{-0.26} \times 10^{-2}$	$21.7^{+0.9}_{-1.0}$	$0.873^{+0.029}_{-0.041}$	$0.87^{+0.01}_{-0.01}$	$104.9^{+5.1}_{-5.5}$	$0.65^{+0.09}_{-0.09}$
RX J1347.5-1145	$4.87^{+1.06}_{-0.37}$	$47^{+5}_{-6}$	$2.81^{+0.16}_{-0.13} \times 10^{-1}$	$3.9^{+0.2}_{-0.1}$	$0.631^{+0.009}_{-0.009}$	$0.942^{+0.004}_{-0.004}$	$22.9^{+1.8}_{-1.4}$	$0.96^{+0.06}_{-0.05}$
MS 1358.4+6245	$0.58^{+0.31}_{-0.18}$	$90^{+26}_{-18}$	$9.62^{+0.38}_{-0.43} \times 10^{-2}$	$3.3^{+0.2}_{-0.1}$	$0.675^{+0.017}_{-0.009}$	$0.934^{+0.004}_{-0.004}$	$37.2^{+1.4}_{-1.4}$	$1.13^{+0.08}_{-0.08}$
Abell 1835	$0.28^{+0.18}_{-0.08}$	$150^{+11}_{-11}$	$1.10^{+0.07}_{-0.02} \times 10^{-1}$	$9.3^{+0.2}_{-0.2}$	$0.798^{+0.015}_{-0.017}$	$0.940^{+0.001}_{-0.001}$	$63.7^{+1.2}_{-1.6}$	$1.07^{+0.02}_{-0.08}$
MACS J1423.8+2504	$1.83^{+0.02}_{-0.07}$	$33^{+1}_{-1}$	$1.60^{+0.02}_{-0.08} \times 10^{-1}$	$4.2^{+0.1}_{-0.1}$	$0.721^{+0.012}_{-0.008}$	$0.975^{+0.001}_{-0.001}$	$36.7^{+0.9}_{-0.7}$	$1.49^{+0.06}_{-0.03}$
Abell 1914	$5.79^{+2.60}_{-1.35}$	$81^{+14}_{-11}$	$1.72^{+0.13}_{-0.08} \times 10^{-2}$	$6.6^{+0.6}_{-0.8}$	$0.899^{+0.007}_{-0.012}$	$0.008^{+0.018}_{-0.008}$	$68.3^{+0.7}_{-1.0}$	$0.44^{+0.04}_{-0.05}$
Abell 1995	$0.07^{+0.06}_{-0.06}$	$359^{+206}_{-18}$	$9.35^{+0.74}_{-0.79} \times 10^{-3}$	$31.2^{+3.0}_{-3.5}$	$1.298^{+0.062}_{-0.025}$	$0.462^{+0.023}_{-0.023}$	$83.5^{+3.7}_{-3.8}$	$1.19^{+0.15}_{-0.13}$
Abell 2111	$0.47^{+0.38}_{-0.12}$	$172^{+107}_{-67}$	$5.99^{+0.79}_{-0.79} \times 10^{-3}$	-	$0.600^{+0.025}_{-0.025}$	-	$50.4^{+3.5}_{-3.5}$	$0.64^{+0.13}_{-0.17}$
Abell 2163	$0.26^{+0.12}_{-0.09}$	$390^{+87}_{-52}$	$1.09^{+0.07}_{-0.04} \times 10^{-2}$	$4.0^{+1.3}_{-0.7}$	$0.560^{+0.034}_{-0.035}$	$0.022^{+0.037}_{-0.022}$	$66.8^{+0.9}_{-0.8}$	$0.52^{+0.04}_{-0.05}$
Abell 2204	$0.92^{+0.50}_{-0.15}$	$120^{+13}_{-13}$	$2.01^{+0.12}_{-0.06} \times 10^{-1}$	$7.5^{+0.3}_{-0.3}$	$0.710^{+0.025}_{-0.025}$	$0.960^{+0.025}_{-0.004}$	$67.4^{+2.0}_{-1.8}$	$0.61^{+0.06}_{-0.07}$
Abell 2218	$1.02^{+0.70}_{-0.60}$	$110^{+25}_{-22}$	$7.02^{+0.66}_{-0.65} \times 10^{-3}$	-	$0.739^{+0.014}_{-0.017}$	-	$68.3^{+1.7}_{-2.1}$	$0.66^{+0.14}_{-0.11}$
RX J1716.4+6708	$0.34^{+3.38}_{-0.38}$	$146^{+545}_{-108}$	$1.94^{+0.61}_{-0.40} \times 10^{-2}$	-	$0.589^{+0.042}_{-0.035}$	-	$12.3^{+2.0}_{-1.7}$	$1.04^{+0.51}_{-0.43}$
Abell 2259	$0.65^{+1.15}_{-0.58}$	$141^{+122}_{-26}$	$9.29^{+2.97}_{-1.24} \times 10^{-3}$	-	$0.560^{+0.025}_{-0.024}$	-	$41.0^{+3.9}_{-2.8}$	$0.58^{+0.23}_{-0.25}$
Abell 2261	$1.36^{+0.84}_{-0.55}$	$68^{+25}_{-15}$	$4.16^{+1.24}_{-0.63} \times 10^{-2}$	$10.0^{+1.9}_{-1.7}$	$0.628^{+0.024}_{-0.022}$	$0.77^{+0.04}_{-0.05}$	$37.8^{+2.8}_{-5.2}$	$0.73^{+0.25}_{-0.13}$
MS 2053.7-0449	$0.26^{+1.41}_{-0.22}$	$40^{+64}_{-22}$	$9.22^{+1.03}_{-0.92} \times 10^{-3}$	-	$0.522^{+0.045}_{-0.042}$	-	$10.8^{+1.9}_{-1.7}$	$2.48^{+0.41}_{-0.44}$
MACS J2129.4-0741	$6.05^{+17.17}_{-5.15}$	$20^{+23}_{-3}$	$1.71^{+0.21}_{-0.19} \times 10^{-2}$	-	$0.626^{+0.027}_{-0.029}$	-	$19.7^{+1.5}_{-1.5}$	$1.33^{+0.27}_{-0.28}$
RX J2129.7+0005	$3.04^{+1.65}_{-1.41}$	$84^{+21}_{-15}$	$1.78^{+0.22}_{-0.21} \times 10^{-1}$	$3.6^{+0.5}_{-0.4}$	$0.588^{+0.012}_{-0.015}$	$0.91^{+0.01}_{-0.01}$	$26.1^{+3.0}_{-2.9}$	$0.46^{+0.11}_{-0.08}$
MACS J2214.9-1359	$0.66^{+1.82}_{-0.51}$	$64^{+62}_{-32}$	$1.35^{+0.13}_{-0.13} \times 10^{-2}$	-	$0.615^{+0.016}_{-0.020}$	-	$22.8^{+1.2}_{-1.3}$	$1.44^{+0.27}_{-0.23}$
MACS J2228.5+2036	$0.41^{+1.12}_{-0.32}$	$101^{+108}_{-45}$	$1.24^{+0.14}_{-0.11} \times 10^{-2}$	-	$0.519^{+0.014}_{-0.013}$	-	$21.7^{+1.4}_{-1.3}$	$1.22^{+0.24}_{-0.23}$

Figura 5.7: Informação sobre distância diâmetro angular na amostra de aglomerados [7].

# Bibliografia

- [1] Albrecht, MNRAS, arXiv:astro-ph/0609591, 2006.
- [2] Alpher R., Bethe H., Gamow G., Physical Rev, 73, 7, pp. 803-804, 1948.
- [3] Bahcall, Ann Rev. Astrophys, 15, 505-40, 1977
- [4] Birkinshaw, M., Physics Reports, 310, pp. 97-195., 1999.
- [5] Birkinshaw, M., Astrophys.J, 379, pp. 466-481.,1991.
- [6] Birkinshaw, M., MNRAS, 187, 847, 1979.
- [7] Bonamente, M., et al., Astrophys. J.,647, pp. 25-54, 2006.
- [8] Bravo-Alfaro H., et al., Astrophys. J., 119, 580, 2000.
- [9] Carlstrom, J.E., Holder, G.P. and Reese, E.D., ARA&A, 40, 643,2002.
- [10] Carroll, S., Press, W. and Turner, E., ARA&A, 30, 499,1992
- [11] Cavaliere, A. and Fusco-Femiano, R. , A&A, 49, 137,1976.
- [12] Cunha J.V.,Marassi L., Lima J., arXiv:astro-ph/0611934 v1, 2006
- [13] De Filippis E., Sereno M., et al.,arXiv:astro-ph/0502153v1,2005.
- [14] Einsestein D.J., et al.,Astrophys.J, 633, 560, 2005.
- [15] Fabian A, ARA&A, 32, 277, 1994.
- [16] Forman W., Publicado em "Clusters of Galaxies", eds. W. R. Oegerle, M. J. Fitchett and L. Danly, 1990.
- [17] Freedman et al., Astrophys.J. 553, pp. 47-72, 2001.

- [18] Greiner et al., *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, Springer-Verlag, 1995.
- [19] Gurvits L.I., Kellermann K.I., Frey S., *A&A* 342, 378, 1999.
- [20] Guth, A. H., *Phys. Rev. D*23, 347, 1981
- [21] Harrison E., *Cosmology: The Science of the Universe*, Cambridge University Press, 2000.
- [22] Heisler, Tremaine e Bahcall, *Astrophys.J.*, 298, 8, 1985.
- [23] Hogg D., arXiv:astro-ph/9905116v4, 2000.
- [24] Holzapfel, W.L., Ade, P.A.R., Church, S.E., Mauskopf, P.D., Rephaeli, Y., Wilbanks, T.M., Lange, A.E., *ApJ*, 481, p. 35, 1997b.
- [25] Islam, J.N., *An Introduction to Mathematical Cosmology*, Cambridge university Press, 2004.
- [26] King I.R., *Astron. Journal*, 71, 64. 1966.
- [27] La Roque et al., arXiv:astro-ph/0604039 v1, 2006.
- [28] lacey & Cole, *MNRAS*, 262, 627L, 1993.
- [29] Longair M. S., *Galaxy Formation*, Springer-Verlag,1998.
- [30] Miquel,R., *Journal of Phys A*, 40, pp. 6743-6755, 2007.
- [31] Lima,G, *Apostila de Astrofísica Extragaláctica*, USP, 2006.
- [32] Mather et al. *Astrophys.J.*, 354L, 37,1990.
- [33] Mohr, J., Mathiesen, B. and Evrard, A., *Astrophys.J.*, 517, 627, 1999.
- [34] Dekel A. & Ostriker J., *Formation of structure in the universe*, Cambridge University Press, 1999.
- [35] Padmanabhan T., *Structure Formation in the Universe*, Cambridge University Press, 1993.
- [36] Perlmutter et al., *Astrophys.J.* 517, 1999
- [37] Phillips, P.R., *Astrophys.J.*, 455, 419, 1995.

- [38] Rapetti et al., arXiv:astro-ph/0409574 v2,2005
- [39] Rephaeli, Y., *Astrophys.J*, 445, 33,1995a.
- [40] Rephaeli, Y., *ARA&A*, 33, 541, 1995b.
- [41] Rephaeli, Y., Yankovitch, D, *Astrophys.J*, 481, L55,1997.
- [42] Ribicky & Lightman, *Radiative Processes in Astrphysics*, Wiley & Sons, 1979.
- [43] Ross M., *Introduction to Cosmology*, Wiley & Sons, 2003.
- [44] Barbara Ryden, *Introduction to Cosmology*, Addison Wesley, 2003.
- [45] Rood H. J., Strastry G.N., *Publ. Astron. Soc. Pac.* 83, 313, 1971
- [46] Sahni, arxiv astro-ph/9904398, 1999.
- [47] Eggen, Linden-Bell, Sandage,*Astrophys. J*, 136, p. 748
- [48] Sarazin, *Rev. Mod. Phys.*, vol 58, No. 1, 1986.
- [49] Sunyaev R.A, Sazonov, S.,Y.,*The Astrophys J*, 508, pp. 1-5, 1998.
- [50] Sunyaev, R.A., Zeldovich, Ya.B., *Ap&SS*, 4, 3, 1969.
- [51] Sunyaev, R.A., Zeldovich, Ya.B., *Ap&SS*, 7, 3, 1970.
- [52] Sunyaev, R.A., Zeldovich, Ya.B., *MNRAS*, 190, 413, 1980b.
- [53] Sunyaev, R.A., Zeldovich, Ya.B., *Comm. Astrophys. Sp.Phys.*, 4, 173, 1972.
- [54] Tolman, R., *Relativity Thermodynamics and Cosmology*, Oxford University Press, 1936.
- [55] Van Den Berg, astro-ph/9904251, 1999.
- [56] Verde L.arXiv:astro-ph/0712.3028 v2,2007.
- [57] Waga, I., *Rev. Bras. de Ensino de Física*, 27 - no 1, p.157, 2005.
- [58] Wang Y., *Astrophys J.*, 536, 2, pp. 531-539, 2000.
- [59] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, Wiley & Sons, 1972.
- [60] Zwicky F., *Helv. Phys. Acta* 6:10, 1933.