

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Observatório do Valongo

Felipe Braga Ribas

**FENÔMENOS MÚTUOS ENTRE OS SATÉLITES DE
URANO**

2009



Felipe Braga Ribas

FENÔMENOS MÚTUOS ENTRE OS SATÉLITES DE URANO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Astronomia.

Orientadores: Prof. Dr. Roberto Vieira Martins, Prof. Dr. Marcelo Assafin.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2009

Braga-Ribas, Felipe

Fenômenos Mútuos entre os Satélites de Urano/ Felipe Braga Ribas
- Rio de Janeiro: UFRJ/ OV, 2009

xvi, 63f.:il; 30 cm

Orientadores: Roberto Vieira Martins; Marcelo Assafin.

Dissertação (mestrado) - UFRJ/ OV/ Programa de Pós-graduação
em Astronomia, 2009.

Referências Bibliográficas: f: 81-85.

1.Fenômenos Mútuos 2.Satélites de Urano 3.Processamento de
Imagens 4.Fotometria 5.Modelagem (ocultações/eclipses)

6. Fenômenos Mútuos I. Vieira-Martins, Roberto.

II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Observatório do Valongo,
Programa de Pós-graduação em Astronomia, 2009 III. Título.

FENÔMENOS MÚTUOS ENTRE OS SATÉLITES DE URANO

Felipe Braga Ribas

Orientadores: Prof. Dr. Roberto Vieira Martins, Prof. Dr. Marcelo Assafin.

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Astronomia.

Aprovada por:

Presidente, Prof. Dr. Marcelo Assafin - OV/UFRJ

Prof. Dr. Roberto Vieira Martins - ON/MCT

Prof. Dr. Hélio Jaques Rocha Pinto - OV/UFRJ

Prof. Dr. Dario Nepomuceno da Silva Neto - UEZO

Prof. Dr. Gustavo Frederico Porto de Mello - OV/UFRJ (suplente)

Prof. Dr. Rodney da Silva Gomes - ON/MCT (suplente)

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2009

"Filho. Olha sempre o céu, a Lua e as estrelas, pode ter certeza que eu estarei olhando também. Durma bem, amo muito, muito, muito você. Beijos, Mami e Papi"

...Je viens du ciel et les étoiles entre elles ne parlent que de toi...

Francis Cabrel – "Petit Marie"

Agradecimentos

É impossível chegar ao ponto de defender uma dissertação sem o apoio de muitos. Chegando à este marco em minha vida, sinto vontade de dizer a todas estas pessoas que me ajudaram, em voz alta: MUITO OBRIGADO!!

A alguns, deixo aqui meus sinceros agradecimentos:

Ao meu orientador, Dr. Roberto Veira Martins, que me mostrou o caminho a trilhar e deu suporte ao longo destes dois anos, trazendo a tona o melhor de mim, nesta gratificante labuta.

Ao grupo de trabalho, Prof. Dr. Marcelo Assafin, Dr. Julio Camargo, Prof. Dr. Dario da Silva Neto e Dr. Alexandre Andrei, que tanto me ensinaram nestes dois anos.

Aos meus pais, Othon Mäder Ribas e Dorothea Braga Ribas, de quem tive o apoio mais fundamental, mais verdadeiro, mais intenso. Sem o suporte de vocês, teria sido impossível chegar até aqui. Não há palavras para descrever a importância de vocês para eu seguir meus passos.

À minha noiva, Giovana Santos Righi, que junto comigo, travou esta dura luta com a saudades por ficarmos estes dois anos vivendo em cidades distantes. Obrigado por seu carinho nos reencontros e beijos nas despedidas.

Às minhas irmãs e cunhados, que fazem o ambiente familiar tão aconchegante. Ao meu afilhado Pedro e à minha sobrinha Renata que enchem as nossas vidas de ternura.

Ao meus tios José Bonifácio e Nícia Ribas, por terem sido a minha família aqui no Rio de Janeiro, junto com minha prima Renata e seu marido Yasser, que aliás me apresentou ao Valongo.

Ao Rafael Sfair, meu bom amigo, poliglota em linguagens de computação (C, fortran, LaTeX, Gnuplot, ...), por ter me ajudado a arranhar um pouco de cada uma destas línguas, facilitando meu trabalho. Além é claro do companheirismo desde os tempos de Iniciação Científica.

Aos amigos/colegas do mestrado, por terem dividido comigo o dia a dia acadêmico, também a pausa nas tardes para o café e os dias de descansos com passeios para vermos o que há de bonito no Rio.

Ao Observatório do Valongo, por ter aceitado a minha inscrição e me dado todo suporte e condições necessárias, nestes dois anos de ótimo convívio, para a minha formação e realização deste trabalho.

Ao pessoal do LNA/OPD que me recebeu por mais de 60 noites para observações diversas, sempre com muita simpatia e apoio logístico. Ao Rodrigo Prates Campos, pelo apoio técnico que permitiu a realização das observações para este trabalho.

Aos amigos que, apesar da distância, não deixam o contato se perder e me recebem com fortes abraços nos reencontros.

Ao prof. Dietmar W. Foryta por ter sido o primeiro a me mostrar a beleza da pesquisa em astronomia.

Ao CACEP por ter me mostrado as maravilhas do céu noturno e fornecido uma excelente base para observações.

Este trabalho contou com o apoio financeiro de todos os brasileiros pagadores de impostos, através de bolsa do Programa de Demanda Social da CAPES.

Resumo

A compreensão do Sistema Solar passa pelo estudo das órbitas dos satélites dos planetas exteriores. Isto é feito através de modelos dinâmicos que necessitam de posições com grande acurácia destes corpos. Uma ótima oportunidade para se atingir esse objetivo é através de astrometria fotométrica, realizada durante os equinócios dos planetas gigantes, quando seus satélites promovem ocultações e eclipses entre si, para um observador na Terra. Esses eventos são conhecidos como fenômenos mútuos entre os satélites. Para Urano, eles ocorrem somente a cada 42 anos. A última vez que ocorreram foi em 1966, quando a tecnologia do CCD ainda não era disponível, inviabilizando a observação de tais eventos devido às dificuldades inerentes à configuração: satélites fracos próximos a um planeta brilhante. Portanto, as ocultações e eclipses dos satélites de Urano observados no período 2006-2009 são os primeiros registros da história. Neste trabalho, cinco ocultações e dois eclipses, envolvendo Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon (os cinco satélites principais de Urano), são apresentados e discutidos, com suas curvas de luz, ajustes e parâmetros. Eles foram observados com o telescópio de 1,60 m Perkin-Elmer do Observatório do Pico dos Dias (LNA/Brasil), utilizando um filtro I , que reduz a contaminação da luz do planeta na imagem. Não obstante, a imagem passou por um processo computacional, chamado de coronografia digital, que remove a contribuição do planeta, deixando a imagem com um fundo de céu plano. Esta técnica permite a realização de fotometria de alta precisão para obtenção de curvas de luz, as quais foram ajustadas por um processo de mínimos quadrados não lineares, com um modelo geométrico simples, que considera os corpos em evento como dois discos cinzas. Isto permite determinar os valores dos parâmetros envolvidos, a saber: instante central, parâmetro de impacto, velocidades relativas, razão de albedos e os raios dos satélites. Como a razão de albedos e o parâmetro de

impacto são altamente correlacionados, o primeiro foi fixado no processo do ajuste. Seus valores determinados de imagens tomadas horas antes ou depois dos fenômenos. Os resultados apresentam precisões médias de 3,42 segundos para o instante central, 7,9 km (ou 0,56 mas) para o parâmetro de impacto e 0,21 km /s (ou 0,015 mas/s) para a velocidade relativa. A comparação com as teorias utilizadas para as previsões destes eventos, conhecidas como GUST86 e LA06 [(Christou 2005) e (Arlot *et al.* 2006)], mostra que a última apresenta valores mais próximos dos obtidos neste trabalho. Estes são, pelo menos, uma ordem de grandeza mais precisos que aqueles obtidos através de técnicas astrométricas clássicas, e serão de grande importância para o ajuste de novas teorias dinâmicas dos satélites de Urano.

Palavras-chave: Satélites de Urano (Ariel, Umbriel, Titânia, Oberon, Miranda); Processamento de imagens; Fotometria; Modelos (eclipse/ocultação); Fenômenos Mútuos.

Abstract

The knowledge of the Solar System passes through the study of the orbits of the satellites of the outer planets. This can be accomplished using dynamical models that require high accuracy positions of these bodies. Great opportunities to achieve this goal, are via photometric astrometry, performed during the giant planets' equinox with the Sun, when their satellites occult and eclipse each other, to an Earth-based observer. These events are called mutual phenomena between the satellites. For Uranus, they occur every 42 years. The last occurrence was in 1966, when the CCD technology was still not available, meaning that these events could not be observed because of the difficulties implied for the configuration: faint satellites near a bright planet. So, the occultation and eclipses from the 2006 - 2009 season of mutual phenomena of the Uranian Satellites were the first to be observed in history. In this study five occultations and two eclipses, involving Miranda, Ariel, Umbriel, Titania, and Oberon (the five major satellites of Uranus), with their light curves, fitting and parameters are presented and discussed. They were observed with a 1.60 m Perkin-Elmer telescope at Pico dos Dias Observatory (LNA/Brazil), using an I filter, that reduces the planets' light scattered in the image. Nonetheless, the images passed for a computational process, called digital coronagraphy, which removes the contribution of the planet, leaving the image with a flat sky background. This technique allowed a high precision photometry for determination of the light curves. They were fitted in a non-linear least squares process, with a simple geometric model, that considers the event bodies as two gray disks. It allows the determination of the parameters involved, namely: central instant, impact parameter, relative velocities, albedo ratios and satellites radii. As the albedos ratio and the impact parameters have a strong correlation, the first were fixed in the fitting process with values calculated from images taken hours before or after some

events. The results were obtained with mean precisions of 3.42 seconds for the central instant, 7.9 km (or 0.56 mas) for the impact parameter and 0.21 km /s or (0.015 mas/s) for the relative velocity. The comparison of the theories used for the predictions of the events, known as GUST86 and LA06 [(Christou 2005) and (Arlot *et al.* 2006)], showed that the latter gives values that are closer to the ones obtained here. These are at least 10 times better than those obtained with classical astrometry techniques, and will be valuable for the adjustment of new dynamical theories of the satellites of Uranus.

Keywords: Uranus satellites (Ariel, Umbriel, Titania, Oberon, Miranda); Image Processing: photometry; Models (eclipses/occultations); Mutual phenomena.

Sumário

1	Introdução	17
2	Observações	23
2.1	Equipamentos	23
2.1.1	Telescópio	23
2.1.2	Sensor	23
2.1.3	Filtro	24
2.2	Crítérios para seleção de eventos	28
2.3	Observações	29
3	Tratamento das Imagens	32
3.1	Calibração	32
3.2	Coronografia	35
3.3	Fotometria	38
3.4	Curva de Luz	40
4	Modelo Teórico	43
4.1	Eventos Mútuos	43
4.2	Parâmetros	44
4.2.1	Parâmetro de Impacto	45
4.2.2	Instante Central	45
4.2.3	Velocidade Relativa	46
4.2.4	Razão de Albedos	46
4.2.5	Raios	51
4.3	Modelagem	51
4.3.1	Caso 1	54
4.3.2	Caso 2	55
4.3.3	Caso 3	55
4.3.4	Caso 4	56
4.3.5	Caso 5	57

4.3.6	Derivadas	59
	Razão albedos	59
	Parâmetro de impacto	63
	Velocidade relativa	63
	Instante Central	64
4.4	Ajuste	64
5	Resultados	66
5.1	Ariel oculta Umbriel - 13 de Agosto 2007	67
5.2	Umbriel oculta Oberon - 14 de Agosto 2007	69
5.3	Umbriel oculta Ariel - 19 de Agosto 2007	71
5.4	Ariel oculta Miranda - 08 de Outubro 2007	73
5.5	Titânia eclipsa Miranda - 12 de Outubro 2007	75
5.6	Ariel oculta Miranda - 18 de Outubro 2007	76
5.7	Ariel eclipsa Titânia - 28 de Novembro 2007	78
6	Conclusão	80
A	Razão de Albedos	87
A.1	Direta	87
A.2	Indireta	87
	A.2.1 Caso 1	88
	A.2.2 Caso 2	88
B	Artigo	90

Lista de Figuras

1.1	Urano e seus satélites principais	19
2.1	Eficiência quântica do CCD	25
2.2	Albedo em função do comprimento de onda	26
2.3	Albedo dos satélites em função do comprimento de onda	26
2.4	Banda de passagem do filtro <i>I</i>	27
2.5	Banda de passagem do CCD com o Filtro <i>I</i>	27
2.6	Curva de limite físico do telescópio Perkin-Elmer do OPD	28
3.1	Master dark	34
3.2	Master flat	34
3.3	Coronografia clássica	36
3.4	Perfil do planeta	37
3.5	Imagem coronografada	37
3.6	Processo coronografia	38
3.7	Fotometria diferencial	41
3.8	Diferença de magnitude	42
4.1	Parâmetro de Impacto	44
4.2	Velocidade relativa JPL	47
4.3	Miranda	48
4.4	Ariel	48
4.5	Umbriel	49
4.6	Titânia	49
4.7	Oberon	49
4.8	Modelo geométrico	52
4.9	Modelo caso 1	54
4.10	Modelo caso 2	55
4.11	Modelo caso 3	56
4.12	Modelo caso 4	57
4.13	Modelo caso 5	58

5.1	Ocultação de Umbriel por Ariel em 13 de agosto de 2007	68
5.2	Ocultação de Oberon por Umbriel em 14 de agosto de 2007	70
5.3	Ocultação de Ariel por Umbriel em 19 de agosto de 2007	71
5.4	Ocultação de Miranda por Ariel em 8 de outubro de 2007	74
5.5	Eclipse de Miranda por Titânia em 12 de outubro de 2007	75
5.6	Ocultação de Miranda por Ariel em 18 de outubro de 2007	77
5.7	Eclipse de Titânia por Ariel em 28 de novembro de 2007	78

Lista de Tabelas

1.1	Características dos satélites	20
2.1	Características do CCD301	24
2.2	Parâmetros observacionais	30
2.3	Fenômenos selecionados	31
3.1	Parâmetros fotométricos	40
4.1	Raios dos Satélites	51
5.1	Ariel oculta Umbriel - 13 de Agosto 2007	69
5.2	Umbriel oculta Oberon - 14 de Agosto 2007	70
5.3	Umbriel oculta Ariel - 19 de Agosto 2007	72
5.4	Umbriel oculta Ariel - 19/08/07 (LNA comparado Miller & Chanover, 2009)	72
5.5	Ariel oculta Miranda - 08 de Outubro 2007	74
5.6	Titânia eclipsa Miranda - 12 de Outubro 2007	76
5.7	Ariel oculta Miranda - 18 de Outubro 2007	77
5.8	Ariel eclipsa Titânia - 28 de Novembro 2007	79

Capítulo 1

Introdução

Os planetas gigantes que orbitam o Sol, nominalmente, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, apresentam sistemas de satélites e anéis que lembram o próprio Sistema Solar. Estes sistemas são formados por: anéis, feitos de pedaços de rochas e gelo; pequenos satélites internos; satélites principais, maiores em tamanho; e luas escuras, irregulares e distantes do corpo principal. Como o período orbital dos satélites é muito menor que o dos planetas, tornam-se interessantes alvos para estudos de evolução dinâmica orbital, sujeita a perturbações do próprio sistema e a efeitos de maré. Somando outras informações, como características físicas e morfológicas, estes sistemas auxiliam até mesmo no estudo da formação e evolução do Sistema Solar (Arlot & Stavinschi 2007).

Estudam-se efeitos dinâmicos por perturbações causadas, por ação do Sol, outros planetas e outros satélites, ou pelo achatamento do planeta, através de modelos analíticos ou numéricos. O último considera tais efeitos em integrações numéricas, para, por exemplo, calcular suas influências sobre as órbitas dos satélites. Com bons modelos pode-se calcular efemérides e compará-las à medições astrométricas, quantificando, assim, efeitos gravitacionais e dissipativos por maré.

Forças dissipativas de maré são muito difíceis de medir por serem muito fracas. Apesar disto, são cumulativas e mais atuantes nos objetos mais próximos ao corpo principal (Vienne 2008). Como são efeitos muito fracos, provocam pequenas variações nas órbitas dos satélites e, portanto, para serem detectados, é preciso medir a posição destes corpos com muita precisão. Só assim será possível testar o modelo ou, ainda melhor, ajustá-lo às observações para compreender a dinâmica do sistema (Arlot & Stavinschi 2007).

Então, realizar astrometria desses satélites torna-se estratégico para a compreensão do Sistema Solar. A técnica de medição astrométrica tradicional (posição do objeto em relação a estrelas de catálogo), permite determinar a posição de um satélite com precisão de várias dezenas a centenas de milissegundos de grau (**mas**, por simplicidade). Para o caso de Urano, interesse deste trabalho, medidas intersatélites chegam a valores de

50 e 100 mas para os quatro maiores (Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon) e Miranda, respectivamente (Veiga & Vieira Martins 1999).

Outra técnica é a astrometria usando fotometria. Em épocas específicas pode-se observar eclipses e ocultações dos satélites pelo planeta. Quando o primeiro entra no cone de sombra do segundo, de acordo com Mallama (2007), é possível determinar suas posições relativas com precisão de algumas dezenas de mas. Outra oportunidade interessante é quando os satélites realizam eventos mútuos; ou seja, os satélites promovem ocultações e eclipses entre si.

Objeto de estudo deste trabalho, os fenômenos mútuos entre os satélites oferecem a possibilidade de se medir as posições relativas entre esses corpos com precisão de poucos mas. Estes eventos ocorrem em datas e horários muito específicos, quando a luz oriunda desses objetos diminui durante alguns minutos e retorna a seu patamar inicial. Isto ocorre porque parte da luz refletida por um satélites é bloqueada por outro (ocultação) ou por sua sombra (eclipse). A medição deste fluxo de luz disposta ao longo de uma série temporal, seja de lista ou em um gráfico, se configura em uma curva de luz, da qual, através de modelos, determina-se parâmetros como, o instante de maior aproximação aparente entre os objetos e o valor desta distância. Os resultados que se obtêm com esta técnica estão entre os mais precisos que se consegue por qualquer método astrométrico, por isto são de grande importância para a modelagem dos sistemas de satélites.

Quando o Sol e a Terra cruzam o plano orbital dos satélites principais de um planeta, tem-se eclipses e ocultações, respectivamente. Portanto, os eventos mútuos ocorrem próximos aos equinócios dos planetas, quando o Sol cruza o plano equatorial desses objetos, já que os satélites principais orbitam quase sobre o plano do equador e, vista dos gigantes gasosos, a Terra sempre está muito próxima ao Sol. Isto acontece duas vezes durante uma órbita, para Júpiter a cada 6 anos, Saturno a cada 15 anos e Urano somente a cada 42 anos (Netuno só tem Tritão como satélite principal). Recentemente, em 2007, o Sol cruzou o equador de Urano, em 2009 cruzará o de Júpiter e em 2010 o de Saturno.

Por sua raridade e importância, campanhas internacionais são realizadas para a observação dos fenômenos mútuos. Com duas observações distintas de dois dados satélites, é possível calcular as informações astrométricas pertinentes. Se alguns eventos são observados, o resultado de suas reduções são de grande utilidade para o ajuste dos modelos dinâmicos teóricos [veja Arlot *et al.* (2008)].

A última vez em que fenômenos mútuos entre os satélites de Urano ocorreram foi em 1966. Neste ano, a tecnologia do CCD (dispositivo de carga acoplada) ainda não estava disponível. O pequeno brilho das luas e sua proximidade ao relativamente brilhante Urano, tornou impossível a observação dos eventos aos astrônomos da época. Em 2007, pela primeira vez na história, pôde-se observar tais eventos. Por isto Christou (2005) e

Arlot *et al.* (2006) publicaram previsões de fenômenos a serem observados a partir da Terra. Utilizaram modelos de efemérides (GUST86 e LA06, maiores detalhes no capítulo 5), considerando as posições e os discos aparentes dos satélites, e forneceram: previsões para os instantes dos eventos, satélites envolvidos, tipo de cada evento (se ocultação ou eclipse, parcial ou total), distância ao centro do planeta, a queda de fluxo, entre outros parâmetros.

Urano foi oficialmente descoberto em 1781 por William Herschell, mas já havia sido observado por outros astrônomos que não perceberam que se tratava de um planeta (figura 1.1). Sendo o sétimo em distância a partir do Sol, a uma distância média de 19,2 UA (unidades astronômicas) com período orbital de 84,02 anos. Seu eixo de rotação é atípico com inclinação de $97,8^\circ$ em relação ao plano orbital. Tem 17 massas terrestres e raio equatorial de 25.600 km. Apresenta um disco de $4''$ de diâmetro (em média) no plano celeste com magnitude visível de aproximadamente 6.

Apresenta um tom esverdeado devido a presença de metano em sua atmosfera, que absorve uma fração da luz vermelha do espectro solar. É constituído majoritariamente por hidrogênio e hélio com traços de água e amônia. Foi visitado pela sonda espacial Voyager 2 em janeiro de 1986 (Stone & Miner 1986), que, além de estudar o planeta, também tomou imagens dos cinco satélites principais e descobriu dez novos. Hoje se conhecem 27 luas ao redor de Urano, além de 11 tênues anéis, quase todos muito estreitos.

Os satélites principais de Urano o orbitam a uma distância aproximada de 129.900 a 583.500 km e com períodos orbitais de 1,41 a 13,46 dias, do mais próximo (Miranda) ao mais distante (Oberon). Nominalmente e na ordem da numeração que recebem, eles são: [1] Ariel, [2] Umbriel, [3] Titânia, [4] Oberon e [5] Miranda. Têm órbitas regulares sobre



Figura 1.1: Urano e seus satélites principais. Imagem obtida em 13 de agosto de 2007, com o telescópio Perkim-Elmer de 1,60 m no Observatório do Pico dos Dias.

o plano equatorial de Urano. Na tabela 1.1 pode-se ver algumas de suas características físicas e orbitais [Laskar & Jacobson (1987); Thomas (1988); Karkoschka (2001)].

	Miranda [5]	Ariel [1]	Umbriel [2]	Titânia [3]	Oberon [4]
Semi-eixo (km)	129.900	190.900	266.000	436.600	583.500
Período (dias)	1,41	2,52	4,14	8,71	13,46
Excentricidade	0,013	0,0012	0,0039	0,0011	0,0014
Inclinação (°)	4,34	0,04	0,13	0,08	0,07
Raio (km)	235,8	578,9	584,7	788,9	761,4
Massa (10^{19} kg)	6,6	135	117	353	301
Albedo médio	0,32	0,39	0,21	0,27	0,23
Magnitude (V)	15,8	13,7	14,5	13,5	13,7

Tabela 1.1: Características dinâmicas e físicas dos cinco satélites principais de Urano. Magnitudes visível na oposição de Urano.

Tem-se como objetivo deste trabalho a observação, redução e análise dos fenômenos mútuos entre estes satélites. Para isto, utilizando as previsões específicas para o Observatório do Pico dos Dias (IAU 874), geradas a partir do site <http://www.imcce.fr/pheura07> (Arlot *et al.* 2006), foram selecionados 22 eventos a serem observados de maio a dezembro de 2007. Destes, 11 foram observados com sucesso, dos quais 7 serão aqui analisados e seus resultados apresentados.

Como apontado por Arlot (2008b), é preciso alguns cuidados especiais para a observação de fenômenos mútuos. Em particular, os de Urano apresentam dificuldades específicas, pela proximidade dos satélites ao planeta e seu pouco brilho frente a ele. Procura-se descrever no capítulo 2 o método observacional utilizado, bem como a escolha de equipamentos e seleção de eventos.

As imagens obtidas são reduzidas utilizando programas do pacote PRAIA – Plataforma de Redução Automática de Imagens Astronômicas – (Assafin 2006). Um problema que será mostrado é a luz difusa do planeta que se espalha por toda a imagem, deixando o fundo de céu com um gradiente luminoso centrado na fonte brilhante. Este gradiente precisa ser retirado e o método utilizado, a ser descrito no capítulo 3, é a "coronografia digital". Após este tratamento será possível aplicar a fotometria diferencial, quando um outro satélite, brilhante e isolado, será utilizado para comparação. Feito isto, os dados serão dispostos em curvas de luz para cada evento.

Num fenômeno mútuo, seis variáveis estão envolvidas e ditam a forma da curva de luz. Três delas são dinâmicas, a velocidade relativa entre os satélites, o instante de maior aproximação e o valor desta distância, medida entre o centro geométrico do satélite mais próximo ao observador e o centro do outro, ou da sua sombra e o centro do outro satélite,

para o caso de ocultação ou de eclipse, respectivamente. As outras três variáveis são: a razão entre seus albedos (medida da refletividade da superfície) e os raios aparentes de cada corpo. Estes parâmetros serão considerados num modelo analítico geométrico a ser desenvolvido no capítulo 4. Suas derivadas serão calculadas, pois são importantes para a implementação deste modelo num programa numérico.

A partir de observações realizadas horas antes ou depois dos eventos, determina-se a razão de albedos entre os satélites. No apêndice A mostra-se como estes valores deverão ser calculados.

Utilizando o método de mínimos quadrados não lineares, uma curva de luz teórica é ajustada às curvas observadas. A partir daí, os parâmetros supracitados são obtidos para cada um dos eventos observados. Estes valores serão explicitados, analisados e comparados às previsões no capítulo 5.

Campanhas observacionais de fenômenos mútuos já são realizadas há mais de 35 anos. Em 1973 foram realizadas as primeiras previsões de tais eventos para os satélites galileanos de Júpiter [Arlot (1973) ; Aksnes & Franklin (1976)] e assim seguiu nos anos de 1979, 1985, 1991, 1997 e 2003. Fenômenos entre os satélites de Saturno já foram observados em 1980 (Aksnes *et al.* 1984) e 1995 (Thuillot *et al.* 2001). Em Aksnes & Franklin (1976), os eventos de Júpiter são modelados e discrepâncias nas posições de satélites são encontradas. Mais tarde elas foram associadas ao deslocamento do fotocentro do satélite ao seu centro geométrico, devido ao ângulo de fase solar (Aksnes *et al.* 1986). Fenômenos mútuos observados no infravermelho já foram utilizados, até mesmo, para estudar a atividade vulcânica de Io – lua de Júpiter – (Descamps 1992). Reduções astrométricas dos eventos de Saturno são desenvolvidas em Noyelles *et al.* (2003). A aplicação de mapas de albedos é incorporada à modelagem das curvas de luz por Vasundhara (2002). Todos estes trabalhos, entre diversos outros, desenvolveram o conhecimento de eventos mútuos, preparando a comunidade científica para a rara oportunidade de estudo dos fenômenos mútuos de Urano.

Até o momento, a observação e análise de cinco eventos já foram publicadas. Os fenômenos aqui apresentados, com uma análise preliminar, também já foram publicados no periódico *The Astronomical Journal* no volume 137 de abril de 2009 (veja o apêndice B). Um segundo artigo está em andamento e terá as análises contidas nesta dissertação bem como astrometria intersatélites das imagens obtidas na época dos fenômenos.

Hidas *et al.* (2008) relataram uma ocultação de Umbriel por Oberon, em 4 de maio de 2007. Utilizando o *Faulkes Telescope South* (Austrália) de 2 m de diâmetro e filtro *I*, obtiveram imagens de 3 segundos de exposição a cada 13 s. Com um modelo geométrico, igual ao desenvolvido na seção 4.3.2, e utilizando razões de albedos calculadas de Karkoschka (2001), estimaram a menor distância entre os satélites em 500 ± 80 km (o que equivale a 36 ± 6 mas), e seu instante para $19h09m52 \pm 4$ s UT.

A observação de uma ocultação, prevista para ocorrer entre Miranda e Oberon em 30 de julho de 2007, é apresentada em Birlan *et al.* (2008). Utilizaram o telescópio de 3 metros de diâmetro IRTF no Mauna Kea (Havaí) com filtro infravermelho *K*. No entanto, o evento não foi detectado. Realizaram então uma análise fotométrica para determinar a precisão em fluxo observada e comparar com as previsões pelos modelos GUST86 e LA06, concluindo que a última estaria em maior acordo com seus dados.

Em 8 de dezembro de 2007, Arlot *et al.* (2008) observaram um eclipse de Titânia por Umbriel, com o telescópio ESO-VLT (Chile) de 8 m de diâmetro, no filtro *K*, obtendo 166 imagens de 2 s a cada 8,5 s. Para o instante central às 19h58m03 ± 6 s UTC, determinaram a maior aproximação entre o centro de Titânia e a sombra de Umbriel em 635 ± 30 km (45,7 ± 2 mas).

Dois eventos são apresentados em Miller & Chanover (2009) que, em agosto de 2007, utilizaram o telescópio de 3,5 m no *Apache Point Observatory* (EUA) com filtro *I*, para realizar as observações com 0,5 s por imagem. Com um modelo parecido ao apresentado em 4.3.2, ajustaram suas curvas de luz, fixando as respectivas razões de albedos calculadas de Karkoschka (2001). O primeiro evento foi uma ocultação de Titânia por Umbriel no dia 15, quando mediram a maior aproximação entre os satélites em 71,0 ± 4.4 km (5,11 ± 0,32 mas), no instante 09h26m39,2 ± 0,1 s UT. O segundo evento é uma ocultação de Ariel por Umbriel, fenômeno que também observamos e será apresentado na seção 5.3. Mediram a menor distância entre os centros dos satélites em 476,9 ± 0,3 km (34,31 ± 0,02 mas) para o instante 19h59m49,4 ± 0,15 s.

Esta dissertação é uma síntese dos trabalhos desenvolvidos pelo grupo (Roberto Vieira Martins, Marcelo Assafin, Julio Camargo, Dario da Silva Neto, Alexandre Andrei e Felipe Braga Ribas) para a campanha observacional dos fenômenos mútuos entre os satélites de Urano. O autor desta dissertação participou ativamente das observações dos eventos e foi responsável pelas reduções das imagens e análises dos dados obtidos.

Capítulo 2

Observações

Aqui serão descritas a preparação e observação dos fenômenos mútuos entre os satélites de Urano; desde a escolha do telescópio ao filtro a ser utilizado, suas características e relevância são discutidas. A seleção dos eventos a serem observados também é abordada.

2.1 Equipamentos

2.1.1 Telescópio

As observações, base do presente trabalho, foram realizadas no Observatório do Pico dos Dias na cidade de Brasópolis (MG), gerenciado pelo Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA) que tem seu registro na União Astronômica Internacional de número 874, localizado nas coordenadas geográficas $\lambda = +45^{\circ}32'57''$, $\phi = -22^{\circ}32'22''$, a uma altitude de 1.864 metros. O telescópio utilizado é um refletor da marca Perkin-Elmer com ótica Ritchey-Chrétien com espelho primário de 1,60 m de diâmetro e razão focal f/10 no foco Cassegrain.

2.1.2 Sensor

O sensor utilizado foi um dispositivo de carga acoplada, ou CCD (*"Charge Coupled Device"*), modelo EEV CCD02-06-1-206, daqui em diante chamado de CCD301 (tabela 2.1), fino e retro iluminado (*"back-illuminated"*), tamanho de 385x578 pixels de 22x22 μm cada, o que corresponde a 0,3 $''/\text{pixel}$ para a configuração instrumental. Ele responde de forma linear até 25.000 contagens e seu nível de saturação é atingido com 30.000 contagens.

Este sensor permite trabalhar no modo *"frame-transfer"*, isto quer dizer que, em exposições sequenciais, ele faz a integração de uma imagem e a descarga da anterior simultaneamente. Permite ainda que somente uma pequena região na grade de pixels seja selecionada para as integrações. Com isto, durante a observação de um evento, não se tem

EEV CCD02-06-1-206		
Número de Pixels	385 x 578	
Tamanho do Pixel (μm)	22 x 22	
Corrente de Escuro (e-/pixel/h)	30	
Saturação (e-/pixel)	310.000	
Ganho	4	
<i>Modo</i>	lento	rápido
Ruído de leitura (e- rms)	5,3	12,8
Fator de conversão (e-/ADU)	2,5	2,5

Tabela 2.1: Informações técnicas do CCD301, úteis na observação e redução de dados (cap. 3) (LNA 2009).

tempo "morto" entre as imagens. Estas características são importantes, pois é necessário grande resolução temporal durante os fenômenos, isto é, o maior número possível de imagens neste intervalo de tempo. De fato, sendo a velocidade relativa entre os satélites de 5 km/s (valor médio), se a resolução temporal fosse de uma imagem a cada 10 segundos, durante cada integração os satélites teriam percorrido cerca de 10% do seu raio (20% no caso de Miranda). Como a técnica permite atingir precisões na casa do quilômetro, torna-se necessário de resolução temporal de alguns poucos segundos.

Como pode-se ver a seguir, outro fator importante a ser considerado é a eficiência quântica do CCD em função do comprimento de onda. A figura 2.1 mostra que, para eficiência maior que 20%, o sensor cobre uma faixa do espectro de 3.200 a 9.100 Å.

2.1.3 Filtro

A luz difusa de um planeta, quando da obtenção de uma imagem astronômica, torna-se um problema ao se obter imagens de objetos próximos a ele, tipicamente seus satélites. Urano, que tem magnitude visível aproximadamente 6, traz uma contribuição importante à imagem, no sentido de aumentar as contagens do fundo de céu, o que diminui a razão do sinal sobre o ruído (S/R) dos satélites e, ou seja, aumenta a incerteza em magnitude (Newberry 1991), como pode-se ver na fórmula:

$$\sigma(m) \approx 1.0857 \left(\frac{S}{R} \right)^{-1} \quad (2.1)$$

Portanto, é natural que se procure diminuir a luz recebida do planeta para tais observações.

Urano apresenta um espectro dominado pela absorção de metano (Karkoschka 1998). Isto faz com que a luz que se recebe dele esteja, em sua maior parte, na região azul do

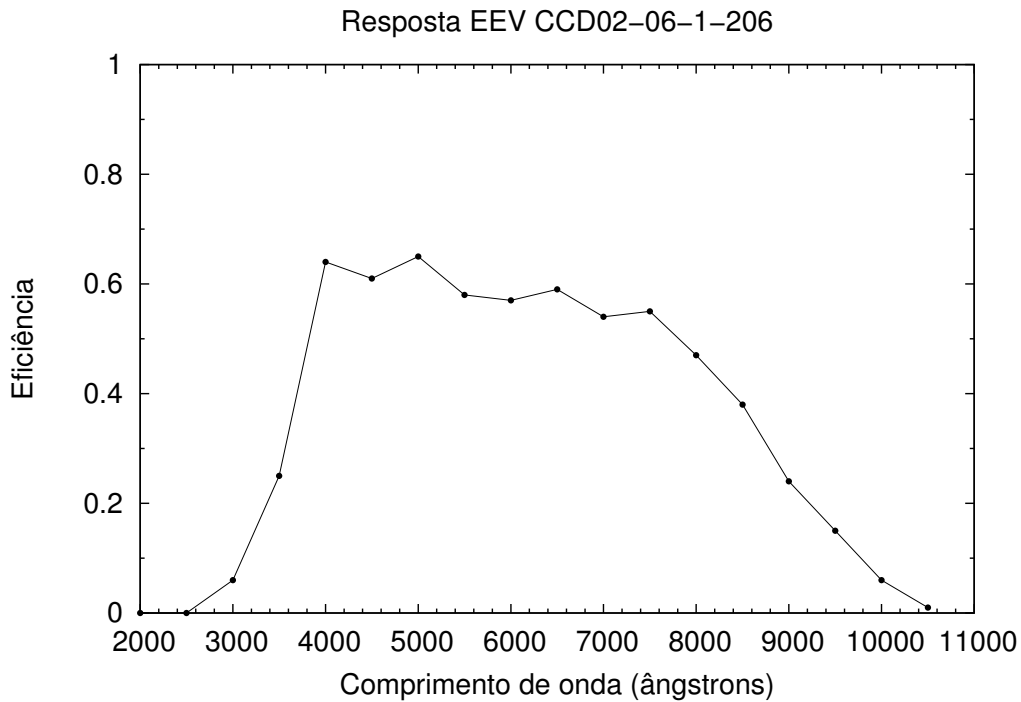


Figura 2.1: Eficiência quântica do CCD301 (LNA 2009).

espectro visível, com albedo maior a 0,3, e seu albedo seja menor que 0,2 para comprimentos de onda maiores que 7.000 Å (figura 2.2), a não ser em uma pequena faixa em torno de 7.500 Å, quando fica próximo a 0,3.

Já os principais satélites apresentam pouca variação ao longo de tal faixa espectral (Karkoschka 2001). Os quatro maiores têm apenas um aumento gradual de albedo até 14.000 Å, e Miranda apresenta uma pequena diminuição, menor que 0,05 (figura 2.3).

A escolha lógica foi por um filtro que permitisse observação somente na parte vermelha do espectro, preferencialmente acima de 7.000 Å, tarefa empreendida pelo filtro *I*. O filtro que foi utilizado neste trabalho é composto por dois vidros Schott (RG9 de 3mm e WG205 de 2 mm de espessura) e apresenta uma banda de passagem de 7.200 Å a 11.000 Å (figura 2.4).

Portanto multiplicando a eficiência quântica do dispositivo de carga acoplada à transmissividade do filtro *I*, em função do comprimento de onda, tem-se a banda de passagem efetiva nas observações. Como pode-se verificar na figura 2.5, ela fica compreendida entre 7.200 Å e 9.000 Å, justamente na porção de frequências de menor albedo de Urano, assim diminuindo consideravelmente a luz difusa presente na imagem. Este efeito também será benéfico ao processamento da imagem, a *coronografia digital* apresentada na seção 3.2, a fim de retirar tal luz indesejada.

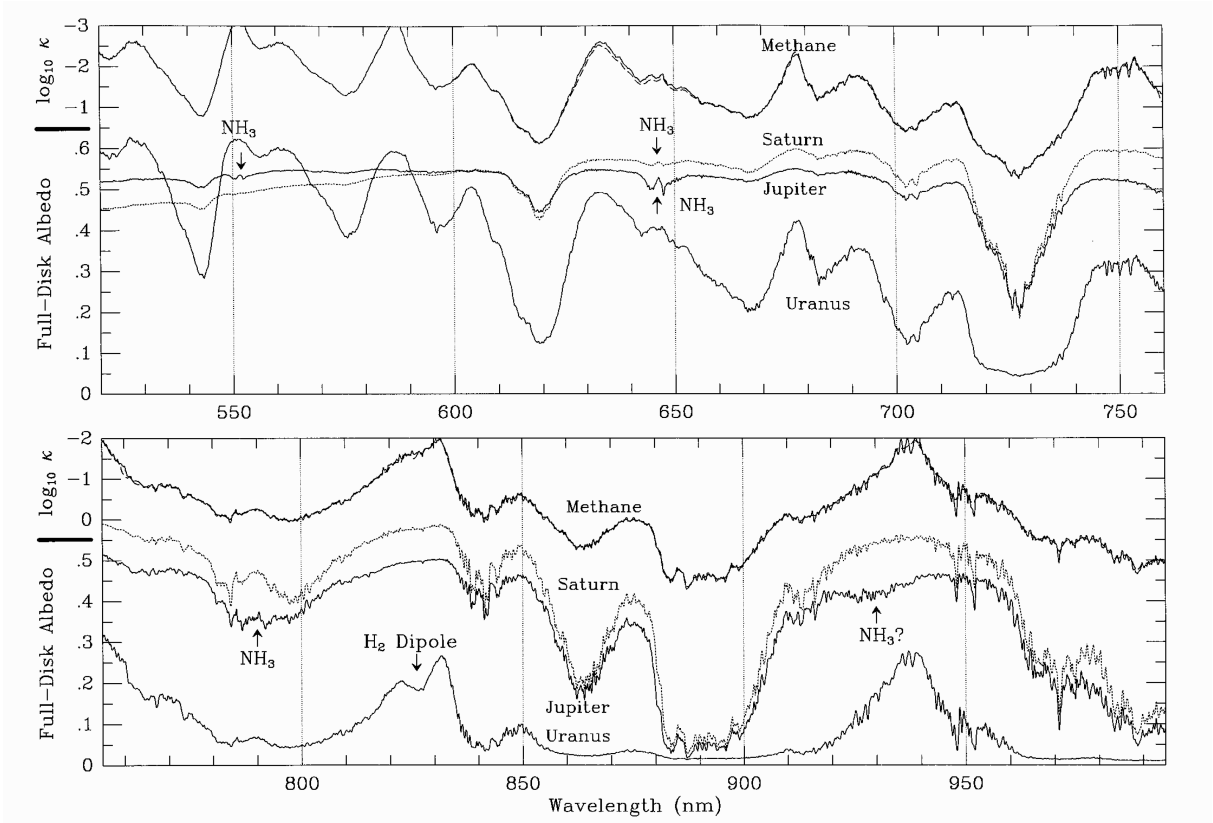


Figura 2.2: Albedo de Júpiter, Saturno e Urano para comprimentos de onda de 5.500 Å a 10.000 Å, comparados com a curva de absorção do metano (Karkoschka 1998).

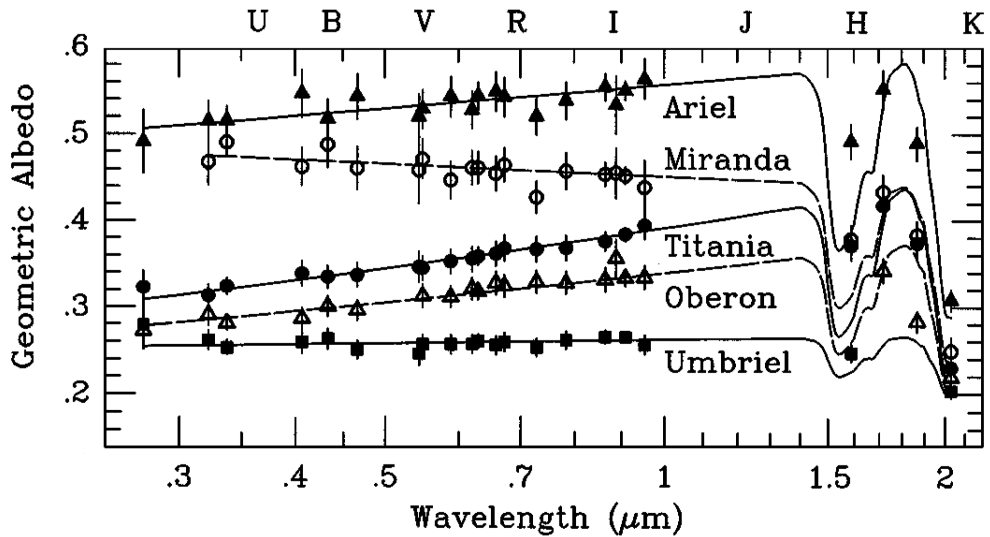


Figura 2.3: Variação do albedo dos principais satélites de Urano em função do comprimento de onda (Karkoschka 2001).

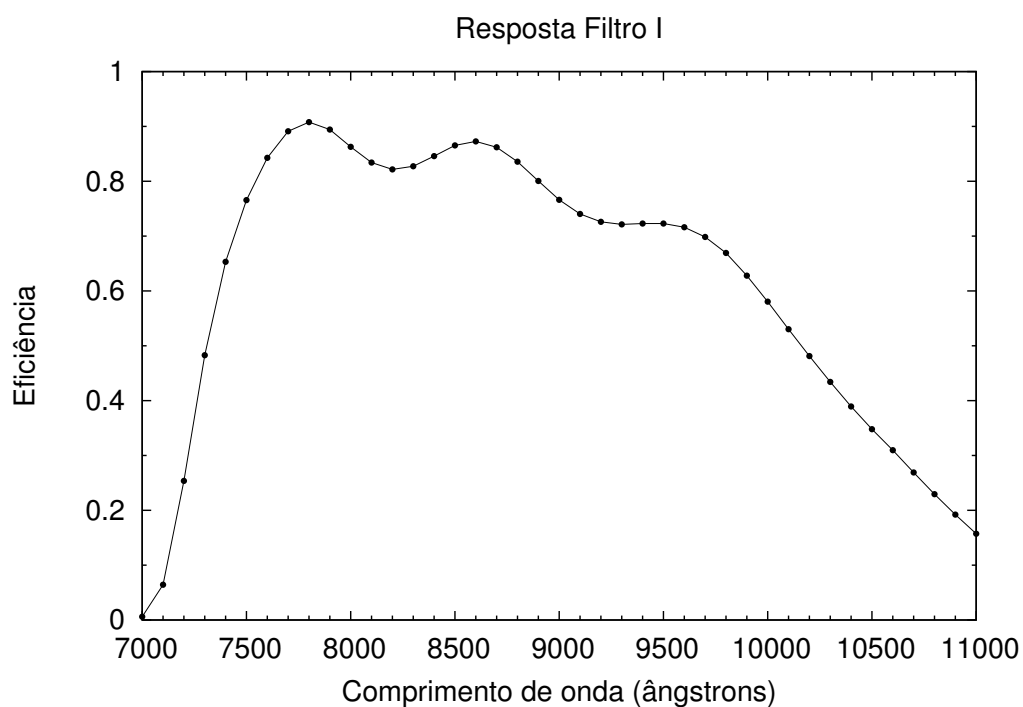


Figura 2.4: Banda de passagem do filtro *I* utilizado (LNA 2009).

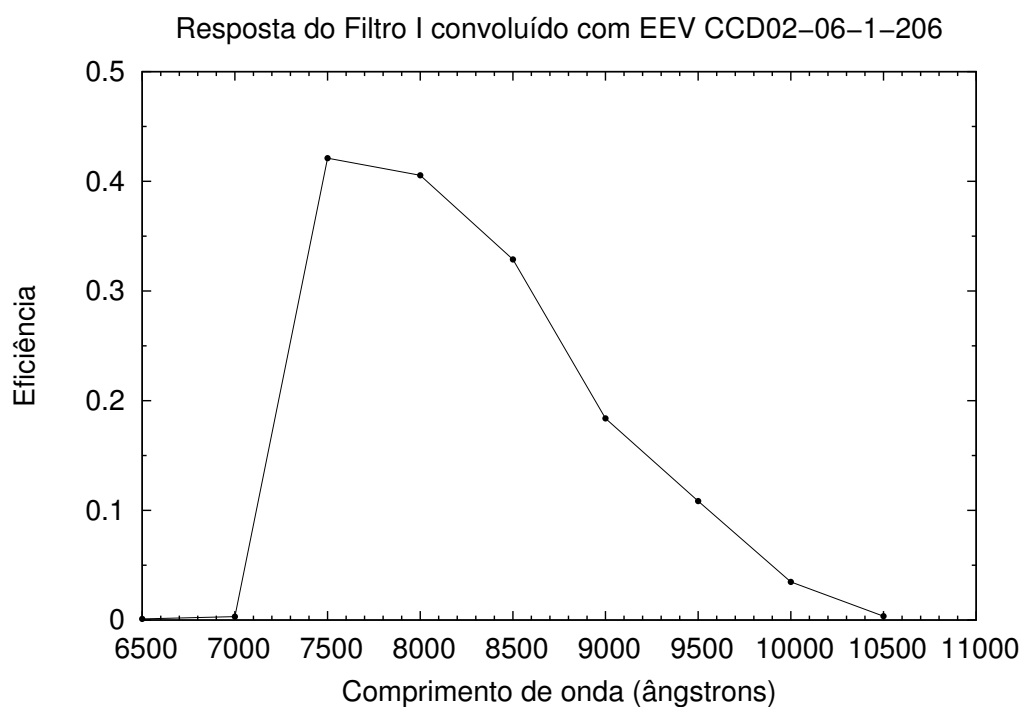


Figura 2.5: Convolvendo as eficiências do CCD301 e do Filtro *I*, tem-se uma banda de passagem de 7.200 Å a 9.000 Å.

2.2 Critérios para seleção de eventos

A partir das previsões geradas especificamente para Brasópolis (Arlot *et al.* 2006), tem-se um total de 66 eventos entre junho de 2006 e novembro de 2009. Cerca de dois terços destes eventos são eliminados como primeiro critério por terem previsão de queda de magnitude zero. Os fenômenos restantes precisam ser filtrados, pois não levam em conta as condições necessárias para uma observação bem sucedida com o sítio, telescópio e sensor disponíveis. Esta seleção foi feita considerando a distância dos satélites que participariam do evento à Urano, e respeitando o ângulo horário no instante do fenômeno.

Para o telescópio Perkin-Elmer, do Pico dos Dias, foram selecionados aqueles fenômenos que estariam com ângulo horário menor que quatro horas (em módulo), considerando as limitações físicas de apontamento do telescópio (figura 2.6) e que Urano variou de $-05^{\circ} 14'$ a $-06^{\circ} 45'$ em declinação ao longo do período de observações. Para isto utilizou-se as efemérides fornecidas pelo serviço de efemérides Horizons JPL (Giorgini *et al.* 1996) para Urano, e assim pôde-se calcular sua posição no céu nos instantes desejados.

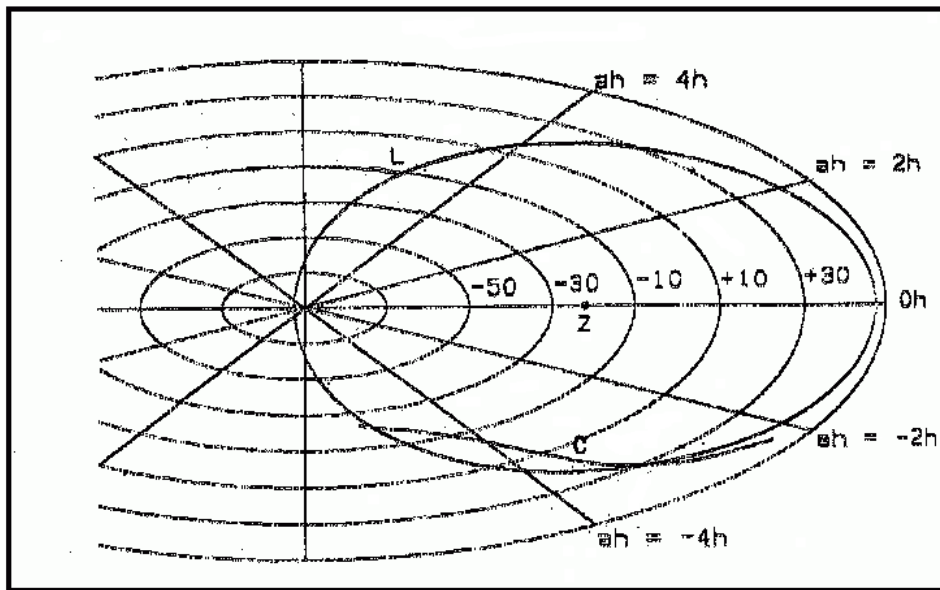


Figura 2.6: Curva de limite físico de apontamento do telescópio P&E 1,60 m do Observatório do Pico dos Dias. Os domínios permitidos estão dentro de L e acima de C (cúpula) (LNA 2009).

Urano tem diâmetro aparente, projetado no plano do céu, de aproximadamente 4 segundos de grau que, juntando com sua magnitude próxima a 5,7, como já comentado, provoca uma importante contaminação por luz difusa na imagem. Isto quer dizer que eventos que ocorressem à distâncias aparentes ao planeta muito pequenas, dificilmente seriam observáveis, a não ser por condições de *seeing* excepcionais ou outra técnica obser-

vacional (ótica adaptativa) da qual não pôde-se dispor. Dos satélites principais, Miranda é o mais próximo com elongação máxima ao planeta de 10" (Jacobson 1992), já Oberon é o mais distante, chegando a 47" de elongação máxima. Portanto, por estarem muito próximos a Urano, os eventos de Miranda apresentam maior dificuldade observacional.

A queda de fluxo calculada no artigo de Arlot *et al.* (2006) é exposta de três formas: o valor da queda de fluxo relativa aos dois corpos em evento; 1 (um) se toda a luz do objeto desaparece; 0 (zero) se o evento é rasante e sem queda de fluxo. As quedas foram calculadas tomando-se em conta os albedos dos satélites nas bandas *V* e *R*.

2.3 Observações

Aplicando os critérios acima, foram selecionados 22 eventos (tabela 2.3) e todos contemplados com tempo em telescópio. Seis deles não foram passíveis de observação por questões meteorológicas e cinco por problemas técnicos. Dentre os 11 restantes, dois confirmaram a previsão para queda de magnitude nula. Um terceiro evento previsto como rasante se apresentou, de fato, como uma ocultação que se sobrepôs a um eclipse previsto para o mesmo instante, e sua modelagem não será abordada nesta dissertação. Os sete fenômenos restantes formam o escopo deste trabalho, eles serão reduzidos e analisados e seus resultados apresentados nos capítulos seguintes.

No compromisso de evitar tempo morto entre cada uma das imagens obtidas em sequência durante um evento, selecionou-se uma pequena região do CCD otimizada para conter os satélites em evento, Urano e um outro satélite a ser usado como referência para a fotometria; usualmente Titânia e/ou Oberon que são os de menor magnitude e, por terem maior elongação máxima, estavam mais afastados do planeta. As imagens têm tempo de exposição de 1, 2 ou 3 segundos, dependendo das condições de céu, duração do evento e distância ao planeta, considerando que quanto mais próximo ao planeta mais intensa é a contaminação da luz dispersa por ele. As integrações sempre começaram e terminaram cerca de trinta minutos antes e depois do instante previsto para o início e fim do fenômeno, contando que as previsões de tais instantes apresentam erros (podendo chegar a mais de minuto), além de ser importante para a determinação do fluxo somado dos dois satélites, como será visto mais adiante na parte de fotometria e ajuste.

Os eventos apresentados neste trabalho foram observado nas condições que seguem (veja tabela 2.2). Em agosto, observou-se três ocultações envolvendo Umbriel e Ariel ou Oberon, sempre distantes do planeta e em condições de *seeing* melhor do que 2", permitindo tempo de integração de 3 segundos e apresentando queda de fluxo superior a 20%. Em outubro foram registrados três eventos envolvendo Miranda, duas ocultações por Ariel e um eclipse por Titânia, sendo aqueles com Ariel em condições de *seeing* alto

(1,8" e 2,6") ao contrário do eclipse, que foi em *seeing* menor que 1", o que permitiu sua boa detecção, uma vez que a queda de fluxo foi menor que 5%. Fenômenos que envolvem Miranda sempre tendem a ser mais difíceis de observar pela proximidade deste satélite a Urano e pela curta duração. Finalmente, em 28 de novembro, observou-se um eclipse de Ariel em Titânia, em condições de céu muito ruins (*seeing* aproximadamente 3,8").

Data	z (graus)	exp. (s)	imagens	<i>seeing</i>	Observador
13/08/07	31,3	3	549	1,99"	RVM, JC, FBR
14/08/07	50,0	3	485	1,13"	RVM, JC, FBR
19/08/07	53,6	3	650	1,36"	RVM, MA, JC, DSN, FBR
08/10/07	16,9	1	856	2,57"	MA
12/10/07	20,0	1	785	0,82"	RVM, DSN, FBR
18/10/07	16,0	3	283	1,78"	RVM, FBR
28/11/07	59,5	2	627	3,83"	MA, FBR

Tabela 2.2: Condições enfrentadas para a observação de cada um dos eventos aqui apresentados. Os observadores estão listados com suas iniciais conforme: Roberto Vieira Martins, Marcelos Assafin, Julio Camargo, Dario da Silva Neto, Felipe Braga Ribas.

Data	Horário (TU)	Evento	Tipo	R_{ura}	Fluxo	Duração (s)	Observação
03/05/2007	08h37m44s	Umbriel occ Titânia	A	3.2	0.329	350	T
04/05/2007	08h10m00s	Ariel occ Titânia	P	6.3	0.063	456	T
08/07/2007	04h18m10s	Umbriel ecl Miranda	T	2.1	1.000	153	T
12/08/2007	04h47m43s	Titânia occ Ariel	R	2.6	0.000	0	O
13/08/2007	03h06m38s	Ariel occ Umbriel	P	6.3	0.264	627	O
14/08/2007	01h34m49s	Umbriel occ Oberon	P	7.1	0.094	346	O
18/08/2007	04h48m09s	Oberon occ Titânia	R	3.6	0.000	0	O
19/08/2007	08h00m17s	Umbriel occ Ariel	P	6.2	0.318	877	O
20/08/2007	02h08m04s	Miranda ecl Ariel	R	2.4	0.000	0	N
21/08/2007	02h30m57s	Ariel occ Umbriel	R	2.3	0.000	0	N
25/08/2007	07h35m43s	Ariel occ Umbriel	P	3.2	0.095	13073	T
08/09/2007	02h06m01s	Ariel ecl Miranda	T	1.7	1.000	139	O
08/09/2007	02h06m11s	Ariel occ Miranda	P	1.7	0.000	0	O
29/09/2007	01h22m11s	Miranda occ Ariel	P	3.9	0.067	221	N
08/10/2007	00h44m12s	Ariel occ Miranda	T	1.7	0.130	152	O
12/10/2007	00h03m25s	Titânia ecl Miranda	T	1.9	1.000	179	O
18/10/2007	00h29m35s	Ariel occ Miranda	P	3.1	0.071	148	O
26/10/2007	01h27m24s	Ariel ecl Miranda	T	3.1	1.000	180	N
27/11/2007	22h54m06s	Ariel ecl Umbriel	P	4.8	0.407	301	T
28/11/2007	01h42m20s	Ariel ecl Titânia	P	5.9	0.198	400	O
08/12/2007	01h58m54s	Umbriel ecl Titânia	P	7.3	0.218	374	N
12/12/2007	01h11m01s	Titânia ecl Oberon	A	3.3	0.716	415	N

Tabela 2.3: Aqui encontram-se todos os fenômenos selecionados para observação com sua data e horário (colunas 1 e 2), satélites e evento, onde *occ* representa ocultação e *ecl* eclipse (coluna 3), o tipo, [T=total, A=anular, P=parcial ou R=rasante](coluna 4), a distância, em raios de Urano, ao corpo central (coluna 5), a queda de fluxo prevista (coluna 6), a duração do evento (coluna 7) e as condições de observação [T=problemas técnicos, N=problemas meteorológicos, O=observado](coluna 8).

Capítulo 3

Tratamento das Imagens

As imagens vindas do telescópio estão num estado bruto, isto quer dizer que precisam ser tratadas para poderem fornecer os dados que se espera obter dos objetos astronômicos. Os passos deste tratamento são descritos a seguir. São eles a calibração por características do CCD, "limpeza" de efeitos indesejados presentes na imagem e a redução fotométrica propriamente dita, que medirá na imagem os dados para as análises pertinentes.

3.1 Calibração

Além de objetos celestes e o fundo do céu, as imagens astronômicas obtidas com CCD contém informações indesejadas, que precisam ser consideradas antes da obtenção dos dados. Algumas são provocadas por imperfeições do CCD, mas podem ser corrigidas por procedimentos que serão descritos nesta seção. Nesta seção estas informações indesejadas serão explicitadas e discutidas.

Quando se realiza uma observação utilizando dispositivos CCD, a luz oriunda dos objetos no campo amostrado irá atingir os pixels do sensor. Neste momento, os fótons serão absorvidos e criarão elétrons pelo efeito fotoelétrico, que se acumularão conforme a quantidade e energia dos fótons que ali incidirem. As cargas acumuladas em cada pixel serão transformadas em contagens segundo o conversor A/D (analógico para digital). O número necessário para produzir uma *ADU* (unidade digital-para-analógica, do inglês *analog-to-digital unit*) é chamado de ganho, que é dado pela razão elétrons/*ADU* (Trinidad & Coziol 2001). Na tabela 2.1, o valor do ganho e outras características são fornecidas para o CCD utilizado neste trabalho.

Infelizmente, cargas no CCD não são criadas somente por fótons provenientes dos objetos. Isto aumenta o ruído na imagem, que traz mais incertezas nas medidas astronômicas, visto que é a razão do sinal do alvo sobre esse ruído que ditará a qualidade delas, que pode ser avaliada através da relação 2.1.

O próprio fundo de céu contribui para aumentar as contagens no dispositivo. Ele varia conforme as condições do céu, presença e distância da Lua, ou de outro objeto brilhante próximo, dentre outros fatores. Outra origem de tais cargas são os raios cósmicos, partículas de alta energia que incidem e sensibilizam um ou dois pixels do sensor, provocando altas contagens, o que facilita a sua identificação.

Cargas adicionais são criadas pela própria eletrônica do dispositivo. São elas: "*bias*", inerente ao sensor, serve para evitar contagens negativas; corrente de escuro ("*dark current*") geradas espontaneamente por efeitos de temperatura no CCD; ruído de leitura, criadas durante a transferência da imagem do dispositivo para o computador (isto é uma característica de cada CCD e é determinada e fornecida pelo fabricante, mas podem ser medidas pelo astrônomo, *Howell, 2000*). Diferenças na sensibilidade de cada pixel, também trazem tais efeitos (*Mackay 1986*). Medidos estes valores e o sinal do objeto de interesse, pode-se determinar a razão do sinal sobre o ruído, utilizando:

$$\frac{S}{R} = \frac{N}{\sqrt{N + n_{pix}(N_s + N_d + N_r^2)}} \quad (3.1)$$

onde N é o número total de fótons do objeto, subtraído do céu, n_{pix} é o número de pixels usados para contabilizar os fótons do objeto, N_s é o número de fótons de céu por pixel, N_d é a corrente de escuro por pixel e N_r é o ruído de leitura por pixel (*Howell 1989*).

Parte destes problemas podem e devem ser corrigidos com o tratamento das imagens. São as correções de *bias*, *dark current* e *flat-field* (este corrige a diferença de sensibilidade de cada pixel). Para este trabalho, após cada evento, obteve-se cerca de 20 imagens para calibração de *dark* e *flat-field* e foram combinadas, como descrito a seguir, utilizando o bem difundido programa IRAF ("*Image Reduction and Analysis Facility*").

As imagens *bias* são exposições de 0 segundos (ou o menor tempo possível) com o obturador fechado, de forma que somente as contagens impostas pela eletrônica sejam registradas. Integrando-se durante o mesmo tempo que a imagem de ciência foi integrada (aquela que contém o objeto alvo), mas com o obturador fechado, obtém-se o *dark* que, além de conter o *bias*, ainda tem as contagens oriundas de energia térmica. Estas contagens são criadas em função do tempo e são independentes da incidência de luz sobre o CCD. Note que basta calibrar a imagem com *dark* que ela já será calibrada de *bias* automaticamente. Todas as imagens *dark* de uma dada noite foram combinadas com a tarefa do IRAF *imcombine* tomando-se a sua média num arquivo "master" (figura 3.1).

O *dark* e o *bias* são contribuições que elevam as contagens de todos os pixels, por um valor de algumas dezenas de contagens que devem ser retiradas da imagem. Utilizando a tarefa *imarith*, diminui-se o *master dark* das imagens de *flat-field* e de ciência.

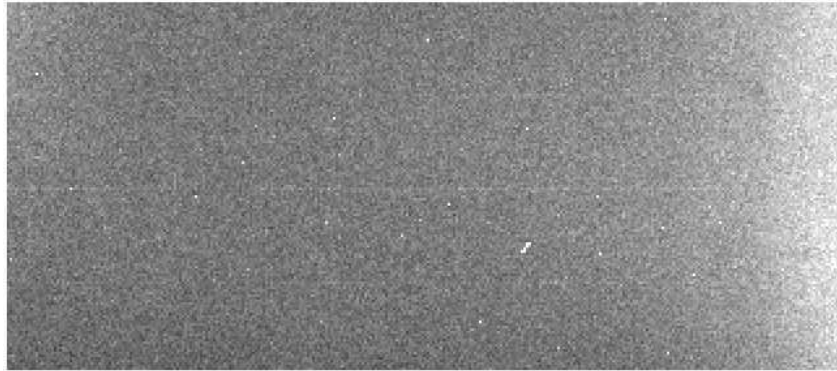


Figura 3.1: Imagem *master dark* do CCD301, combinação de 20 imagens tomadas com o obturador fechado com o tempo de exposição da observação.

Os *flat-fields* foram obtidos com a cúpula fechada e o telescópio com o filtro *I* (utilizado nas observações) apontado para uma tela branca, uniformemente iluminada. Com integrações de 15 segundos chegou-se a contagens de aproximadamente 22.000, número alto, mas ainda longe do nível de saturação, como sugerido em Newberry (1991). As imagens foram combinadas com auxílio da tarefa *imcombine*, tomando-se a mediana das contagens dos pixels, numa outra imagem "master", só que agora de *flat*, que posteriormente foi normalizada com a tarefa *normalize* (figura 3.2).

Como no *flat-field* mede-se a diferença de eficiência de cada pixel para seus vizinhos, ao dividir-se as imagens de ciência pela *master* de *flat*, compensa-se esta diferença e homogeneiza-se a imagem.

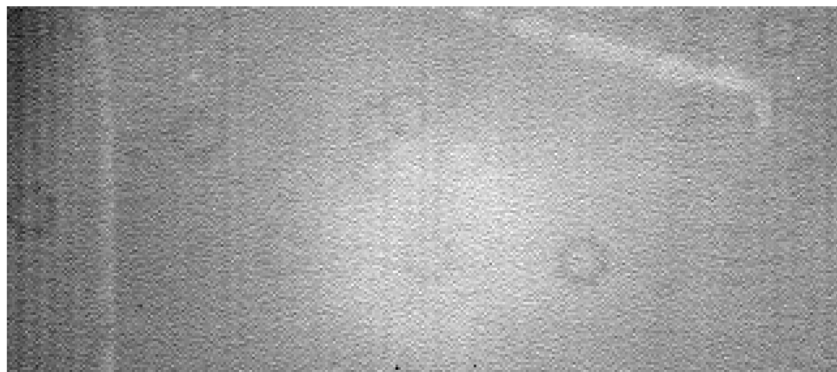


Figura 3.2: Imagem *master flat* do CCD301, combinação de 20 imagens tomadas para calibração da diferença de resposta de cada pixel.

É importante notar que mesmo estas correções introduzem ruídos nos dados (Newberry 1991, para detalhes), que são mais relevantes quando se quer realizar fotometria de precisão em objetos mal amostrados, como Miranda em alguns casos.

3.2 Coronografia

Como foi comentado anteriormente (veja seção 2.4), a luz difusa em uma imagem astronômica, provocada por um objeto muito brilhante nela presente, torna-se um problema no momento da análise dos dados. O prejuízo mais evidente é para objetos fracos e próximos a esta fonte intensa, que ficam imersos na luz espalhada, tornando-se inviável detectá-los ou fazer qualquer medida fotométrica e/ou astrométrica. Outro problema evidente é quando as contagens da fonte chegam ao limite de saturação do CCD, quando a resposta dos pixels aos fótons incidentes já se tornou não linear, impossibilitando o estudo fidedigno dos dados. Neste trabalho, a relação de fonte muito brilhante com objeto fraco se dá entre o planeta Urano e seus satélites.

Mesmo considerando que Urano é uma fonte extensa, ele ainda apresenta um perfil quase gaussiano (Stone 1990), imprimindo à imagem toda um gradiente de luz a ele concêntrico. Pensando agora na determinação da posição do satélite, que também apresenta um perfil gaussiano, este "fundo de céu inclinado", provocará um deslocamento do centro desta gaussiana, causando erro na medida astrométrica do corpo.

A fotometria dos satélites apresenta três problemas principais: 1) erro na posição do centro, provocado pela presença do fundo de céu inclinado; 2) má determinação da contribuição do céu; e 3) considerando uma série temporal de imagens, e que o satélite se desloca pelo gradiente de luz difusa do planeta, devido a sua órbita em torno dele, ao realizar-se numa fotometria de abertura, o seu brilho pareceria aumentar ou diminuir ao longo da série. Este resultado falso, causado pela luz do planeta, tem que ser evitado.

O primeiro artefato utilizado para minimizar este efeito é o filtro I , que bloqueia comprimentos de onda nos quais Urano é mais brilhante, diminuindo assim a luz espalhada. Outro artefato muito utilizado em casos como este é um coronógrafo, que se apresenta como um disco negro sobre a imagem, totalmente opaco a qualquer fóton visível [para ver um estudo sobre coronógrafos veja Guyon *et al.* (2006)].

Em Assafin *et al.* (2008), foi feito um estudo com um protótipo de um coronógrafo construído pelos autores. Este artefato mostrou-se capaz de aumentar a razão sinal-ruído dos satélites próximos a Urano (figura 3.3). Estimaram que, para o caso extremo de Miranda (magnitude visível 16.5) à distância de 2.1 raios de Urano, se atingiria $S/R = 5$ com 1 s de exposição, valores adequados às condições necessárias para os eventos mútuos. Outros trabalhos, como os de Vieira Martins *et al.* (2004) e Bourget *et al.* (2004), utilizaram coronógrafos para obter posição de satélites próximos a planetas brilhantes.

Mesmo na imagem com este coronógrafo, ainda nota-se luz do planeta deixando o fundo de céu com um gradiente. Para retirar esta luz difusa, Assafin *et al.* (2008) desenvolveram um procedimento computacional descrito a seguir, que aqui será referenciado como *coronografia digital*. Este programa faz parte do pacote de programas PRAIA



Figura 3.3: Imagem apresentando um máscara de coronografia como um anteparo físico à luz da fonte brilhante (Assafin *et al.* 2008).

(Assafin 2006).

A contribuição da luz do planeta é computada para cada pixel (i, j) na imagem, dos quais toma-se sua distância em relação ao centro (x_c, y_c) da fonte brilhante. Então, considera-se um anel de espessura de 1 pixel e raio igual a d , centrado em (x_c, y_c) . Tomam-se as contagens de cada pixel sob este anel, que são dispostas em um histograma. As contagens individuais de cada pixel são pesadas em função da distância entre a circunferência do anel e o centro do pixel. Enfim, a moda deste histograma é tida como a contribuição do planeta no pixel (i, j) . Este cálculo é repetido até que todos os pixels da área de trabalho tenham sido processados. Como resultado, consegue-se o perfil da luz do planeta espalhada por toda a imagem (figura 3.4). Este perfil é retirado da imagem original e obtém-se uma imagem digitalmente coronografada (figura 3.5), com o fundo de céu plano com contagem média próxima a zero.

Neste processo, quanto mais acurada a determinação do centro da fonte brilhante (x_c, y_c) , melhor será o cálculo da sua contribuição na imagem e, portanto, o resultado da coronografia. Então, antes de aplicar a coronografia digital à imagem original, aplica-se o processo acima para um grupo de pixels em torno do centro (x_c, y_c) do planeta (inicialmente determinado por um ajuste Gaussiano em duas dimensões). Começando por um quadrado de 3x3 pixels, em torno deste centro, é determinado o pixel e depois o subpixel (x_c, y_c) que melhor define o centro da fonte brilhante e, portanto, que levará ao menor resíduo de luz difusa. O método é repetido até que a diferença do resíduo

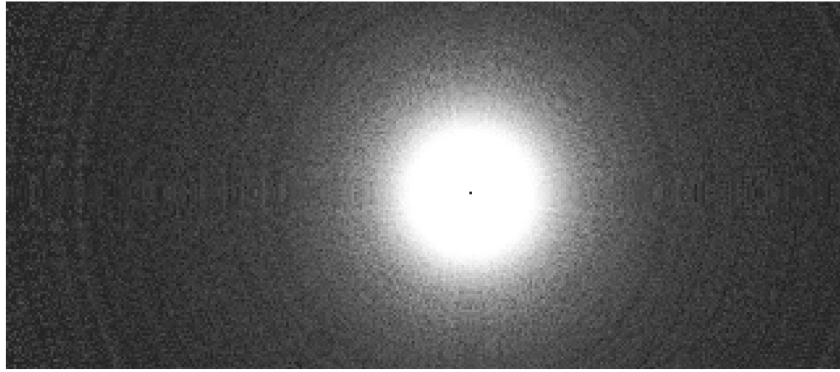


Figura 3.4: Imagem da contribuição do planeta, calculado pelo programa de coronografia digital.

obtido entre um processo e outro não muda mais que um dado valor de convergência, aqui adotado como 1%. Uma vez determinado o melhor (x_c, y_c) , aplica-se a coronografia digital na imagem original, abrangendo uma área que contenha todos os objetos de interesse, no caso os satélites de Urano.

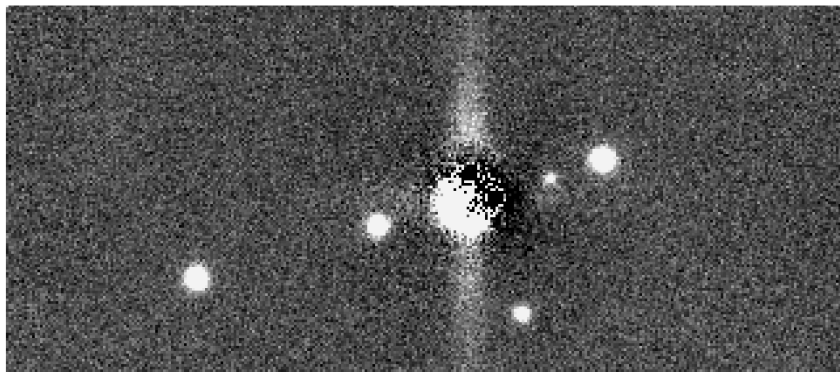


Figura 3.5: Imagem após o processamento de coronografia digital. A contribuição do planeta na imagem é retirado, resultando em um fundo de céu plano.

O programa prevê a presença do coronógrafo clássico, como o da figura 3.3, mas este não foi utilizado neste trabalho. Isto porque a má centralização da fonte brilhante sobre a máscara prejudica o processo de coronografia digital, o que é causado por dificuldades no acompanhamento do telescópio. Optou-se, então, somente pelo emprego da coronografia digital, que foi aplicada em todas as imagens de cada evento, após a calibração de *dark* e *flat-field*, como no exemplo da figura 3.6, referente à ocultação de Oberon por Umbriel em 14 de agosto de 2007.

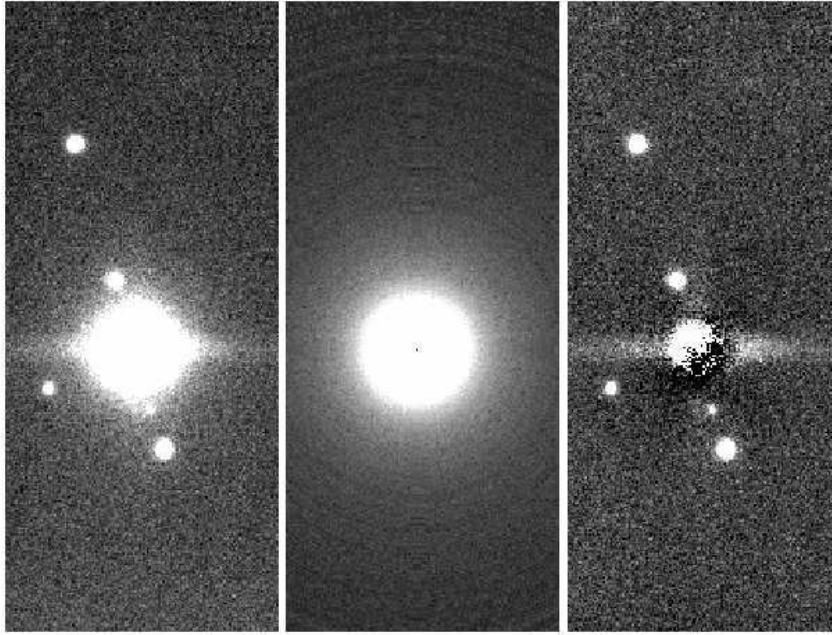


Figura 3.6: Da imagem original calibrada (esquerda), calcula-se a contribuição do planeta (centro) e obtém-se a imagem coronografada digitalmente (direita). Imagem do evento de 14 de agosto 2007; os satélites, alinhados de cima para baixo, são Titânia, Ariel, Miranda e os alvos do evento Umbriel com Oberon (indistintos na imagem), a esquerda de Urano pode-se ver uma estrela.

3.3 Fotometria

A análise das imagens dos fenômenos mútuos é feita através de fotometria. Utilizou-se fotometria de abertura diferencial, buscando uma área que garantisse o melhor S/R, considerando a flutuação do fundo de céu, fundo este subtraído pela coronografia digital. Com o PRAIA, pôde-se realizar esta tarefa de forma automatizada.

A fotometria em Astronomia, medida do fluxo de luz oriunda de um objeto, pode ser absoluta, quando se refere à estrelas padrões (Landolt 1983), ou diferencial, quando comparada a um objeto de brilho intrínseco constante e no mesmo campo. Neste trabalho optou-se pela fotometria diferencial, pois busca-se a variação do fluxo dos satélites em evento. Esta técnica é a mais apropriada para medição de pequenas variações de magnitude, além de permitir o emprego de um outro satélite como comparação. A utilização deste outro satélite faz com que efeitos de variação do céu (extinção atmosférica, variação de massa de ar, transparência) sejam contornados, já que afetam todos os objetos no campo de maneira indistinta.

De modo geral, a magnitude instrumental é obtida por:

$$m_{alvo} = m_0 - 2.5 \log(F_{alvo} - F_{ceu}) \quad (3.2)$$

onde m_0 é o ponto zero em magnitude do instrumento, F_{alvo} e F_{ceu} são os fluxos do objeto e o fluxo do céu de fundo respectivamente (Kjeldsen & Frandsen 1992). Então a diferença de magnitude entre a comparação e o alvo (no caso, satélites em evento) é dada pela equação:

$$\Delta m = m_{alvo} - m_{comp} \quad (3.3)$$

Para se conseguir bons resultados numa fotometria de abertura, é imprescindível definir uma área sobre cada objeto, na qual seu fluxo será medido, otimizada para obter a melhor S/R. Em Howell (1989) mostra-se que esta área não pode ser nem muito pequena, a ponto de perder boa parte de fluxo do corpo, nem tão grande, que abranja a região onde o céu e outros ruídos sejam predominantes. Portanto, é possível determinar uma curva do S/R para diversas aberturas e escolher a ideal, ou seja, aquela que fornece o maior valor para esta razão. Determinar a contribuição do céu nesta área também é importante, pois seu fluxo deve ser retirado e é especialmente significativo no caso de objetos fracos.

Em cada evento definiu-se uma abertura ótima, de maneira empírica, variando o raio de 1 a 3 vezes o *seeing*. Os resultados de cada fotometria com as diferentes aberturas foram plotados em curvas de luz e comparados quanto a sua dispersão, e assim chegou-se à melhor abertura. É interessante notar que, quanto maior o *seeing* da noite, menor a abertura relativa mais adequada para a fotometria, como pode ser verificado na tabela 3.1. Para a leitura do fundo de céu, definiu-se um anel de raio interno de 12 a 20 pixels e 5 de espessura, dependendo das condições de céu e posição dos satélites em relação a outros objetos. Foi escolhido como comparação um outro satélite que estivesse isolado no campo. Titânia e Oberon, quando não os dois juntos, dividiram-se nesta tarefa, pois são bem brilhantes e não apresentam grandes variações de brilho (Karkoschka 2001), principalmente no pequeno intervalo de tempo considerado.

Para realizar a análise fotométrica, utilizou-se o PRAIA que é capaz de, uma vez fornecida as posições dos satélites na primeira imagem de uma série, os identificar e acompanhar ao longo da observação. Nele pode-se definir o tamanho de um disco sobre os objetos para a fotometria de abertura e do anel concêntrico ao corpo, para determinação da contribuição do fundo de céu. Como dados de saída tem-se o instante de cada imagem em data juliana, o fluxo, razão sinal-ruído e *seeing* de cada objeto.

É importante salientar que o S/R aqui calculado leva em conta o tratamento da imagem pela coronografia digital que retirou a contribuição do céu, pois o ruído provocado por este continua presente. Lembrando que de maneira usual a razão sinal-ruído é calculada tendo como um dos parâmetros o fundo de céu, como pode ser visto na equação 3.1.

Newberry (1991) apresenta uma rigorosa discussão sobre os erros presentes numa ima-

Data dd/mm/aaaa	Satélites em evento	Satélites de comparação	Abertura ($\times seeing$)	<i>seeing</i> (")	σ da razão de fluxo
13/08/2007	1 <i>occ</i> 2	3	2,5	1,99	0,00782
14/08/2007	2 <i>occ</i> 4	3	2,8	1,13	0,00935
19/08/2007	2 <i>occ</i> 1	3	2,6	1,36	0,00803
08/10/2007	1 <i>occ</i> 5	3+4	1,2	2,57	0,03004
12/10/2007	3 <i>ecl</i> 5	4	2,8	0,82	0,01296
17/10/2007	1 <i>occ</i> 5	3+4	1,8	1,78	0,01675
28/11/2007	1 <i>ecl</i> 3	4	1,0	3,83	0,02849

Tabela 3.1: Parâmetros fotométricos para as reduções das imagens. Os satélites são designados por seus números: 1- Ariel, 2- Umbriel, 3- Titânia, 4- Oberon, 5- Miranda. Ocultação é abreviada por *occ* e eclipse por *ecl*. A abertura para fotometria é dada em função do *seeing*.

gem em que o céu tenha sido subtraído. Além dos ruídos, P de calibração por *bias*, *dark* e *flat-field* e R de leitura da imagem, tem-se aquele gerado pela conversão da imagem com valores de contagens em números reais para números inteiros T (usado para economizar espaço em disco). Diz-se que estes são os ruídos de base $B^2 = P^2 + R^2 + T^2$, que podem ser considerados constantes numa região do CCD, uma vez que R e T são características instrumentais, e P só depende de um correto processo de calibração para também o ser. A relação entre o sinal e o ruído (em unidade de ADU) para este caso se apresenta como:

$$\frac{S}{R} = \frac{C_o^{1/2}}{\sqrt{\frac{1}{g} + \frac{n}{C_0} \sigma_{fundo}^2} \cdot (1 + \frac{1}{p})} \quad (3.4)$$

onde C_o são as contagens do objeto, g é o ganho, n o número de pixels sob a abertura, p o fundo (outrora de céu) estimado por um anel em torno do alvo, que nos dá o grau de variância estimado para cada pixel sobre o objeto $1/p$ e finalmente σ_{fundo}^2 que é a soma de B^2 com a média das contagens do fundo por pixel f_{med} e ainda uma contribuição espúria de objetos fracos de fundo na linha de visada ϵ^2 (portanto, $\sigma_{fundo}^2 = B^2 + f_{med} + \epsilon^2$). Repare que todas as variáveis podem ser obtidas da imagem, pois são ou instrumentais ou valores que podemos medir.

3.4 Curva de Luz

Após as medidas fotométricas de cada imagem, dispõem-se as diferenças de magnitudes (alvo menos comparação) em uma série temporal, conhecida como *curva de luz*, muito utilizada para determinar a forma de asteróides [Kaasalainen *et al.* (1992); Descamps *et*

al. (2009)] e mapear a variações de brilho na superfície de satélites [Buratti *et al.* (1992); Karkoschka (2001)].

Para eventos mútuos, ocultações estelares por objetos do Sistema Solar, ou para detecção de exoplaneta por fotometria, as imagens são obtidas em sequência, durante vários minutos ou horas, podendo ser várias imagens em um curto intervalo de tempo, como neste trabalho, em que se tem uma imagem a cada 1, 2 ou 3 segundos. Esta taxa de imagens por segundo é denominada por *resolução temporal*. No caso dos fenômenos mútuos entre os satélites de Urano é imprescindível saber o instante da imagem com precisão de, ao menos, 0,1 segundo, já que, considerando as velocidades dos satélites, isto corresponde a precisão de 1 km na sua posição relativa.

A curva de luz pode apresentar como unidades a diferença de magnitude (como da equação 3.3) ou mesmo a razão de fluxos entre os satélites em evento e o de comparação. Como já foi comentado, a fotometria diferencial permite que se chegue a grande precisão, pois possíveis fontes de erros como a passagem de nuvens, extinção atmosférica e variação de transparência do céu são contornadas, já que afetam todos os objetos do campo ao mesmo tempo. Na figura 3.7, pode-se ver que, mesmo com grandes variações de céu provocando variações de fluxos em todos os satélites, consegue-se uma curva de luz livre destes efeitos.

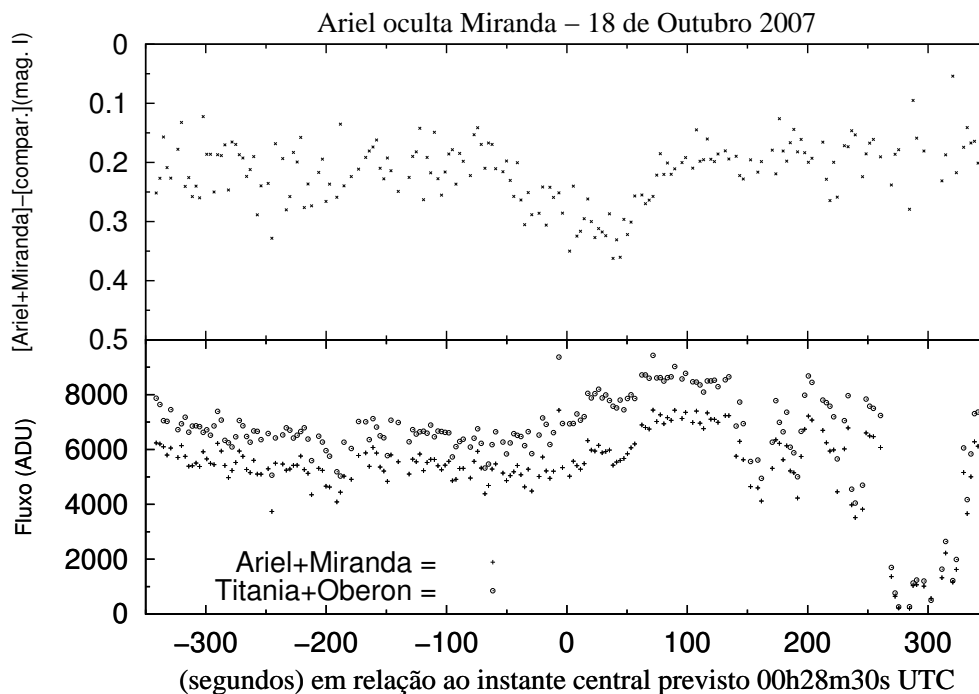


Figura 3.7: Mostra-se neste gráfico como grandes problemas de variação de céu ao longo de uma observação são contornados com a fotometria diferencial. No quadro de baixo o fluxo dos satélites e no de cima a diferença entre suas magnitudes.

Para a determinação das curvas de luz, utilizou-se outro programa do pacote PRAIA (Assafin 2006). Como entrada são fornecidos os arquivos com os dados fotométricos (data, fluxos, S/R , *seeing*) e uma data que será usada para referência do ponto zero da escala de tempo.

Como saída tem-se a data juliana, a diferença de tempo para o instante de referência, *seeing* do alvo e do calibrador, a diferença de magnitudes seguida por seu erro, a razão de fluxos e seu erro, fluxo do alvo e fluxo do calibrador. Com isto podemos montar os gráficos de curva de luz, como da figura 3.8, em que é apresentada a curva de luz da ocultação de Ariel por Umbriel no dia 19 de agosto de 2007.

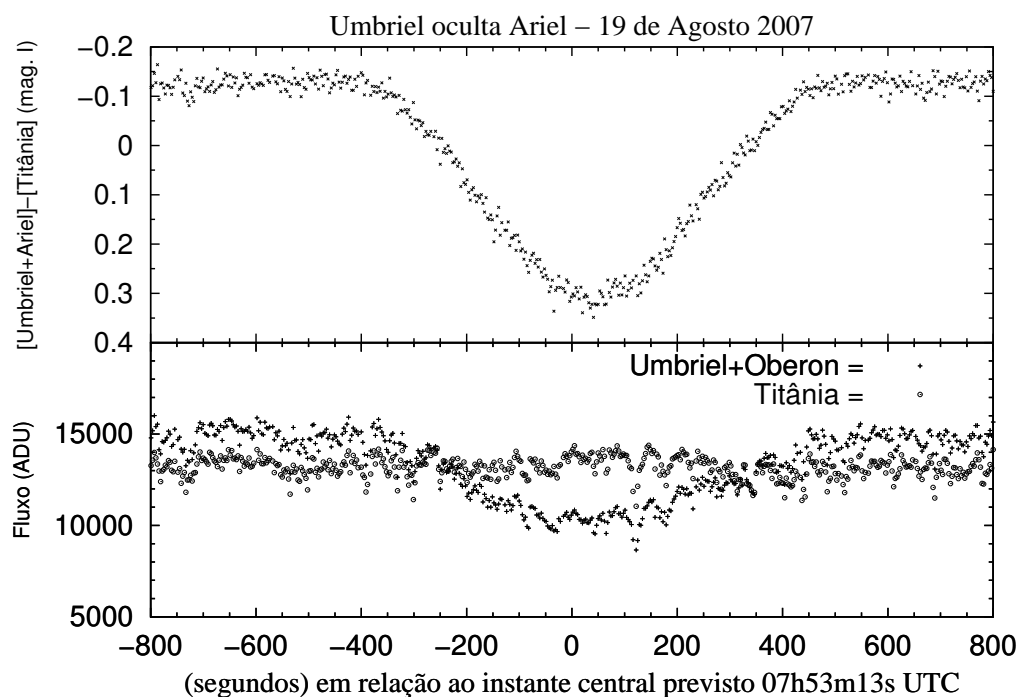


Figura 3.8: Mostra-se neste gráfico como dados estáveis geram excelentes curvas de luz com a fotometria diferencial. No quadro de baixo, o fluxo dos satélites, e no de cima, a diferença entre suas magnitudes.

Capítulo 4

Modelo Teórico

4.1 Eventos Mútuos

Campanhas internacionais para observação de fenômenos mútuos já são realizadas há mais de 3 décadas, visando tanto os satélites de Júpiter quanto os de Saturno. Para se obter as informações que cada evento pode fornecer, é preciso ajustar uma *curva de luz teórica* sobre a curva de luz já observada. Aksnes & Franklin (1976) sugeriram o primeiro modelo rigoroso para ajuste, e foram seguidos por Wasserman *et al.* (1976) e Aksnes *et al.* (1986). Muitos outros artigos propuseram melhoramentos, buscando principalmente incluir as variações de escurecimento de limbo, ângulo de fase solar e variações locais de albedos nos satélites. Outros autores ainda apresentaram abordagens diferentes, como Descamps *et al.* (1992), Emelyanov (2003) e Noyelles *et al.* (2003), que fizeram a análise das curvas de luz usando as coordenadas retangulares planetocêntricas dos satélites.

Observar estes raros fenômenos fotométricos pode trazer valiosas medidas astrométricas. Isto porque através das curvas de luz consegue-se determinar, no instante central do evento, a posição relativa entre os satélites, deste modo, então sua posição no céu. Atinge-se precisão que chega a, pelo menos, uma ordem de grandeza melhor que aquela atingida por métodos astrométricos tradicionais. Portanto, eventos mútuos são importantes fontes para ajustes de teorias dinâmicas das órbitas desses satélites.

Os satélites principais dos planetas têm diâmetro de centenas ou milhares de quilômetros. Com isto, mesmo os satélites de Urano, que estão a cerca de 19,3 unidades astronômicas (UA) da Terra, apresentam-se para um observador terrestre na forma de um pequeno disco projetado na esfera celeste. Apesar de diminutos, em momentos muito específicos, estes discos se sobrepõem e, então, pode-se observar uma ocultação. Quando um desses corpos projeta somente sua sombra sobre o outro, observa-se um eclipse. Esses eventos ocorrem, respectivamente, quando a Terra passa pelo plano no qual os satélites orbitam seus planetas e quando o Sol passa por este mesmo plano (nos equinócios). Isto

acontece a cada 6 anos para Júpiter, a cada 15 anos para Saturno e somente a cada 42 anos para Urano.

Tanto na ocultação quanto no eclipse, o que se observa é a variação da quantidade de luz recebida daquele corpo que sofreu a ação. Quanto tempo isto dura, qual a diminuição de brilho e quando ocorre, são informações que se obtém das curvas de luz.

Para obter tais informações, separa-se o evento em variáveis ou, como serão chamados, parâmetros. Em função destes parâmetros, pode-se construir uma curva de luz teórica que reproduza a curva observada. E, com isto, estimar qual a distância aparente entre os satélites no momento de maior aproximação, qual o momento em que isto ocorre, em que velocidade relativa os corpos se cruzaram, qual a diferença de brilho entre eles e, finalmente, seus diâmetros aparentes.

4.2 Parâmetros

A curva de luz teórica, isto é, o modelo que adotamos para descrever os eventos mútuos, é função de seis parâmetros principais. Nominalmente, são eles: parâmetro de impacto, instante central, velocidade relativa, razão de albedos e os raios dos satélites (veja a figura 4.1). Repare que os três primeiros estão ligados às propriedades dinâmicas dos satélites, e os três últimos à características físicas de refletividade e geometria. Cada um deles é descrito a seguir, bem como a sua contribuição para a formação da curva de luz.

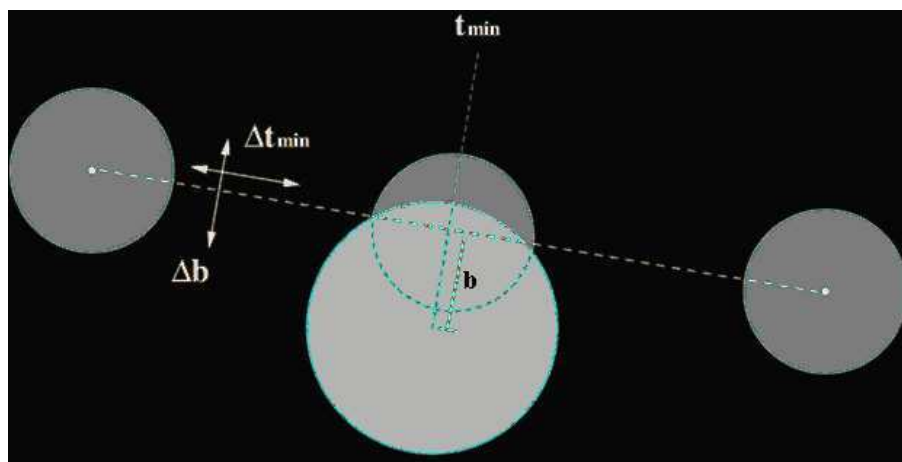


Figura 4.1: A menor distância aparente entre os satélites é denominada parâmetro de impacto (b), o instante em que se mede esta distância é o instante central (t_{min}). Têm-se ainda a velocidade relativa entre os satélites, a diferença de albedos e seus raios.

4.2.1 Parâmetro de Impacto

O parâmetro de impacto é a menor distância (aparente) entre o centro dos dois satélites, durante uma ocultação. Já durante o eclipse, é a menor distância entre o centro do satélite eclipsado e o centro do cone de sombra, nele projetado. Repare que um eclipse observado aqui na Terra é uma ocultação para um hipotético observador sobre o Sol.

Este parâmetro depende da posição relativa dos satélites em suas órbitas, projetadas no plano do céu perpendicular a linha de visada do observador, justamente um dos principais resultados que se quer obter com estas observações.

Analisando os efeitos sobre a curva de luz teórica, ao se variar o parâmetro de impacto, e considerando os outros parâmetros fixos, tem-se que: quanto menor seu valor, maior a profundidade da curva, bem como a duração do fenômeno. Portanto, ele tem forte influência sobre a queda de fluxo observada e os instantes final e inicial do evento. Seu valor pode estar entre zero e a soma dos raios dos dois satélites (ou do satélite com a sombra no eclipse), quando a posição dos centros é coincidente ou quando o fenômeno é rasante, respectivamente. Caso seja maior que estas quantidades, não se considera um evento. Busca-se a sua determinação com precisão de quilômetros, o equivalente a poucos milissegundos de grau (*mas*).

4.2.2 Instante Central

O instante central é o centro da curva de luz, o momento de maior aproximação entre os discos aparentes, ou seja, justo o instante em que se mede o parâmetro de impacto. Isto não é totalmente verdadeiro se o satélite tiver um grande ângulo de fase solar (ângulo entre a direção da luz incidente sobre o objeto com a aquela da luz que chega ao observador). Isto faz com que o fotocentro do corpo não seja coincidente com o centro geométrico. Mas como Urano e, por consequência suas luas, atinge no máximo $2,8^\circ$ de ângulo de fase, para observadores na Terra, este erro poderá ser suprimido em grande parte dos eventos.

Nos fenômenos aqui apresentados, estes ângulos são de cerca de $1,5^\circ$. Utilizando a fórmula

$$d = C \cdot r \cdot \sin(i/2) \quad (4.1)$$

chega-se a uma correção de $0,010 \cdot r$. Para Titânia (raio = 788,9km), o maior satélite, isto equivale a 7,9km ou 0,56 *mas*. Para a velocidade relativa média obtida ($v = 5,6 \text{ km/s}$) o deslocamento do instante central é de 1 segundo. Estes valores estão da ordem dos erros obtidos nos ajustes, portanto, pode-se negligenciar sua influência. Em 4.1 tem-se d como o deslocamento do fotocentro, C um coeficiente dependente da lei de espalhamento,

adotado 0,75 como sugerido em Lindegren (1977), r o raio do corpo, e i o ângulo de fase solar.

O instante central também é de suma importância para a determinação da posição dos satélites em sua órbita. Por isto, busca-se atingir precisão na ordem do segundo em sua determinação. Assim, esta posição fica limitada ao erro do parâmetro de impacto, este na ordem de alguns quilômetros.

4.2.3 Velocidade Relativa

A velocidade relativa é a diferença das velocidades aparentes dos dois satélites em um fenômeno, seja ela vista da Terra numa ocultação, ou vista do Sol num eclipse. Ou, fixando o referencial sobre um dos satélites, é a velocidade que o outro corpo se desloca em relação a ele. Esta velocidade é considerada constante ao longo do evento, já que o tempo decorrido durante o fenômeno é insignificante frente ao período orbital dos satélites.

Se todos os parâmetros forem fixados, a não ser a velocidade relativa, poderemos ajustar o instante inicial e final às medidas. Isto é, este parâmetro dinâmico atua sobre a duração do fenômeno, que diminui quanto maior a velocidade relativa.

Muitos trabalhos publicados com ajustes de curvas de luz dos satélites de Júpiter [Kaas *et al.* (1999), Dourneau *et al.* (2005), Emelyanov & Gilbert (2006)] simplesmente adotam as velocidades fornecidas pelas efemérides e as mantém como parâmetro fixo para o ajuste. Isto é justificável, pois as efemérides das luas galileanas são muito bem conhecidas, bem como suas velocidades. Publicações de eventos entre os satélites de Urano [Arlot *et al.* (2008) e Hidas *et al.* (2008)] também fixaram as velocidades, ajustando somente os outros parâmetros.

Neste trabalho, bem como em Miller & Chanover (2009), a velocidade relativa é um parâmetro a ser ajustado à curva observada, já que as fornecidas pelo sistema de efemérides Horizons JPL não se ajustam diretamente a todas as curvas de luz observadas. Isto pode ser verificado na figura 4.2, na qual um curva teórica (linha) feita a partir das posições fornecidas pelo sistema Horizons, está sobreposta à curva observada (pontos) nos mesmos instantes da teórica. Trata-se da ocultação de Oberon por Umbriel no dia 14/08/2007 à 01h33m44s. Note a má concordância das curvas, principalmente nos instantes inicial e final. Isto mostra a necessidade de se ajustar a velocidade relativa às observações.

4.2.4 Razão de Albedos

A razão de albedos é o parâmetro físico que está relacionado com a refletividade dos satélites. Albedo é a razão entre a quantidade de luz recebida pela quantidade de luz difusa refletida, considerando um elemento de área da superfície em questão. Portanto,

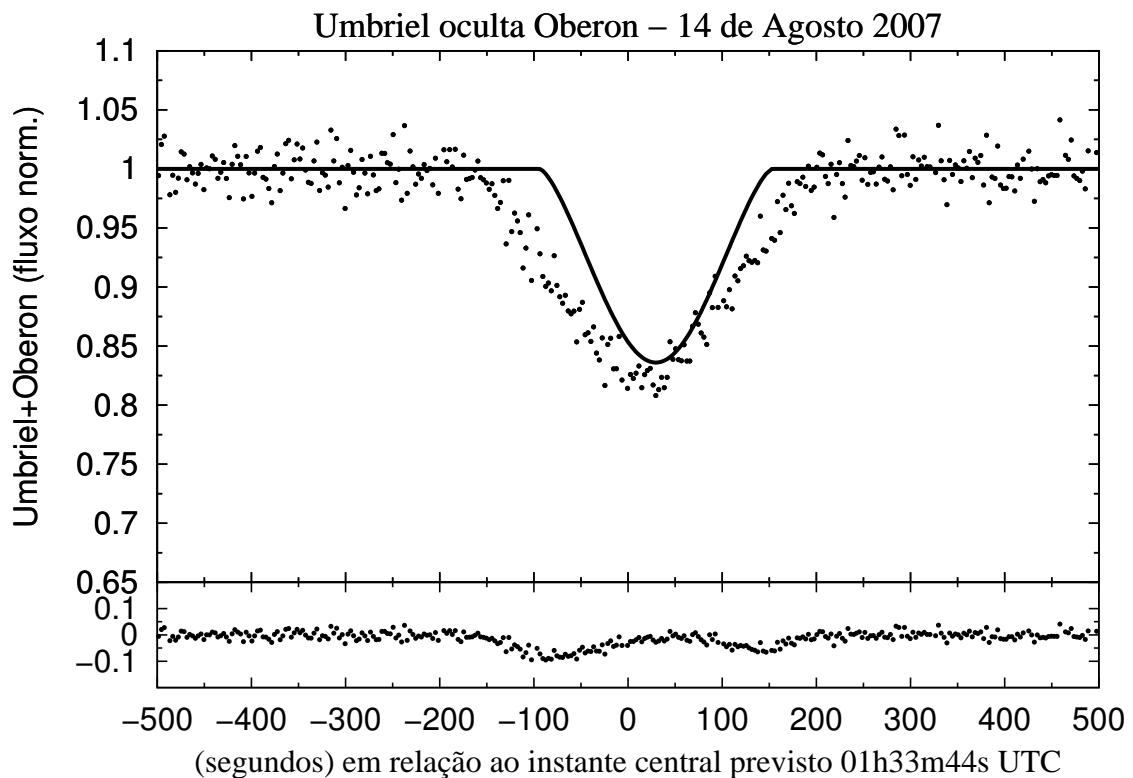


Figura 4.2: A linha contínua é calculada a partir das condições iniciais oriundas do JPL. Sobreposta à observação da ocultação de Oberon por Umbriel no dia 14 de agosto de 2007, mostra a necessidade de ajuste das velocidades. No gráfico inferior, observa-se a grande diferença entre a observação e as condições iniciais oriundas do JPL.

dependendo das características da superfície do corpo, ele terá um maior ou menor albedo, será mais ou menos brilhante.

No momento em que dois satélites estão se ocultando a quantidade de luz que se recebe, está relacionada com a área que se vê de cada corpo, e com a quantidade de luz oriunda de cada uma das áreas. É aí que entra a razão de albedos, que diz qual a contribuição de cada um dos satélites para o fluxo que se mede. Uma variação nesta razão muda a profundidade da curva teórica. Ou seja, assim como o parâmetro de impacto, a razão de albedos é responsável pela queda de fluxo observada em um fenômeno. Mas, diferente do parâmetro de impacto, a razão de albedos não influencia na duração do evento.

Em análises de eventos mútuos dos satélites de Júpiter, Vasundhara *et al.* (2003) utiliza imagens das sondas espaciais Voyager e Galileo. Com elas, mapas de albedo com resolução de quilômetros são gerados, para cada um dos satélites. Assim, todas as variações de brilho na superfície dos satélites são consideradas ao se ajustar a curva de luz teórica à observada.

Mapas como estes não podem ser gerados para os satélites de Urano, pois a única

sonda a visitar este planeta foi a Voyager 2, em janeiro de 1986. Nesta oportunidade, devido à incomum inclinação do plano orbital de Urano, somente o hemisfério sul dos satélites estava sendo iluminado pelo Sol. Portanto só se tem imagens do hemisfério austral (figuras 4.3 a 4.7, com os mapas de cada um dos satélites principais de Urano, Seal 2009). Porém, neste período de fenômenos mútuos, os dois hemisférios estão sendo iluminados.

Vasundhara (2008) publicou um estudo, no qual considerou a presença de uma região brilhante no hemisfério desconhecido (norte), durante uma ocultação. Concluiu que a mudança do ajuste da curva de luz, não seria diferente mais que 10%, do ajuste considerando a superfície homogênea.

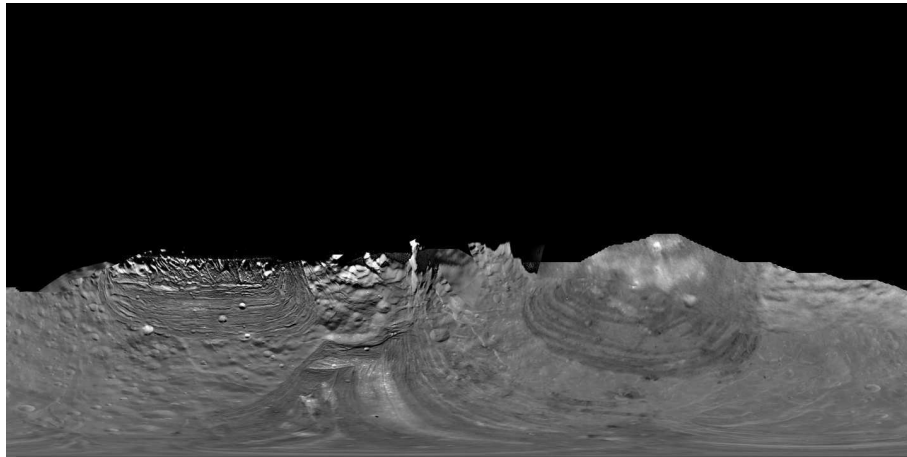


Figura 4.3: Mapa de projeção cilíndrica de Miranda [5]. Obtida pela Voyager 2 em 1986 quando somente o hemisfério sul estava sendo iluminado pelo Sol.

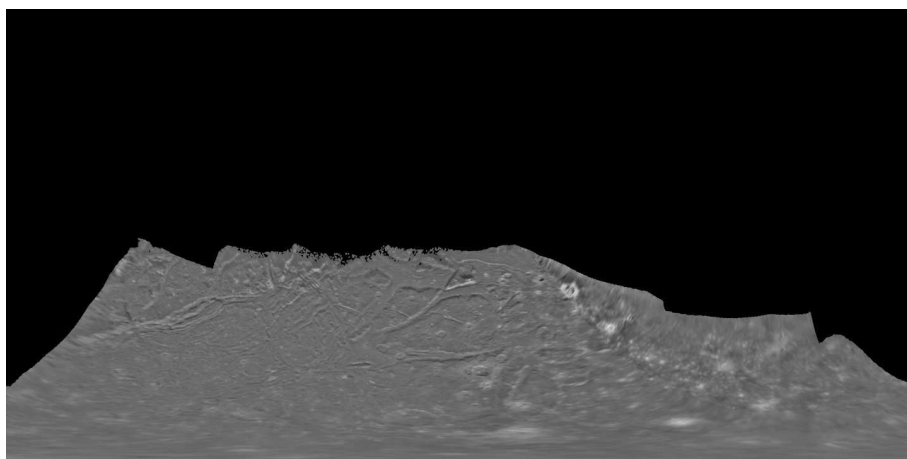


Figura 4.4: Mapa de projeção cilíndrica de Ariel [1].

Pelo total desconhecimento das características da superfície do hemisfério norte das

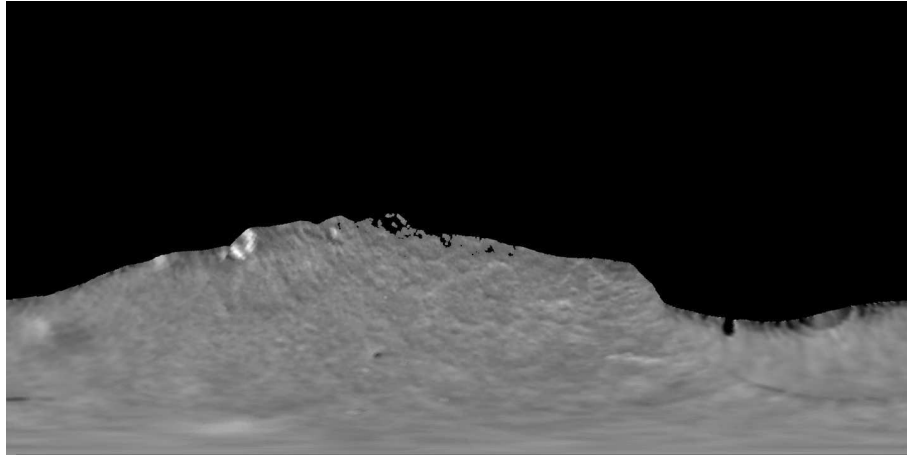


Figura 4.5: Mapa de projeção cilíndrica de Umbriel [2].

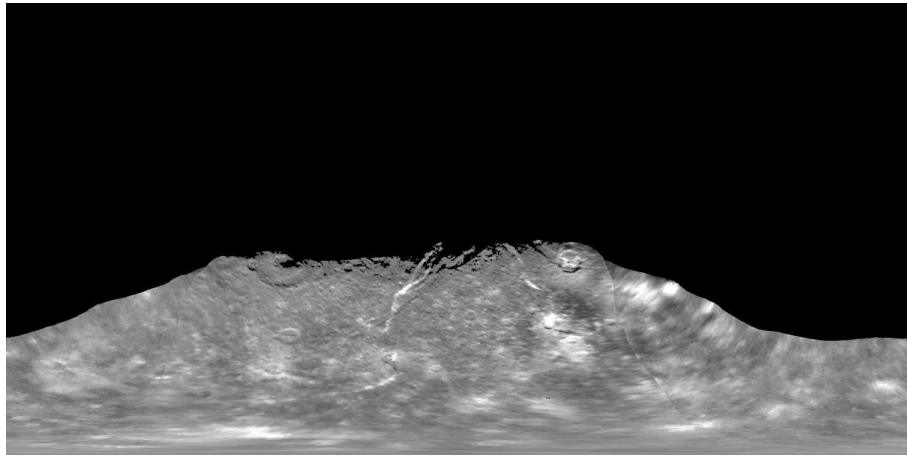


Figura 4.6: Mapa de projeção cilíndrica de Titânia [3].

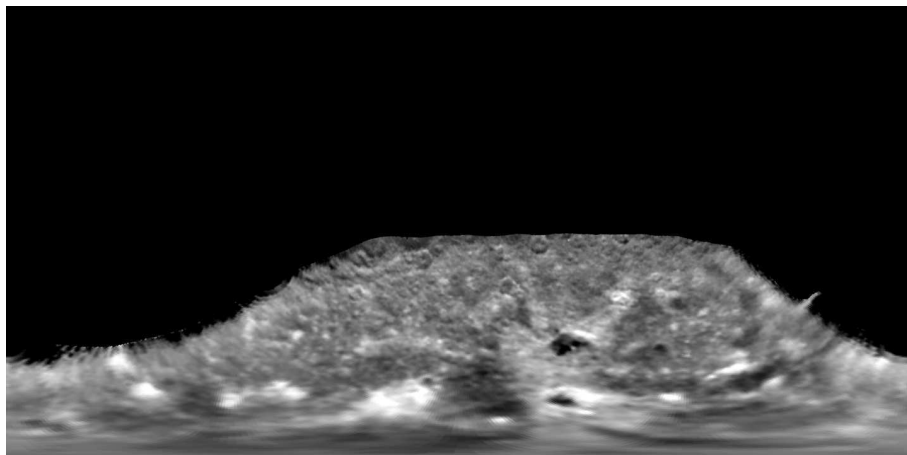


Figura 4.7: Mapa de projeção cilíndrica de Oberon [4].

luas, adotou-se um modelo simples para os ajustes. Os satélites são considerados esferas homogêneas, refletindo a luz solar pela lei de Lambert, o que equivale a discos cinzas uniformes.

Medidas mais recentes dos albedos de cada satélite foram utilizadas para se considerar as diferenças de refletividade. Karkoschka (2001) realizou tais medidas com o telescópio espacial Hubble (HST, do inglês *Hubble Space Telescope*) para vários filtros e diferentes ângulos de fase. Estas medidas foram realizadas em 1997, quando o hemisfério sul inteiro até a latitude 45° norte eram iluminados pelo Sol. Neste trabalho, utilizou-se os valores de albedos disponíveis para o ângulo de fase $1,10^\circ$ e filtro 7.900 \AA , enquanto os eventos ocorreram em ângulos de $1,11^\circ$ a $1,78^\circ$. Para o evento de 28 de novembro 2007, em que o ângulo foi de 2.7° , para o qual foi calculada a média entre os albedos disponíveis, determinados com os filtros de 6.300 \AA , 8.700 \AA e 9.100 \AA e ângulo de fase 2.82° .

A forma mais adequada para determinar as razões de albedos é calcular diretamente de imagens, tomadas horas antes ou depois do fenômeno. Nestas condições, em nossas observações, os objetos em evento já podem ser resolvidos. Desta forma, garante-se as medições no mesmo ângulo de fase, mesma faixa do espectro (filtro), e mesma face do objeto, já que são síncronos a Urano e seus períodos orbitais são de alguns dias.

Calcular a razão de albedos é muito simples, já que o albedo é função do fluxo de luz que se recebe e da área do disco aparente do satélite. Então com a equação

$$\frac{F_1}{F_2} = F_{1/2} = \frac{\pi R_1^2 A_1}{\pi R_2^2 A_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = F_{1/2} \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad (4.2)$$

basta ter os fluxos F individuais e os raios aparentes R .

Devido à proximidade a algum outro satélite ou mesmo ao planeta, não foi possível medir os fluxos individuais para todos os eventos. Então, esta razão foi determinada de forma indireta, usando o fluxo somado dos satélites poucos instantes antes ou após o evento, o fluxo do satélite de comparação e o fluxo de um dos objetos que esteve em evento, medido horas antes ou depois, aplicados à fórmula:

$$\frac{F_{1+2}}{F_3} = \frac{(\pi R_1^2 A_1 + \pi R_2^2 A_2)}{\pi R_3^2 A_3} \quad (4.3)$$

aqui, o índice 3 representa o objeto usado para comparação na fotometria do fenômeno. No anexo A, é mostrado em detalhes como chegar às razões de albedos em cada caso possível.

Os resultados apresentados neste trabalho se referem a ajustes com os albedos calcu-

lados por imagens próximas aos eventos. Ajustes também são realizados e apresentados com os albedos fornecidos em Karkoschka (2001), somente para comparação de resultados.

4.2.5 Raios

Os raios aparentes dos satélites são os dois parâmetros geométricos, talvez os mais importantes dentre todos nos ajustes das curvas de luz. A duração e profundidade do evento dependem fortemente do tamanho dos objetos.

Além de ser o mais relevante, é também o mais conhecido. A sonda espacial Voyager 2 mediu os raios dos satélites principais, com precisões da ordem de 0,1 km (Thomas 1988). Esta precisão é superior a que se obtém durante os fenômenos mútuos. Por isto, estes dois parâmetros (raios) são fixados em nosso modelo. Na tabela 4.1, listam-se os raios de cada um dos 5 satélites envolvidos neste trabalho.

	Miranda [5]	Ariel [1]	Umbriel [2]	Titânia [3]	Oberon [4]
Raio (km)	235,8	578,9	584,7	788,9	761,4
Raio (")	0,017	0,042	0,042	0,055	0,055

Tabela 4.1: Raios dos satélites medidos pela sonda Voyager 2, e seus tamanhos aparentes em segundos de grau (valor médio ao longo do período dos eventos)

No modelo, utiliza-se os raios aparentes que são facilmente calculados a partir de seus valores reais, sabendo-se a sua distância ao observador. O sistema de efemérides Horizons JPL fornece estes raios em unidades de segundo de grau, com precisão de milissegundo de grau. Na tabela 4.1, lista-se os tamanhos aparentes médios dos satélites ao longo do período das observações aqui apresentadas, equivalente para distância de 19,3 UA.

4.3 Modelagem

Para ajustar uma curva teórica à curva observada, a fim de se obter os parâmetros do fenômeno, desenvolveu-se um modelo geométrico simples. Nele, como explicado em 4.2.4, considera-se os satélites como dois discos homogêneos. O modelo contempla todos os parâmetros supracitados, envolvidos numa ocultação. Suas expressões analíticas, bem como suas derivadas, são desenvolvidas a seguir.

Considera-se uma ocultação parcial para descrever a geometria. Na figura 4.8, encontram-se dois discos S_1 e S_2 , de raios $R_1 > R_2$, e uma área de sobreposição E . Esta área é aquela da ocultação, região do satélite ocultado, da qual não se recebe fluxo de luz. Ela pode ser calculada pela equação

$$E = S(O_1BC) - \Delta(O_1BC) + S(O_2BC) - \Delta(O_2BC) \quad (4.4)$$

onde $S(O_1BC)$ e $S(O_2BC)$ são as áreas dos setores circulares dos discos S_1 e S_2 respectivamente, bem como $\Delta(O_1BC)$ e $\Delta(O_2BC)$ são as áreas dos triângulos.

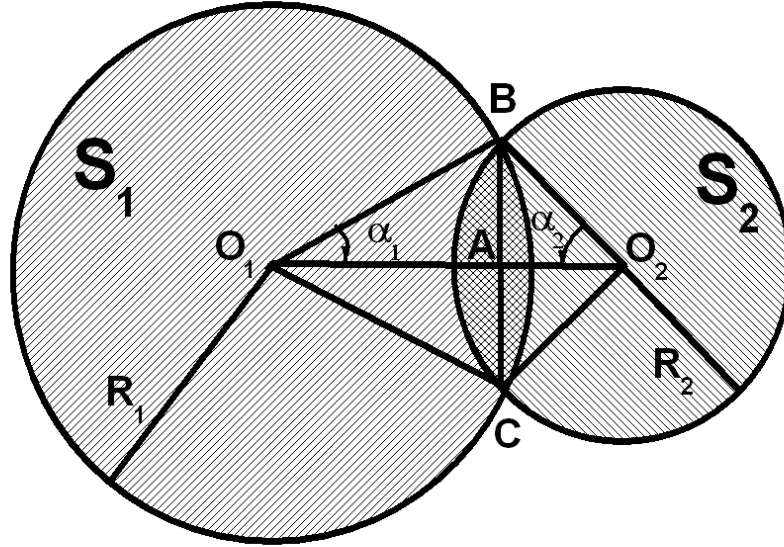


Figura 4.8: Figura em que um dos discos está parcialmente ocultado, a área ocultada corresponde à intersecção entre os dois discos.

Estas áreas podem ser calculados pelas relações:

$$S(O_1BC) = \frac{2\alpha_1 \cdot R_1^2}{2}; \quad (4.5)$$

$$\Delta(O_1BC) = \frac{R_1^2}{2} \sin(2\alpha_1); \quad (4.6)$$

$$S(O_2BC) = \frac{2\alpha_2 \cdot R_2^2}{2}; \quad (4.7)$$

$$\Delta(O_2BC) = \frac{R_2^2}{2} \sin(2\alpha_2). \quad (4.8)$$

Portanto, E pode ser escrita por

$$E = R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_2)) \quad (4.9)$$

Os ângulos podem ser calculados com a fórmula

$$\cos \alpha_i = \frac{R_i^2 - R_j^2 + d^2}{2R_i d} \quad (4.10)$$

uma vez conhecendo o valor $d = O_1O_2$, que é a distância entre os centros dos satélites, e seus raios R_1 e R_2 , onde $i = 1$ ou 2 e $j = 2$ ou 1 , respectivamente.

Note que o cálculo da área de ocultação E depende de d , uma vez que $d \leq R_1 + R_2$. Cada um dos casos particulares do cálculo de E são explicitados abaixo (seções 4.3.1 a 4.3.5).

O fluxo medido, quando S_1 oculta S_2 , como a figura 4.8, pode ser calculado pela relação

$$F_{1occ2} = (A_1\pi R_1^2 + A_2\pi R_2^2) - A_2[R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_2))] \quad (4.11)$$

na qual considera-se as diferenças de albedos A_1 e A_2 dos satélites. Ou seja, o fluxo que recebemos é a soma do fluxo total de cada corpo, menos a área de intersecção sobre o corpo ocultado, ajustadas de seus albedos. Portanto, o fluxo normalizado é dado por:

$$F_{occ} = 1 - \frac{R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_2))}{\frac{A_1}{A_2}\pi R_1^2 + \pi R_2^2} \quad (4.12)$$

Para se ter a curva em magnitude, basta tomar o logaritmo na base dez, multiplicar por -2,5 e somar uma constante à equação de fluxo (por exemplo 4.12). Assim, a diferença de magnitude dos satélites em evento (m) e dos satélites fora dele (m_0) é dada por:

$$m - m_0 = -2,5 \cdot \log \left[1 - \frac{R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_2))}{\frac{A_1}{A_2}\pi R_1^2 + \pi R_2^2} \right] \quad (4.13)$$

Ao longo do evento, a distância d dos satélites varia conforme sua velocidade relativa v . Então a dinâmica do fenômeno é descrita pela equação

$$d^2 = x^2 + v^2(t - t_0)^2 \quad (4.14)$$

onde x é o parâmetro de impacto, e t_0 é o instante central. Com isto, todos os parâmetros para a construção da curva de luz teórica ficam determinados.

As curvas de luz observadas foram ajustadas por um processo de mínimos quadrados não lineares (veja seção 4.4). Para este procedimento, são necessárias as derivadas em primeira ordem de cada parâmetro. Elas são apresentadas em 4.3.6.

É importante salientar que todas as expressões desenvolvidas neste modelo se aplicam tanto para as ocultações quanto para os eclipses. Nos dois tipos de fenômenos, sempre há a contribuição da luz dos dois satélites. No caso de Urano, mesmo nos eclipses, mede-se, dentro da janela de abertura da fotometria, o fluxo dos dois objetos ao mesmo tempo. Isto não se aplica à observações feitas com óptica adaptativa, como em Arlot *et al.* (2008), quando o fluxo do satélite eclipsante pode não ser considerado no modelo.

Vale lembrar que um eclipse é uma ocultação quando visto do Sol. O que o observador do eclipse vê é um disco de sombra ocultar o corpo eclipsado. Este disco de sombra possui o mesmo tamanho do disco aparente do corpo eclipsante, dada a distância desprezível entre os satélites comparada à distância entre o sistema de Urano e o Sol. Portanto, a área eclipsada deve ser descontada, pois não contribui com o fluxo observado, resultando num cálculo de fluxo inteiramente análogo ao feito no caso da ocultação.

A seguir discute-se o cálculo da área ocultada para as cinco condições de contorno conforme o valor de d : $d \geq R_1 + R_2$, $(R_1^2 - R_2^2)^{1/2} < d < R_1 + R_2$, $d = (R_1^2 - R_2^2)^{1/2}$, $R_1 - R_2 < d < (R_1^2 - R_2^2)^{1/2}$ e $d \leq R_1 - R_2$.

4.3.1 Caso 1

Este caso é válido para $d \geq R_1 + R_2$. Ou seja, quando os satélites não se sobrepõem (veja a figura 4.9), quando não há evento.

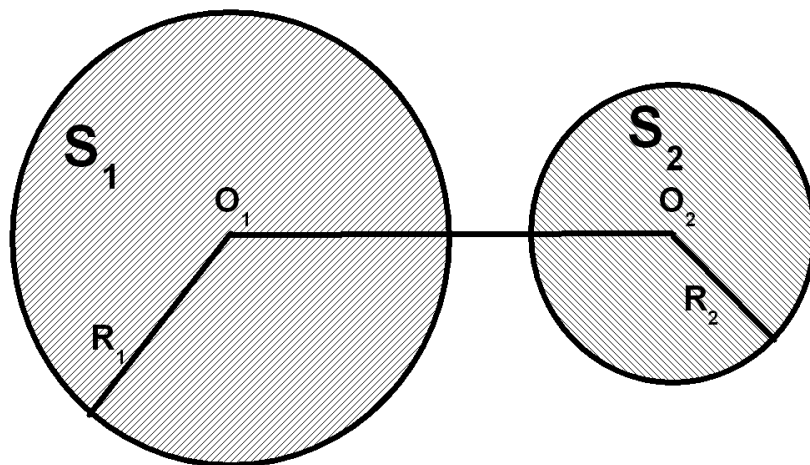


Figura 4.9: No caso 1, os satélites se encontram separados, $d \geq R_1 + R_2$.

Como não há área sobreposta, o fluxo medido é a soma dos fluxos dos dois satélites.

$$F_{caso1} = A_1\pi R_1^2 + A_2\pi R_2^2 \quad (4.15)$$

4.3.2 Caso 2

Quando $\sqrt{R_1^2 - R_2^2} < d < R_1 + R_2$ observa-se uma ocultação parcial (figura 4.10).

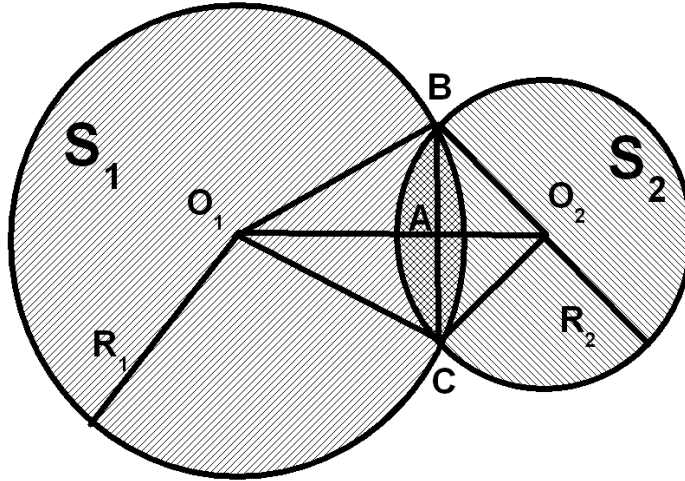


Figura 4.10: No segundo caso, o satélite 2 está parcialmente ocultado e a distância d entre os centros é $\sqrt{R_1^2 - R_2^2} < d < R_1 + R_2$.

A área sobreposta é dada por

$$E_{caso2} = S(O_1BC) - \Delta(O_1BC) + S(O_2BC) - \Delta(O_2BC) \quad (4.16)$$

Então, o fluxo normalizado que se recebe dos dois satélites é

$$F_{caso2} = 1 - \frac{A_i[R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_2))]}{A_1\pi R_1^2 + A_2\pi R_2^2} \quad (4.17)$$

aqui, o índice i representa o satélite que está sofrendo o fenômeno.

4.3.3 Caso 3

Trata-se de um caso limite, em que $d = (R_1^2 - R_2^2)^{1/2}$. Ao se calcular a área ocultada, ao invés de calcular a área do setor de círculo de S_2 menos o triângulo que o compõe,

simplesmente considera-se metade da área do círculo (figura 4.11).

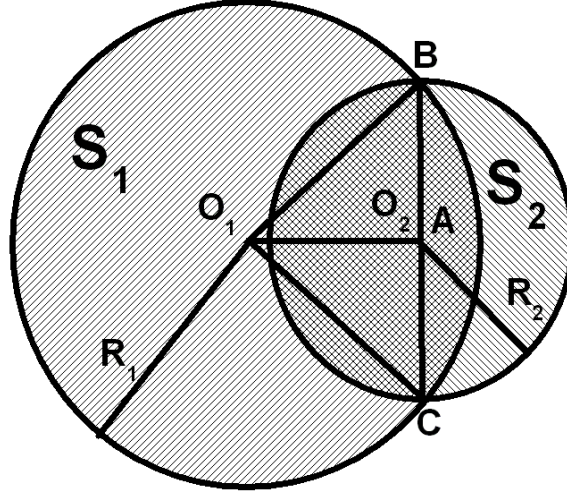


Figura 4.11: Este é um caso limite onde $d = (R_1^2 - R_2^2)^{1/2}$, ou seja $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$.

Portanto, a área de sobreposição é

$$E_{caso3} = S(O_1BC) - \triangle(O_1BC) + \frac{1}{2}\pi R_2^2 \quad (4.18)$$

O fluxo normalizado é dado pela equação

$$F_{caso3} = 1 - \frac{A_i[R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + \frac{1}{2}\pi R_2^2]}{A_1\pi R_1^2 + A_2\pi R_2^2} \quad (4.19)$$

na qual o índice i representa o satélite que está mais distante do observador.

Observe que, neste caso, tem-se da equação 4.10 que $\cos \alpha_2 = 0$, ou seja, $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$. Substituindo α_2 em 4.12, também se obtém 4.19. Isto mostra que 4.12 é na verdade geral, em eventos parciais. A separação em casos distintos só tem a intenção de facilitar a compreensão da geometria do sistema.

4.3.4 Caso 4

Aqui a ocultação já é quase total, mas ainda se tem uma área não sobreposta (figura 4.12).

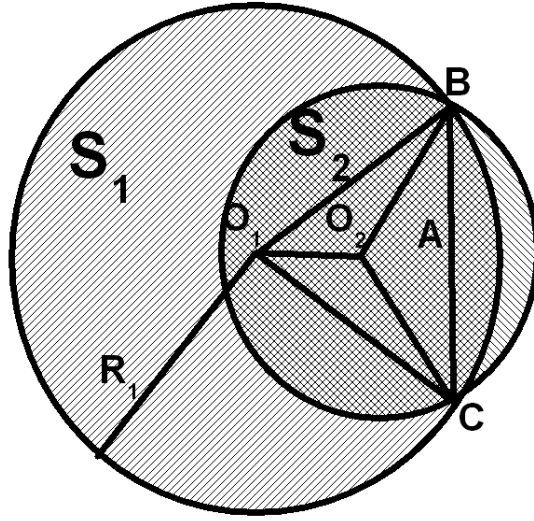


Figura 4.12: Neste caso, o satélite 2 está parcialmente ocultado, como no caso 2 e caso 3, mas agora a distância d entre os centros é $R_1 - R_2 < d < \sqrt{R_1^2 - R_2^2}$.

Este caso é parecido com o caso 2, mas $R_1 - R_2 < d < \sqrt{R_1^2 - R_2^2}$ e a área em comum é

$$E_{caso2} = S(O_1BC) - \Delta(O_1BC) + S(O_2BC) + \Delta(O_2BC) \quad (4.20)$$

A medição do fluxo normalizado fica representada por

$$F_{caso4} = 1 - \frac{A_i[R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2}\sin(2\alpha_2))]}{A_1\pi R_1^2 + A_2\pi R_2^2} \quad (4.21)$$

onde i representa índice do satélite que está sofrendo o evento.

Observar que $\cos \alpha_i < 0$, o que implica que $\frac{\pi}{2} < \alpha_2 < \pi$ e, portanto, $\sin \alpha_i < 0$, sendo então 4.21 coerente com 4.12.

4.3.5 Caso 5

Quando um satélite (ou sua sombra) se sobrepõe totalmente ao outro, tem-se uma ocultação (ou eclipse) total como na figura 4.13. É o caso tratado aqui, quando $d \leq R_1 - R_2$. Para $S_1 > S_2$, a área de sobreposição depende de qual satélite está mais próximo ao observador.

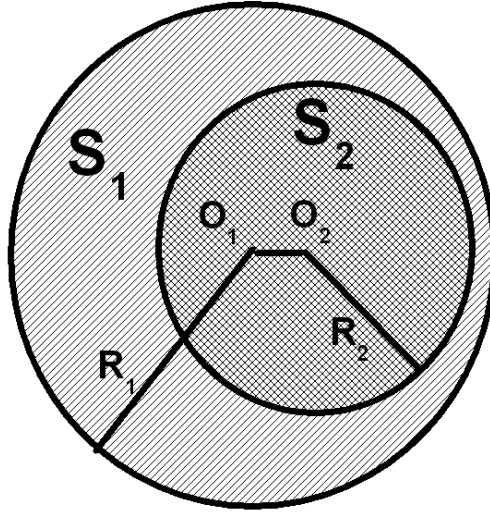


Figura 4.13: Quando os satélites se sobrepõem, tem-se uma ocultação/eclipse total. Agora a distância d entre os centros é $d \leq R_1 - R_2$.

Se for o satélite menor (S_2) que está aparentemente na frente tem-se um evento anular e a área de sobreposição é a própria área deste corpo:

$$E_{caso5} = \pi R_2^2 \quad (4.22)$$

Portanto, o fluxo normalizado que é recebido é

$$F_{caso5a} = 1 - \frac{\frac{A_1}{A_2} \pi R_2^2}{\frac{A_1}{A_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2} \quad (4.23)$$

Agora, se é o satélite maior (S_1) que se sobrepõe, simplesmente deixa-se de receber fluxo do corpo S_2 . O fluxo normalizado recebido é, então, dado por

$$F_{caso5b} = \frac{\frac{A_1}{A_2} \pi R_1^2}{\frac{A_1}{A_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2} \quad (4.24)$$

ou seja, a razão entre o fluxo do satélite maior e a soma dos fluxos dos dois satélites.

4.3.6 Derivadas

Para o emprego do modelo em um processo de ajuste por mínimos quadrados não lineares, são necessárias as derivadas em primeira ordem. O que se desenvolve a seguir é o cálculo do efeito da variação de cada parâmetro sobre a razão de fluxos normalizada (equação 4.12). Definindo $q_0 + \delta$ como a variação de cada parâmetro, onde q_0 é um valor fixo e δ uma correção próxima a zero.

Uma função $F(q)$ pode ser escrita na forma aproximada:

$$F(q) = F(q_0 + \delta) = F(q_0) + \frac{dF}{dq}(q_0)\delta \quad (4.25)$$

Define-se:

$$DF = F_{occ} = 1 - \frac{A}{B} \quad (4.26)$$

onde A e B são:

$$A = R_1^2(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_1)) + R_2^2(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_2)) \quad (4.27)$$

$$B = \frac{A_1}{A_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2 \quad (4.28)$$

Durante a ocultação, A (4.27) está sujeita a variações com o tempo, enquanto B (4.28) é uma constante

Razão albedos

Para derivar a razão de albedos, os valores nominais dos parâmetros são identificados com o índice 0, define-se:

$$k = \frac{k_1}{k_2} \quad (4.29)$$

$$k = k_0 + \delta k \quad (4.30)$$

$$c = \pi R_1^2 \quad (4.31)$$

Considerando a variação da razão de albedos k , 4.26 fica:

$$DF = 1 - \frac{A_0}{B_0 + c\delta k} \quad (4.32)$$

Expande-se 4.32 em série de Taylor na vizinhança de $\delta k = 0$, obtendo-se a sua derivada primeira.

$$DF = 1 - \frac{A_0}{B_0} + \frac{A_0}{B_0} \frac{c}{B_0} \delta k - \frac{A_0}{B_0} \frac{c^2}{B_0^2} \delta k^2 + \dots \quad (4.33)$$

Portanto, a derivada da razão de fluxos, para os valores nominais da curva de luz, devido à variação da razão de albedos é dada em primeira ordem por:

$$\frac{\partial DF}{\partial \delta k} = \frac{A_0}{B_0} \frac{c}{B_0} \quad (4.34)$$

Então, a variação da razão de albedos pode ser vista como a modificação do termo responsável pela variação do fluxo (4.28) de um fator constante. Ou seja, variando apenas o valor nominal para a razão de albedos, tem-se:

$$DF = 1 - \frac{A_0}{B_0} \left(1 - \frac{c}{B_0} \delta k\right) \quad (4.35)$$

Importante notar que esta variação não afeta a parte constante da curva, onde $A_0 = 0$. Para outros valores, a parte não constante da curva variará conforme 4.35. Assim a profundidade da curva aumentará ou diminuirá se δk for menor ou maior que zero, respectivamente. Destaca-se ainda que de 4.31 e 4.28 tem-se que $c/B_0 < 1$, o que enfraquece o efeito de δk . Em particular, se os valores dos raios dos satélites são próximos e os valores dos albedos também o são, então $c/B_0 \approx 1/2$.

A equação 4.12 não contempla os casos em que se tem ocultação total. As razões de fluxos a serem consideradas foram descritas no caso 5 do modelo acima (subseção 4.3.5), e se dividem em duas situações:

a) quando o corpo menor fica na frente, a razão de fluxos é dada por 4.23 e por aproximação linear obtém-se:

$$F_{caso5_a} = 1 - \frac{k_0 \pi R_2^2}{k_0 \pi R_1^2 + \pi R_2^2} + \frac{\pi^2 R_2^4}{(k_0 \pi R_1^2 + \pi R_2^2)^2} \delta k \quad (4.36)$$

b) quando o corpo maior se sobrepõe ao menor, a razão de fluxos é dada por 4.24 e por aproximação linear obtém-se:

$$F_{caso\tilde{b}} = \frac{k_0\pi R_1^2}{k_0\pi R_1^2 + \pi R_2^2} - \frac{\pi^2 R_2^2 R_2^2}{(k_0\pi R_1^2 + \pi R_2^2)^2} \delta k \quad (4.37)$$

Parâmetros dinâmicos

A seguir serão tratadas as derivadas dos parâmetros dinâmicos (parâmetro de impacto, velocidade relativa e instante central). Todos aparecem dentro da equação 4.14 transcrita abaixo.

$$d^2 = x^2 + v^2(t - t_0)^2$$

Para calcular a aproximação linear de DF (equação 4.26) tomam-se os passos seguintes. Para facilitar os cálculos, a partir de 4.10, define-se

$$\alpha'_i = 2 \operatorname{acos} \left(\frac{R_i^2 - R_j^2 + d^2}{2R_i d} \right) = 2\alpha_i \quad (4.38)$$

lembrando que $i = 1$ ou 2 e $j = 2$ ou 1 , respectivamente. Substitui-se 4.38 em 4.12 para se obter

$$F_{occ} = 1 - \frac{\frac{R_1^2}{2}(\alpha'_1 - \sin \alpha'_1) + \frac{R_2^2}{2}(\alpha'_2 - \sin \alpha'_2)}{\frac{A_1}{A_2}\pi R_1^2 + \pi R_2^2} \quad (4.39)$$

Então, em relação aos parâmetros q que estão dentro da função d (4.14), primeiro calcula-se a derivada de $(\alpha'_i - \sin \alpha'_i)$ que chama-se de K_i .

$$\frac{d}{dq} K_i = (1 - \cos \alpha'_i) \frac{d}{dq} \alpha'_i = 2 \sin^2 \left(\frac{\alpha'_i}{2} \right) \frac{d}{dq} \alpha'_i = 2 \sin^2 \alpha_i \frac{d}{dq} \alpha'_i \quad (4.40)$$

Denomina-se 4.10 como m_i :

$$m_i = \frac{R_i^2 - R_j^2 + d^2}{2R_i d} = \cos \alpha_i \quad (4.41)$$

Para resolver 4.40, calcula-se:

$$\frac{d}{dq} \alpha'_i = \frac{d}{dm_i} (2 \operatorname{acos} m_i) \frac{dm_i}{dq} = -\frac{2}{\sqrt{1-m_i^2}} \frac{dm_i}{dq} = -\frac{2}{\sqrt{1-\cos^2 \alpha_i}} \frac{dm_i}{dq} \quad (4.42)$$

$$\frac{d}{dq} \alpha'_i = -\frac{2}{|\sin \alpha_i|} \frac{dm_i}{dq} \quad (4.43)$$

calculando $\frac{dm_i}{dq}$ de 4.43,

$$\frac{d}{dq} m_i = \frac{d}{dd} \frac{R_i^2 - R_j^2 + d^2}{2R_i d} \frac{d}{dq} d = -\frac{R_i^2 - R_j^2 - d^2}{2R_i d^2} \frac{d}{dq} d \quad (4.44)$$

$$\frac{d}{dq} m_i = -\left(\frac{1}{d} \cos \alpha_i - \frac{1}{R_i}\right) \frac{d}{dq} d \quad (4.45)$$

Substituindo 4.43 e 4.45 na equação 4.40, tem-se:

$$\frac{d}{dq} K_i = (2 \sin^2 \alpha_i) \left(-\frac{2}{|\sin \alpha_i|}\right) \left[-\left(\frac{1}{d} \cos \alpha_i - \frac{1}{R_i}\right)\right] \frac{d}{dq} d; \quad (4.46)$$

$$\frac{d}{dq} K_i = 4 \sin \alpha_i \left(\frac{1}{d} \cos \alpha_i - \frac{1}{R_i}\right) \frac{d}{dq} d \quad (4.47)$$

Para determinar a aproximação linear de DF (4.26), calcula-se a sua derivada em relação a q em $q = 0$.

$$\left[\frac{\partial DF}{\partial q}\right]_{q=0} = -\frac{1}{B_0} \left(\frac{R_1^2}{d_0} \sin \alpha'_{10} - 2R_1 \sin \frac{\alpha'_{10}}{2} + \frac{R_2^2}{d_0} \sin \alpha'_{20} - 2R_2 \sin \frac{\alpha'_{20}}{2}\right) \left[\frac{d}{dq} d\right]_{q=0} \quad (4.48)$$

Definindo C_0

$$C_0 = \left(\frac{R_1^2}{d_0} \sin \alpha'_{10} - 2R_1 \sin \frac{\alpha'_{10}}{2} + \frac{R_2^2}{d_0} \sin \alpha'_{20} - 2R_2 \sin \frac{\alpha'_{20}}{2}\right) \quad (4.49)$$

Portanto, a aproximação linear é dada por (4.50),

$$DF = 1 - \frac{A_0}{B_0} + C_0 \left[\frac{d}{dq} d \right]_{q=0} q \quad (4.50)$$

Então a partir de (4.14), calculando o valor de $\left(\left[\frac{d}{dq} d \right]_{q=0} q \right)$ obtém-se a variação de cada parâmetro sobre a razão de fluxos normalizada, lembrando que os valores nominais têm o índice 0.

Parâmetro de impacto

Para o parâmetro de impacto $q = \delta x$, 4.14 fica:

$$d = \sqrt{(x_0 + \delta x)^2 + v_0^2(t - t_{00})^2} \quad (4.51)$$

$$\frac{d}{d\delta x} d = \frac{x_0 + \delta x}{\sqrt{(x_0 + \delta x)^2 + v_0^2(t - t_{00})^2}} = \frac{x_0 + \delta x}{d} \quad (4.52)$$

Finalmente, para a variação do parâmetro de impacto δx é dado por:

$$\left[\frac{d}{d\delta x} d \right]_{\delta x=0} \delta x = \frac{x_0}{d_0} \delta x \quad (4.53)$$

Velocidade relativa

Para a velocidade relativa $q = \delta v$, 4.14 fica:

$$d = \sqrt{x_0^2 + (v_0 + \delta v)^2(t - t_{00})^2} \quad (4.54)$$

$$\frac{d}{d\delta v} d = \frac{(v_0 + \delta v)(t - t_{00})^2}{\sqrt{x_0^2 + (v_0 + \delta v)^2(t - t_{00})^2}} = \frac{(v_0 + \delta v)(t - t_{00})^2}{d} \quad (4.55)$$

Finalmente a variação da velocidade relativa δv é dada por:

$$\left[\frac{d}{d\delta v} d \right]_{\delta v=0} \delta v = \frac{v_0(t - t_{00})^2}{d_0} \delta v \quad (4.56)$$

Instante Central

Para o instante central $q = \delta t_0$, 4.14 fica:

$$d = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 [(t - (t_{00} + \delta t_0))]^2} \quad (4.57)$$

$$\frac{d}{d\delta t_0} d = -\frac{v_0^2(t - t_0 - \delta t_0)}{\sqrt{x_0^2 + v_0^2 [t - (t_{00} + \delta t_0)]^2}} = \frac{v_0^2(t - t_0 - \delta t_0)}{d} \quad (4.58)$$

Finalmente a variação do instante central δt_0 é dada por:

$$\left[\frac{d}{d\delta t_0} d \right]_{\delta t_0=0} \delta t_0 = -\frac{v_0^2(t - t_{00})}{d_0} \delta t_0 \quad (4.59)$$

4.4 Ajuste

Para o ajuste de uma curva teórica às curvas de luz observadas, utilizou-se o método de mínimos quadrados não lineares da maneira descrita abaixo. Usando as derivadas do modelo, é calculada uma solução de maneira iterativa para pequenos incrementos em cada parâmetro, até que as soluções convirjam. Para isto utilizou-se o programa de ajuste de curvas de luz do pacote PRAIA (Assafin 2006).

As condições iniciais para o cálculo do ajuste foram obtidas das efemérides do sistema Horizons JPL. Para cada imagem obteve-se, em seu exato instante, as posições em ascensão reta e declinação que depois foram transformadas para d . Parâmetros como tamanho angular aparente e distância também foram utilizados. Foi preciso cuidado especial em eventos de eclipse, já que, para a modelagem, utilizou-se as efemérides para um observador no Sol (de onde se vê uma ocultação). Além da correção do tempo, devido à distância Terra-Sol, os diâmetros aparentes e magnitudes também devem estar em referência ao observador.

Atingiu-se a solução do ajuste por mínimos quadrados não lineares depois de cerca de cem iterações. De maneira iterativa, pontos com valor residual do fluxo observado menos o fluxo ajustado maior que 3σ foram excluídos. Cada vez que um ponto foi retirado, todo o processo foi repetido, até que nenhum ponto estivesse acima deste limite.

Antes do ajuste, utilizando pontos fora do evento (antes e depois dele), a curva é normalizada e corrigida por uma função polinomial. De fato, depois de testes com polinômios de grau maior, adotou-se grau único para todos os eventos aqui apresentados.

Uma pequena inclinação podia ser notada em algumas curvas, causada por variação de fluxo total medido, seja por perda de sinal em função de mudança de *seeing*, ou mesmo pelo deslocamento dos satélites em relação à área da fotometria de abertura devido a seu movimento relativo. Uma vez determinada esta função polinomial (no caso uma reta), ela foi utilizada para dividir todos os pontos do evento. Como resultado, os pontos na curva são a soma dos fluxos dos dois satélites, normalizada e calibrada.

Depois de todo este processo, obtém-se os parâmetros ajustados à curva bem como a determinação de seus erros (veja as tabelas no capítulo 5), o sigma do ajuste, a diferença do valor observado para o calculado de cada ponto da curva, o número final de pontos utilizados e a correlação entre os parâmetros.

Todos os parâmetros são contemplados no ajuste, no entanto, foram realizados testes de ajustes com os diferentes parâmetros fixados. Ficou claro que, devido a correlação entre eles, alguns deviam ser fixados e outros, devido ao objetivo do trabalho, deviam ser livres para o ajuste, como já foi discutido anteriormente. Portanto definiu-se que o parâmetro de impacto, instante central e velocidade relativa seriam livres, diferente da razão de albedos e os raios dos satélites que foram fixados para o ajuste.

Capítulo 5

Resultados

Aqui são apresentados os resultados das observações, reduções e ajuste de sete eventos mútuos. Deste total, cinco são ocultações e dois são eclipses. Todos os satélites principais de Urano foram observados em algum fenômeno, sendo que Oberon somente em uma ocultação com Umbriel. Ariel participou de cinco dos sete eventos, duas ocultações com Umbriel e duas com Miranda. Titânia participou dos dois eclipses, um com Miranda e outro com com Ariel.

Depois da redução das imagens e obtenção das curvas de luz, os parâmetros envolvidos numa ocultação/eclipse foram obtidos através de ajustes, por mínimos quadrados não lineares, de uma curva de luz teórica à observada. Nos ajustes, os raios dos satélites foram fixados, bem como a razão de albedos. No que diz respeito às razões de albedos, duas abordagens foram utilizadas para fixá-las: *i*) observações realizadas horas antes ou depois dos eventos, *ii*) e valores contidos em Karkoschka (2001), esta utilizada somente para comparação. Os ajustes com as razões de albedos das observações aqui calculadas renderam precisões para o instante central, 3,42 segundos em média, para o parâmetro de impacto, média de 7,9 km, e para as velocidades relativas, média de 0,21 km/s. Estes dois últimos valores correspondem a 0,56 mas e 0,015 mas/s, isto é, ao menos uma ordem de grandeza mais preciso que as técnicas tradicionais de astrometria. Dessas médias foram excluídos os resultados do evento de 8 de outubro pois, como será mostrado, são muito díspares dos valores dos outros eventos.

As predições dos eventos foram baseadas nas efemérides fornecidas por dois modelos dinâmicos. Christou (2005) usou a teoria de Laskar & Jacobson (1987) conhecida como GUST86, já Arlot *et al.* (2006) utilizou tanto a GUST86 quanto a LA06. Esta, mais recente, utiliza o modelo numérico chamado de *Numerical Orbit and Ephemerides* (NOE), e, diferente da anterior, considera ainda a figura gravitacional de Urano e a perturbação solar bem como observações mais recentes, para seu ajuste (Lainey 2008). Sabe-se que a precisão interna de GUST86 se mantém em dezenas de quilômetros em dez anos, já

LA06 se mantém em centenas de metros. Observações recentes mostraram acurácia de 100 e 50 mas, ou 1.300 e 650 km, para as respectivas teorias (Arlot *et al.* 2006). Portanto, é esperado maior acordo das observações, com as predições de LA06, do que com as de GUST86.

A seguir, serão descritas as condições de observação, tais como distância dos satélites ao planeta, duração do evento, queda de fluxo e tempo de exposição, importantes para a avaliação dos resultados da redução. Os parâmetros da fotometria (área da abertura, *seeing* e razão sinal ruído) são discutidos, e também os resultados e precisão obtidos no ajuste. As condições para a determinação das razões de albedos serão comentadas brevemente.

A discussão dos resultados é feita com base nos resultados obtidos com as razões de albedos determinadas horas antes ou depois do evento. Seus valores são comparados à ajustes realizados com os albedos apresentados em Karkoschka (2001) e com as predições com os modelos GUST86 e LA06.

As curvas de luz apresentadas têm, em seu quadro superior, o fluxo normalizado dos satélites em evento (pontos) e a curva ajustada (linha contínua). No painel inferior, mostra-se a diferença entre as duas. Esta, mostra a coincidência do ajuste à observação.

Os parâmetros obtidos encontram-se nas tabelas de cada evento (nas seções que seguem), junto com aqueles obtidos com albedos medidos pelo HST (Karkoschka 2001) e com os valores previstos (Arlot *et al.* 2006), para análise. A linha 1 diz a origem dos valores, a linha 2 expõe o instante central do fenômeno, a linha 3 apresenta os parâmetros de impacto, na linha 4 encontram-se as velocidades relativas, na linha 5, a razão de albedos utilizada, na linha 6, o desvio padrão do ajuste e, finalmente, na linha 7, o χ^2 reduzido do ajuste.

5.1 Ariel oculta Umbriel - 13 de Agosto 2007

Prevista para o dia 13 de agosto de 2007 às 03h05m33s, a ocultação de Umbriel por Ariel aconteceria a $6,3R_{\text{Ura}}$ (raios de Urano), com previsão de duração de 627 segundos e queda do fluxo de 0,264 para filtro R (Arlot *et al.* 2006). Estes dois satélites, a não ser por Miranda, são os mais internos a Urano. Têm raios parecidos, 584,7 e 578,9 quilômetros, respectivamente. Ariel tem magnitude visível de 13,7 e Umbriel 14,5 com albedos respectivos de 0,352 e 0,192 para ângulo de fase solar $1,1^\circ$ e comprimento de onda de 7.900 Å.

O evento ocorreu 31° distante do zênite e, apesar do *seeing* um pouco elevado de 1,99", as condições de céu foram estáveis. Com 3 segundos de exposição, atingiu-se S/R de 179 para os satélites em evento com área de abertura para a fotometria com raio de 5". O

satélite utilizado para comparação, na fotometria diferencial, foi Titânia, magnitude 13,5.

A curva de luz obtida, apresentada na figura 5.1, com 16 minutos de observação no entorno do instante central do fenômeno, é formada a partir de 549 imagens. No quadro superior é plotada a razão de fluxos normalizada de Ariel com Umbriel. A linha contínua é o ajuste obtido com o modelo teórico. Pode-se verificar a concordância das curvas na caixa inferior, que representa a diferença entre as duas.

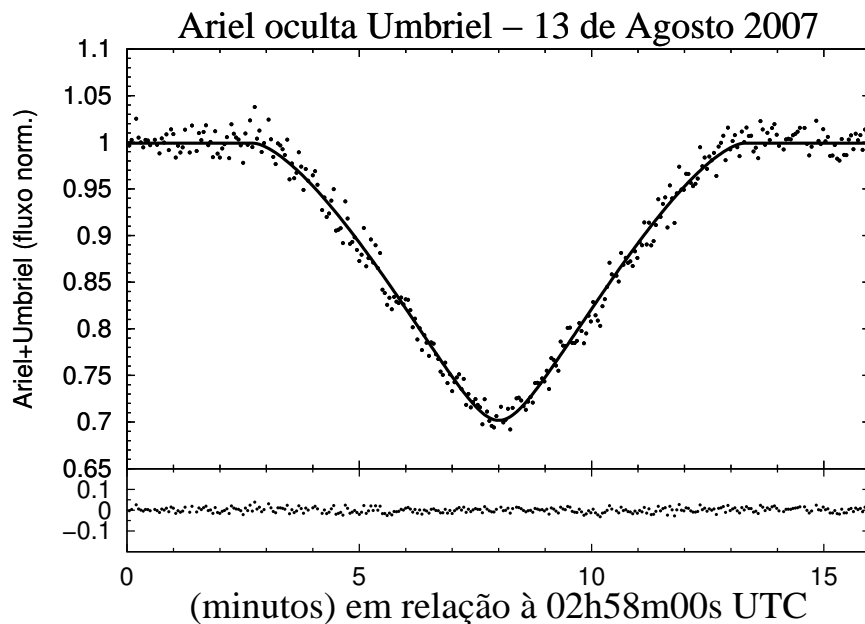


Figura 5.1: Ocultação de Umbriel por Ariel em 13 de agosto de 2007. A linha que representa o ajuste teórico à observação (pontos). No gráfico inferior, observa-se a diferença entre o ajuste e a observação. A escala de tempo inicia-se em 02h58m UTC (tempo universal coordenado).

Este ajuste foi obtido com a razão de albedos medida cerca de 3 horas após o evento. Também em boas condições para observação, os albedos foram determinados de forma direta (veja A.1) com valor de 1,878. Como pode-se verificar na tabela 5.1, os resultados obtidos não diferem de maneira apreciável para aqueles obtidos com a razão de albedos calculada com dados de Karkoschka (2001).

Os parâmetros obtidos podem ser apreciados na tabela 5.1, junto com os valores previstos por Christou (2005) e Arlot *et al.* (2006). Nota-se que o parâmetro de impacto e o instante central obtidos estão em maior acordo com a teoria LA06 com diferenças de 4,5 mas e 32 segundos, respectivamente. As precisões são de 0,46 mas (ou 6 km) e 0,85 segundos, para os respectivos parâmetros. Realizando o teste de χ^2 reduzido obtém-se 0,013, verificando o excelente acordo entre a curva ajustada e a observada.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	03h04m10s -	03h05m33s -	03h06m04,514s (0,850) s	03h06m04,499s (0,850) s
Param. de impacto	-	-	146,43 (6,00) km	132,83 (6,364) km
	19 mas	14 mas	10,52 (0,430) mas	9,54 (0,457) mas
Velocidade relativa	-	-	3,670 (0,019) km /s	3,680 (0,019) km /s
	-	-	0,2637 (0,0014) mas/s	0,2644 (0,0014) mas/s
A_1/A_2	-	-	1,833	1,878
σ (O-C)	-	-	0,01196	0,01273
χ^2	-	-	0,013	0,013

Tabela 5.1: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) 3 horas depois do instante central. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 (veja 4.2.4). O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C). O traço (-) representa dados não disponíveis.

5.2 Umbriel oculta Oberon - 14 de Agosto 2007

Para o dia 14 de agosto à 01h33m44s, foi prevista a ocultação de Oberon por Umbriel, a $7,1 R_{\text{ura}}$, com duração de 346 s e queda de 0,094 do fluxo.

Oberon é, dos satélites principais de Urano, o mais externo, com elongação máxima de 47". Por isto, tem menor probabilidade se de envolver em um fenômeno. Neste trabalho, este é o único evento em que ele participa. Apesar de ser o mais distante do seu planeta, ele não é o maior. Com 761,4 km de raio, apresenta albedo de 0,236 e magnitude visível 13,7 (Karkoschka 2001).

Com 3 segundos de exposição e céu favorável, a 50° de distância zenital e com *seeing* 1,13", atingiu-se S/R média de 155. O raio da área para fotometria foi de 3,2". Novamente Titânia foi utilizado como satélite de comparação.

A figura 5.2 representa a curva de luz reduzida da observação com a curva teórica sobreposta. São 485 pontos ao longo de nove minutos no entorno do evento.

A razão de albedos utilizada para este ajuste também foi determinada de forma direta. Com céu estável, 3h após o fenômeno, a razão ficou em 0,678. Como pode-se ver na tabela 5.2, a diferença entre os valores resultantes para cada um dos albedos, calculado e obtido de Karkoschka (2001), é mínima, apesar de a razão de albedo determinada com o telescópio espacial Hubble ser 17% maior.

Na tabela 5.2, pode-se ver que o parâmetro de impacto obtido está entre os previstos por GUST86 e LA06. O segundo previu o instante central mais de acordo com o que foi medido, diferente apenas por 15 segundos. A precisão para o parâmetro de impacto ficou

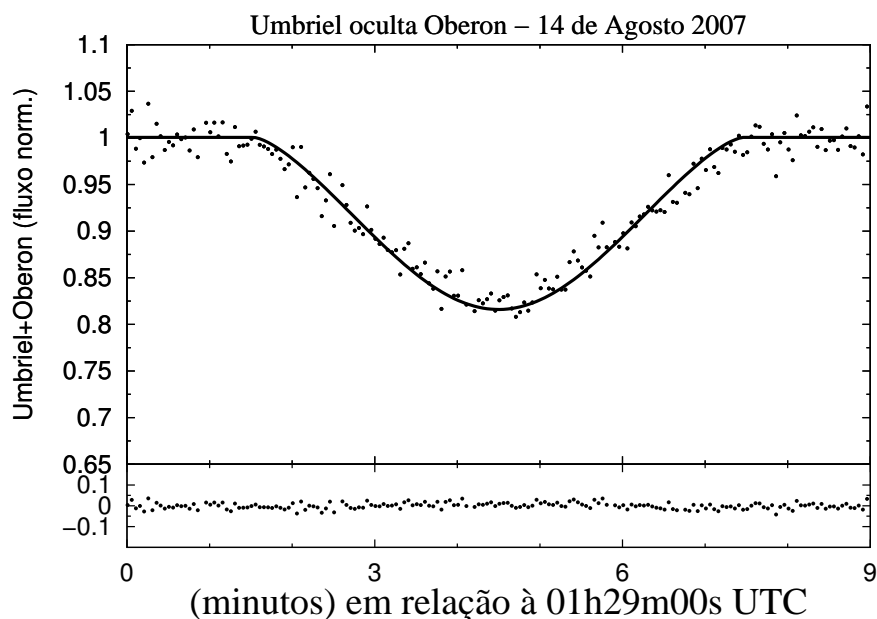


Figura 5.2: Ocultação de Oberon por Umbriel em 14 de agosto de 2007. A escala de tempo inicia-se em 02h58m UTC.

abaixo de três quilômetros. O teste de χ^2 reduzido apresenta 0,04732 como resultado, mostrando o bom acordo entre a observação e o ajuste.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	01h31m27s	01h33m44s	01h34m00,806s (1,188) s	01h34m00,727s (1,188) s
Param. de impacto	-	-	720,22 (2,77) km	739,58 (2,764) km
	44 mas	65 mas	51,76 (0,199) mas	53,15 (0,199) mas
Velocidade relativa	-	-	6,283 (0,060) km /s	6,298 (0,059) km /s
	-	-	0,4515 (0,0043) mas/s	0,4526 (0,0043) mas/s
A_1/A_2	-	-	0,814	0,678
σ (O-C)	-	-	0,01418	0,01423
χ^2	-	-	0,046	0,047

Tabela 5.2: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) 3 horas depois do instante central, assim como 5.1. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

5.3 Umbriel oculta Ariel - 19 de Agosto 2007

No dia 19 de agosto de 2007, foi observada uma ocultação de Ariel por Umbriel prevista para as 07h59m12s. À $6,2 R_{\text{ura}}$, com queda de fluxo de 0,318 e o evento com duração de 877 segundos. Este evento envolveu os mesmo satélites do fenômeno descrito em 5.1 (13 de agosto), só que desta vez foi Ariel que sofreu a ocultação.

Assim como os outros dois eventos já mencionados, este também foi observado sobre condição de céu estável, porém, a 53° de distância zenital. O *seeing* foi de $1,36''$ e o S/R médio de 181 para os satélites em evento, com 3 segundos de exposição e raio de abertura para fotometria de $3,5''$. Mais uma vez, Titânia foi o satélite de comparação.

Como pode-se verificar na figura 5.3, este evento foi o que apresentou maior duração, dentre os mostrados neste trabalho, e maior queda de fluxo. A curva de luz se estende por 20 minutos com 650 pontos.

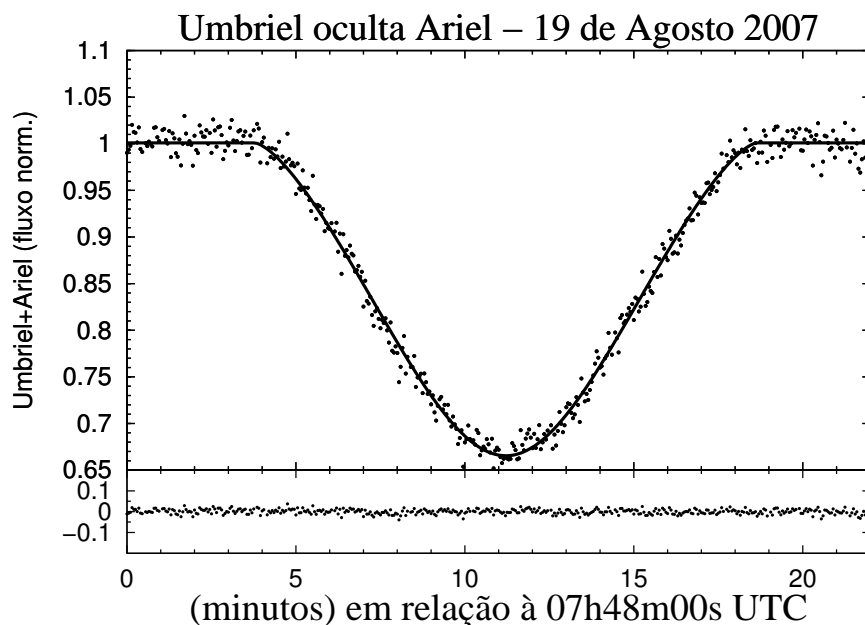


Figura 5.3: Ocultação de Ariel por Umbriel em 19 de agosto de 2007. A escala de tempo inicia-se em 07h48m UTC

Para este evento, não foi possível realizar observações dos satélites de Urano antes ou depois do instante central. Mas, como já foi dito, o evento de 13 de agosto envolveu os mesmos satélites e não houve grande variação no ângulo de fase (menor que $0,25^\circ$). Então, empregou-se a razão de albedos calculada naquela ocasião. Como agora a situação satélite ocultado/ocultador está invertida em relação ao fenômeno de 13 de agosto, a razão de albedos é a inversa daquela oportunidade, ou seja, 0,532. Para os dois valores calculados, das observações e de Karkoschka (2001), o instante central do ajuste é rigorosamente o

mesmo (veja a tabela 5.3). O parâmetro de impacto se altera de apenas 4 km , enquanto o erro na sua determinação é de 2,36 km , nos dois ajustes.

O parâmetro de impacto previsto por LA06 difere apenas de 3 mas do ajustado nas observações. Ou seja, esta teoria de efemérides está de acordo com as observações. Já o instante central difere de 42 segundos. Esta curva é a que apresenta o menor valor no teste χ^2 reduzido, apenas 0,009. Isto é, o melhor acordo entre as curvas observada e teórica.

Este mesmo evento foi observado por Miller & Chanover (2009), utilizando um telescópio de 3,5 m no *Apache Point Observatory*, em Sunspot, NM, Estados Unidos da América. A partir de um modelo de ajuste parecido com o aqui apresentado, obtiveram resultados muito próximos aos deste trabalho, como pode-se verificar na tabela 5.4.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	07h57m27s -	07h59m12s -	07h59m53,491s (0,906) s	07h59m53,491s (0,906) s
Param. de impacto	-	-	452,76 (2,36) km	457,35 (2,365) km
	65 mas	36 mas	32,59 (0,170) mas	32,92 (0,170) mas
Velocidade relativa	-	-	2,411 (0,011) km /s	2,408 (0,011) km /s
	-	-	0,1735 (0,0008) mas/s	0,1734 (0,0008) mas/s
A_1/A_2	-	-	0,545	0,532
σ (O-C)	-	-	0,01197	0,01249
χ^2	-	-	0,009	0,009

Tabela 5.3: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, e obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) no dia 13 de agosto, quando os mesmos satélites estiveram em evento. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

Origem	MC	LNA
Instante Central	07h59m49,4s (0,15) s	07h59m53,491s (0,906) s
Param. de impacto	476,9 (0,3) km	457,35 (2,365) km
	34,31 (0,02) mas	32,92 (0,170) mas
Velocidade relativa	2,413 (0,002) km /s	2,408 (0,011) km /s
	-	0,1734 (0,0008) mas/s
A_1/A_2	0.546	0,532

Tabela 5.4: Aqui pode-se comparar os resultados obtidos por Miller & Chanover (2009) (MC) com os deste trabalho (LNA). Os primeiros observaram no Apache Point Observatory (EUA).

5.4 Ariel oculta Miranda - 08 de Outubro 2007

Previsto para 00h43m07s do dia 8 de outubro de 2007, este é o primeiro evento envolvendo Miranda aqui apresentado. Fenômenos envolvendo este satélite são os que apresentam maior dificuldade observacional, pelos motivos que seguem.

Como é o satélite mais interno, com elongação máxima de 10", todo fenômeno em que esteja envolvido tende a ocorrer próximo ao planeta, portanto, imerso na luz difusa de Urano que brilha com magnitude visível 5,72. Este evento em particular ocorreu a apenas $1,7 R_{\text{Ura}}$, o mais próximo dentre todos. Miranda é também o menor e mais fraco dos satélites principais, com 235,8 km de raio e magnitude visível 15,8. Seu albedo, para o ângulo de fase solar $1,1^\circ$ no filtro de 7.900 Å, é de 0,311 (Karkoschka 2001).

Por estes motivos, dentre os cinco satélites, Miranda é o que tem as maiores diferenças entre as posições astrométricas observadas e aquelas previstas por efemérides. Enquanto para os quatro maiores esta diferença é 0,01" com desvio padrão de 0,04", para Miranda estes valores são 0,02" e 0,1", respectivamente (Veiga & Vieira Martins 1999).

Não bastasse as dificuldades descritas acima, impostas pela configuração dos objetos em evento, as condições climáticas também não se mostraram favoráveis nesta observação. Além da passagem de algumas nuvens, houve grandes variações de *seeing*, que ficou com um valor médio de 2,57". Para que a intensidade da luz difusa do planeta sobre os satélites fosse a menor possível, a integração foi de 1 segundo, o que resultou em S/R médio 41 para Ariel com Miranda. A área utilizada para a fotometria de abertura teve raio de 3" e dois satélites foram utilizados para comparação: Titânia e Oberon.

Por todas estas condições adversas, a curva de luz na figura 5.4 é a que apresenta maior dispersão dentre as apresentadas neste trabalho. São 856 pontos durante o evento. No ajuste, da maneira descrita em 4.4, onze pontos foram retirados, pois a diferença entre o fluxo do ponto e o ajuste foi maior que $2,5\sigma$.

Com a razão de albedos no valor de 1,119, determinada cerca de 3 horas depois da ocultação e de forma indireta como descrito em A.9, o erro na determinação do parâmetro de impacto praticamente dobrou, já os outros parâmetros não se modificaram drasticamente.

Como previsto por GUST86 e LA06, a ocultação foi total e, portanto, o parâmetro de impacto pode variar de zero até 343,8 km (a diferença entre os raios de Ariel e Miranda), já que a velocidade relativa não está fixada no ajuste. Desta maneira, o ajuste apresentou erro na determinação do parâmetro de impacto de 146,3 km. Mesmo assim, a menor distância calculada entre os satélites ficou próxima à oriunda de LA06, e o instante central difere menos de 10 segundos para GUST86.

É certo que as adversidades da observação prejudicaram de forma substancial as medidas dos parâmetros (tabela 5.5), portanto, deste evento pode-se confirmar as predições de ocultação total, mas deve-se ter cautela com o valor obtido para a menor distância

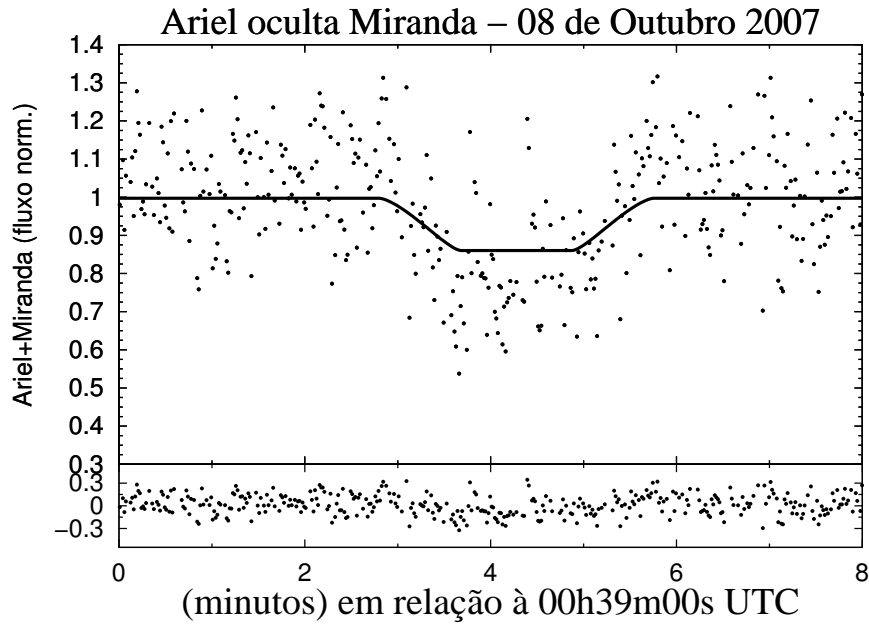


Figura 5.4: Ocultação de Miranda por Ariel em 8 de outubro de 2007. A escala de tempo inicia-se em 00h39m UTC. A escala deste gráfico difere dos outros eventos para se adequar à dispersão observada. Cabe comentar que mesmo pontos com sigma (O-C) próximo ao sigma de corte, como os três no centro superior da curva, não têm grande influência sobre o ajuste, mesmo se retirados.

entre os objetos.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	00h43m23s	00h43m07s	00h43m43,055s (0,197) s	00h43m42,532s (0,197) s
Param. de impacto	-	-	8,14 (82,29) km	0,32 (148,31) km
	3 mas	2 mas	0,58 (5,905) mas	2,33 (10,64) mas
Velocidade relativa	-	-	9,193 (0,029) km /s	9,269 (0,093) km /s
	-	-	0,6597 (0,0021) mas/s	0,6652 (0,0066) mas/s
A_1/A_2	-	-	1,132	1,119
σ (O-C)	-	-	0,14340	0,14528
χ^2	-	-	0,661	0,654

Tabela 5.5: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e, como nos casos anteriores, calculados por observações (LNA) 3 horas depois do instante central. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

O teste do χ^2 reduzido, tem seu valor 0,654. Verifica-se que, apesar da alta dispersão, tem-se um razoável acordo entre a curva ajustada e a observada.

5.5 Titânia eclipsa Miranda - 12 de Outubro 2007

No dia 12 de outubro de 2007, à 00h02m20s, foi previsto um eclipse de Titânia sobre Miranda, com duração de 785 segundos e a $1,9 R_{\text{Ura}}$. Este é o primeiro evento envolvendo Titânia, o maior dos satélites de Urano. Ele tem 788,9 km de raio e magnitude 13,4 no visível, portanto também é o mais brilhante.

Com ótimas condições de céu, este fenômeno teve *seeing* médio de $0,82''$, o que permitiu a sua detecção. Isto porque, apesar da previsão de um eclipse total, ele se mostrou um fenômeno quase rasante, com queda em magnitude inferior a 0,1. Com 1 s de tempo de exposição e $2,3''$ de raio para abertura da fotometria, atingiu-se S/R médio 106 para os satélites em evento. Neste caso, o satélite de comparação foi Oberon, que, com magnitude 13,7 é o segundo mais brilhante dentre os satélites de Urano.

A figura 5.5 mostra a leve queda em fluxo na curva de luz. Com oito minutos no entorno do evento, é compreendida por 785 pontos, aqueles em que a diferença entre a observação e o modelo foi maior que 3σ foram retirados.

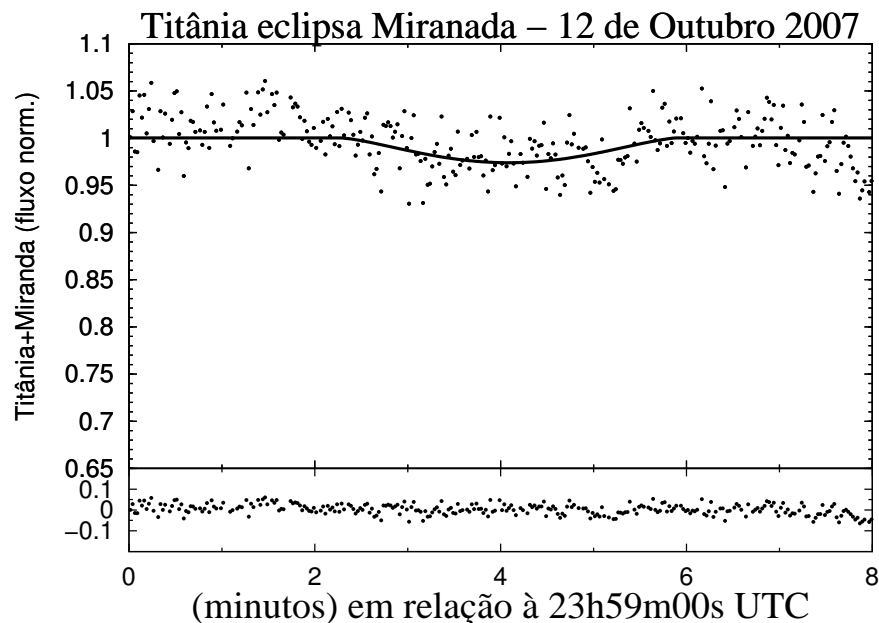


Figura 5.5: Eclipse de Miranda por Titânia em 12 de outubro de 2007. A escala de tempo inicia-se às 23h59m UTC do dia anterior.

A razão de albedos entre Titânia e Miranda foi determinada diretamente, por imagens tomadas entre 30 e 24 minutos antes do eclipse, resultando num valor de 0,9337. Os

resultados obtidos tanto com a razão de albedos aqui medida, quanto com a obtida de Karkoschka (2001), não tem nenhuma diferença significativa.

Na tabela 5.6 são apresentados os resultados. Nela verifica-se que tanto a teoria GUST89 quanto LA06 previram com erro maior que 1 minuto o instante central, sendo que a última ficou mais próxima da observação. Isto não se verifica para o parâmetro de impacto, em que a primeira teoria teve a menor diferença para a observação. O valor obtido com o teste de χ^2 reduzido é 0,855.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	00h01m41s -	00h02m20s -	00h03m24,144s (5,305) s	00h03m24,117s (5,305) s
Param. de impacto	-	-	863,87 (9,18) km	854,93 (9,758) km
	56 mas	27 mas	61,88 (0,658) mas	61,24 (0,699) mas
Velocidade relativa	-	-	5,083 (0,499) km /s	5,197 (0,514) km /s
	-	-	0,3641 (0,0357) mas/s	0,3723 (0,0368) mas/s
A_1/A_2	-	-	0,858	0,934
σ (O-C)	-	-	0,02321	0,02483
χ^2	-	-	0,799	0,856

Tabela 5.6: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) minutos antes do instante central. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

5.6 Ariel oculta Miranda - 18 de Outubro 2007

No dia 18 de outubro de 2007, às 00h28m30s, foi prevista uma nova ocultação de Miranda por Ariel. Desta vez sendo parcial, teria 0,071 de queda de fluxo a $3,1 R_{\text{ura}}$, com 148 s de duração.

A maior distância ao planeta permitiu maior tempo de exposição, 3 segundos, que aliado a um *seeing* de 1,78" (pouco melhor que no evento de 8 de outubro) resultou em S/R de 84. A abertura utilizada para a fotometria teve 3,2" de raio e o fluxo médio de Titânia e Oberon foi usado como comparação.

A curva de luz a seguir tem apenas 5 minutos de duração, a mais curta deste trabalho. É formada por 283 imagens, sendo que 11 foram retiradas por terem a diferença de seu valor para o ajuste maior que 3σ .

Nesta noite não foi possível determinar a razão de albedos entre Ariel e Miranda. Entretanto, a configuração dos satélites e suas posições em relação a Urano são as mesmas

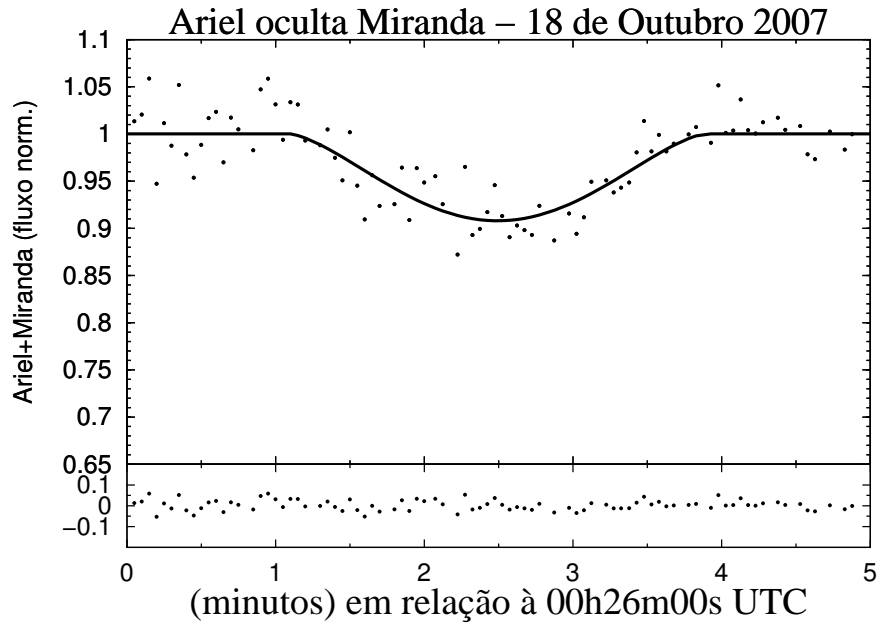


Figura 5.6: Ariel oculta Miranda em 18 de outubro de 2007. A escala de tempo inicia às 00h26m UTC.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	00h28m39s	00h28m30s	00h28m48,282s (3,417) s	00h28m48,283s (3,417) s
Param. de impacto	- 100 mas	- 39 mas	484,23 (10,81) km 34,58 (0,772) mas	487,07 (10,685) km 34,78 (0,763) mas
Velocidade relativa	-	-	7,870 (0,380) km /s 0,5620 (0,0271) mas/s	7,844 (0,379) km /s 0,5601 (0,0270) mas/s
A_1/A_2	-	-	1,132	1,119
σ (O-C)	-	-	0,01197	0,02838
χ^2	-	-	0,312	0,312

Tabela 5.7: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, e obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) em 08 de outubro de 2007. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

de quando estiveram em evento no dia 8 de outubro de 2007. Por este motivo, utilizou-se o valor calculado naquela oportunidade, 1,119. Assim como no eclipse já apresentado, não se observa nenhuma diferença significativa entre os resultado com as diferentes razões de albedos.

Este evento chegou a resultados (tabela 5.7) muito parecidos àqueles previstos por

LA06 quanto a parâmetro de impacto, que difere por apenas 4 mas, com precisão de 0,05 mas ou 10 km. Já no instante central, a diferença foi de aproximadamente 20 s para esta teoria e 10s para a GUST86. O resultado estatístico de χ^2 reduzido foi 0,312.

5.7 Ariel eclipsa Titânia - 28 de Novembro 2007

O último evento tratado neste trabalho é um eclipse de Ariel em Titânia, previsto para 01h41m49s do dia 28 de novembro de 2007. À $5,9 R_{\text{ura}}$ e com queda de 0,198 em fluxo, com duração de 400 segundos. Este foi o único fenômeno a ocorrer quando os satélites estavam com ângulo de fase solar maior do que 2° , mais precisamente ele ocorreu a $2,77^\circ$. Segundo Karkoschka (2001), para $2,82^\circ$ de ângulo de fase, os albedos de Ariel e Titânia são 0,333 e 0,231, respectivamente. Estes valores foram obtidos através dos valores médios entre os filtro de 6.300 Å, 8.700 Å e 9.100 Å.

Com 2 segundos de exposição e raio de abertura de 3,8", atingiu-se S/R médio de 67 para os satélites em evento, apesar do *seeing* muito elevado de 3,8". Oberon, com sinal sobre ruído 157, foi utilizado para comparação.

A curva de luz abrange 15 minutos próximo ao fenômeno, com 627 pontos, sendo que 16 foram retirados, pois a diferença entre seu valor e o modelo foi maior que 3σ . De forma geral, a curva apresentou alta dispersão, consequência do *seeing* muito alto.

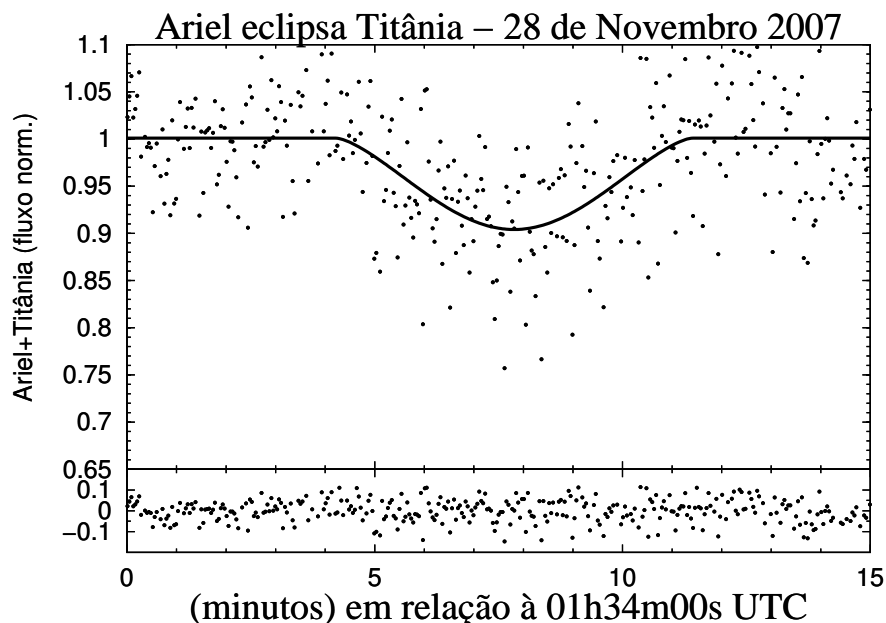


Figura 5.7: Ariel eclipsa Titânia em 28 de novembro de 2007. A escala de tempo inicia-se à 01h34m UTC.

A razão de albedos foi determinada de forma direta com imagens obtidas uma hora e

meia antes do evento, nas mesmas condições de céu. O valor obtido foi 1,766. Novamente, verifica-se que os resultados com as diferentes razões de albedos não apresentam nenhuma diferença significativa.

O resultado do ajuste (tabela 5.8) mostrou diferença de mais de 30 segundos para a teoria LA06 e mais de 2 minutos para GUST86. Já no parâmetro de impacto, a observação, com precisão de 1,1 mas, e LA06 são coincidentes. Mesmo com a dispersão provocada pelo elevado *seeing*, o teste como χ^2 reduzido resultou em 0,690.

Origem	GUST86	LA06	HST	LNA
Instante Central	01h39m23s -	01h41m15s -	01h41m48,474s (8,405) s	01h41m48,612s (8,405) s
Param. de impacto	-	-	883,58 (14,66) km	852,43 (15,378) km
	38 mas	59 mas	61,19 (1,016) mas	59,03 (1,065) mas
Velocidade relativa	-	-	4,814 (0,256) km /s	4,902 (0,268) km /s
	-	-	0,3334 (0,0177) mas/s	0,3395 (0,0186) mas/s
A_1/A_2	-	-	1,438	1,765
σ (O-C)	-	-	0,06638	0,05584
χ^2	-	-	0,721	0,690

Tabela 5.8: Parâmetros previstos por GUST86 e LA06, obtidos com razão de albedos de Karkoschka (2001) (HST) e calculados por observações (LNA) 1,5 horas antes do instante central. Valores entre parênteses representam o σ dos parâmetros. A razão de albedos entre os satélites em evento está representada por A_1/A_2 . O desvio padrão da diferença entre a curva observada e a ajustada é simbolizado por σ (O-C).

Capítulo 6

Conclusão

Como já foi discutido, observações de fenômenos mútuos entre os satélites dos planetas gigantes são importantes para a compreensão do próprio Sistema Solar e sua formação. Através de posições precisas destes objetos, modelos teóricos de suas órbitas podem ser testados e aprimorados.

Neste trabalho, apresentou-se a observação, redução e análise de sete fenômenos mútuos entre os satélites de Urano. Foram 5 ocultações e 2 eclipses contemplando todos os cinco principais satélites deste sistema. Nestes eventos os parâmetros foram determinados com precisões variando de: 0,85 a 8,85 s para o instante central; 2,4 a 15,4 km para o parâmetro de impacto, o que equivale a 0,17 a 10,6 mas. Estes resultados permitem o cálculo de informações astrométricas, ainda que relativas entre os satélites, muito superiores àqueles determinadas por métodos astrométricos tradicionais (Arlot *et al.* 2008).

Comparando os resultados dos instantes centrais deste trabalho com os previstos por Christou (2005) e Arlot *et al.* (2006), percebe-se que a teoria mais recente LA06 difere em média de 35 segundos da observação com diferença máxima de 64 s, enquanto GUST86 difere de até 150 s. O quadro não muda ao se comparar o parâmetro de impacto, onde, de forma geral, a teoria mais recente previu valores mais próximos aos observados que a mais antiga. Isto se justifica pela utilização de posições astrométricas mais recentes para o ajuste da teoria, além desta considerar a figura gravitacional de Urano e a perturbação solar.

Estes resultados só foram atingidos pelo uso de técnicas de redução apropriadas. Utilizando os programas do pacote PRAIA (Assafin 2006), aplicou-se a coronografia digital que retirou o gradiente de luz deixado na imagem pelo planeta. Isto permitiu a realização da fotometria diferencial sob um fundo de céu plano. Com ela, obteve-se uma curva de luz para cada observação, sobre as quais foi ajustado um modelo teórico para a obtenção dos parâmetros pertinentes.

Devido à forte correlação entre o parâmetro de impacto e a razão de albedos, no que

se refere à profundidade da curva de luz, fixou-se a razão de albedos de duas maneiras. Primeiro determinou-se tal razão por imagens obtidas horas antes ou após cada fenômeno, e depois com dados fornecidos por Karkoschka (2001). Os dois valores foram utilizados para o ajuste das curvas de luz observadas. Somente uma ligeira diferença é observada nos resultados dos dois ajustes, o que pode mostrar a inexistência de grandes variações de albedos no pólo norte dos satélites. Note que a dez anos atrás ($\sim 1/4$ do período orbital de Urano), quando Karkoschka (2001) utilizou o HST para medir os albedos, o hemisfério sul inteiro até a latitude $\sim 45^\circ$ norte estavam iluminados pelo Sol e agora se vê os dois hemisférios inteiros.

No modelo apresentado, não foi considerado o deslocamento do fotocentro, em função do ângulo de fase solar, em relação ao centro geométrico. Foi mostrado que este deslocamento é pequeno, pois, para o sistema de Urano, tal ângulo não é maior que $2,8^\circ$. Seu valor, apesar de pequeno em relação ao tamanho dos satélites, é algumas vezes maior que as precisões conseguidas nos ajustes para os parâmetros de impacto. Isto deve ser levado em consideração quando estes resultados forem utilizados para se obter as informações astrométricas.

Muitas imagens do sistema de satélites de Urano foram obtidas nas noites dos fenômenos, tanto para astrometria quanto para a fotometria dos corpos e determinação de seus albedos relativos. Num trabalho futuro a ser publicado, estas imagens serão utilizadas para determinação de suas velocidades relativas, para novos ajustes das curvas de luz.

Por uma feliz coincidência no ano de 2009, proclamado pela UNESCO como Ano Internacional da Astronomia¹ em comemoração aos 400 anos das primeiras observações dos satélites de Júpiter por Galileu Galilei, fenômenos mútuos entre estes satélites poderão ser observados (Thuillot *et al.* 2008). Na realidade, durante os anos de 2009 e 2010, tais eventos serão observados para os satélites de Júpiter e Saturno (Arlot, 2008b e Arlot & Thuillot, 2008) e as técnicas apresentadas neste trabalho serão empregadas nestas novas séries de fenômenos mútuos.

¹<http://www.astronomy2009.org>

Referências Bibliográficas

AKSNES, K.; FRENKLIN, F.; MAGNUSSON, P. The longitude discrepancy for mutual satellite phenomena resolved **The Astronomical Journal**, v. 92, p. 1436-1444, 1986.

AKSNES, K. *et al.*. Mutual phenomena of the galilean and saturnian satellites in 1973 and 1979/1980 **The Astronomical Journal**, v. 89, p. 280-288, 1984.

AKSNES, K.; FRENKLIN, F. A. Mutual phenomena of the galilean satellites in 1973. III. Final results from 91 light curves **The Astronomical Journal**, v. 81, p. 464-481, 1976.

ARLOT, J. E. Les occultations et les éclipses mutuelles des satellites galiléens de Jupiter **L'Astronomie**, v. 87, p. 287-293, 1973.

ARLOT, J. E. Les phénomènes mutuels des satellites galiléens de Jupiter en 1979 **Astronomy and Astrophysics Supplement Series**, v. 34, p. 195-197, 1978.

ARLOT, J. E. Astrometry of the solar system: the ground-based observations **Proceedings IAU Symposium**, v. 248, p. 66-73, 2007.

ARLOT, J. E. Predictions of the mutual events of the galilean satellites of Jupiter occurring in 2009-2010 **Astronomy and Astrophysics**, v. 478, p. 285-298, 2008.a

ARLOT, J. E. Astrometry through photometry: mutual events. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.imcce.fr/astrom-beijing08>. Arquivo: arlot-phenomena-sat-V3.pdf. Arquivo capturado em 08 de fevereiro de 2009.b

ARLOT, J. E.; DUMAS, Ch.; SICARDY, B. Observation of an eclipse of U-3 Titania by U-2 Umbriel on december 8, 2007 with ESO-VLT **Astronomy and Astrophysics**, v. 492, p. 599-602, 2008.

ARLOT, J.-E.; LAINEY, V.; Thuillot W. Predictions of the mutual events of the uranian satellites occurring in 2006-2009 **Astronomy and Astrophysics**, v. 456, p. 1173-1179, 2006.

ARLOT, J. E.; STAVINSCHI, M. Past and future mutual events of the natural planetary satellites: need of a network of observation **ASP Conference Series**, v. 370, p. 58-67, 2007.

- ARLOT, J. E.; THUILLOT, W. Predictions of the events of the satellites of Saturn during the 2009 equinox **Astronomy and Astrophysics**, v. 485, p. 293-298, 2008.
- ASSAFIN, M. PRAIA: Plataforma para redução autom'ática de imagens astronômicas **Boletim da Sociendade Astronômica Brasileira**, v. 26, p. 189, 2006.
- ASSAFIN, M. *et al.*. Instrumental and digital coronagraphy for the observation of the Uranus satellites' upcoming mutual events **Planetary and Space Science**, v. 56, p. 1882-1887, 2008.
- BIRLAN, M. *et al.*. Photometric and astrometric analysis of a mutual event between the uranian satellites Miranda and Oberon **Astron. Nachr.**, v. 329, p. 567-572, 2008.
- BOURGET, P. *et al.*. Hg-mask coronagraph **EAS Publications Series**, v. 12, p. 205-211, 2004.
- BURATTI, B. J.; GIBSON, J.; MOSHER J. A. CCD photometry of the uranian satellites **The Astronomical Journal**, v. 104, p. 1618-1622, 1992.
- CHRISTOU, A.A. Mutual events of the uranian satellites 2006-2010 **Icarus**, v. 178, p. 171-178, 2005.
- DESCAMPS, P. *et al.*. Observations of the volcanoes of Io, Loki and Pele, made in 1991 at the ESO during an occultation by Europa **Icarus**, v. 100, p. 235-244, 1992.
- DESCAMPS, P.; *et al.* BRAGA-RIBAS, F.; *et al.*. New insights on the binary asteroid 121 Hermione . **em submissão** 2009
- DOURNEAU, G.; LE CAMPION, J. F.; BARATCHART, S. Mutual events of Jupiter's satellites observed in 1997 at the bordeaux obsevatory **Astronomy and Astrophysics**, v. 437, p. 711-716, 2005.
- EMELYANOV, N. V. A method for reducing photometric observations of mutual occultations and eclipses of planetary setellites **Solar System Research**, v. 37, p. 314-325, 2003.
- EMELYANOV, N. V.; GILBERT, R. Astrometric results of observations of mutual occultations and eclipses of the galilean satellites of Jupiter in 2003 **Astronomy and Astrophysics**, v. 453, p. 1141-1149, 2006.
- EVERETT, M. E.; HOWELL, S. B. A technique for ultrahigh-precision CCD photometry **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 113, p. 1428-1435, 2001.
- GIORGINI, J.D. *et al.*. JPL'S online Solar Sistem data service **Bulletin of the American Astronomical Society**, v. 28, p. 1158, 1996.
- GUYON, O. *et al.*. Theoretical limits on extrasolar terrestrial planet detection with coronagraphs **The Astronomical Journal Supplement Series**, v. 167, p. 81-99, 2006.

- HIDAS, M. G.; CHRISTOU, A. A.; BROWN, T. M. An observation of a mutual event between two satellites of Uranus **Mon. Not. R. Astron. Soc.**, v. 384, p. 38-40, 2008.
- HOWELL, S. B. Two-dimensional aperture photometry: signal-to-noise ratio of point-source observations and optimal data-extraction techniques **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 101, p. 616-622, 1989.
- HOWELL, S. B. 3 Characterization of charge-coupled devices **Handbook of CCD Astronomy**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 208p.
- JACOBSON, R. A. Astrographic observations of the major Uranian satellites from Voyager 2 **Astronomy and Astrophysics Supplement Series**, v. 96, p. 549-563, 1992.
- KAAS, A. A. *et al.*. Astrometry from mutual phenomena of the galilean satellites in 1990-1992 **The Astronomical Journal**, v. 117, p. 1933-1941, 1999.
- KAASALAINEN, M. *et al.*. Interpretation of lightcurves of atmosphereless bodies I. general theory and new inversion schemes **Astronomy and Astrophysics**, v. 259, p. 318-332, 1992.
- KARKOSCHKA, E. Methane, Ammonia, and temperature measurements of the jovian planets and Titan from CCD-spectrophotometry **Icarus**, v. 133, p. 134-146, 1998.
- KARKOSCHKA, E. Comprehensive photometry of the rings and 16 satellites of Uranus with the Hubble Space Telescope **Icarus**, v. 151, p. 51-68, 2001.
- KJELDSEN, H.; FRANDBSEN, S. High-precision time-resolved CCD photometry **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 104, p. 413-434, 1992.
- LAINNEY, V. A new dynamical model for the uranian satellites **Planetary and space science**, v. 56, p. 1766-1772, 2008.
- LANDOLT, A. U. UBVRI Photoelectric standard stars around the celestial equator **The Astronomical Journal**, v. 88, p. 439-460, 1983.
- LASKAR, J.; JACOBSON, R. A. Gust 86. An analytical ephemeris of the uranian satellites **Astronomy and Astrophysics**, v. 188, p. 212-224, 1987.
- LINDEGREN, L. Meridian observations of planets with a photoelectric micrometer **Astronomy and Astrophysics**, v. 57, p. 55-72, 1977.
- Laboratório Nacional de Astrofísica. Manual do Telescópio 1,60m - Procedimentos Gerais. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.lna.br/opd/instrum/instr.html>. Arquivo: Manual_160mOPD_Cap1.pdf. Arquivo capturado em 28 de janeiro de 2009.
- MACKAY, C. D. Charge-coupled devices in astronomy **Astronomy and Astrophysics**, v. 24, p. 255-283, 1986.

- MALLAMA, A. Models for planetary eclipses of the uranian satellites **Icarus**, v. 192, p. 576-581, 2007.
- MILLER, C.; CHANOVER, N.J. Resolving dynamic parameters of the august 2007 Titania and Ariel occultations by Umbriel **Icarus**, v. 200, p. 343-346, 2009.
- NEWBERRY, M. V. Signal-to-noise considerations for sky-subtracted CCD data **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 103, p. 122-130, 1991.
- NOYELLES, B.; VIENNE, A.; DESCAMPS, P. Astrometric reduction of lightcurves observed during the PHESAT95 campaign of saturnian satellites **Astronomy and Astrophysics**, v. 401, p. 1159-1175, 2003.
- POLINSKA, M.; *et al.* RIBAS, F. B.; *et al.* CCD observations and modeling of 4492 Debussy eclipsing asteroid **Lunar and Planetary Institute Contribution**, v. 1405, p. 8134, 2008.
- SEAL, D. Solar System Simulator. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://maps.jpl.nasa.gov/uranus.html>. Arquivos capturados em 19 de janeiro de 2009.
- STONE, E. C.; MINER, E. D. The Voyager 2 encounter with the uranian system **Science**, v. 233, p. 39-43, 1986.
- STONE, R. C. Digital centering algorithms for the Sun, Moon, and planets **The Astronomical Journal**, v. 99, p. 424-430, 1990.
- THOMAS, P.C. Radii, shapes, and topography of the satellites of Uranus from limb coordinates **Icarus**, v. 73, p. 427-441, 1988.
- THUILLOT, W.; ARLOT, J.-E.; RUATTI, C.; *et al.* The PHESAT95 catalogue of observations of the mutual events of the saturnian satellites **Astronomy and Astrophysics**, v. 371, p. 343-349, 2001.
- THUILLOT, W.; ARLOT, J.-E.; VIENNE, A. International year of astronomy: a special project in planetary sciences, the equinox on Jupiter in 2009 **Bulletin of the American Astronomical Society**, v. 40, p.1804, sept., 2008 .
- TRINIDAD, M. A.; COZIOL, R. CCD description and characteristics. [online] Disponível na Internet via WWW. URL: http://www.astro.ugto.mx/cursos/Laboratorio/Lab_menu.htm. Arquivo: CCDReduccion_p1.pdf. Arquivo capturado em 08 de fevereiro de 2009.
- VASUNDHARA, R. Astrometry from CCD photometry of mutual events of jovian satellites from VBO durig 1997 **Astronomy and Astrophysics**, v. 389, p. 325-333, 2002.
- VASUNDHARA, R. Modeling uranian mutual event light curves **Planetary and space science**, v. 56, p. 1791-1796, 2008.

- VASUNDHARA, R. *et al.*. Astrometry from mutual events of jovian satellites in 1997 **Astronomy and Astrophysics**, v. 410, p. 337-341, 2003.
- VEIGA, C. H.; VIEIRA MARTINS, R.; CCD astrometric observations of Uranian satellites: 1995-1998 **Astronomy and Astrophysics Supplement Series**, v. 138, p. 247-251, 1999.
- VEILLET, C.; RATIER, G. Astrometric study of the Uranus satellite Miranda **Astronomy and Astrophysics**, v. 89, p. 342-344, 1980.
- VIEIRA MARTINS, R. *et al.*. Systematic astrometric observations of Proteus **Astronomy and Astrophysics**, v. 425, p. 1107-1111, 2004.
- VIENNE, A. Dynamical objectives of observation of mutual events **Planetary and Space Science**, v. 56, p. 1797-1803, 2008.
- WASSERMAN, L. H.; ELLIOT, J. L.; VEVERKA J. Galilean satellites: observations of mutual occultations and eclipses in 1973 **Icarus**, v. 27, p. 91-107, 1976.

Apêndice A

Razão de Albedos

Para determinar a razão de albedos entre os satélites, utiliza-se o fato de que o fluxo recebido F é função da área aparente do corpo vezes uma constante A , que diz respeito à refletividade do corpo dita albedo.

$$F = \pi R^2 A \quad (\text{A.1})$$

onde R é o raio aparente do satélite.

Pode-se determinar a razão de albedos de maneira direta ou indireta: direta quando se tem acesso aos fluxos de cada um dos satélites separadamente; e indireta, quando só ao fluxo de um dos satélites em evento e daquele que foi utilizado como referência.

A.1 Direta

Considerando o caso do cálculo da razão de albedos direta, isto é, se for possível medir o fluxo de cada um dos satélites separadamente, basta, usando a equação A.1, determinar a razão A_1/A_2 , portanto:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\pi R_1^2 A_1}{\pi R_2^2 A_2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{F_1 R_2^2}{F_2 R_1^2} \quad (\text{A.2})$$

A.2 Indireta

Quando não é possível medir o fluxo de um dos corpos do evento (por ter ficado próximo demais do planeta, por exemplo), pode-se determinar a razão de albedos utilizando o fluxo somado dos dois satélites, momentos antes ou após o evento, o fluxo individual de um dos

corpos e o fluxo do satélite utilizado como referência.

Então, considerando que momentos antes ou após o evento, tem-se a soma do fluxo dos dois satélites em fenômeno sobre o fluxo do satélite utilizado como referência, obtém-se:

$$\frac{F_{1+2}}{F_3} = \frac{(\pi R_1^2 A_1 + \pi R_2^2 A_2)}{\pi R_3^2 A_3} \quad (\text{A.3})$$

Aqui, considera-se dois casos separados dependendo se é possível medir o fluxo individual do satélite 1 (A.2.1) ou do satélite 2 (A.2.2), além é claro do fluxo do satélite de comparação 3:

A.2.1 Caso 1

Quando pode-se medir o fluxo do satélite 1 e do de comparação, a partir da equação A.3, isolando A_1/A_2 , tem-se:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{F_{1+2} A_3 R_3^2}{F_3 A_1 R_2^2} - \frac{R_1^2}{R_2^2} \quad (\text{A.4})$$

Do fluxo do satélite 1 e do calibrador (3), determina-se:

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{A_1 \pi R_1^2}{A_3 \pi R_3^2} \Rightarrow \frac{A_3 R_3^2}{A_1} = \frac{R_1^2}{F_{1/3}} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo A.5 em A.4, finalmente, obtém-se:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \frac{\frac{F_1}{F_3}}{\left(\frac{F_{1+2}}{F_3} - \frac{F_1}{F_3}\right)} \quad (\text{A.6})$$

A.2.2 Caso 2

Agora, se é possível medir o fluxo do satélite 2 e do de comparação, também partindo da equação A.3, isolando A_1/A_2 , tem-se:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{F_{1+2} A_3 R_3^2}{F_3 A_2 R_1^2} - \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad (\text{A.7})$$

Do fluxo do satélite 2 e do calibrador (3), determina-se:

$$\frac{A_3 R_3^2}{A_2} = \frac{R_2^2}{\frac{F_2}{F_3}} \quad (\text{A.8})$$

Substituindo A.8 em A.7, finalmente, obtém-se

$$\frac{\mathbf{A}_1}{\mathbf{A}_2} = \frac{\mathbf{R}_2^2}{\mathbf{R}_1^2} \left(\frac{\mathbf{F}_{1+2}}{\mathbf{F}_3} \frac{1}{\frac{\mathbf{F}_2}{\mathbf{F}_3}} - \mathbf{1} \right) \quad (\text{A.9})$$

onde F_{1+2}/F_3 é medido momentos antes ou após o evento e $F_{2/3}$ medido nas observações horas antes ou após o evento (quando já é possível realizar a fotometria de cada satélite separadamente).

Apêndice B

Artigo

Neste anexo é reproduzido o artigo publicado no periódico *The Astronomical Journal*, na edição do mês de Abril de 2009, volume 137, páginas 4046 à 4053, com parte da análise apresentada nesta dissertação.

Seu título é:

Observations and analysis of mutual events between the Uranus main satellites.

OBSERVATIONS AND ANALYSIS OF MUTUAL EVENTS BETWEEN THE URANUS MAIN SATELLITES*

M. ASSAFIN¹, R. VIEIRA-MARTINS^{1,2,4}, F. BRAGA-RIBAS¹, J. I. B. CAMARGO^{1,5}, D. N. DA SILVA NETO^{1,3}, AND A. H. ANDREI^{1,2}

¹ Observatório do Valongo/UFRJ, Ladeira Pedro Antonio 43, CEP 20.080-090 Rio de Janeiro-RJ, Brazil; massaf@astro.ufrj.br

² Observatório Nacional/MCT, R. General José Cristino 77, CEP 20.921-400 Rio de Janeiro-RJ, Brazil; rvm@on.br

³ Centro Universitário Estadual da Zona Oeste, Av. Manual Caldeira de Alvarenga 1203, CEP 23.070-200 Rio de Janeiro-RJ, Brazil; darionneto@gmail.com

Received 2008 November 21; accepted 2009 January 26; published 2009 March 10

ABSTRACT

Every 42 years, the Earth and the Sun pass through the plane of the orbits of the main satellites of Uranus. In these occasions, mutual occultations and eclipses between these bodies can be seen from the Earth. The current Uranus equinox from 2007 to 2009 offers a precious opportunity to observe these events. Here, we present the analysis of five occultations and two eclipses observed from Brazil during 2007. For the reduction of the CCD images, we developed a digital coronagraphic method that removed the planet's scattered light around the satellites. A simple geometric model of the occultation/eclipse was used to fit the observed light curves. Dynamical quantities such as the impact parameter, the relative speed, and the central time of the event were then obtained with precisions of 7.6 km, 0.18 km s⁻¹, and 2.9 s, respectively. These results can be further used to improve the parameters of the dynamical theories of the main Uranus satellites.

Key words: eclipses – methods: data analysis – occultations – planets and satellites: individual (Ariel, Miranda, Oberon, Titania, Umbriel) – techniques: image processing – techniques: photometric

1. INTRODUCTION

Besides the mutual events among the Jupiter Galilean moons, up to now the only other observed intersatellite occultations and eclipses were those of the Saturn system in 1995 (see, for example, Aksnes et al. 1984; Franklin et al. 1991; Arlot et al. 1992, 1997; Thuillot et al. 2001). The Jovian observations were used to improve the parameters of the dynamical theories of the Jupiter satellites (see, for example, Aksnes & Franklin 2001; Lainey et al. 2004). From the Saturn events, very precise satellite positions were obtained (Vasundhara et al. 2003; Noyelles et al. 2003).

Every 42 years, the Earth and the Sun pass through the orbital plane of the Uranus main satellites. The last Uranus equinox was in 1966. From 2007 to 2009, the Earth and the Sun are once more crossing the equatorial plane of Uranus. Since it will not occur again until 2050, this is a unique opportunity to observe mutual events among the Uranus five main satellites: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania, and Oberon. Such observations can improve the ephemeris of the satellites and help us to map their surfaces (Christou 2005; Arlot et al. 2006).

Concerning the ephemeris, its match with contemporary intersatellite astrometric measurements reaches 50 mas for the four larger Uranus satellites and 100 mas for Miranda (Jones et al. 1998; Veiga & Vieira Martins 1999; Shen et al. 2002; Veiga et al. 2003). On the other hand, the errors on the determination of the centroids by modern techniques are as small as 20 mas. This evidences the presence of systematic errors and points out the need for improvements on the parameters of the dynamical models. Since the accuracy of the so-called astrometric photometry can be better than 10 mas, the observation of mutual events is a powerful tool to meet these requirements. Furthermore, in the determination of the parameters of the current theories of the Uranus system, most of the used astrometric positions of the

satellites were obtained with their orbital planes faced-on. Now, in contrast, the orbital planes are edge-on, a scenario that favors the determination of inclinations.

Concerning the satellite surfaces, a systematic mapping was made by *Voyager 2* in 1986 (Smith et al. 1986). However, at that time, their subsolar points were seen from near the South Pole. Now these points are near the equator and so the regions of the northern hemisphere are currently visible.

In order to provide precise predictions for the Uranus events, a number of tables were published by Christou (2005) and Arlot et al. (2006). These predictions are based on the analytic model GUST 86 (Laskar & Jacobson 1987) and on the numerical model LA06 (Lainey 2008). Using those tables, we have successfully observed seven foreseen events visible from the Laboratório Nacional de Astrofísica, Itajubá, Brazil (IAU code 874). Note that for the current Uranus equinox, only three events have been analyzed and published so far at the time of this writing. One was an occultation of Umbriel by Oberon (Hidas et al. 2008), another was an eclipse of Titania by Umbriel (Arlot et al. 2008), and a third was a predicted occultation of Oberon by Miranda which in fact was not detected (Birlan et al. 2008). A report on two other occultations—Titania and Ariel by Umbriel—is also in press (Miller & Chanover 2009). The one involving Ariel was also observed by us (see Section 4).

In the following, we describe our observations in Section 2 and the reduction procedures in Section 3. The results are presented in Section 4 and discussed in Section 5. In the Appendix, we describe in detail our general model for occultations and eclipses, including the expressions and derivatives used for fitting the observed light curves.

2. OBSERVATIONS

The observations were carried out with the 1.6 m, $f/10$, Perkin-Elmer reflector with a Ritchey–Chretien optics located at the Laboratório Nacional de Astrofísica, Itajubá, Brazil ($\lambda = +45^{\circ}35'$, $\phi = -22^{\circ}32'$, $h = 1860$ m, IAU code = 874). The used detector was a thin, back-illuminated EEV CCD (model 02-06-1-206) with 385×578 pixels² of 0.3 ($22 \mu\text{m}$).

* Based on observations made at Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA), Itajubá-MG, Brazil.

⁴ Associate researcher at IMCCE/Observatoire de Paris, 77 Avenue Denfert Rochereau 75014 Paris, France.

⁵ Current address: Observatório Nacional/MCT, Brazil.

Table 1
Predicted Visibility of the Recorded Events and Observational Information

Date			Midtime (UTC)			Event				Flux	Dist.	Δt	Solar	Zenithal	Exp.	Frame	Seeing
yr	m	d	hr	m	s	Type				Drop (R)	(UR)	(s)	Angle ($^\circ$)	Distance ($^\circ$)	Time (s)	Number	($''$)
2007	8	13	3	5	33	A	occ	U	P	0.264	6.3	627	1.35	31	3	549	2.0
2007	8	14	1	33	44	U	occ	O	P	0.094	7.1	346	1.31	50	3	485	1.1
2007	8	19	7	59	12	U	occ	A	P	0.318	6.2	877	1.11	54	3	650	1.4
2007	10	8	0	43	7	A	occ	M	T	0.130	1.7	152	1.36	17	1	856	2.6
2007	10	12	0	2	20	T	ecl	M	T	1.000	1.9	179	1.54	20	1	785	0.8
2007	10	18	0	28	30	A	occ	M	P	0.071	3.1	148	1.78	16	3	283	1.8
2007	11	28	1	41	15	A	ecl	T	P	0.198	5.9	400	2.77	60	2	627	3.8

Notes. Visibility data are based on the predictions by Arlot et al. (2006). Target satellites of the event: A, Ariel; U, Umbriel; T, Titania; O, Oberon; M, Miranda. Event type: occ stands for “occults,” ecl for “eclipses,” T for total, and P for partial. Distance to planet center in units of Uranus radius (UR = 2 $''$). Δt = predicted event duration in seconds.

A near-infrared filter with a passband of 7200–1000 Å was used to minimize the Uranus scattered light. This filter associated with the CCD color sensitivity gives an effective passband of 7200–9000 Å which cuts the blue light from the planet (Karkoschka 1998). The CCD electronics allows for simultaneous integration and readout tasks during sequential exposures. Yet, to completely remove the time loss in between the exposures due to readout overhead, it was necessary for each event to optimally define a small window on the CCD array, so as to include just the two involved targets plus another satellite as flux calibrator. The planet was also integrally included in to allow for the digital coronagraphy of the images (see the following section).

From the foreseen events (Arlot et al. 2006), we successfully observed the light curves for five occultations and two eclipses. The predicted visibility of the recorded events is given in Table 1. They are the event date, the midtime (in UT), the event type (occ for occultation and ecl for eclipse, T for total and P for partial), the target satellites of the event (A, Ariel; U, Umbriel; T, Titania; O, Oberon; M, Miranda), and the flux drop (R band) of the occulted or eclipsed satellite. Observational information is also presented in this table: the solar phase angle, the distance to the planet center, the duration of the event, the mean zenithal distance, the exposure time, the number of fitted points (CCD frames), and the seeing.

Zenithal distances were always smaller than 60 $^\circ$, being smaller than 30 $^\circ$ for four of the events. Seeing was smaller than 1 $''$ /5 for three events. Exposure time varied from 1 to 3 s in a compromise between the signal-to-noise ratio (S/N) of the satellites’ fluxes as opposed to the time resolution and to the contamination of the scattered light, which depends on the distance of the satellites from the planet and on the sky transparency. Acquisition started several minutes before the predicted start time of the event and continued for several minutes after its end. In all cases, a good sampling in time resolution was achieved with a high number of frames obtained during the event itself.

All five larger Uranus satellites, including Miranda, were eventually recorded on an occultation or on an eclipse. Among the occultations, only Titania was not observed. Among the eclipses, neither Umbriel nor Oberon was observed. The satellite distances from the Uranus center varied from 3 $''$ /4 to 14 $''$ (Uranus radius was 2 $''$). Event durations varied from 2.5 to 14.5 minutes. Solar phase angles were about 1 $''$ /5 for all the events but the last one in the year. The predicted types of all the events were confirmed by the analysis of the light curves, as will be seen in the following sections.

3. REDUCTIONS

In the following, we describe the digital coronagraphy applied to the images, the differential aperture photometry, and the fit of the occultation/eclipse model to the observed light curves. The software routines used for these tasks are part of the photometric module of the astrometric/photometric reduction package Platform for Reduction of Astronomical Images Automatically (PRAIA; Assafin 2006; Assafin et al. 2007).

3.1. Digital Coronagraphy

One of the main difficulties in the reduction of the images is the contamination of the scattered-light halo surrounding Uranus over the nearby satellites. Many processes were tested before the campaign of the mutual events (Assafin et al. 2008) and finally a digital coronagraphy method was adopted. This method consists of computing the bright source light profile within a given area of the digitized field. After this is done, the original image is subtracted from that profile and a new, digitally coronagraphed image is obtained.

The procedure is as follows. The count estimates for the light of the bright source are calculated for each pixel, at their exact geometric center. For each pixel (i, j), the distance d from its geometric center to the (x_c, y_c) central coordinate of the bright source is recorded. Then a ring of 1 pixel width, radius = d , and center (x_c, y_c) is established around the bright source center. Next, a histogram of the counts is produced based on the counts of each ring pixel (m, n). The (m, n) counts are weighed according to the small displacements between the geometric center of the (m, n) ring pixels and the exact ring circumference of radius = d . The mode of the histogram is then recorded as the best count estimate for the source light at the pixel (i, j). The procedure is repeated until all pixels (i, j) within the working area around the source are processed. The obtained source light profile is then subtracted from the original image to obtain the coronagraphed image of the field. The more accurate the (x_c, y_c) center is, the smaller the residual scattered light originating from the bright source becomes, and the better the coronagraphy result is.

This accurate centering is accomplished by applying the above procedure for an array of (x_c, y_c). First, an initial (x_c, y_c) estimate is obtained, based on a two-dimensional circular Gaussian fit. Then, starting from an array of 3 \times 3 pixels around this bright center, we determine the pixel, then the subpixel (x_c, y_c) coordinates that give the least scattered residuals around the bright source figure. The procedure is

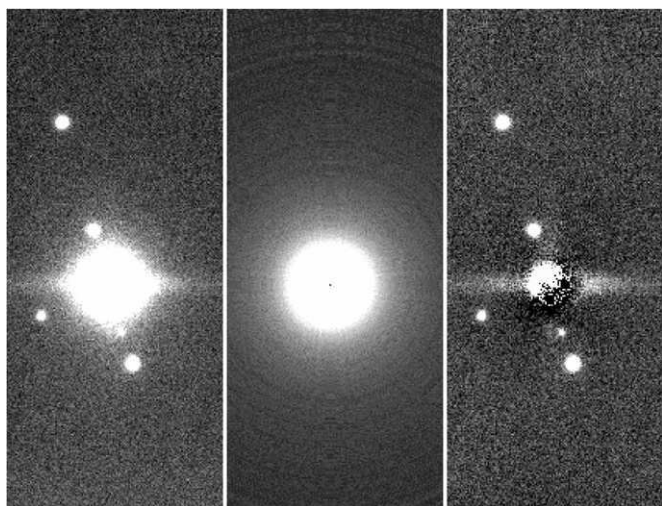


Figure 1. Digital coronagraphy over a sample image from the August 14th event. From left to right: original frame, Uranus brightness profile, and the output coronagraphed image. The satellites aligned from top to bottom are Titania (calibrator), Ariel, Miranda, and the event targets Umbriel and Oberon (indistinguishable one from the other).

repeated until the scattered residual does not change by more than a given convergence value (adopted as 1%). Of course, a better initial (x_c, y_c) estimate and a better computation of the scattered residuals are obtained if the entire planet image is present in the frame, as in our case. After we compute the most accurate center for the bright source by this method, we use the final derived coordinates (x_c, y_c) , and apply the coronagraphy procedure once more; this time over an area large enough to encompass the objects of interest, in our case the Uranus satellites.

One should note that one advantage of the process is that it is relatively insensitive to the presence of diffraction spikes, bright objects nearby the source (like satellites), saturation artifacts in the source image or even to the existence of anomalous darker regions. This is because higher or lower count pixels will have low frequencies along the rings and thus will not affect the mode of the count histograms.

In Figure 1, we present a sample image of the August 14th occultation of Oberon by Umbriel. From left to right, we display the original image, the image of the computed planet brightness profile, and finally the output image digitally coronagraphed.

3.2. Photometry

For each image, after bias subtraction and flat-field correction with the IRAF package, the digital coronagraphy is applied. Then, a differential aperture photometry is carried out on the pair of target satellites of the event and on another main satellite of Uranus, used as reference for flux calibration. The flux ratio between the total flux of the targets and that from the calibrator is thus derived. The S/N, the flux ratio error, and the seeing are calculated and the Julian date of each frame is stored. After processing all images, the observed light curve of the event is finally obtained.

The apparent visual magnitudes of the satellites are approximately Ariel = 14, Umbriel = 15, Titania = 14, Oberon = 14, Miranda = 16, as given by the JPL's Horizons ephemeris service (Giorgini et al. 1996). The brightest satellite farthest from the planet was always chosen as the flux calibrator. In most cases, it was Titania. For two of the events, it was possible to use two satellites as calibrators.

Usually, the sky background annulus around the objects had a radius of 20 pixels ($6''$) and a width of 4 pixels ($1\frac{1}{2}''$). For each event, many light curves were derived with different flux apertures for the satellites. The light curve with the circular aperture that yielded the least scatter (i.e., the highest S/N and least flux error) was selected for modeling analysis. Typically, the aperture radius was 2.5 times the value of seeing.

The photometric parameters used in each event are presented in Table 2: the event date, the target satellites of the event, the calibration satellite, the diameter of circular aperture (in units of seeing), and the average flux ratio error.

3.3. Modeling of Occultations and Eclipses and Fitting of the Observed Light Curves

We developed a simple geometrical model to fit the light curves. It serves both for occultations and eclipses, partial, total, annular, or central. The satellites are taken as gray spheres which scatter the sun light following the Lambert law. In this model, the flux ratio depends on three parameters associated with the dynamics of the satellites and three parameters associated with their geometry and reflectivity. The first dynamical parameter is the impact parameter. For the occultation, it is the minimum distance between the centers of the satellites and for eclipses it is the minimum distance between the center of the eclipsed satellite and the center of the cone of shadow projected by the other one. The second parameter is the relative speed of the two moons as seen from the observer for the occultations and from the Sun for the eclipses. The third is the central time of maximum occultation or eclipse. For all these quantities, we consider their projection on the plane of the sky. The parameter associated with reflectivity is the ratio of the albedos of the visible face of the satellites and the geometrical quantities are the apparent radii of the two satellites. In the Appendix, we develop a model giving all the expressions and their derivatives, for all cases. In particular, for the partial occultation case, the obtained formula is the same as that given in Hidas et al. (2008); for some related details, see also Wasserman et al. (1976).

The only drawback of the model is that it does not account for the solar phase angle. In our case, the phase angles are about 1.5° , which amounts to a correction of the satellite center by $0.013r$, where r is the radius of the satellite. For Titania (the largest satellite), the highest phase angle of all the observations was verified (2.77°), which gives a center correction of about 21 km (1.5 mas). No penumbra was considered in the model, as the involved distances between the satellites in the eclipses were smaller than 9000 km, corresponding to penumbra widths smaller than 2 km.

We fitted each observed light curve to the model as follows. First, we normalized the curve adjusting the points outside the event (but not too far) with a polynomial model of n th degree. After some tests, we adopted $n = 1$ (straight line) for all events. Inclination of the fitted lines was almost negligible for all cases, indicating almost insignificant linear variations in the relative fluxes before and after the events, caused by displacements of objects from their fixed photometric apertures, due to seeing variation and high relative speed between the satellites. After that, all points in the curve (including the event) were divided by the fitted line. The resulting data points were thus the normalized calibrated flux sum of the two target satellites alone. Outside the event, in average this flux sum was equal to unity. The resulting light curve was then fitted by using a nonlinear least-squares procedure (see the Marquardt method in Bevington 1969). The initial guess of the model parameters in this iterative procedure

Table 2
Photometric Reduction Information

Event Date			Target Satellites		Calibration Satellites	Aperture	Flux Ratio Error	
yr	m	d				(\times Seeing)		
2007	8	13	Ariel	occ	Umbriel	Titania	2.5	0.0078
2007	8	14	Umbriel	occ	Oberon	Titania	2.8	0.0094
2007	8	19	Umbriel	occ	Ariel	Titania	2.6	0.0080
2007	10	8	Ariel	occ	Miranda	Titania+Oberon	1.2	0.0300
2007	10	12	Titania	ecl	Miranda	Oberon	2.8	0.0130
2007	10	18	Ariel	occ	Miranda	Titania+Oberon	1.8	0.0168
2007	11	28	Ariel	ecl	Titania	Oberon	1.0	0.0285

Notes. Apparent visual magnitudes from JPL are approximately Ariel = 14, Umbriel = 15, Titania = 14, Oberon = 14, Miranda = 16 (Giorgini et al. 1996). For two events, two satellites were used as flux calibrators. The diameter of circular aperture is in units of seeing.

came from the extracted JPL ephemeris (Giorgini et al. 1996) of the target satellites. After a fairly sufficient number of iterations (we conservatively adopted 100), we converged to a solution. Outlier points were excluded one by one in an iterative process, whenever the observed minus fitted flux residual was larger than 3σ . The entire procedure was repeated until no more outliers were found. The light-curve model parameters, their error estimates, and correlations were then finally stored.

In all fits, we fixed the values of the satellites radii to those observed by the *Voyager 2* spacecraft (Thomas 1988). We also avoided the problem of strong correlation between the albedo ratio and the impact parameter by fixing the albedo ratios to values extrapolated from the ones given by Karkoschka (2001). In fact, these albedo ratios are consistent within the errors with some direct estimates that we are obtaining from images taken in the same runs before and after some of the events. The results of the investigation of these sets of observations will be published in a forthcoming paper.

4. RESULTS

The light curves of all the observed events are plotted in Figure 2. The differences between the observed points (normalized fluxes of target satellites) and the fitted curve are also shown. For display purposes, only the fraction of the curve encompassing the duration of the mutual event is presented.

One distinct set of light curves comprises the three occultations from August. These events had long durations (more than 5 minutes) and involved the satellites Ariel, Umbriel, and Oberon, at distances from Uranus of about six times its radius. They were observed in good conditions of seeing ($2''$ or smaller) and with satisfactory exposure time (3 s). The fits were very good with the normalized χ^2 smaller than 0.05. The errors in the central time, impact parameter, and relative speed were, respectively, about 1 s, 6 km, and 0.06 km s^{-1} or less. The occultation of Ariel by Umbriel on August 19th was also independently observed by Miller & Chanover (2009). They have obtained parameters and errors quite similar to our fits for this event.

Another set comprises the three light curves including Miranda. Events including this body will always be more difficult because of its relative faintness and proximity to Uranus as compared with the other satellites. The durations of the events with Miranda were always smaller than 3 minutes and were always within three planetary radii of Uranus. Seeing conditions varied from very good ($0''.8$) to regular ($2''.6$). The observation made on October 8th with seeing $2''.6$ was a total occultation of Miranda by Ariel. Its fitted impact parameter had an error of 82 km, which is not bad, but even so was 10 times larger than the typical errors obtained for the other events. The event on October 12th

presented a very small but clear flux drop, successfully observed and measured due to very good seeing conditions ($0''.8$).

The observation on November 28th was an eclipse of Titania by Ariel. The sky condition of this event was poor with seeing $3''.8$. The points of the light curve are very scattered and the errors in the determination of all parameters are relatively large with respect to the other fits.

The model parameters from the fittings of all seven observed events are presented in Table 3, together with their predicted values. In this table, ‘‘A’’ indicates our results. Predicted GUST86 (G) parameters were taken from Arlot et al. (2006) and from Christou (2005). LA06 (L) parameters were extracted from Arlot et al. (2006). The fixed albedo ratios used were extrapolated from Karkoschka (2001) to match the solar phase angle and filter passband of the observations. Also listed are the central time of the event, the impact parameter and the relative speed. For the three fitted parameters, their errors are presented as well as the mean error of the fit (i.e., the standard deviation of the observed minus fitted curve residuals) and the normalized χ^2 of the fitted curve. For comparison purposes, the absolute and apparent radii of the satellites as taken from the *Voyager 2* spacecraft (Thomas 1988) are also given at the bottom of the table.

As can be seen from Table 3, all curves were satisfactorily fitted as the normalized χ^2 was always smaller than 1. The statistical significance was not smaller than 0.99 for all fittings. The relative speed and the impact parameter were fitted with errors ten times smaller than their values. In all events, almost all the values found are closer to those predicted from LA06. Even so, the differences are still significant, being frequently much larger than three times the parameter errors.

5. DISCUSSION

We observed and reduced seven mutual events of the Uranus satellites and compared the results with two different predictions. Like in Hidas et al. (2008), we find that our observations are in closer agreement with LA06, with offsets not larger than 200 km, thus within the LA06 estimated errors of a few hundred kilometers (Lainey 2008). However, considering the small errors obtained for the dynamical parameters, we conclude that our results can be used to further improve the ephemerids of the main satellites. In fact, the errors were 2.9 s for the central time, 7.6 km (0.54 mas) for the impact parameter (excluding the event on October 8th), and 0.18 km s^{-1} (0.013 mas s^{-1}) for the relative speed.

These results were achieved due to two important reduction steps, carried out by the use of the PRAIA reduction package. The first one was to perform a digital coronagraphy of the

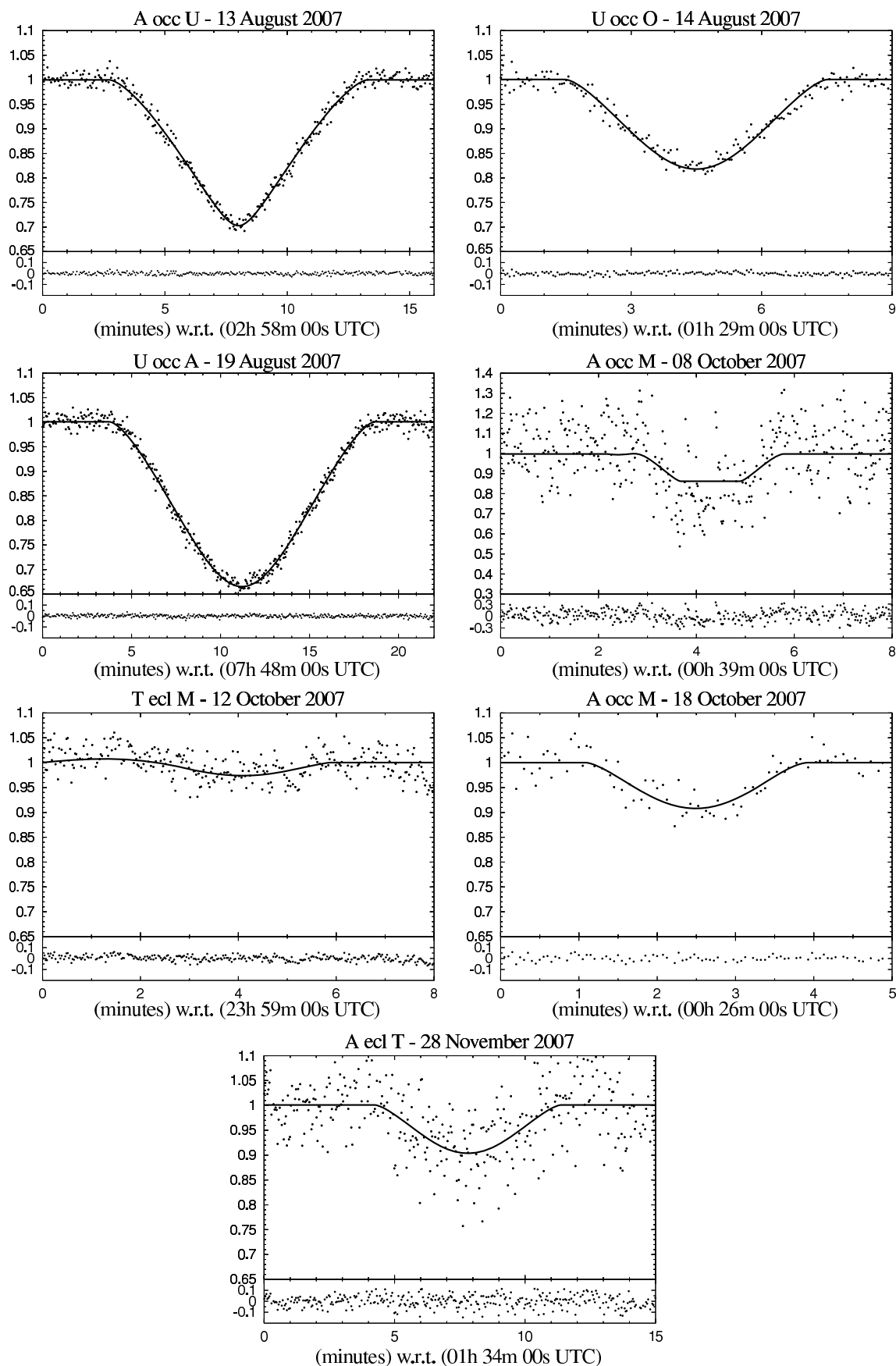


Figure 2. Light curves of the seven mutual events between the main Uranus satellites, observed in Brazil during 2007, where occ stands for “occults” and ecl for “eclipses.” A: Ariel, U: Umbriel, T: Titania, O: Oberon, and M: Miranda. For each plot, the points in the upper part are the observed normalized flux ratio of the satellites and the continuous line is the fitted curve. In the lower part, the $(O - C)$ residuals of the fittings for each observed point are shown. For display purposes, only a fraction of the curve centered on the event is presented. Time is in UTC.

Table 3
Results of the Observed Events

Ref.	Albedo Ratio ^a	Central Time (UTC)				Impact Parameter				Relative Speed				Mean Error	χ^2 (Norm)
		hr	m	s	σ (s)	km	σ (km)	mas	σ (mas)	km s ⁻¹	σ (km s ⁻¹)	mas s ⁻¹	σ (mas s ⁻¹)		
Ariel occults Umbriel—2007 Aug 13															
A	1.8333	3	6	04.51	0.85	146.43	6.00	10.5	0.4	3.670	0.019	0.264	0.001	0.012	0.013
G		3	4	10				19							
L		3	5	33				14							
Umbriel occults Oberon—2007 Aug 14															
A	0.8136	1	34	00.81	1.19	720.22	2.77	51.8	0.2	6.283	0.060	0.452	0.004	0.014	0.046
G		1	31	27				44							
L		1	33	44				65							
Umbriel occults Ariel—2007 Aug 19															
A	0.5455	7	59	53.49	0.91	452.76	2.36	32.6	0.2	2.411	0.011	0.174	0.001	0.012	0.009
G		7	57	27				65							
L		7	59	12				36							
Ariel occults Miranda—2007 Oct 8															
A	1.1318	0	43	43.06	0.20	8.14	82.29	00.6	5.9	9.193	0.029	0.660	0.002	0.143	0.661
G		0	43	23				30							
L		0	43	7				02							
Titania eclipses Miranda—2007 Oct 12															
A	0.8585	0	3	24.14	5.31	863.87	9.18	61.9	0.7	5.084	0.499	0.364	0.036	0.023	0.821
G		0	1	41				56							
L		0	2	20				27							
Ariel occults Miranda—2007 Oct 18															
A	1.1318	0	28	48.28	3.42	484.23	10.81	34.6	0.8	7.870	0.380	0.562	0.027	0.012	0.312
G		0	28	39				100							
L		0	28	30				39							
Ariel eclipses Titania—2007 Nov 28															
A	1.4384	1	41	48.47	8.41	883.58	14.67	61.2	1.0	4.814	0.256	0.333	0.018	0.066	0.721
G		1	39	23				38							
L		1	41	15				59							

Notes. In the first column, “A” refers to our results. Respective predicted GUST86 (G) and LA06 (L) values were taken from Arlot et al. (2006) and from Christou (2005). The mean error is the standard deviation of the observed minus fitted curve residuals, χ^2 is the normalized χ^2 of the fitted curve points (values smaller than 1 indicates good fitting). The statistical significance was not smaller than 0.99 for all fittings. The absolute and approximate apparent radii of the satellites as taken from the *Voyager 2* spacecraft (Thomas 1988) are 236 km (17 mas) for Miranda, 579 km (42 mas) for Ariel, 585 km (42 mas) for Umbriel, 789 km (55 mas) for Titania, and 761 km (55 mas) for Oberon.

^a Fixed albedo ratios used for each event, extrapolated from Karkoschka (2001).

images to flatten the sky flux regardless of the proximity to the planet. The second one was to use a simple model to describe partial and total occultations and eclipses. In fact, with the fitting of the model to the light curves we could evaluate the correlations between the parameters and determine that the correlation between impact parameter and albedo ratio was about 95%. So, like in Hidas et al (2008), we used albedo ratio values extrapolated from Karkoschka (2001). Nevertheless, these values may not yet represent perfectly well the actual albedo ratios since the conditions of our observations, such as wavelength passband, solar phase angle, and the part of the surface observed of every satellite, were not the same as those of the Karkoschka observations.

Our results can be improved if we determine directly the albedo ratios from the images obtained before and after the events. In fact, for almost all events, we observed the Uranus system for many hours. Since the rotation velocity of the satellites is very small, the photometry of the satellites—once photometrically resolved—should yield albedo ratios very similar to those of the corresponding mutual event.

Our light curve analytic model also allows for the evaluation of local albedo variations. In fact, a decentered spot with distinct albedo in the surface of the occulted body will result in an asymmetric light curve (see Wasserman et al. 1976). Taking the derivative to the first order of the normalized flux ratio with respect to the albedo ratio from our model, one can easily

estimate this asymmetry as a function of the spot’s diameter and albedo. The actual detection of such spots is nevertheless limited to light curves of extreme quality derived from very high S/N observations. For instance, using the model for the August 13th occultation, it would take a spot with 17% of the occulted body radius and with twice its albedo to create a flux discrepancy (asymmetry) of twice the observed flux ratio error for measurements before and after the event midtime.

Penumbra widths were estimated in less than 2 km and thus were not considered here. On the other hand, improvements can be made including the solar phase angle in the model. In fact, in Table 1, we can see that the phases of the satellites were typically around 1:5, but for the highest value of 2:77, involving the largest moon Titania, we get a positional shift of about 21 km (1.5 mas). This is a small contribution considering the impact parameter values alone, but is more than three times the typical errors of 0.2 mas from our best observations.

M.A. acknowledges grant E-26/170.686/2004/FAPERJ and grants 306028/2005-0 and 478318/2007-3 (CNPq). F.B.R. thanks the financial support by the CAPES. J.I.B.C. acknowledges grant 151392/2005-6/CNPq and grant E-26/100.229/2008/FAPERJ. A.H.A. thanks grant 307126/2006-4 (“Produtividade em Pesquisa” CNPq). R.V.M. acknowledges grant 304124/2007-9/CNPq.

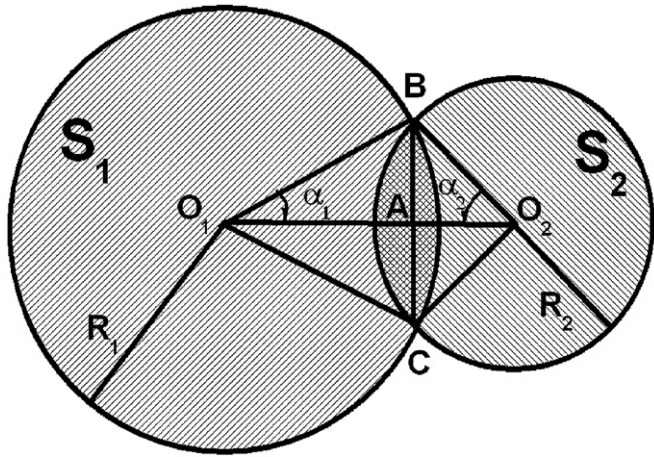


Figure 3. Geometry of a partial occultation where the disks S_1 and S_2 of radius $R_2 < R_1$ partially intercept each other by an area A (see the Appendix).

APPENDIX

MODEL FOR TOTAL AND PARTIAL OCCULTATIONS AND ECLIPSES: ANALYTICAL EXPRESSIONS AND DERIVATIVES

A simple geometrical model was developed to fit the light curves of occultations and eclipses, partial, total, annular, or central. Here, we describe in detail the analytical expressions and their derivatives with respect to the parameters of the model. The expressions shown in this appendix can be readily used in nonlinear least-squares procedures to fit the observed light curves of any mutual event in general. First, we obtain the expressions for occultations. Then, it is explained why the same formalism developed for occultations also applies for the eclipses.

In the following, we always refer to apparent sizes regardless of the actual sizes of the bodies. The basic hypothesis is that the satellites are illuminated spheres which scatter the light equally in all directions (Lambert law). So, the satellites illuminated by the sun light are seen from the Earth-like two gray disks. Let us then consider the geometry of a partial occultation as shown in Figure 3, where two disks S_1 and S_2 of radius $R_2 < R_1$ partially intercept each other. The intercepted area A of occultation is then

$$A = S(O_1BC) - \Delta(O_1BC) + S(O_2BC) - \Delta(O_2BC),$$

where $S(O_1BC)$ and $S(O_2BC)$ are the areas of the circular sectors of the disks S_1 and S_2 , respectively, and $\Delta(O_1BC)$ and $\Delta(O_2BC)$ are the areas of the triangles. But

$$S(O_1BC) = \alpha_1 R_1^2, \quad S(O_2BC) = \alpha_2 R_2^2, \\ \Delta(O_1BC) = \frac{1}{2} R_1^2 \sin 2\alpha_1, \quad \Delta(O_2BC) = \frac{1}{2} R_2^2 \sin 2\alpha_2,$$

so that

$$A = R_1^2 \left(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_1 \right) + R_2^2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_2 \right).$$

Let k_1 and k_2 be the albedos of the satellites 1 and 2. Then, when the larger body S_1 occults the smaller S_2 , their total flux F_{1o2} is

$$F_{1o2} = k_1 \pi R_1^2 + k_2 \pi R_2^2 - k_2 R_1^2 \left(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_1 \right) - k_2 R_2^2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_2 \right).$$

Now, let F_{1+2} be the sum of the fluxes of the satellites 1 and 2 without occultation. Thus, the normalized flux F_{occ} of the two satellites, i.e., the total flux F_{1o2} divided by F_{1+2} , when the larger body S_1 occults the smaller S_2 , is given by

$$F_{occ} = \frac{F_{1o2}}{F_{1+2}} = 1 - \frac{R_1^2 \left(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_1 \right) + R_2^2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_2 \right)}{\frac{k_1}{k_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2}.$$

The angles in F_{occ} are easily calculated from the distance $d = O_1O_2$ and from the satellites' apparent radii. Considering the triangle O_1O_2B , from the cosine law we have for α_1 and α_2

$$\cos \alpha_i = \frac{R_i^2 - R_j^2 + d^2}{2R_i d}, \tag{A1}$$

where $i = 1$ or 2 and $j = 2$ or 1 , respectively.

Note that in Figure 3 the distance d is larger than R_2 . However, for $d < R_2$, the intercepted area A between the disks is now given by

$$A = S(O_1BC) - \Delta(O_1BC) + S(O_2BC) + \Delta(O_2BC).$$

Even so, the expressions for F_{1o2} and thus for F_{occ} are still valid, since $\alpha_2 > \frac{\pi}{2}$.

Now, if the smaller satellite S_2 passes in front of the larger one S_1 , the formal expressions deduced above still hold for F_{occ} , once we replace the albedos k_1 by k_2 and vice versa.

In the case of a total occultation, when $d < R_1 - R_2$, there are two situations depending on what body is in front of the other. When it is the smaller satellite S_2 being occulted by the larger one S_1 , then we have

$$F_{occ} = \frac{F_{1o2}}{F_{1+2}} = \frac{\frac{k_1}{k_2} \pi R_1^2}{\frac{k_1}{k_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2}$$

and when it is the smaller satellite S_2 which is in front of the larger one S_1

$$F_{occ} = \frac{F_{1o2}}{F_{1+2}} = 1 - \frac{\frac{k_1}{k_2} \pi R_2^2}{\frac{k_1}{k_2} \pi R_1^2 + \pi R_2^2}.$$

The dynamics of occultations and of eclipses is defined by the relative motion between the satellites. This is given by

$$d^2 = x^2 + v^2(t - t_0)^2, \tag{A2}$$

where x is the impact parameter, v is the relative speed between the satellites, and t_0 is the central time. Therefore, these three dynamical parameters can be associated with the geometry of the occultation through the distance d between the satellites, which in turn determines the flux ratio F_{occ} of the observed light curve. Thus, the model of the light curve depends on four parameters: the albedo ratio $\frac{k_1}{k_2}$, x , v , and t_0 . In compact form, the model can be written as

$$F = \frac{F_{1o2}}{F_{1+2}} = 1 - \frac{A}{B}$$

$$k = \frac{k_1}{k_2}$$

$$A = R_1^2 \left(\alpha_1 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_1 \right) + R_2^2 \left(\alpha_2 - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_2 \right)$$

$$B = k \pi R_1^2 + \pi R_2^2$$

$$C = \frac{1}{B} \left(\frac{R_1^2}{d} \sin 2\alpha_1 + \frac{R_2^2}{d} \sin 2\alpha_2 - 2R_1 \sin \alpha_1 - 2R_2 \sin \alpha_2 \right)$$

$$c = \pi R_1^2, \quad (\text{A3})$$

where the angles α are computed from Equation (A1), using Equation (A2). As before, in the case that the larger satellite S_1 is behind the smaller one S_2 , we must exchange the albedos indices in k in Equations (A3).

We usually need the derivatives to the first order to solve for the model parameters in a nonlinear least-squares procedure to fit the flux ratio of the observed light curve (Bevington 1969). We start with initial parameter values taken from the JPL's Horizons ephemeris service (Giorgini et al. 1996) and, using the derivatives, we solve for the small parameter increments in an iterative least-squares procedure until the parameter values converge. These derivatives are not difficult to calculate and so we present here only the results. Thus, in the case of partial occultations, when the larger body S_1 occults the smaller one S_2 , we have

$$\frac{dF}{dk} = c \frac{A}{B^2}$$

$$\frac{dF}{dx} = \frac{C}{d} x$$

$$\frac{dF}{dv} = \frac{C}{d} v(t - t_0)^2$$

$$\frac{dF}{dt_0} = -\frac{C}{d} v^2(t - t_0). \quad (\text{A4})$$

In total occultations, we have two cases for the derivative with respect to the albedo ratio. If the smaller satellite S_2 is being occulted, then

$$\frac{dF}{dk} = \frac{\pi^2 R_1^2 R_2^2}{B} \quad (\text{A5})$$

and, in contrast,

$$\frac{dF}{dk} = \frac{\pi^2 R_2^4}{B}. \quad (\text{A6})$$

All expressions developed here for the occultations are rigorously valid for eclipses, once we replace the occulting/occulted body radius and albedos by those of the eclipsing/eclipsed body. The reason is that both eclipsing and eclipsed objects cannot be resolved in the images, due to their relative proximity as compared to their distance from the observer. Therefore, the flux of the eclipsing body is inevitably added to that of the eclipsed one in the photometric measurements. In this case, the resulting measured total flux F_{1o2} and the normalized flux F_{ecl} of eclipses can then be described exactly with the same formalism of the

total flux F_{1o2} and normalized flux F_{occ} of occultations. Finally, it is easily verified that either annular or central events are also taken into account in the above formalism. In practice, Equations (A1)–(A6) can thus be used in any case for fitting light curves of mutual events.

An issue is the strong correlation between the impact parameter and the albedo ratio. In the present work, we did not adjust albedo ratios in the light curve fittings, but rather took fixed values and only adjusted the other three purely dynamical parameters.

Note that an eclipse is an occultation as seen from the Sun so that, for ephemeris-improving purposes, a correct interpretation of the fitted parameters must be done according to the type of mutual event. For example, when considering the listed central times in occultations we must discount the light times of each satellite with respect to the observer, but in the case of eclipses the light time between the two satellites must also be considered.

It must be emphasized that the solar phase angle and the penumbra in the model above were not considered. In fact, they are small for the Uranus mutual events.

REFERENCES

- Aksnes, K., & Franklin, F. A. 2001, *AJ*, **122**, 2734
- Aksnes, K., Franklin, F., Millis, R., Birch, P., Blanco, C., Catalano, S., & Piironen, J. 1984, *AJ*, **89**, 280
- Arlot, J.-E., Dumas, C., & Sicardy, B. 2008, *A&A*, **492**, 599
- Arlot, J.-E., Lainey, V., & Thuillot, W. 2006, *A&A*, **456**, 1173
- Arlot, J.-E., et al. 1992, *A&AS*, **92**, 151
- Arlot, J.-E., et al. 1997, *A&A*, **125**, 399
- Assafin, M. 2006, *Bol. Soc. Astron. Bras.*, **26**, 189
- Assafin, M., Campos, R. P., Vieira Martins, R., da Silva Neto, D. N., Camargo, J. I. B., & Andrei, A. H. 2008, *P&SS*, **56**, 1882
- Assafin, M., Nedelcu, D. A., Badescu, O., Popescu, P., Andrei, A. H., Camargo, J. I. B., da Silva Neto, D. N., & Vieira Martins, R. 2007, *A&A*, **476**, 989
- Bevington, P. R. 1969, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Science* (New York: McGraw-Hill)
- Birlan, M., et al. 2008, *Astron. Nachr.*, **329**, 567
- Christou, A. A. 2005, *Icarus*, **178**, 171
- Franklin, F. A., et al. 1991, *AJ*, **102**, 806
- Giorgini, J. D., et al. 1996, *BAAS*, **28**, 1158
- Hidas, M. G., Christou, A. A., & Brown, T. M. 2008, *MNRAS*, **384**, L38
- Jones, D. H. P., Taylor, D. B., & Williams, I. P. 1998, *A&AS*, **130**, 77
- Karkoschka, E. 1998, *Icarus*, **133**, 134
- Karkoschka, E. 2001, *Icarus*, **151**, 51
- Lainey, V. 2008, *P&SS*, **56**, 1766
- Lainey, V., Arlot, J. E., & Vienne, A. 2004, *A&A*, **427**, 371
- Laskar, J., & Jacobson, R. A. 1987, *A&A*, **188**, 212
- Miller, C., & Chanover, N. J. 2009, *Icarus*, in press
- Noyelles, B., Vienne, A., & Descamps, P. 2003, *A&A*, **401**, 1159
- Shen, K. X., Qiao, R. C., Harper, D., Hadjifotinou, K. G., & Liu, J. R. 2002, *A&A*, **391**, 775
- Smith, B. A., et al. 1986, *Science*, **233**, 43
- Thomas, P. C. 1988, *Icarus*, **73**, 427
- Thuillot, W., et al. 2001, *A&A*, **371**, 343
- Vasundhara, R., Arlot, J.-E., Lainey, V., & Thuillot, W. 2003, *A&A*, **410**, 337
- Veiga, C. H., & Vieira Martins, R. 1999, *A&AS*, **138**, 247
- Veiga, C. H., Vieira Martins, R., & Andrei, A. H. 2003, *AJ*, **125**, 2714
- Wasserman, L. H., Elliot, J. L., & Veverka, J. 1976, *Icarus*, **27**, 91