



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA
OBSERVATÓRIO DO VALONGO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA

Erika A. De Souza Rossetto

*Lixo espacial e seu monitoramento. Contribuição pela
modelagem correta de imagens traço, com certificação via
astrometria de satélites geoestacionários*

Rio de Janeiro

2013

Erika A. De Souza Rossetto

*Lixo espacial e seu monitoramento. Contribuição pela
modelagem correta de imagens traço, com certificação via
astrometria de satélites geoestacionários*

Dissertação apresentada ao Curso de Astronomia da
UFRJ, como requisito parcial para a obtenção do grau
de MESTRE em Astronomia.

Orientador: Marcelo Assafin

Doutor

Co-orientador: Roberto Vieira Martins

Doutor

Rio de Janeiro

2013

De Souza Rossetto, Erika

Lixo espacial e seu monitoramento. Contribuição pela modelagem correta de imagens traço, com certificação via astrometria de satélites geostacionários / Erika De Souza Rossetto - 2013

76.p

Astrometria. I.Título.

CDU 521.9

Erika A. De Souza Rossetto

Lixo espacial e seu monitoramento. Contribuição pela modelagem correta de imagens traço, com certificação via astrometria de satélites geoestacionários

Dissertação apresentada ao Curso de Astronomia da UFRJ, como requisito parcial para a obtenção do grau de MESTRE em Astronomia.

Aprovado em 21 de Março de 2013

BANCA EXAMINADORA

Marcelo Assafin

Doutor- Presidente

Roberto Vieira Martins

Doutor

Teresa Stuchi

Doutora

Julio Ignacio Bueno Camargo

Doutor

Helio J. Rocha-Pinto

Doutor (suplente intermo)

Erica Nogueira

Doutora (suplente externo)

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus.

Agradeço aos meus orientadores Marcelo Assafin e Roberto Vieira Martins, por toda compreensão, dedicação, e persistência nesse trabalho. Se não fosse por eles, com certeza, esse trabalho não estaria pronto.

Agradeço a toda minha família, em especial ao meu marido Bruno, meu filho Gabriel e minha irmã Patricia que me apoiaram nas horas difíceis e sempre compreenderam as horas de ausência que foram dedicadas a esse trabalho.

Agradeço aos colegas e amigos do grupo de mecânica celeste da Star One, por todo aprendizado e suporte. Agradeço especialmente ao meu amigo Reinaldo P. da Silva por tudo que me ensinou, pela paciência e por toda ajuda que me prestou, e ao meu amigo Mauricio M. Bottino pelas longas conversas sobre as questões da vida, pela paciência em me ouvir e sempre me mostrar uma outra perspectiva de qualquer situação.

Agradeço a Star One, em especial Evandro Paiva, José Alberto Rocha, Antonio Ianelli e Lincoln Oliveira, por terem me permitido dedicar parte do meu tempo de trabalho ao desenvolvimento dessa dissertação.

Agradeço aos meus amigos e colegas que sempre me incentivaram a continuar. Em especial a Gisele C. Ribeiro, que mesmo longe sempre presente, marcante e motivante em minha vida. A Tatiana Moura, minha grande amiga carioca, que sempre me incentivou a continuar e sempre teve paciência em ouvir meus desabafos.

Agradeço a Dra. Erica Nogueira por ter observado e cedido as imagens que utilizamos no trabalho, e ao Dr. Alexandre Andrei por ter concordado que utilizássemos as imagens.

Agradeço a Comissão de Pós-Graduação do Observatório do Valongo, por ter compreendido minhas dificuldades e ter me permitido estender o prazo para conclusão da dissertação.

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente me ajudaram a concluir esse trabalho. Todo bom trabalho é a combinação de pequenos esforços e contribuições.

Resumo

Desde 1957 o homem envia objetos ao espaço. Atualmente estão contabilizados mais de 40000 corpos já lançados. Os satélites artificiais, muito utilizados para telecomunicações e meteorologia, tem um tempo de vida determinado pela quantidade de combustível que carregam no lançamento. Ao fim da vida, quando já não é mais possível controlá-los da Terra, eles se tornam corpos errantes, apresentando um risco aos satélites ativos. Falhas ao longo da vida de um satélite também geram detritos espaciais, contribuindo para o que chamamos de lixo espacial. Atualmente, algumas organizações dedicam-se ao monitoramento e determinação de aproximações entre um detrito espacial e os satélites ativos. Estima-se que haja mais 10 milhões de fragmentos no espaço, porém só conseguimos observar ou rastrear os corpos maiores do que 20 cm. Geralmente, o rastreamento de objetos no espaço é feito com radares, porém algumas agências de vigilância espacial utilizam telescópios para complementar a cobertura de seu monitoramento. O uso de telescópios requer técnicas precisas e eficazes para determinar a posição do satélite. Ao observar um objeto geoestacionário, é necessário optar entre manter o telescópio parado, de forma que as estrelas que aparecem no campo de observação terão o aspecto de um traço, ou mantém-se o telescópio acompanhando o movimento diurno dos astros (acompanhamento sideral). Neste caso, o satélite aparecerá como um traço. Em ambos os casos, é preciso desenvolver uma metodologia para obter com precisão o centro da imagem traço, o que implica em modelar o traço em si, isto é, determinar sua orientação em relação ao detector e seu tamanho, perfil de brilho, etc.

Encontramos na literatura algumas técnicas de modelagem para imagem traço, por exemplo, Montojo et al. (2008) faz uso de uma função chamada Tepui, mostrando que é possível obter precisões de poucos décimos de segundo de arco em relação a uma órbita de um satélite rastreado por uma estação de radares. Kouprianov (2008) também apresenta uma modelagem para imagem traço, a qual é empregada na rede de observação espacial ISON (*International Scientific Optical Network*).

Alcancamos três objetivos em nosso trabalho. O primeiro foi, de forma inédita no meio acadêmico, produzir uma resenha completa do problema de lixo espacial e seu monitoramento. O segundo foi o de contribuir para minimizar o problema, desenvolvendo pela primeira

vez, de forma rigorosa e totalmente analítica, a correta modelagem para uma imagem traço. Uma análise puramente teórica mostra a superioridade do modelo desenvolvido, em relação aos outros procedimentos de centragem, publicados na literatura, como em Montojo et al. (2008) e em Kouprianov (2008). Por último, para certificar o modelo, na prática, aplicamos nossa técnica para o satélite Star One C2, controlado pela empresa Star One, para o qual tivemos acesso a órbita precisamente determinada pelo sistema de controle da empresa.

Comparamos os valores de ascensão reta e declinação obtidos para 11 imagens feitas desse satélite, no Observatório Abrahão de Moraes (IAG/USP), com os valores provenientes das órbitas determinadas pela empresa. Nossos resultados mostraram-se compatíveis com as efemérides orbitais determinadas pela Star One. Com os resultados alcançados, é possível utilizar essa mesma técnica para determinar a posição de detritos (lixo espacial), sondas e telescópios espaciais, meteoros, asteroides, NEA's (*Near Earth Asteroids*) e outros corpos do sistema solar que apresentem imagens com o aspecto de traço.

Palavras-chave: Astrometria, objetos geoestacionários, objetos traçantes, lixo espacial

Abstract

Since 1957, the mankind has sent objects into the space. Currently, there are more than 40000 bodies already launched. The artificial satellites, very used in telecommunications and meteorology, have a lifetime determined by the amount of fuel that they have at launching. By the end of their life, when it is not possible anymore to control them from the Earth, they become errant bodies, presenting a risk to the active satellites. Failures during satellite life also generate space debris, contributing for what we call space junk. Currently, some organizations are dedicated to monitor and determine close approaches between a space debris and an active satellite. It is estimated that there are more than 10 millions of debris in space, however we are able to observe and track only bodies larger than 20 cm. In general, the tracking of space objects is done with radars, but some space surveillance agencies use telescopes to increase the coverage of their monitoring.

In order to determine the satellite position using telescopes, the use of accurate and efficient techniques is required. When observing a geostationary object, it is necessary to choose between not moving the telescope, so that the stars will appear as a trace in the field of view, or keeping the telescope in sidereal movement, in which case the satellite will look like a trace. In both situations, it is necessary to develop a methodology to measure, with accuracy, the center of the trace image, which means to model the trace, namely, to determine its orientation related to the detector, its size, the brightness profile etc.

We find in the literature some techniques to model trace images, for instance, Montojo et al. (2008) has used the Tepui function, showing that it is possible to obtain an accuracy of few tenths of arc seconds for an orbit of a satellite tracked by a radar station. Kouprianov (2008) also presents a methodology to trace images, that is inserted in the spatial observation network ISON (International Scientific Optical Network).

We have reached three goals in our work. The first one was to produce a complete summary of the space junk problem and its monitoring, for an academic work in Brazil. The second one was to contribute to reduce the problem, presenting, for the first time, a rigorous and completely analytical model to an image trace. A totally theoretical analysis shows the superiority of the model developed in this work with regard to the other procedures published in

the literature such as in Montojo et al. (2008) and Kouprianov (2008). Finally, to certificate our model, we have applied our technique for the Star One C2 satellite, controlled by the Star One company, for which we had access to its accurate orbit determined by the company's control system. We have compared the values of right ascension and declination obtained for 11 images of this satellite, taken at the Abrahão de Moraes Observatory (IAG/USP), with values from orbits determined by the company. Our results are compatible with the orbital ephemeris computed by Star One.

With these results, it is possible to use the same technique to determine the position of debris (space junk), spacecraft objects (probes, space telescopes, etc), meteors, asteroids, NEA's (Near Earth Asteroids) and other solar system bodies for which the observed images look like a trace.

Keywords: Astrometry, geostationary objects, tracing objects, space junk

Sumário

Lista de Figuras	8
Lista de Tabelas	10
1 Introdução	11
2 Monitoramento de lixo espacial	13
2.1 A exploração espacial	13
2.2 O movimento de um satélite geoestacionário	17
2.2.1 Movimento devido ao potencial anisotrópico terrestre	18
2.2.2 Movimento devido a presença do Sol e da Lua	20
2.3 O fim da vida de um satélite geoestacionário	23
2.4 Alguns acidentes no espaço	26
2.5 Sistemas de Vigilância Espacial	27
3 O modelo de uma imagem traço	35
3.1 A PSF de uma imagem traço em uma dimensão	35
3.2 Comparação com outros modelos	37
3.3 Extensão do modelo unidimensional da imagem traço para o caso geral em duas dimensões	40
3.4 Cálculo das derivadas do modelo geral bidimensional de uma imagem traço	43
3.5 Cálculo de magnitude para uma imagem traço	45
4 Aplicação do modelo de imagem traço às observações reais	47
4.1 Observações	47

4.2	Astrometria	48
4.2.1	UCAC2	49
4.2.2	Redução de Bias e Flats	50
4.2.3	O pacote de tratamento e redução de dados PRAIA	51
4.2.4	Efemérides da Star One para o satélite C2	54
4.2.4.1	Cálculo de (α, δ) geocêntricos do sítio	54
4.2.4.2	Conversão dos valores de longitude, latitude e distância do satélite C2 para (α, δ) geocêntricos em J2000.0	55
4.2.4.3	Cálculo das coordenadas topocêntricas (α, δ) em J2000.0 para o satélite C2	56
4.3	Tratamento de Imagens. Obtenção de Posições (α, δ)	56
4.4	Resultados observacionais do uso do modelo de imagem traço	59
5	Conclusões e Perspectivas	64
A	Observações	66
A.1	Tabela de informações das imagens reduzidas e utilizadas nesse trabalho	66
A.2	Amostra das imagens observadas e utilizadas nesse trabalho	68

Lista de Figuras

2.1	Imagem do Sputnik	13
2.2	Curva de crescimento da população espacial	15
2.3	Cenário real de uma órbita geoestacionária	18
2.4	Aceleração longitudinal	20
2.5	Evolução da inclinação de uma órbita síncrona	22
2.6	Representação do número de objetos orbitando a Terra	24
2.7	Movimento de um objeto em órbita geoestacionária sem controle terreno.	26
2.8	Detritos da explosão do satélite chinês	28
2.9	Órbita da constelação Iridium e a nuvem de detritos.	29
2.10	Satélites observados pelo SST	31
2.11	Imagem do satélite Brasilsat B4	32
2.12	Ajuste de imagem traço com a função Tepui	33
2.13	Comparação entre o ajuste feito com a função Tepui e dados reais	34
3.1	Representação da função erro.	36
3.2	Comparação entre as funções Tepui e erro.	38
3.3	Comparação entre as funções Gaussiana adaptada e erro.	40
3.4	Ilustração de uma imagem traço não paralela aos eixos do CCD	42
4.1	Esquema ilustrativo do pacote PRAIA	53
4.2	Distribuição das estrelas identificadas em cada imagem em função da magnitude.	57
4.3	Distribuição das incertezas x,y para as observações utilizadas	58
4.4	Representação tri-dimensional de uma imagem traço real.	59
4.5	Dispersão em distância para uma órbita estimada do Star One C2	60

4.6	Dispersão em azimute para uma órbita estimada do Star One C2	61
4.7	Dispersão em elevação para uma órbita estimada do Star One C2	61
4.8	Comparação entre o modelo teórico e os dados observados ao longo do traço. . .	62
4.9	Comparação entre o modelo teórico e os dados observados no sentido transver- sal ao traço ao longo do pixel central.	63
A.1	Amostra das 11 imagens utilizadas nesse trabalho	71

Lista de Tabelas

2.1	Lista de países que já realizaram lançamentos espaciais com sucesso	15
2.2	Resumo do número de objetos no espaço catalogados	15
2.3	Lista dos parâmetros orbitais de uma órbita kepleriana nominal geoestacionária	18
2.4	Resumo das perturbações e correções de uma órbita geoestacionária.	23
4.1	Descrição técnica do telescópio utilizado	48
4.2	Informações técnicas do CCD KAF-09000	48
4.3	Valores de latitude, longitude e raio para as épocas observadas.	60
4.4	Diferença de α e δ entre as observações e as efemérides.	62
A.1	Lista das imagens utilizadas nesse trabalho	67

1 Introdução

"Cem anos atrás o telégrafo tornou, possível, aliás inevitável a unificação dos estados da América.
Os satélites de comunicação farão igualmente inevitável a união das Nações da Terra.
Esperemos que o período de transição não seja igualmente sangrento."

Arthur C. Clarke em 1970.

Satélites artificiais são cada vez mais essenciais no dia a dia da humanidade. Nós dependemos deles para comunicações, previsões e monitoramentos climáticos e atmosféricos, observações científicas e até mesmo segurança nacional.

O crescimento do número de objetos no espaço, em especial o lixo espacial, é motivo de grande preocupação quanto a segurança e confiabilidade dos satélites artificiais devido ao risco de colisão com outros objetos. Nesse trabalho apresentaremos a história do crescimento dessa classe de objetos. Também relataremos algumas das soluções que visam minimizar o risco de colisão no espaço. A utilização de telescópios para para determinação da posição de objetos geoestacionários vem sendo feita por algumas agências de monitoramento espacial. Uma das características dessa técnica é o fato de que, ao se observar um corpo geoestacionário, ele apresenta um perfil de brilho no formato de um traço.

Nessa dissertação faremos uma resenha completa do problema do lixo espacial e de seu monitoramento, pela primeira vez em um trabalho acadêmico no Brasil. Isto é feito no capítulo 2.

Também desenvolvemos analiticamente um modelo que descreve de forma rigorosamente correta a PSF (*Point Spread Function*) de uma imagem traço, eliminando as aproximações empíricas propostas até então na literatura, e empregadas na astrometria de objetos geoestacionários. O desenvolvimento do modelo é descrito no capítulo 3.

No capítulo 4, aplicamos o modelo ao ajuste de observações reais. Trata-se de observações de um satélite geoestacionário da empresa Star One, ideais para comparação de resultados, pois tivemos acesso às efemérides precisas determinadas pelo sistema de controle da empresa, através de coleta de dados via antenas.

Por fim, no capítulo 5, apresentamos nossas conclusões, e as perspectivas futuras para o emprego do modelo de imagem traço desenvolvido. Em particular, discutimos seu em-

prego na astrometria de satélites artificiais e detritos espaciais de um modo geral, e também sua aplicação na astrometria de asteroides de rápido movimento aparente, como NEAs (*Near Earth Asteroids*) e PHAs (*Periculous Hazard Asteroids*.)

2 Monitoramento de lixo espacial

"Você tem que conhecer o passado para entender o presente"

Carl Sagan.

2.1 A exploração espacial

Em 1945 Arthur C. Clarke publicou o artigo *Can Rocket Stations Give Worldwide Radio Coverage?* (Clarke, 1945), no qual ele descreve como colocar um objeto em órbita geoestacionária, transmitindo um sinal de telecomunicação com grande abrangência. Doze anos depois, a União Soviética lançou o primeiro satélite artificial ao espaço: o Sputnik. Esse foi o marco inicial da conquista espacial e do uso de satélites para telecomunicação. O Sputnik era uma esfera de ≈ 58 cm, e orbitou a Terra por cerca de 6 meses, emitindo um sinal de rádio por 22 dias. A órbita desse satélite era elíptica com perigeu de 223 km e apogeu de 1450 km. Ele emitiu sinal de rádio por 22 dias, até que suas baterias se esgotaram. Na figura 2.1 temos uma imagem do Sputnik.

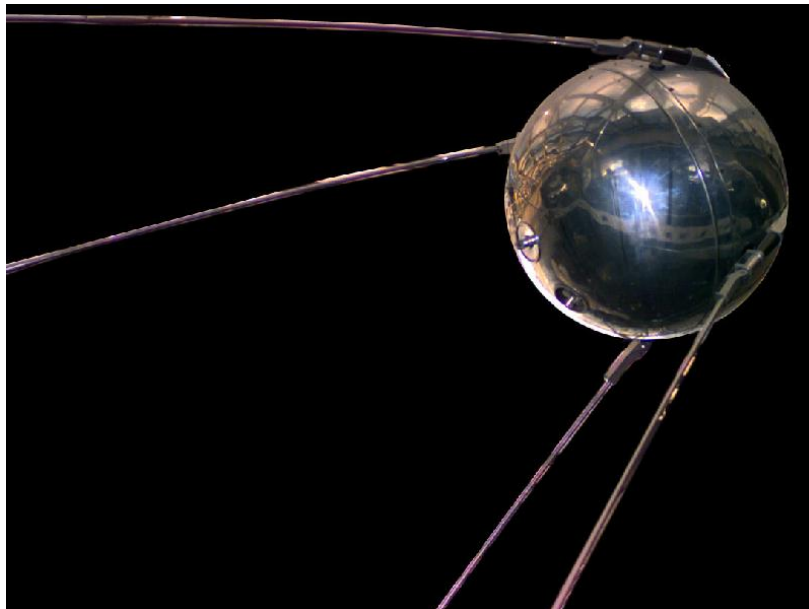


Figura 2.1 Imagem do Sputnik: primeiro objeto feito pelo homem colocado em órbita da Terra pelos soviéticos em 1957 (fonte:NASA).

Após o Sputnik, a União Soviética ainda lançou o segundo objeto ao espaço até que em 1958 os Estados Unidos lançou seu primeiro satélite: o Explorer I. Esse ficou orbitando a Terra por 12 anos e foi responsável pela primeira evidência da existência do cinturão de Van

Allen.

Em 1961, mais uma vez os soviéticos tomam a frente na corrida espacial e colocam em órbita o primeiro ser humano: Yuri Gagarin. Ele ficou em órbita por 108 minutos, a bordo da nave Vostok 1, retornando em segurança para a Terra. Um ano depois, os Estados Unidos enviou seu primeiro astronauta ao espaço: John Glenn. Ele teve uma reentrada tensa sobre o oceano, devido a problemas na telemetria de sua nave espacial.

Embora Estados e Unidos e União Soviética estabelecessem a chamada corrida espacial, em 1965 a França lançou seu primeiro satélite ao espaço: o Astérix. Ele está em órbita até hoje.

Em 1961, o presidente americano John F. Kennedy anunciou que os Estados Unidos enviaria um homem à Lua e o traria de volta em segurança à Terra. Assim, em 1969 a nave Apollo 11 levou Neil Armstrong para a Lua trazendo-o de volta em segurança. Esse foi um dos maiores marcos da história da humanidade.

Embora as primeiras missões espaciais tenham tido caráter político, a tecnologia desenvolvida durante essas missões fez com que a humanidade avançasse em diversas áreas, e despertasse para o potencial de exploração espacial para fins comerciais. O primeiro satélite lançado com fins comerciais foi o Telstar, que proveu sinal de televisão e telefonia.

Atualmente, cerca de 10 países tem capacidade de fabricar e lançar satélites. Muitos outros também fabricam satélites, embora se utilizem de lançadores estrangeiros para colocá-los em órbita. Na tabela 2.1 temos a relação dos países que já lançaram satélites com sucesso.

Embora apenas 10 países tenham capacidade de lançar objetos ao espaço, cerca de 60 países utilizam lançadores estrangeiros para lançarem seus satélites. EUA e Rússia são os países com o maior número de objetos no espaço. Na figura 2.2 temos um gráfico que mostra o crescimento real do número de satélites já enviados ao espaço pelo homem.

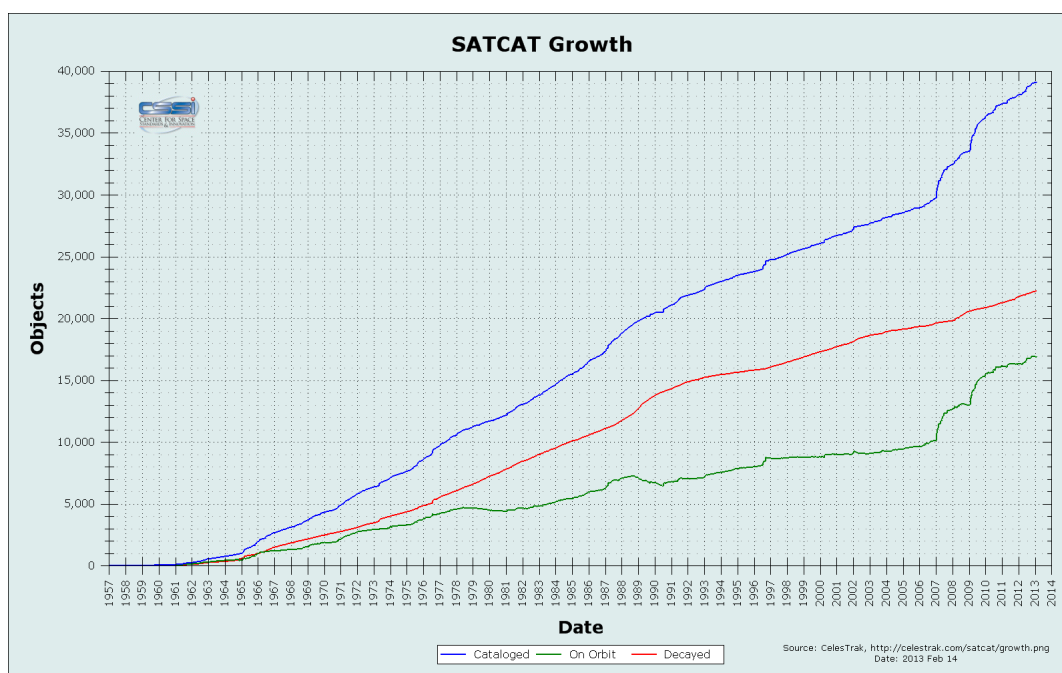


Figura 2.2 Crescimento da população espacial. A curva em azul representa o número total de objetos catalogados; a verde representa os satélites que ainda estão em órbita e a vermelha os que retornaram à Terra. (fonte: celestrak.com/satcat em 15/02/2013)

Atualmente, a estimativa do Celestrak é de que quase 40 mil objetos já foram lançados ao espaço entre objetos ativos e remanescentes de missões. Na tabela 2.2 temos um resumo da população espacial conhecida.

País	Satélite	Foguete	Local	data
União Soviética	Sputnik 1	Sputnik-PS	Baikonur, União Siviética (atual Cazaquistão)	4 de Outubro de 1957
EUA	Explorer 1	Juno I	Cabo Canaveral, EUA	1 de fevereiro 1958
França	Astérix	Diamant A	Hammaguir, Algeria	26 de novembro de 1965
Japão	Osumi	Lambda-4S	Uchinoura, Japão	11 de fevereiro de 1970
China	Dong Fang Hong I	Long March 1	Jiuquan, China	24 de abril de 1970
Reino Unido	Prospero	Black Arrow	Woomera, Australia	28 de outubro de 1971
Agência Espacial Européia	CAT-1	Ariane 1	Kourou, French Guiana	24 de dezembro de 1979
Índia	Rohini D1	SLV	Sriharikota, Índia	18 de julho de 1980
Israel	Ofeq 1	Shavit	Palmachim, Israel	19 de setembro de 1988
Ucrânia	Strela-3 (x6, Russian)	Tsyklon-3	Plesetsk, Russia	28 de Setembro 1991
Rússia	Kosmos 2175	Soyuz-U	Plesetsk, Russia	21 de janeiro de 1992
Irã	Omid	Safir-1A	Semnan, Irã	2 de fevereiro de 2009
Coreia do Norte	Kwangmyongong-3	Unha-3 Sohae	Coreia do Norte	12 de dezembro de 2012

Tabela 2.1 Lista de países que já realizaram lançamentos espaciais com sucesso.

Satélites úteis				Detritos			Total		
Em órbita	retornados à Terra	Ativos	Total	Em órbita	retornados à Terra	Total	Em órbita	retornados à Terra	Total
3688	2915	1162	6613	13209	19287	32472	16883	22202	39085

Tabela 2.2 Resumo do número de objetos no espaço catalogados. Dos 6613 objetos úteis já enviados ao espaço quase 2000 são americanos. (Dados retirados de celestrak.com/satcat em 15/02/2013)

A população espacial divide-se em três categorias: LEO (*Low Earth Orbit*), MEO (*Medium Earth Orbit*) e GEO que são os geoestacionários. Órbitas LEO são aquelas em que os satélites viajam a uma altitude entre 500 e 3000 *km*, aproximadamente. Já nas órbitas MEO os satélites localizam-se entre 13000 e 20000 *km* de altitude. Como essas órbitas estão próximas à Terra, o satélite tem de viajar a uma velocidade angular maior que a do planeta, pois caso contrário, a força de gravidade o puxará para o solo, destruindo-o. A velocidade média de um satélite LEO está em torno de 25000 *km/h*, completando uma volta em torno da Terra a cada 90 a 100 minutos. As órbitas podem ser tanto circulares como elípticas, dependendo da necessidade do projeto a ser executado, pois as órbitas elípticas fazem com que o satélite passe mais tempo sobre uma determinada região, facilitando e ampliando o tempo de comunicação entre o satélite e a estação terrestre.

Para ser considerado geoestacionário, um objeto deve ter a mesma velocidade de rotação da Terra. Considerando apenas a atração gravitacional entre esse objeto e a Terra, temos:

$$F_G = F_c \quad (2.1)$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}, \quad (2.2)$$

onde G é a constante da gravitação universal, M é a massa da Terra, m é a massa do objeto e r é a distância entre eles. ω é a velocidade de rotação da Terra:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

onde T é o período orbital, nesse caso igual a um dia sideral (86164s). Considerando a massa da Terra igual a $5.9742 \times 10^{24} \text{kg}$ e $G = 6.6742 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ temos:

$$r_{\text{geoestacionario}} = 42164 \text{km} \quad (2.3)$$

A distribuição espacial dos objetos no arco geoestacionário é administrado pela IUT (*International Union of Telecommunications*). Os satélites podem ser posicionados ao longo dos 360° do arco terrestre, mantendo uma separação de 2° entre eles, ou seja há 180 posições geoestacionárias. A Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) administra as 19 posições que cobrem o Brasil. Dentre os satélites ativos, cerca de 430 estão na região geoestacionária, o que nos leva a concluir que muitos objetos dividem a mesma posição orbital. Essa técnica é

chamada de colocalização e está tornando-se cada vez mais comum, devido a limitação do arco orbital. Embora nuvens de satélites agreguem um risco de colisão, a probabilidade de ocorrer um choque entre satélites colocalizados é muito pequena, pois as órbitas são bem determinadas e continuamente corrigidas, bastando apenas que haja uma boa coordenação entre os operadores de satélites.

A população espacial cresce continuamente, haja visto que novas missões geram fragmentos constantemente. Os principais sistemas de rastreamento de objetos espaciais são capazes de rastrear objetos maiores do que 20 cm na região LEO. Na região GEO apenas corpos maiores do que 1 m são detectáveis. O risco de colisão entre dois corpos no espaço decresce com o aumento da altitude. De acordo com o Committee on Space Debris (1995), a probabilidade de choque entre um satélite e um detrito é 100 vezes maior na região LEO do que na GEO. Os danos causados por uma colisão dependem de sua geometria, da energia cinética de cada corpo no momento do evento e das características físicas do satélite. Por exemplo, um objeto de 1 kg viajando a 10 km/h é capaz de desativar um satélite de 1 tonelada. Mesmo em casos menos catastróficos, um satélite operacional pode sofrer danos que prejudiquem sua funcionalidade para sempre. Além disso, a cada colisão novos fragmentos são gerados, aumentando a população de lixo espacial.

Para os objetos que estão abaixo de 800 km de altitude, as perturbações da atração gravitacional da Terra e o arrasto atmosférico induzem os objetos a re-entrarem na Terra. Estima-se que todos os dias objetos caem na superfície da Terra, sendo que há mais de 16000 objetos catalogados que reentraram na Terra. Porém, os satélites em altitude geoestacionária demoram séculos para re-entrarem.

Para minimizar os efeitos de uma colisão, atualmente os satélites são fabricados para suportarem choques com pequenos corpos. Entretanto, componentes como painéis solares são altamente sensíveis a qualquer impacto, podendo afetar a funcionalidade do satélite.

2.2 O movimento de um satélite geoestacionário

Por definição, um objeto geoestacionário está parado em relação à superfície Terra. A órbita geoestacionária padrão é mais comumente descrita pelos elementos keplerianos e, na ausência de perturbações, tem os valores da tabela 2.3.

A partir dos valores listados na tabela 2.3, percebemos que uma órbita geoestacio-

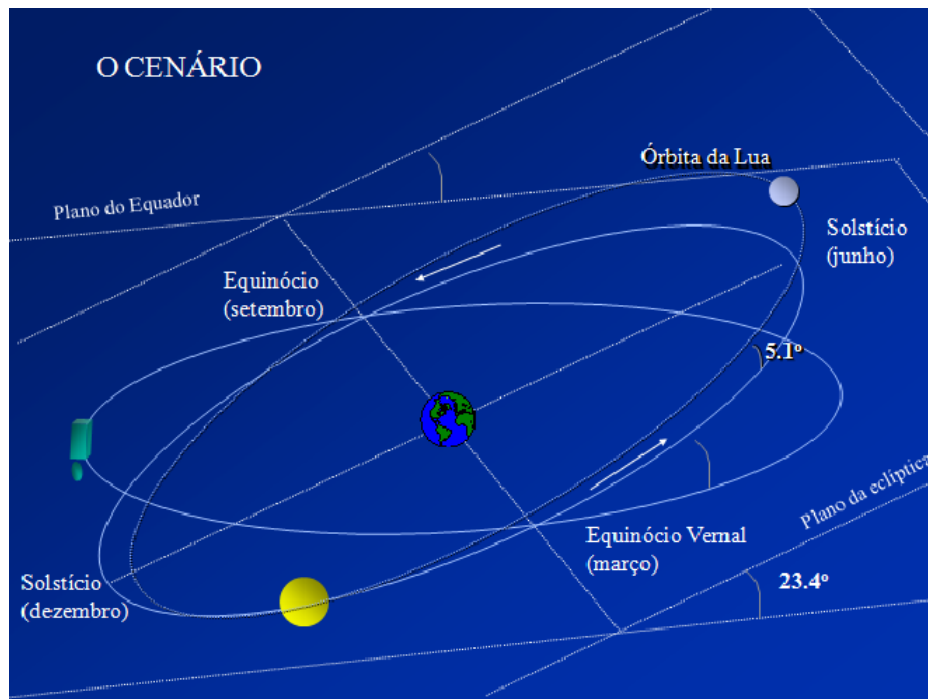


Figura 2.3 Ilustração dos elementos orbitais descritos na tabela 2.3. A presença do Sol e da Lua no cenário real fazem com que os elementos orbitais variem ao longo do tempo. (Imagem produzida pelo grupo de mecânica celeste da Star One)

nária nominal está fixa no equador e é perfeitamente circular. Porém, o formato não homogêneo e assimétrico da Terra, a presença do Sol e da Lua causam perturbações nos elementos orbitais. Na figura 2.3 temos uma ilustração do real cenário da órbita geoestacionária.

2.2.1 Movimento devido ao potencial anisotrópico terrestre

Visto que a distribuição de massa da Terra não é homogênea nem tampouco simétrica, o potencial gravitacional gerado pela Terra não se comporta puramente como o potencial de uma esfera

Parâmetro orbital	descrição	valor padrão
a	semi-eixo maior	42164km
e	excentricidade	0°
i	inclinação	0°
Ω	longitude do nodo ascendente	-
ω	argumento do perigeu	-
M	anomalia média	-

Tabela 2.3 Lista dos parâmetros orbitais de uma órbita kepleriana nominal geoestacionária. A grandeza chamada de anomalia média é derivada do tempo de passagem pelo perigeu a partir da relação $M = n(t - t_0)$, onde $t - t_0$ é o período orbital da 3ª lei de Kepler. Para o caso de uma órbita com $e = 0$ e $i = 0^\circ$ não há perigeu e nodo, de forma que as grandezas Ω , ω e M são indefinidas.

de massa homogênea. A equação 2.2 deve ser expressa da seguinte forma:

$$F_g = m\nabla U$$

onde o potencial gravitacional, U , deve ser desenvolvido para uma distribuição de massa onde cada elemento de massa dM exerce atração sobre o corpo. Fazendo $dM = \rho dV$, onde ρ é a densidade volumétrica de massa e dV é um elemento de diferencial de volume, temos:

$$U = G \int_V \frac{\rho dV}{r}$$

Para um corpo aproximadamente esférico a integral acima é facilmente calculada, porém a Terra não é uma esfera, de forma que a solução nesse caso é obtida através do desenvolvimento em série de potência e polinômios de Legendre, que ajustarão a distribuição de massa sobre o volume real da Terra, e o resultado final é da seguinte forma:

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{mn}(\sin \phi), \quad (2.4)$$

onde a_e é o semi-eixo equatorial do elipsóide da Terra, M a massa da Terra e C_{nm} , S_{nm} são os coeficientes harmônicos esféricos. Mais detalhes sobre essa solução podem ser obtidos em Vallado (2004).

A equação 2.4 é a forma geral do geopotencial, mas é possível ver que a atração gravitacional não é constante em função da longitude λ e da latitude ϕ . Em geral, os harmônicos esféricos são divididos em zonais, tesserais e setoriais e são eles que determinam os modelos representativos da real forma terrestre.

A não-esfericidade da Terra causa duas perturbações importantes: uma é o fato de que o plano orbital gira ao redor do eixo de rotação da Terra numa direção oposta ao movimento do satélite. A segunda faz com que o semi-eixo maior da órbita gire no plano orbital, fazendo com que o argumento do perigeu ω aumente diariamente. Esses efeitos combinados causam uma variação da longitude do satélite, que pode ser descrita da seguinte forma:

$$\lambda = \omega + \Omega + M - \alpha_g,$$

onde α_g é o tempo sideral de Greenwich. O movimento em longitude do satélite é chamado de deriva, e a magnitude dessa variação é maior ou menor dependendo da proximidade entre a longitude e os pontos de equilíbrio da solução do geo-potencial. Na figura 2.4 podemos ver a variação da aceleração longitudinal e os pontos de equilíbrio estáveis e instáveis do potencial

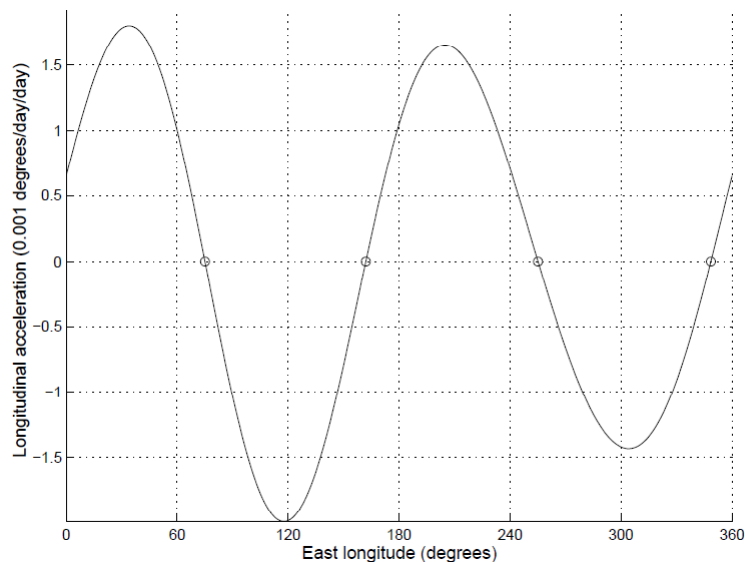


Figura 2.4 A aceleração longitudinal de um satélite depende de sua posição em relação aos pontos de equilíbrio da solução do geopotencial. Essa aceleração tende a movimentar o satélite para leste (imagem cedida pela Star One).

terrestre. Como citado por Kamel (1973), a aceleração é máxima para posições a 45° dos pontos de equilíbrio estável ($75^\circ E$ e $255^\circ E$). Além disso, os parâmetros orbitais também estão sujeitos a variações de longo período. Por exemplo, o semi-eixo maior sofre uma variação de até 33 km num período de 841 dias.

Devido ao movimento longitudinal na direção leste, para manter um satélite sob controle é necessário realizar manobras de correção orbital, a fim de mantê-lo dentro de uma região que garanta o envio do sinal para as estações terrenas. A frequência dessas manobras depende de quanto o satélite pode se movimentar. Em geral, os satélites de banda C (faixa de transmissão ≈ 6 GHz) tem um limite de variação longitudinal de $\pm 0.1^\circ$. Por exemplo, o satélite Brasilsat B4 da empresa Star One, que está em $84^\circ W$ e é operado em banda C, sofre uma aceleração longitudinal de $-0.65^\circ/\text{dia}^2$, o que faz com que manobras de correção de deriva sejam feitas a cada 21 dias. Satélites de banda Ku (faixa de frequência ≈ 14 GHz) possuem um limite de variação longitudinal de $\pm 0.5^\circ$.

2.2.2 Movimento devido a presença do Sol e da Lua

As interações Sol-satélite-Terra e Lua-satélite-Terra deveriam ser tratadas como um problema de n-corpos. Porém os efeitos gravitacionais da Lua e do Sol sobre o satélite são muito menores do que o efeito terrestre, de forma que podemos aproximar o cenário para o caso de 2 corpos com perturbação. A presença da Lua e do Sol resulta em perturbações geosíncronas importantes, as quais afetam principalmente o plano da órbita de um satélite. O efeito da mudança

de plano pode ser comparado ao achatamento terrestre. Enquanto o achatamento provoca a regressão da linha dos nodos da órbita do satélite ao longo do equador, sem alterar sua inclinação, as atrações do Sol e da Lua produzem efeito similar com relação à eclíptica e à órbita da Lua, respectivamente, quando consideramos o movimento de longo período. Para melhor compreensão desses efeitos combinados, deve-se considerar o movimento do polo da órbita. Introduz-se, então, o conceito de polo de perturbação, definido como a direção instantânea do corpo perturbador. No caso do achatamento, o polo de perturbação coincide com o eixo polar da Terra e o polo da órbita descreve um círculo em torno desse polo. Analogamente, a atração lunisolar faz com que o polo da órbita descreva um círculo em torno do polo da eclíptica. Se ambas influências atuarem simultaneamente, o polo da órbita descreverá uma rotação em torno de um ponto intermediário.

Embora a taxa de regressão dos nodos, devido ao achatamento para uma órbita síncrona circular, seja dada por $d(\Omega)/dt = 4.9^\circ \cos i/\text{ano}$, o deslocamento em relação ao plano equatorial é atribuído exclusivamente a efeitos luni-solares. A razão se dá pelo fato de uma taxa não nula de regressão dos nodos não ter efeito numa órbita equatorial; o efeito real no plano com inclinação i é dado apenas pela componente (tangente ao plano) $d(\Omega)/dt \sin i$, sendo irrelevante a contribuição da componente $d(\Omega)/dt \cos i$ ao longo da normal ao plano. No entanto, o efeito do achatamento se torna mais relevante à medida que a inclinação cresce e, eventualmente, se torna dominante no movimento de longo período, após muitos anos.

O movimento de longo período do plano de uma órbita síncrona inclinada é uma combinação de taxas de precessão devidas a três torques gravitacionais distintos, induzidos pelos campos gravitacionais associados ao achatamento terrestre, à presença do Sol e da Lua. O efeito do achatamento se traduz na precessão do polo da órbita em torno do eixo polar terrestre de $-0.0314^\circ/\text{dia}$. O efeito gravitacional do Sol induz um movimento similar, mas com respeito ao polo da eclíptica. A terceira influência devida a Lua é similar, mas tanto a magnitude como o eixo do movimento de precessão induzido, dependem da fase do movimento orbital da Lua, de 18.6 anos de duração. O efeito na inclinação é modelado através do vetor inclinação definido em relação ao sistema de referência equatorial por :

$$i_x = i \cos \Omega$$

$$i_y = i \sin \Omega$$

Observa-se que o polo para uma órbita síncrona equatorial inicial, descreve um

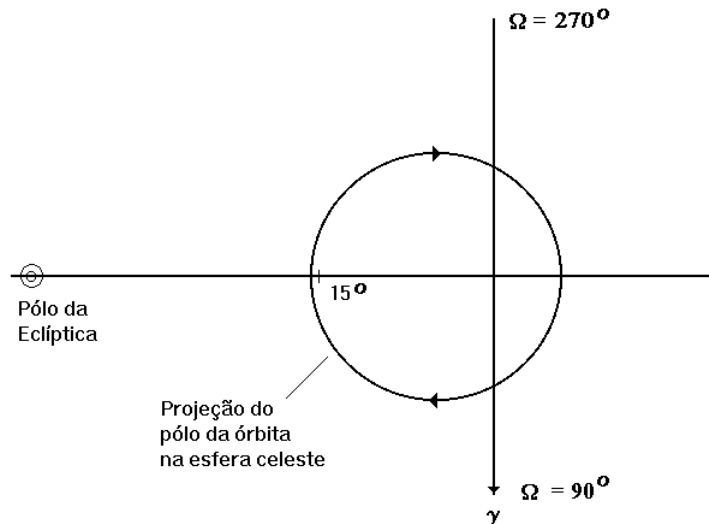


Figura 2.5 A inclinação é descrita através de um movimento quase circular centrado em $i_x = 7.6^\circ$ e $i_y = 0^\circ$, atingindo um valor máximo de 15° após 26.9 anos, retornando à posição equatorial após 53.8 anos. Durante esse período, a linha dos nodos terá percorrido 360° . (imagem produzida pelo grupo de mecânica celeste da Star One)

movimento de precessão com um período de 53.8 anos (Flury, 1973). Essa situação é ilustrada na Figura 2.5.

Negligenciando a oscilação periódica devida à Lua, a variação no tempo do vetor inclinação é dada por :

$$\frac{di_x}{dt} = (3.289 \times 10^{-4} I_y)^\circ / dia$$

ou $0.12 I_y^\circ / ano$

$$\frac{di_y}{dt} = (3.103 \times 10^{-4} I_x + 23.533 \times 10^{-4})^\circ / dia$$

ou $(0.11 I_x + 0.86)^\circ / ano$ onde i_x e i_y são as coordenadas do vetor inclinação num sistema cartesiano definido no plano do equador e com o eixo x apontando para o ponto vernal.

Essa é a correção anual que devemos fazer para manter um satélite em órbita geoestacionária. Em geral, o controle da inclinação é feito dentro de um limite de $\pm 0.1^\circ$ o que faz com que as manobras de correção ocorram com uma periodicidade fixa. Além disso, o aumento da inclinação tem um efeito no movimento longitudinal que deve ser levado em conta para o controle de um satélite geoestacionário.

Além desses efeitos, a força de radiação solar também afeta a órbita dos satélites. A intensidade dessa perturbação varia de acordo com a razão área/massa (A/M) do satélite. Por exemplo, para um satélite com $A/M = 0.22 m^2/kg$, essa força provoca uma oscilação diária no satélite de até 30 km na direção radial. Além disso, a força de radiação solar faz com que os

eixos de rotação do satélite oscilem. Em consequência disso, é necessário corrigir a orientação do satélite, comumente chamada de atitude. Esse efeito é causado devido ao fato de que o centro de pressão do satélite não coincide com o centro de massa.

2.3 O fim da vida de um satélite geoestacionário

Aqui trataremos especificamente dos satélites de órbitas geoestacionárias, pois além de estarem em uma região mais limitada, a probabilidade de re-entrada atmosférica para esses objetos é muito baixa.

Cada satélite é lançado com uma quantidade de combustível que determinará seu tempo de vida. Esse combustível é utilizado para fazer as correções orbitais mencionadas na seção anterior, a fim de mantê-los dentro de uma região suficiente para garantir a cobertura de sinal de comunicação para uma área definida. Essa região de controle, a qual chamamos de *box* de controle, é um retângulo cujos lados são a variação em longitude e latitude.

As manobras de correção em latitude, ou de inclinação, requerem um gasto de combustível cerca de 10 vezes maior do que as correções de longitude, ou deriva, de acordo com Shrivastava (1978). Na tabela 2.4 temos um resumo dos tipos de correção aplicadas a um satélite geoestacionário, e uma estimativa de consumo para cada tipo de manobra.

Como o gasto com o controle da inclinação é o maior responsável pelo fim do combustível de um satélite, é comum que os operadores de satélites parem de controlar a inclinação ao fim da vida, para estender a utilização comercial de seus satélites. É possível prestar alguns serviços de satélites com órbita inclinada de até 3° . Sendo assim, pode-se aumentar em pouco

Causa da perturbação	Efeito no satélite	Custo da correção
Pressão de radiação devida a diferença entre o centro de pressão e o centro de gravidade do satélite	Variação da atitude (rotação em torno do centro de gravidade)	$\approx 1m/s/ano$
Triaxialidade da Terra (geopotencial)	Deriva em longitude leste-oeste em direção a um dos pontos de equilíbrio estável da solução do geopotencial	$\approx 5.5m/s/ano$
Pressão de radiação solar	Variação diária da excentricidade	depende da razão área/massa do satélite
Atração luni-solar	Deriva latitudinal (direção norte-sul) do plano orbital em relação ao plano equatorial	$\approx 55m/s/ano$ para um controle de 0.1°

Tabela 2.4 Resumo das perturbações de uma órbita geoestacionária e magnitude das correções necessárias. O custo da correção é expresso em incremento de velocidade, para ser isento de propriedades de massa e geometria do satélite. A quantidade de combustível gasto para o controle depende da massa, geometria, modelo de propulsão e eficiência dos jatos de cada satélite.

mais de 3 anos a vida de um satélite. Porém, é preciso ter em mente que os equipamentos dos sistemas e subsistemas do satélite ficam mais susceptíveis a falhas devido a sobrecarga de uso.

Quando o combustível se esgota, o satélite passa a se movimentar em função das perturbações orbitais mencionadas anteriormente. Então, se os objetos não são retirados do arco geoestacionário, eles tendem a cruzar as órbitas dos satélites operacionais, causando um risco de colisão. Entretanto, do ponto de vista comercial, é inviável remover os satélites do arco geoestacionário, embora haja algumas instituições propondo projetos de varredura espacial. Por exemplo, o projeto *CleanSpace One*, desenvolvido pelo centro espacial suíço, tem por objetivo retirar objetos classificados como lixo espacial da região da baixa órbita terrestre. Mesmo para essa região, um projeto dessa magnitude é ousado e extremamente caro. Para altitudes geoestacionárias, ainda não há projetos capazes de diminuir a quantidade de objetos errantes em órbita. Na figura 2.6 temos uma ilustração da quantidade de objetos que orbitam a Terra atualmente. A figura reflete o número real de corpos, porém a escala de tamanho de cada fragmento está exagerada.

As estimativas a respeito da população espacial são cada vez mais preocupantes.

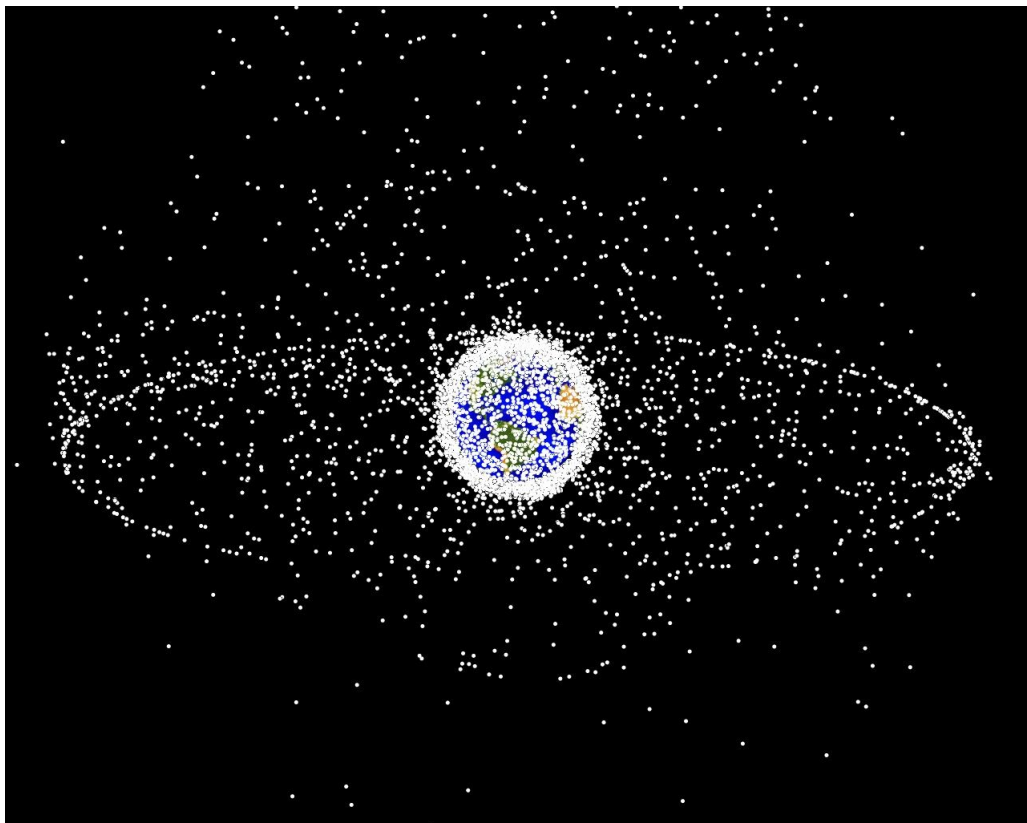


Figura 2.6 Essa imagem, produzida pela NASA, mostra o número real de objetos que orbitam a Terra, em um levantamento feito em 2009. Estima-se que há mais de 10 milhões de fragmentos menores que do que 1 cm, 500 mil entre 1 e 10 cm e mais de 20000 acima de 10 cm. É possível perceber que a maior concentração de corpos está na região de baixa órbita.

Embora o número de objetos na região GEO seja baixo, nessas altitudes o arrasto atmosférico não é capaz de fazer com que os corpos retornem à Terra. Além disso, as perturbações orbitais fazem com que os objetos se movam constantemente, pondo em risco aos satélites operacionais desse arco orbital.

Embora não exista um órgão internacional para tratar especificamente do problema do lixo espacial, o comitê IADC (*Inter-Agency Space Debris Coordination Committee.*) apresenta algumas orientações para minimizar o risco de colisão no espaço. Algumas dessas orientações foram colocadas como regra pela IUT aos operadores de satélite. Entre as regras, as mais relevantes são a obrigatoriedade de retirar os satélites ao fim da vida. Todos os satélites lançados para a região GEO após 18 de março de 2002 devem ter uma reserva de combustível suficiente para que sua órbita seja elevada do arco geoestacionário. Essa órbita é chamada de "órbita de Graveyard", e a técnica de elevação da órbita é chamada de *deorbit*. A altitude requerida (H) é calculada em função do coeficiente de pressão de radiação (C_R) solar e da razão área massa (A/M) do satélite pela seguinte equação:

$$H = 235 + (1000 C_R A/M)km.$$

Em geral, o raio orbital dos satélites são aumentados em 300 km em relação ao raio geoestacionário médio. Para os satélites lançados antes dessa época, o *deorbit* é apenas recomendado, mas bem visto dentro da comunidade espacial. Considerando que o tempo de vida de um satélite pode exceder 20 anos, há muitos satélites em órbita que não serão obrigatoriamente *deorbitados*. Além disso, pode ocorrer alguma falha em órbita que impossibilite a realização do *deorbit*.

Como visto anteriormente, as perturbações causam uma oscilação periódica dos elementos orbitais, que faz com que os satélites que não podem mais ser controlados transitem livremente, cruzando a posição de outros satélites. O efeito combinado das forças perturbadoras resulta em um movimento como visto na figura 2.7.

Diversas técnicas e estudos vem sendo desenvolvidos para mapear e rastrear o movimentos de objetos errantes no espaço. Ainda assim, acidentes e colisões ocorrem.

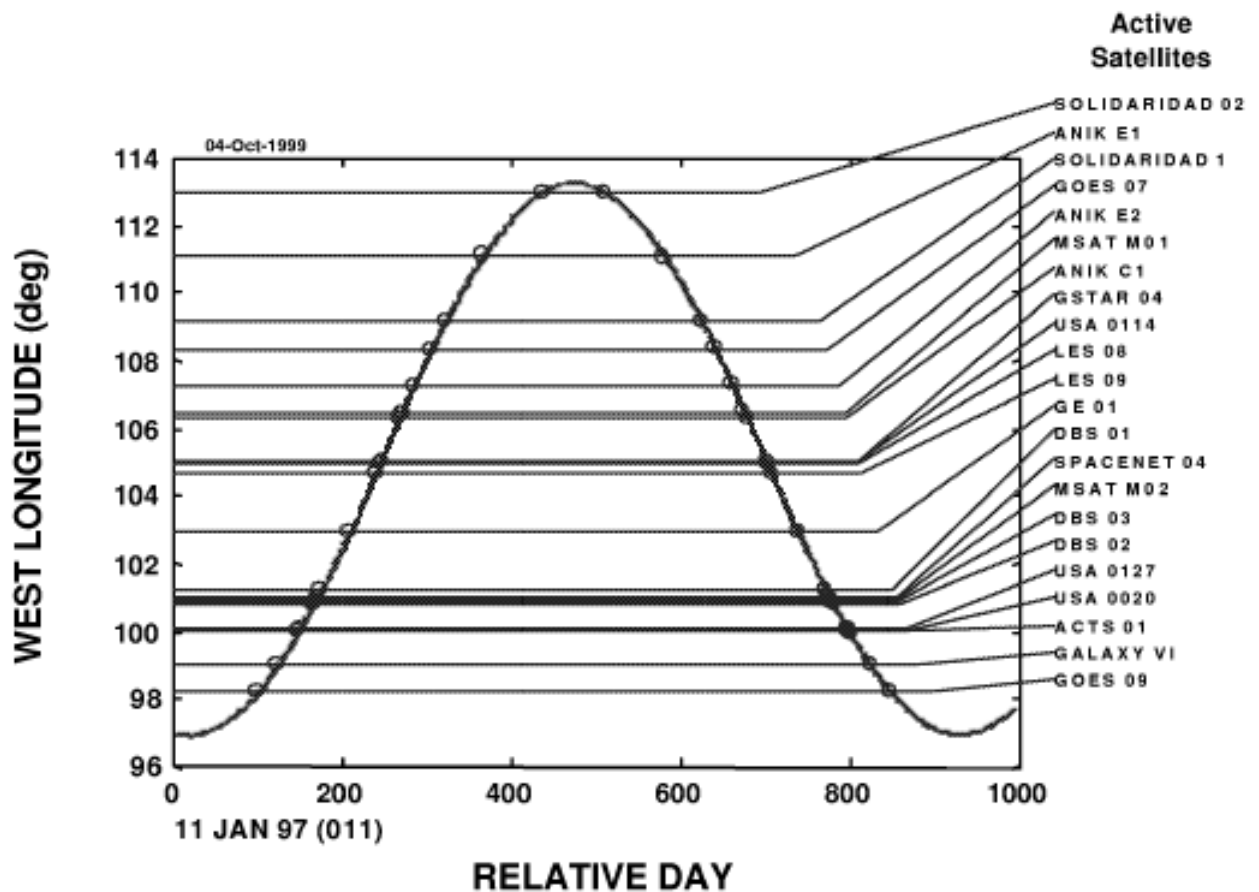


Figura 2.7 Movimento real do satélite Testar, que teve uma falha em órbita em 1997. Ele permanece oscilando no arco geostacionário ao redor de 105° W. De acordo com Leclair and Sridharam (2001), 1 ano após sua falha, já havia cruzado a janela de controle de 22 satélites ativos. (fonte: Leclair and Sridharam (2001))

2.4 Alguns acidentes no espaço

O risco de um acidente no espaço vem aumentando, especialmente devido ao tempo que os objetos permanecem lá e ao crescimento do número de lançamentos. O objeto mais antigo em órbita da Terra é o satélite americano Vanguard 1, lançado em 1958. O primeiro acidente registrado ocorreu em 1967 quando três astronautas americanos morreram a bordo da Apollo 1, porém esse acidente ocorreu durante a fase de testes do projeto. No mesmo ano, o astronauta soviético Valdimir Mikhailovich Komarov tornou-se o primeiro homem a morrer no espaço. Durante a missão Soyuz 1, ocorreu uma falha que causou a não abertura do paraquedas do astronauta, fazendo com que ele se chocasse com o solo a uma altíssima velocidade.

Quando falhas ocorrem no espaço causando destruição de um satélite uma nuvem de detritos é criada, e cada fragmento gerado aumenta o potencial risco de colisão com outros corpos. Em 1985, um satélite americano de 1 tonelada foi destruído em órbita, gerando milhares de pequenos corpos, porém esse acidente ocorreu em órbita baixa, de forma que a maior parte dos fragmentos caiu na Terra.

Em 1996, uma parte do foguete Pegasus, que havia lançado o satélite Step 2, explodiu acidentalmente, gerando 713 peças catalogadas. Nesse mesmo ano, o satélite militar francês Cerise chocou-se a 680 Km de altitude com um fragmento de um foguete francês Ariane, que havia explodido dez anos antes. Com o impacto, o satélite se desestabilizou, mas caiu na Terra de forma controlada.

O maior evento de geração de detritos ocorreu em 2007, quando a China lançou um míssil contra um de seus satélites, o Fengyun-1C, simplesmente para testar sua capacidade balística. O resultado foi a geração de mais de 2300 corpos maiores do que 10 cm de diâmetro, mais de 35000 entre 1 e 10 cm e mais de 1 milhão de fragmentos menores do que 1 cm.

Embora o evento chinês seja o que gerou a maior nuvem de detritos até hoje, o acidente que mais chamou atenção da comunidade satelital aconteceu em 2009. Um satélite desativado russo, o Cosmos 2251 chocou-se com um satélite ativo americano, o Iridium 33, que era parte de uma constelação de 66 satélites. A controladora americana recebeu um relatório informando uma previsão de aproximação de 584 m entre os dois objetos. Infelizmente, nenhuma ação preventiva foi tomada, e a colisão destruiu completamente os dois satélites. Estima-se que mais de 1500 fragmentos foram gerados a partir dessa colisão.

Os acidentes espaciais mostram que é extremamente importante o desenvolvimento de técnicas precisas de rastreamento e determinação de órbita de objetos errantes no espaço. Estima-se que já ocorreram cerca de 200 acidentes no espaço.

Nas figuras 2.8 e 2.9, podemos ver a quantidade de objetos gerados após os eventos citados acima envolvendo os satélites chinês e americano, respectivamente.

2.5 Sistemas de Vigilância Espacial

Desde o início da exploração espacial o NORAD (*North American Aerospace Defense Command*) mantém uma base de dados de todos os corpos lançados ao espaço, incluindo partes desacopladas de foguetes e dos satélites. As órbitas dos objetos desse catálogo são disponi-

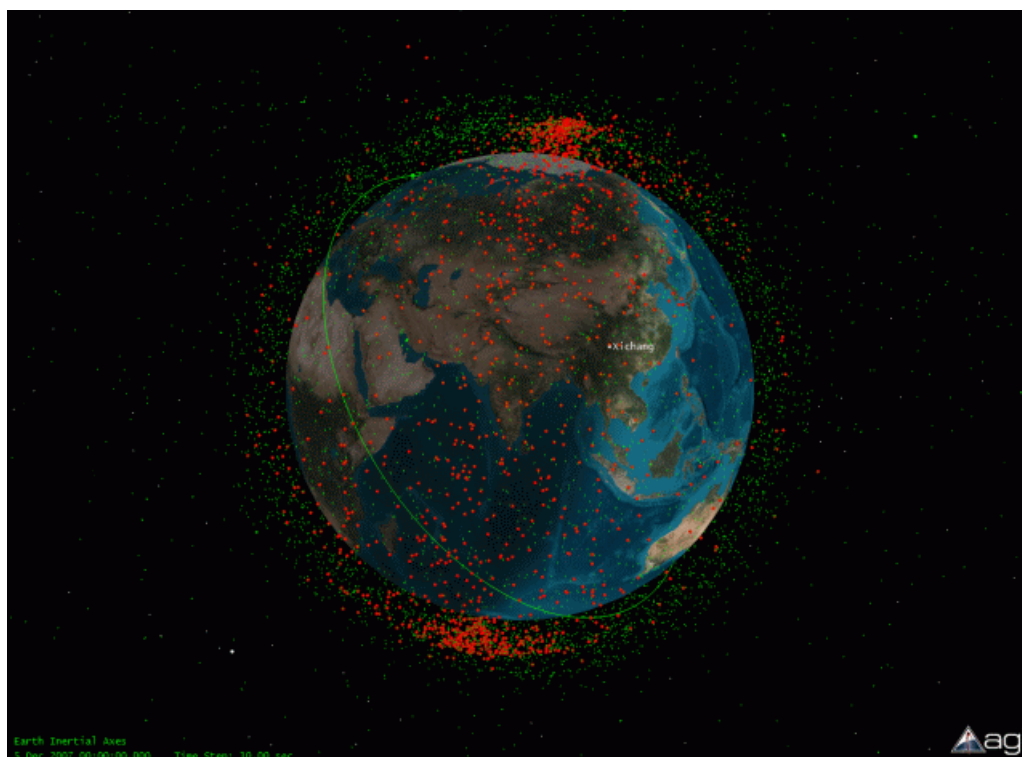


Figura 2.8 A órbita em verde é a trajetória da estação espacial. Os pontos em vermelho representam os fragmentos da explosão do satélite chinês. fonte: www.agi.com)

bilizadas em formato TLE (*Two Line Elements*). Uma dificuldade de manter a lista de órbitas atualizada era a impossibilidade de determinar as posições individuais de cada fragmento gerado após uma explosão ou acidente. Estudando dados disponíveis após algumas colisões conhecidas, John Gabbard desenvolveu uma metodologia capaz de prever a trajetória dos fragmentos gerados após um choque catastrófico. O diagrama de Gabbard é utilizado até hoje nas modelagens de detritos.

O departamento de defesa americano, através do serviço *Space-track*, disponibiliza publicamente dados em formato TLE para todos os objetos já catalogados pelo NORAD. A partir desses dados, alguns sistemas de vigilância espacial foram desenvolvidos. Entretanto, a precisão desse tipo de efeméride produz um erro grande nas previsões de aproximações, da ordem de 5 km em uma semana de propagação. O modelo SGP4, empregado nos sistemas que utilizam TLE, inclui poucos termos dos harmônicos esféricos e não inclui os efeitos perturbativos de longo período.

Em 2004 surgiu um dos principais sistemas de vigilância espacial, o SOCRATES (*Satellite Orbital Conjunction Reports Assessing Threatening Encounters in Space*), que foi criado pelo CSSI (*Center for Space Standards & Innovation*), administrado pela empresa AGI. Esse sistema utiliza toda a base de dados do NORAD e um modelo de propagação simplificado

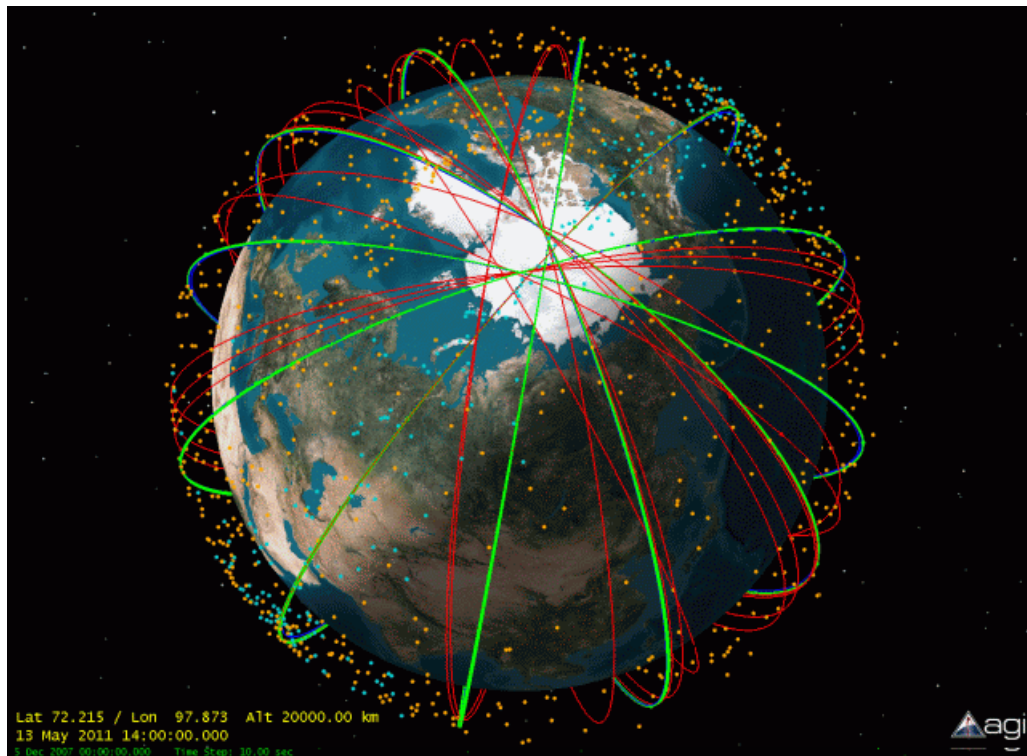


Figura 2.9 As órbitas em verde nessa imagem são dos satélites ainda operacionais da constelação Iridium, em vermelho aparecem as trajetórias dos objetos não operacionais. Os detritos resultantes da colisão entre o Iridium 33 e o Cosmos 2251 estão representados pelos pontos azuis e laranjas, respectivamente. (fonte: www.agi.com)

(SGP4) para prever aproximações entre dois objetos. Diariamente ele envia as informações de aproximações para os operadores de satélites associados ao sistema. Em 2011, o SOCRATES foi integrado a um novo sistema chamado SDC (Space Data Center), também administrado pela AGI, o qual utiliza as órbitas estimadas e propagadas pelos próprios operadores de satélite. Todo associado tem o compromisso de manter as efemérides de seus satélites atualizados no sistema. Atualmente mais de 70% dos satélites ativos estão cadastrados no SDC. Essa nova técnica aumentou a precisão de muitas previsões de aproximação. As principais dificuldades do SOCRATES são: a limitação de rastreamento de objetos pequenos e a baixa precisão das efemérides em formato TLE. Além disso, existe uma classe de objetos que não constam na base pública do NORAD, por serem categorizados como confidenciais pelo governo americano.

Em paralelo, o próprio departamento de defesa americano, através do JSpOC (Joint Space Operations Center), gera relatórios de previsão de aproximação. Embora o modelo utilizado por esse sistema seja mais robusto, ele não tem uma sistematização tão boa quanto a do SOCRATES. Além disso, só utiliza as efemérides dos operadores sob demanda.

A coleta de dados feita pelo departamento de defesa americano conta com mais de 150 locais individuais. As medidas são feitas por estações de radares, telescópios e radio-

receptores. Um centro de operações em Massachusetts recebe os dados brutos e determina a posição de cada objeto observado individualmente. Esse sistema conta com mais de 20000 objetos catalogados e consegue observar corpos acima de 10 cm.

A agência espacial européia também desenvolveu um sistema de monitoração espacial, o SST (*Space Surveillance and Tracking*), utilizando telescópios e radares. O sistema conta com 12 sítios de observação óptica espalhados pela Europa, 8 radares e um sistema móvel com radares que permite coleta de dados de várias partes do mundo.

O limite de observação com radares, para a região GEO, é de objetos com 1 m de diâmetro. De acordo com Klinkrad (2002), o SST possui um telescópio em Tenerife com 1m de abertura que é capaz de observar corpos com até 15 cm de diâmetro em altitudes geoestacionárias, o que equivale a observar objetos de magnitude até 21 para uma razão Sinal/ruído= 5.

A China também tem um sistema de observação de satélites que envolve telescópios, radares e também um sistema móvel. Até meados de 2010, o sistema chinês só possuía observatórios em território próprio. Porém, atualmente existe um acordo de cooperação entre SHAO/CAS, ON (Observatório Nacional do Rio de Janeiro - Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação), IAG/USP (Instituto de Astronomia e Astrofísica da Universidade de São Paulo), UFF (Universidade Federal Fluminense) e UEZO (Universidade Estadual da Zona Oeste) para utilizar o observatório Abrahão de Moraes, em Valinhos, interior de São Paulo, para expandir a base de dados chinesa. Algumas imagens feitas nesse sítio serão utilizadas nesse trabalho.

Em 2001, em decorrência de uma cooperação de observatórios ópticos, surgiu o projeto russo ISON (International Scientific Optical Network), sistema especializado em observações de objetos da região GEO. O instituto de matemática aplicada de Keldysh é responsável por todo o processamento de dados e manutenção de equipamentos. O projeto ISON possui quase 40 telescópios em mais de 20 diferentes locais ao redor do mundo, inclusive na América Latina. Esse projeto já observou mais de 600 objetos que não constavam na base de dados do NORAD. Além disso, esse sistema é capaz de observar os satélites classificados como confidenciais pelo departamento de defesa americano.

Outros países, como Índia e Canadá, também estão desenvolvendo sistemas de monitoração espacial. Há também uma grande contribuição de astrônomos amadores ao redor do mundo, que complementa as observações de objetos que orbitam a Terra. Porém, somente os dados do NORAD são públicos.

A utilização de telescópios, como forma de rastreamento de objetos artificiais em torno

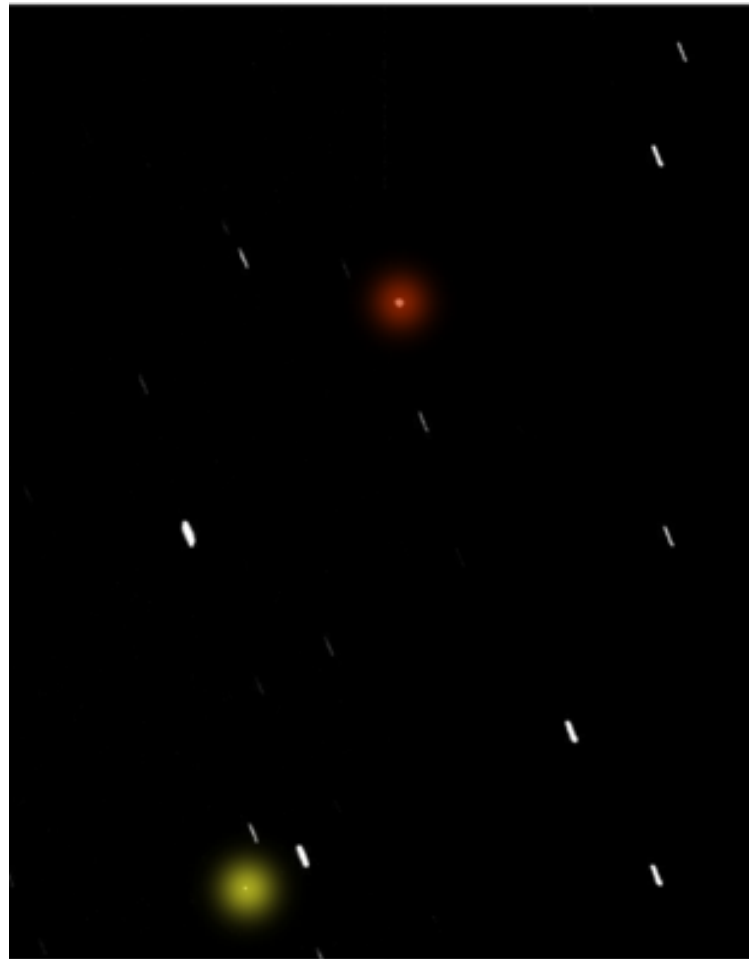


Figura 2.10 Imagem de dois satélites geoestacionários (pontos coloridos) obtida com o telescópio de 1m de diâmetro da ESA, em Tenerife. As estrelas no plano de fundo aparecem com o aspecto de um traço. (Fonte: Montojo et al. (2008))

da Terra, requer desenvolvimento de técnicas específicas de redução das imagens obtidas, para a determinação da posição de cada objeto. Visto que os satélites estão parados em relação à superfície da Terra, ao observarmos com o telescópio em acompanhamento sideral, as estrelas aparecem como pontos, e o satélite como um traço. É possível manter o telescópio parado durante as observações, de forma que o satélite apareça como ponto e as estrelas do plano de fundo apareçam como traços, como podemos ver nas figuras 2.10 e 2.11.

Uma das técnicas utilizadas no SST foi apresentada por Montojo et al. (2008) e consiste na aplicação da função Tepui (Abad et al. , 2004) para determinar a posição das estrelas de fundo a serem utilizadas como referência para calcular a posição do satélite. A função Tepui é dada por:

$$y = A[\arctan(b(x - c)) - \arctan(b(x + c))] \quad (2.5)$$

onde A é a aplicação de um fator de normalização, b é um fator de ajuste da curvatura das

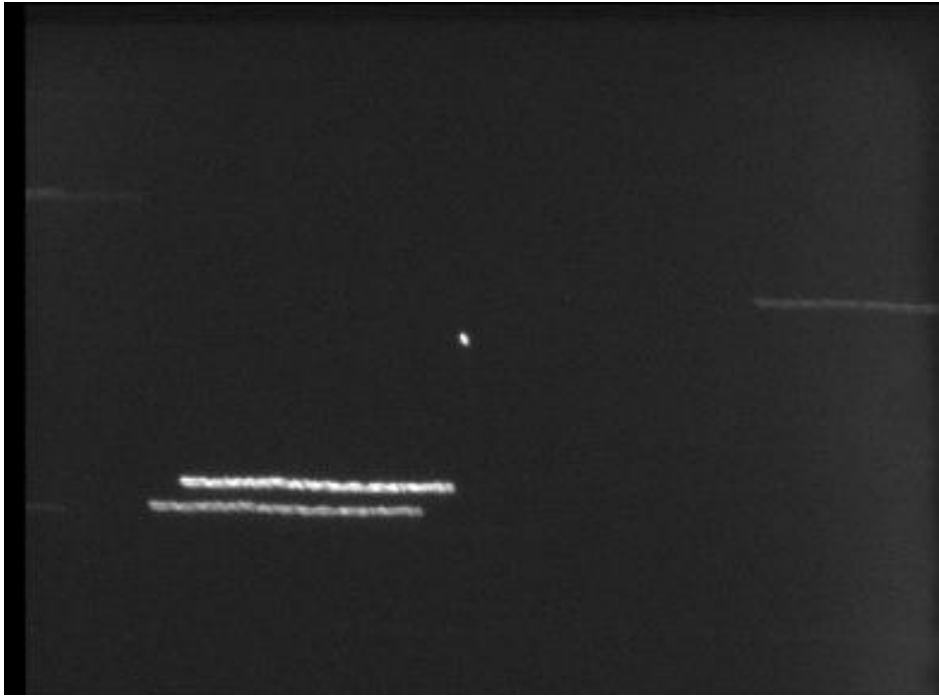


Figura 2.11 Imagem do satélite Brasilsat B4 feita no OPD (Observatório do Pico dos Dias, Brasópolis, MG) com o telescópio Zeiss de 0.6 m de diâmetro. Podemos ver o satélite no centro e algumas estrelas de fundo com o aspecto traçante.

bordas e c é uma medida do semi-comprimento do traço. O ajuste feito por essa função está ilustrado na figura 2.12

Os resultados obtidos por Montojo et al. (2008) foram comparados com as efemérides da Hispasat, para satélites observados por eles durante 3 noites. Uma comparação dos resultados é apresentada na figura 2.13.

Embora Montojo et al. (2008) tenham obtido bons resultados, eles concluem que a determinação de órbita de um objeto geostacionário, com o uso de telescópio, pode ser melhorada.

A metodologia apresentada por Kouprianov (2008) consiste em ajustar uma PSF (Point Spread Function) que, segundo ele, melhor represente a imagem traço. A equação que Kouprianov (2008) apresenta é dada por:

$$F_{pon} = f(r, A, w) = Ae^{-\frac{r^2}{w^2} \cdot 4 \ln 2} \quad (2.6)$$

$$F_{traco} = f(x, y, A, w, l) = F_{pon} \left(\sqrt{[s(|x| - l/2)]^2 + y^2}; A; w \right) \quad (2.7)$$

sendo $s(x) = 0$, se $(x < 0)$ e $s(x) = x$, e $(x > 0)$, onde A é o pico de intensidade da imagem traço; w é a largura a meia altura de uma fonte pontual equivalente ao pico de intensidade, que pode ser obtida pelo *seeing*; e l é a largura da imagem traço.

A equação 2.7 é a base da modelagem empregada no projeto ISON. As imagens

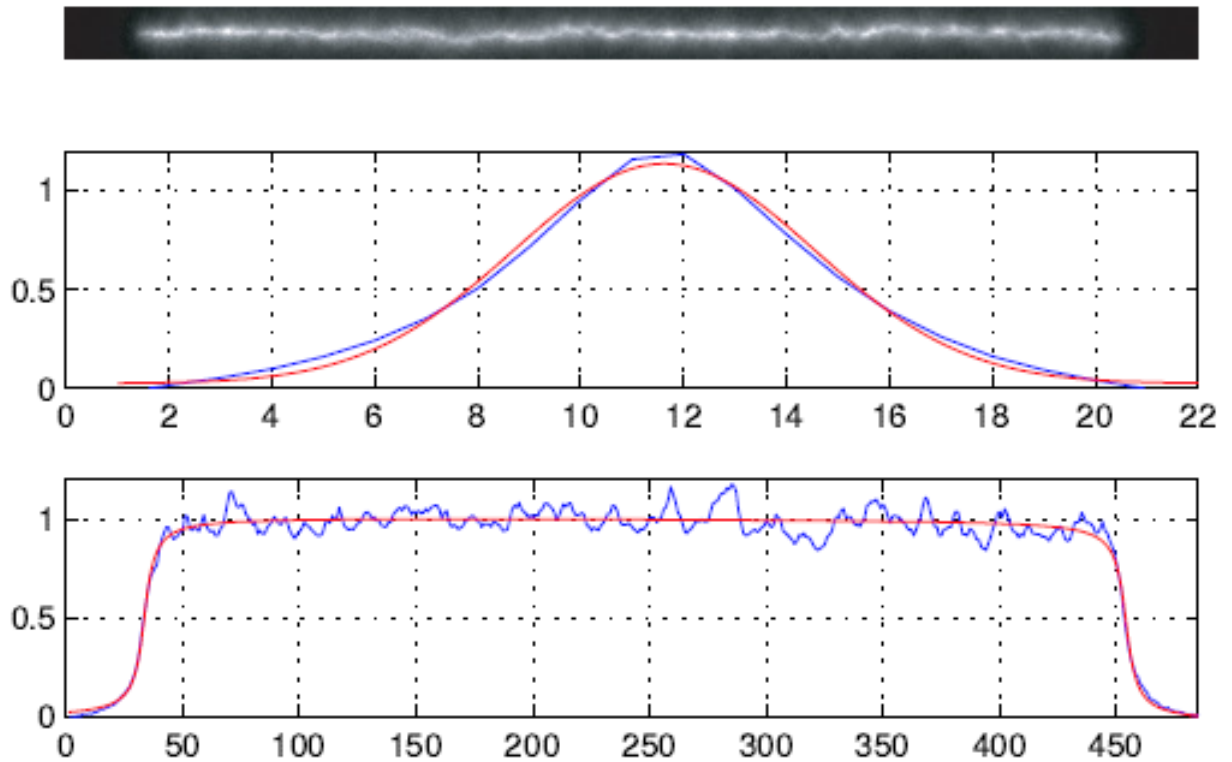


Figura 2.12 Ajuste da função Tepui para o perfil de luz de um objeto traçante (plano inferior). O painel superior corresponde ao perfil gaussiano ajustado ao eixo ortogonal ao do traço. Segundo Montojo et al. (2008), esse ajuste garante uma precisão angular de alguns décimos de segundo de arco em relação as efemérides conhecidas, fornecidas pela Hispasat.

observadas pela rede de telescópios desse projeto são processadas dentro de uma ferramenta automatizada que determina a posição do satélite em relação as estrelas do plano de fundo da imagem, que por sua vez tem o perfil de brilho ajustado por essa equação.

Veremos no próximo capítulo que todas essas abordagens empíricas não são corretas, ao descrever rigorosamente a PSF de uma imagem traço.

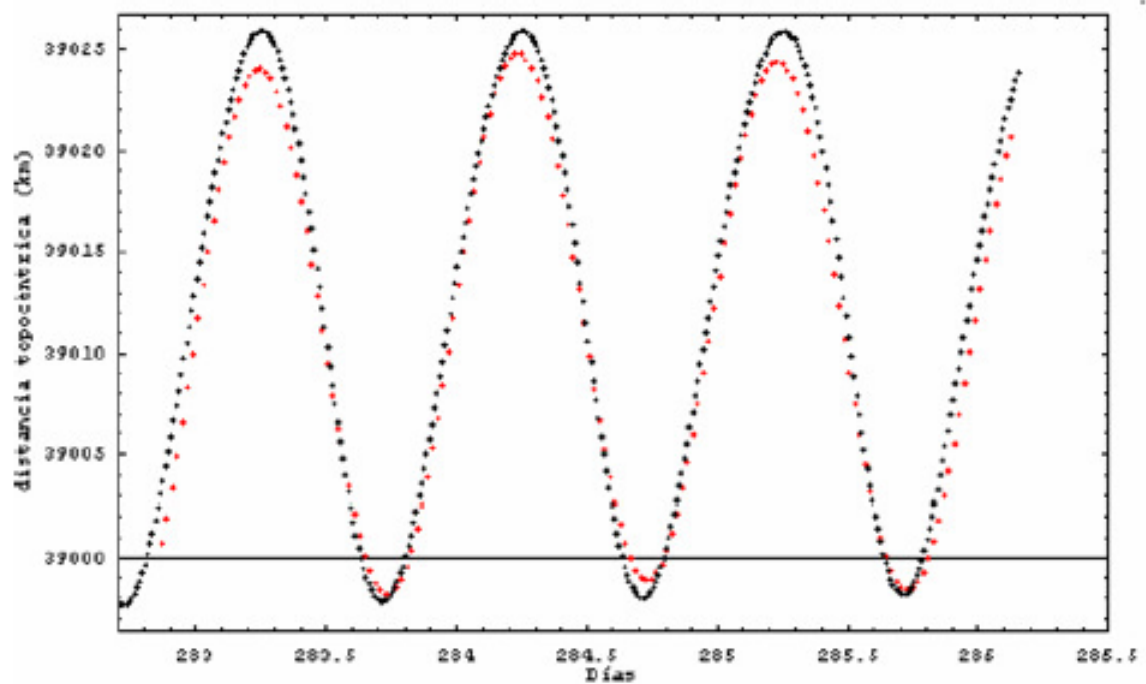


Figura 2.13 Diferença entre a distância topocêntrica de um satélite da Hispasat calculada através da metodologia empregada por Montojo et al. (2008) (pontos pretos) e dados fornecidos pela empresa controladora do satélite (pontos em vermelho).

3 O modelo de uma imagem traço

"Toda ideia nova passa por três estágios: 1 - É completamente impossível, não vou perder meu tempo. 2 - É possível, mas não vale a pena fazer. 3 - Eu disse que era uma boa ideia o tempo todo. "

Arthur C. Clarke.

3.1 A PSF de uma imagem traço em uma dimensão

Para descrever o perfil de luz de uma imagem traço, inicialmente supomos que, para cada ponto da imagem, a luz é espalhada sobre o detector CCD (*Charged Coupled Device*) como a PSF de uma gaussiana, e a imagem traço resultante é a soma de todas estas gaussianas. Suponha que o ponto inicial considerado tenha coordenada igual a μ , o *seeing* das imagens está relacionado ao valor σ das gaussianas das imagens, e a gaussiana que contribui em cada ponto da imagem traço tem a altura A no seu centro μ . Então a contribuição desta gaussiana em cada ponto da imagem é dada por 3.1.

$$f(x) = A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3.1)$$

Suponhamos que o objeto que gera a imagem traço inicia seu caminho ao longo do CCD em μ_1 e termina em μ_2 . Então a imagem traço será gerada pela função que é a soma de todas as gaussianas, análogas a descrita em 3.1, entre μ_1 e μ_2 . Neste caso devemos tomar cuidado com a amplitude A . Na realidade, ela é constante e depende apenas do brilho intrínseco do objeto. Como o nosso objeto está se movendo com velocidade constante, o fluxo acumulado ao longo do tempo é proporcional ao deslocamento $d\mu$ da imagem. Então a soma deverá ser feita sobre as funções $f(x)d\mu$ e será dada pela equação 3.2.

$$F(x) = A \int_{\mu_1}^{\mu_2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\mu \quad (3.2)$$

Fazendo $y = \frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma} \Rightarrow d\mu = -\sqrt{2}\sigma dy$, podemos transformar a equação 3.2 na função erro, que é dada por:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx.$$

A equação 3.2 pode ser representada da seguinte forma:

$$F(x) = -\sqrt{2}\sigma A \int_{y_1}^{y_2} e^{-y^2} dy = \sqrt{2}\sigma A \int_0^{y_1} e^{-y^2} dy - \sqrt{2}\sigma A \int_0^{y_2} e^{-y^2} dy. \quad (3.3)$$

Podemos escrever $F(x)$ da seguinte forma:

$$F(x) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma [\operatorname{erf}(y_1) - \operatorname{erf}(y_2)] \quad (3.4)$$

$$F(x) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]. \quad (3.5)$$

Na figura 3.1 podemos ver o comportamento da função 3.5 para $A = 1$, $\sigma = 1$ e vários valores de μ_1 e μ_2 .

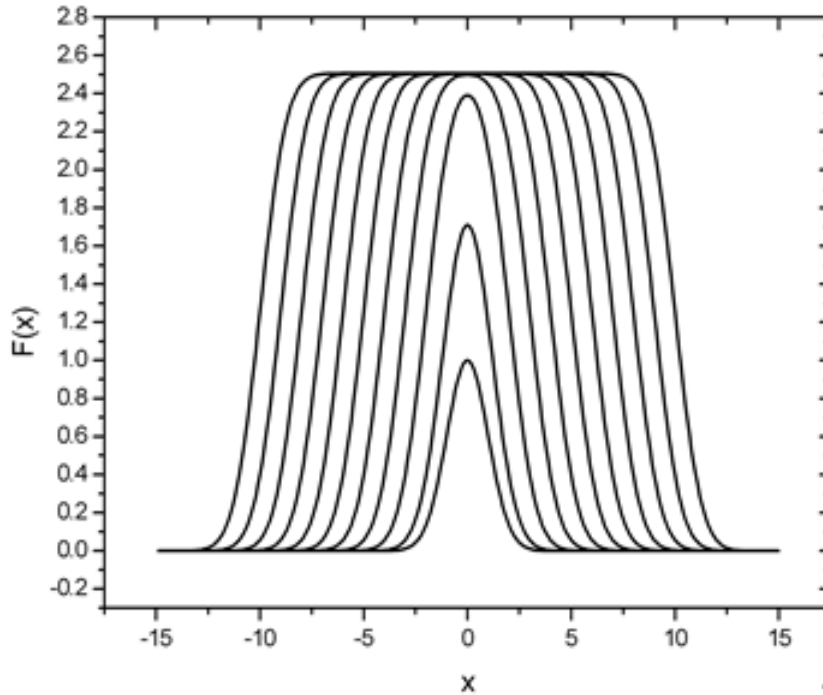


Figura 3.1 Gráfico da função $F(x)$ para $A = 1$, $\sigma = 1$. A curva mais interna corresponde a uma gaussiana com $A = 1$, $\sigma = 1$ e $\mu = 0$. De dentro para fora temos, a partir da gaussiana, as funções $F(x)$ com $\mu_2 = -\mu_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Observe que A pode ser visto como um fator de escala para o eixo vertical $F(x)$, e σ como um fator de escala para o eixo horizontal x .

Temos que:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{erf}(x) = -1 \text{ e } \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{erf}(x) = +1$$

logo para $x \rightarrow \pm\infty$ temos $F(x) = 0$. A derivada de $F(x)$ é dada por:

$$\frac{dF(x)}{dx} = A \left[e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

Ela se anula para $e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma^2}}$, ou seja para $x \rightarrow \pm\infty$ e $x = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$. Temos que:

$$F\left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\right) = 2A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) > 0. \quad (3.6)$$

Quando $\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma} > 2$ temos que $\operatorname{erf}(x) = 1$. Sendo o *seeing* dado por $\mathbf{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma = 2.3588\sigma$, então a função erro será sempre 1. Devemos notar que neste caso $F(x)$ tem em seu centro um valor constante e igual a $2A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 2.51A\sigma = A \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \mathbf{FWHM} = A1.06 \mathbf{FWHM}$.

A equação 3.5 representa o modelo correto para a PSF de uma imagen traço em uma dimensão. Tomaremos essa função como base para estudar as principais características deste modelo, que envolve funções erro. Em seguida, estenderemos o problema para o caso bidimensional.

3.2 Comparação com outros modelos

Para verificar a adequação do modelo desenvolvido, o compararemos com outros dois modelos apresentados na literatura. Começaremos pela função Tepui (2.5). A função arctan pode ser obtida da seguinte forma:

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x).$$

Por outro lado, desenvolvendo e^{x^2} em série de Taylor e truncando no segundo termo, podemos escrever:

$$e^{x^2} \approx 1 + x^2.$$

Logo:

$$f(x) = A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \approx A \frac{1}{1 + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

A função Tepui pode ser obtida integrando $f(x)$, usando a aproximação acima. Aqui denotaremos a função Tepui por $T1D(x)$.

$$T1D(x) = A \int_{\mu_1}^{\mu_2} \frac{d\mu}{1 + \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$T1D(x) = A \sqrt{2}\sigma \left[\arctan\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \arctan\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad (3.7)$$

Se a PSF de uma imagem pontual seguisse fielmente a forma $f(x) = \frac{A}{[1+(x-m_i)^2/2\sigma^2]}$, a função Tepui seria o modelo exato de uma imagem traço, de forma analiticamente rigorosa.

Para a PSF Gaussiana, a função Tepui aproxima-se da representação da imagem traço (equação 3.1), tanto quanto seja razoável a aproximação dada pela expansão em série de Taylor. Contudo, essa aproximação não é boa nas asas da distribuição.

Comparando a função 3.7 com 2.5, temos:

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}, x_0 = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}, c = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2}, A' = A2\sqrt{2}\sigma \arctan\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right).$$

Então podemos escrever:

$$T1D\left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\right) = A\sqrt{2}\sigma \left[\arctan\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right].$$

Comparando a equação acima com 3.5, percebemos que é possível obter um resultado similar com as duas equações dependendo do ajuste dos coeficientes A , σ e c . Na figura 3.2, temos um gráfico comparativo entre as duas funções.

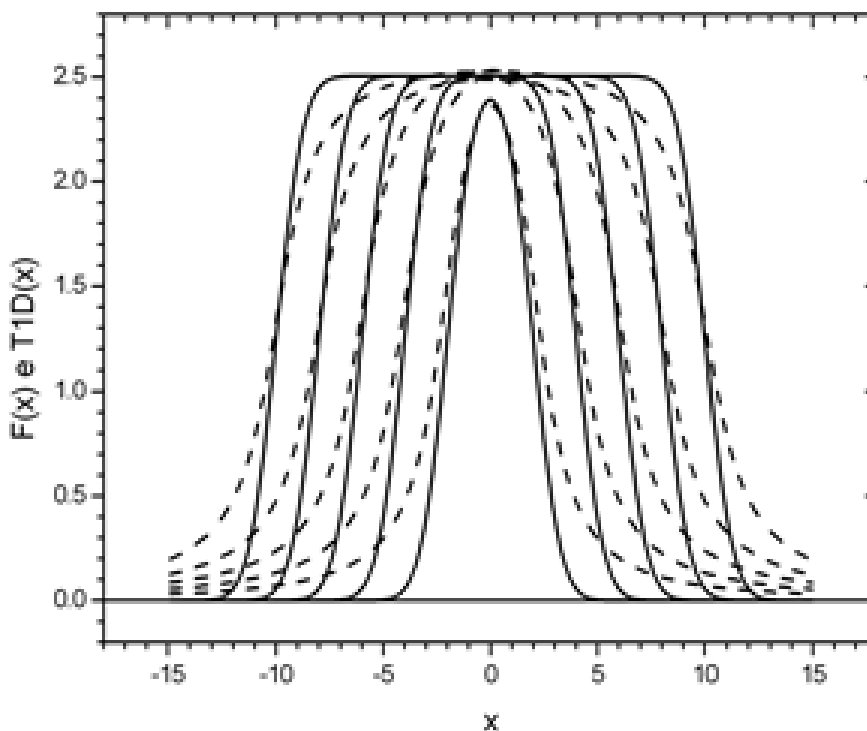


Figura 3.2 As curvas pontilhadas são $T1D(x)$ e as contínuas $F(x)$. Foram escolhidos para $F(x)$: $A = 1, \sigma = 1$, de dentro para fora $\mu_2 = -\mu_1 = 2, 4, 6, 8, 10$. Para $T1D(x)$: $\sigma = 1$, de dentro para fora $A = 0.88, 0.72, 0.67, 0.63, 0.62$ e no mesmo sentido $\mu_2 = -\mu_1 = 2, 4, 6, 8, 10$. Observe que $T1D(x)$ se distancia consideravelmente de $F(x)$ tanto para o início das quedas como para a abertura das asas.

Observando a figura 3.2, é notório que a função que estamos propondo descreve com mais fidelidade o perfil de brilho de imagens traço.

Compararemos também com a função dada por uma parte constante com duas semi-gaussianas nas extremidades. Em princípio estas gaussianas não têm seu ponto central em μ_1 ou μ_2 , σ também não está relacionado diretamente ao *seeing*. Na vizinhança de μ_2 , a semi-gaussiana é dada pela parte direita da gaussiana cuja forma é:

$$f(x) = A' e^{-\frac{(x-\mu_2')^2}{\sigma'^2}}$$

Como queremos que a função acima se aproxime de 3.5, devemos fazer:

$$A' e^{-\frac{(x-\mu_2')^2}{\sigma'^2}} = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right].$$

O ponto máximo da gaussiana em μ_2' deverá ser igual a parte plana que por sua vez é igual a:

$$F\left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\right) = 2A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right] = A'$$

então devemos ter:

$$2\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) e^{-\frac{(x-\mu_2')^2}{2\sigma'^2}} = \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]$$

a equação acima deve ser satisfeita para a meia altura, isto é, para $x = \mu_2$, então:

$$2\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) e^{-\frac{(\mu_2 - \mu_2')^2}{2\sigma'^2}} = \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right]$$

ou

$$2\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right) e^{-\frac{(x-\mu_2')^2}{2\sigma'^2}} = \operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

Podemos calcular μ_2' em função de μ_1, μ_2, σ e σ' , então temos:

$$\mu_2 - \mu_2' = \sigma' \left[-2 \ln \left(\frac{1}{2} \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{2\sqrt{2}\sigma}\right)} \right) \right]^{1/2}$$

Para o caso de um platô, temos $\mu_2 - \mu_1 \gg 1$, portanto as duas funções erros acima são muito próximas de 1. De forma que podemos aproximar:

$$\mu_2 - \mu_2' = \sigma' \sqrt{2 \ln 2} = 1.1774\sigma'$$

Na figura 3.3 apresentamos a comparação entre a função erro e a semi-gaussiana na vizinhança de μ_2 .

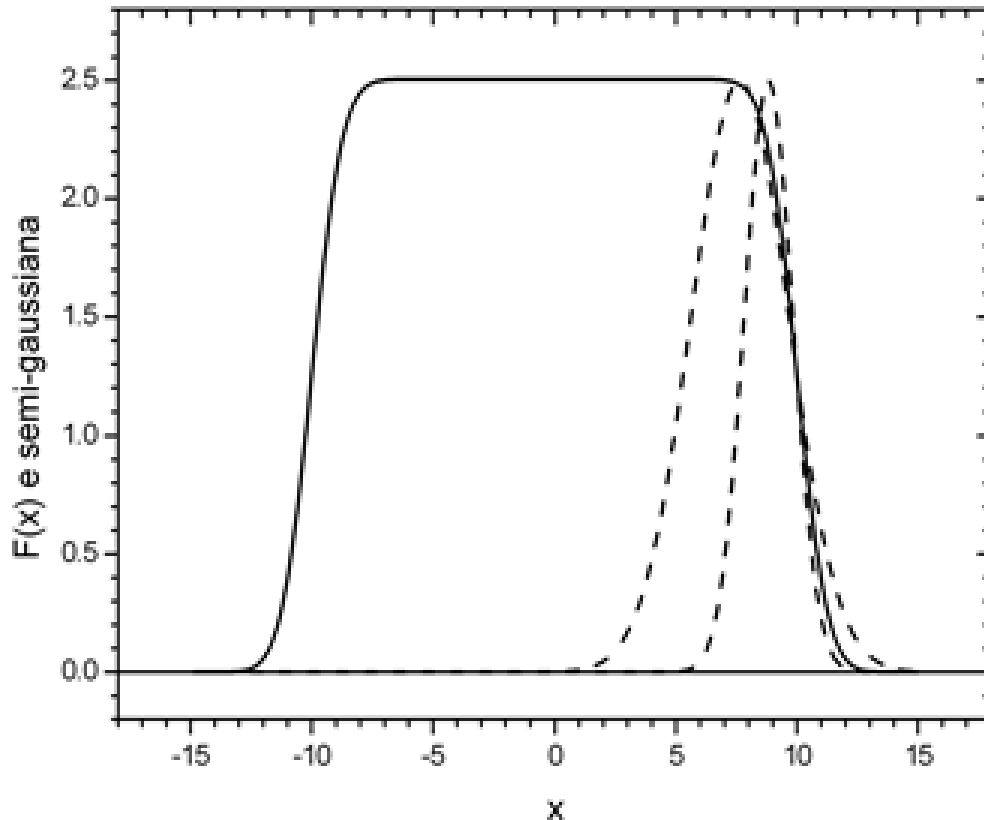


Figura 3.3 A curva contínua é $F(x)$ para $A = 1, \sigma = 1$ e $\mu_2 = -\mu_1 = 10$. As curvas pontilhadas são gaussianas obtidas a partir das condições do texto, ou seja, $A' = 2.5, \mu'_2 = \mu_2 - 1.1774\sigma$, com $\sigma' = 1$ e 2 indo da direita para a esquerda. Observa-se que a gaussiana mais a direita segue próxima à base de $F(x)$ e tem o máximo antes do platô, a outra tem o máximo no início do platô, mas ultrapassa a base de $F(x)$.

Essa representação é válida para $0 \leq x \leq \infty$. Para $-\infty \leq x \leq 0$, basta lembrar que $erf(-x) = -erf(x)$. Comparando essas funções e observando o gráfico 3.3 concluímos que a função erro representa melhor o perfil de imagens traço. Podemos notar que o modelo utilizado por Koupryanov (2008) nas medidas de imagens traço, através do pacote Apex, utilizado pela rede ISON, basicamente faz uso dessas semi-Gaussianas para ajustar as asas do traço.

3.3 Extensão do modelo unidimensional da imagem traço para o caso geral em duas dimensões

O corte de uma imagem traço real ao longo de sua extensão resulta em um perfil unidimensional, comparável aos perfis analisados na seção 3.1, e cujo modelo rigoroso foi analiticamente deduzido na seção 3.1.

3.3 Extensão do modelo unidimensional da imagem traço para o caso geral em duas dimensões 41

Para fins de efetiva aplicação prática, faz-se necessário estender o modelo para o caso geral, no qual a imagem traço é formada em duas dimensões no detector CCD, e se estende em uma direção não necessariamente paralela ao eixo x ou y .

Analisaremos agora a representação de uma imagem traço bi-dimensional. Uma gaussiana bi-dimensional circular é dada, em cada ponto (x, y) por:

$$f(x) = Ae^{-\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.8)$$

Suponhamos que o objeto que gera a imagem inicia em μ_1 e termina em μ_2 . Então a imagem será gerada pela função que é a soma de todas as gaussianas, análogas a descrita acima, entre μ_1 e μ_2 . Então,

$$F(x) = Ae^{-\frac{(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} \int_{\mu_1}^{\mu_2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\mu \quad (3.9)$$

$$F(x, y) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-\frac{(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x - \mu_1}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x - \mu_2}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (3.10)$$

Portanto, o traço da imagem segue a mesma função erro do caso unidimensional mas sendo que é pesado pela função exponencial na direção y . Observe que para cada valor fixo x_0 de x , temos a função exponencial com a altura máxima dada pela função $F(x_0)$ vista anteriormente.

Analisaremos o caso em que o traço não está paralelo a nenhum dos eixos do CCD (x, y) . Podemos definir um sistema (x', y') , para o qual a imagem está paralela ao eixo x' e a origem desse sistema seja (x_0, y_0) , como mostra a Figura 3.4.

Os sistemas estão relacionados da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - a \\ y - b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x - a) \cos \theta + (y - b) \operatorname{sen} \theta \\ -(x - a) \operatorname{sen} \theta + (y - b) \cos \theta \end{bmatrix}$$

Assim, a expressão que descreve o traço vale para as variáveis (x', y') , ou seja, é dada por $F(x', y')$, e será válida se substituirmos estas variáveis pelas suas expressões em função de (x, y) dadas acima.

A escolha das origens é arbitrária e pode ser o centro do traço, a fim de simplificar o problema. Isso faz com que as extremidades sejam simétricas e portanto, dadas por um único

3.3 Extensão do modelo unidimensional da imagem traço para o caso geral em duas dimensões⁴²

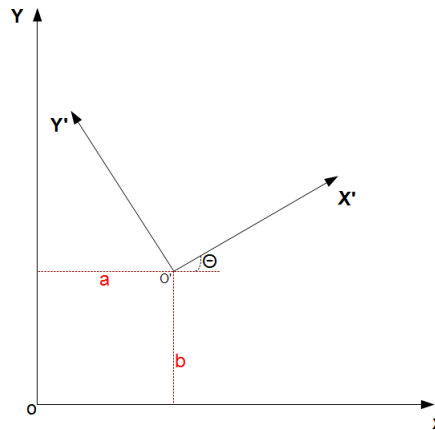


Figura 3.4 Ilustração do sistema (x', y') para o qual o traço da imagem é horizontal. O sistema (x, y) representa as coordenadas naturais do CCD. O eixo x' faz um ângulo θ com o eixo x contado no sentido anti-horário.

valor, que é o comprimento do traço, que no nosso caso corresponde a distância entre os pontos extremos à meia altura máxima da imagem.

A função $F(x, y)$, agora explicitamente escrita nas coordenadas naturais (x, y) do detector CCD, depende dos seguintes parâmetros:

1. **A**: a altura da gaussiana que gera o traço;
2. σ : que é função da largura a meia altura da gaussiana;
3. x_0 e y_0 : pontos centrais do traço;
4. d : comprimento do traço a meia altura;
5. θ : ângulo que o traço faz com o eixo x .

É importante observar que σ depende do seeing e portanto, pode ser obtido das imagens pontuais. Para satélites geoestacionários, d e θ dependem respectivamente do tempo de exposição e da orientação do CCD em relação à direção leste-oeste. Vamos então escrever a função $F(x, y)$ em relação aos parâmetros acima. Considerando, no sistema (x', y') , o traço horizontal e a origem no centro do traço temos:

$$F(x', y') = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-\frac{y'^2}{2\sigma^2}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x' + \frac{d}{2}}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x' - \frac{d}{2}}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right]$$

No sistema (x, y) em que o ângulo entre as horizontais é θ e o centro do traço está em (x_0, y_0) , temos:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \operatorname{sen} \theta \\ -(x - x_0) \operatorname{sen} \theta + (y - y_0) \cos \theta \end{bmatrix}$$

o que resulta em,

$$F(x, y) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-\frac{-(x-x_0)\operatorname{sen}\theta+(y-y_0)\cos\theta^2}{2\sigma^2}} \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{(x-x_0)\cos\theta+(y-y_0)\operatorname{sen}\theta+\frac{d}{2}}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(x-x_0)\cos\theta+(y-y_0)\operatorname{sen}\theta-\frac{d}{2}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad (3.11)$$

A expressão 3.11 descreve de maneira rigorosamente correta a PSF para o caso geral bi-dimensional, de uma imagem traço que forma um ângulo qualquer em relação ao detector.

3.4 Cálculo das derivadas do modelo geral bidimensional de uma imagem traço

Para ajustar uma função $F(x, y)$ não-linear nos parâmetros pelo método de mínimos quadrados não-lineares de Maquardt-Levenberg, devemos conhecer as derivadas da função em relação a esses parâmetros. As derivadas para o modelo geral de imagem traço dado pela equação 3.11 serão apresentadas nessa seção. Para facilitar o cálculo das derivadas, faremos as seguintes substituições:

$$z = \frac{-(x - x_0) \operatorname{sen} \theta + (y - y_0) \cos \theta}{\sqrt{2} \sigma}$$

$$w_i = \frac{(x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \operatorname{sen} \theta + \frac{d}{2} (-1)^{i-1}}{\sqrt{2} \sigma},$$

onde i pode ser 1 ou 2, e

$$k = \frac{(x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{2} \sigma}.$$

Notemos que:

$$\frac{\partial}{\partial u} e^{-z^2} = -2z^2 e^{-z^2} \frac{\partial z}{\partial u}$$

$$\frac{\partial}{\partial u} \operatorname{erf}(w_i) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-w_i^2} \frac{\partial w_i}{\partial u}$$

onde u pode ser x_0, y_0, θ, σ ou d , de forma que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial x_0} &= \frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{2}\sigma} \\
\frac{\partial z}{\partial y_0} &= -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}\sigma} \\
\frac{\partial z}{\partial \theta} &= -k \\
\frac{\partial z}{\partial \sigma} &= -\frac{z}{\sigma} \\
\frac{\partial z}{\partial d} &= 0 \\
\frac{\partial w_i}{\partial x_0} &= -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}\sigma} \\
\frac{\partial w_i}{\partial y_0} &= -\frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{2}\sigma} \\
\frac{\partial w_i}{\partial \theta} &= z \\
\frac{\partial w_i}{\partial \sigma} &= -\frac{w_i}{\sigma} \\
\frac{\partial w_i}{\partial d} &= \frac{-1^{i-1}}{2\sqrt{2}\sigma}
\end{aligned}$$

Como essas novas variáveis, a equação 3.11 fica:

$$F(x, y) = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-z^2} [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)]. \quad (3.12)$$

E as derivadas que utilizaremos no ajuste do modelo proposto serão as seguintes:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial A} F(x, y) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-z^2} [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)] \\
\frac{\partial}{\partial x_0} F(x, y) &= -A e^{-z^2} \sqrt{\pi} z \text{sen}\theta [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)] + \cos\theta (e^{-w_1^2} - e^{-w_2^2}) \\
\frac{\partial}{\partial y_0} F(x, y) &= -A e^{-z^2} \sqrt{\pi} z \cos\theta [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)] + \text{sen}\theta (e^{-w_1^2} - e^{-w_2^2}) \\
\frac{\partial}{\partial \sigma} F(x, y) &= A \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-z^2} (1 + 2z^2) [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)] + \frac{2}{\sqrt{\pi}} (w_1 e^{-w_1^2} - w_2 e^{-w_2^2}) \\
\frac{\partial}{\partial \theta} F(x, y) &= A \sqrt{2\pi} \sigma z e^{-z^2} k [\text{erf}(w_1) - \text{erf}(w_2)] + \frac{2}{\sqrt{\pi}} (e^{-w_1^2} - e^{-w_2^2}) \\
\frac{\partial}{\partial d} F(x, y) &= -A \frac{1}{2} e^{-z^2} (e^{-w_1^2} + e^{-w_2^2})
\end{aligned}$$

3.5 Cálculo de magnitude para uma imagem traço

Para um objeto cujo perfil de luz é dado por uma gaussiana, a sua magnitude é calculada a partir do fluxo total de fótons recebidos, que é proporcional ao volume da gaussiana no espaço (x, y, z) , ou seja, para a gaussiana

$$f(x) = Ae^{-\frac{(x-\mu)^2+(y-\nu)^2}{2\sigma^2}}$$

o fluxo é dado por:

$$Flf(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} dy = 2\pi\sigma^2 A$$

Para o caso do traço bi-dimensional, a equação $F(x, y)$ é dada por 3.10. Então temos a seguinte expressão para o fluxo:

$$FlF(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y) dx dy = A \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} dy \times \int_{-\infty}^{+\infty} \left[erf\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - erf\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dx$$

temos que $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(y-\nu)^2}{2\sigma^2}} dy = \sqrt{2\pi}\sigma$ e $\int erf(x) dx = x erf(x) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} + const$

então, obtemos:

$$\begin{aligned} \int \left[erf\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - erf\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dx &= (x-\mu_1) erf\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma^2}} - \\ & (x-\mu_2) erf\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma^2}} + const \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\frac{x-\mu_1}{2\sigma^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-\frac{x-\mu_1}{2\sigma^2}} = 0$$

e ainda,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} erf\left(\frac{x-\mu_i}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 1 \text{ e } \lim_{x \rightarrow -\infty} erf\left(\frac{x-\mu_i}{\sqrt{2}\sigma}\right) = -1$$

logo,

$$\int \left[erf\left(\frac{x-\mu_1}{\sqrt{2}\sigma}\right) - erf\left(\frac{x-\mu_2}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dx = 2(\mu_2 - \mu_1)$$

de forma que o fluxo será dado por:

$$FlF(x, y) = 2\pi\sigma^2(\mu_2 - \mu_1)A.$$

É importante observarmos que $FIF(x, y) = Flf(x, y) \times (\mu_2 - \mu_1)$, como era de se esperar, já que esse seria o valor do fluxo de $f(x, y)$, se ele fosse exposto sem deslocamento num tempo igual ao correspondente ao deslocamento percorrido de μ_1 a μ_2 .

Aqui, cabe ressaltar que os resultados obtidos nesse capítulo, em particular nas seções 3.3, 3.4 e 3.5, são fundamentais nessa dissertação de mestrado. No próximo capítulo, faremos a certificação do modelo desenvolvido, através de sua aplicação prática na redução de observações reais de imagens traço de um satélite geoestacionário com órbita bem conhecida.

4 Aplicação do modelo de imagem traço às observações reais

As observações sempre envolvem teoria.

Edwin Hubble

Para testar a metodologia que estamos propondo, utilizaremos 11 imagens do satélite Star One C2 obtidas com telescópio. Esse satélite pertence e é controlado pela empresa Star One. Ele foi lançado em abril de 2008 pelo lançador francês Ariane 5 e, atualmente, encontra-se na posição orbital 70°W. Esse é um satélite de 3 eixos que possui $\approx 34\text{m}$ de uma extremidade de um de seus painéis solares até a outra. Visto da Terra ele possui um tamanho angular de ≈ 0.001 milissegundo de arco (mas).

O objetivo é poder comparar as posições obtidas com esse trabalho com as calculadas pelo sistema de controle da empresa, o qual tem uma precisão radial (*ranging*) de aproximadamente 30 metros, acarretando em uma precisão angular da ordem de 10" em longitude e 5" em latitude geocêntrica. A lista das imagens e suas informações está no apêndice A.1.

4.1 Observações

As observações foram gentilmente cedidas por E. Nogueira do Observatorio Nacional (comm. priv., 2012). Elas são fruto de um consórcio recém formado por duas instituições brasileiras, o Observatório Nacional/MCTI (ON) e o Instituto de Astronomia e Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo (IAG/USP), e pelo Shanghai Observatory, China, visando a observação de satélites e de lixo espacial. As observações foram feitas no observatório Abraão de Moraes, que está localizado na cidade de Valinhos (SP), que é administrado pelo IAG. O sítio, com 850 metros de altitude, encontra-se nas coordenadas geográficas $\lambda = 46^{\circ}58'03''$, $\phi = -23^{\circ}00'06''$.

Todas as imagens utilizadas nesse trabalho foram feitas com um telescópio Meade, cujas características estão listadas na tabela 4.1.

Foi usado um detetor CCD ("Charge Coupled Device") de modelo Kodak KAF-

Telescópio Meade	
Modelo	Meade LX200
Diâmetro de abertura	16 polegadas (406 mm)
Distância focal	4064 mm
Razão focal	f/10
Óptica	Schmidt Cassegrain Ritchey-Chrétien

Tabela 4.1 Lista dos parâmetros técnicos do telescópio utilizado nas observações usadas nesse trabalho.

09000. As informações técnicas do CCD estão listadas na tabela 4.2. Não foi usado filtro nas observações. O tempo de exposição foi de 1 segundo, para evitar que o satélite trilha-se em excesso as imagens, correndo o risco de se superpor a alguma estrela.

CCD Kodak KAF-09000	
Câmera que contém CCD	Apogee Imaging System Aspen CG9000
Número de Pixels	1528 x 1528 para bin = 2x2 pixels
Tamanho do pixel(μm)	24(pixels binados 2 x 2)
Eficiência quântica	69% no pico
Escala de pixel	1.27"/ <i>pixel</i> (para pixels binados 2x2)

Tabela 4.2 Informações técnicas do CCD Kodak KAF-09000

As imagens foram feitas em um campo de $30' \times 30'$, e em cada uma delas em média 25 estrelas foram indentificadas dentro do catálogo astrométrico UCAC2 (*Second U.S. Naval Observatory CCD Astrograph Catalogue*). O acompanhamento sideral do telescópio permaneceu ligado, de forma que somente o satélite apresenta o perfil de uma imagem traço.

4.2 Astrometria

Descreveremos aqui os principais elementos da astrometria feita nas observações: o catálogo de referência UCAC2, o pré-tratamento das imagens com IRAF, o uso do pacote PRAIA, a obtenção das efemérides topocêntricas do satélite C2 a partir de dados orbitais da Star One, o tratamento das imagens pontuais das estrelas de referência UCAC2, e a implementação da modelagem das imagens traço nas medidas do satélite C2.

4.2.1 UCAC2

O UCAC2 é um catálogo astrométrico de alta densidade, altamente preciso, com 48.330.571 estrelas que cobre toda a área do Hemisfério Sul Celeste até $+40^\circ$ de declinação podendo chegar a $+52^\circ$ em algumas áreas. O limite da parte norte depende da ascensão reta. Movimentos próprios e magnitudes são fornecidos para todas as estrelas. Posições e movimentos próprios estão no ICRS (International Celestial Reference System) e são dados na época J2000.0.

O UCAC foi um programa observacional que fez uso do Astrógrafo Gêmeo do U.S. Naval Observatory (USNO) e uma câmera CCD de 4k por 4k, cobrindo cerca de um grau quadrado por campo com uma escala de $0,9''/\text{pixel}$.

O UCAC2 não é completo, nem na cobertura do céu acima mencionado, nem para um intervalo individual de magnitude por uma série de razões:

- Estrelas cujas imagens estavam saturadas no detector não foram incluídas. Se uma estrela é mais brilhante que $R=8.0$, é provável que ela não esteja no UCAC2.
- Estrelas múltiplas com separação de 3 arcsec ou menos foram excluídos (requisito da condição inicial). A maioria das estrelas na faixa entre 3 e 6 arcsec de separação estão provavelmente faltando devido ao processo de combinação de imagens.
- Todas as estrelas de difícil identificação, por exemplo com grandes erros internos no passo de combinação de imagens, foram excluídas.
- Estrelas com menos de 2 observações foram excluídas para manter os padrões de qualidade UCAC.
- Se o movimento próprio de uma estrela foi computado como sendo maior que 180 mas/ano em qualquer coordenada, mas não era uma estrela NLTT ¹ conhecida, nem se encontrava no catálogo Hipparcos, ela foi excluída do UCAC2.
- Se o movimento próprio não pôde ser determinado devido a falta de dados da primeira época, a estrela é excluída.
- Se o erro de movimento próprio baseado na dispersão dos dados posicionais exceder 20 mas/ano em qualquer coordenada, a estrela é excluída.

¹New Luyten Catalogue of Stars with Proper Motions Larger than Two Tenths of an Arcsecond

O UCAC2 está no sistema Hipparcos, ou seja, no Sistema de Referência Celeste Internacional (ICRS). As posições são dadas na época padrão de data Juliana 2000.0.

A variação de magnitude do UCAC2 está entre 8 e 16, na faixa de 579-642 nm, isto é, entre o amarelo central (V) e o vermelho (R). As magnitudes UCAC estão com um erro estimado de aproximadamente 0,3 mag.

O erro das posições observadas está em torno de 20 mas para as estrelas na faixa de magnitudes entre 10 e 14, e cerca 70 mas no limite de magnitude $R \sim 16$.

4.2.2 Redução de Bias e Flats

Todas as imagens foram calibradas de bias e flatfields com o pacote IRAF (*Image Reductions and Analysis Facility*), previamente ao processamento astrométrico.

O IRAF é uma coleção de softwares voltados para a redução e análise de dados astronômicos (Tody, 1993). É um projeto originado e mantido pelo *National Optical Astronomy Observatory* (NOAO). Ele foi primeiramente usado em distribuições Linux, mas é agora acessível a todos os principais sistemas operacionais.

Os comandos do IRAF são organizados em estruturas de pacotes. Pacotes adicionais podem ser inseridos ao IRAF. Os pacotes de redução de bias e flats já vem na instalação do sistema e são de fácil utilização.

Bias ou imagens de zero são imagens com tempo de exposição de 0 (zero) segundos e 0 (zero) fótons contados. O número de contagens gravadas para cada pixel da imagem é atribuída à tensão de corrente contínua mantida na eletrônica da câmera para influenciar os semicondutores e conservar o sinal detectado pelo conversor analógico-digital. Essa contagem registrada em cada pixel da imagem representa a base sobre a qual a contagem das ciências se acumula. Ele não representa carga acumulada no chip.

A calibração de bias é feita pela sua subtração de todas as imagens de ciência e flats. Essa operação deve ser a primeira a ser feita, uma vez que corresponde ao ruído mais básico, presente em todas as imagens e só depende da câmera.

Flatfield é a resposta do detector a uma fonte uniforme de iluminação. Isso normalmente é feito expondo o chip a uma tela iluminada por um projetor de lâmpada. Se a sensibilidade de cada pixel for idêntica, e não houver outros efeitos, o flatfield terá valor constante. Porém, pixels diferentes têm diferentes eficiências quânticas devido a pequenas variações estru-

turais no CCD. Filtros ou outros elementos no caminho ótico do instrumento, como resíduos, também podem gerar variações.

O flatfield mede as variações de sensibilidade resultante pixel a pixel. Ao contrário da correção de bias, que foi aditiva, a correção de flatfield é multiplicativa. Portanto as imagens de ciência devem ser divididas pelo flatfield. Essa operação procura tornar plano a sensibilidade do CCD.

4.2.3 O pacote de tratamento e redução de dados PRAIA

O PRAIA (Pacote de Redução Automática de Imagens Astronômicas) é um pacote de softwares criado pelo Dr. Marcelo Assafin com a colaboração de outros pesquisadores do grupo de Astrometria do Rio de Janeiro. Foi o pacote utilizado neste trabalho para o tratamento das imagens e para a obtenção das posições observadas (α , δ) dos satélites. A seguir, descreveremos as características e as tarefas do pacote, utilizadas no trabalho.

Um fator importante do trabalho está na utilidade estatística de se usar uma base de dados com um número extremamente elevado de observações. Esta é a maneira pela qual os efeitos atmosféricos de turbulência e extinção são efetivamente alisados e as informações de posição e de brilho são corretamente extraídas das imagens CCD. Os tratamentos astrométrico e fotométrico do PRAIA são capazes de lidar com uma imensa quantidade de dados de forma rápida, sendo capaz de obter a qualidade necessária para atingir os objetivos científicos dos programas observacionais em tempo recorde de processamento. As implementações incorporadas no software refletem a experiência de mais de 20 anos de atuação na área da redução astrométrica e fotométrica de imagens astronômicas digitalizadas. Os aspectos principais do pacote são dados a seguir.

1. Portabilidade: Pode ser executado em Linux ou Windows; foi desenvolvido inteiramente em FORTRAN 77, sem interfaces gráficas iterativas, e atua em imagens digitalizadas no formato padrão FITS.
2. Flexibilidade: Cada módulo do programa, da astrometria à fotometria, pode ser livremente adaptado e/ou desenvolvido, independentemente dos demais.
3. Automatização: Os módulos foram desenvolvidos de forma que todos os parâmetros astrométricos e fotométricos sejam automaticamente calculados a partir do tratamento das

imagens, com um mínimo de acesso as informações dos cabeçalhos FITS. As informações nos cabeçalhos são listadas e podem ser editadas. Ao usuário, cabe basicamente o preenchimento de nomes de arquivos de entrada e de saída dos resultados. Também são preenchidos informações de controle como erros, modelos polinomiais desejados, etc. Não há qualquer interação do usuário com os programas durante o processo. A identificação de objetos no campo, ajustes de medidas (x,y) , redução de posições e determinação de magnitudes instrumentais (e erros) são totalmente automatizadas. O usuário pode controlar os níveis de tolerância de seeing, escala, erros de reconhecimento de estrelas de catálogo e de alvos, e erros de eliminação de estrelas de referência nos ajustes de posição.

4. Velocidade: O processamento em um Intel 3.4GHz com 2GB de RAM é de 40 campos/hora para imagens de 1000x1000 pixels com milhares de estrelas e manipulação dos catálogos UCAC2 e 2MASS completos. Essa velocidade possibilita de processamento em tempo real, junto ao telescópio.
5. Precisão: foram implementados algoritmos de identificação rápida e eficiente de objetos nas imagens, via pesquisa de máximos locais, demarcação de perímetro por histograma de contagens e comparação com fundo de céu. Esse procedimento é particularmente eficiente como *deblending* de objetos superpostos. Máscaras para eliminar pixels ruins podem ser utilizadas. A porcentagem máxima de identificações espúrias fica tipicamente abaixo de 0,5%, frequentemente indo virtualmente a zero. As medidas são feitas utilizando ajustes Gaussianos bidimensionais, com técnicas de *trimming* em 2.5 FWHM (largura a meia altura). Os campos são reduzidos em relação aos catálogos UCAC2 e 2MASS. Há eliminação de estrelas *outliers*, uma a uma, nas reduções polinomiais. É usada a técnica de correção de catálogo no plano tangente Assafin (1997) para o 2MASS, associada a correção de Apex e rotação Galáctica local, via cálculo de movimento próprio médio com estrelas UCAC2 comuns.
6. Extração automática de efemérides: As efemérides de qualquer corpo do Sistema Solar são automaticamente extraídas para a data e região observada, e os offsets de posição entre as efemérides e a posição ótica reduzida são registrados automaticamente para análise posterior.

Há ainda o cálculo de magnitudes instrumentais via fotometria de abertura e PSF, calculando-se o ponto zero em relação ao sistema fotométrico do UCAC2 (o ponto zero pode ser re-definido). A magnitude do fundo de céu também é calculada. A FWHM das estrelas

(seeing) é calculada automaticamente, sendo dados valores individuais por estrela, e valores médios, com as respectivas incertezas. Offsets (dx, dy) entre imagens sucessivas de um mesmo campo são também computados alternativamente. Todos esses parâmetros auxiliaram num tratamento fotométrico posterior e complementar das imagens com IRAF.

Todas as informações fotométricas e astrométricas da redução, para todos os catálogos, e para cada campo, são guardadas em arquivos de dados. Também são gerados arquivos listando as estatísticas gerais de todos os campos. Os arquivos são de fácil manuseio nas tarefas de análise numérica e gráfica dos resultados. Além das posições obtidas, listam-se os parâmetros Gaussianos dos ajustes de cada estrela, os erros de medida em (x, y) e em posição, número de estrelas de referência, movimentos próprios, época da observação, magnitudes UCAC2, 2MASS, magnitudes instrumentais, informações da observação (filtros usados, tempo de exposição, etc). Em particular, são listados em arquivos separados os dados pertinentes aos alvos identificados nos campos, incluindo-se os offsets de posição entre os (α, δ) observados reduzidos com UCAC2 e 2MASS e as coordenadas de referência fornecidas previamente pelo usuário em arquivo (efeméride, catálogo, etc.).

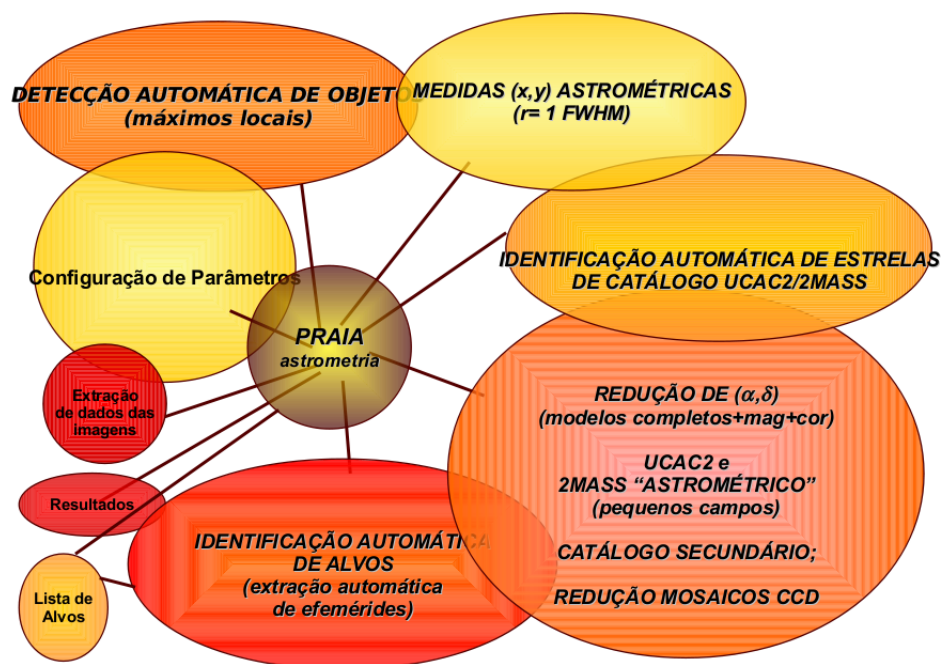


Figura 4.1 Esquema ilustrativo do pacote PRAIA: a sequência a ser seguida pelo PRAIA está no sentido horário, desde a extração dos dados das imagens, até a identificação dos alvos nos campos CCD e, conseqüentemente, a obtenção de resultados.

O PRAIA retira todas as informações localizadas no header das imagens e disponibiliza em arquivos em um formato próprio, pronto para ser usado pelas outras partes do software. Esses arquivos de saída são tabelas organizadas em que o usuário pode ter uma visu-

alidação geral e rápida de todo o banco de imagens.

Os arquivos podem ser editados de forma a corrigir ou atualizar as informações. neles estão contidos dados como o centro (α , δ) das imagens, instante central da observação (em Data Juliana e em formato Gregoriano), tempo de exposição, filtro usado, nome do arquivo e nome do alvo.

4.2.4 Efemérides da Star One para o satélite C2

Nessa seção, descrevemos como calculamos as efemérides topocêntricas do satélite Star One C2 em relação ao Observatório de Valinhos, a partir dos dados fornecidos pela controladora do satélite, a empresa Star One. As efemérides topocêntricas obtidas estão listadas na tabela 4.4.

As efemérides fornecidas pelo sistema de controle da Star One para o satélite C2 foram distâncias, longitudes e latitudes médias geocêntricas em J2000.0, relativas ao meridiano de Greenwich (ver tabela 4.3). Elas são obtidas a partir de estimações de órbitas, as quais são determinadas a partir de dados de rastreamento feito com antenas de telecomunicação. As órbitas são calculadas com métodos de mínimos quadrados, e levam em conta os modelos de perturbação citados no capítulo 1. Cada órbita possui dispersões tanto nas medidas angulares quanto de distância.

Por sua vez, as coordenadas fornecidas de Valinhos (longitude, latitude, altura), são geodésicas, não geocêntricas.

Todos os cálculos foram feitos com vetores (x,y,z) geocêntricos representando as coordenadas do sítio (Valinhos) e as coordenadas geocêntricas do satélite.

Dividimos o procedimento para calcular as efemérides topocêntricas (α , δ) em J2000.0 para o satélite C2 em três etapas. Para os cálculos, usamos os pacotes de programas do SLALIB (SLALIB, 1999) e do SOFA (SOFA, 2012). As três etapas são descritas a seguir. Ao final, são obtidas as efemérides topocêntricas para cada um dos instantes centrais de observação das 11 imagens tratadas neste trabalho.

4.2.4.1 Cálculo de (α , δ) geocêntricos do sítio

A latitude do observatório de Valinhos é geodésica, ou seja, é preciso convertê-la para latitude geocêntrica. Isso foi feito seguindo o formulário da SLALIB (SLALIB, 1999).

Mas, dada a natureza dessas coordenadas, elas estão necessariamente atreladas ao equador e equinócio verdadeiros - não médios - da data da observação. Assim, primeiro, a latitude é imediatamente igualada a declinação verdadeira do sítio. Em seguida, a longitude é convertida para ascensão reta verdadeira, usando o Tempo Sideral Verdadeiro de Greenwich, TSVG, segundo a relação:

$$RA = 2\pi - longitude - (2\pi - TSVG)$$

As coordenadas geocêntricas (α, δ) obtidas para o sítio são relativas ao equador e equinócio verdadeiros da data da observação. Elas devem ser convertidas para (α, δ) no equador e equinócio médios J2000.0. Para isso, usamos as rotinas do pacote SOFA (SOFA, 2012), e aplicamos de forma rigorosa precessão e nutação, transferindo os valores de ascensão reta e declinação do equador/equinócio verdadeiros para o equador e equinócio médios em J2000.0.

4.2.4.2 Conversão dos valores de longitude, latitude e distância do satélite C2 para (α, δ) geocêntricos em J2000.0

As longitudes, latitudes e distâncias geocêntricas do Star One C2, fornecidas pela Star One, são médias e estão em J2000.0. Portanto, a conversão de latitude para declinação é imediata, uma é igual a outra.

Já para converter a longitude é necessário corrigi-la do Tempo Sideral Médio de Greenwich (TSMG), que é o ângulo horário do ponto vernal médio da data de observação. Para tal, devemos levar em conta que o TSMG, que é calculado segundo uma das rotinas do pacote SOFA, é relativo ao equador e equinócio médios da data da observação, enquanto que a longitude é referente ao equador médio em J2000.0.

Assim, além da correção do tempo sideral do meridiano de Greenwich, também calculamos uma correção C, que é a diferença em ascensão reta que leva o ponto vernal médio da data da observação para o equador médio em J2000.0. Essa diferença é obtida corrigindo apenas a precessão (sem nutação) para levar o ponto vernal médio na data da observação para o equador e equinócio médios J2000.0. Portanto, a ascensão reta geocêntrica do satélite é obtida de acordo com a seguinte equação:

$$RA = 2\pi - longitude - (2\pi - TSVG) + C$$

4.2.4.3 Cálculo das coordenadas topocêntricas (α, δ) em J2000.0 para o satélite C2

Convertemos as coordenadas esféricas geocêntricas médias J2000.0 (α, δ , altura) do sítio para coordenadas cartesianas $(x, y, z)_{gv}$. Convertemos as coordenadas esféricas geocêntricas médias J2000.0 (α, δ , altura) do satélite para coordenadas cartesianas $(x, y, z)_{gs}$. Tomando a diferença vetorial, obtivemos as coordenadas cartesianas topocêntricas médias J2000.0 $(x, y, z)_{ts}$ do satélite, em relação ao sítio:

$$(x, y, z)_{ts} = (x, y, z)_{gs} - (x, y, z)_{gv}$$

Usando as rotinas do SLALIB, a conversão de coordenadas cartesianas (x, y, z) para esféricas, providenciou as efemérides topocêntricas médias (α, δ) em J2000.0 do satélite para Valinhos.

Elas agora estão no mesmo sistema de referência, prontas para serem comparadas com as coordenadas topocêntricas J2000.0 (α, δ) observadas e reduzidas com o PRAIA, as quais estão referidas ao catálogo UCAC2.

4.3 Tratamento de Imagens. Obtenção de Posições (α, δ)

Utilizamos o catálogo UCAC2 como sistema de referência e o polinômio de grau 3 para relacionar as medidas (x, y) com as coordenadas de catálogo (X, Y) projetadas no plano tangente. A conversão entre coordenadas projetadas e posições (α, δ) é feita usando projeções gnomônicas. Cada campo possui $30' \times 30'$, com o tempo de exposição de apenas 1 s. Existem cerca de 1000 estrelas UCAC2 nessa região, porém devido a curta exposição e a pequena abertura do telescópio, o PRAIA identificou, em média, apenas cerca de 25 estrelas por campo, as quais foram usadas nas reduções de (α, δ). O número exato de estrelas por campo está listado na tabela A.1. Estrelas de referência foram eliminadas uma a uma em um processo iterativo, até que nenhuma apresentasse resíduos de posição (O-C) maiores que 120 mas (equivalente a 2-3 vezes o erro do UCAC2). O erro médio das posições obtido a partir da redução dos (α, δ) ficou tipicamente em 70 mas para ambas as coordenadas. A distribuição das estrelas identificadas em função da magnitude está apresentada na figura 4.2.

A identificação dos objetos nos campos CCD é feita localizando-se os objetos acima do fundo do céu que é ajustado segundo um modelo polinomial bivariado de grau arbitrado. No

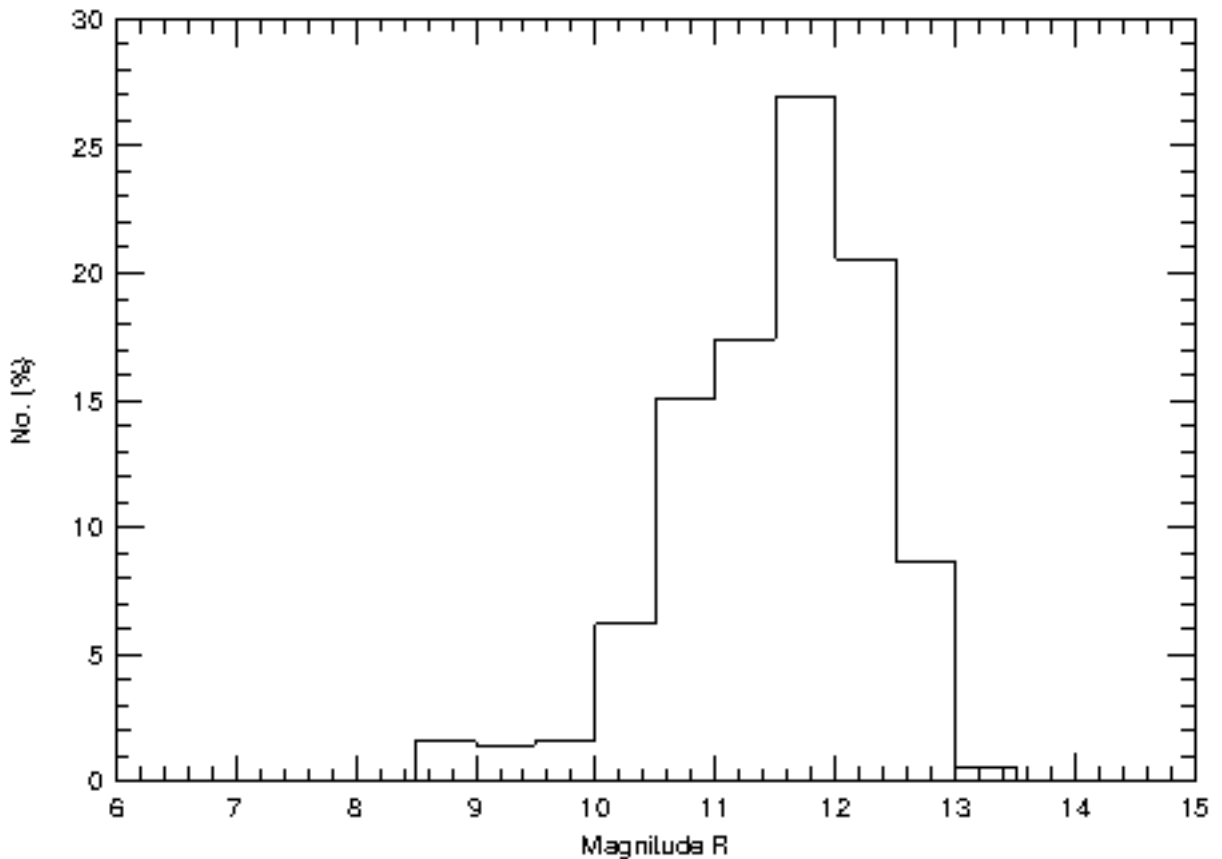


Figura 4.2 Distribuição das estrelas identificadas em cada imagem em função da magnitude. Podemos ver que somente estrelas com magnitudes até 13.5 foram identificadas.

caso, usamos grau zero (fundo de céu plano). Constituem objetos identificados os conjuntos de pixels com contagem acima do fundo de céu superior a 2,5 vezes o erro médio quadrático do ajuste polinomial (este valor de 2,5 pode ser alterado pelo usuário). O modelo de perfil de distribuição de luz ou Point Spread Function (PSF) das estrelas (que aparecem como pontos nas imagens) usado pelo PRAIA é o da Gaussiana Simétrica que, segundo simulações feitas por Stone (1989), fornece melhores determinações dos centros (x_c, y_c) , para várias condições de magnitudes e fundo de céu:

$$F = C + H \exp \frac{-1}{2} \left[\frac{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}{s^2} \right] \quad (4.1)$$

onde H é a altura da Gaussiana, o s é o sigma da Gaussiana. Para encontrar os parâmetros da equação 4.1 é utilizada a técnica de mínimos quadrados não-linear, seguindo o Método de Marquardt (Bevington, 1969). Em média, os erros das medidas (x, y) das estrelas ficaram entre 50 e 100 mas, como mostra a figura 4.3.

A faixa de magnitudes das estrelas medidas é relativamente brilhante por causa da pequena abertura do telescópio, e principalmente por causa do curto tempo de exposição, de 1

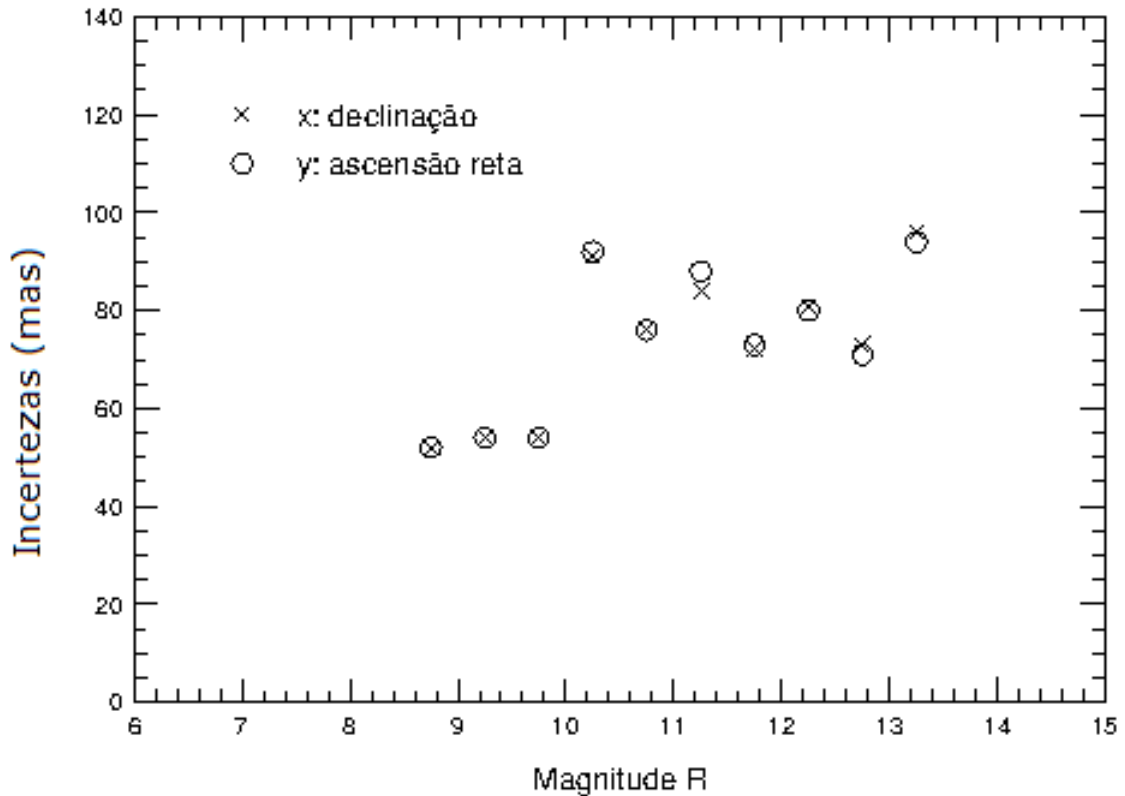


Figura 4.3 Distribuição das incertezas x,y para as observações utilizadas em função da magnitude. Podemos ver que as incertezas estão abaixo de 100 mas.

s por imagem, para evitar que o satélite trilhasse muito no campo, com risco de se superpor a alguma estrela. Por isso, o número relativamente pequeno de 25 estrelas UCAC2 em média, identificadas no campo, como mencionado anteriormente.

As medidas (x,y) dos satélites nas imagens foram feitas utilizando-se o perfil em 2D de imagens traço, apresentado na seção 3.3. Para encontrar os parâmetros da equação 4.1 foi utilizada a técnica de mínimos quadrados não linear, seguindo o modelo de Marquardt (Bevington, 1969). Os valores iniciais são calculados da seguinte forma: o ângulo é obtido através da análise de momento das contagens e pixels do traço; o comprimento vem do tempo de exposição; a altura e centro (x,y) são obtidos diretamente da imagem, via baricentro e contagem no centro; σ é calculado a partir da média dos σ 's das gaussianas das estrelas pontuais. Em todas as imagens, o traço do satélite alonga-se na direção y (leste-oeste em longitude), formando um ângulo de praticamente 90° em relação ao eixo x (ver os apêndices A.1 e A.2). Na figura 4.4 temos um exemplo real de um traço identificado por esse procedimento. A figura 4.4 corresponde ao perfil de brilho observado para o Star One C2.

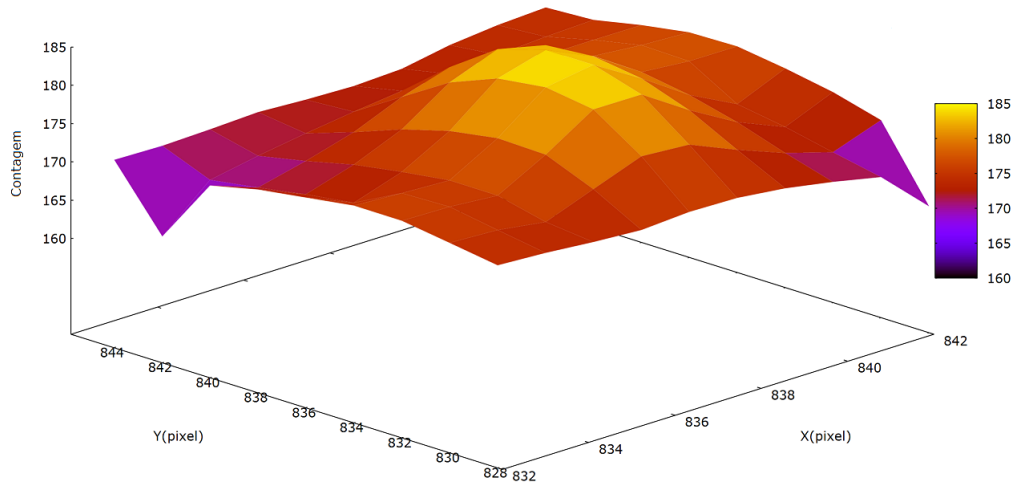


Figura 4.4 Representação tri-dimensional de uma imagem traço real. A imagem representa o perfil de brilho do Star One C2 observado na imagem R220620796P.fits (ver tabela A.1). Podemos ver o traço ao longo do eixo y.

4.4 Resultados observacionais do uso do modelo de imagem traço

Constatamos que os erros Gaussianos das medidas (x,y) das estrelas ficaram entre 50 e 100 mas para as observações feitas, como mostra a figura 4.3. Enquanto que para os traços obtivemos erros da ordem de 50 mas em x e 150 mas em y, como podemos ver na tabela A.1.

Embora o erro em y seja superior ao valores obtidos para estrelas, se considerarmos a altitude geostacionária, ≈ 36000 km, isso representa um erro da ordem de 25 m. Como podemos ver na figura 4.5, a dispersão em distância para a órbita estimada pelo sistema de controle do satélite Star One C2 é de ≈ 30 m, já a dispersão em coordenadas angulares resulta em torno 9" em azimute, e 5" em elevação (ver figuras 4.6 e 4.7). Ou seja, o erro obtido por nossa metodologia é de 1.7% em longitude, e 1.0% em latitude, portanto nosso modelo é de grande valia para melhorar uma órbita estimada pelos métodos tradicionais de controle de satélite.

Para verificar essas precisões, comparamos os dados de ascensão reta (α) e declinação (δ) reduzidas a partir das imagens com os valores calculados a partir das informações do sistema de controle da empresa (ver seção 4.2.4)

Na tabela 4.4, temos uma lista dos valores de ascensão reta e declinação topocêntricas observados e extraídos a partir das efemérides do sistema de controle do Star One C2 em coordenadas topocêntricas para o observatório Abrahão de Moraes. Podemos observar que as diferenças entre os valores observados e provenientes das efemérides são de $\approx 10''$ em ascensão

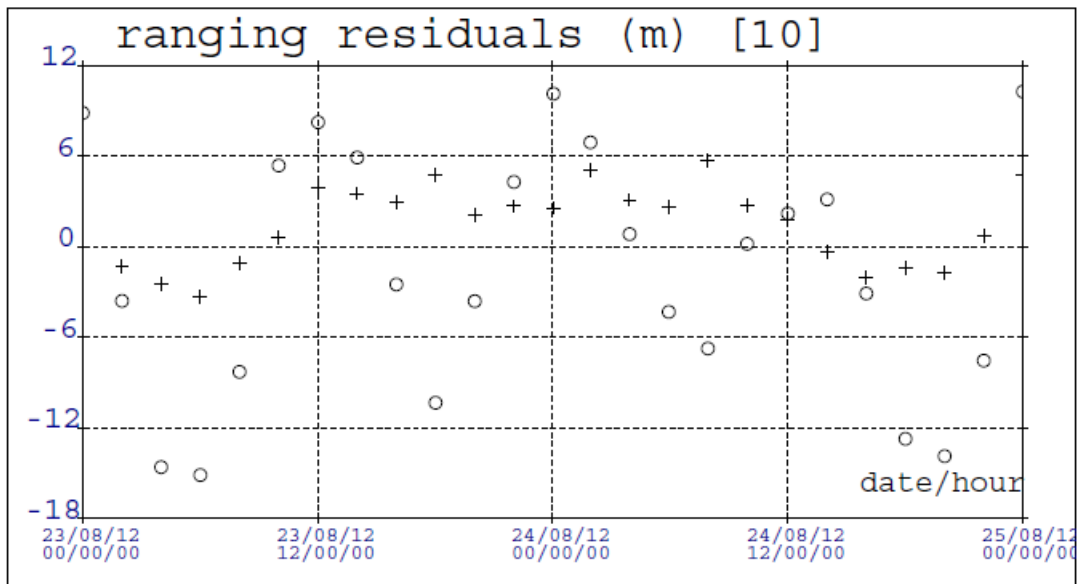


Figura 4.5 Dispersão em distância para uma órbita estimada do Star One C2. Esses dados correspondem à órbita estimada para o dia das observações referenciadas nesse trabalho. A dispersão em distância topocêntrica (*ranging*) é de ≈ 30 m, o que indica que o modelo empregado aqui é tão bom quanto os modelos tradicionais de estimação de órbita de objetos geostacionários.

reta e $\approx 0.4''$ em declinação.

As diferenças em α e δ listadas na tabela 4.4 são altas para serem de origem observacional. Porém, uma órbita estimada com dados angulares (azimute e elevação para uma dada estação) e de distância produzem dispersões da ordem de $9''$ em azimute e $5''$ em elevação, conforme podemos ver nas figuras 4.6 e 4.7. Estas dispersões estão em excelente acordo com a dispersão dos *offsets* encontrados em ascensão reta e declinação, respectivamente associados à longitude/azimute e latitude/elevação.

Comparamos o corte de uma imagem observada com o ajuste teórico de uma ima-

Época	Latitude($^{\circ}$ +N)	Longitude($^{\circ}$ +W)	Raio(km)
24/08/2012 01 : 05 : 23 : 480	-0.017210968420	69.970074244038	42168.860838227
24/08/2012 01 : 05 : 26 : 520	-0.017237619575	69.969779196620	42168.861939542
24/08/2012 01 : 05 : 46 : 090	-0.017403664831	69.970562728853	42168.875240727
24/08/2012 01 : 06 : 03 : 073	-0.017524586278	69.971198971201	42168.883300303
24/08/2012 01 : 06 : 18 : 098	-0.017549179259	69.973281646183	42168.885559332
24/08/2012 01 : 06 : 22 : 052	-0.017678276649	69.974012241211	42168.894524649
24/08/2012 01 : 06 : 42 : 009	-0.017711058864	69.972806941564	42168.897220813
24/08/2012 01 : 06 : 42 : 090	-0.017883147290	69.970592227934	42168.909770781
24/08/2012 01 : 06 : 56 : 360	-0.018003995864	69.971227716132	42168.919113477
24/08/2012 01 : 07 : 00 : 480	-0.018040862710	69.970445013863	42168.921268324
24/08/2012 01 : 07 : 17 : 840	-0.018189836497	69.970994454382	42168.932688425

Tabela 4.3 Valores de latitude, longitude e raio para as épocas observadas. As coordenadas são geocêntricas para o referencial J2000 e a origem da longitude é o meridiano de Greenwich.

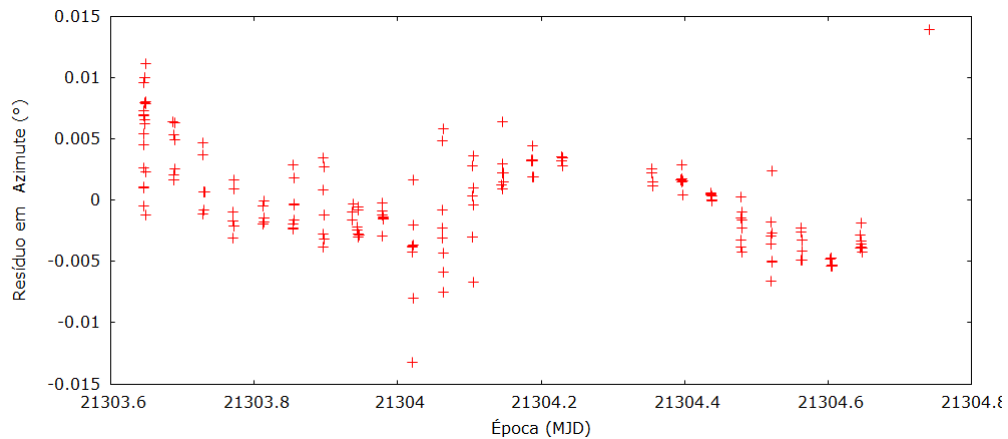


Figura 4.6 Dispersão em azimute para uma órbita estimada do Star One C2. Esses dados correspondem a uma órbita estimada utilizando azimute e elevação e distância coletados pela estação de controle do Star One C2. Podemos ver que dispersão em azimute é de $\approx 9''$, o que explica a diferença em α entre os dados do nosso modelo e os valores provenientes das efemérides.

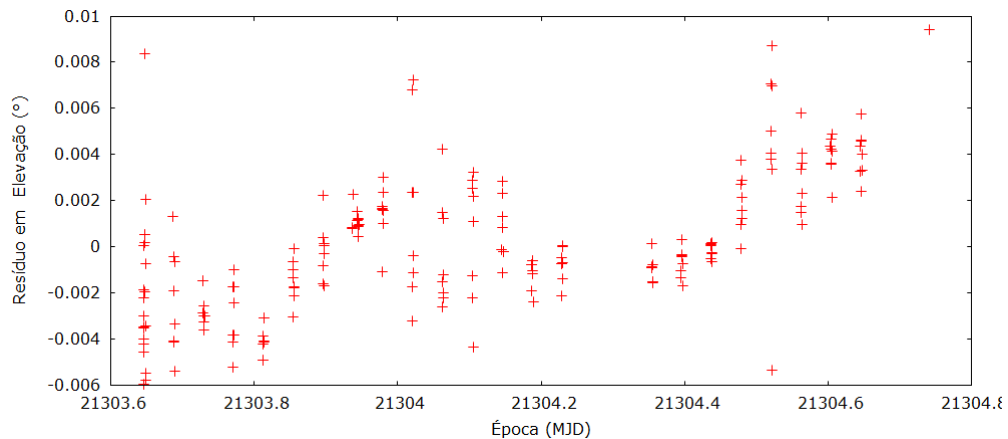


Figura 4.7 Dispersão em elevação para uma órbita estimada do Star One C2. Esses dados correspondem a uma órbita estimada utilizando azimute e elevação e distância coletados por uma das estações de controle do Star One C2. Podemos ver que dispersão em elevação é de $\approx 5''$, o que explica a diferença em δ entre os dados do nosso modelo e os valores provenientes das efemérides.

gem traço. Utilizamos uma imagem para qual o traço tem o tamanho de $13.5''$ e $\sigma = 1.53$. Então, temos $\mu_2 = -\mu_1 = 6.75$, que normalizando pelo σ , torna-se $\mu_2 = -\mu_1 = 4.41$, o que representa uma curva entre a quarta e a quinta na figura 3.1. Devido ao fato de ser um traço curto, a imagem resultante não apresenta um platô bem delineado. Nas figuras 4.8 e 4.9 temos a comparação ao longo do traço, entre a imagem observada e a modelada pela função da equação 3.5.

Os resultados das figuras 4.8 e 4.9 mostram que o nosso modelo representa muito bem uma imagem traço.

α_{efem} (hh:mm:ss)	α_{obs} (hh:mm:ss)	$\delta_{efem} (^{\circ}')$	$\delta_{obs} (^{\circ}')$	$\alpha_{obs} - \alpha_{efem} (")$	$\delta_{obs} - \delta_{efem} (")$	$\alpha_{obs} - \alpha_{efem} (m)$	$\delta_{obs} - \delta_{efem} (m)$
18:21:27.569693	18:21:26.5731	+03:50:3.35439	03:50:02.744	-14.897	-0.579	-2666	-104
18:21:30.690670	18:21:30.6144	+03:50:3.25707	03:50:01.532	-1.092	-1.718	-195	-307
18:21:50.106925	18:21:49.2759	+03:50:2.60513	03:50:01.029	-12.443	-1.679	-2227	-301
18:22:4.237903	18:22:03.4984	+03:50:2.12984	03:50:00.844	-11.113	-1.305	-1989	-234
18:22:7.050820	18:22:07.9639	+03:50:2.00066	03:50:00.956	13.787	-1.036	2467	-185
18:22:22.142731	18:22:22.2483	+03:50:1.49223	03:50:00.028	1.704	-1.671	305	-299
18:22:26.013254	18:22:26.7954	+03:50:1.38594	03:50:00.155	11.806	-1.265	2113	-226
18:22:46.252552	18:22:45.4113	+03:50:0.76067	03:49:59.344	-12.387	-1.359	-2217	-243
18:23:0.383802	18:22:59.7092	+03:50:0.28512	03:49:58.638	-10.119	-1.640	-1811	-294
18:23:4.734488	18:23:03.8870	+03:50:0.15646	03:49:58.679	-12.759	-1.472	-2283	-264
18:23:21.990055	18:23:22.3059	+03:49:59.57367	03:49:57.403	4.732	-2.172	847	-389

Tabela 4.4 Diferença de α e δ entre as observações e as efemérides. Os valores α_{efem} , δ_{efem} e α_{obs} , δ_{obs} são ascensões reta e declinações fornecidas pela Star One e provenientes das observações feitas em Valinhos, respectivamente.

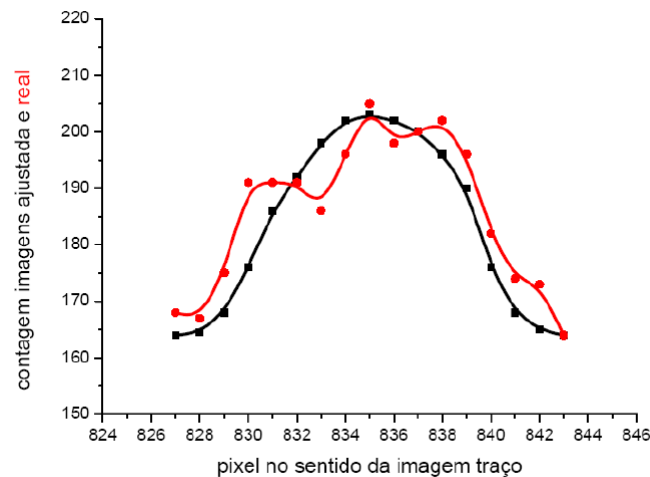


Figura 4.8 Comparação entre o modelo teórico e os dados observados ao longo do traço. A curva vermelha representa a contagem de pixels para o traço observado, e a preta a curva descrita pela equação 3.5 com $\sigma = 1.53$ e $\mu_2 = -\mu_1 = 4.41$. Esses valores foram obtidos a partir das posições medidas ao longo do traço.

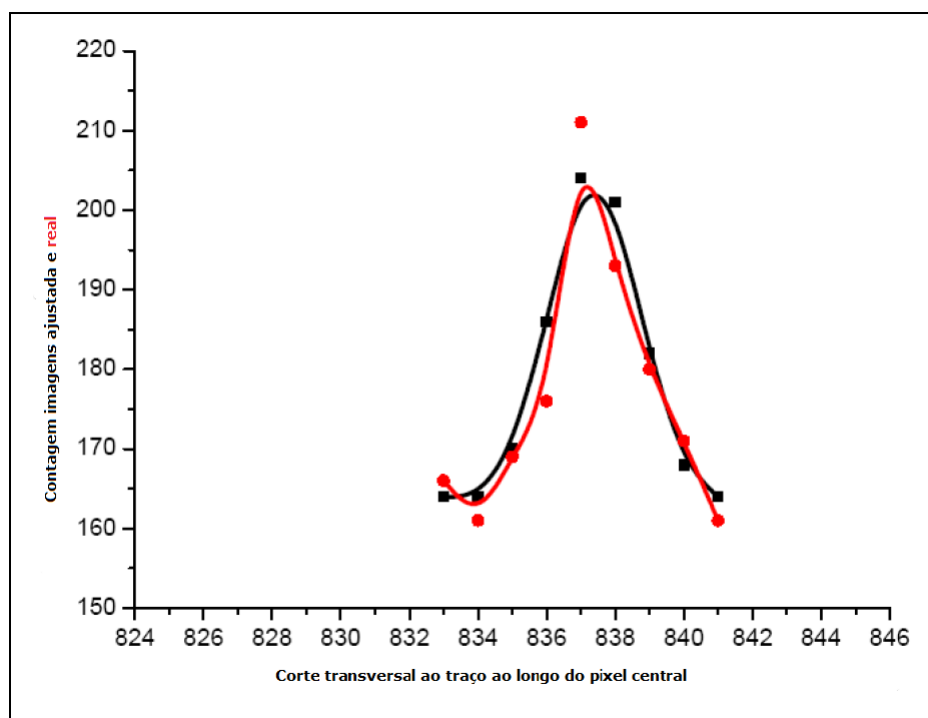


Figura 4.9 Comparação entre o modelo teórico e os dados observados no sentido transversal ao traço ao longo do pixel central. A curva vermelha representa a contagem de pixels para o traço observado, e a preta a curva descrita pela equação 3.3. Essa curva representa a largura da imagem traço.

5 Conclusões e Perspectivas

Aprenda com o ontem, viva para hoje, esperança para o amanhã. O importante é não parar de questionar.

Albert Einstein.

O modelo apresentado nesse trabalho mostrou-se muito preciso à determinação de posição de objetos geoestacionários. Os erros no cálculo do centro de uma imagem traço são comparáveis aos erros de medidas de estrelas. As determinações de α e δ mostram erros relativos menores do que 2% do erro total obtido para essas coordenadas angulares através de técnicas padrões de determinação de órbitas de satélites geoestacionários.

Possivelmente poderíamos obter determinações de órbitas para os objetos geoestacionários ainda melhores se pudéssemos obter medidas de distância com boa precisão. Uma boa opção seria utilizar sítios observacionais em diferentes localidades, de forma que fosse possível calcular a paralaxe do objeto, e assim obter distância. Outra alternativa, seria utilizar uma combinação entre medidas de rastreamento por radares com as determinações angulares com o uso de telescópio. O uso de radares garante uma precisão maior na determinação de distância do que de coordenadas angulares, enquanto que a utilização de imagens ópticas é mais aplicável à obtenção de medidas angulares.

Embora seja possível obter posições de objetos geoestacionários a partir de imagens ópticas com alta precisão, a utilização dessa técnica pode causar alguns transtornos para objetos que precisem de órbitas atualizadas com alta frequência, tais como satélites de telecomunicações operacionais, devido ao fato de que condições meteorológicas podem impedir a obtenção das imagens necessárias para tal. Porém, essa técnica pode ser empregada para monitoração de objetos errantes, tais como os detritos espaciais, tal como discutimos no capítulo 2. Esses objetos não possuem estações de controle, de forma que observá-los com telescópio é fundamental e já vem sendo feito pelas principais organizações de vigilância espacial.

A metodologia apresentada aqui atingiu uma precisão superior à apresentada na literatura para determinação de objetos geoestacionários através da utilização de telescópios. Enquanto o modelo desenvolvido por (Montojo et al., 2008) conseguiu um erro de poucos décimos de segundo de arco em relação às órbitas determinadas por técnicas padrão da empresa Hispasat, nossa metodologia atingiu uma precisão de 50 mas a 150 mas, ou 0.8% a 1.25% do

erro típico de órbitas determinadas pelo sistema de controle da empresa Star One.

Além de objetos artificiais, nosso modelo pode ser empregado para outros corpos do sistema Solar, tais como asteroides e meteoros. Esses objetos, em geral, são extensos em imagens ópticas, de forma que a determinação do centro do perfil de luz do traço pode diminuir os erros na determinação das órbitas desses objetos. (Veres et al. , 2012) menciona o uso de um modelo de imagens traço similar ao nosso para astrometria de asteroides .

A automatização do processo de obtenção das coordenadas centrais e medidas de α e δ feita com a plataforma PRAIA garante agilidade e versatilidade na obtenção das posições dos corpos que tem o perfil traço. Futuramente será possível inserir modelos de propagação orbital, assim, poderemos estimar as aproximações entre dois corpos no espaço.

Além das imagens estudadas aqui, temos cerca de outras 1500 observações feitas no observatório do Pico dos Dias (OPD) para 6 satélites da frota Star One entre Abril e Agosto de 2009. Essas imagens foram feitas com o telescópio sem acompanhamento sideral, de forma que ao invés do satélite, as estrelas apresentassem o perfil de traço. Embora nossa metodologia também possa ser empregada nesse caso, a quantidade de estrelas por campo de observação não é suficiente para realizar astrometria. Futuramente, estudaremos alternativas para reduzir as imagens feitas no OPD, mesmo com poucas estrelas do catálogo UCAC2 por campo.

Em 2011, durante um workshop do projeto GAIA, esse modelo foi discutido como uma possível alternativa para o controle orbital do telescópio GAIA. Esse objeto está previsto para ser lançado esse ano, e ficará no ponto lagrangeano L2, e permanecerá em funcionamento por 5 anos. A determinação da posição do GAIA com alta precisão será essencial para seu funcionamento eficaz, e o modelo apresentado aqui pode auxiliar no processo de obtenção precisa das coordenadas do GAIA.

Além disso, a própria rede de alertas de NEAs (*Near Earth Asteroids*) do GAIA se beneficiará desta metodologia, implementada no PRAIA, que estará disponível para os participantes dessa rede, a *GAIA Follow-Up Network of Solar System Objects* (GAIA-FUN-SSO).

A Observações

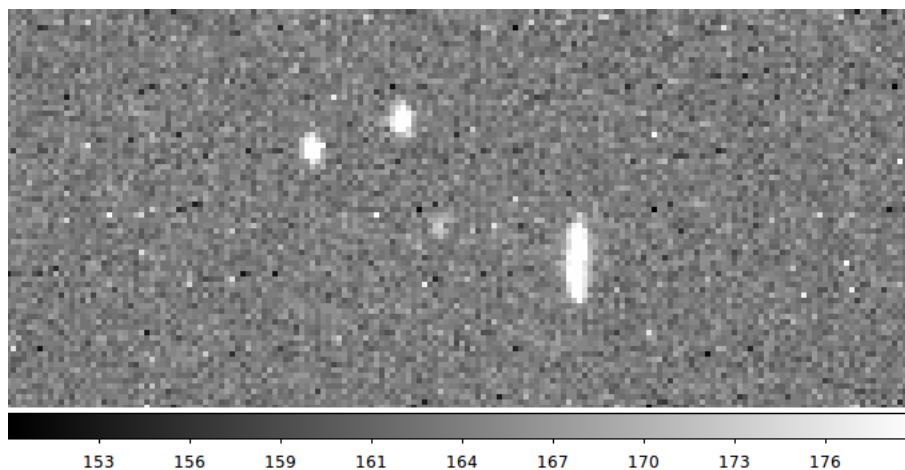
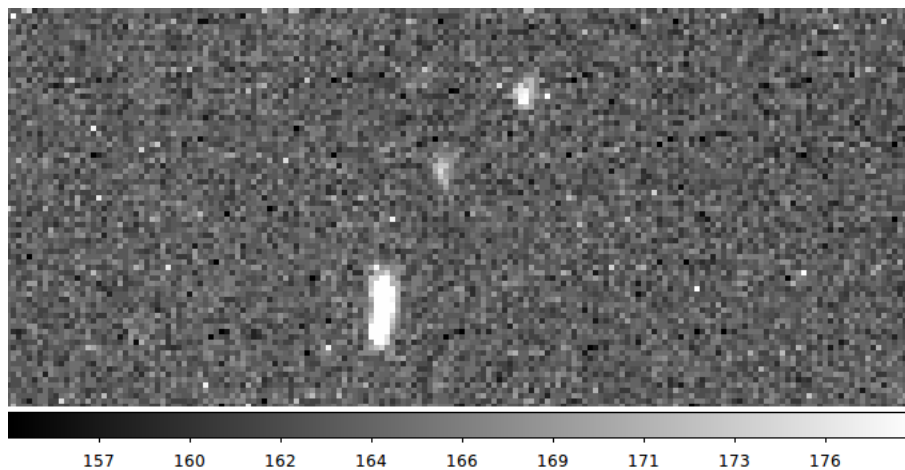
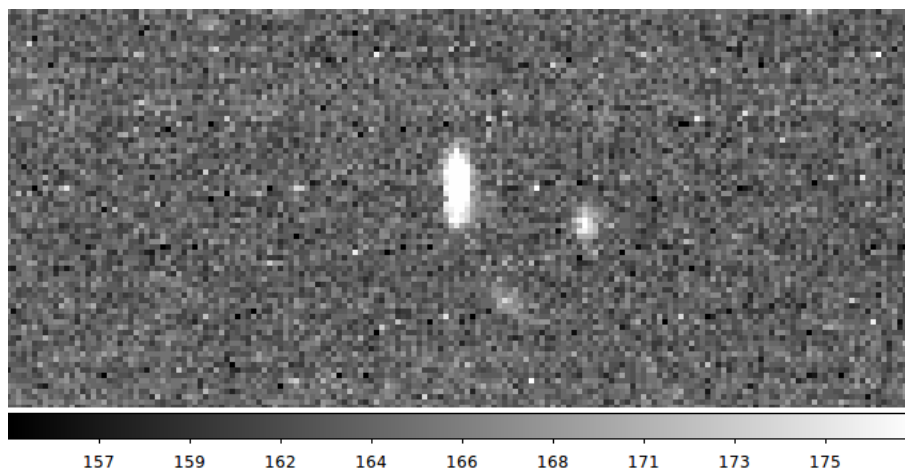
A.1 Tabela de informações das imagens reduzidas e utilizadas nesse trabalho

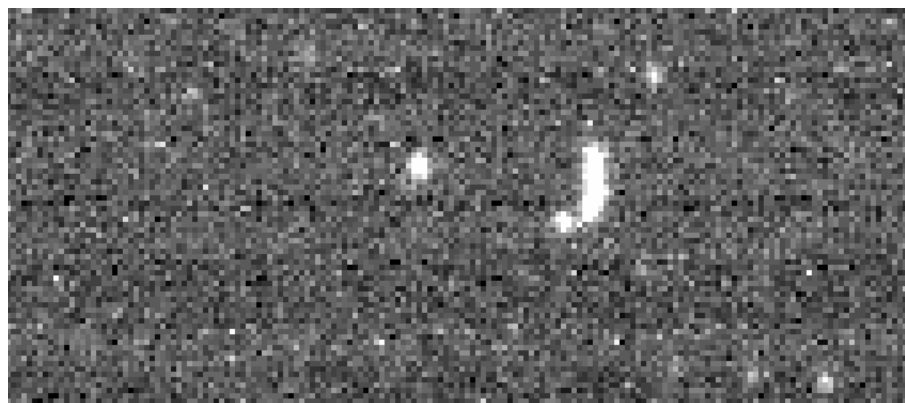
Aqui temos a lista das imagens selecionadas para esse trabalho. As informações apresentadas foram extraídas do cabeçalho das imagens com o PRAIA e do resultado das reduções das observações.

α (hh:mm:ss)	δ ($^{\circ}$ ')	E_{α}	E_{δ}	N $^{\circ}$ de estrelas no campo	E_X	E_Y	SEEING	E_x	E_y	seeing	traço	teta	mag	instante da observação (hh:mm:ss)	data de observação	data juliana	T_{exp} (s)	Imagem
18:21:26.5731	03:50:02.744	061	063	027	078	079	3.18	64	158	4.05	15.15	89.82	11.82	01:05:23.48	24/08/2012	2456163.54541069	0001	R220524296P.fits
18:21:30.6144	03:50:01.532	065	057	028	078	083	3.64	39	90	3.91	14.66	83.89	11.67	01:05:26.52	24/08/2012	2456163.54544578	0001	R220529843P.fits
18:21:49.2759	03:50:01.029	077	052	028	074	074	2.71	43	99	3.71	14.69	89.12	11.46	01:05:46.09	24/08/2012	2456163.54567237	0001	R220548390P.fits
18:22:03.4984	03:50:00.844	088	070	027	067	068	2.82	39	92	3.29	15.47	88.91	11.01	01:06:00.36	24/08/2012	2456163.54583749	0001	R220601156P.fits
18:22:07.9639	03:50:00.956	061	067	028	075	075	3.79	31	75	3.12	15.01	90.85	11.00	01:06:03.73	24/08/2012	2456163.54587655	0001	R220606062P.fits
18:22:22.2483	03:50:00.028	058	057	027	075	075	2.84	40	97	3.40	14.23	82.18	11.14	01:06:18.98	24/08/2012	2456163.54605306	0001	R220620796P.fits
18:22:26.7954	03:50:00.155	070	052	029	071	073	2.36	63	157	3.11	13.41	80.64	11.45	01:06:22.52	24/08/2012	2456163.54609392	0001	R220625843P.fits
18:22:45.4113	03:49:59.344	078	068	026	070	072	2.65	36	91	3.37	15.18	85.81	11.39	01:06:42.09	24/08/2012	2456163.54632052	0001	R220644421P.fits
18:22:59.7092	03:49:58.638	079	059	019	073	072	3.02	6	14	3.35	15.12	88.95	11.31	01:06:56.36	24/08/2012	2456163.54648564	0001	R220657156P.fits
18:23:03.8870	03:49:58.679	061	069	022	077	078	3.15	77	202	3.91	16.33	89.24	11.43	01:07:00.48	24/08/2012	2456163.54653338	0001	R220702812P.fits
18:23:22.3059	03:49:57.403	070	074	017	086	087	3.63	75	189	4.61	15.01	84.23	11.85	01:07:17.84	24/08/2012	2456163.54673429	0001	R220720156P.fits

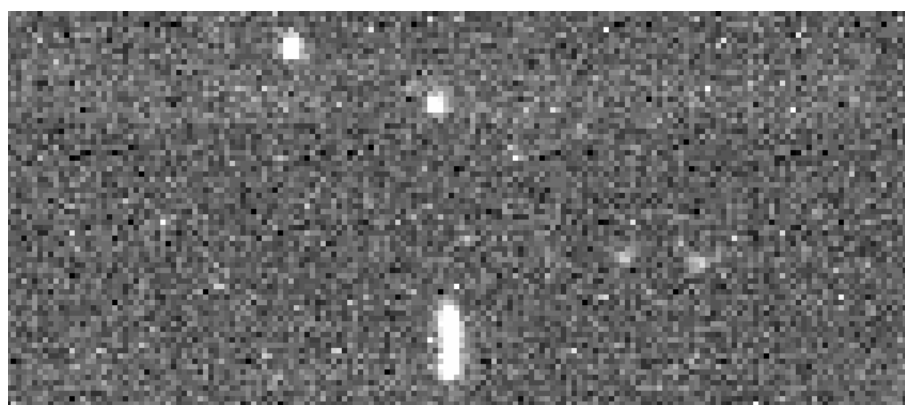
Tabela A.1 Lista das imagens utilizadas nesse trabalho. As ascensões retas (α) e declinações (δ) são topocêntricas em relação ao Observatório Abrahão de Moraes. As colunas E_{α} e E_{δ} representam, respectivamente, os erros em ascensão reta e declinação das reduções com o UCAC2. A coluna seguinte indica o número de estrelas identificadas pelo PRAIA para o respectivo campo. As colunas E_X e E_Y representam os erros dos centros (X,Y) das estelas indentificadas. A coluna SEEING representa o seeing das estrelas. As colunas E_x e E_y representam os erros de centro (x,y) para o traço ajustado com o PRAIA. A coluna seeing apresenta o seeing para o traço calculado pelo PRAIA de acordo com o modelo proposto. A coluna traço indica o comprimento do traço ajustado pelo PRAIA, em segundos de arco. A coluna teta mostra o ângulo de rotação do traço em relação ao eixo x do CCD no sentido anti-horário . A coluna mag indica a magnitude calculda para o traço, de acordo com o modelo apresentado nesse trabalho.

A.2 Amostra das imagens observadas e utilizadas nesse trabalho

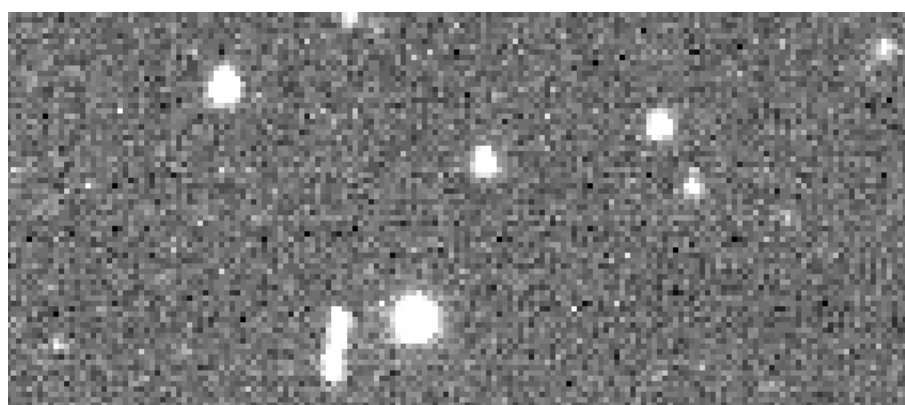




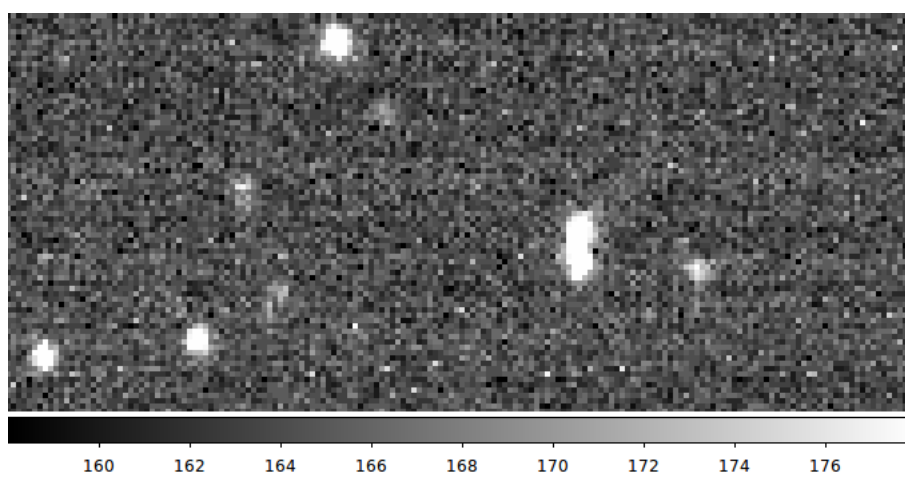
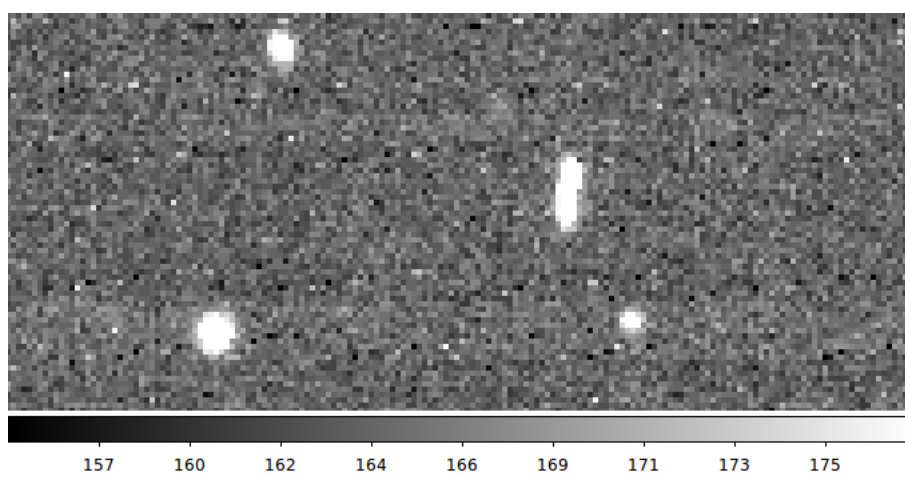
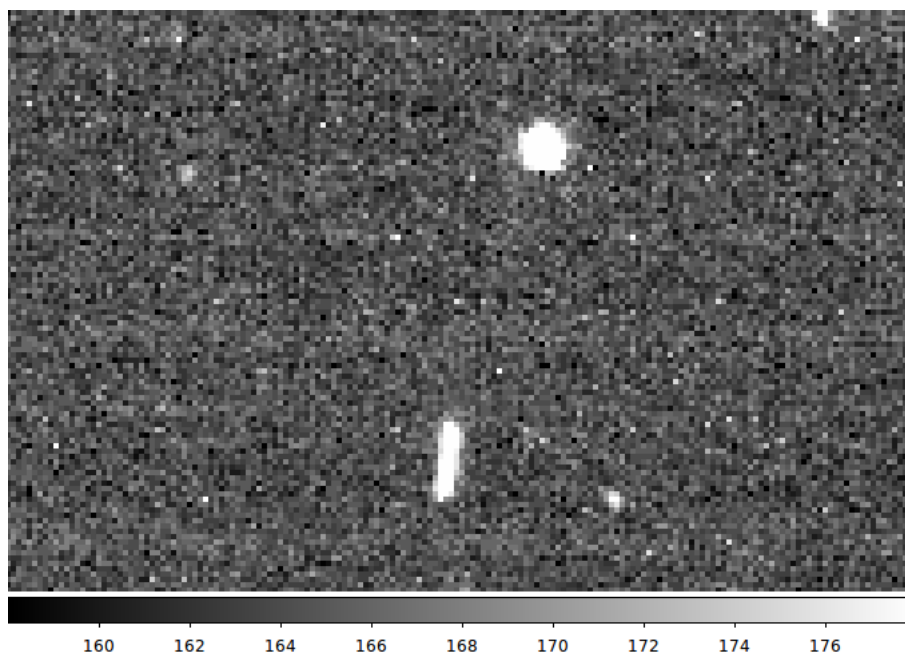
159 161 163 165 167 169 171 173 175



158 160 162 164 166 169 171 173 175



156 159 161 163 166 168 170 172 175



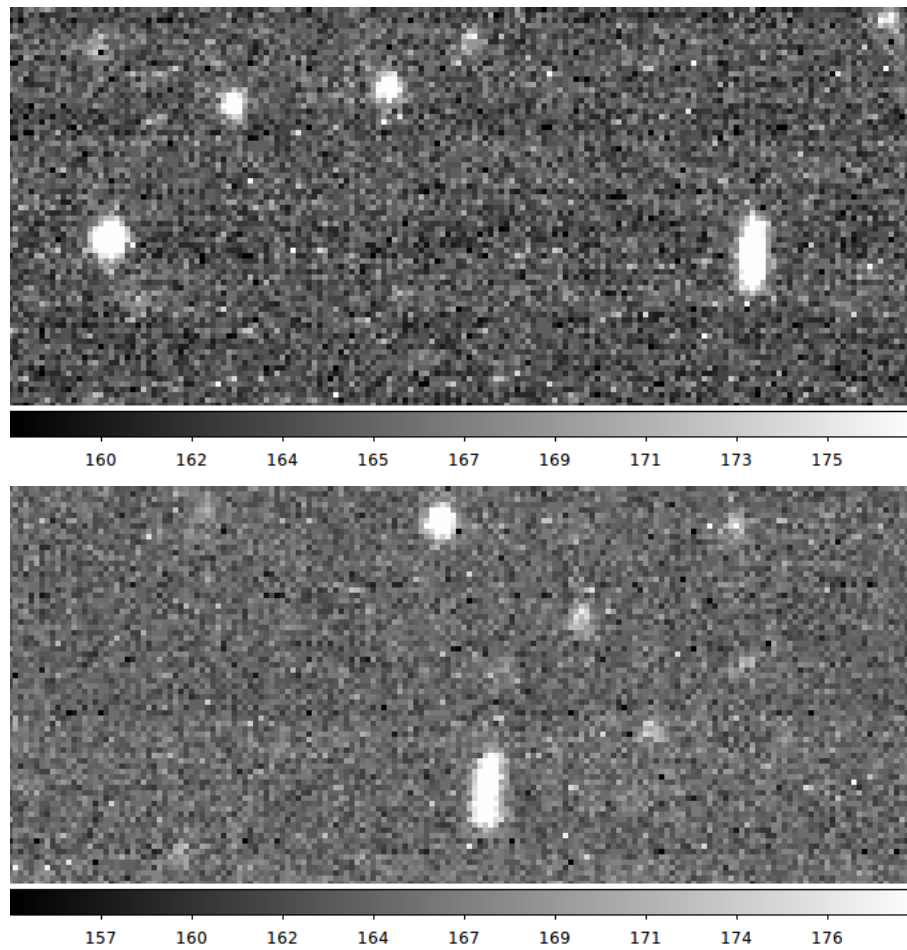


Figura A.1 Amostra das 11 imagens utilizadas nesse trabalho. Cada uma das imagens é parte do campo de observação original, com aproximadamente $3.5' \times 3.5'$. O satélite aparece na forma do traço em todas elas. O leste está na direção vertical para baixo, o norte na direção horizontal para direita. A escala de pixel é de $1.27''/\text{pixel}$. É possível ver algumas estrelas em cada uma das imagens. A ordem de apresentação de cima para baixo, segue a ordem cronológica das imagens

Referências Bibliográficas

- Clarke, Arthur C, Can Rocket Stations Give Worldwide Radio Coverage?, *Wireless World*, 1945
- Committee on Space Debris, *Orbital Debris: A Technical Assessment*, National Research Council, 1995, NATIONAL ACADEMY PRESS
- Shashi Kant Shrivastava, *Orbital Perturbations and Stationkeeping of Communication Satellites*, 1978, *J. Spacecraft* vol. 15 N° 2
- Flury, W., *Station-Keeping of a Geostationary Satellite*, *Eldo-Cecles/ Esro-Cers Scient. and Tech. Rev.* 5, 131-156, European Space Operations Centre (ESOC) , Darmstadt , Germany, 1973
- Ahmed Kamel, Donald Ekman and Richard Tinnitts, *East-west Stationkeeping requirements of nearly synchronous satellites due to Earth's triaxiality and luni-solar effects*, *Celestial Mechanics* 8, 1973
- Leclair, Raymond A. and Sridharan, Ramaswamy, *Probability of collision in the geostationary orbit*, *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 19 - 21 March 2001
- Klinkrad, H. *Monitoring Space - Efforts Made by European Countries*. Paper presented at the *International Colloquium on Europe and Space Debris*, sponsored by the *Académie National de l'Air et de l'Espace*, Toulouse, France (27-28 November 2002), online: *Federation of American Scientists*, <http://www.fas.org/spp/military/program/track/klinkrad.pdf>
- C. Abad, J. A. Docobo, V. Lanchares, J. F. Lahulla, P. Abelleira, J. Blanco, and C. Alvarez, *Reduction of CCD observations of visual binaries using the "Tepui" function as PSFA&A*, 2004
- Montejo, F.J., Moratalla, T. L., C. Abad and J. L. Muiños, *Astrometric Reduction of Geostationary Satellites Optical Observations for Orbit Determination (PASAGE)*, *RevMexAA*, 34, 45-48, 2008
- Kouprianov, *Distinguishing Features of CCD Astrometry of Faint GEO Objects*, *Advances in Space Research*, 41, 1029-1038, 2008

- Assafin, M., PRAIA: Plataforma para redução automática de imagens astronômicas, Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira, v. 26, p. 189, 2006.
- Assafin, M., Vieira Martins and R. and Andrei, A. H. A Method to Improve Guide Star Catalogue Positions with Astrometric Catalogues, The Astronomical Journal, 1451, Vol,113, 1997
- Vallado, David A., Fundamentals of Astrodynamics and Applications, Space Technology Library, Second Edition, 2004
- Stone, Ronaldo C., A Comparison of Digital Centering Algorithms, The Astronomical Journal, Vol 87, 1227-1237, 1989
- Benvington, P.R, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, McGraw-Hill Science, 1969
- Tody, D., IRAF in the Nineties, in Astronomical Data Analysis Software and Systems II, ASP Conf. Ser., Vol. 52, 173, 1993
- Space Telescope Science Institute, http://www.stsci.edu/institute/software_hardware/stsdas , Johns Hopkins University and operated by the Association of Universities for Research in Astronomy (AURA) for NASA
- IAU SOFA Board, IAU SOFA Software Collection, <http://www.iausofa.org/>
- Veres, P., Jedicke, R., Denneau, L., Wainscoat, R., Holman, M. J. and Lin, Hsing-Wen, Improved Asteroid Astrometry and Photometry with Trail Fitting, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Vol. 124, No. 921 (November 2012), pp. 1197-1207