



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
**OBSERVATÓRIO DO VALONGO**

**Anisotropia de raios cósmicos de energias ultra-altas  
com exposição completa do céu medida pelos  
Observatórios Pierre Auger e Telescope Array**

**Mateus César Fernandes**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia do Observatório do Valongo da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Astronomia.

**Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto**

**Coorientador: Rogério Menezes de Almeida**

**Rio de Janeiro**

**Abril de 2014**

# Resumo

## **Anisotropia de raios cósmicos de energias ultra-altas com exposição completa do céu medida pelos Observatórios Pierre Auger e Telescope Array**

**Mateus César Fernandes**

**Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto**

**Coorientador: Rogério Menezes de Almeida**

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia do Observatório do Valongo da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Astronomia.

A distribuição em larga escala das direções de chegada dos raios cósmicos de ultra-alta energia é uma medida essencial na astrofísica de partículas. Esta distribuição pode ser caracterizada pela expansão em harmônicos esféricos do fluxo das direções de chegada dessas partículas. Se o céu todo é utilizado, torna-se possível obter uma medida inequívoca dos coeficientes dessa expansão. Através da análise conjunta dos dados do Observatório Pierre Auger (no hemisfério sul) e o Telescope Array (no hemisfério norte), uma cobertura completa do céu pode ser alcançada.

Em uma primeira etapa desse trabalho, desconsiderando as incertezas entre as duas exposições relativas aos dois experimentos, mostramos que esta junção de fato proporciona uma melhor eficiência na detecção de um dipolo quando comparada ao cenário em que se utiliza apenas um único experimento (Observatório Pierre Auger). Desse modo, em um procedimento mais preciso, esta junção pode ser feita por meio da combinação das

exposições de ambos os experimentos com o uso de um fator empírico que leva em conta suas incertezas relativas, tanto nas exposições quanto na energia. Utilizando simulações de Monte Carlo, mostramos como podemos obter esse fator empírico e como podemos determinar os parâmetros que descrevem qualquer anisotropia na direção de chegada do fluxo de raios cósmicos. Assim, através do conjunto de dados do Observatório Pierre Auger e do Telescope Array, apresentamos as amplitudes do vetor de dipolo e do tensor de quadrupolo, bem como suas direções em declinação e ascensão reta.

**Palavras-chave:** Raios cósmicos de ultra-alta energia, astrofísica, anisotropia.

# Abstract

## Title of the Thesis

Mateus César Fernandes

**Orientador: João Ramos Torres de Mello Neto**

**Coorientador: Rogério Menezes de Almeida**

*Abstract* da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia do Observatório do Valongo da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Astronomia.

The large scale distribution of the arrival direction of high energy cosmic rays is an essential measurement in particle astrophysics. This distribution can be characterized by expanding the flux in a basis of spherical harmonics. If the whole sky is used, an unambiguous measurement can be done. With a joint analysis of the data of the Pierre Auger Observatory (in the southern hemisphere) and the Telescope Array (in the northern hemisphere), a full-sky coverage can be attained.

In a first step, disregarding the uncertainties between both exposures, we showed that this junction in fact provides a better efficiency in detecting a dipole instead of using only a single experiment (Pierre Auger Observatory). Then, in a more accurate procedure, this junction will be done by combining the exposures in both experiments with the usage of an empirical factor that takes into account the relative uncertainties in the exposures as well as the uncertainties in the energy. Using Monte Carlo simulations, we showed how we can obtain this empirical factor and how we can determine the parameters that will describe any anisotropy in the arrival direction of the cosmic ray flux. So, using the

joint data set of the Pierre Auger Observatory and Telescope Array, a measurement of the dipole vector and quadrupole tensor is presented as well as their directions in declination and right ascension.

**Keywords:** Ultra-high energy cosmic rays, astrophysics, anisotropy.

## Agradecimentos

São muitas as pessoas que mereciam ter seus nomes de alguma forma mencionados aqui, devido a sua importância, direta ou indiretamente, na conclusão deste trabalho. Mas, como isso talvez não seja possível, antecipo meus pedidos de desculpas.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus orientadores João Torres e Rogério Almeida, duas pessoas que participaram inteiramente desde o primeiro ao último minuto do meu mestrado, fornecendo todo o apoio e ajuda possíveis, inclusive nos momentos mais difíceis. Muito obrigado pela animação em conduzir os trabalhos, além da forma exemplar de tratar a todos de maneira horizontal e humilde, com muita maturidade e inteligência. Além das discussões científicas de alto nível, todas essas virtudes me fizeram aprender muito com vocês.

Aos meus familiares, em especial à minha mãe, Vilma, uma pessoa especial em minha vida sem a qual eu teria desistido há muito tempo.

À minha namorada, Dayane, a quem agradeço enormemente pelo apoio e companheirismo, inclusive me ajudando a revisar esse trabalho incansáveis vezes, tarefa que se tornou menos árdua em sua adorável companhia.

A todos os meus colegas de grupo do Instituto de Física, em especial ao Rafael, quem me ajudou por diversas vezes a resolver os mais variados problemas nos nossos programas, fazendo as coisas compilarem. Sua ajuda foi fundamental.

A todos os meus amigos do Observatório do Valongo, pelas diversas conversas enriquecedoras sobre quaisquer assuntos aleatórios e que me serviram de grande inspiração dentro da misteriosa sala Celostato. Ao Hélio Perottoni, pela grande parceria de estudos e saídas,

além das profundas discussões sobre a vida. Ao Felipe Nogueira, grande amigo que me acompanhou na trajetória ao longo de todo mestrado. A todos vocês, muito obrigado.

Aos funcionários e professores do Observatório do Valongo, pela excelência no trabalho e destacada competência, além de fazerem do instituto um lugar extremamente agradável e receptivo.

Ao meu grande amigo Jackes, que me acompanha desde o início da graduação, cuja amizade tem sido fundamental ao longo de todos esses anos, inclusive na ajuda mútua pela sobrevivência no Rio de Janeiro. Valeu, Jackes!

À minha família carioca, em especial à Maria Clara e Laura, que me acolheram e proporcionaram, nesses dois anos de boa convivência, histórias para a vida toda. A amizade de vocês é muito valiosa!

Por fim, agradeço à classe trabalhadora brasileira, que embora sua maior parte, infelizmente, não possa ter acesso ao ensino superior público, principalmente a nível de pós-graduação, é por meio do fruto do seu trabalho que se torna possível manter a pesquisa científica nacional, através de recursos financeiros gerenciados, por exemplo, pela CAPES, agência de fomento que possibilitou o financiamento deste trabalho.

# Sumário

<b>Sumário</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Astrofísica de Raios Cósmicos</b>	<b>5</b>
2.1 Espectro de Energia . . . . .	5
2.2 Composição . . . . .	7
2.3 Propagação . . . . .	11
2.3.1 O Efeito GZK . . . . .	11
2.3.2 Influência dos campos magnéticos galácticos e extragalácticos . . .	13
2.4 Anisotropia . . . . .	15
<b>3 O Observatório Pierre Auger</b>	<b>24</b>
3.1 Detector de Superfície . . . . .	26
3.1.1 Calibração e Monitoramento do SD . . . . .	27
3.1.2 Seleção dos Eventos . . . . .	28
3.1.3 Reconstrução do Chuveiro . . . . .	30
3.2 Detector de Fluorescência . . . . .	31
3.2.1 Calibração e Monitoramento . . . . .	32

3.2.2	Seleção dos Eventos . . . . .	34
3.2.3	Reconstrução do Chuveiro . . . . .	35
3.3	Reconstrução Híbrida . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Telescope Array</b>	<b>38</b>
4.1	Detector de Superfície . . . . .	38
4.2	Detector de Fluorescência . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Harmônicos Esféricos e Multipolos</b>	<b>43</b>
5.1	Harmônicos Esféricos . . . . .	43
5.2	Padrões Anisotrópicos . . . . .	46
5.2.1	Anisotropia Dipolar . . . . .	46
5.2.2	Anisotropia Quadrupolar . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Busca por anisotropias em larga escala por meio da análise conjunta dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array</b>	<b>50</b>
6.1	Teste de Hipótese e Poder de Detecção . . . . .	53
6.2	Método Iterativo . . . . .	57
6.2.1	Reconstrução dos coeficientes $a_{lm}$ . . . . .	61
6.2.2	Determinação do Poder de Detecção . . . . .	62
6.3	Análise dos Dados . . . . .	65
6.4	Teste de consistência dos dados . . . . .	69
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>75</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>77</b>
<b>A</b>	<b>Coefficientes de expansão para uma cobertura parcial do céu</b>	<b>84</b>
A.0.1	Matriz $[K]_{lm}^{l'm'}$ . . . . .	85
A.0.2	Matriz $[K]$ para $m=0$ . . . . .	85

A.0.3	Matriz $[K]$ para $m=1$ e $m=-1$ . . . . .	86
-------	--	----

# Lista de Figuras

- 2.1 Espectro de energia de raios cósmicos como resultado de uma compilação feita por J. W. Cronin, T. K. Gaisser e S. P. Swordy [8]. Figura retirada de [6]. . . . . 6
- 2.2 Acima: fluxo diferencial  $J$  medido em função da energia. Os números sobre os pontos representam a quantidade de eventos utilizados para obtê-los. Abaixo: diferença fracionária entre o Observatório Pierre Auger e o HIRES I, comparado a um índice espectral de 2,69. Figura retirada de [11]. 8
- 2.3 Acima: Evolução de  $\langle X_{max} \rangle$  como função da energia. Abaixo: Evolução de  $\sigma_{max}$  como função da energia. Os gráficos também mostram o esperado para diferentes modelos hadrônicos. Figura extraída de [45]. . . . . 10
- 2.4 Energia média de prótons que se propagam em meio à RCF como função da distância percorrida. As três curvas se distinguem pela diferença da energia inicial do próton, sendo elas de  $10^2, 10^3$  e  $10^4$  EeV. Figura extraída de [7]. . . . . 12
- 2.5 Mapa das deflexões sofridas por prótons detectados na Terra com energia de  $4 \times 10^{19}$  eV devido aos campos magnéticos extragalácticos de toda a estrutura do universo a distâncias de até 107 Mpc. Na imagem podemos identificar a posição de alguns aglomerados. Figura extraída de [16]. . . . 14

- 2.6 Mapa de significância das anisotropias encontradas na direção do centro galáctico pelo experimento AGASA. A significância calculada em cada *bin* é dada pela expressão  $(N_{obs} - N_{exp})/(N_{exp})$ , sendo  $N_{obs}$  o número de eventos observados dentro do *bin* e  $N_{exp}$  o número esperado. A linha preta ilustra a posição do plano galáctico. Figura retirada de [20] . . . . . 16
- 2.7 Figura da esquerda: distribuição das significâncias de Li-Ma para a faixa de energia  $0,1 \leq E \leq 1$  EeV. Figura da direita: distribuição das significâncias de Li-Ma para a faixa de energia  $1 \leq E \leq 10$  EeV. Em ambas as imagens, obtidas pelo Observatório Pierre Auger, os pontos representam os resultados obtidos através dos dados, e a linha vermelha representa a distribuição gaussiana esperada no caso de isotropia. Figura obtida a partir da referência [27] . . . . . 17
- 2.8 Mapa em coordenadas galáticas (projeção Aitoff) com as posições dos AGN dentro da esfera de raio 75 Mpc, marcadas por estrelas. Os círculos de  $3,1^\circ$  cada estão centrados nas direções dos 27 eventos com energia superior a 57 EeV detectados pelo Observatório Pierre Auger. Imagem extraída da referência [28] . . . . . 19
- 2.9 Limites superiores da amplitude de dipolo em função da energia. Também são mostrados valores comparativos obtidos pelos experimentos EAS-TOP, AGASA, KASCADE e KASCADE-Grande. São mostradas ainda previsões para até 1 EeV para diferentes modelos de campo magnético (A e S), além da previsão para eventos puramente galácticos (Gal), e o esperado levando-se em conta o efeito *Compton-Getting* para uma componente extragaláctica isotrópica no referencial de repouso da RCF (C-GxGal). Figura retirada da referência [24] . . . . . 20

2.10	Reconstrução da amplitude do dipolo em função da energia. As linhas pontilhadas representam os limites superiores para as amplitudes resultantes de simulações isotrópicas com um índice de confiança de 99%. Figura retirada da referência [22]. . . . .	23
3.1	Mapa ilustrando a disposição dos detectores de radiação Cherenkov (pontos azuis) e das quatro estações de fluorescência (traços em roxo) que circundam o SD. Figura adaptada de [23] . . . . .	25
3.2	Tanque de detecção de superfície e seus constituintes. Figura adaptada de [53] . . . . .	27
3.3	Frente do chuveiro aproximada para um plano. Figura extraída de [46] . . .	31
3.4	Esquema representativo de um telescópio de fluorescência e seus constituintes. Figura adaptada de [53]. . . . .	32
3.5	Exemplos de 5 configurações possíveis formadas por 5 PMTs que são aceitas pelo gatilho SLT. Figura extraída de [47] . . . . .	35
3.6	Esquema representativo dos parâmetros da reconstrução do chuveiro. Figura extraída de [48]. . . . .	36
4.1	Ilustração do Experimento Telescope Array. As caixas pretas vazadas representam os detectores que compõem o SD, os quadrados pretos e as flechas tracejadas, os detectores de fluorescência e os limites do seu campo de visão, respectivamente. Os triângulos mostram as estações de comunicação. Figura retirada de [56]. . . . .	39

4.2	Acima: esquema ilustrativo do detector de superfície do Telescope Array e seus constituintes: 1-antena de comunicação wireless; 2- receptor GPS; 3-bateria e caixa eletrônica; 4-painel solar; 5-cobertura de ferro; 6-suporte metálico. Abaixo: Fotografia do detector com ilustração ampliada da parte de acrílico coberta pela lâmina de metal e da conexão dos cabos de fibra óptica com as fotomultiplicadoras. Figura adaptada de [55]. . . . .	40
4.3	Acima: espelhos que compõem os detectores do FD: (a) <i>Black Rock Mesa</i> ou <i>Long Ridge</i> , (b) <i>Middle Drum</i> . Abaixo esquema ilustrativo da reconstrução da direção do chuveiro feita por estes telescópios. Figuras adaptadas de [55].	42
5.1	Alguns harmônicos esféricos para diferentes combinações de $l$ e $m$ . A parte real da função está representada pelas cores vermelho e azul, e a parte imaginária pelas cores amarelo e verde. Figura extraída da referência [61]. . . . .	46
6.1	Mapa de exposição em coordenadas equatoriais do Observatório Pierre Auger.	51
6.2	Mapa de exposição em coordenadas equatoriais do Telescope Array. . . . .	51
6.3	Mapa de exposição em coordenadas equatoriais das exposições dos Observatórios Pierre Auger e Telescope Array somadas, obedecendo uma razão 5:1. . . . .	53
6.4	Esquema ilustrativo representando os erros do tipo I e II no contexto desse estudo, em que a hipótese nula $H_{iso}$ , pode ser uma medida do espectro angular de potência proveniente de simulações isotrópicas $C_l^{iso}$ . . . . .	55
6.5	Poder de detecção em função do ângulo de declinação do dipolo. As linhas pontilhadas representam ambos os experimentos, e a linha sólida apenas o Pierre Auger. As amplitudes de dipolo são de 1%, 5% e 10%, representadas pelas cores preto, vermelho e azul, respectivamente. . . . .	56
6.6	Exposições direcionais dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array, com $b = 1$ , em função da declinação. . . . .	59

6.7	Reconstrução dos coeficientes $a_{1,0}$ e $a_{2,0}$ para o caso de uma distribuição isotrópica de eventos. . . . .	63
6.8	Reconstrução dos coeficientes $a_{1,0}$ e $a_{2,0}$ para o caso de uma distribuição isotrópica de eventos. . . . .	64
6.9	Poder de detecção de um dipolo em função de três diferentes ângulos de declinação, $0^\circ$ , $30^\circ$ e $60^\circ$ , representados pelas cores azul, vermelho e verde, respectivamente. . . . .	65
6.10	Reconstrução da amplitude de dipolo (superior à esquerda), declinação do dipolo (superior à direita) e ascensão reta do dipolo (abaixo) através de 1000 simulações de Monte Carlo, onde pode-se obter o RMS das distribuições e determinar os erros nas reconstruções desses parâmetros. . . . .	67
6.11	Amplitudes medidas para o vetor de dipolo (esquerda) e para o tensor de quadrupolo (direita), ambas com as respectivas distribuições esperadas para flutuações estatísticas provenientes da isotropia. Figura adaptada de [5]. . . . .	68
6.12	Acima: mapa do céu em coordenadas galáticas em unidades $\text{km}^{-2} \text{ano}^{-1}$ , com a expansão multipolar truncada em $l=4$ . Abaixo: Mapa em coordenadas galáticas da significância de Li-Ma, suavizado em 15 graus. Ambos os mapas foram construídos utilizando-se a projeção Mollweide. . . . .	70
6.13	Distribuição das significâncias de Li-Ma. A linha pontilhada vermelha representa o comportamento esperado para o caso de isotropia. . . . .	71
6.14	Fator b calculado para cada janela de RA através de simulações de Monte Carlo. As barras de erro foram obtidas através do desvio padrão das distribuições. . . . .	73
6.15	Histograma contendo os valores esperados do fator b ao se utilizar toda a banda de superposição em declinação. . . . .	73

6.16 Cálculo do fator $b$ em função das diferentes janelas de RA utilizando os dados do Observatório Pierre Auger e Telescope Array. . . . .	74
--	----

# Lista de Tabelas

2.1	Diferentes valores assumidos pelo índice espectral $\lambda$ em função da energia.	6
5.1	Alguns valores de $Y_{lm}(\theta, \phi)$ para diferentes valores de $l$ e $m$ .	45
6.1	Amplitudes e ângulos do vetor de dipolo e tensor de quadrupolo obtidos neste trabalho.	67



# Capítulo 1

## Introdução

Em 1912, o físico austríaco Victor Franz Hess percebeu que havia um intenso fluxo de radiação ionizante e altamente penetrante oriunda do espaço [1], a qual mais tarde foi batizada de “raios cósmicos” pelo físico estadunidense Robert Millikan. Nesta época, em que ainda não existiam os grandes aceleradores de partículas, as colisões de raios cósmicos com a atmosfera faziam desta palco natural para o desenvolvimento da física de altas energias, o que possibilitou um maior entendimento da estrutura da matéria, levando a descoberta de partículas como o pósitron em 1932, o múon em 1936 e o píon em 1947. A participação do físico brasileiro César Lattes foi fundamental nesta descoberta.

Um grande acontecimento favorável à física de raios cósmicos se deu em 1938, quando o físico francês Pierre Auger detectou pela primeira vez um chuva extensa, por meio da medida da coincidência temporal entre contadores de partículas localizados em diferentes lugares [2]. Auger notou que os sinais detectados pelos diferentes contadores haviam sido provocados por uma cascata de partículas proveniente da interação de um único raio cósmico com a atmosfera. Com isso, sucederam-se diversos experimentos destinados a detectar raios cósmicos por meio desses chuvas de partículas gerados por eles.

Foi no início dos anos 60, no estado do Novo México, nos EUA, que o primeiro raio cósmico de ultra-alta energia foi detectado [3], cuja energia estimada foi de  $10^{20}$  eV. Um raio cósmico de ultra-alta energia UHECR (acrônimo de *Ultra High Energy Cosmic Ray*) é comumente considerado quando possui energia superior a  $10^{18}$  eV (que também pode

ser escrito como EeV).

Na escala de energia dos UHECRs, quanto maior a energia, maior é a extensão do chuveiro gerado pelo raio cósmico primário (cujo tamanho também depende do ângulo de inclinação de chegada do chuveiro, pois quanto mais inclinado, maior o caminho percorrido até o solo, o que implica num chuveiro mais extenso). O fluxo dessas partículas é bastante pequeno quando comparado ao fluxo de raios cósmicos com energias menores. Para se ter uma ideia, o fluxo esperado para energias superiores a  $10^{20}$  eV é de 1 partícula por  $\text{km}^2$  por século.

Passado mais de meio século da descoberta dos UHECRs, questões fundamentais acerca de sua natureza permanecem em aberto. Além da dificuldade experimental em detectá-los, modelos atuais não conseguem explicar bem quais os mecanismos astrofísicos são capazes de fornecer energias tão altas a essas partículas. Nem mesmo os aceleradores de partículas mais poderosos da Terra são capazes de atingir energias tão elevadas em suas colisões.

Além do mecanismo responsável por sua aceleração, as fontes desses raios cósmicos bem como sua composição, são questões para as quais ainda não temos respostas definitivas. No entanto, uma possível supressão do fluxo de partículas é esperada para energias  $\sim 10^{20}$  eV, devido ao fenômeno conhecido como corte de GZK (que será discutido com mais detalhes na seção 2.3.1), o que implica que os raios cósmicos primários nessa faixa de energia estão limitados a fontes cuja distância é inferior a  $\sim 200$  Mpc.

Considerando que a matéria no universo próximo é distribuída de forma não homogênea, espera-se desvios significativos em relação à isotropia por parte das direções de chegada dessas partículas tão energéticas. Aliado a isso, soma-se o fato de que a energias tão extremas, tais partículas estão menos suscetíveis às deflexões geradas pelos campos magnéticos galácticos e extragalácticos (ver seção 2.3.2).

Neste trabalho, o objetivo principal é estudar a anisotropia das direções de chegada dos UHECRs detectados pelo Observatório Pierre Auger e Telescope Array, em um trabalho

inédito de unir estes dois experimentos a fim de aumentar significativamente a estatística de eventos, e obter uma exposição completa da esfera celeste. Estes dois fatores combinados podem melhorar muito nossa eficiência na detecção de uma suposta anisotropia no fluxo dos eventos.

No segundo capítulo serão abordados alguns aspectos astrofísicos dos raios cósmicos, principalmente os UHECRs. Serão discutidas algumas questões fundamentais como a natureza do espectro, a sua composição, a propagação dessas partículas em meio aos campos magnéticos galácticos e extragalácticos, além das perdas de energia ao longo de sua trajetória, inclusive devido ao efeito GZK. Por fim, serão discutidas as anisotropias de pequena e larga escala, além de resultados experimentais importantes a respeito do estudo de anisotropia realizado por alguns experimentos no mundo.

No terceiro e quarto capítulos discutiremos, respectivamente, os observatórios Pierre Auger e Telescope Array, onde serão descritas as técnicas de detecção utilizada por esses dois experimentos bem como alguns aspectos físicos por trás delas. Para o primeiro, porém, serão tratados com mais detalhes alguns pontos importantes a respeito da calibração, monitoramento e seleção de eventos, além do processo de detecção híbrida.

No quinto capítulo será abordada a principal ferramenta matemática utilizada nesse trabalho, os harmônicos esféricos. Seus coeficientes de expansão nos fornecem informações a respeito de possíveis desvios da isotropia no fluxo de raios cósmicos. Deduziremos, então, a obtenção desses coeficientes, e, em seguida, serão discutidos os padrões dipolares e quadrupolares de anisotropia, e como podemos obter os parâmetros necessários para mensurá-los, que podem ser obtidos através dos coeficientes da expansão em harmônicos esféricos.

O sexto capítulo é a principal parte deste trabalho. De início, em um estudo preliminar apresentado como motivação, iremos comparar o poder de detecção de um dipolo para o caso dos dois experimentos combinados, Observatório Pierre Auger e Telescope Array, em relação ao caso em que temos somente o Observatório Pierre Auger. Ainda nesta

seção mostramos os mapas de exposição de cada observatório separadamente bem como o mapa proveniente de sua junção. Em seguida, calculamos os coeficientes de expansão do fluxo das direções de chegada dos raios cósmicos levando em consideração as incertezas relativas nas exposições e nas escalas de energia dos dois experimentos, por meio de um fator empírico obtido através de um método iterativo.

Além de desenvolvermos o método e testá-lo por meio de simulações de Monte Carlo, calculamos os principais coeficientes da expansão a partir dos últimos dados obtidos pelo Observatório Pierre Auger e Telescope Array. Isso nos permite reconstruir os parâmetros necessários para a reconstrução do vetor de dipolo bem como o tensor de quadrupolo, como a amplitude, ascensão reta e declinação. Este estudo, corroborado por outros trabalhos de pesquisadores das colaborações Pierre Auger e Telescope Array, deram origem a um artigo que se encontra em fase final de publicação [5]. Além disso, os resultados aqui descritos podem ser também encontrados no artigo interno que publicamos na colaboração Pierre Auger [4]. Ainda neste capítulo, nós verificamos através de um teste de consistência da análise, possíveis erros sistemáticos em ascensão reta por meio de uma técnica desenvolvida neste trabalho, em que a região de superposição das exposições dos experimentos é subdividida em regiões menores e comparadas entre si.

No apêndice A é mostrado o cálculo da Matriz  $K$ , e como podemos obter os coeficientes reais da expansão utilizando-a. Este procedimento é essencial para se estudar anisotropias nas direções de chegada dos raios cósmicos, porém no caso em que se tem apenas uma cobertura parcial do céu, que por sinal é o cenário usual neste tipo de estudo.

Por fim a dissertação é encerrada com um sumário geral dos resultados obtidos e algumas considerações finais.

## Capítulo 2

# Astrofísica de Raios Cósmiticos

### 2.1 Espectro de Energia

Existem diversos experimentos ao redor do mundo responsáveis pela detecção de raios cósmiticos, nas mais variadas faixas de energia. A combinação dos dados desses experimentos ao longo de décadas mostrou que o espectro de energia obedece a uma lei de potência. Essa relação se mantém por mais de 30 ordens de grandeza em fluxo (número de partículas por unidade de área, por ângulo sólido, por unidade de tempo), e 10 ordens de grandeza em energia (figura 2.1).

Ao analisarmos a figura 2.1, podemos ver claramente que para energias acima de  $10^{10}$  eV o fluxo de raios cósmiticos  $\Phi_{rc}$  pode ser escrito em função da energia  $E$  como:

$$\Phi_{rc} \propto E^{-\lambda} \quad (2.1)$$

No entanto o índice espectral  $\lambda$  não permanece constante, assumindo diferentes valores para diferentes regiões de energia, como mostrado na tabela 2.1.

Existem dois pontos de quebra no espectro que são de especial interesse. O primeiro em  $\sim 4 \times 10^{15}$  eV, conhecido como “joelho” (*knee*) em que se acredita ser a região onde ocorre uma transição na composição das partículas que dominam o espectro, de prótons para

Tabela 2.1: Diferentes valores assumidos pelo índice espectral  $\lambda$  em função da energia.

$\lambda$	Energia
2,6	$\sim 4 \times 10^{15}$ eV [9]
3,0	$\sim 4 \times 10^{15}$ eV e $\sim 6 \times 10^{17}$ eV [9]
3,3	$\sim 6 \times 10^{17}$ eV e $\sim 4$ EeV [10]
2,69	4 EeV até 40 EeV [11]

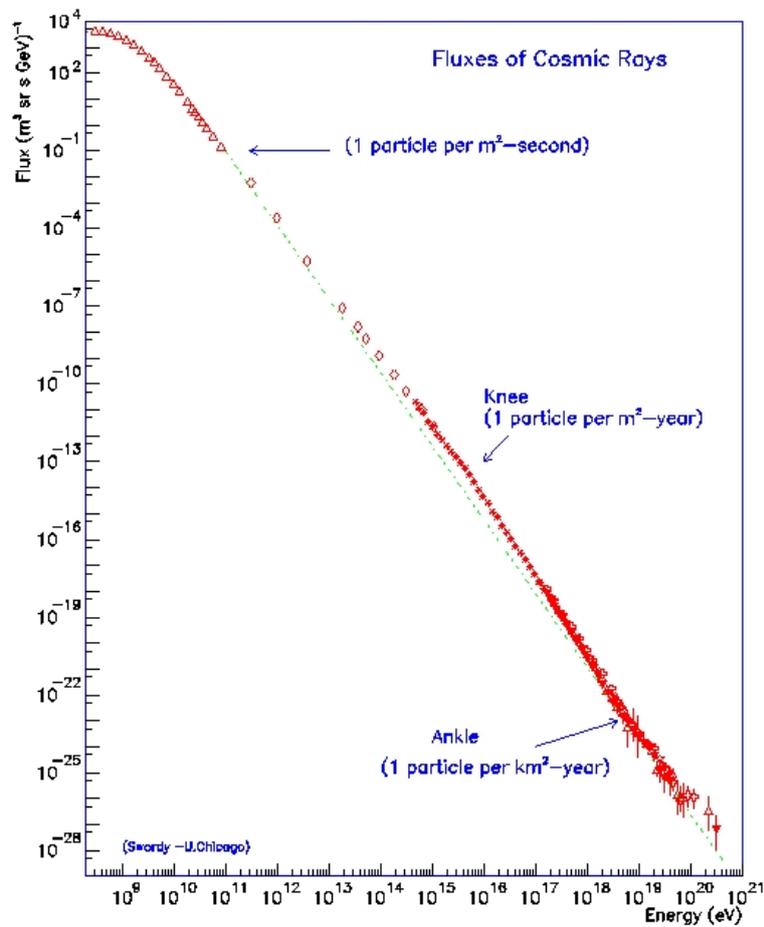


Figura 2.1: Espectro de energia de raios cósmicos como resultado de uma compilação feita por J. W. Cronin, T. K. Gaisser e S. P. Swordy [8]. Figura retirada de [6].

elementos mais pesados. Uma possível explicação para essa região é a de que os prótons produzidos nessa ordem de energia dentro da Via Láctea escapam mais facilmente do que núcleos mais pesados, que por sua vez passam a dominar o espectro.

O segundo ponto está em  $\sim 4 \times 10^{18}$  eV, conhecido como “tornozelo” (*ankle*) do espectro. Ainda que na literatura não seja consensual, atribui-se à essa região o ponto que marca a transição de uma predominância de eventos galácticos para extragalácticos, em um cenário em que a componente extragaláctica dominaria por completo o espectro para energias superiores a  $10^{19}$  eV.

Como dito anteriormente, essa interpretação não é única, como por exemplo em [12], onde admite-se núcleos e prótons como integrantes da componente extragaláctica, sendo um modelo em que o tornozelo consiste no final da transição entre o domínio da componente galáctica para a extragaláctica. Além disso, existem outros modelos que sugerem que a transição ocorre em outras regiões de menores energias, como no segundo joelho, por exemplo, em  $6 \times 10^{17}$  eV. Nessa interpretação a região do tornozelo seria a consequência da interação dos prótons com a radiação cósmica de fundo via produção de pares.

Em 2008, a colaboração Pierre Auger mostrou que o espectro medido pelo experimento apresenta uma supressão no fluxo acima de  $5 \times 10^{19}$  eV (figura 2.2), cuja significância estatística é de cerca de 6 desvios-padrões. A energia a partir da qual se observa a supressão é compatível com a aquela do chamado corte de GZK [11], produzido pela degradação em energia de prótons e núcleos mais pesados ao interagirem com o banho térmico de fótons produzidos no Big Bang que preenche todo o universo, seção 2.3.1. A existência do corte representou por muito tempo uma das maiores controvérsias nesta área e foi a motivação principal por trás da construção do Auger.

## 2.2 Composição

É de extrema relevância saber quais partículas compõem os raios cósmicos ultra-energéticos, uma vez que a natureza dessas partículas está intimamente relacionada com

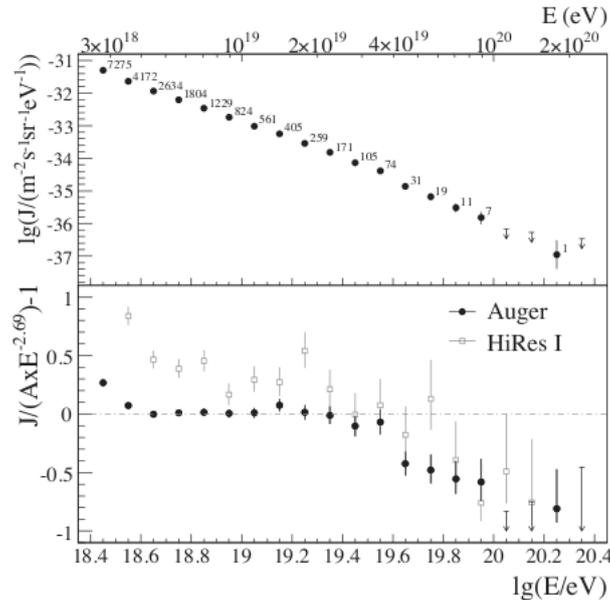


Figura 2.2: Acima: fluxo diferencial  $J$  medido em função da energia. Os números sobre os pontos representam a quantidade de eventos utilizados para obtê-los. Abaixo: diferença fracionária entre o Observatório Pierre Auger e o HIRES I, comparado a um índice espectral de 2,69. Figura retirada de [11].

os mecanismos envolvidos em sua produção e propagação. O estudo destas também pode nos oferecer respostas sobre o porquê da existência das quebras no índice espectral vistos na figura 2.1. Como foi discutido na seção 2.1 uma possível interpretação para a região do tornozelo depende da composição do espectro nessa faixa de energia, uma vez que esperamos que a componente galáctica seja composta majoritariamente por núcleos e a extragaláctica por prótons.

A energias mais baixas ( $\leq 10^{15}$  eV), pode-se detectar diretamente os raios cósmicos por meio de satélites ou outros instrumentos antes que essas partículas interajam com a atmosfera terrestre, uma vez que o seu fluxo é relativamente alto, permitindo identificar se a partícula é um  $\gamma$ ,  $e^\pm$ , próton ou até mesmo um núcleo atômico pesado. No entanto, para se estudar a composição do espectro dos UHECRs, cujo o fluxo é diminuto, temos que inferir a natureza do primário de maneira indireta, por meio do chuveiro atmosférico que é gerado quando ele interage com a atmosfera. Em consequência disso,

a identificação da composição do raio cósmico primário se torna dependente do modelo de interação de partículas que é adotado, fazendo com que a sua determinação seja bem mais complicada do que para energias menores. Idealmente, o melhor parâmetro para identificar a natureza do primário, quando se tem acesso ao desenvolvimento do chuveiro na atmosfera em diferentes alturas (conhecido como “desenvolvimento longitudinal” do chuveiro), seria a profundidade em que ocorre a primeira interação do raio cósmico com a atmosfera. Entretanto, no início do desenvolvimento do chuveiro ele é composto por um número muito pequeno de partículas, de modo que a luz emitida nesse estágio inicial é insuficiente para medi-la. Dessa forma, utiliza-se no estudo de composição o parâmetro denominado de  $X_{max}$ , definido como a profundidade em que o número de partículas no chuveiro é máximo.

Através de 4329 eventos detectados pelo Observatório Pierre Auger, entre 1 de janeiro de 2004 até dezembro de 2007, estudou-se a variação do  $X_{max}$  como função da energia, também conhecida como *taxa de alongação*, o que permite estimar a composição do primário [45]. A figura 2.3 mostra este resultado, onde as linhas vermelhas representam o comportamento esperado para o caso de uma composição de prótons, e as azuis uma composição de núcleos de ferro, de acordo com diferentes modelos de interação hadrônica. Os dados dos telescópios de fluorescência permitiram medir a evolução do valor médio da profundidade atmosférica onde as cascatas atingem seu máximo. A estatística acumulada também permitiu acessar o valor das flutuações nesse parâmetro como função da energia. Sabe-se que ambos os observáveis apresentam sensibilidade à dinâmica da primeira interação. A seção de choque, a inelasticidade e a multiplicidade da colisão primária influenciam tanto  $X_{max}$  quanto suas flutuações. Essas, por sua vez, são dependentes da identidade do primário. Se supusermos válidas as extrapolações feitas a partir de medidas de aceleradores, os valores medidos indicariam uma mudança de composição de próton para núcleos mais pesados a partir de  $5 \times 10^{18}$  eV.

Até o momento, tem sido bastante difícil através da observação de chuveiros atmosféri-

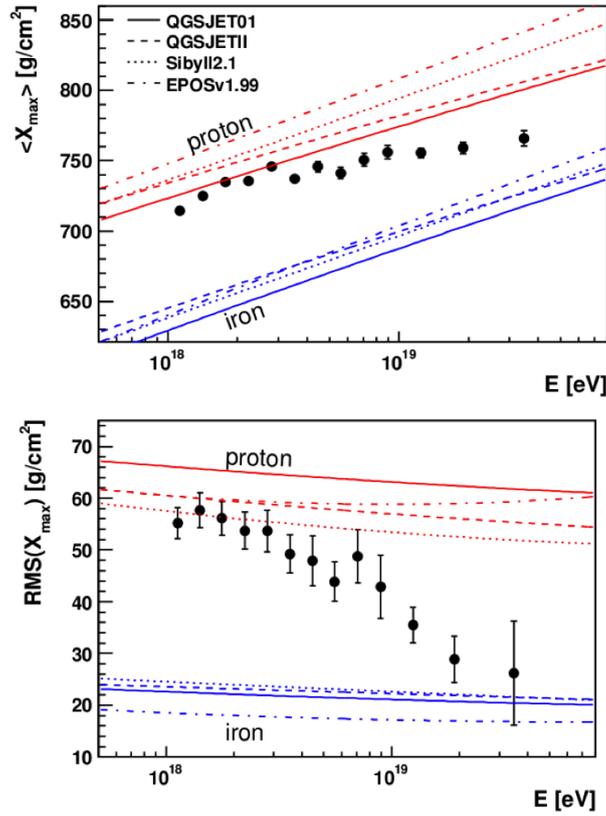


Figura 2.3: Acima: Evolução de  $\langle X_{max} \rangle$  como função da energia. Abaixo: Evolução de  $\sigma_{max}$  como função da energia. Os gráficos também mostram o esperado para diferentes modelos hadrônicos. Figura extraída de [45].

cos determinar a fração de raios cósmicos de altíssimas energias referente a cada elemento. Em 2008, a Colaboração Pierre Auger através da análise de variáveis sensíveis tanto no desenvolvimento longitudinal do chuveiro quanto ao tempo de subida, foi capaz de determinar limiares para a fração de fótons com um índice de confiança de 95%, obtendo 2%, 5% e 31% para energias acima de  $10^{19}$  eV,  $2 \times 10^{19}$  eV e  $4 \times 10^{19}$  eV, respectivamente [13].

## 2.3 Propagação

Os UHECR's em sua trajetória até a Terra sofrem, além de perda de energia em decorrência da interação com os meios galácticos e extragaláctico<sup>1</sup>, a deflexão em seu percurso devido à interação com campos magnéticos galácticos e extragalácticos.

Como resultado de algumas interações sofridas por essas partículas ao longo de sua trajetória, um fenômeno bastante importante foi descoberto, o efeito GZK, que possui implicações fundamentais na natureza dos raios cósmicos.

### 2.3.1 O Efeito GZK

A descoberta experimental da radiação cósmica de fundo (RCF) em 1948, por Arno Penzias e Robert Wilson, levou a algumas descobertas subsequentes importantes, uma vez que essa radiação influencia na propagação de partículas, carregadas ou não, através do universo. Por exemplo, o universo torna-se opaco a fótons com energias superiores a  $4 \times 10^{14}$  eV, uma vez que esse é o limiar para a produção de pares elétron-pósitron através da interação com um fóton da RCF, cuja energia média é de  $3,6 \times 10^{-4}$  eV. Outra implicação da existência da RCF é a supressão de elétrons energéticos da radiação cósmica devido a perdas de energia sofridas nas interações inelásticas (ou efeito Compton inverso) com os fótons da RCF [21].

Passados 18 anos da descoberta da radiação de fundo, Greisen [14] e, de maneira independente, Zatsepin e Kuzmin [15], teorizaram um efeito similar aos descritos anteriormente mas para o caso dos UHECR's. De acordo com eles, deveria haver uma supressão do espectro em torno de  $10^{20}$  eV, o que ficou conhecido como corte GZK.

A RCF consiste em uma radiação eletromagnética que permeia todo o universo, e cujo espectro é o de um corpo negro a uma temperatura de  $\sim 2,7$ K, com o pico na faixa do microondas. Adotando o referencial de um próton com energia de  $50$  EeV [52] que se

---

<sup>1</sup>Os raios cósmicos galácticos precisam atravessar o meio interestelar para chegar até a Terra, já os extragalácticos necessitam atravessar o meio interestelar da galáxia de onde originaram, depois o meio intergaláctico e ainda o meio interestelar da nossa galáxia.

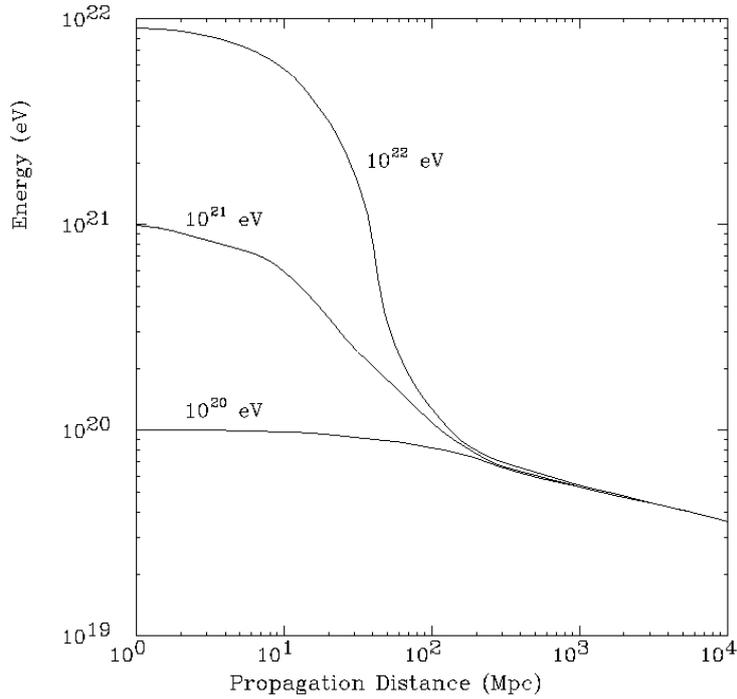
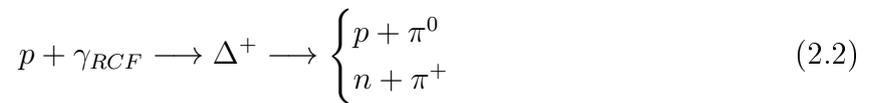


Figura 2.4: Energia média de prótons que se propagam em meio à RCF como função da distância percorrida. As três curvas se distinguem pela diferença da energia inicial do próton, sendo elas de  $10^2, 10^3$  e  $10^4$  EeV. Figura extraída de [7].

propaga em meio a essa radiação de fundo, os seus fótons possuem energia aproximada de 300 MeV. Tais energias correspondem ao limite para o início do processo de produção de píons em decorrência da interação com fótons, o que resulta em uma rápida perda de energia por parte do próton, que perde em torno de 17% de sua energia a cada interação. O processo de fotoprodução de píons pode ocorrer por duas vias:



Quando o produto da interação é um neutron, este decairá em um próton. A este processo de perda de energia de um raio cósmico nestas interações é dado o nome de efeito GZK.

A figura 2.4 mostra a distância percorrida pelo próton desde a sua fonte em função da energia, explicitando a consequência mais importante do efeito GZK, que é a existência

de um limite superior para a distância das fontes de raios cósmicos de uma certa energia em relação ao observador. Esse limite é conhecido como "horizonte GZK". Para uma certa energia, o horizonte GZK equivale ao raio da esfera centrada na Terra, onde estão inseridas as fontes que produzem 90% dos prótons que chegam a nós com energia superior a este valor.

### 2.3.2 Influência dos campos magnéticos galácticos e extragalácticos

Outro fator bastante relevante no estudo da propagação dessas partículas mais energéticas é a influência que elas sofrem devido aos campos magnéticos.

Sabemos que os raios cósmicos são, em sua maior parte, constituídos de prótons ou núcleos atômicos, portanto, estão sujeitos a sofrer deflexão em sua trajetória na presença de campos magnéticos, pois são partículas carregadas. Assim, uma partícula com carga  $q$  e energia  $E$  na presença de um campo magnético  $\vec{B}$ , de acordo com a força de Lorentz é defletida com um raio de curvatura  $R$ :

$$R \approx \frac{E}{cqB_{\perp}}, \quad (2.3)$$

sendo  $B_{\perp}$  a componente do campo magnético perpendicular ao movimento da partícula, e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Podemos escrever ainda:

$$R_{pc} \approx 10^{-21} \frac{E_{eV}}{q_e B_G} \quad (2.4)$$

onde  $E_{eV}$  é a energia da partícula em eV,  $q_e$  é a carga elétrica em unidades de carga do elétron,  $B_G$  é o campo magnético em Gauss e  $R_{pc}$  é o raio em parsecs.

Quando na presença de um campo magnético galáctico, que tem intensidade da ordem de  $2 \mu\text{G}$ , um próton com energia de  $10^{15}$  eV sofrerá uma deflexão com raio de curvatura de  $0,5 \text{ pc}$ , o que é um valor demasiado pequeno quando comparado, por exemplo, com as

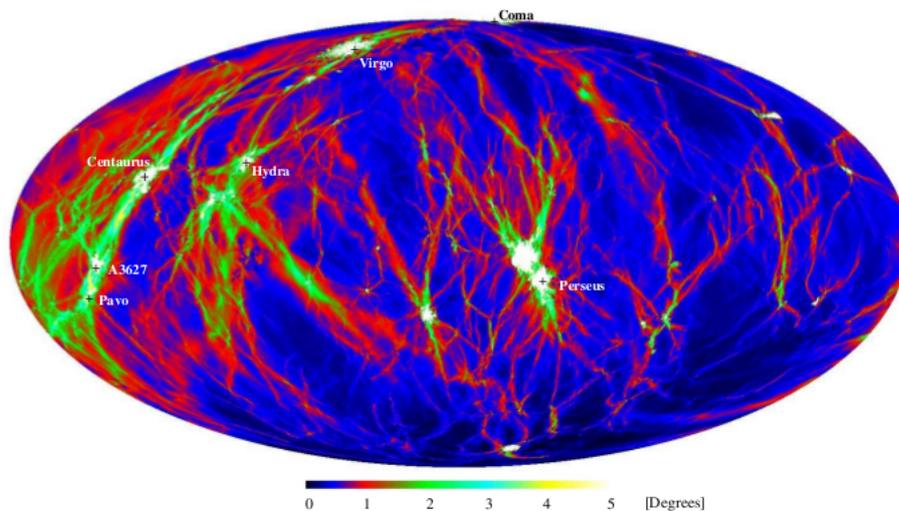


Figura 2.5: Mapa das deflexões sofridas por prótons detectados na Terra com energia de  $4 \times 10^{19}$  eV devido aos campos magnéticos extragalácticos de toda a estrutura do universo a distâncias de até 107 Mpc. Na imagem podemos identificar a posição de alguns aglomerados. Figura extraída de [16].

dimensões da Via Láctea, cujo diâmetro e espessura medem, aproximadamente, 30 Kpc e 300 pc.

Uma das possíveis explicações para a região conhecida como o joelho do espectro (discutido na seção 2.1) está justamente nas deflexões causadas pelo campo magnético galáctico. Os núcleos com menor número atômico sofrem deflexões maiores do que os de maior número atômico, e, por conseguinte, há uma diminuição abrupta no fluxo dos raios cósmicos. Para o caso de energias mais altas ( $E \geq 10^{19}$  eV), o raio de curvatura do próton é da ordem da espessura da Via Láctea ( $\approx 300$  pc), ou seja, as deflexões sofridas nessa faixa de energia são consideravelmente menores.

No caso dos campos magnéticos extragalácticos, que são da ordem de nano Gauss [18], pouco se conhece sobre a estrutura do campo. Em [17], por exemplo, estimativas da sua estrutura e intensidade foram obtidas por meio de simulações de formação de estruturas que obedecem aos vínculos observacionais sobre as posições de aglomerados de galáxias no universo local <sup>2</sup>. Na figura 2.5 podemos ver um mapa do céu que apresenta simulações

<sup>2</sup>O universo local é definido como tudo aquilo que está inserido em uma esfera centrada na Terra cujo

das deflexões sofridas por prótons que chegam à Terra com energias de  $4 \times 10^{19}$  eV, em que são consideradas todas as estruturas dentro de um raio de 107 Mpc em torno da Via Láctea, no entanto não foram incluídas as perdas de energia nem a influência do campo da própria galáxia.

## 2.4 Anisotropia

O estudo da anisotropia na distribuição das direções de chegada dos raios cósmicos nos fornece valiosas informações a respeito das fontes astrofísicas dessas partículas, bem como algumas pistas sobre a sua composição química, como vimos na seção 2.2.

Os raios cósmicos com energias da ordem de GeV são mais bem conhecidos, pois sabemos que estão associados às emissões solares.

Raios cósmicos cuja rigidez magnética é maior<sup>3</sup> na faixa das altas energias, possibilitam uma maior correlação com suas fontes, uma vez que os desvios sofridos em suas trajetórias devido aos campos magnéticos são menores. Desse modo, essa correlação pode caracterizar uma anisotropia em *grande escala*, onde as direções de chegada dos raios cósmicos estão associadas com as concentrações de matéria, como por exemplo o centro galáctico ou os planos galácticos e supergalácticos. Já uma anisotropia em *pequena escala* se caracteriza pelas direções de chegada dos eventos com fontes pontuais.

O experimento Fly's Eye apresentou há alguns anos indícios de correlação com o plano galáctico para eventos com energias por volta de  $10^{18}$  eV [29]. Nessa mesma faixa de energia, o experimento AGASA, por meio do método de análise harmônica, encontrou uma anisotropia no primeiro harmônico com uma amplitude de  $\sim 4\%$  [19, 20]. O excesso de eventos que caracteriza essa anisotropia se deu em uma região circular de  $20^\circ$  próxima ao centro galáctico, centrada em uma ascensão reta  $\alpha = 280^\circ$  e declinação  $\delta = -17^\circ$ , além

---

raio mede 200 Mpc.

<sup>3</sup>Considerando uma partícula de  $Z$  unidades de carga que se move em um plano perpendicular às linhas de força de um campo magnético, a rigidez magnética  $B_p$  da partícula pode ser escrita como  $cB_p = E_{eV}/Z$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $E_{eV}$  é a energia da partícula.

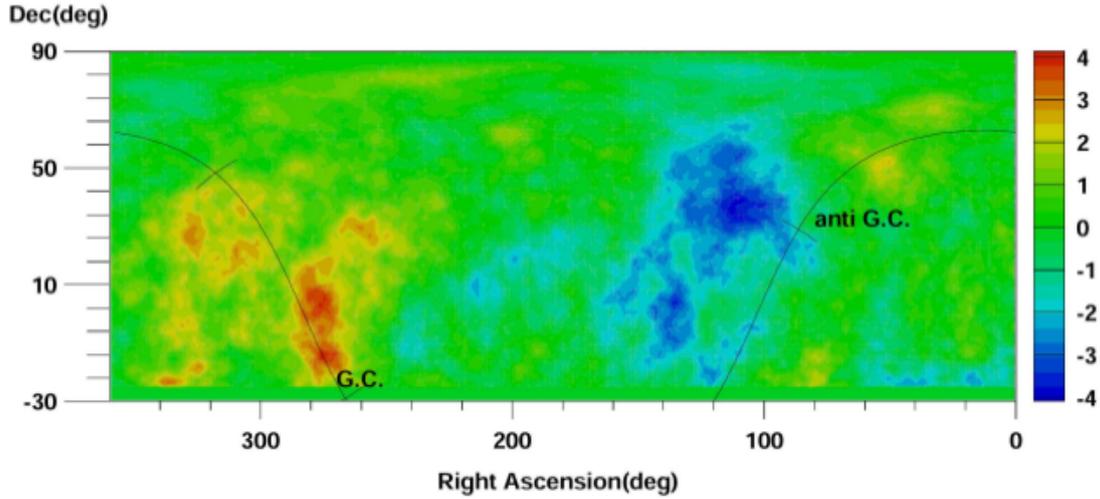


Figura 2.6: Mapa de significância das anisotropias encontradas na direção do centro galáctico pelo experimento AGASA. A significância calculada em cada *bin* é dada pela expressão  $(N_{obs} - N_{exp})/(N_{exp})$ , sendo  $N_{obs}$  o número de eventos observados dentro do *bin* e  $N_{exp}$  o número esperado. A linha preta ilustra a posição do plano galáctico. Figura retirada de [20]

de um déficit de eventos na região do anti-centro galáctico. A figura 2.6 apresenta o mapa de significância para a anisotropia encontrada pela colaboração AGASA.

Entretanto, ao analisarmos a figura 2.6, podemos ver que o centro galáctico não está no campo de visão do experimento AGASA. O único experimento que conseguia cobrir o centro galáctico até então era o SUGAR, cujos dados foram analisados a fim de encontrar alguma concordância com o que havia sido observado pelo AGASA [27]. A anisotropia observada estava em uma região de  $5,5^\circ$ , centrada em uma ascensão reta de  $\alpha = 274^\circ$  e declinação  $\delta = -22^\circ$ , ou seja, de coordenadas não exatamente iguais, mas bastante próximas. Porém, o sinal observado pelo SUGAR é compatível com a hipótese de uma fonte pontual, enquanto o sinal obtido pelo AGASA indica a presença de uma fonte extensa.

Através dos dados obtidos entre 1 de janeiro de 2004 e 31 de março de 2007, com uma estatística de eventos muito maior (número de eventos quase oito vezes maior do que o número do experimento AGASA), a colaboração Pierre Auger procurou por anisotropias

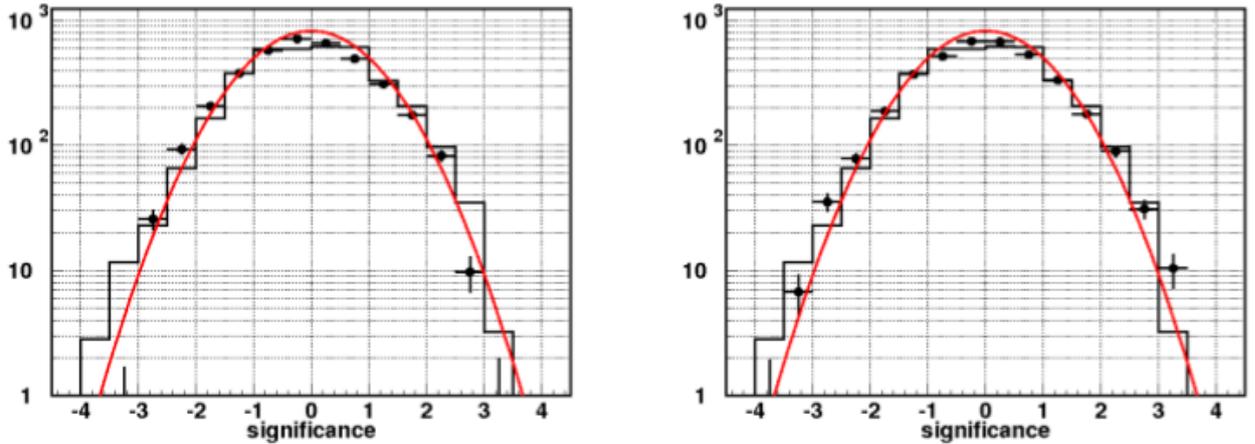


Figura 2.7: Figura da esquerda: distribuição das significâncias de Li-Ma para a faixa de energia  $0,1 \leq E \leq 1$  EeV. Figura da direita: distribuição das significâncias de Li-Ma para a faixa de energia  $1 \leq E \leq 10$  EeV. Em ambas as imagens, obtidas pelo Observatório Pierre Auger, os pontos representam os resultados obtidos através dos dados, e a linha vermelha representa a distribuição gaussiana esperada no caso de isotropia. Figura obtida a partir da referência [27]

localizadas próximas a região do centro galáctico [27]. Os eventos foram divididos nessa análise em dois grupos,  $0,1 \leq E \leq 1$  EeV e  $1 \leq E \leq 10$  EeV. Neste estudo foram realizadas procuras tanto por fontes pontuais como extensas na região do centro galáctico, mas nenhum excesso significativo foi encontrado. A significância calculada foi estimada através do método de Li-Ma [30].

No caso em que os dados são compatíveis com a isotropia, a distribuição das significâncias de Li-Ma deve seguir uma gaussiana centrada em zero com  $\sigma = 1$ .

No intervalo do espectro onde se encontram os eventos de altíssimas energias, o estudo da anisotropia se torna um tanto complicado, devido a redução bastante significativa no fluxo. Porém, o experimento AGASA encontrou evidências de anisotropia em pequena escala para energias superiores a  $4 \times 10^{19}$  eV, por meio da observação de aglomerações, ou seja, eventos observados com suas direções de chegada bastante parecidas.

No ano de 1996, a colaboração AGASA publicou resultados de uma análise com 36

eventos dentro da faixa de energia anteriormente mencionada, em que foram encontrados 3 pares de eventos com uma separação angular  $\theta \leq 2,5^\circ$  [32]. Num segundo momento, utilizando os 47 eventos detectados até o fim de 1998, na mesma faixa de energia, foram encontrados três aglomerados de 2 raios cósmicos (dubleto) e um aglomerado de 3 raios cósmicos (tripleto), cuja separação angular  $\theta \leq 2,5^\circ$ . Considerando-se uma distribuição isotrópica desses 47 eventos, a probabilidade dessa configuração foi estimada como sendo inferior a 1%.

No final de do ano 2000, o experimento AGASA já possuía 59 eventos observados, resultando em 5 dubletos e 1 tripleto. Tal configuração, levando-se em conta uma distribuição isotrópica, tem a probabilidade de ocorrência inferior a  $10^{-4}$  [31].

Entretanto, uma reavaliação das análises da colaboração AGASA feitas em [33] por C. B. Finley e S. Westerhoff levou a conclusão de que a significância estatística desses resultados eram na verdade menores, devido ao fato de que ao se reutilizar os eventos já observados, seria necessário aplicar uma penalidade estatística, uma vez que o conjunto original definiu os parâmetros de corte em  $E \leq 4 \times 10^{19}$  eV e  $\theta \leq 2,5^\circ$ . Com isso, foi feita uma nova análise onde se descobriu através de 27 eventos subsequentes ao estudo de 1996, e ainda com os parâmetros de corte iniciais, a existência de apenas um par de eventos, o que configura uma probabilidade de 28% de ocorrência num cenário isotrópico. Entretanto, considerando os agrupamentos formados por estes eventos e os do estudo original, essa probabilidade reduz para 8% [53].

Ainda que o problema da anisotropia para os eventos de energia ultra-alta esteja em aberto, uma vez que o fluxo nessa escala é diminuto, o Observatório Pierre Auger em 2007 publicou um estudo de correlação entre as direções de chegada dos raios cósmicos com energias superiores a 57 EeV e as posições de núcleos ativos de galáxias AGN (acrônimo em inglês para *Active Galactic Nuclei*), com distância máxima de 75 Mpc em relação à Terra. Na figura 2.8 podemos ver um mapa da esfera celeste em coordenadas galáticas (e projeção Aitoff) onde os AGN estão representados por estrelas, e os círculos de  $3,1^\circ$

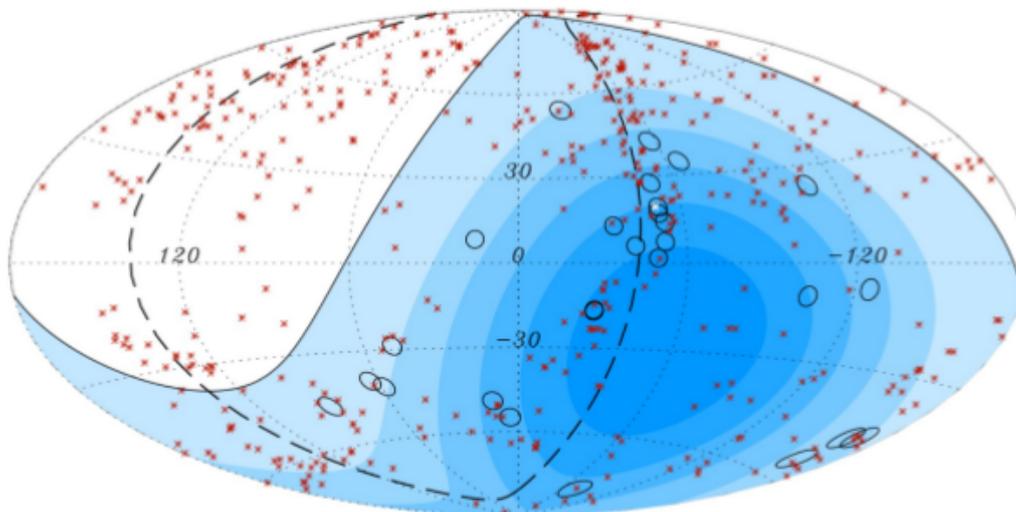


Figura 2.8: Mapa em coordenadas galácticas (projeção Aitoff) com as posições dos AGN dentro da esfera de raio 75 Mpc, marcadas por estrelas. Os círculos de  $3,1^\circ$  cada estão centrados nas direções dos 27 eventos com energia superior a 57 EeV detectados pelo Observatório Pierre Auger. Imagem extraída da referência [28]

representam os 27 eventos com energias superiores a 57 EeV detectados pelo Observatório Pierre Auger. As partes do mapa com tonalidade mais forte indicam as regiões do céu onde a exposição é maior. Foi rejeitada a hipótese de uma distribuição isotrópica destes raios cósmicos com pelo menos 99% de nível de confiança a partir de um teste estatístico estabelecido *a priori* (utilizando-se novos dados).

Essa correlação observada está em acordo com a hipótese de que essas partículas mais energéticas são originadas em fontes extragalácticas próximas, onde o fluxo não foi significativamente reduzido através da interação com a RCF. Desse modo os núcleos ativos de galáxias são possíveis fontes para os raios cósmicos nessa escala de energia. Entretanto, há a possibilidade de que outros objetos sejam a fonte desses raios cósmicos, uma vez que os AGNs são traçadores de matéria, pois localizam-se no centro das galáxias, onde há uma maior concentração de matéria, e portanto, um número elevado de diferentes objetos astronômicos.

No contexto de anisotropia em larga escala, principal foco deste trabalho, a colaboração

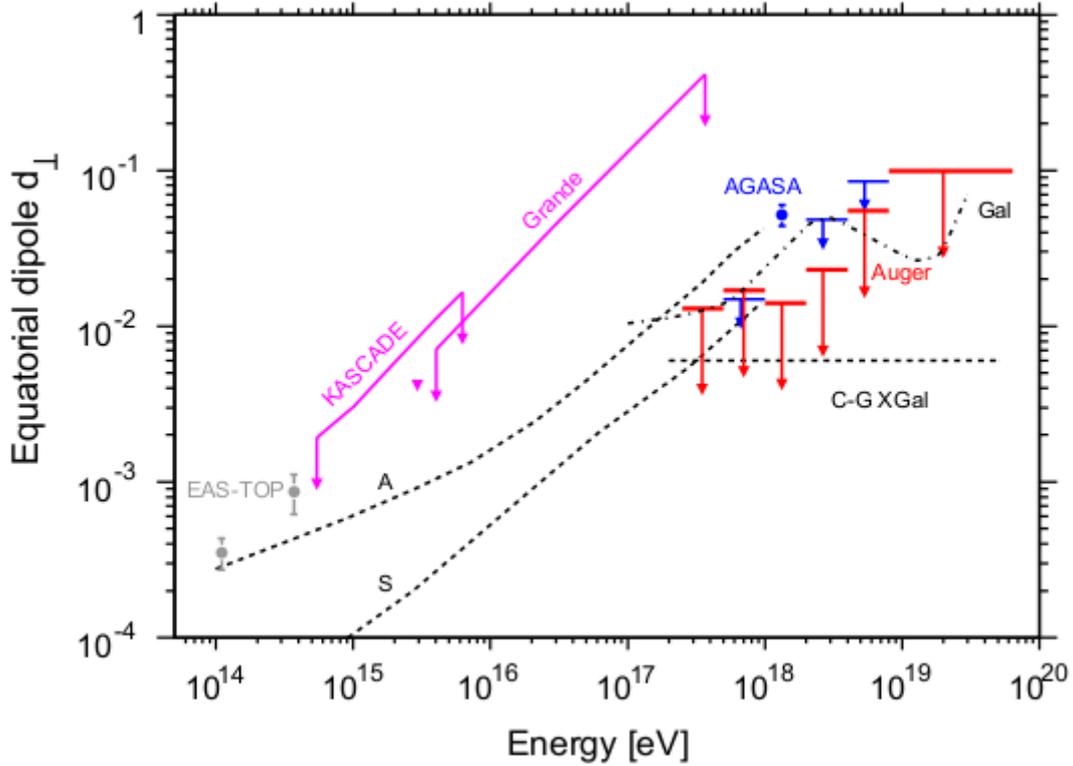


Figura 2.9: Limites superiores da amplitude de dipolo em função da energia. Também são mostrados valores comparativos obtidos pelos experimentos EAS-TOP, AGASA, KASCADE e KASCADE-Grande. São mostradas ainda previsões para até 1 EeV para diferentes modelos de campo magnético (A e S), além da previsão para eventos puramente galácticos (Gal), e o esperado levando-se em conta o efeito *Compton-Getting* para uma componente extragaláctica isotrópica no referencial de repouso da RCF (C-GxGal). Figura retirada da referência [24]

Auger, dispondo de uma estatística consideravelmente maior de eventos, em que os dados utilizados datavam de 1 de janeiro de 2004 até 31 de dezembro de 2009, foram estimados os limites superiores para a amplitude de dipolo em função da energia, com um índice de confiança de 99% [24]. Foram utilizados dois métodos distintos: análise harmônica e o método *Leste-Oeste* [38]. Os resultados podem ser vistos no gráfico da figura 2.9, onde estão comparados os limites superiores obtidos por outros experimentos, como o EAS-TOP, KASCADE, KASCADE-Grande e AGASA.

Na figura 2.9 ainda são mostradas algumas previsões para as anisotropias decorrentes

de modelos para a origem galáctica e extragaláctica dos eventos, que estão associadas ao modelo de campo magnético galáctico adotado.

Os resultados obtidos nesse estudo não são consistentes com os obtidos pelo AGASA, que através da análise do primeiro harmônico encontrou uma amplitude de  $\sim 4\%$ , no intervalo de energia por volta de 1 E eV, enquanto que para essa mesma escala de energia, o valor do limite superior para a amplitude do dipolo é menor que 2%.

Para o caso em que a transição de eventos galácticos para extragalácticos ocorre no segundo joelho ( $\sim 10^{15}$  eV), os UHECRs acima de 1 EeV são predominantemente de origem extragaláctica, e sua distribuição em larga escala pode ser influenciada pelo movimento relativo do observador com relação ao referencial das fontes. Se o referencial no qual a distribuição dos UHECRs é isotrópica coincide com o referencial de repouso da RCF, uma pequena anisotropia é esperada devido ao efeito *Compton-Getting*<sup>4</sup>. Ao se desconsiderar os efeitos dos campos magnéticos, essa anisotropia será dipolar, com amplitude da ordem de 6% [26], que está dentro do previsto nesta análise. No entanto, para que se consiga calcular uma amplitude com esse valor e com um índice de confiança de 99% é necessário um número três vezes maior de eventos do que se tinha até então.

Os resultados apresentados na figura 2.9 foram baseados na análise harmônica da distribuição de ascensão reta em várias faixas de energia. Esta análise se beneficia da exposição direcional praticamente uniforme em ascensão reta de qualquer observatório baseado na Terra operando em tempo integral, mas não são sensíveis à componente dipolar ao longo do eixo de rotação da Terra. Assim, em 2013 foram apresentadas pela primeira vez buscas por anisotropias tanto em ascensão reta quanto declinação, expressas em termos dos momentos de dipolo e quadrupolo [22]. Por meio da correção dos coeficientes da expansão do fluxo dos raios cósmicos com energias superiores a  $10^{18}$  eV, determinou-se os limites superiores para as amplitudes de dipolo e quadrupolo, partindo da suposição de

---

<sup>4</sup>O efeito *Compton-Getting* consiste em uma anisotropia aparente na intensidade da radiação ou das partículas de acordo com o movimento relativo entre o observador e a fonte. Esse efeito foi descoberto por Arthur Compton e Ivan A. Getting, em 1935 [25].

que o fluxo de eventos é dominado por esses padrões anisotrópicos nesta faixa de energia.

Os dados utilizados na análise datavam de 1 de janeiro de 2004 até 31 de dezembro de 2011, cujo ângulo zenital máximo valia  $55^\circ$ . Em um primeiro momento em que se considerou o fluxo das direções de chegada como puramente dipolar, reconstruiu-se a amplitude de dipolo em função da energia, como mostra a figura 2.10. As linhas pontilhadas representam os limites superiores esperados para o dipolo proveniente de simulações isotrópicas com um índice de confiança de 99%.

Ao analisarmos a figura 2.10 podemos perceber que dentro das incertezas estatísticas, não há evidência de desvios da isotropia para essas energias. Porém, o último ponto ( $E > 8$  EeV), a amplitude reconstruída para o dipolo encosta na linha pontilhada, o que pode representar um sinal de anisotropia. Como para essas energias mais altas a estatística de eventos é relativamente baixa, espera-se que esse desvio possa ser melhor identificado, caso exista, com um aumento do número de eventos. Uma medida mais precisa da anisotropia dipolar nessa escala de energia, sem nenhuma hipótese sobre o fluxo, faz parte do escopo desse trabalho, como veremos nos capítulos seguintes.

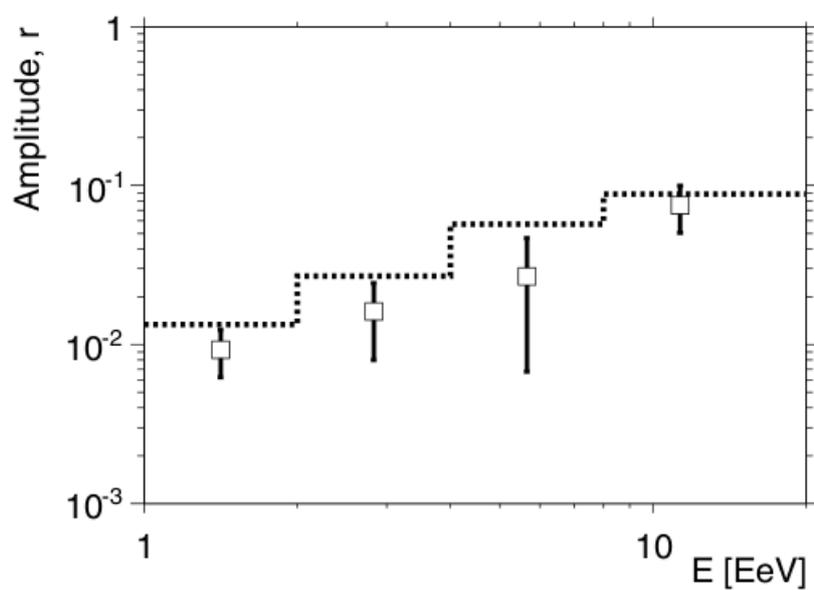


Figura 2.10: Reconstrução da amplitude do dipolo em função da energia. As linhas pontilhadas representam os limites superiores para as amplitudes resultantes de simulações isotrópicas com um índice de confiança de 99%. Figura retirada da referência [22].

## Capítulo 3

# O Observatório Pierre Auger

O Observatório Pierre Auger é atualmente o maior experimento voltado ao estudo dos raios cósmicos de ultra-alta energia. Como é mostrado na figura 2.1, o fluxo de raios cósmicos a energias tão elevadas é bastante baixo, chegando a estatística de uma partícula por século por quilômetro quadrado. Dessa forma, para conseguirmos registrar um número razoável de partículas nessa escala de energia, dentro de um intervalo de tempo não muito grande, precisamos de um observatório que cubra uma área bastante extensa. Nesse sentido, construiu-se o Observatório Pierre Auger, que ocupa atualmente uma área de aproximadamente  $3000 \text{ km}^2$ , situado em Malague, província de Mendoza, na Argentina, onde os dados são obtidos de maneira estável desde janeiro de 2004, e se encontra em estado completo de apuração desde julho de 2008.

Além de ter sido projetado com o propósito de aumentar significativamente a escala estatística de eventos, em comparação a experimentos anteriores, o Observatório Pierre Auger busca uma melhoria na qualidade dos dados através do uso simultâneo de detectores de superfície e fluorescência.



### 3.1 Detector de Superfície

No observatório Pierre Auger existem 1660 tanques de radiação Cherenkov que compõem o detector de superfície (SD)(figura 3.1), que distam 1,5 km uns dos outros e estão distribuídos sobre uma área de 3000 km<sup>2</sup>. Cada detector é essencialmente um tanque cilíndrico com 3,5 m de diâmetro e 1,55 m de altura. Em seu interior existem cerca de 12 mil litros de água em alto grau de pureza, armazenada em uma bolsa interna cilíndrica chamada *liner*. A parte interna dessa bolsa é revestida por Tyvek, cuja finalidade é difundir melhor a radiação Cherenkov,<sup>1</sup> aumentando a probabilidade dessa radiação ser detectada pelas fotomultiplicadoras (PMTs - *Photo Multiplier Tube*) presentes no interior do tanque.

Na figura 3.2 é possível ver os componentes internos de cada tanque que compõe o SD. O sinal proveniente das PMTs é registrado por componentes eletrônicos localizados em uma cúpula de alumínio que fica sobre o tanque. Esse sinal é digitalizado por conversores analógico-digitais rápidos (FADC - *Flash Analog to Digital Converter*) a uma frequência de 40 MHz.

Para a sincronização das medidas de tempo de cada tanque são utilizados aparelhos GPS, através do método descrito em [49]. Isso permite uma precisão de  $\sim 8$  ns, número que foi estimado ao se comparar o estudo dos sinais de estações distantes 11 m uma das outras.

O consumo estimado de energia de cada tanque é de 10 W. Dessa forma, existem duas baterias de 12 V cada que armazenam energia elétrica dos painéis solares dispostos na parte superior do tanque.

A comunicação entre cada tanque e a estação central de aquisição de dados (CDAS - *Central Data Acquisition System*) se dá via rádio, de forma que cada estação é autônoma

---

<sup>1</sup>Quando uma partícula carregada se propaga em um meio no qual sua velocidade excede a velocidade da luz neste meio, ela emite uma radiação no comprimento de onda do visível, conhecida como radiação Cherenkov.

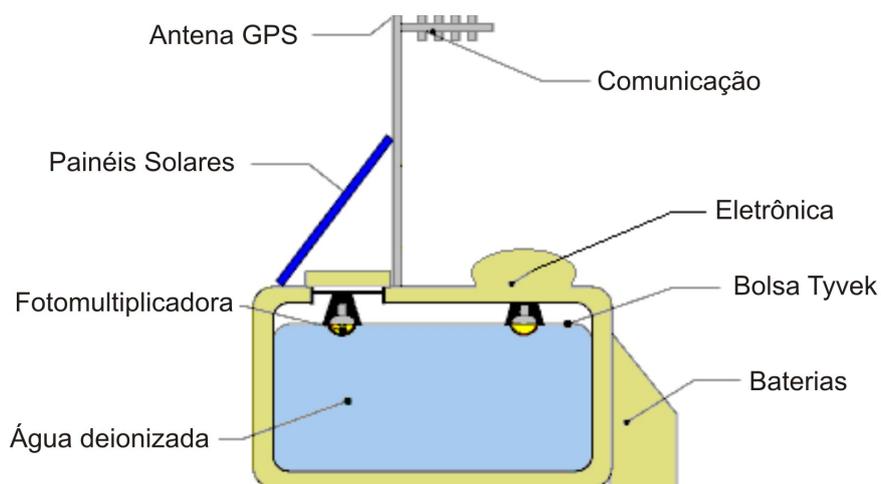


Figura 3.2: Tanque de detecção de superfície e seus constituintes. Figura adaptada de [53]

e pode enviar sinais ao CDAS de maneira independente dos demais tanques.

### 3.1.1 Calibração e Monitoramento do SD

Para se medir a energia depositada em cada tanque utiliza-se a unidade VEM (*Vertical Equivalent Muon*), em que 1 VEM é definido como a carga depositada por um múon que incide verticalmente sobre o tanque. Fez-se necessária a utilização dessa unidade pelo fato de que uma mesma quantidade de energia depositada em cada tanque pode resultar em diferentes contagens no FADC, devido a diversos fatores, como por exemplo, a refletividade do Tyvek, ou aspectos relacionados à pureza e quantidade de água. Desse modo, para que seja possível a comparação entre sinais de diferentes tanques, são realizadas calibrações em todos os tanques a cada minuto [42] para se determinar a resposta dos componentes eletrônicos que correspondem a 1 VEM, a partir dos múons atmosféricos.

O monitoramento das estações que compõem o SD é feito por acesso remoto. Através de sensores localizados em cada tanque, pode-se obter informações como a temperatura a voltagem em diferentes componentes.

### 3.1.2 Seleção dos Eventos

No SD existem cinco diferentes níveis de gatilhos responsáveis por selecionar eventos reais e rejeitar coincidências aleatórias [41]. Os dois primeiros níveis, T1 e T2, são executados pelo componente eletrônico localizado no próprio tanque. Um terceiro gatilho, T3, é executado no campus central do observatório, que analisa a correlação espacial e temporal dos eventos selecionados pelo T2. Os eventos selecionados pelo T3 são então armazenados e passam pelos gatilhos T4 e T5, que selecionam eventos reais e precisos, respectivamente.

Os gatilhos do nível T1 selecionam coincidências entre PMTs com o sinal acima de um determinado valor. O gatilho denominado ToT (*Time Over Threshold*), seleciona coincidências entre quaisquer duas fotomultiplicadoras onde o sinal tenha se mantido acima de um certo limiar durante pelo menos 13 dentre 120 intervalos de tempo consecutivos, onde cada intervalo de tempo tem duração de 25 ns. Este gatilho é bastante eficiente para selecionar eventos pequenos e espalhados temporalmente, o que elimina o ruído ocasionado por múons atmosféricos. Um outro gatilho de primeiro nível seleciona coincidências em um mesmo intervalo de tempo entre todas as 3 PMTs de um tanque. Sua taxa de ocorrência é de 100 Hz, enquanto a do ToT é de apenas 1,6 Hz, pois esse gatilho é utilizado apenas para selecionar eventos rápidos, advindos da componente muônica de chuveiros horizontais.

Os gatilhos do nível T2 diminuem a taxa de eventos para 20 hz. Os eventos que são selecionados por ToT são promovidos a T2, e os que são selecionados por T1, mas não por ToT, precisam satisfazer a condição de que tenham disparado as 3 PMTs do tanque, resultando em um sinal mais alto que o exigido por T1. Apenas os eventos selecionados por T2 irão passar pelo T3.

No nível T3, o gatilho principal seleciona coincidências entre no mínimo três tanques selecionados por ToT. A fim de indicar as posições relativas dos tanques no SD, utiliza-se

o conceito de "coroa". A coroa 1 (C1), consiste no conjunto dos 6 tanques mais próximos ao tanque em questão. Os 12 tanques na segunda posição mais próxima formam a coroa 2 (C2), e assim por diante.

A condição para que um evento dispare o gatilho T3 principal é a de que ao menos um tanque seja disparado na configuração C1 e um tanque na configuração C2. Nesse gatilho, chamado de 3ToT, 90% dos eventos selecionados consistem em chuveiros reais, principalmente chuveiros verticais.

Para a seleção de chuveiros horizontais, um outro gatilho T3 é utilizado, onde a coincidência temporal exigida para o disparo é de que no mínimo 4 tanques tenham sido selecionados por T2 (mas não necessariamente por ToT). Além disso, dentre as 5 estações disparadas, nenhuma deve estar mais distante do que 6 km uma das outras. Esse gatilho, no entanto, seleciona apenas 2% de chuveiros reais.

A fim de diminuir as coincidências aleatórias nos eventos selecionados por T3, utiliza-se o gatilho T4. Ele seleciona eventos detectados por tanques formando uma dentre duas configurações espaciais possíveis. A primeira delas consiste em 3 estações selecionadas por ToT, onde uma estação esteja em coincidência com pelo menos outras duas em C1. Tal condição garante que 99% dos eventos sejam chuveiros reais. A segunda configuração espacial exige que pelo menos uma das estações disparadas esteja cercada por outras 3 em C1, mas não há a exigência de terem sido selecionadas por ToT.

Por fim, o gatilho T5 tem a função de garantir a qualidade da reconstrução dos eventos selecionados. Para alguns eventos que são detectados nas periferias do SD, o eixo do chuveiro está fora da área coberta pelo SD, o que implica em uma reconstrução errada da energia desse evento. Assim, o T5 exige que o tanque disparado com o sinal mais intenso esteja cercado de pelo menos 5 outros em C1.

### 3.1.3 Reconstrução do Chuveiro

O SD pode fornecer somente dados a respeito do chuveiro detectado em alguns pontos com diferentes distâncias do seu eixo. Desse modo, para a determinação do tamanho do chuveiro é utilizado um sinal  $S$  a uma dada distância  $r$  do seu centro, proposto por Hillas [34]. O valor de  $r$  que minimiza as incertezas nos resultados é dependente do espaçamento existente entre os detectores, de modo que no Auger esse valor é ótimo para  $r = 1000$  m [35].

Assim, o sinal de uma estação em função de  $r$  pode ser escrito pela função de distribuição lateral (LDF - *Lateral Distribution Function*). A LDF utilizada pela colaboração Pierre Auger é a NKG (Nishimura, Kamata e Greisen) [36, 37]:

$$S(r) = S(1000) \left( \frac{r}{1000m} \right)^{-\beta} \left( \frac{r + 700m}{1700m} \right)^{-\beta} \quad (3.1)$$

onde  $r$  é a distância ao eixo do chuveiro em metros, e  $\beta$  é a inclinação da LDF.

O valor de  $S(1000)$  independe do valor do  $X_{max}$ , mas é dependente da inclinação  $\theta$  do chuveiro. Porém,  $S(1000)$  se torna independente se for dividido por uma função de atenuação que é igual a 1 quando  $\theta = 38^\circ$ . Essa divisão é conhecida como  $S_{38}$ , e sua relação com a energia é praticamente linear.

Quando se mede o sinal em função da distância ao eixo do chuveiro em termos da LDF, ela falha para valores de  $\theta$  superiores a um determinado valor. Desse modo, considera-se somente os eventos cujo  $\theta \leq 60^\circ$ .

Para se determinar a geometria do chuveiro, utiliza-se os instantes em que os sinais foram detectados em cada tanque, além de uma hipótese sobre a forma da frente do chuveiro. Quando o chuveiro é detectado por apenas 3 tanques, sua frente é aproximada por um plano perpendicular ao seu eixo, que se move a velocidade da luz, sendo possível determinar a posição do eixo. Na figura 3.3 essa aproximação é ilustrada.

Quando um chuveiro é detectado por mais de 3 estações, torna-se possível então uma

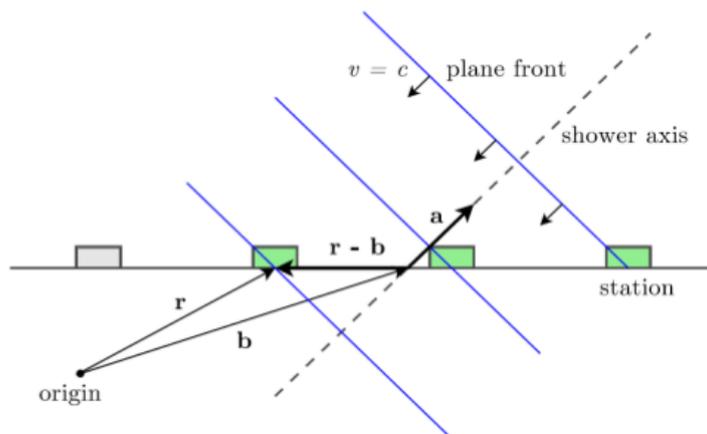


Figura 3.3: Frente do chuveiro aproximada para um plano. Figura extraída de [46]

aproximação mais realista, em que a frente do chuveiro é aproximada para uma casca esférica que se expande à velocidade da luz, desde o ponto onde ocorreu a primeira interação do raio cósmico primário. No entanto, a reconstrução da geometria do chuveiro é bastante complicada quando se admite uma frente curva. Nessa situação o ponto de impacto no solo deve ser conhecido com maior precisão, e as equações envolvidas são resolvidas apenas numericamente [46].

## 3.2 Detector de Fluorescência

O detector de fluorescência (FD) é composto por 27 telescópios distribuídos em 5 edifícios. Estes estão localizados sobre morros aos arredores da área que cobre o SD, de modo que cada tanque está dentro do campo de visão dos telescópios [43]. Na figura 3.1 é possível ver a disposição dos telescópios de fluorescência bem como o SD.

Os telescópios são formados por espelhos esféricos que contam com PMTs em sua superfície focal, como é mostrado na figura 3.4. Eles têm por finalidade detectar a luz proveniente do rastro deixado pelo chuveiro atmosférico extenso, que passa pelo diafragma e pelo espelho esférico, e então é focalizada sobre a câmera de PMTs[54]. Um filtro é posicionado em frente ao diafragma para reduzir o ruído noturno. O espelho possui dimensões de 3,5 m x 3,5 m, proporcionando um campo de visão aproximadamente de

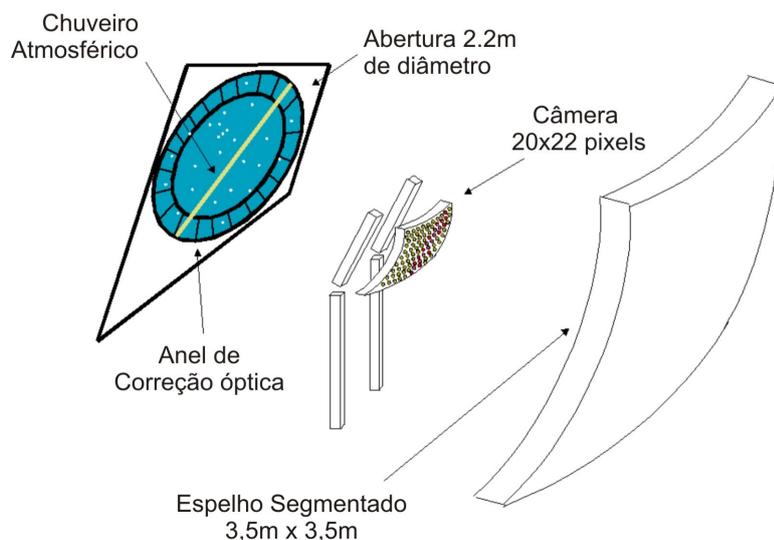


Figura 3.4: Esquema representativo de um telescópio de fluorescência e seus constituintes. Figura adaptada de [53].

$30^\circ \times 30^\circ$ . A área coletora efetiva, após a correção da área de sombra da câmera, é de  $1,5 \text{ m}^2$ .

Cada câmera contém 440 PMTs, sendo que o sinal de cada uma é digitalizado por um FADC de 12 bits e 10 MHz. Além disso, 20 placas localizadas atrás de cada espelho recebem todos os sinais das PMTs.

### 3.2.1 Calibração e Monitoramento

Três ou quatro vezes ao ano são feitas calibrações absolutas nos telescópios, por meio de uma luz extensa que leva em conta os efeitos da presença do filtro, a refletividade do espelho, além do ganho das PMTs entre outras características dos telescópios. A incerteza sistemática na determinação das constantes de calibração é de 7,5%.

Ainda existem três calibrações relativas que são feitas todas as noites em que os telescópios operam, no momento anterior e posterior à tomada de dados, a fim de monitorar variações nos valores das constantes de calibração. As calibrações relativas são feitas por

meio da luz emitida por lâmpadas de xenônio, conduzida por fibra óptica. A incerteza total nas constantes de calibração nesse caso é de 9%.

O conhecimento das condições atmosféricas é essencial para se obter a relação entre a luz que é detectada pelos telescópios e a luz de fluorescência emitida pelo eixo do chuveiro como função da profundidade atmosférica. Fatores como a densidade atmosférica, distribuição de aerossóis, presença de nuvens e a temperatura como função da altura são grandezas constantemente monitoradas.

Os seguintes dispositivos fazem esse monitoramento da atmosfera:

- HAM - *Horizontal Attenuation Monitor*:

Seu objetivo é medir o comprimento de atenuação próximo da superfície, entre duas estações. É composto por uma fonte de luz, que emite radiação em vários comprimentos de onda. Está localizado na estação de Coihueco, e seu receptor em Los Leones, que dista 45 km da estação emissora.

- LIDAR - *Light Detector and Ranging*:

Seu objetivo é monitorar a atmosfera na região do FD. Estão localizados atrás de cada prédio do FD, e possuem um sistema emissor de laser além de espelhos parabólicos, que são responsáveis por focalizar a luz espalhada pelas PMTs. Os pulsos de laser podem ser disparados em qualquer direção. Enquanto o FD toma os dados, o LIDAR monitora a atmosfera em torno de cada prédio, além da direção próxima à região onde se localiza o candidato a UHECR detectado pela estação.

- APF - *Aerosol Phase Function Monitor*:

O objetivo dos APF consiste em medir a contaminação da luz de fluorescência por luz Cherenkov atmosférica. Apesar da radiação Cherenkov produzida pela passagem de um evento ser praticamente paralela ao chuveiro, parte dessa radiação é espalhada

e detectada pelo FD. O APF pode então estimar essa contaminação através de disparos horizontais de feixes de luz sobre a área vista pelo FD.

- CLF - *Central Laser Facility*:

O principal objetivo do CLF é estudar a distribuição de aerossóis na atmosfera. Está localizado no centro do sítio, e possui um emissor de feixes laser, que são detectados pelas 5 estações que compõem o FD. O CLF pode ainda disparar um sinal para cada estação do SD, por meio de fibra óptica. Desse modo, o CLF é capaz de simular eventos híbridos a fim de estudar as características da reconstrução dos eventos detectados pelo SD e FD.

### 3.2.2 Seleção dos Eventos

Existem três níveis de gatilhos para a seleção dos eventos detectados pelo FD. O primeiro, FLT (*First Level Trigger*), seleciona os sinais detectados pelas PMTs individuais. Ele é executado pelas 20 placas localizadas atrás do espelho que recebem os sinais das PMTs. Quando o sinal em uma PMT permanece acima de um determinado limiar por 10 intervalos consecutivos de tempo, o FLT seleciona essa PMT. O limiar é escolhido de modo que a frequência do FLT seja de  $\sim 100$  Hz.

O segundo nível de gatilho, SLT, procura por padrões formados por quaisquer 5 PMTs num intervalo de 50 ns. Esses padrões se assemelham a rastros, e podem ser visualizados na figura 3.5. Existem 108 configurações formadas por 5 PMTs que são aceitos pelo SLT. No SLT as operações são executadas por uma placa que lê o sinal das 20 placas associadas ao FLT.

O terceiro nível de gatilho, TLT, tem como objetivo rejeitar raios cósmicos atravessando o telescópio e sinais provenientes de objetos como meteoróides ou aviões. Responsável pro esse gatilho, há um computador chamado *Mirror PC* para cada telescópio. Somente eventos detectados num intervalo de 400 ns são selecionados pelo TLT.

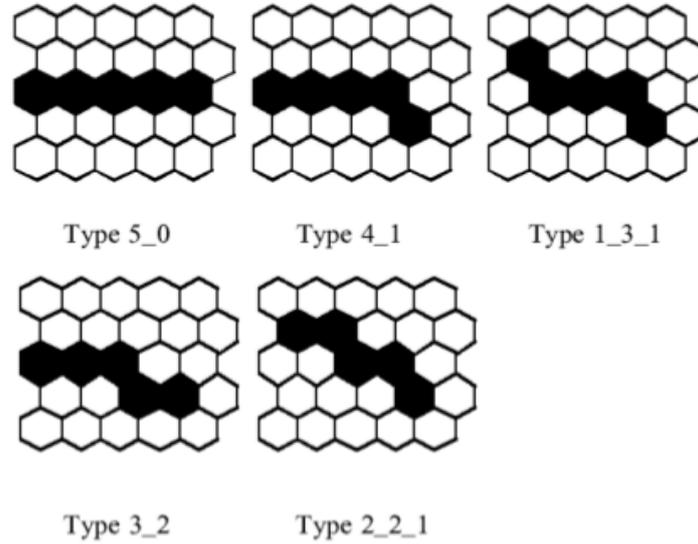


Figura 3.5: Exemplos de 5 configurações possíveis formadas por 5 PMTs que são aceitas pelo gatilho SLT. Figura extraída de [47]

### 3.2.3 Reconstrução do Chuveiro

O FD observa um raio cósmico através do rastro de PMTs que são disparadas por ele. A reconstrução da direção de chegada do UHECR pelo FD é feita em duas etapas. Na primeira, a posição do plano sobre o qual estão o eixo do chuveiro e o detector de fluorescência (SDP - *Shower Detector Plane*) é determinado por meio dos padrões formados pelos disparos nas PMTs.

Após isso, determina-se através dos tempos de disparo das PMTs a posição do eixo do chuveiro no SDP. Considerando o chuveiro como um objeto pontual que se move a velocidade da luz ao longo de seu eixo, e admitindo ainda que a propagação se dá em linha reta, o tempo  $t_i$  que a luz leva para atingir uma PMT é [50]:

$$t_i = t_0 + \frac{R_p}{c} \tan \left[ \frac{(\chi_0 - \chi_i)}{2} \right] \quad (3.2)$$

sendo  $t_0$  o instante de tempo em que há maior aproximação entre o chuveiro e o telescópio,  $R_p$  é a distância entre o chuveiro e o telescópio no instante  $t_0$ , e  $\chi_i$  e  $\chi_0$  são os ângulos

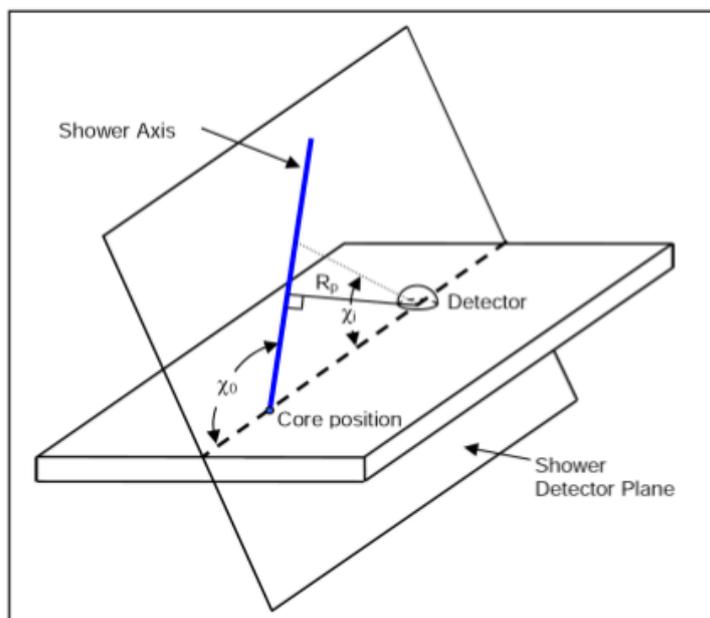


Figura 3.6: Esquema representativo dos parâmetros da reconstrução do chuveiro. Figura extraída de [48].

formados entre o eixo do chuveiro e o solo, e o ângulo de elevação da PMT no SDP, respectivamente. Na figura 3.6 é possível visualizar melhor as variáveis descritas.

Quando apenas um detector reconstrói o chuveiro, essa reconstrução é chamada de mono, enquanto que a reconstrução de um chuveiro observado por mais de uma estação é chamada de estéreo. Assim, cruzando as SDPs determinadas por cada um dos prédios pode-se aferir o eixo do chuveiro com uma maior precisão e sem ambiguidades, como pode ocorrer no caso em que o traço no detector não seja grande o suficiente, fazendo com que os parâmetros desconhecidos na equação que determina  $t_i$  sejam ambíguos.

Sabendo-se a geometria do chuveiro, pode-se então determinar sua energia através do perfil longitudinal, que descreve a energia depositada na atmosfera pela componente eletromagnética do chuveiro. Essa componente é proporcional ao número de partículas carregadas no chuveiro.

Ao se conhecer o número de partículas carregadas em função da profundidade na atmosfera  $N_e(X)$ , pode-se determinar a energia do primário [46]:

$$E = (1 + f) \frac{E_c}{\lambda_r} \int N_e(X) dX \quad (3.3)$$

na qual  $f$  corresponde a um fator que adiciona energia para compensar as partículas como os múons energéticos e neutrinos que não interagem com a atmosfera.  $\frac{E_c}{\lambda_r}$  é a razão entre a energia crítica e o comprimento de radiação do elétron, que vale  $\sim 2,2 \text{ MeV/g cm}^{-2}$ .

### 3.3 Reconstrução Híbrida

Denomina-se de evento híbrido um raio cósmico que foi detectado de forma simultânea pelo SD e pelo FD. Uma vez que o SD funciona o tempo todo, a maior parte dos eventos detectados pelo FD são eventos híbridos. Em um chuveiro híbrido a reconstrução de seus parâmetros é consideravelmente mais precisa do que quando se tem apenas o SD ou o FD.

Quando um evento satisfaz a exigência do gatilho TLT de um telescópio de fluorescência, ele é comparado com os eventos detectados pelo SD. Se há coincidência temporal, as informações do SD e FD são adicionadas e tem-se então um evento híbrido.

Incertezas nos eventos híbridos podem ser mensuradas a partir da análise de eventos artificiais gerados pelo CLF.

Os dados de eventos híbridos são também utilizados para determinar as características da LDF, o que é necessário para reconstruir a energia do raio cósmico primário quando detectado pelo SD. A relação entre a energia do primário e o  $S(1000)$  também pode ser calculada através da análise dos eventos híbridos [44]. Para a reconstrução da energia de um evento híbrido, a incerteza sistemática é estimada em 22%.

# Capítulo 4

## Telescope Array

O Telescope Array (TA) é o maior detector do hemisfério norte designado a medir os raios cósmicos de ultra-alta energia. Com uma área total de aproximadamente  $762 \text{ m}^2$ , está localizado nos Estados Unidos, em Millard Country, Utah.

Assim como o Observatório Pierre Auger, o TA consiste em um experimento híbrido, que conta com 507 detectores compondo o seu SD, e 3 estações de fluorescência no FD, como mostrado na figura 4.1. As caixas vazadas correspondem às posições dos detectores de superfície. Os triângulos representam as estações de comunicação (CT), utilizadas pelo sistema de aquisição de dados do detector de superfície. As flechas tracejadas ilustram os campos de visão dos detectores de fluorescência: *Black Rock Mesa* (BR), *Long Ridge* (LR) e *Midle Drum* (MD).

### 4.1 Detector de Superfície

O Detector de Superfície do Telescope Array é composto por 507 detectores cintiladores de  $3 \text{ m}^2$  de área, onde cada um está separado por uma distância de 1,2 km de seu vizinho. Diferente dos tanques que compõem o detector de superfície do Auger (detectores de radiação Cherenkov), no Telescope Array esses detectores são compostos por lâminas de metal que cobrem folhas de acrílico (material cintilador), como é mostrado na figura 4.2.

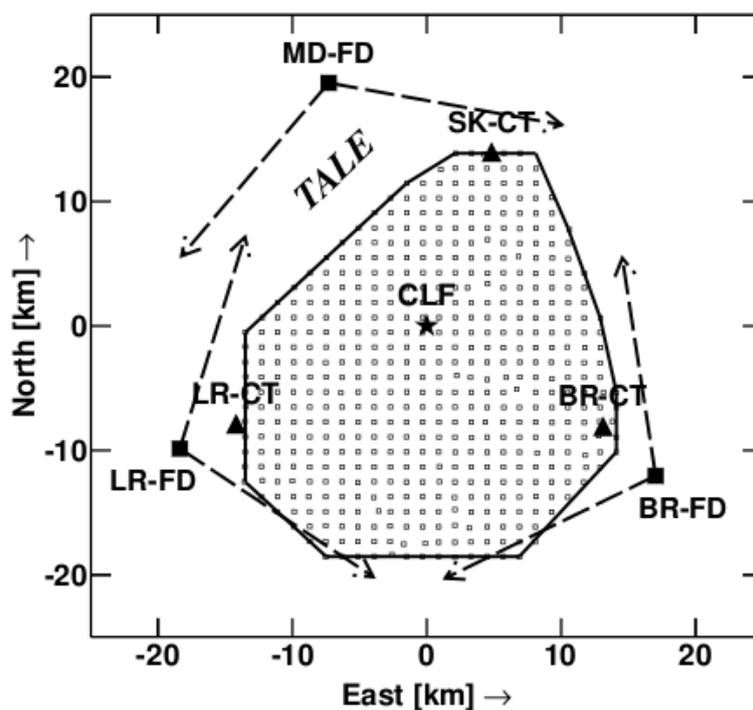


Figura 4.1: Ilustração do Experimento Telescope Array. As caixas pretas vazadas representam os detectores que compõem o SD, os quadrados pretos e as flechas tracejadas, os detectores de fluorescência e os limites do seu campo de visão, respectivamente. Os triângulos mostram as estações de comunicação. Figura retirada de [56].

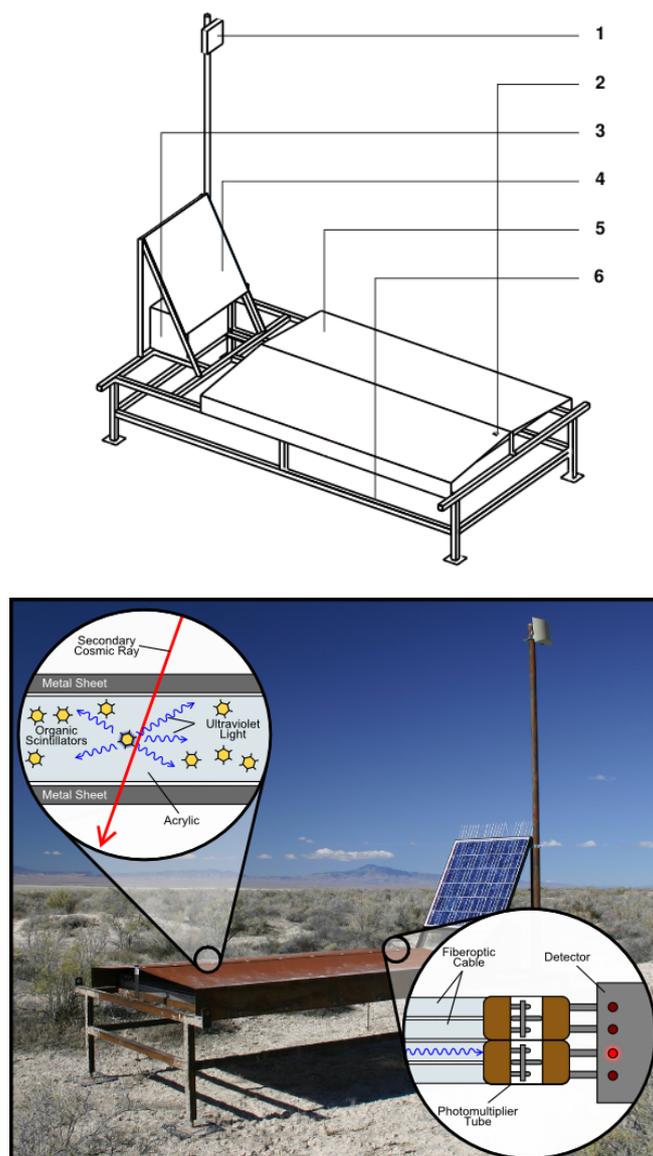


Figura 4.2: Acima: esquema ilustrativo do detector de superfície do Telescope Array e seus constituintes: 1-antena de comunicação wireless; 2- receptor GPS; 3-bateria e caixa eletrônica; 4-painel solar; 5-cobertura de ferro; 6-suporte metálico. Abaixo: Fotografia do detector com ilustração ampliada da parte de acrílico coberta pela lâmina de metal e da conexão dos cabos de fibra óptica com as fotomultiplicadoras. Figura adaptada de [55].

Tubos fotomultiplicadores são colocados na parte interna, dentro de uma caixa inoxidável que fica abaixo da cobertura de ferro (item 5). Cada unidade do detector conta com uma bateria de 12 V, que opera seus componentes eletrônicos a uma potência de 5 W (item 3). Essas baterias são recarregadas automaticamente durante o dia por uma placa solar de 1

m<sup>2</sup> e potência de 125 W, instalada em cada unidade do detector (item 4), o que garante ao SD a coleta de dados 24 horas por dia.

Esses detectores medem a densidade de partículas secundárias do chuveiro à medida que elas o atravessam. O sincronismo dos aparelhos GPS instalados (item 2 da figura 4.1) permite distinguir o que cada detector observa a qualquer momento, com uma precisão de  $10\mu$  segundos [55]. Através da observação da diferença no tempo de chegada dessas partículas secundárias em cada detector, pode-se reconstruir assim a direção do chuveiro. Os dados produzidos pelo FADC utilizam além do GPS para a sincronização, o sistema *wireless* para transmissão da informação, através de uma antena direcional (item 1). A informação é enviada às torres coletoras a uma frequência de 2,4 GHz, e com uma taxa de transmissão de 11 MB/s, que é o suficiente para efeitos de aquisição de dados e calibração do SD do Telescope Array.

## 4.2 Detector de Fluorescência

No Telescope Array existem 3 detectores de fluorescência, que são sensíveis à luz na faixa do ultra-violeta [56] proveniente dos chuviros que se desenvolvem na atmosfera. Entretanto essa sensibilidade se dá apenas em noites sem lua e com o ar relativamente limpo e seco [55], assim como ocorre no Auger.

A luz proveniente do chuveiro é captada através de espelhos côncavos, onde é focalizada por estes em pixels dos tubos fotomultiplicadores. Estes telescópios possuem a capacidade de observar objetos que se movem à velocidades tão rápidas quanto a luz, e a uma distância de até 20 km [55]. O princípio básico de funcionamento desses telescópios é o modo estereoscópio, assim como ocorre na visão humana, em que a partir de duas imagens obtidas em pontos distintos, pode-se determinar a profundidade do objeto. Quando um chuveiro é observado por dois telescópios em dois locais diferentes, cada um pode observar um plano, sendo que a intersecção desses planos fornece a direção de chegada do chuveiro, como ilustrado na figura 4.3.

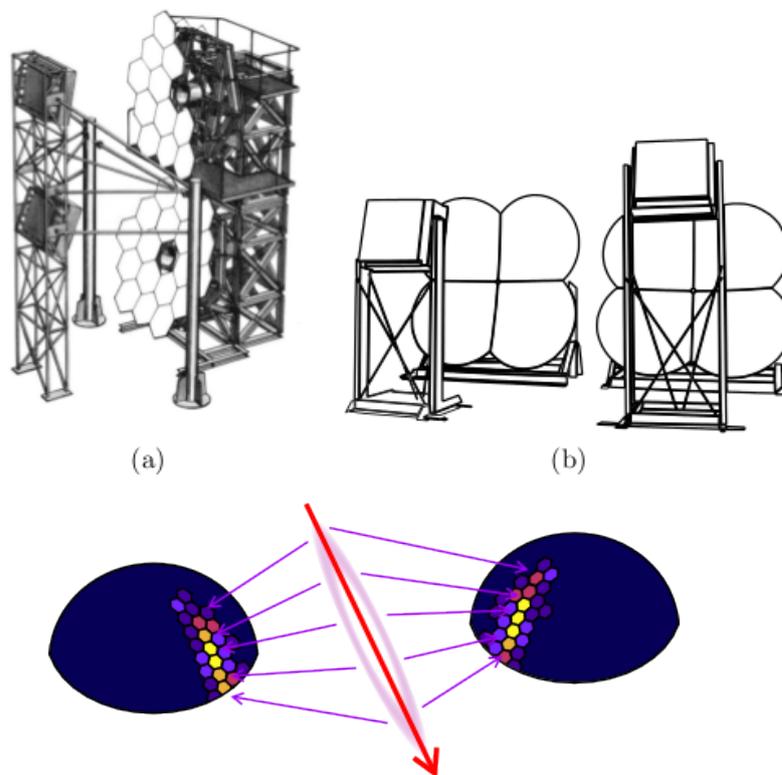


Figura 4.3: Acima: espelhos que compõem os detectores do FD: (a) *Black Rock Mesa* ou *Long Ridge*, (b) *Middle Drum*. Abaixo esquema ilustrativo da reconstrução da direção do chuvereiro feita por estes telescópios. Figuras adaptadas de [55].

Os detectores *Black Rock Mesa* e *Long Ridge* possuem dois anéis de espelhos cada um, com o anel 1 alocado acima do anel 2, como é mostrado na figura 4.3 (a). Existem 12 espelhos por estação, com 3 m de diâmetro cada. Ambos os detectores cobrem  $3 - 33^\circ$  de altitude e  $108^\circ$  em azimute. Os sinais de suas PMTs são gravados pela FADC a 10 MHz. Uma descrição mais completa do BR e LR pode ser encontrada em [57].

O detector *Middle Drum* foi construído baseado no experimento HiRes. Ele possui 14 espelhos com 2 m de diâmetro cada, dipostos em uma configuração de dois anéis (figura 4.3 (b)). Ele cobre  $3-31^\circ$  em altitude e  $112^\circ$  em azimute. Os tempos e intensidades dos pulsos na MPT são lidos separadamente por um TDC (*Time to Digital Converter*) e por um ADC (*Analog to Digital Converter*). Uma descrição mais detalhada do MD pode ser encontrada em [58].

# Capítulo 5

## Harmônicos Esféricos e Multipolos

### 5.1 Harmônicos Esféricos

Os harmônicos esféricos constituem em uma ferramenta matemática poderosa e de grande importância no estudo da anisotropia dos raios cósmicos, uma vez que qualquer desvio da isotropia está codificado nos coeficientes  $a_{l,m}$  resultantes da expansão da função de distribuição angular dos eventos [51].

Os harmônicos esféricos  $Y_{l,m}$  são funções ortonormais [60] definidas como:

$$Y_{l,m}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{l,m}(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (5.1)$$

em que  $P_{l,m}$  representa os Polinômios Associados de Legendre. Devido à propriedade de ortonormalidade do  $Y_{lm}$ , pode-se expandir qualquer função  $f(\theta, \phi)$  em uma série de harmônicos esféricos, isto é:

$$f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{m=-l} a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi) \quad (5.2)$$

Na tabela 5.1 estão apresentados alguns valores dos harmônicos esféricos para diferentes combinações de  $l$  e  $m$ . Já na figura 5.1, para essas diferentes combinações, é possível visualizar as partes reais e imaginárias da função na esfera.

Para determinarmos o coeficiente da expansão  $a_{l,m}$ , vamos multiplicar a equação 5.2

pelo complexo conjugado de 5.1,  $Y_{l',m'}^*(\theta, \phi)$ , uma vez que os harmônicos esféricos são funções complexas, e em seguida integrar nos intervalos  $0 \leq \phi < 2\pi$  e  $0 \leq \theta \leq \pi$ :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{m=-l} a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (5.3)$$

Retirando os somatórios e a constante  $a_{l,m}$  da integral, temos:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) Y_{l,m}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{m=-l} a_{l,m} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{l,m}(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \quad (5.4)$$

E, usando a ortnormalidade, temos que:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi Y_{l,m}(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \quad (5.5)$$

Portanto, obtemos:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=l}^{m=-l} a_{l,m} \delta_{l,l'} \delta_{m,m'} \quad (5.6)$$

Como os únicos termos não nulos são aqueles que possuem  $l=l'$  e  $m=m'$ , temos finalmente que:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) Y_{l',m'}^*(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = a_{l',m'} \quad (5.7)$$

A partir dos coeficientes, podemos ainda definir o espectro angular de potência:

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^2 \quad (5.8)$$

um parâmetro importante utilizado para quantificar flutuações de uma distribuição em escalas angulares  $\theta \sim 180^\circ/l$ .

Como os coeficientes  $a_{lm}$  são distribuídos de acordo com uma gaussiana, resulta que  $(2l+1)C_l$  segue uma distribuição  $\chi^2$  com  $(2l+1)$  graus de liberdade [62]. Dessa forma, o espectro angular de potência pode ser compreendido como a função de correlação de dois pontos no espaço  $l$ , que fornece informação da correlação entre duas direções angulares separadas por uma escala angular, em radiano, de  $\theta \sim 1/l$ . Na prática, o máximo valor de  $l$  é limitado pela resolução angular do experimento [63].

Tabela 5.1: Alguns valores de  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  para diferentes valores de  $l$  e  $m$ .

$l, m$	$Y_{lm}(\theta, \phi)$
0,0	$\frac{1}{\sqrt{4\pi}}$
1,0	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$
1,1	$-\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\phi}$
1,-1	$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\phi}$
2,0	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (3\cos^2\theta - 1)$
2,1	$-\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos\theta \sin\theta e^{i\phi}$
2,-1	$\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos\theta \sin\theta e^{-i\phi}$
2,2	$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} (\sin^2\theta e^{2i\phi} - 1)$
2,-2	$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} (\sin^2\theta e^{-2i\phi} - 1)$
$l, m$	$\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{l,m}(\cos\theta) e^{im\phi}$

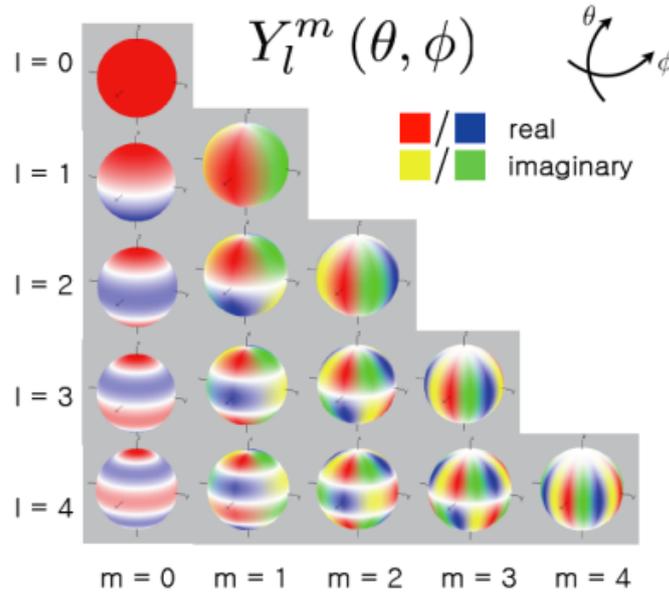


Figura 5.1: Alguns harmônicos esféricos para diferentes combinações de  $l$  e  $m$ . A parte real da função está representada pelas cores vermelho e azul, e a parte imaginária pelas cores amarelo e verde. Figura extraída da referência [61].

## 5.2 Padrões Anisotrópicos

### 5.2.1 Anisotropia Dipolar

Na busca de anisotropias em larga escala, diversos cenários prevêm um dipolo mensurável. Por exemplo, mesmo no caso em que os UHECRs extragaláticos sejam isotrópicos, é esperada uma anisotropia vista da Terra devido ao movimento da galáxia em relação ao referencial de isotropia extragalática. Na aproximação em que não se leva em conta os campos magnéticos, essa anisotropia será puramente dipolar [22].

Assumindo um padrão de anisotropia puramente dipolar, o fluxo direcional  $\Phi(\vec{n})$  dos raios cósmicos pode ser parametrizado em qualquer direção  $\vec{n}$  como:

$$\Phi(\vec{n}) = \frac{\Phi_0}{4\pi}(1 + r\vec{d}\cdot\vec{n}) \quad (5.9)$$

sendo  $\vec{d}$  o vetor unitário de dipolo. O padrão dipolar pode ser caracterizado pela declinação  $\delta_d$ , ascensão reta  $\alpha_d$  e amplitude  $r$  correspondendo ao máximo contraste de anisotropia:

$$r = \frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{\Phi_{max} + \Phi_{min}} \quad (5.10)$$

O vetor unitário de dipolo  $\vec{d}$  tem componentes cartesianas que se relacionam aos coeficientes  $a_{1m}$  da seguinte forma:

$$d_x = \frac{\sqrt{3}}{a_{00}} a_{11}, \quad d_y = \frac{\sqrt{3}}{a_{00}} a_{1-1}, \quad d_z = \frac{\sqrt{3}}{a_{00}} a_{10} \quad (5.11)$$

A amplitude  $d$  e as direções  $\delta_d$  e  $\alpha_d$  podem ser portanto obtidas, onde:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}, \quad \delta_d = \arcsen d_z, \quad \alpha = \arctan d_y/d_z \quad (5.12)$$

Desse modo, podemos estimar os parâmetros de interesse do dipolo a partir dos coeficientes  $\bar{a}_{1m}$  da expansão em harmônicos esféricos:

$$\bar{r} = \frac{\sqrt{3(\bar{a}_{10}^2 + \bar{a}_{11}^2 + \bar{a}_{1-1}^2)}}{\bar{a}_{00}} \quad (5.13)$$

$$\bar{\delta} = \arcsen \frac{\sqrt{3}\bar{a}_{10}}{\bar{a}_{00}} \bar{r} \quad (5.14)$$

$$\bar{\alpha} = \arctan \frac{\bar{a}_{1-1}}{\bar{a}_{11}} \quad (5.15)$$

## 5.2.2 Anisotropia Quadrupolar

Excessos distribuídos ao longo de um plano resultarão em um proeminente momento de quadrupolo. Tais excessos são bastante plausíveis na escala de energia de EeV no caso da emissão de elementos leves cujas fontes localizam-se no disco galático, ou ainda, levando-se em conta energias mais altas, no caso de fontes localizadas no plano supergalático [22].

Desse modo, um quadrupolo mensurável, do mesmo modo que o dipolo, consiste em um importante resultado na busca por anisotropias na distribuição angular dos raios cósmicos a energias ultra-altas.

Assumindo agora um padrão anisotrópico dipolar e quadrupolar para descrever a distribuição angular dos raios cósmicos, a intensidade do fluxo direcional  $\Phi(\vec{n})$  pode ser parametrizada em qualquer direção  $\vec{n}$  como:

$$\Phi(\vec{n}) = \frac{\Phi_0}{4\pi} \left( 1 + r\vec{d}\cdot\vec{n} + \frac{1}{2} \sum Q_{ij}n_in_j \right) \quad (5.16)$$

sendo  $Q$  um tensor de traço nulo simétrico de segunda ordem. Seus cinco componentes independentes são determinadas a partir dos coeficientes da expansão em harmônicos esféricos com  $l = 2$ , isto é, os coeficientes  $a_{2m}$ , sendo eles:

$$Q_{xx} = \frac{\sqrt{5}}{a_{00}} (\sqrt{3}a_{22} - a_{20}), \quad (5.17)$$

$$Q_{xy} = \frac{\sqrt{15}}{a_{00}} a_{2-2}, \quad (5.18)$$

$$Q_{xz} = -\frac{\sqrt{15}}{a_{00}} a_{21}, \quad (5.19)$$

$$Q_{yy} = \frac{\sqrt{5}}{a_{00}} (\sqrt{3}a_{22} + a_{20}), \quad (5.20)$$

$$Q_{yz} = -\frac{\sqrt{15}}{a_{00}} a_{2-1} \quad (5.21)$$

Os outros componentes podem ser obtidos por simetria e através da propriedade de traço nulo (em que a soma dos elementos da diagonal é nula), sendo  $Q_{zz} = -Q_{xx} - Q_{yy}$ .

Sejam os autovalores  $\lambda_+$ ,  $\lambda_0$  e  $\lambda_-$ , e  $q_+$ ,  $q_0$  e  $q_-$  os correspondentes autovetores unitários de  $Q$ , o fluxo  $\Phi(\vec{n})$  pode ser parametrizado da forma:

$$\Phi(\vec{n}) = \frac{\Phi_0}{4\pi} \left( 1 + r\vec{d}\cdot\vec{n} + \lambda_+(\vec{q}_+\cdot\vec{n})^2 + \lambda_0(\vec{q}_0\cdot\vec{n})^2 + \lambda_-(\vec{q}_-\cdot\vec{n})^2 \right) \quad (5.22)$$

Assim, pode-se definir a amplitude  $\beta$  do quadrupolo como:

$$\beta \equiv \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2 + \lambda_+ + \lambda_-} \quad (5.23)$$

O quadrupolo pode ser inteiramente determinado, portanto, por duas amplitudes independentes  $(\lambda_+, \lambda_-)$ , e três ângulos:  $\delta_{q_+}$ ,  $\alpha_{q_+}$  definindo a orientação do autovetor  $\vec{q}_+$  e  $\alpha_-$  que define a orientação do autovetor  $\vec{q}_-$  no plano ortogonal a  $\vec{q}_+$ . O terceiro autovetor,  $\vec{q}_0$ , é ortogonal a  $\vec{q}_+$  e  $\vec{q}_-$ , e seu autovalor correspondente  $\lambda_0$  é tal que a condição de traço nulo deve ser satisfeita:  $\lambda_+ + \lambda_- + \lambda_0 = 0$ .

Desse modo, dispondo de todo esse aparato matemático, iremos calcular os parâmetros essenciais para a reconstrução dos padrões dipolares e quadrupolares de anisotropia, como veremos no capítulo seguinte.

## Capítulo 6

# Busca por anisotropias em larga escala por meio da análise conjunta dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array

O objetivo central deste trabalho é estudar a anisotropia em larga-escala dos raios cósmicos de altíssimas energias com um diferencial, pela primeira vez tal estudo será feito utilizando-se uma cobertura total do céu, por meio da análise conjunta dos dados dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array.

A exposição de um observatório de raios cósmicos é a função na esfera celeste, medida em  $\text{km}^2 \text{ ano}$ , que fornece o tempo efetivo integrado de área coletada para o fluxo dada uma certa direção do céu. Aqui utilizaremos a exposição relativa, como definida em [51], uma função adimensional cujo valor máximo é 1. Em outras palavras, em qualquer direção do céu essa função terá um valor entre 0 e 1 dado pela razão entre a exposição no ponto pelo maior valor da exposição no céu.

O fato de os observatórios citados nesse estudo (Pierre Auger e Telescope Array) funcionarem em tempo integral coletando dados, implica que não há variações na exposição em tempo sideral e, conseqüentemente, a exposição é constante em ascensão reta. Supondo que um observatório localiza-se a uma latitude  $a_0$ , e ele seja completamente eficiente para detectar partículas que chegam à Terra com um ângulo zenital  $\theta$  inferior a um certo ân-

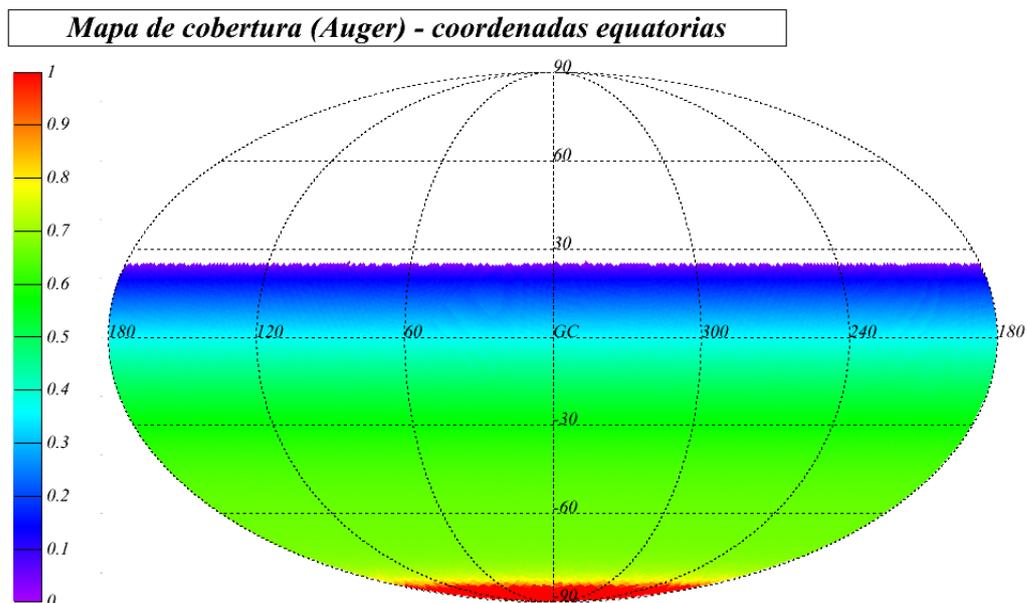


Figura 6.1: Mapa de exposição em coordenadas equatoriais do Observatório Pierre Auger.

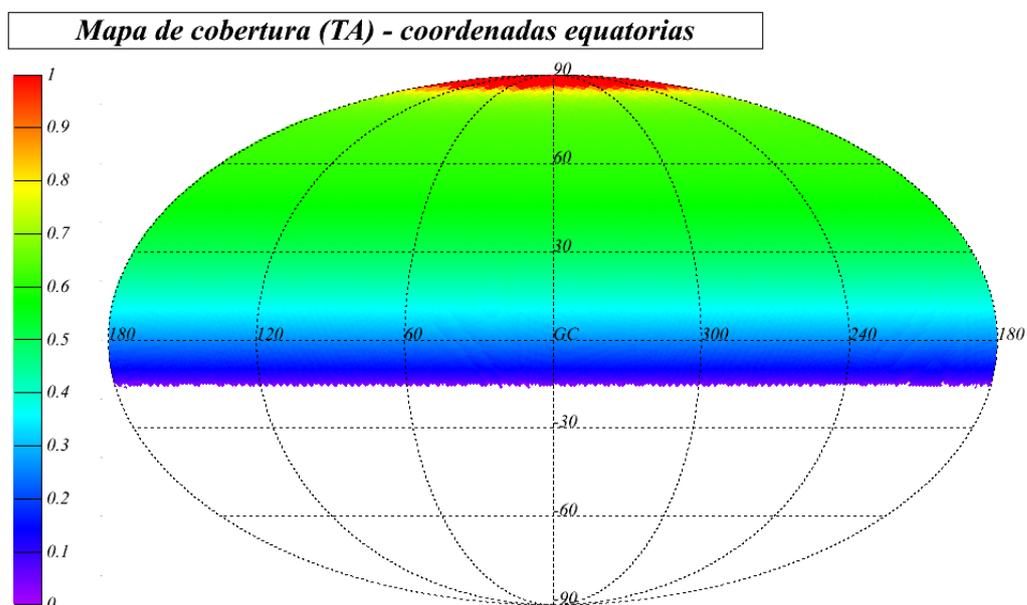


Figura 6.2: Mapa de exposição em coordenadas equatoriais do Telescope Array.

gulo zenital máximo  $\theta_{max}$ , a dependência da exposição em função da declinação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\omega(\delta) \propto \cos(a_0) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha_m) + \alpha_m \text{sen}(a_0) \text{sen}(\delta), \quad (6.1)$$

em que  $\alpha_m$  vale:

$$\alpha_m = \begin{cases} 0 & \text{se } \xi > 1 \\ \pi & \text{se } \xi < -1 \\ \cos^{-1}(\xi) & \text{se } -1 \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (6.2)$$

onde

$$\xi \equiv \frac{\cos(\theta_{max}) - \text{sen}(a_0) \text{sen}(\delta)}{\cos(a_0) \cos(\delta)}. \quad (6.3)$$

As figuras 6.1 e 6.2 apresentam os mapas das exposições individuais dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array, respectivamente. Para construí-las, foram utilizados o ângulo zenital máximo de chegada dos eventos  $\theta_{max} = 60^\circ$  para o Observatório Pierre Auger e  $\theta_{max} = 55^\circ$  para o Telescope Array.

Para o estudo de anisotropia em larga escala, a falta de informação para certas regiões do céu implica na necessidade de fazermos algumas correções ao expandir o fluxo de raios cósmicos na esfera, como por exemplo, o cálculo da matriz K mostrado no apêndice A. Soma-se a isso o fato de que a estatística de eventos é consideravelmente menor do que o caso ideal em que pudéssemos olhar para o céu em todas as direções. Desse modo, o Observatório Pierre Auger, ainda que o maior do mundo detectando tais partículas, possui estas limitações experimentais da mesma forma que todos os observatórios de UHECRs também as possuem.

A fim de contornar o problema da exposição parcial do céu e no intuito de aumentar a estatística de eventos, somaremos as exposições do Observatório Pierre Auger e do

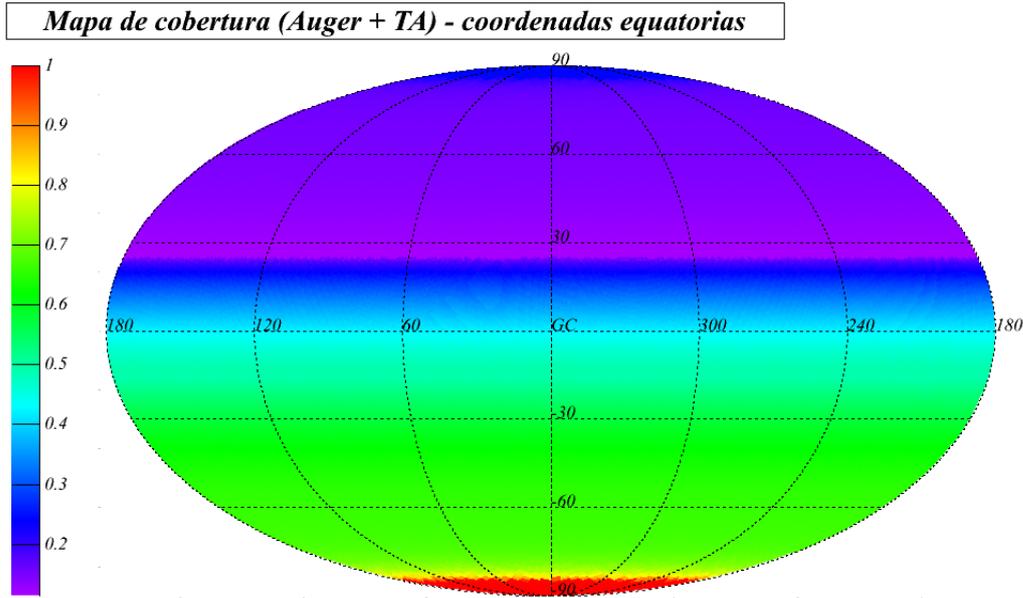


Figura 6.3: Mapa de exposição em coordenadas equatoriais das exposições dos Observatórios Pierre Auger e Telescope Array somadas, obedecendo uma razão 5:1.

Telescope Array. Localizados em hemisférios distintos do planeta, o primeiro ao sul e o segundo ao norte, sendo que ambos, somados, são capazes de cobrir toda a esfera celeste (figura 6.3). Com isso, as correções que visam suprir a falta de informações para determinadas regiões do céu deixam de ser necessárias, impedindo que se perca resolução nos coeficientes  $a_{lm}$  à medida que se aumenta o  $l_{max}$  da expansão.

Neste capítulo, como motivação inicial do trabalho, iremos testar se ao adicionarmos a exposição do Telescope Array à exposição do Observatório Pierre Auger, conseguimos melhorar nosso poder de detecção em relação a um dipolo somente com a exposição do Pierre Auger. Para isso, consideraremos inicialmente o caso ideal em que não há nenhuma diferença na escala de energia desses dois observatórios.

## 6.1 Teste de Hipótese e Poder de Detecção

A fim de determinar se a eficiência em detectar um dipolo aumenta quando somamos ao Observatório Pierre Auger o Telescope Array, é necessário primeiramente levar em

consideração os dois tipos de erro em testes de hipóteses [64]:

**Erro do tipo I** - O erro classificado como Tipo I resume-se a situação em que a hipótese nula é rejeitada quando ela é verdadeira. Neste contexto, a hipótese nula representa uma distribuição isotrópica de eventos. A probabilidade associada a erros do tipo I, também chamada de significância do teste, é a probabilidade  $\alpha$  de se rejeitar  $H_{iso}$  quando  $H_{iso}$  é verdadeiro. Este valor deve ser escolhido a *priori*. Nesta análise foi escolhido  $\alpha_{99} = 0,01$ , o que implica em um índice de confiança de 99%. Em outras palavras, aquilo que indentificamos como anisotrópico, de fato o será com 99% de certeza.

**Erro do tipo II** - Esse erro consiste em aceitar equivocadamente a hipótese nula, isto é, falhar em rejeitá-la, uma vez que ela é falsa. No contexto desse estudo, o erro se dá em aceitar a hipótese de que os eventos sejam isotrópicos quando na realidade não o são. Com base no erro do Tipo II define-se a probabilidade  $\beta$  de aceitar a hipótese de isotropia quando o conjunto de eventos é realmente anisotrópico. Esta probabilidade é a fração do número de conjuntos de eventos anisotrópicos cujo valor estimado encontra-se dentro do intervalo definido por  $\alpha$ , sendo dependente das escolhas de  $\alpha$  e  $H_{iso}$ . O poder do teste,  $1 - \beta$ , consiste na probabilidade de identificar uma anisotropia quando ela de fato existe.

A figura 6.4 mostra um esquema ilustrativo dos erros do Tipo I e Tipo II, além dos parâmetros discutidos. Podemos perceber que as duas grandezas  $\alpha$  e  $\beta$  são dependentes, de modo que a situação ideal é aquela em que o intervalo determinado pela escolha de  $\alpha$  seja o menor possível a fim de maximizar  $1-\beta$ .

### Simulações

Inicialmente simulamos mil céus dipolares cada um com 10 mil eventos de acordo com a exposição do Observatório Pierre Auger, e 12 mil eventos para a combinação Pierre Auger somado ao Telescope Array, sendo 10 mil eventos para o primeiro e 2 mil eventos para o segundo<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Esses valores são na verdade aproximações dos números reais de eventos obtidos por ambos os observatórios para  $E > 10$  EeV.

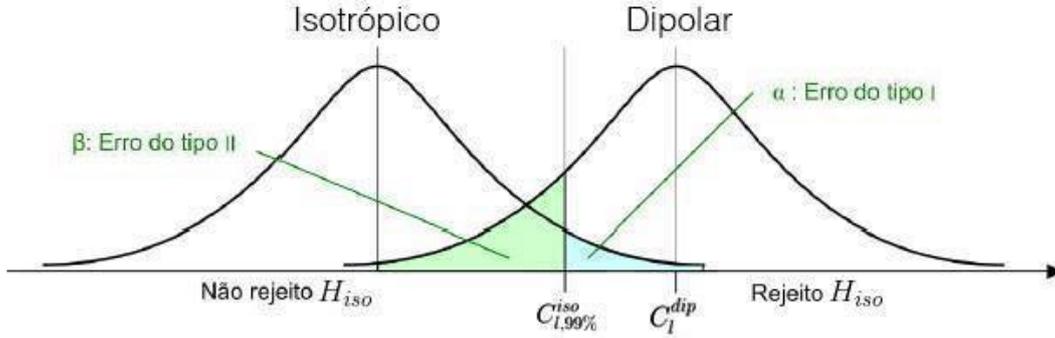


Figura 6.4: Esquema ilustrativo representando os erros do tipo I e II no contexto desse estudo, em que a hipótese nula  $H_{iso}$ , pode ser uma medida do espectro angular de potência proveniente de simulações isotrópicas  $C_1^{iso}$ .

Para ambas as simulações foram utilizadas as seguintes amplitudes de dipolo: 1%, 5% e 10% e, para cada amplitude, sete diferentes ângulos de declinação:  $\delta = -90^\circ, -60^\circ, -30^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$ . Posteriormente, expandimos em harmônicos esféricos os mapas obtidos e calculamos os respectivos valores do espectro angular de potência para  $l = 1$ , isto é,  $C_1$  (ver capítulo 5).

Em seguida, calculamos o valor do espectro angular de potência  $C_1$  de mil céus isotrópicos simulados (com a mesma exposição e número de eventos utilizados anteriormente), a fim de extrairmos  $C_1^{iso_{99\%}}$ , que é o valor limiar que nos fornece um índice de confiança de 99%, como explicado anteriormente.

Desse modo definimos o poder de detecção como:

$$P = \frac{N(C_1 > C_1^{iso_{99\%}})}{N_{dip,tot}} \quad (6.4)$$

em que  $N(C_1 > C_1^{iso_{99\%}})$  é o número de simulações dipolares cujo  $C_1$  é maior do que o valor de  $C_1$  proveniente das simulações isotrópicas e  $N_{dip,tot}$  é o número total de simulações dipolares. A figura 6.5 mostra o resultado das simulações para o poder de detecção do dipolo nos dois cenários distintos: somente o Observatório Pierre Auger (representado pelas linhas sólidas no gráfico), e este quando somado ao Telescope Array (representado pelas linhas pontilhadas).

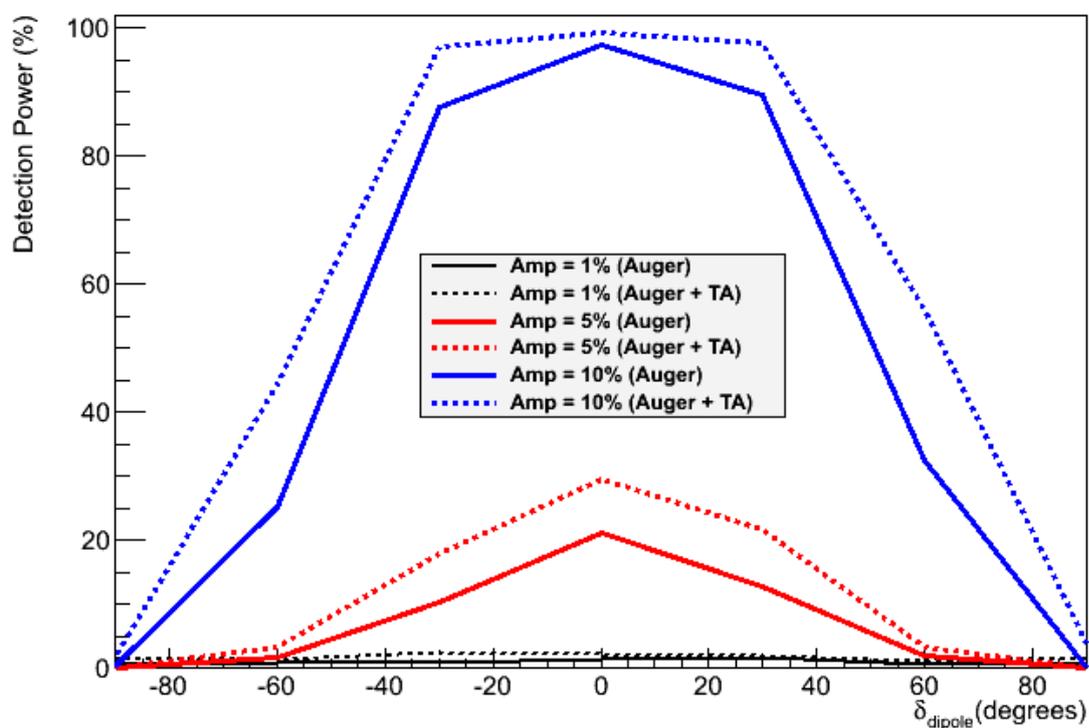


Figura 6.5: Poder de detecção em função do ângulo de declinação do dipolo. As linhas pontilhadas representam ambos os experimentos, e a linha sólida apenas o Pierre Auger. As amplitudes de dipolo são de 1%, 5% e 10%, representadas pelas cores preto, vermelho e azul, respectivamente.

Como era de se esperar, quanto maior é o valor da amplitude do dipolo, maior é o nosso poder de detecção, o que pode ser visualizado pelas linhas de diferentes cores. Além disso, percebemos uma dependência, para todas as amplitudes, do poder de detecção com relação ao ângulo de declinação para onde aponta o dipolo, de forma que quanto mais próximo de  $\delta = 0^\circ$ , pela esquerda ou pela direita, maior o valor do poder de detecção. Isto pode ser explicado pelo fato de que o dipolo é um vetor que aponta para a região do céu com um maior número de eventos, ao mesmo tempo que a direção diretamente oposta consiste naquela com menor número de eventos. Ainda que, por exemplo, a declinação  $\delta = -90^\circ$  seja uma região do céu bem observada pelo Observatório Pierre Auger, a direção diametralmente oposta à ela está bastante fora do “campo de visão” do observatório, o que prejudica a detecção do dipolo pelo fato de que ele tem pouco acesso à informação acerca da região de déficit de eventos. Pensando assim, torna-se simples entender o porquê de o poder de detecção ser maior quando o valor da declinação do dipolo aproxima-se de zero.

Com isso, ainda que de maneira aproximada, pois por enquanto não levamos em conta as incertezas nas escalas de energia medidas por esses dois experimentos, conseguimos mostrar que o poder de detecção aumenta consideravelmente quando usamos os dois experimentos juntos. Em outras palavras, olhar para todo o céu nos permitiu um maior poder de detecção de um padrão dipolar de anisotropia. Isso motiva o desenvolvimento de um método mais rigoroso para o estudo de anisotropia em larga escala utilizando a combinação do Observatório Pierre Auger e Telescope Array. Neste método, tanto as diferenças nas escalas de energia quanto quaisquer outras incertezas relativas às exposições, por exemplo, serão consideradas, como veremos na seção seguinte.

## 6.2 Método Iterativo

A principal motivação em unir os observatórios Pierre Auger e Telescope Array se dá pelo fato de que, juntos, eles fornecem uma visão total do céu. Cada observatório se localiza em um hemisfério do planeta, e ainda que as exposições individuais de cada um

permita o acesso a somente uma região do céu, elas juntas resultam em uma cobertura total da esfera celeste. Quando se tem uma exposição incompleta do céu é preciso usar a matriz K truncada para um valor de  $l_{max}$  (ver apêndice A). A resolução de cada coeficiente  $a_{lm}$  é degradada por um fator 2 à medida que aumentamos o  $l_{max}$ . Assim, são necessárias algumas hipóteses, como por exemplo assumir que a anisotropia é unicamente dipolar ou dipolar e quadrupolar [39]. Com a exposição completa do céu não precisamos da correção da matriz K, pois podemos escrever o fluxo real diretamente como o fluxo observado modulado pela exposição  $w$ , isto é,  $\Phi_{real} = \Phi_{obs}/w$ , o que nos possibilita o acesso a todos os coeficientes da expansão. Tal junção permite, portanto, uma medida inequívoca dos coeficientes multipolares<sup>2</sup>.

Como já dito, o fluxo direcional das direções de chegada dos raios cósmicos  $\Phi(\vec{n})$  pode ser escrito como em termos de uma expansão em harmônicos esféricos:

$$\Phi(\vec{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\vec{n}), \quad (6.5)$$

Como mencionado anteriormente, a exposição direcional de cada observatório fornece o tempo efetivo integrado de área varrida no céu para o fluxo dada uma determinada direção. *A priori*, a exposição resultante da combinação das exposições dos dois experimentos deveria ser a soma de cada uma individualmente, no entanto, ao se levar em conta as incertezas relativas, torna-se necessária a utilização de algum fator empírico  $b$  que leve em conta tais incertezas. Este fator  $b$  é escolhido de forma a ajustar a exposição  $w_{Auger}(\vec{n})$  do Observatório Pierre Auger relativamente à exposição  $w_{TA}(\vec{n})$  do Telescope Array, de modo que podemos obter a exposição total:

$$w_T(\vec{n}; b) = w_{TA}(\vec{n}) + b w_{Auger}(\vec{n}) \quad (6.6)$$

O fator  $b$  é, portanto, um parâmetro adimensional. Embora as técnicas para se obter

---

<sup>2</sup>O método foi desenvolvido em um encontro das colaborações Pierre Auger e Telescope Array no ano de 2013, em Bruxelas, Bélgica.

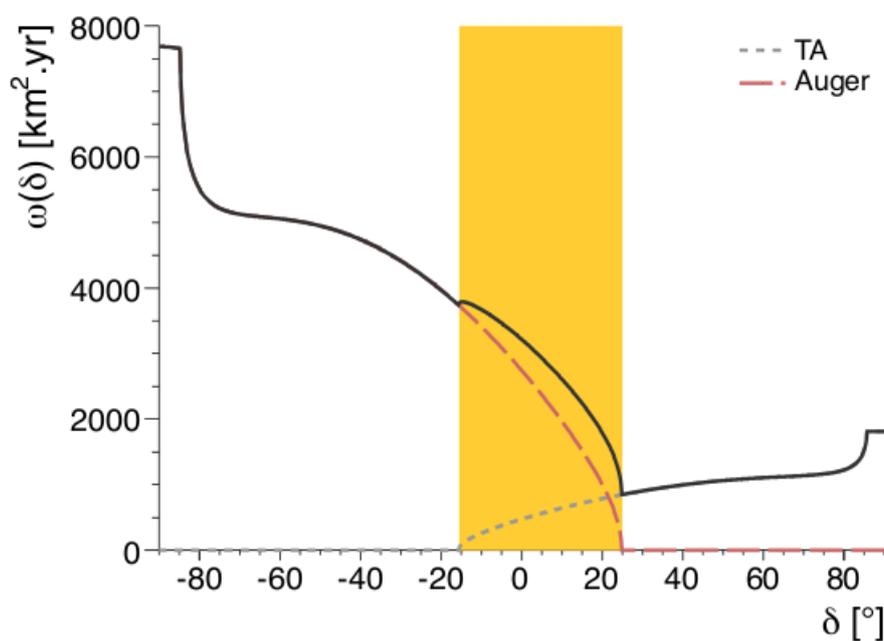


Figura 6.6: Exposições direcionais dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array, com  $b = 1$ , em função da declinação.

as energias dos eventos pelos observatórios Pierre Auger e Telescope Array sejam bastante parecidas, existem diferenças em como se determinar a energia do evento primário. Atualmente, as diferenças nas escalas de energia são de 20% e 14%, respectivamente. Nesses valores estão embutidas as incertezas na calibração absoluta dos detectores de fluorescência, as influências da atmosfera, as incertezas na reconstrução do chuveiro, além das incertezas no fator de correção da “energia faltante”<sup>3</sup>.

A figura 6.6 mostra as exposições dos dois observatórios combinadas em função do ângulo de declinação para o caso em que  $b = 1$ . A parte destacada em amarelo representa a região em declinação que é comum aos dois observatórios, e essencial para o desenvolvimento do método aqui tratado, como veremos mais a frente.

Cada observatório naturalmente observa melhor determinadas direções no céu em

<sup>3</sup>Esse termo se refere a *missing energy*, que é a energia que escapa dos detectores devido aos neutrinos e múons rápidos.

detrimento de outras. Esse simples fato implica, a princípio, em uma anisotropia natural desse sistema, que é usualmente corrigida ponderando-se a distribuição angular observada pelo inverso da função de exposição [51]:

$$\frac{d\hat{N}(\vec{n})}{d\Omega} = \frac{1}{\bar{w}_T(\vec{n})} \frac{dN(\vec{n})}{d\Omega} \quad (6.7)$$

Como bem discutido em [40], a distribuição angular média  $\langle \frac{d\hat{N}(\vec{n})}{d\Omega} \rangle$  pode ser identificada com o fluxo direcional  $\Phi(\vec{n})$ , o que implica que podemos escrever o coeficiente  $a_{lm}$  reconstruído a partir da expansão do fluxo como:

$$\bar{a}_{lm} = \int_{4\pi} d\Omega \frac{d\hat{N}(\vec{n})}{d\Omega} Y_{lm}(\vec{n}) = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{lm}(\vec{n}_i)}{\bar{w}_T(\vec{n}_i)} \quad (6.8)$$

Um ponto crucial na determinação do fator  $b$ , bem como dos coeficientes da expansão, se dá pela existência da região de superposição<sup>4</sup> entre as exposições dos dois experimentos (figura 6.6). Nessa região o fluxo medido deve ser necessariamente o mesmo para os dois observatórios, uma vez que ele constitui uma grandeza física intrínseca, que independe do instrumento que o mede. Sendo assim, o número de eventos dos dois experimentos para essa região de superposição das duas exposições pode ser escrito como:

$$\Delta N_{tot} = \int_{\Delta\Omega} d\Omega \Phi(\vec{n}) (w_{TA} + bw_{Auger}(\vec{n})), \quad (6.9)$$

Nessa banda de superposição, a razão entre os eventos dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta N_{Auger}}{\Delta N_{TA}} = b \frac{\int_{\Delta\Omega} d\Omega \Phi(\vec{n}) w_{Auger}(\vec{n})}{\int_{\Delta\Omega} d\Omega \Phi(\vec{n}) w_{TA}(\vec{n})} \quad (6.10)$$

Na equação 6.10 temos duas grandezas desconhecidas, o fluxo  $\Phi(\vec{n})$  e o fator  $b$ , que precisamos encontrar a fim de calcular os coeficientes  $a_{lm}$ . Como hipótese inicial, podemos

---

<sup>4</sup>Não parece haver uma restrição quanto ao tamanho da região de superposição escolhida [40]. Neste trabalho escolhemos tal região como a máxima, contida entre  $-15^\circ < \delta < 25^\circ$ .

assumir o fluxo como sendo constante na banda, o que nos permitirá ter uma primeira estimativa para o fator  $b$ :

$$\bar{b}^{(0)} = \frac{\Delta N_{Auger} \int_{\Delta\Omega} d\Omega w_{TA}(\vec{n})}{\Delta N_{TA} \int_{\Delta\Omega} d\Omega w_{Auger}(\vec{n})} \quad (6.11)$$

Conhecendo este primeiro valor para o fator  $b$ , podemos fazer uma primeira estimativa para o fluxo utilizando a equação 6.6:

$$\frac{d\hat{N}(\vec{n})}{d\Omega} = \frac{1}{\bar{w}_T(\vec{n})} \frac{dN(\vec{n})}{d\Omega}, \quad (6.12)$$

Agora que temos uma estimativa de  $\Phi(\vec{n})$ , podemos utilizá-lo na equação 6.10 para determinar o valor de  $b$ , em vez de considerar  $\Phi(\vec{n})$  constante, como fizemos em 6.11. Com isso, fazemos uma nova iteração, em que esse processo pode ser repetido  $k$  vezes até que consigamos valores auto-consistentes para o fluxo e para a exposição total. Assim, temos uma forma geral para determinar o valor de  $b$ , que, na prática, se estabiliza em  $k = 4$ :

$$\bar{b}^{(k+1)} = \frac{\Delta N_{Auger} \int_{\Delta\Omega} d\Omega \bar{\Phi}^{(k)} w_{TA}(\vec{n})}{\Delta N_{TA} \int_{\Delta\Omega} d\Omega \bar{\Phi}^{(k)} w_{Auger}(\vec{n})} \quad (6.13)$$

Dispondo do valor de  $b$  estabilizado, conseguimos o valor real para o fluxo, o que nos permite expandi-lo a fim de obter os coeficientes  $a_{lm}$  como mostrado na equação 6.8. Na prática, obtivemos tais valores através da expansão do mapa do fluxo de eventos utilizando o Healpix[71].

### 6.2.1 Reconstrução dos coeficientes $a_{lm}$

Para se testar a funcionalidade do método iterativo, podemos fazê-lo por meio de simulações de Monte Carlo, onde iremos reconstruir os coeficientes  $a_{lm}$  de interesse, isto é, para  $l = 1$  e  $l = 2$ . Nessas simulações, o ângulo zenital máximo utilizado  $\theta_{max}$  foi de  $60^\circ$  para o Observatório Pierre Auger, e  $55^\circ$  para o Telescope Array. A região escolhida

da superposição das exposições dos dois experimentos foi de  $[-15^\circ, 25^\circ]$  em declinação, e a razão entre as exposições totais:

$$b = \frac{w_{total}^{Auger}}{w_{total}^{TA}} = \frac{31440 \text{ km}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{ano}}{6040 \text{ km}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{ano}} \quad (6.14)$$

Foram simulados dois cenários distintos, o primeiro com uma distribuição isotrópica de eventos, e o segundo com uma distribuição anisotrópica. Tanto para o primeiro quanto para o segundo caso, o número de eventos utilizados foi o mesmo, sendo 2130 eventos distribuídos de acordo com a exposição do Telescope Array, e  $2130 \times b$  eventos distribuídos de acordo com a exposição do Observatório Pierre Auger. No cenário em que os eventos simulados obedeciam um padrão anisotrópico, utilizamos um fluxo composto por uma componente dipolar e quadrupolar  $\Phi(\vec{n}) = a_{00}Y_{0,0} + 0.1Y_{1,0}(\vec{n}) + 0.1Y_{2,0}(\vec{n})$ .

A figura 6.7 mostra os histogramas com os valores reconstruídos dos coeficientes  $a_{1,0}$  e  $a_{2,0}$ , reespectivamente, ambos para o primeiro cenário, com a distribuição isotrópica de eventos. Já a figura 6.8 mostra os histogramas com os valores reconstruídos dos coeficientes  $a_{1,0}$  e  $a_{2,0}$  para o caso de uma distribuição anisotrópica, com as componentes dipolares e quadrupolares para o fluxo. Nos dois casos os valores reconstruídos dos coeficientes são compatíveis, dentro do erro, com os valores esperados (0 para o caso isotrópico e 0.1 para o caso anisotrópico).

Com isso, constatamos que o Método Iterativo funciona bem, e, portanto, podemos utilizá-lo em nossa análise.

### 6.2.2 Determinação do Poder de Detecção

A fim de determinar quão bem o método é capaz de reconstruir uma certa amplitude de dipolo, a uma dada declinação, calculamos o poder de detecção do método, da mesma forma que foi feito na seção 6.1. Para isso foi simulado um conjunto de 200 céus, cada um com 2130 eventos distribuídos de acordo com a exposição do Telescope Array, e  $2130 \times b$  eventos distribuídos de acordo com a exposição do Observatório Pierre Auger. Para cada

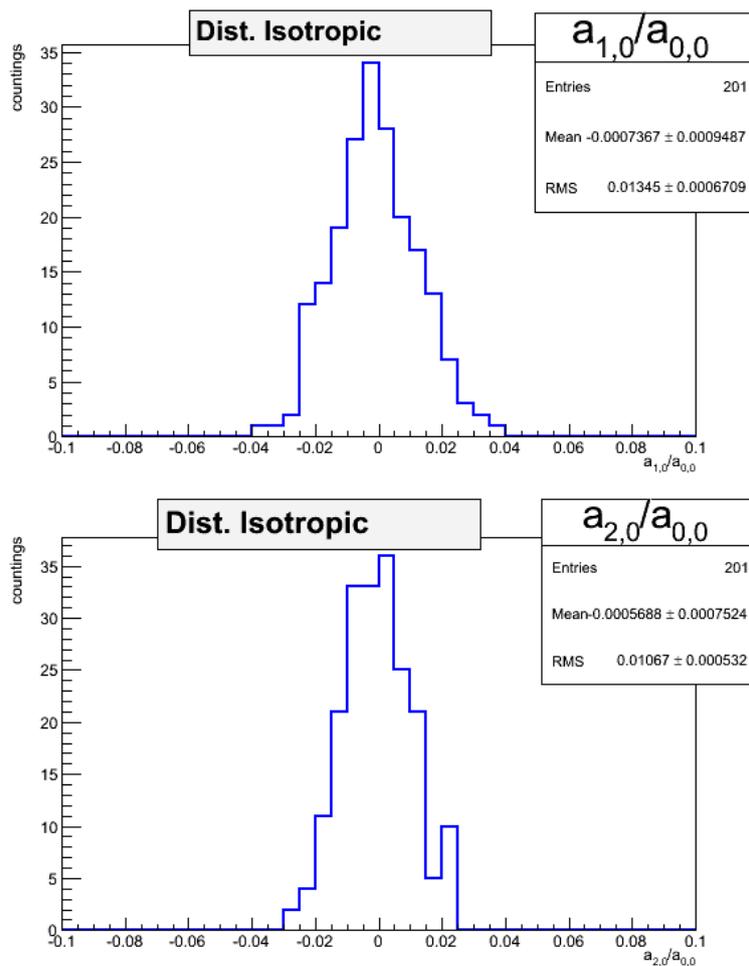


Figura 6.7: Reconstrução dos coeficientes  $a_{1,0}$  e  $a_{2,0}$  para o caso de uma distribuição isotrópica de eventos.

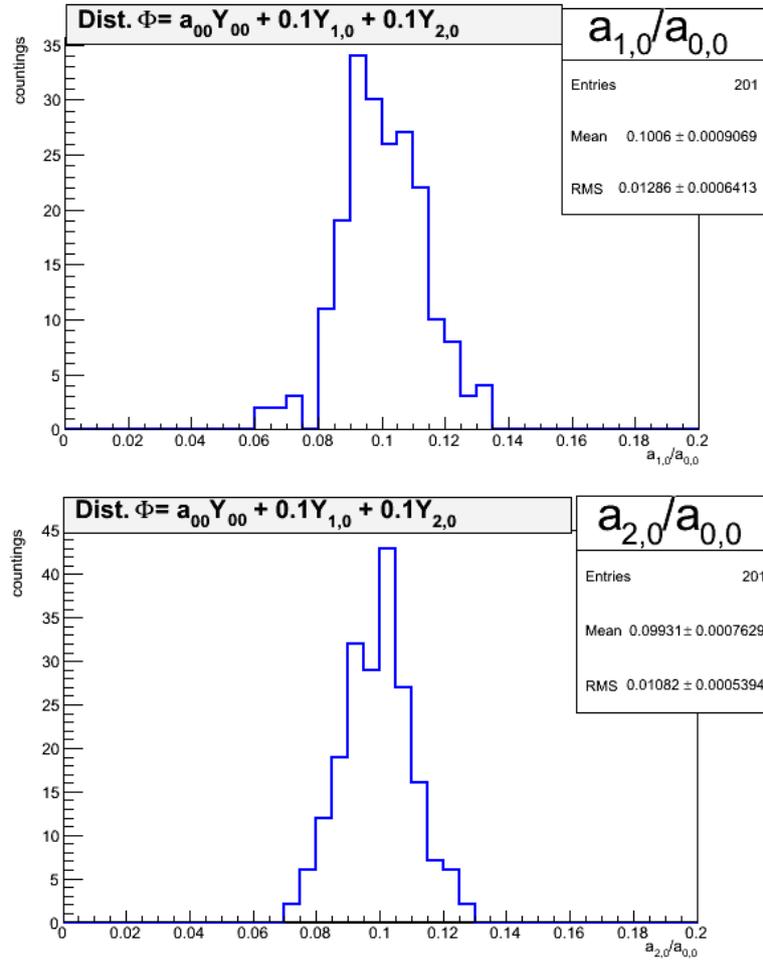


Figura 6.8: Reconstrução dos coeficientes  $a_{1,0}$  e  $a_{2,0}$  para o caso de uma distribuição isotrópica de eventos.

conjunto de 200 céus, utilizamos 13 valores de amplitude  $r$  de dipolo: 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.11, 0.12, 0.13 e 0.14, e para cada valor de amplitude, utilizamos três diferentes ângulos de declinação  $\delta$ , sendo eles  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

Em um segundo passo, simulamos 1000 céus com o mesmo número de eventos mencionado anteriormente, porém distribuídos isotropicamente, o que nos permitiu determinar um valor limiar  $r_{99\%}^{iso}$  para a amplitude correspondente a um índice de confiança de 99%. Com isso, podemos definir o nosso poder de detecção, de maneira análoga a equação 6.1, como:

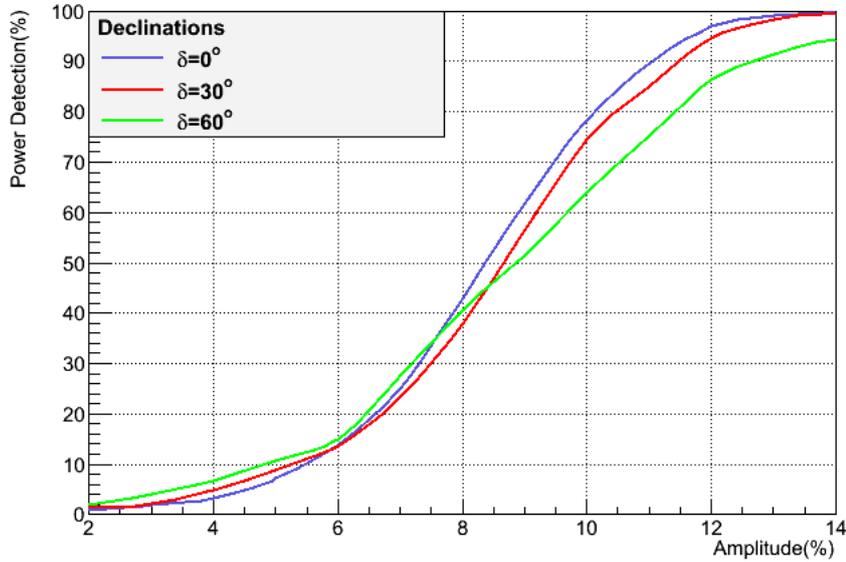


Figura 6.9: Poder de detecção de um dipolo em função de três diferentes ângulos de declinação,  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , representados pelas cores azul, vermelho e verde, respectivamente.

$$P = \frac{N(r > r_{99\%}^{iso})}{N_{dip,tot}}, \quad (6.15)$$

sendo  $N(r > r_{99\%}^{iso})$  o número de amplitudes reconstruídas das simulações dipolares, cujo valor excede aquele obtido pelo conjunto de simulações isotrópicas, e  $N_{dip,tot}$  o número total de simulações. A partir desses resultados, construímos o gráfico da figura 6.9, em que é possível ver como o poder de detecção cresce em função da amplitude do dipolo para os três diferentes ângulos de declinação:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ .

### 6.3 Análise dos Dados

O conjunto de dados do Observatório Pierre Auger utilizado nesse estudo consiste nos eventos registrados até o dia 31 de dezembro de 2012, cujo ângulo zenital máximo vale  $60^\circ$ . A reconstrução da energia, assim como a reconstrução angular, são otimizadas através da condição de que os seis tanques de radiação Cherenkov vizinhos ao tanque cujo sinal foi o mais forte, foram ativados no tempo em que cada evento foi detectado

[65]. Baseado nessa condição, a resolução angular é de  $\sim 1^\circ$  [66], enquanto a resolução na energia acima de 10 EeV equivale a 10% [67] com uma incerteza sistemática no valor absoluto da escala de energia de 14% [68]. A eficiência completa do SD é alcançada acima de 3 EeV [65]. Com uma exposição total de 31440 km<sup>2</sup> sr ano, o número total de eventos acima de 10 EeV para o Observatório Pierre Auger é de 8259.

O conjunto de dados selecionado proveniente do Telescope Array consiste nos eventos registrados até o dia 3 de março de 2013, cujo ângulo zenital máximo corresponde a  $55^\circ$ . Para ser selecionado, cada evento deve ser detectado por pelo menos 5 detectores cintiladores, sendo que o detector que registra o sinal mais forte deve estar cercado por 4 detectores em funcionamento. A incerteza angular estimada no ajuste do tempo deve ser menor que  $5^\circ$ , e a fração da incerteza estimada no tamanho do chuveiro deve ser menor que 25%. Baseado nesses critérios, o SD do Telescope Array opera com eficiência máxima para energias superiores a  $\sim 8$  EeV. A resolução na energia é melhor que 20% acima de 10 EeV com uma incerteza sistemática na escala de energia absoluta de 22% [69]. A exposição total é de 6040 km<sup>2</sup> sr ano, para um número total de eventos acima de 10 EeV correspondente a 2130.

A análise descrita nessa seção é baseada nos conjuntos de dados de ambos os observatórios, com energias aproximadamente superiores a 10 EeV em termos da energia do Telescope Array. Com esse valor, pode-se determinar a energia limiar correspondente ao Observatório Pierre Auger, de modo a garantir a mesma intensidade nos dois experimentos. Tal feito resulta, portanto, em um total de 2130 eventos provenientes do Telescope Array acima de 10 EeV, e 11087 eventos acima de 8,5 EeV registrados pelo Observatório Pierre Auger. Com isso, através do método apresentado na seção 6.2 além das equações desenvolvidas nas seções 5.2.1 e 5.2.2 do capítulo 5, somos capazes de estimar os coeficientes multipolares e realizar uma busca por anisotropias que se beneficia do fato de toda a esfera celeste ser utilizada. Dessa forma, reconstruímos as amplitudes do vetor de dipolo e do tensor de quadrupolo, bem como os ângulos de declinação e ascensão reta para cada

Tabela 6.1: Amplitudes e ângulos do vetor de dipolo e tensor de quadrupolo obtidos neste trabalho.

	amplitude[%]	$\delta[^\circ]$	$\alpha[^\circ]$
$r$	$4,2 \pm 1,8$	$-3 \pm 34$	$93 \pm 28$
$q_+$	$6,8 \pm 2,1$	$7 \pm 38$	$58 \pm 100$
$q_-$	$-5,6 \pm 2,0$	$56 \pm 38$	$152 \pm 77$
$q_0$	$-1,1 \pm 1,6$	$32 \pm 38$	$318 \pm 68$

um, como mostrado na tabela 6.1. As incertezas nesses valores foram calculadas através

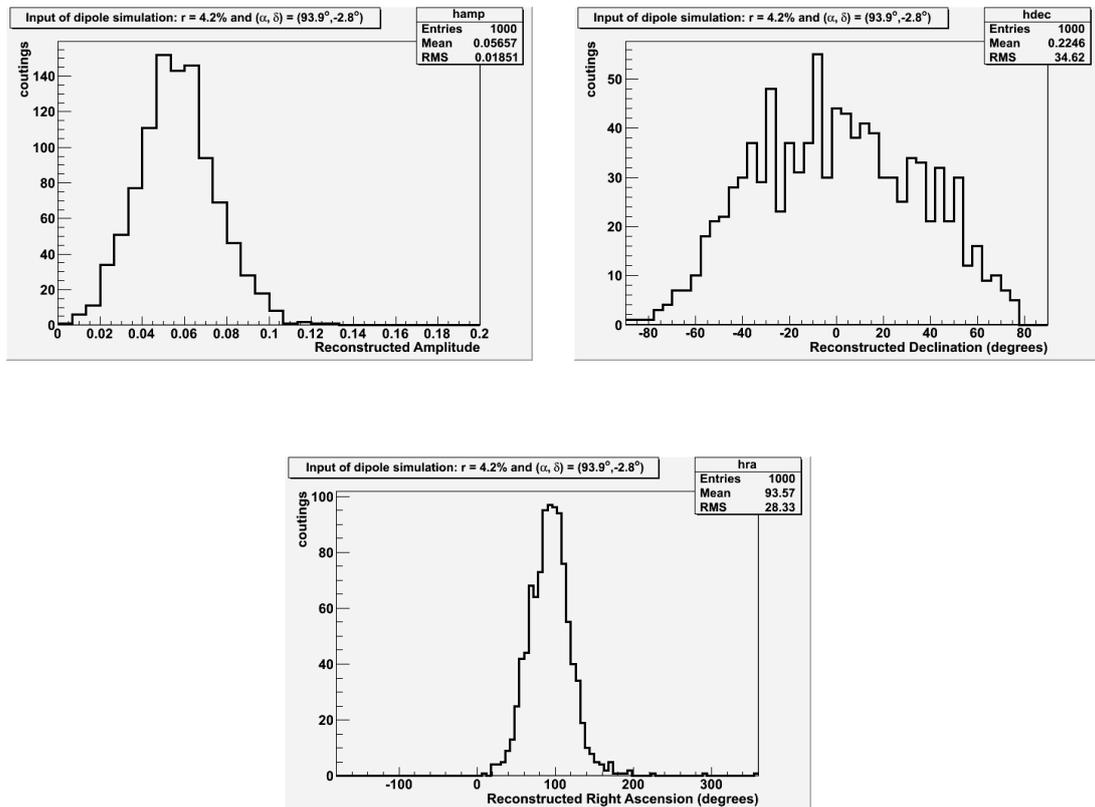


Figura 6.10: Reconstrução da amplitude de dipolo (superior à esquerda), declinação do dipolo (superior à direita) e ascensão reta do dipolo (abaixo) através de 1000 simulações de Monte Carlo, onde pode-se obter o RMS das distribuições e determinar os erros nas reconstruções desses parâmetros.

do desvio padrão (RMS), obtido por meio das simulações de Monte Carlo, como mostram os histogramas da figura 6.10 para simulações de um dipolo.

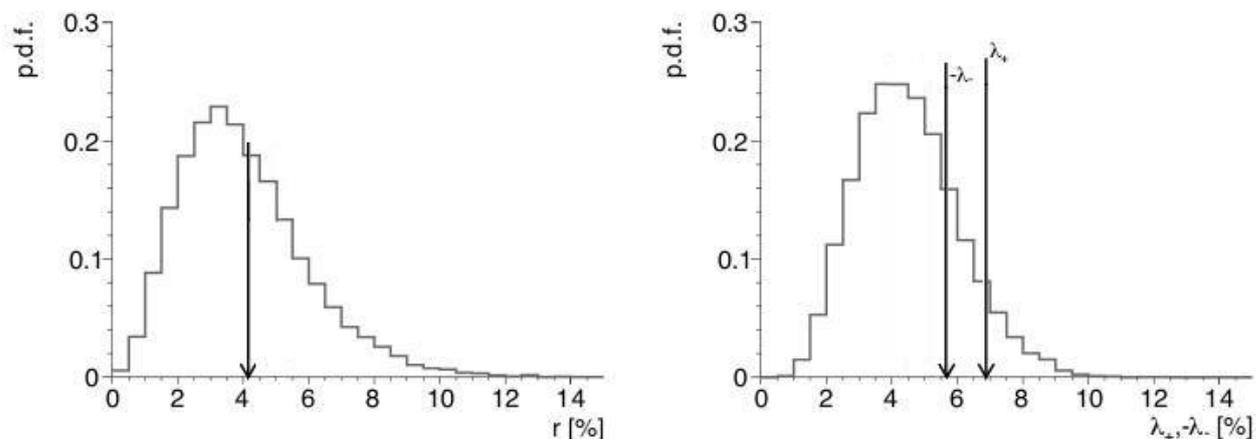


Figura 6.11: Amplitudes medidas para o vetor de dipolo (esquerda) e para o tensor de quadrupolo (direita), ambas com as respectivas distribuições esperadas para flutuações estatísticas provenientes da isotropia. Figura adaptada de [5].

As distribuições das amplitudes obtidas a partir de flutuações estatísticas de conjuntos isotrópicos de dados são mostradas na figura 6.11. As flechas indicam os valores medidos neste trabalho, que estão claramente dentro das regiões de amplitudes esperadas em caso de isotropia.

Podemos comparar a esse resultado àquele obtido em 2013 pela colaboração Pierre Auger [22], em que se detectou, para energias superiores a 8 EeV, um sinal identificando uma possível anisotropia dipolar, como foi mostrado na figura 2.10, da seção 2.4. Contudo, devemos considerar algumas diferenças fundamentais entre as análises descritas neste trabalho e naquele publicado em [22].

Nesta análise, diferentemente dos trabalhos anteriores publicados, os coeficientes da expansão multipolar foram obtidos por meio da expansão do fluxo de raios cósmicos utilizando toda a esfera celeste. Isso implica numa valiosa vantagem em detrimento de tudo que já havia sido feito até então no estudo de anisotropias em larga escala, uma vez que os coeficientes  $a_{lm}$  aqui calculados são isentos de contaminação decorrente de suposições acerca do fluxo medido. Tais suposições, inevitáveis aos cenários onde se tem cober-

tura parcial da esfera celeste, impõem limitações nas resoluções destes coeficientes. Dessa forma, a amplitude medida para o dipolo através do método descrito neste capítulo fornece uma medida pura do dipolo. Além disso, os conjuntos de dados utilizados nesta análise resultam em um número significativamente maior de eventos do que aquele utilizado anteriormente, nos permitindo uma medida mais precisa dos parâmetros que descrevem a anisotropia dipolar.

A fim de se visualizar o resultado da expansão multipolar, um mapa em coordenadas galáticas do fluxo de eventos foi construído em unidades de  $\text{km}^{-2} \text{ano}^{-1}$ , como é possível ver na imagem superior da figura 6.12. A expansão é truncada em  $l = 4$ , assim podemos ver os momentos de dipolo e quadrupolo do fluxo anisotrópico. Na imagem inferior está o mapa de significância de Li-Ma, que nos permite identificar se os excessos e déficits são estatisticamente relevantes ou não. A significância de Li-Ma pode ser calculada através da expressão:

$$S_{Li-Ma} = \sqrt{2} \left[ N_{obs} \ln \frac{(1 + \alpha)N_{obs}}{\alpha(N_{obs} + N_{exp})} + N_{exp} \ln \frac{(1 + \alpha)N_{exp}}{N_{obs} + N_{exp}} \right]^{1/2} \quad (6.16)$$

sendo  $N_{obs}$  o número de eventos observados dentro do *bin*,  $N_{exp}$  o número esperado e  $\alpha$  a razão entre o número esperado de eventos na região angular de interesse e o número total de eventos na faixa de energia em questão [30].

A figura 6.13 mostra a distribuição das significâncias de Li-Ma. No caso em que os dados são compatíveis com a isotropia, a distribuição das significâncias deve seguir uma gaussiana centrada em zero com  $\sigma = 1$ , como é indicado pela linha vermelha da figura. Dessa forma a figura 6.13 confirma o resultado mostrado na figura 6.11, onde nenhum desvio significativo da isotropia foi encontrado.

## 6.4 Teste de consistência dos dados

Os “tempos mortos” do detector modulam a exposição direcional de cada experimento em tempo sideral e, conseqüentemente, em ascensão reta. No entanto, ao se levar

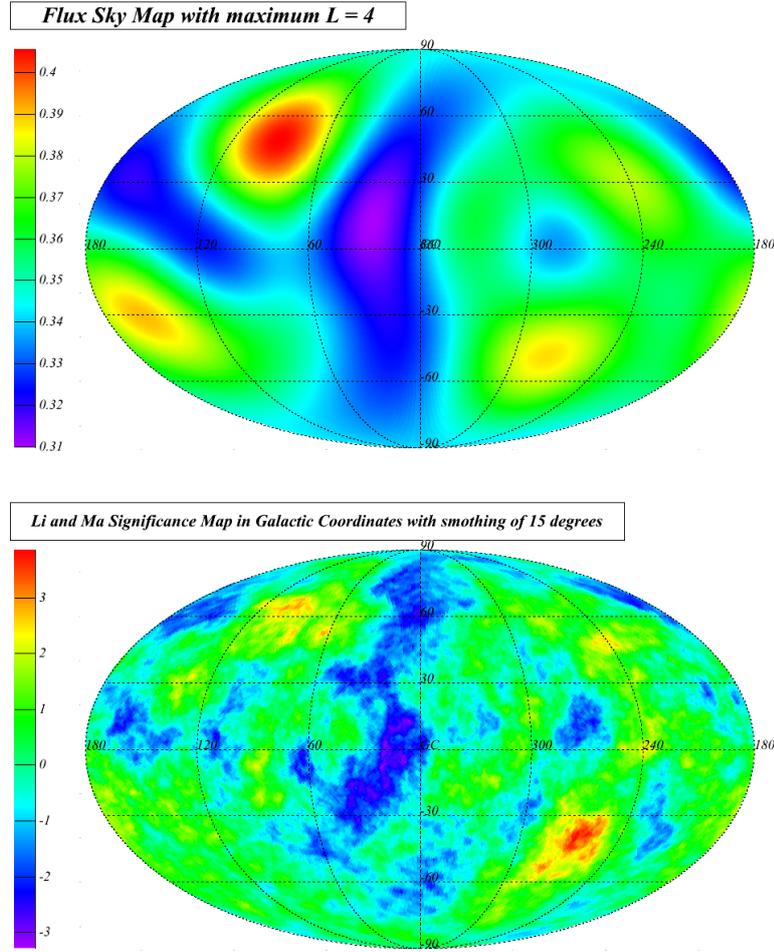


Figura 6.12: Acima: mapa do céu em coordenadas galáticas em unidades  $\text{km}^{-2} \text{ano}^{-1}$ , com a expansão multipolar truncada em  $l=4$ . Abaixo: Mapa em coordenadas galáticas da significância de Li-Ma, suavizado em 15 graus. Ambos os mapas foram construídos utilizando-se a projeção Mollweide.

em conta os anos de coleta de dados, considera-se que as não-uniformidades relativas às exposições  $w_{TA}$  do Telescope Array e  $w_{Auger}$  do Observatório Pierre Auger sejam desprezíveis, uma vez que podem ser observadas somente em escalas muito pequenas, que não somos ainda capazes de observar devido à estatística limitada de eventos acima de 4 EeV [40]. Dessa forma, neste trabalho desprezamos essas não-uniformidades de modo a considerar as exposições como dependentes apenas da declinação.

Para testar se realmente não há dependência em ascensão reta por parte dos da-

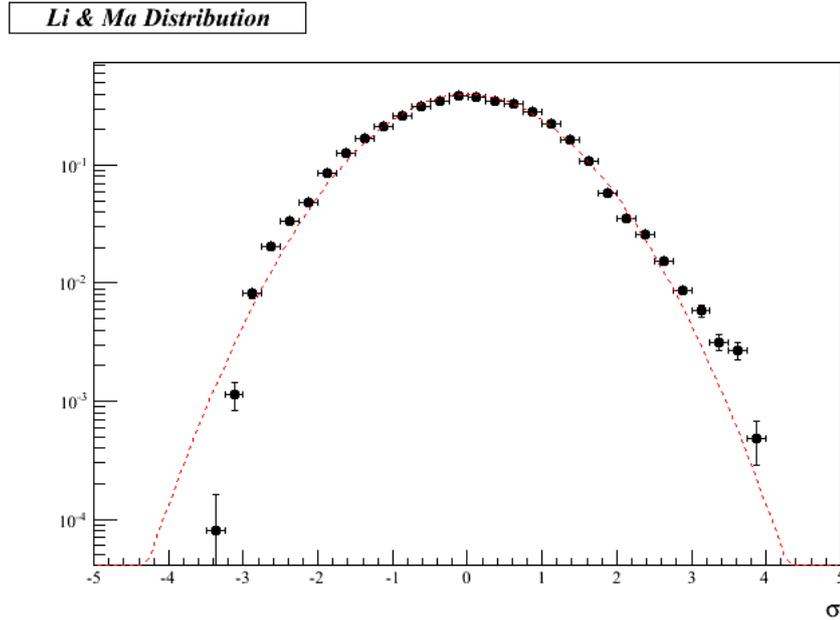


Figura 6.13: Distribuição das significâncias de Li-Ma. A linha pontilhada vermelha representa o comportamento esperado para o caso de isotropia.

dos, subdividimos a região de superposição entre os dois experimentos, que foi anteriormente utilizada como aquela compreendida entre  $-15^\circ < \delta < 25^\circ$ , em sub-regiões divididas também em ascensão reta, de modo que nos possibilita verificar qualquer dependência que não seja em declinação. Para isso, refizemos a análise para cada sub-região, consistindo em cinco diferentes “janelas de RA”, sendo elas:  $\Phi_1 = [0^\circ, 72^\circ]$ ,  $\Phi_2 = [72^\circ, 144^\circ]$ ,  $\Phi_3 = [144^\circ, 216^\circ]$ ,  $\Phi_4 = [216^\circ, 277^\circ]$  e  $\Phi_5 = [288^\circ, 360^\circ]$ .

Em seguida, através da simulação de 300 céus utilizando, cada um, 1800 eventos simulados de acordo com a exposição do Telescope Array, e  $1800 \times b$  eventos simulados de acordo com a exposição do Observatório Pierre Auger, isto é, 9369 eventos, reconstruímos o valor de  $b$  em função de cada janela de RA (figura 6.14), e comparamos com o valor de  $b$  obtido através da simulação de 300 céus em que se considerou toda a região de superposição cortada somente em declinação (figura 6.15), onde encontramos  $b \sim 6$ .

A figura 6.14 mostra o gráfico com os valores de  $b$  obtidos para cada janela de RA, que podem ser comparados ao valor esperado de  $b$  para toda a banda de declinação, como

mostrado no histograma da figura 6.15.

Em um segundo momento, fizemos este gráfico utilizando os conjuntos de dados reais do Observatório Pierre Auger e Telescope Array (como descrito na seção 6.3), ou seja, 2130 eventos acima de 10 EeV provenientes do Telescope Array e 11087 eventos do Observatório Pierre Auger com a energia correspondente sendo superior a 8,5 EeV. O gráfico resultante pode ser visto na figura 6.16. Os erros calculados nesta análise utilizando os dados foram obtidos por meio dos desvios padrão resultantes das valores de  $b$  simulados.

Ao analisarmos o valor de  $b$  para cada janela de RA utilizando os resultados obtidos através das simulações de Monte Carlo, observamos que não existem diferenças significativas, considerando os erros medidos, entre os valores encontrados para cada janela de RA e o valor referente à toda a região de declinação.

A mesma conclusão pode ser feita ao se comparar os valores encontrados utilizando os conjuntos reais de dados. Para toda a banda comum de declinação, o valor de  $b$  encontrado foi próximo de 7, sendo que os valores medidos para cada sub-região cortada em ascensão reta, dentro da barra de erro, oscila em torno deste valor esperado, como mostra a figura 6.16. Tais resultados, conseqüentemente, nos levam a concluir que os dados não apresentam dependência em ascensão reta.

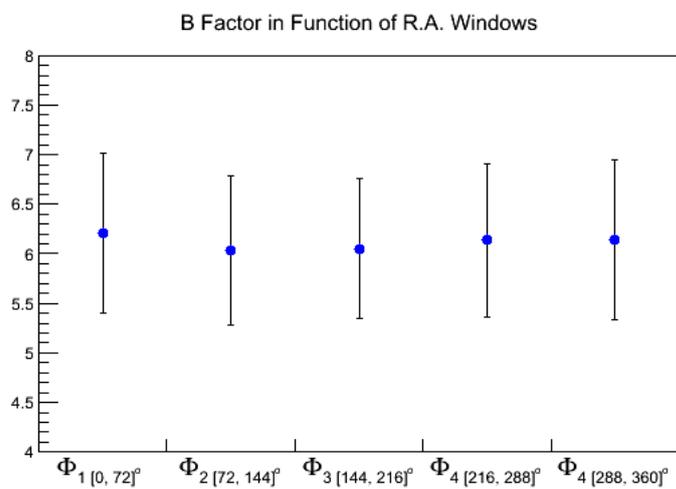


Figura 6.14: Fator b calculado para cada janela de RA através de simulações de Monte Carlo. As barras de erro foram obtidas através do desvio padrão das distribuições.

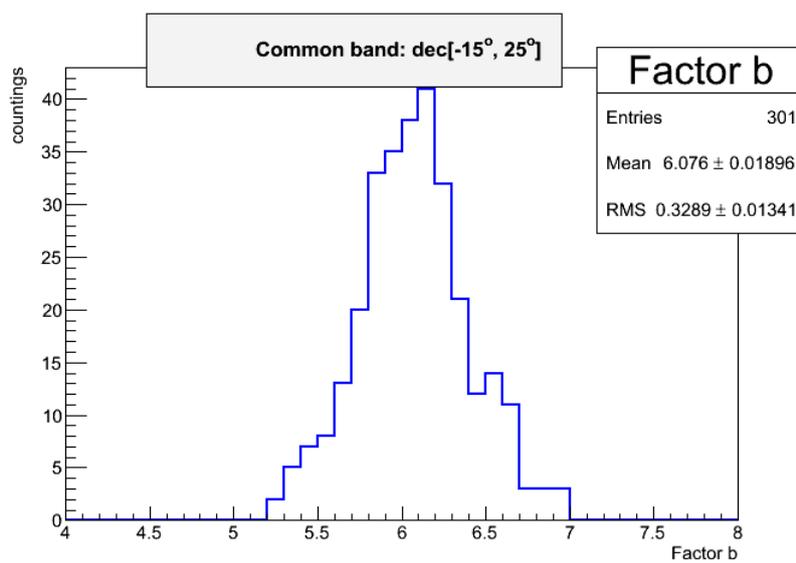


Figura 6.15: Histograma contendo os valores esperados do fator b ao se utilizar toda a banda de superposição em declinação.

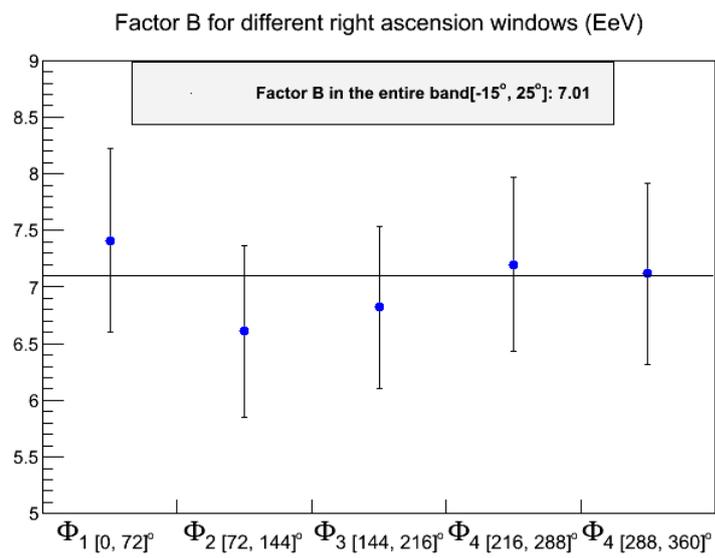


Figura 6.16: Cálculo do fator b em função das diferentes janelas de RA utilizando os dados do Observatório Pierre Auger e Telescope Array.

# Capítulo 7

## Conclusões

Neste trabalho, apresentamos um mapa completo na esfera celeste combinando os dados obtidos pelos observatórios Pierre Auger e Telescope Array. Através da região no céu comum aos dois experimentos, desenvolvemos um método em que foi possível ponderar as incertezas sistemáticas relativas às exposições bem como às escalas de energia de cada um. Por meio desse método, pudemos ainda utilizar a análise multipolar a fim de caracterizar o mapa do fluxo das direções de chegada dos raios cósmicos de ultra-alta energia.

Pela primeira vez, os parâmetros obtidos para a reconstrução dos padrões dipolares e quadrupolares de anisotropia não dependem de nenhuma suposição acerca do fluxo medido, o que se deve ao fato de possuímos uma cobertura total da esfera celeste. Entretanto, no caso em que se tem acesso somente a uma cobertura parcial do céu, um estudo similar pode ser realizado nessa escala de energia, mas não é possível medir uma componente pura de dipolo, como foi realizado neste estudo. Tal fato corrobora a ideia de que as medições acerca do vetor de dipolo e tensor de quadrupolo, obtidas por meio do método iterativo que foi aqui apresentado, são substancialmente mais precisas.

Medidas obtidas em um trabalho publicado em 2013 pela colaboração Pierre Auger [22], em que através da cobertura parcial da esfera celeste estimou-se as anisotropias em ascensão reta e declinação, os valores encontrados para o vetor de dipolo a energias inferiores a 8 EeV indicaram não haver desvios em relação a isotropia. No entanto, para energias superiores a 8 EeV, um possível sinal de anisotropia foi identificado. Em com-

paração a esse resultado, as medidas do vetor de dipolo obtidas neste estudo, por meio de uma estatística maior de eventos e cujo valor de amplitude inferido resulta dos coeficientes de expansão multipolar isentos de contaminação por termos de ordem superior, constatou-se que valor da amplitude de dipolo está dentro do esperado para uma configuração isotrópica de eventos (figura 6.11). Além disso, a sensibilidade na medida da amplitude de quadrupolo é a melhor já obtida, o que se deve, também, à cobertura total da esfera celeste.

O método de análise conjunta desenvolvido neste estudo pode ser aplicado em quaisquer conjuntos de dados provenientes de observatórios que apresentem uma região comum em declinação em suas respectivas exposições direcionais, podendo ser aplicado em qualquer faixa de energia em que a eficiência não é saturada. No futuro, portanto, será possível fazer uma caracterização completa das anisotropias nas direções de chegada dos raios cósmicos para energias inferiores a 1 EeV, com uma estatística maior de eventos dos observatórios Pierre Auger e Telescope Array.

Por fim, vale destacar a importância da análise conjunta dos dois maiores observatórios de raios cósmicos de altíssimas energias do mundo, onde se somou esforços entre cientistas das duas colaborações em diversos países, o que é extremamente importante do ponto de vista científico e político, uma vez que, além de propiciar importantes resultados no estudo dos raios cósmicos de energia ultra-alta, favorece um estreitamento nas relações dessas grandes colaborações.

## Referências Bibliográficas

- [1] V. F. Hess, Physik Zeitschr. 13 (1912) 1084. Citado na(s) página(s): 1
- [2] P. Auger, P. Ehrenfest, R. Maze, J. Daudin e A. F. Robley, Rev. Mod. Phys. 11 (1939) 288-291. Citado na(s) página(s): 1
- [3] J. Linsley, Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 146-148. Citado na(s) página(s): 1
- [4] M.Fernandes *et. al.*, nota técnica do Observatório Pierre Auger, Gap Note 2014-032, <http://www.auger.org/>. Citado na(s) página(s): 4
- [5] The Pierre Auger and Telescope Array Colaborations, *Searches for Large-Scale Anisotropy in the Arrival Directions of Cosmic Rays Detected above  $10^{19}$  eV at the Telescope Array and the Pierre Auger Observatory*, artigo em preparação. Citado na(s) página(s): xv, 4, 68
- [6] J.W. Cronin, T.K. Gaisser e S.P. Swordy, Scientific American, 276 (1997) 32. Citado na(s) página(s): xi, 6
- [7] J. Cronin, arXiv:astro-ph/0402487, proceedings TAUP (2003). Citado na(s) página(s): xi, 12
- [8] The Auger Collaboration, “The Pierre Auger Observatory Design Reportâ, 2a ed., 14 de março de 1997. <http://www.auger.org/>. Citado na(s) página(s): xi, 6
- [9] Pierre Sokolsky, Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics, Westview Press (2004). Citado na(s) página(s): 6

- [10] T. Yamamoto et al., arXiv:astro-ph/0707.2638, proceedings da 30<sup>a</sup> ICRC (2007).  
Citado na(s) página(s): 6
- [11] The Pierre Auger Collaboration, *Observation of the Suppression of the Flux of Cosmic Rays above  $4 \times 10^{19}$  eV*, Phys. Rev. Lett. 101 061101 (2008); arXiv:0806.4302 [astro-ph]. Citado na(s) página(s): xi, 6, 7, 8
- [12] D. Allard, E. Parizot, E. Khan, S. Goriely e A. V. Olinto, A A Letters 443 (2005) L29-L32. Citado na(s) página(s): 7
- [13] J. Abraham *et al.* [Pierre Auger Collaboration], *Astropart. Phys.* 29 (2008) 243. Citado na(s) página(s): 10
- [14] K. Greisen, Phys. Rev. Lett. 16 (1966) 748. Citado na(s) página(s): 11
- [15] G. T. Zatsepin and V. A. Kuzmin, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 4 (1966) 114 [JETP Lett. 4, 78 (1966)]. Citado na(s) página(s): 11
- [16] E. Khan, S. Goriely, D. Allard, E. Parizot, T. Suomijarvi, A. J. Koning, S. Hilaire e M. C. Duijvestijn, *Astropart. Phys.* 23 (2005) 191-201. Citado na(s) página(s): xi, 14
- [17] Klaus Dolag, Dario Grasso, Volker Springel e Igor Tkachev, *JETP Lett.* 79 (2004) 583-587; *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 79 (2004) 719-723. Citado na(s) página(s): 14
- [18] P. P. Kronberg, *Rep. Prog. Phys.* 57 (1994) 325. Citado na(s) página(s): 14
- [19] N. Hayashida *et al.*, proceedings da 26<sup>a</sup> ICRC (1999). Citado na(s) página(s): 15
- [20] M. Teshima *et al.*, proceedings da 27<sup>a</sup> ICRC (2001). Citado na(s) página(s): xii, 15, 16
- [21] F. Hoyle, *Origin of Cosmic X Rays*, Phys. Rev. Lett. 15, 131 (1965). Citado na(s) página(s): 11

- [22] The Pierre Auger Colaboration. "Large scale distribution of arrival directions of cosmic rays detected above  $10^{18}$  eV at the Pierre Auger Observatory", *Apj arXiv:astro-ph/1210.3736*. Citado na(s) página(s): xiii, 21, 23, 46, 47, 68, 75, 84
- [23] <http://cfcp.uchicago.edu/research/spaceparticles/index.html>. Citado na(s) página(s): xiii, 25
- [24] O. Deligny *et al.*, *Astroparticle Physics* 34 (2011) 627â639. Citado na(s) página(s): xii, 20
- [25] A. H. Compton, I. A. Getting, *Physical Review* 47 (11): 817â821. Citado na(s) página(s): 21
- [26] M. Kachelriess, P. Serpico, *Phys. Lett. B* 640 (2006) 225â229. Citado na(s) página(s): 21
- [27] J. A. Bellido, R. W. Clay, B. R. Dawson e M. Johnston-Hollitt, *Astropart. Phys.* 15 (2001) 167-175. Citado na(s) página(s): xii, 16, 17
- [28] J. Abraham pela pela colaboração Pierre Auger, *Science* 318 (2007) 939. Citado na(s) página(s): xii, 19
- [29] D. J. Bird *et al.*, *Astrophys. J.* 511 (1999) 739. Citado na(s) página(s): 15
- [30] Ti-Pei Li e Yu-Qian Ma, *Astrophys. J.* 272 (1983) 317-324. Citado na(s) página(s): 17, 69
- [31] M. Teshima *et al.*, proceedings da 28<sup>a</sup> ICRC, Tsukuba (2003) 437. Citado na(s) página(s): 18
- [32] N. Hayashida *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 77 (1996) 1000. Citado na(s) página(s): 18
- [33] C. B. Finley and S. Westerhoff, *Astropart. Phys.*, 21 (2004) 359. Citado na(s) página(s): 18

- [34] A. M. Hillas et al., *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae* 29 (1969) 533.  
Citado na(s) página(s): 30
- [35] D. Newton, J. Knapp e A. A. Watson, *Astropart. Phys.* 26 (2007) 414-419. Citado na(s) página(s): 30
- [36] K. Kamata e J. Nishimura, *Prog. Theoret. Phys. Suppl* 6 (1958) 93-155. Citado na(s) página(s): 30
- [37] K. Greisen, *Progress in Cosmic Ray Physics* 3 (1956). Citado na(s) página(s): 30
- [38] B. Rossi, *Phys. Rev.* 36, 606 (1930). Citado na(s) página(s): 20
- [39] R. M. de Almeida et. al. *Constraints on the origin of cosmic rays from large scale anisotropy searches in data of the Pierre Auger Observatory, 33<sup>rd</sup> ICRC* (2013).  
Citado na(s) página(s): 58
- [40] O. Deligny et. al., *Measuring Large-Scale Anisotropy in the Arrival Directions of Cosmic Rays Detected at the Telescope Array and the Pierre Auger Observatory above  $10^{19}$  eV, 33<sup>rd</sup> ICRC* (2013). Citado na(s) página(s): 60, 70
- [41] D. Allard *et al.*, arXiv:astro-ph/0510320, proceedings da 29<sup>a</sup> ICRC (2005). Citado na(s) página(s): 28
- [42] M. Aglietta *et al.*, proceedings da 29<sup>a</sup> ICRC (2005). Citado na(s) página(s): 27
- [43] J. A. Bellido, arXiv:astro-ph/0508389, proceedings da 29<sup>a</sup> ICRC (2005). Citado na(s) página(s): 31
- [44] B. R. Dawson et al., arXiv:0706.1105, proceedings da 30<sup>a</sup> ICRC (2007). Citado na(s) página(s): 37
- [45] Michael Unger, arXiv:astro-ph/0706.1495, proceedings da 30<sup>a</sup> ICRC (2007). Citado na(s) página(s): xi, 9, 10

- [46] Matej Horvat, Tese de Doutorado pela University of Ljubljana (2006) (Nota Interna da Colaboração Auger: GAP Note 2006-080). Citado na(s) página(s): xiii, 31, 36
- [47] Nicolas Busca, Tese de Doutorado pela University of Chicago (2006) (Nota Interna da Colaboração Auger: GAP Note 2006-108). Citado na(s) página(s): xiii, 35
- [48] Patrick Younk, Tese de Doutorado pela Michigan Technological University (2007) (Nota Interna da Colaboração Auger: GAP Note 2007-102). Citado na(s) página(s): xiii, 36
- [49] Clement L. Pryke and Jeremy Lloyd-Evans, *Nucl. Instrum. Meth* 354 (1995). Citado na(s) página(s): 26
- [50] P. Privitera pela colaboração Pierre Auger, *Nucl. Phys B Proc. Suppl.* 136 (2004) 339-406. Citado na(s) página(s): 35
- [51] P. Sommers, *Astropart. Phys.* 14 (2001) 271-286, arXiv:astro-ph/0004016. Citado na(s) página(s): 43, 50, 60
- [52] Beatriz Blanco Siffert, "Anisotropia de raios cósmicos de altíssimas energias no Observatório Pierre Auger", Tese de doutorado, 2008. Citado na(s) página(s): 11
- [53] Rogério Menezes de Almeida, "Estudo de Anisotropias de UHECR's em dados do Observatório Pierre Auger", Tese de doutorado, 2009. Citado na(s) página(s): xiii, 18, 27, 32
- [54] . Abraham *et al.* pela colaboração Pierre Auger, *Nuclear. Instr. and Meth. in Phys. Res. A* 523 (2004) 50. Citado na(s) página(s): 31
- [55] <http://www.telescopearray.org/>. Citado na(s) página(s): xiv, 40, 41, 42
- [56] Dimitri Ivanov, "Energy Spectrum Measured by the Telescope Array Surface Detector", Tese de doutorado, 2012. Citado na(s) página(s): xiii, 39, 41

- [57] Yuichiro Tameda *et al.*, *Nucl. Instrum. Meth.*, A609:227â234,2009. Citado na(s) página(s): 42
- [58] D. Rodriguez. "The Telescope Array Middle Drum Monocular Energy Spectrum and A Search For Coincident Showers Using High Resolution Flyâs Eye Hires-1 Monocular Data", tese de doutorado, 2011. Citado na(s) página(s): 42
- [59] E. Hivon *et al.*, *ApJ* 567 (2002) 2-17 arXiv:astro-ph/0105302. Citado na(s) página(s): 84, 85
- [60] E. Butkov, "Física Matemática", 1ª edição, Editora LTC, 1988. Citado na(s) página(s): 43
- [61] Anne Schukraft, "Multipole analysis of the AMANDA-II neutrino skymap", tese de doutorado, 2009. Citado na(s) página(s): xiv, 46
- [62] Giacinti, G. *et al.* 2012, *JCAP* 07 031. Citado na(s) página(s): 45
- [63] J. S. Oliveira *et al.*, nota técnica do Observatório Pierre Auger, Gap Note 2013-055, <http://www.auger.org/>. Citado na(s) página(s): 45
- [64] R. J. Barlow, "A Guide to the Use of Statistical Methods in Physical Sciences", John Wiley Sons, 1991. Citado na(s) página(s): 54
- [65] The Pierre Auger Collaboration 2010, *Nucl. Instrum. Methods A*, 613 29. Citado na(s) página(s): 66
- [66] C. Bonifazi pela colaboração Pierre Auger 2009, *Nucl. Phys. B*, 19020. Citado na(s) página(s): 66
- [67] The Pierre Auger Collaboration 2008, *Phys. Rev. Lett.*, 101 061101. Citado na(s) página(s): 66

- [68] V. Verzi pela colaboração Pierre Auger 2013, na Proc. 33<sup>a</sup> ICRC, RiodeJaneiro, Brasil. *arXiv* : 1307.5059. *Citadon(a)s* *pgina(s)* : 66
- [69] T. Abu-Zayyad pela colaboração Telescope Array 2011, na proceedings da 32<sup>a</sup> ICRC, Beijing, China. Citado na(s) página(s): 66
- [70] P. Billoir, O. Deligny, "Estimates of multipolar coefficients to search for cosmic ray anisotropies with non-uniform or partial sky coverage", JCAP, *arXiv:astro-ph/0710.2290*. Citado na(s) página(s): 84
- [71] <http://healpix.jpl.nasa.gov/healpixSoftwareDocumentation.shtml>. Citado na(s) página(s): 61

## Apêndice A

# Coeficientes de expansão para uma cobertura parcial do céu

Quando a função que desejamos expandir afim de obter os coeficientes  $a_{lm}$  não é uniforme em toda a esfera celeste [59, 22, 70], os coeficientes obtidos são na verdade pseudo-coeficientes chamados aqui de  $b_{lm}$ , que dependem não apenas da função de distribuição angular, mas também da função exposição  $w(\vec{n})$  (região observada no céu):

$$b_{lm} = \int_{\Delta\Omega} d\Omega \omega(\vec{n}) \Phi(\vec{n}) Y_{lm}(\vec{n}) \quad (\text{A.1})$$

Tal coeficiente está relacionado ao  $a_{lm}$  através de uma convolução (matriz de convolução  $[K]_{lm}^{l'm'}$ ) de onde obtemos:

$$b_{lm} = \sum_{l' \geq 0} \sum_{m' = -l'}^{l'} [K]_{lm}^{l'm'} a_{l'm'} \quad (\text{A.2})$$

Desta forma, podemos calcular os coeficientes  $a_{lm}$  através da relação:

$$\bar{a}_{lm} = \sum_{l'=0}^{l_{max}} \sum_{m'=-l'}^{l'} [K_{l_{max}}^{-1}]_{lm}^{l'm'} b_{l'm'}, \quad (\text{A.3})$$

onde o traço indica o valor estimado da grandeza e  $K_{l_{max}}^{-1}$  e  $l \leq l_{max}$  representam a inversão da matriz de convolução  $K$  truncada a um  $l_{max}$ .

### A.0.1 Matriz $[K]_{lm}^{l'm'}$

A matriz de convolução é definida como:

$$[K]_{lm}^{l'm'} = [K]_{l_2 m_2}^{l_1 m_1} = \sum_{l_3 m_3} \omega_{l_3 m_3} \int d\vec{n} Y_{l_1 m_1}(\vec{n}) Y_{l_2 m_2}^*(\vec{n}) Y_{l_3 m_3}(\vec{n}), \quad (\text{A.4})$$

onde:

$$\begin{aligned} \int d\vec{n} Y_{l_1 m_1}(\vec{n}) Y_{l_2 m_2}^*(\vec{n}) Y_{l_3 m_3}(\vec{n}) = & \quad (-1)^{m_2} \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_3+1)}{4\pi}} \\ & \times \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Como podemos ver em [59], temos  $m_1 = m_2$  e, além disso, os coeficientes de wigner 3j tem como propriedade só serem não-nulos quando  $m_1 + m_2 + m_3 = 0$ . Sendo assim, só teremos contribuição para o somatório de  $m_3 = 0$ , portanto:

$$\begin{aligned} [K]_{l_2 m_2}^{l_1 m_1} = \sum_{l_3} \omega_{l_3 0} (-1)^{m_2} & \quad \sqrt{\frac{(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_3+1)}{4\pi}} \\ & \times \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & -m_2 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

### A.0.2 Matriz $[K]$ para $\mathbf{m}=0$

Note que, de acordo com a equação A.2, temos que para  $l = 0$ :

$$\begin{aligned} b_{00} = K_{00}^{00} a_{00} + K_{00}^{1-1} a_{1-1} + K_{00}^{10} a_{10} + K_{00}^{11} a_{11} + K_{00}^{2-2} a_{2-2} \\ + K_{00}^{1-1} a_{2-1} + K_{00}^{20} a_{20} + K_{00}^{21} a_{21} + K_{00}^{22} a_{22} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Porém, como observado anteriormente, os termos para  $m' \neq m$  se anulam, logo:

$$b_{00} = K_{00}^{00} a_{00} + K_{00}^{10} a_{10} + K_{00}^{20} a_{20} + K_{00}^{30} a_{30} + \dots \quad (\text{A.8})$$

Da mesma forma teremos para  $l = 1$ :

$$\begin{aligned} b_{10} = & K_{10}^{00} a_{00} + K_{10}^{1-1} a_{1-1} + K_{10}^{10} a_{10} + K_{10}^{11} a_{11} + K_{10}^{2-2} a_{2-2} \\ & + K_{10}^{2-1} a_{2-1} + K_{10}^{20} a_{20} + K_{10}^{21} a_{21} + K_{10}^{22} a_{22} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Assim como antes, os termos para  $m' \neq m$  se anulam, logo:

$$b_{10} = K_{10}^{00} a_{00} + K_{10}^{10} a_{10} + K_{10}^{20} a_{20} + K_{10}^{30} a_{30} + \dots \quad (\text{A.10})$$

Dessa forma, notando a estrutura dos somatórios que nos fornecem os termos de cada coeficiente  $b_{lm}$ , podemos formar a matriz  $[K]_{lm}^{l'm'}$  quadrada de  $l_{max} \times l_{max}$ . Para os termos de dipolo ( $l_{max} = 1$ ), podemos organizar nossos cálculos em termos de matrizes:

$$\begin{pmatrix} b_{00} \\ b_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{00}^{00} & K_{00}^{10} \\ K_{10}^{00} & K_{10}^{10} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{00} \\ a_{10} \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Sendo assim, para obtermos o valor dos coeficientes de multipolo  $\bar{a}_{lm}$  devemos apenas inverter a matriz  $[K]_{lm}^{l'm'}$  e multiplicá-la pelo vetor de  $b_{lm}$ .

### A.0.3 Matriz [K] para m=1 e m=-1

Da mesma forma como feito anteriormente e aplicando as mesmas propriedades, temos que:

$$\begin{aligned} b_{11} = & K_{11}^{00} a_{00} + K_{11}^{1-1} a_{1-1} + K_{11}^{10} a_{10} + K_{11}^{11} a_{11} + K_{11}^{2-2} a_{2-2} \\ & + K_{11}^{2-1} a_{2-1} + K_{11}^{20} a_{20} + K_{11}^{21} a_{21} + K_{11}^{22} a_{22} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$b_{11} = K_{11}^{11} a_{11} + K_{11}^{21} a_{21} + K_{11}^{31} a_{31} + \dots \quad (\text{A.13})$$

Sendo assim, para os termos de dipolo ( $l = 1$ ) teremos uma equação simples onde a matriz  $[K]$  será apenas um número:

$$b_{11} = K_{11}^{11} a_{11} \quad (\text{A.14})$$

De onde podemos obter  $\bar{a}_{11}$  invertendo a equação anterior.

Para o caso de  $m = -1$ , ou seja, de  $a_{1-1}$ , podemos usar a propriedade dos coeficientes de multipolo, que nos diz que:

$$a_{l-m} = (-1)^m a_{lm}^* \quad (\text{A.15})$$

Logo,  $a_{1-1} = -1 \times a_{11}^*$ .

Desta forma estimamos o valor de  $a_{lm}$  como sendo:

$$\bar{a}_{lm} = \sum_{l'=0}^{l_{max}} \sum_{m'=-l'}^{l'} [K_{l_{max}}^{-1}]_{lm}^{l'm'} b_{l'm'} \quad (\text{A.16})$$

ou ainda podemos escrever matricialmente como:

$$[\bar{a}_{lm}] = [K_{l_{max}}^{-1}] \cdot [\bar{b}_{lm}] \quad (\text{A.17})$$