

Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Observatório do Valongo



Estudo da Aglomeração de Galáxias Usando o Modelo de Halos

Aluno

João Paulo Nogueira Cavalcante

Orientador

Paulo S. S. Pellegrini (ON/LIneA)

Co-orientador

Fernando S. de Simoni (UFF/LIneA)

Dissertação para a obtenção do título de Mestre em Astronomia

Rio de Janeiro, Brasil

**"Se queres sentir a felicidade de amar,
esquece a tua alma.
A alma é que estraga o amor.
Só em Deus ela pode encontrar satisfação.
Não noutra alma.
Só em Deus - ou fora do mundo"**

trecho do poema *Arte de Amar*, Manuel Bandeira

Para Maria Eduarda e Maria Clara

Agradecimentos

Agradeço à UFRJ, em especial ao Observatório do Valongo, por me proporcionarem o meu início profissional em Astronomia.

À CAPES pela ajuda financeira através de uma bolsa de Mestrado.

Aos meus orientadores, Paulo Pellegrini e Fernando de Simoni, pela paciência e dedicação que tiveram comigo para que este trabalho fosse realizado.

Agradeço ao Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia a possibilidade de interagir com seus pesquisadores, utilizar suas máquinas e contribuir com o software desenvolvido neste projeto para as ferramentas de análise de seu portal científico.

Meus profundos agradecimentos vão à minha grande família. À minha mãe, Marilza, e ao meu pai, João Antônio, por serem meus guias durante toda a minha vida. Ao meu irmão, Thiago, pela amizade que temos. Ao meu tio, Adalberto, ao meu grande amigo, Betinho, e ao meu primo Flávio, por estarem sempre me substituindo no trabalho e participando de forma ativa com respeito à educação das minhas filhas. Sem dúvidas este trabalho não sairia sem a ajuda de todos vocês.

Um agradecimento especial vai à minha companheira Raquel, pelo seu amor. E às minhas filhas, Maria Eduarda e Maria Clara, meus tesouros sagrados.

Resumo

O estudo da distribuição e aglomeração de galáxias em grandes escalas nos fornece informações fundamentais sobre a estrutura e a dinâmica do Universo. Neste trabalho foram analisadas as galáxias em dois levantamentos fotométricos: o *Canada France Hawaii Telescope Legacy Survey* (CFHTLS) e o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS), utilizando a função de correlação angular de dois pontos $\omega(\theta)$.

No CFHTLS a função $\omega(\theta)$ foi estimada para galáxias de todos os tipos morfológicos em cinco faixas de *redshift* no intervalo $0.2 < z < 1.3$ para $\theta < 1^\circ$. Nesta análise, a correlação angular foi ajustada por uma lei de potência do tipo $\omega = A\theta^{-\delta}$, equivalente em também ajustar a função de correlação espacial em uma lei de potência do tipo $\xi(r) = (r_0/r)^{-\gamma}$. O objetivo da análise da aglomeração das galáxias do CFHTLS é verificar quais são os impactos que diferentes metodologias de estimação de erro e o tamanho pequeno da amostra causam nos parâmetros r_0 e γ . A conclusão desta análise foi que, apesar do tamanho pequeno do CFHTLS (~ 1 grau quadrado), os parâmetros r_0 e γ não mudam consideravelmente e as diferentes metodologias de erros empregadas não causam grandes diferenças nestes parâmetros, com exceção à metodologia *jackknife*, que se mostrou a mais diferente das demais.

No SDSS a função $\omega(\theta)$ foi estimada nas *Luminous Galaxies* (LGs) em dois estudos distintos. No primeiro estudo a amostra foi separada em quatro faixas de *redshift* no intervalo $0.45 < z < 0.65$ com limiares de magnitudes absolutas de -22.23, -22.56, -22.87 e -23.20 respectivamente. Como ajuste para a função $\omega(\theta)$ foram aplicados a lei de potência e o modelo de halos, cujos parâmetros estimados estão de acordo com os obtidos em Blake et al. (2008). No segundo estudo com as LGs do SDSS, a amostra foi separada em três faixas de *redshift* no intervalo $0.45 < z < 0.60$ com limiar de magnitude absoluta constante nas três faixas de -22.87. O modelo de halos se mostrou uma melhor descrição da aglomeração de galáxias luminosas. Os parâmetros obtidos neste estudo estão de acordo com o modelo hierárquico de formação de estruturas: galáxias mais brilhantes estão em halos mais massivos, halos mais massivos tendem a ter mais galáxias satélites, galáxias mais luminosas estão mais aglomeradas com relação à matéria escura (*bias*) do que as menos luminosas, o número de galáxias satélites e a massa efetiva dos halos crescem com o tempo cósmico. Encontramos que $\sim 90\%$ das galáxias LGs são centrais nos halos.

Palavras-Chave: aglomeração de galáxias, modelo de halos, função de correlação

Abstract

The study of large scale galaxy distribution and clustering yields essential information on the structure and dynamics of the Universe. In this work we investigate galaxies from two photometric surveys: the Canada France Hawaii Telescope Legacy Survey (CFHTLS) and the Sloan Digital Sky Survey (SDSS) using the two point angular correlation function $\omega(\theta)$.

In the CFHTLS $\omega(\theta)$ was estimated with galaxies of all morphological types in five redshift bins between $0.2 < z < 1.3$ for $\theta < 1^\circ$. The angular correlation function was fitted by a power law $\omega = A\theta^{-\delta}$ and the spatial correlation by a power law $\xi(r) = (r_0/r)^\gamma$. The goal of the galaxy clustering analysis in the CFHTLS was to verify the impact of using different error estimation methodologies and the survey size on the results of r_0 and γ . The conclusion was that, besides the small area of the CFHTLS (1 square degree) r_0 and γ do not vary significantly and the different error methodologies do not cause significant variations, with the exception of the jackknife technique.

In the SDSS, the angular correlation function was estimated for Luminous Galaxies (LG) in two different analyses. In the first the sample was split in four redshift bins in the interval $0.45 < z < 0.65$ with limiting absolute magnitudes -22.23, -22.56, -22.87 and -23.20, respectively. The angular correlation function was estimated and fitted by a power law and a halo model, and the results agree with those of Blake et al. (2008). In the second analysis of the LG data, the sample was split in three redshift bins in the interval $0.45 < z < 0.60$ with the absolute magnitude limit of -23.87. As in the first analysis, the angular correlation function was estimated and fitted by a power law and a halo model. The halo model showed to be a better description of the luminous galaxy clustering. The parameters obtained in these analyses are in agreement with the hierarchical model of structure formation: brighter galaxies are in more massive halos; more massive halos have more satellite galaxies; more luminous galaxies are more clustered in relation to dark matter (bias) than less luminous galaxies; the number of satellite galaxies and the halo effective mass grows with cosmic time. We found that about 90% of the LGs are central objects in halos.

Keywords: galaxy clustering, halo model, correlation function

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Comparação entre uma simulação numérica e um levantamento de galáxias. | 2 |
| 2.1 | Representação de uma região esférica com contraste de densidade $\delta(r)$ | 9 |
| 4.1 | Número médio de halos em um volume V | 28 |
| 4.2 | Contribuição de um halo e dois halos para a correlação de dois pontos. | 31 |
| 5.1 | Simulação de N-corpos no cenário da cosmologia Λ CDM | 34 |
| 5.2 | Função de correlação angular ajustada por uma lei de potência (Blake et al., 2008) | 35 |
| 5.3 | Função de correlação angular ajustada pelo modelo de halos (Sawangwit et al., 2011) . . | 36 |
| 6.1 | Estimativa da função de correlação | 41 |
| 7.1 | Cúpula do CFHT | 47 |
| 7.2 | Bandas fotométricas das câmeras do CFHTLS | 48 |
| 7.3 | Localização dos levantamentos <i>Wide</i> e <i>Deep</i> do CFHTLS | 49 |
| 7.4 | Áreas do levantamento <i>Deep</i> | 50 |
| 7.5 | Contagem de galáxias do levantamento <i>Deep</i> | 51 |
| 7.6 | Comparação dos <i>redshifts</i> fotométricos do CFHTLS com os espectroscópicos do VVDS | 51 |
| 7.7 | Exemplo de FDP | 52 |
| 7.8 | Função de seleção do CFHTLS- <i>Deep</i> | 53 |
| 7.9 | Estimativas de erros do CFHTLS- <i>Deep</i> em $0.2 < z < 0.5$, $0.5 < z < 0.7$ e $0.7 < z < 0.9$ | 55 |
| 7.10 | Estimativas de erros do CFHTLS- <i>Deep</i> em $0.9 < z < 1.1$ e $1.1 < z < 1.3$ | 56 |
| 7.11 | Função de correlação angular do CFHTLS- <i>Deep</i> na metodologia <i>jackknife</i> | 57 |
| 7.12 | Comportamento do <i>integral constraint</i> do campo D1 em função da escala angular | 58 |
| 7.13 | Valores do parâmetro r_0 do CFHTLS- <i>Deep</i> em função de z | 59 |
| 7.14 | Valores do parâmetro γ do CFHTLS- <i>Deep</i> em função de z | 60 |

| | | |
|------|--|----|
| 8.1 | Distribuição de ascensão reta e declinação das galáxias do SDSS | 64 |
| 8.2 | Função de seleção do SDSS | 65 |
| 8.3 | Matrizes de covariância | 68 |
| 8.4 | Estimativas de erros da amostra limitada por volume em faixas | 70 |
| 8.5 | Ajuste da lei de potência da amostra limitada por volume em faixas | 71 |
| 8.6 | Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em faixas | 72 |
| 8.7 | Ajuste do modelo de halos da amostra limitada por volume em faixas | 75 |
| 8.8 | Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada em faixas | 76 |
| 8.9 | Estimativas de erros da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 81 |
| 8.10 | Ajuste da lei de potência da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 82 |
| 8.11 | Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 83 |
| 8.12 | Ajuste do modelo de halos da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 84 |
| 8.13 | Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 85 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 7.1 | Informações dos campos do levantamento <i>Deep</i> | 48 |
| 7.2 | Informações dos filtros das câmeras <i>MegaCam</i> e <i>CFH12K</i> | 49 |
| 7.3 | Número de galáxias do <i>CFHTLS-Deep</i> | 52 |
| 7.4 | Resultados dos parâmetros da lei de potência do <i>CFHTLS-Deep</i> na metodologia <i>bootstrap</i> | 59 |
| 7.5 | Resultados dos parâmetros da lei de potência do <i>CFHTLS-Deep</i> na metodologia <i>bootpairs</i> | 60 |
| 7.6 | Resultados dos parâmetros da lei de potência do <i>CFHTLS-Deep</i> na metodologia <i>jackknife</i> | 60 |
| 7.7 | Resultados dos parâmetros da lei de potência do <i>CFHTLS-Deep</i> na metodologia variância | 61 |
| 8.1 | Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em faixas . | 72 |
| 8.2 | Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada por volume em faixas | 79 |
| 8.3 | Resultados dos parâmetros do modelo de halos obtidos por Blake et al. (2008) | 79 |
| 8.4 | Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 82 |
| 8.5 | Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ | 87 |

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 2 | Teoria de Perturbação | 5 |
| 2.1 | Equações do Movimento para um Fluido Ideal | 6 |
| 2.2 | Transformação das Equações do Fluido em Coordenadas Comóveis | 7 |
| 2.3 | Colapso Esférico | 9 |
| 3 | Descrição Estatística das Flutuações de Densidade | 17 |
| 3.1 | Função de Correlação de Dois Pontos | 17 |
| 3.2 | Espectro de Potência | 20 |
| 3.3 | Evolução das Flutuações de Densidade e Espectro de Potência Inicial | 21 |
| 3.4 | Função Transferência | 22 |
| 4 | Propriedades dos Halos | 24 |
| 4.1 | Função de Massa | 24 |
| 4.2 | <i>Bias</i> | 27 |
| 4.3 | Perfil de Densidade | 29 |
| 4.4 | Aglomerção de Halos | 30 |
| 5 | Modelos da Distribuição de Galáxias | 33 |
| 5.1 | Lei de Potência | 33 |
| 5.2 | Modelo de Halos | 35 |
| 6 | Medindo a Aglomeração de Galáxias | 40 |
| 6.1 | Estimativa da Função de Correlação | 40 |
| 6.2 | Estimativas de Erros da Função de Correlação | 42 |
| 6.2.1 | <i>Poisson</i> | 43 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 6.2.2 | <i>Jackknife</i> | 43 |
| 6.2.3 | <i>Bootstrap</i> | 43 |
| 6.2.4 | <i>Bootpairs</i> | 44 |
| 6.3 | <i>Integral Constraint</i> | 45 |
| 6.3.1 | Definição do <i>Integral Constraint</i> | 45 |
| 6.3.2 | Estimando o <i>Integral Constraint</i> | 46 |
| 7 | A amostra <i>Canada France Hawaii Legacy Survey-Deep</i> | 47 |
| 7.1 | Dados | 47 |
| 7.2 | Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular | 54 |
| 7.3 | Ajuste da Lei de Potência | 54 |
| 8 | A amostra <i>Sloan Digital Sky Survey</i> | 63 |
| 8.1 | Dados | 64 |
| 8.2 | Amostra Limitada em Volume em Diferentes Faixas de <i>Redshift</i> | 66 |
| 8.2.1 | Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular | 67 |
| 8.2.2 | Ajuste da Lei de Potência | 69 |
| 8.2.3 | Ajuste do Modelo de Halos | 74 |
| 8.3 | Amostra Limitada por Volume em $z = 0.6$ | 80 |
| 8.3.1 | Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular | 80 |
| 8.3.2 | Ajuste da Lei de Potência | 80 |
| 8.3.3 | Ajuste do Modelo de Halos | 83 |
| 9 | Conclusões | 88 |
| | Bibliografia | 92 |

Capítulo 1

Introdução

A nossa compreensão sobre a evolução do Universo vem sofrendo grandes transformações ao longo dos últimos anos. Os avanços tecnológicos nestes últimos tempos nos proporcionaram um grande aumento na quantidade e na qualidade nos dados, fornecendo melhores resultados e elaboração de modelos cada vez mais representativos.

A observação do Universo se dá essencialmente pela radiação cósmica de fundo, supernovas e pela distribuição e movimento das galáxias. A estrutura de aglomeração das galáxias é decorrente da ação da força gravitacional sobre a matéria primordial em um Universo em expansão devido a uma força ainda desconhecida. Por isso, a compreensão de como as galáxias se formaram e como se aglomeraram representa uma ferramenta importante para a própria compreensão da história evolutiva do Universo.

O cenário de formação de galáxias que melhor explica as observações é o **modelo hierárquico**, onde se formam primeiramente pequenas condensações de matéria escura, chamada de halos, e posteriormente esses halos sofrem inúmeros processos de fusão, formando halos cada vez maiores. O resultado das interações entre os halos é um sistema complexo de redes onde os halos mais massivos residem nos nós da rede (Springel et al., 2006). As galáxias se formam pela queda do gás (matéria bariônica) no potencial gravitacional gerado pelos halos de matéria escura. O gás se resfria e a formação estelar é iniciada (White & Rees, 1978). Simulações numéricas de formação de estruturas através do modelo hierárquico conseguem reproduzir as características da distribuição espacial observada de galáxias. Na figura 1.1 é apresentada uma comparação entre o *Millenium Simulation*¹ com o levantamento de galáxias em grande escala do *Sloan Digital Sky Survey*², mostrando qualitativamente que o modelo hierárquico consegue explicar bem as observações.

O estudo da distribuição de matéria do Universo não pode ser feito diretamente pois acredita-se que

¹<http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/millennium/>

²<http://www.sdss.org/legacy/index.html>

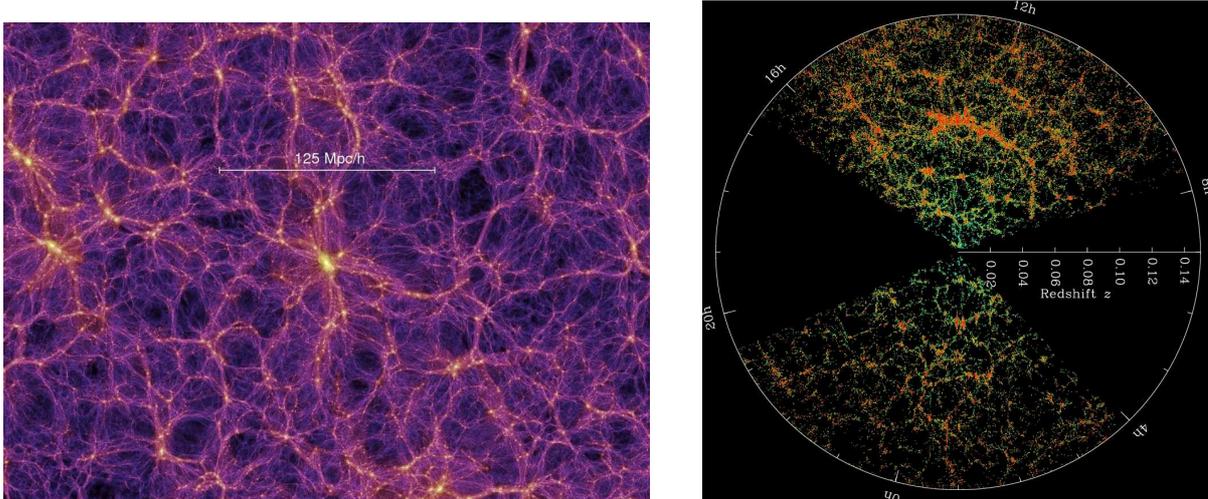


Figura 1.1: Comparação entre a simulação *Millenium Simulation* e o levantamento de galáxias em grande escala do *Sloan Digital Sky Survey*. A distribuição de matéria na simulação é compatível com a distribuição de galáxias do levantamento, mostrando que o modelo hierárquico explica bem as observações.

a maior parte da matéria é composta de partículas que não interagem com a radiação eletromagnética (matéria escura fria). No entanto, as galáxias são formadas dentro de halos de matéria escura e a distribuição das galáxias tende a seguir a distribuição da matéria escura. Portanto, conhecendo a estrutura de distribuição das galáxias, teremos uma ideia de como a matéria é distribuída pelo Universo.

Uma forma de estudar a aglomeração espacial de galáxias é através da função de correlação espacial $\xi(r)$. A projeção angular desta ferramenta, a função de correlação angular $\omega(\theta)$, tem sido amplamente utilizada em levantamentos de galáxias desde as décadas de 60-70 (e.g., Totsuji & Kihara, 1969; Peebles, 1974a; Gott & Turner, 1979). Desde esta época a função de correlação angular de galáxias era aproximada por uma lei de potência do tipo $\omega(\theta) = a\theta^{1-\gamma}$. Por consequência, a correlação espacial também era aproximada por uma lei de potência do tipo $\xi(r) = (r/r_0)^{-\gamma}$. Outros trabalhos como os de Davis & Peebles (1983); Willmer et al. (1998) também utilizaram o modelo de lei de potência para o ajuste da correlação das galáxias.

Entretanto, Guzzo et al. (1991) encontram um desvio da correlação angular na lei de potência em pequenas escalas (< 1 Mpc/h) e vários trabalhos mais recentes, usando levantamentos maiores e mais profundos, confirmaram o desvio das medidas na lei de potência (Zehavi et al., 2004; Phleps et al., 2006, e.g.,).

Interessantemente, a função de correlação da matéria escura em simulações numéricas era bem conhecida por seguir um padrão diferente de uma simples lei de potência (e.g., Jenkins et al., 1998). A questão a ser debatida era como vincular a distribuição de galáxias com a distribuição de matéria escura.

O vínculo da distribuição de galáxias com a distribuição de matéria escura estaria justamente no

desvio da correlação de galáxias da lei de potência na linguagem do **modelo de halos** (Cooray & Sheth, 2002). Os desvios da correlação de galáxias da lei de potência representariam a transição entre duas escalas: em pequenas escalas a correlação de galáxias é dominada por objetos que estão no mesmo halo de matéria escura e em grandes escalas é dominante a correlação de galáxias que estão em halos diferentes. Essa interpretação surge de maneira natural quando assumimos que as galáxias nascem pela queda do gás no potencial gravitacional gerado pelos halos de matéria escura (modelo hierárquico).

Na última década presenciamos um salto no nosso conhecimento com respeito às propriedades das galáxias com os resultados do *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) mostrando, por exemplo, o sinal da oscilação acústica de bárions previsto pelo modelo padrão da cosmologia (Eisenstein et al., 2005). Ainda nesta década, com o objetivo de investigar a natureza da energia escura, o *Dark Energy Survey*³ (DES), munido de uma câmera de 570 megapixels, cobrirá 5000 graus quadrados em cinco bandas fotométricas. A estimativa é obter cerca de 400 milhões de *redshifts* fotométricos de galáxias de todos os tipos morfológicos. Para a próxima década ocorrerá a execução do projeto *Large Synoptic Survey Telescope*⁴ (LSST) que sucederá os projetos *Dark Energy Survey* e *Sloan Digital Sky Survey III*. O LSST será um telescópio de 8.4m de diâmetro e de grande campo (9.6 graus quadrados), dotado de uma câmera de 3.2×10^8 pixels. O instrumento será dedicado ao imageamento de alta qualidade de cerca de 30000 graus quadrados do céu em seis bandas fotométricas. É esperado observar cerca de 10 bilhões de galáxias com o LSST. Pesquisadores brasileiros participam do SDSS e do DES e pretendem participar do LSST através do Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia (LIInA) com sede no Observatório Nacional (ON).

O grande volume de dados obtido pelo DES e LSST só é viável em função do uso de imageamento. Entretanto este método apresenta um erro significativamente maior no *redshift* que uma determinação espectroscópica. E por isso as determinações das distâncias das galáxias apresentam erros maiores. No entanto o estudo da aglomeração de galáxias por meio da correlação angular requer separar a amostra em intervalos de *redshifts*, e os erros das medidas das galáxias geralmente se encontram dentro desses intervalos. Portanto a análise das galáxias através da correlação angular somente é beneficiada com o grande volume de dados gerados por esses grandes levantamentos.

Este trabalho visa analisar a correlação angular de galáxias em dois levantamentos fotométricos: o *Canada-France Hawaii Telescope Legacy Survey* (CFHTLS) e o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). Este estudo abre caminho para os futuros trabalhos com os dados do DES e LSST. No CFHTLS foi usada a quarta amostra liberada (T0004) do sublevantamento *Deep*, que é constituído por quatro campos de cerca de um grau quadrado espaçados no céu. Nesta amostra foram feitos o ajuste de lei de potência na

³<http://www.darkenergysurvey.org/>

⁴<http://www.lsst.org>

correlação medida e uma análise detalhada de erros, verificando quais os impactos que estes erros causam nas medidas de correlação.

No SDSS foi utilizado o catálogo de Galáxias Luminosas, ou LG (sigla em inglês) da oitava amostra liberada (DR8). Nesta amostra foram ajustados o modelo de halos e a lei de potência para a correlação medida, sendo aplicado de duas maneiras distintas: na primeira maneira a amostra foi dividida em quatro intervalos de *redshifts* e para cada intervalo foi utilizado uma magnitude absoluta limite, fazendo com que para maiores z a magnitude absoluta decresça. Assim cada intervalo de z é uma amostra limitada por volume com uma determinada magnitude absoluta. Este critério de seleção foi o mesmo utilizado por Blake et al. (2008). Na segunda maneira a amostra foi separada em três intervalos de *redshift* e impondo o mesmo limite de magnitude absoluta para as três faixas de z , fazendo com que os três intervalos de *redshift* sejam uma única amostra limitada por volume. Em ambos os estudos com as LGs os parâmetros dos modelos estão de acordo com a literatura e com o cenário hierárquico de formação de estruturas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. As perturbações no campo de densidade e o crescimento de estruturas serão descritos no capítulo 2. A descrição estatística que forma a base do modelo de halos será apresentada no capítulo 3. Os diferentes modelos para a correlação de galáxias e o método para estimar seus parâmetros serão mostrados os capítulos 5 e 6. Os capítulos 7 e 8 mostram as análises feitas nos levantamentos CFHTLS e SDSS e o capítulo 9 é as conclusões. Os códigos desenvolvidos para a análise deste trabalho serão incorporados ao portal científico do *Dark Energy Survey*.

Capítulo 2

Teoria de Perturbação

A homogeneidade e isotropia do Universo assumidas pelo modelo cosmológico padrão só podem ser aplicadas em escalas acima de 100 Mpc. Em menores escalas essas propriedades não podem ser justificadas, pois senão, estruturas como galáxias, estrelas e planetas não existiriam.

As variações de densidade que existiam no passado remoto do Universo eram muito pequenas, como sugerem as pequenas variações de temperatura da radiação cósmica de fundo. No entanto, as variações de densidade que observamos hoje não são pequenas. Por exemplo, um aglomerado de galáxias de raio $\approx 1.5h^{-1}$ Mpc é cerca de 200 vezes mais denso que a densidade média do Universo. Neste cenário podemos inferir que as estruturas crescem de pequenas perturbações devido à ação da gravidade e o Universo se torna cada vez mais heterogêneo no curso de sua evolução. Portanto, a formação de estruturas envolve os dois seguintes aspectos:

- As propriedades e a origem das perturbações iniciais do campo de densidades.
- A evolução temporal das perturbações cosmológicas em um Universo em expansão.

O modelo mais aceito que fornece a origem das perturbações do campo de densidade é o **modelo inflacionário**. Primeiramente sugerido por Alan Guth (Guth, 1982), a inflação foi um período logo após o Big Bang em que o Universo cresceu exponencialmente. E neste modelo as perturbações no campo de densidade são **gaussianas**¹ e surgem de flutuações quânticas de um campo escalar, o ínflaton.

Para a análise do crescimento das perturbações no campo de densidade, é útil definir o *contraste de densidade* ou *flutuação de densidade*

$$\delta(\vec{r}, t) = \frac{\rho(\vec{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (2.1)$$

¹Neste trabalho estamos considerando que as perturbações iniciais eram gaussianas, embora alguns modelos inflacionários propõem que as perturbações iniciais não eram gaussianas.

onde $\bar{\rho}(t)$ expressa a densidade de matéria média do Universo no tempo t . Pela equação 2.1 é claro perceber que $\delta \geq -1$, já que a densidade não pode ser negativa. Como mencionado, as pequenas variações de temperatura na radiação cósmica de fundo sugerem que na época do desacoplamento dos bárions com os fótons ($z \approx 1000$) as flutuações de densidade eram muito pequenas ($|\delta| \ll 1$).

A dinâmica da expansão do Universo é regida pelo campo gravitacional gerado pela densidade média $\bar{\rho}(t)$, enquanto que em lugares específicos um campo gravitacional adicional é gerado pela flutuação de densidade. Sendo este campo gravitacional extra muito pequeno em comparação com o global do Universo, pois $|\delta| \ll 1$, as leis da gravitação de Newton podem ser aplicadas. Além disso, as amplitudes das perturbações são muito pequenas comparadas com o raio de Hubble. Desse modo a causalidade pode ser considerada instantânea e a descrição das perturbações no campo de densidade pode assumir um caráter newtoniano.

2.1 Equações do Movimento para um Fluido Ideal

A análise do crescimento das perturbações pode ser feita considerando o conteúdo material do Universo como sendo um fluido perfeito, em média. Sendo $\vec{v}(\vec{r}, t)$ a velocidade deste fluido temos a seguinte equação:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_{\vec{r}} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 , \quad (2.2)$$

onde \vec{r} é a coordenada própria e $\partial/\partial t$ é a derivada parcial para \vec{r} fixado. A equação acima, a **equação da continuidade**, expressa a conservação da massa, ou seja, quando a densidade diminui haverá uma divergência entre as partículas. Por outro lado a convergência entre as partículas conduzirá em um aumento da densidade do fluido. A outra equação do fluido é a seguinte:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}}) \vec{v} = -\frac{\nabla_{\vec{r}} p}{\rho} - \nabla \Phi , \quad (2.3)$$

onde Φ é o potencial do campo gravitacional. Conhecida como **equação de Euler**, a equação acima descreve a conservação do momento e o comportamento do fluido sob influência de forças. E por último temos a **equação de poisson**:

$$\nabla_{\vec{r}}^2 \Phi = 4\pi G \rho , \quad (2.4)$$

que nos relata um potencial gravitacional gerado por uma distribuição de matéria (fluido).

2.2 Transformação das Equações do Fluido em Coordenadas Comóveis

Para discutirmos as equações 2.2, 2.3 e 2.4 em um Universo em expansão, devemos usar as coordenadas comóveis, ou seja,

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{r}_c . \quad (2.5)$$

A velocidade própria, $\vec{v} = \dot{\vec{r}}(t)$, em um ponto r_c pode ser escrito como

$$\vec{v} = \dot{a}\vec{r}_c + a\dot{\vec{r}}_c . \quad (2.6)$$

Podemos reescrever a equação 2.6 da seguinte maneira:

$$\vec{v} = \dot{a}\vec{r}_c + \vec{u} , \quad (2.7)$$

onde, obviamente, $\vec{u} = a\dot{\vec{r}}_c$ é chamado de *velocidade peculiar*. Com isso podemos fixar as coordenadas (\vec{r}_c, t) no lugar de (\vec{r}, t) nas equações 2.2, 2.3 e 2.4. Primeiramente, os operadores derivada ficam da seguinte forma (e.g., Schneider, 2006):

$$\nabla_{\vec{r}} \rightarrow \frac{1}{a}\nabla_{\vec{r}_c} \quad (2.8)$$

e

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_r \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{r_c} - \frac{\dot{a}}{a}\vec{r}_c \cdot \nabla_{\vec{r}_c} . \quad (2.9)$$

Expressando a densidade ρ em termos do contraste de densidade (equação 2.1),

$$\rho(\vec{r}_c, t) = \bar{\rho}(t)[1 + \delta(\vec{r}_c, t)], \quad (2.10)$$

podemos escrever as equações 2.2, 2.3 e 2.4 em coordenadas comóveis (e.g., Mo et al., 2010):

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla \cdot [(1 + \delta)\vec{u}] = 0 , \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{u} + \frac{1}{a}(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\frac{\nabla \phi}{a} - \frac{\nabla p}{a\bar{\rho}} , \quad (2.12)$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G\bar{\rho}a^2\delta . \quad (2.13)$$

Nas equações acima foi usado $\nabla \equiv \nabla_{\vec{r}_c}$ e $\partial/\partial t$ está fixado para r_c . Foi definido também $\phi \equiv \Phi + a\ddot{r}_c^2/2$ e $\delta \equiv \delta(\vec{r}_c, t)$. Sendo o contraste de densidade δ muito pequeno, conseqüentemente a velocidade peculiar \vec{u} do fluido será muito pequena comparada com a velocidade de expansão do Universo. Por esta razão são

desconsiderados termos que contenham $\vec{u}\delta$ ou termos quadráticos de δ e \vec{u} . Seguindo isso, diferenciando a equação 2.11, fazendo o divergente da equação 2.12 e usando a equação 2.13 chegamos a seguinte equação diferencial (e.g., Mo et al., 2010):

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + \frac{2\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G \bar{\rho} \delta . \quad (2.14)$$

O segundo termo do lado esquerdo da equação acima é chamado de **termo de arrasto de Hubble**. Este termo tende a suprimir o crescimento das perturbações devido à expansão do Universo. Já o lado direito da equação acima é o **termo gravitacional**, que causa o crescimento das perturbações via instabilidade gravitacional. Podemos perceber que a equação acima não tem derivadas com respeito às coordenadas espaciais e nem possui termos que dependam de \vec{r}_c . Portanto a solução de 2.14 pode ser uma função separável, escrita da seguinte forma:

$$\delta(\vec{r}_c, t) = D(t)\tilde{\delta}(\vec{r}_c) , \quad (2.15)$$

onde $D(t)$ é o **fator de crescimento** sendo normalizado de tal forma que $D(t_0) = 1$. Substituindo a equação 2.15 em 2.14 temos (Peebles, 1980):

$$\ddot{D} + \frac{2\dot{a}}{a} \dot{D} = 4\pi G \bar{\rho} D . \quad (2.16)$$

Resolvendo a equação diferencial 2.16 encontramos duas soluções: uma que cresce com o tempo e uma outra que decresce com o tempo. Mas somente é relevante, no estudo de formação de estruturas, a solução crescente. Quando analisamos a equação 2.16 dizemos que a posição espacial da perturbação em coordenadas comóveis não muda e que somente a amplitude da perturbação aumenta.

Uma boa aproximação para o fator de crescimento $D(z)$ foi encontrada por Carroll et al. (1992):

$$D(z) \propto \frac{H(z)}{H_0} \int_z^\infty dz' (1+z') \left[\frac{H_0}{H(z')} \right]^3 \quad (2.17)$$

$$\approx \frac{5}{2} \frac{\Omega_m(z)/(1+z)}{\Omega_m^{4/7}(z) - \Omega_\Lambda(z) + (1 - \Omega_m(z)/2)(1 + \Omega_\Lambda(z)/70)} ,$$

onde o fator de proporcionalidade é determinado impondo a condição $D(z_0) = 1$.

2.3 Colapso Esférico

Uma vez criadas regiões cujas densidades são maiores que a densidade média do Universo, estas regiões irão se expandir mais devagar que a expansão média do Universo. Isto acarretará em um aumento progressivo do contraste de densidade $\delta(r)$ ao longo do tempo. Chegará um momento no qual essas regiões cessarão a expansão, atingindo um raio máximo, e logo em seguida, começarão um processo de colapso. O **modelo do colapso esférico** é uma ferramenta simples, mas poderosa, que nos permite vincular a formação de objetos colapsados de matéria escura, ou halos, com o modelo padrão da cosmologia (esta seção foi baseada em Padmanabhan (1993) e Padmanabhan (1996)).

Primeiramente vamos considerar uma região esférica contendo matéria (escura) (figura 2.1). A superfície da esfera evolui segundo a dinâmica newtoniana:

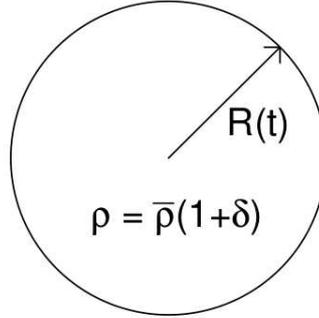


Figura 2.1: Representação de uma região esférica com contraste de densidade $\delta(r)$.

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R}, \quad (2.18)$$

onde R e M são respectivamente o raio e a massa da esfera e G é a constante gravitacional universal. Fazendo a integral da equação acima obtemos

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{GM}{R} = E. \quad (2.19)$$

Podemos notar claramente que o primeiro termo do lado esquerdo da equação acima é a energia cinética (denotada por K) e o segundo termo é a energia potencial (denotada por U). Do lado direito a constante E é a energia total do sistema. A massa total contida dentro da esfera é $(4/3)\pi R_i^3 \bar{\rho}_i (1 + \delta_i)$, onde o índice i é referente à um tempo inicial. Lembrando que $\bar{\rho}_i = \rho_{crit}(t_i) = (3H_i^2)/(8\pi G)$, a energia potencial U_i fica

$$U_i = -\frac{H_i^2 R_i^2}{2} (1 + \delta_i). \quad (2.20)$$

A velocidade de expansão da esfera é a taxa de expansão do Universo multiplicada pelo raio da esfera, ou seja, $\dot{R}_i = (H_i R_i)$. Portanto podemos reescrever a energia cinética K da seguinte forma:

$$K_i \equiv \frac{\dot{R}_i^2}{2} = \frac{(H_i R_i)^2}{2} . \quad (2.21)$$

Usando a relação acima, podemos escrever a energia potencial U em termos da energia cinética K :

$$U_i = -K_i(1 + \delta_i) . \quad (2.22)$$

Desse modo a energia total será

$$E = K_i + U_i = K_i - K_i(1 + \delta_i) = -K_i \delta_i . \quad (2.23)$$

Desde que $E < 0$, ou seja, a energia potencial gravitacional for maior (em módulo) que a energia cinética, e $\delta_i > 0$ a esfera irá atingir um raio máximo R_m e depois irá colapsar. O raio máximo R_m pode ser facilmente derivado. Neste instante $\dot{R} = 0$ e $K = 0$. Então a energia cinética será $E = U$:

$$E = -\frac{GM}{R_m} = -\frac{G}{R_m} \frac{4}{3} R_i^3 \bar{\rho}_i (1 + \delta_i) = -\frac{R_i^3 H_i^2 (1 + \delta_i)}{2R_m} . \quad (2.24)$$

Mas $K_i = H_i^2 R_i^2 / 2$. Portanto

$$E = -\frac{R_i}{R_m} K_i (1 + \delta_i) . \quad (2.25)$$

Igualando as equações 2.23 e 2.25:

$$\frac{R_m}{R_i} = \frac{(1 + \delta_i)}{\delta_i} . \quad (2.26)$$

Da relação acima vemos que quanto menor o contraste de densidade inicial δ_i maior será o raio máximo R_m alcançado pela esfera antes do colapso. A solução da equação 2.19 pode ser dada na forma da equação paramétrica de uma cicloide:

$$R(\theta) = A(1 - \cos \theta) ; t(\theta) = B(\theta - \sin \theta) . \quad (2.27)$$

Expandindo a relação acima em série de Taylor e considerando apenas o primeiro termo:

$$R \approx \frac{A\theta^2}{2} ; t \approx \frac{B\theta^3}{6} . \quad (2.28)$$

A derivada de t com respeito à θ é $\frac{dt}{d\theta} = \frac{B\theta^2}{2}$ e a derivada de R com respeito à t é $\frac{dR}{dt} = A\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{2A}{B\theta}$. Substituindo estas derivadas e as relações acima na equação 2.19 encontramos

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{R} = E \Rightarrow 2A^2 - 2GMB^2 = A\theta^2 B^2 E . \quad (2.29)$$

Para acharmos as constantes A e B podemos considerar a condição inicial, quando $\theta = 0$. Nesse caso, temos $2A^2 - 2GMB^2 = 0$. Na equação 2.27 o raio máximo R_m é alcançado quando $\theta = \pi$, Portanto, $R_m = 2A$. Substituindo este resultado na equação 2.26:

$$A = \frac{R_i(1 + \delta_i)}{2\delta_i} . \quad (2.30)$$

E sabendo que na condição de $\theta = 0$ temos $2A^2 - 2GMB^2 = 0$:

$$B^2 = \frac{1}{GM} \left(\frac{R_i(1 + \delta_i)}{2\delta_i} \right)^3 . \quad (2.31)$$

Lembrando que $M = (4/3)\pi R_i^3 \bar{\rho}_i(1 + \delta_i)$ e $\bar{\rho}_i = 3H_i^2/8\pi G$:

$$B = \frac{(1 + \delta_i)}{2H_i\delta_i^{3/2}} . \quad (2.32)$$

A contribuição da energia escura na dinâmica da expansão do Universo somente é relevante para *redshifts* baixos ($z < 0.5$). Na época da formação dos halos o Universo se encontrava na era da matéria. Portanto nesta época podemos visualizar o Universo sendo Einstein-de Sitter ($\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = \Omega_{rad} = 0$). Desse modo a seguinte relação é válida (e.g., Mo et al., 2010; Padmanabhan, 1993):

$$H_i t_i = \frac{2}{3} . \quad (2.33)$$

Usando a relação acima e lembrando que $\delta_i \ll 1$, as equações 2.30 e 2.32 ficam

$$A \approx \frac{R_i}{2\delta_i} ; B \approx \frac{3t_i}{4\delta_i^{3/2}} . \quad (2.34)$$

Ao longo do tempo é assumido que a esfera não perde e nem ganha massa. Como o raio varia com o tempo, a densidade varia com o tempo também. Sendo $R = A(1 - \cos \theta)$ temos

$$\rho(\theta) = \frac{3M}{4\pi R^3(\theta)} = \frac{3M}{4\pi A^3(1 - \cos \theta)^3} . \quad (2.35)$$

A densidade média do Universo pode ser reescrita usando a relação 2.33:

$$\bar{\rho}_i = \frac{3H_i^2}{8\pi G} = \frac{1}{6\pi G t_i^2} . \quad (2.36)$$

Sendo $\delta + 1 = \rho/\bar{\rho}$ e lembrando que $t = B(\theta - \sin \theta)$ encontramos:

$$\frac{\rho(\theta)}{\bar{\rho}_i} = 1 + \delta(\theta) = \frac{3M}{4\pi A^3} \frac{6\pi G B^2 (\theta - \sin \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^2} . \quad (2.37)$$

Mas $A^3 = GMB^2$:

$$\delta(\theta) = \frac{9(\theta - \sin \theta)^2}{2(1 - \cos \theta)^3} - 1 . \quad (2.38)$$

Podemos expandir a relação acima em série de Taylor:

$$\delta(\theta) \approx \frac{3\theta^2}{20} . \quad (2.39)$$

Da equação 2.28 temos $\theta = (6t/B)^{1/3}$. Substituindo isto na relação acima:

$$\delta(t) \approx \frac{3}{20} \left(\frac{6t}{B} \right)^{2/3} . \quad (2.40)$$

Usando o valor aproximado de B da equação 2.34 na equação acima encontramos

$$\delta(t) \approx \frac{3}{5} \delta_i \left(\frac{t}{t_i} \right)^{2/3} . \quad (2.41)$$

No Universo Einstein-de Sitter o fator de escala e o tempo estão correlacionados da seguinte maneira:

$$\frac{a(t)}{a(t_i)} = 1 + z = \left(\frac{t}{t_i} \right)^{2/3} . \quad (2.42)$$

Portanto

$$\delta \equiv \delta(t) \approx \frac{a(t)}{a(t_i)} \left(\frac{3\delta_i}{5} \right) = (1 + z) \frac{3\delta_i}{5} . \quad (2.43)$$

O raio da esfera, assumindo a solução de uma cicloide, é dado por $R(\theta) = A(1 - \cos \theta)$. Usando o valor da constante A da equação 2.34:

$$R(\theta) = \frac{R_i}{2\delta_i} (1 - \cos \theta) . \quad (2.44)$$

Isolando δ_i da equação 2.43 e usando-o na relação acima:

$$\frac{R(z)}{R_i} = \frac{(1+z)(1-\cos\theta)}{\delta(5/3) \frac{2}{2}} . \quad (2.45)$$

A constante B da relação 2.34 pode ser rescrita usando a relação 2.43:

$$B = \left(\frac{3}{5}\right)^{3/2} \frac{3t}{4\delta^{3/2}} . \quad (2.46)$$

Usando o valor da constante B da equação acima na solução temporal $t = B(\theta - \sin\theta)$ da cicloide encontramos:

$$t = \left(\frac{3}{5}\right)^{3/2} \frac{3t_i}{4\delta^{3/2}}(\theta - \sin\theta) \implies \frac{t}{t_i} = \left(\frac{3}{5}\right)^{3/2} \frac{3}{4} \frac{1}{\delta^{3/2}}(\theta - \sin\theta) . \quad (2.47)$$

Lembrando que $(t/t_i) = (a(t)/a(t_i))^{3/2} = (1/1+z)^{3/2}$:

$$\frac{1}{1+z} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2/3} \frac{(\theta - \sin\theta)^{2/3}}{\delta(5/3)} . \quad (2.48)$$

Combinando as equações 2.45 e 2.48:

$$\frac{R_i}{R(z)} = \frac{6^{2/3}}{2} \frac{(\theta - \sin\theta)^{2/3}}{(1 - \cos\theta)} . \quad (2.49)$$

Para uma região esférica cujo raio é parametrizado segundo a relação acima e cujo contraste de densidade é $\delta_i > 0$, sua evolução começa quando $\theta = 0$. O raio máximo da esfera será atingido quando $\theta = \pi$ e o colapso acontece quando $\theta = 2\pi$. A equação acima sugere que no colapso toda a massa irá se colapsar em um ponto ($R = 0$). Entretanto, antes disso acontecer, a região esférica entrará em equilíbrio para $R \neq 0$. Para verificarmos como isso acontece primeiramente vamos analisar a densidade da esfera quando atinge o raio máximo ($\theta = \pi$). Da equação 2.38:

$$\rho(\theta) = \bar{\rho}(1 + \delta) = \bar{\rho} \frac{9(\pi - \sin\pi)^2}{2(1 - \cos\pi)^3} \approx 5.55\bar{\rho} . \quad (2.50)$$

Ou seja, quando a esfera atinge seu raio máximo sua densidade é cerca de 5.55 vezes a densidade média do Universo e depois irá começar a se contrair. A esfera não se colapsa até um ponto singular mas atinge o **equilíbrio de virial**. Na virialização, a energia potencial é duas vezes a energia cinética ($|U| = 2K$). Então a energia total é $E = U + K = -2K + K = -K$. Seja t_m o instante quando a região esférica atinge seu raio máximo R_m . Neste instante toda a energia da esfera está na forma de energia

potencial gravitacional.

Como estamos considerando uma região perfeitamente esférica, a energia potencial gravitacional é dada por

$$U = \frac{3GM^2}{5R_m} . \quad (2.51)$$

A *velocidade de virial* v_{vir} pode ser estimada usando o fato que a energia potencial é toda convertida em energia cinética na virialização:

$$K \equiv \frac{Mv_{vir}^2}{2} = \frac{3GM^2}{5R_m} \implies v_{vir} = \left(\frac{6GM}{5R_m} \right)^{1/2} . \quad (2.52)$$

Como a energia potencial de virial é duas vezes a energia cinética, podemos encontrar o raio R_{vir} o qual a região esférica se virializa:

$$\frac{3GM^2}{5R_{vir}} = 2K = Mv_{vir}^2 = \frac{6GM}{5R_m} \implies R_{vir} = \frac{R_m}{2} . \quad (2.53)$$

Ou seja, o raio da esfera na sua virialização é metade do seu raio quando a região atinge sua máxima expansão. O *redshift* z onde a esfera alcançará o equilíbrio de virial pode ser obtido tomando $\theta = 2\pi$ na equação 2.48:

$$\frac{1}{1+z} = \left(\frac{3}{4} \right)^{2/3} \frac{(2\pi - 0)^{2/3}}{(5/3)\delta} \implies \frac{\delta}{1+z} \approx 1.686 . \quad (2.54)$$

Assim, o valor do contraste de densidade de um objeto virializado será aproximadamente $1.686(1+z)$, usualmente denota por δ_{sc} :

$$\delta_{sc}(z) \equiv 1.686(1+z) . \quad (2.55)$$

A densidade da região esférica virializada é fácil de ser estimada. Seja ρ_m a densidade da região esférica quando seu raio é máximo:

$$\rho_m = \frac{M}{(4/3)\pi R_m^3} . \quad (2.56)$$

E seja ρ_{vir} a densidade da esfera quando ela atinge a virialização:

$$\rho_{vir} = \frac{M}{(4/3)\pi R_{vir}^3} . \quad (2.57)$$

Desde que $R_{vir} = R_m/2$:

$$\rho_{vir} = 8 \frac{M}{(4/3)\pi R_m^3} = 8\rho_m . \quad (2.58)$$

A densidade da esfera na sua máxima expansão ρ_m é cerca de 5.55 vezes a densidade média do Universo

nesta época (equação 2.50). Portanto podemos reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$\rho_{vir} \approx 44.4\bar{\rho}(t_m) . \quad (2.59)$$

onde t_m é o tempo onde a esfera atinge o raio máximo R_m . Isso significa que a densidade da região esférica é cerca de 44.4 vezes a densidade média do Universo na época em que a esfera alcançou a sua máxima expansão. Podemos ainda expressar o resultado acima em termos da densidade média do Universo na época em que a região esférica entrou em equilíbrio. Em um Universo Einstein-de Sitter, a densidade evolui como $\rho(t) = \rho(t_i)[a(t_i)/a(t)]$. Portanto para o tempo t_m onde a esfera alcança seu raio máximo e para o tempo t_{vir} onde a esfera alcança o equilíbrio de virial temos:

$$\bar{\rho}(t_m) = \bar{\rho}(t_i) \left(\frac{a(t_i)}{a(t_m)} \right)^3 \quad (2.60)$$

e

$$\bar{\rho}(t_{vir}) = \bar{\rho}(t_i) \left(\frac{a(t_i)}{a(t_{vir})} \right)^3 \quad (2.61)$$

Dividindo as duas equações acima uma pela outra:

$$\frac{\bar{\rho}(t_m)}{\bar{\rho}(t_{vir})} \equiv \frac{\bar{\rho}_m}{\bar{\rho}_{vir}} \implies \bar{\rho}_m = \bar{\rho}_{vir} \left(\frac{1 + z_m}{1 + z_{vir}} \right)^3 . \quad (2.62)$$

O *redshift* z_{vir} é o mesmo calculado na equação 2.54. E o *redshift* z_m pode ser estimado fazendo $\theta = \pi$ na equação 2.48, que nos dá $(1 + z_m) \approx (\delta_0/1.062)$. Portanto a equação acima fica da seguinte maneira:

$$\bar{\rho}_m = 4\bar{\rho}_{vir} . \quad (2.63)$$

Substituindo o valor acima na equação 2.59:

$$\rho_{vir} \approx 44.8 \times 4 \times \bar{\rho}(t_{vir}) \approx 177\bar{\rho}_{vir} , \quad (2.64)$$

onde $\bar{\rho}_{vir} \equiv \bar{\rho}(t_{vir})$. Um objeto que colapsa tem cerca de 180 vezes a densidade média do Universo nesta mesma época. Podemos extrapolar a densidade ρ_{vir} , deixando-o em função da densidade média do Universo atual ρ_{crit} :

$$\rho_{vir} \approx 177\rho_{crit}(1 + z)^3 , \quad (2.65)$$

onde $\rho_{crit} = (3H_0^3)/(8\pi G)$.

Apesar de ser uma ferramenta simples o modelo de colapso esférico nos fornece a densidade mínima para que uma perturbação no campo de densidade venha a se tornar um objeto virializado. E fazendo $z = 0$ na equação acima encontramos uma densidade de aproximadamente 200 vezes a densidade média do Universo, o que está de acordo com a densidade de aglomerados de galáxias típicos do Universo local.

Capítulo 3

Descrição Estatística das Flutuações de Densidade

A teoria de perturbação fornece um modelo bastante plausível para a formação de objetos virializados (halos) em um Universo em expansão a partir das flutuações do campo de densidade. Entretanto, a função exata de $\delta(\vec{r}, t)$ não é possível de ser obtida pois, para isso, teríamos que ter as condições iniciais do Universo. Mas ao invés disso, é possível descrever as propriedades estatísticas do Universo, por exemplo a densidade numérica média de galáxias em um dado *redshift*. E como ferramentas para descrever tais estatísticas a **função de correlação de dois pontos** e o **espectro de potência** podem ser utilizados.

3.1 Função de Correlação de Dois Pontos

A função de correlação de dois pontos é uma ferramenta estatística que mede um excesso de aglomeração além do aleatório. Existem diferentes formas possíveis de introduzir a função de correlação de dois pontos e as duas definições usualmente utilizadas são via **probabilidade disjunta** e via **probabilidade conjunta** (Peebles, 1980).

Na definição via **probabilidade disjunta** dP_d , sorteamos (distribuimos) aleatoriamente dois elementos de volume dV_1 e dV_2 com posições dadas por \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , respectivamente. A distância entre os dois elementos de volume será

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 . \quad (3.1)$$

Dada uma distribuição de pontos, a probabilidade de encontrar um ponto em um elemento de volume

dV_1 , e ao mesmo tempo, encontrar um outro ponto em um outro elemento de volume dV_2 é

$$dP_d = \bar{n}_1 \bar{n}_2 [1 + \xi(\vec{r})] dV_1 dV_2 , \quad (3.2)$$

onde \bar{n}_1 e \bar{n}_2 são as densidades médias de pontos nos volumes dV_1 e dV_2 respectivamente e $\xi(\vec{r})$ é a **função de correlação espacial de dois pontos**. O nome para essa definição (probabilidade disjunta) fica bem evidente, pois os dois elementos de volume são distribuídos independentemente (disjuntos) e também são independentes da própria distribuição de pontos para a qual se almeja quantificar a aglomeração.

Na definição da correlação de dois pontos via **probabilidade conjunta**, que denotaremos por dP_c , não são sorteadas duas posições para os elementos de volume como na definição de probabilidade disjunta, mas determina-se uma das posições da própria distribuição que queremos estudar e somente o outro elemento de volume é distribuído aleatoriamente. A definição fica da forma

$$dP_c = \bar{n}_1 [1 + \xi(\vec{r})] dV_1 . \quad (3.3)$$

Para chegarmos a esta relação implicitamente assumimos que ao escolhermos um ponto como base para sortear o elemento de volume, neste caso o ponto “2”, é sabido com certeza que este elemento de volume contém um ponto da distribuição. Em termos matemáticos utilizamos a relação

$$dP_2 = \bar{n}_2 dV_2 = 1 . \quad (3.4)$$

Como a relação 3.3 vale para qualquer ponto na distribuição podemos retirar a referência ao ponto de base, ou seja,

$$dP_c = \bar{n} [1 + \xi(\vec{r})] dV . \quad (3.5)$$

Uma outra definição da função de correlação pode ser dada quando consideramos a distribuição de objetos como uma função contínua de densidade $\rho(r)$. Neste caso (Peebles, 1980):

$$\langle \rho(\vec{r}_1) \rho(\vec{r}_2) \rangle = \bar{\rho}^2 (1 + \xi(\vec{r})) , \quad (3.6)$$

Isolando o termo $\xi(\vec{r})$ da equação acima e usando a definição da flutuação de densidade $\delta(\vec{r}) = [\rho(\vec{r}) - \bar{\rho}] / \bar{\rho}$, a função de correlação para uma distribuição contínua de pontos pode ser escrita como

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{r}_1) \delta(\vec{r}_2) \rangle . \quad (3.7)$$

Uma vez que assumimos o princípio cosmológico, a função de correlação espacial só pode ser função da separação entre dois pontos. Portanto as definições da função de correlação são reescritas da seguinte forma:

$$dP_d = \bar{n}_1 \bar{n}_2 [1 + \xi(r)] dV_1 dV_2 , \quad (3.8)$$

$$dP_c = \bar{n}_1 [1 + \xi(r)] dV_1 \quad (3.9)$$

e

$$\xi(r) = \langle \delta(r_1) \delta(r_2) \rangle . \quad (3.10)$$

Para uma distribuição de pontos em um plano, ou uma distribuição projetada, a análoga à função de correlação espacial é a **função de correlação angular**. A probabilidade dP_ω de encontrar um ponto em um elemento de ângulo sólido $d\Omega_1$ e ao mesmo tempo encontrar um outro ponto em um elemento de ângulo sólido $d\Omega_2$ com separação angular θ é dada por

$$dP_\omega = N_1 N_2 [1 + \omega(\theta)] d\Omega_1 d\Omega_2 . \quad (3.11)$$

onde N_1 e N_2 são as densidades superficiais médias de pontos projetados, $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$ são os elementos de ângulos sólidos e $\omega(\theta)$ é a **função de correlação angular de dois pontos**. Nesta definição estamos lidando com a separação angular projetada entre dois pontos. Portanto a função de correlação angular $\omega(\theta)$ é uma **projeção** da função de correlação espacial $\xi(r)$.

A relação entre a correlação espacial $\xi(r)$ e a angular $\omega(\theta)$ pode ser encontrada diretamente de suas definições. Escrevendo o elemento de volume em suas partes radiais e angulares, $dV = r^2 dr d\Omega$, a equação 3.8 pode ser reescrita como

$$dP = \bar{n}_1 \bar{n}_2 [1 + \xi(r)] r_1^2 dr_1^2 d\Omega_1 r_2^2 dr_2^2 d\Omega_2 . \quad (3.12)$$

Integrando ao longo da direção radial, ou seja, fazendo a projeção de dP obtemos

$$\int dP = d\Omega_1 d\Omega_2 \int dr_1 r_1^2 dr_2 r_2^2 \bar{n}_1 \bar{n}_2 + d\Omega_1 d\Omega_2 \int dr_1 r_1^2 dr_2 r_2^2 \bar{n}_1 \bar{n}_2 \xi(r) . \quad (3.13)$$

Comparando a equação acima com a definição de correlação angular dada na equação 3.11, e identificando $dP_\omega = \int dP$, encontramos

$$N = \int dr r^2 \bar{n} . \quad (3.14)$$

Portanto a correlação angular está relacionada com a espacial via

$$\omega(\theta) = \frac{1}{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2} \int dr_1 dr_2 r_1^2 r_2^2 \bar{n}_1 \bar{n}_2 \xi(r) . \quad (3.15)$$

Pode-se perceber que o termo multiplicativo é apenas uma normalização. Desta forma, normalizando e mudando de variáveis de distância para *redshift*, obtém-se a relação usual entre as correlações

$$\omega(\theta) = \int dz_1 dz_2 \phi(z_1) \phi(z_2) \xi(r(z, \theta)) , \quad (3.16)$$

onde $\phi(z)$ é a função de seleção, que nos dá a probabilidade dos objetos em questão estarem em *redshift* z .

3.2 Espectro de Potência

Desde que $\delta(\vec{r})$ é definido no espaço de configurações, uma expansão útil seria em termos de componentes de Fourier, já que, em primeira ordem, os modos de Fourier são independentes.¹

Dentro de um volume comóvel V , $\delta(\vec{r})$ pode ser expresso da seguinte forma:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \delta_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} . \quad (3.17)$$

Na transformada de Fourier acima quebramos a função $\delta(\vec{r})$ em infinitas ondas, com cada uma com número de onda comóvel \vec{k} e comprimento de onda comóvel $\lambda = 2\pi/|\vec{k}|$. Se conhecemos cada componente de Fourier, podemos reconstruir por completo o campo de flutuações de densidade $\delta(\vec{r})$.

Cada componente de Fourier é um número complexo que pode ser escrito na forma

$$\delta_{\vec{k}} = |\delta_{\vec{k}}| e^{i\phi_{\vec{k}}} , \quad (3.18)$$

onde $\phi_{\vec{k}}$ é o ângulo de fase. Se $|\delta_{\vec{k}}| \ll 1$, então cada componente de Fourier obedece a equação 2.14,

$$\ddot{\delta}_{\vec{k}} + \frac{2\dot{a}}{a} \dot{\delta}_{\vec{k}} = 4\pi G \bar{\rho} \delta_{\vec{k}} . \quad (3.19)$$

Mesmo depois das flutuações terem alcançados $|\delta_{\vec{k}}| \sim 1$ e colapsarem, as perturbações podem ainda ser descritas pela equação 3.19. Isto significa que a teoria de perturbação linear, no estudo de estruturas

¹Esta seção foi baseada em Ryden (2003)

em grandes escalas, pode ser usada mesmo se as perturbações não forem muito pequenas.

A amplitude quadrática média das componentes de Fourier define o *espectro de potência* $P(k)$:

$$P(k) = \langle |\delta_{\vec{k}}|^2 \rangle, \quad (3.20)$$

onde a média é tomada em todas as direções possíveis do número de onda \vec{k} ($\delta(\vec{r}) = \delta(r)$). De fato, se $\delta(r)$ é realmente isotrópico, nenhuma informação é perdida, estatisticamente falando. Como dito, as flutuações no campo de densidade tiveram suas origens na inflação. E muitos modelos inflacionários preveem que os ângulos de fase $\phi_{\vec{k}}$ não são correlacionados uns com os outros. Em outras palavras, as flutuações de densidade criadas pela inflação constituirão um campo *homogêneo, isotrópico e gaussiano*. Portanto, o valor de δ em um ponto selecionado aleatoriamente segue uma distribuição de probabilidade gaussiana:

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3.21)$$

onde o desvio padrão σ pode ser obtido diretamente pelo espectro de potência $P(k)$:

$$\sigma = \frac{V}{2\pi^2} \int_0^\infty P(k) k^2 dk. \quad (3.22)$$

Se $\xi(r)$ descreve a média da flutuação de densidade em torno de dois pontos no espaço tridimensional e $P(k)$ descreve a amplitude quadrática média da flutuação de densidade no espaço de Fourier, o espectro de potência e a função de correlação de dois pontos estão correlacionados por uma transformada de Fourier:

$$P(k) = 4\pi \int_0^\infty r^2 \frac{\sin(kr)}{kr} \xi(r) dr. \quad (3.23)$$

Conhecendo a função de correlação $\xi(r)$, o espectro de potência $P(k)$ pode ser obtido através da relação acima. O inverso também é válido:

$$\xi(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P(k) \frac{\sin(kr)}{kr} k^2 dk. \quad (3.24)$$

3.3 Evolução das Flutuações de Densidade e Espectro de Potência Inicial

Tendo que as perturbações crescem com o tempo, as quantidades $\xi(r)$ e $P(k)$ são funções também do tempo ou do *redshift*. Substituindo o contraste de densidade da equação 2.15 na equação da definição da

função de correlação para uma distribuição de pontos contínua em 3.10 temos

$$\xi(r, t) = \langle D(t)\tilde{\delta}(r_1)D(t)\tilde{\delta}(r_2) \rangle = D^2(t) \langle \tilde{\delta}(r_1)\tilde{\delta}(r_2) \rangle = D^2(t)\xi_i(r) , \quad (3.25)$$

onde o índice i é referente a um tempo inicial qualquer. Sendo o espectro de potência a transformada de Fourier da função de correlação, o mesmo raciocínio também é válido:

$$P(k, t) = D^2(t)P_i(k) . \quad (3.26)$$

O espectro de potência inicial geralmente usado tem a forma de uma lei de potência:

$$P_i(k) \propto k^n , \quad (3.27)$$

onde n é chamado índice espectral. Harrison e Zeldovich (Harrison, 1970; Zeldovich, 1972) argumentaram que o índice espectral deveria ser $n = 1$. Esse espectro de potência é chamado *espectro Harrison-Zeldovich*, ou invariante de escala:

$$P_i(k) \propto k . \quad (3.28)$$

Portanto o espectro de potência para qualquer t fica

$$P(k, t) = D^2(t)Ak , \quad (3.29)$$

onde A é a constante de proporcionalidade ou amplitude que é fixada a partir das observações.

3.4 Função Transferência

No desenvolvimento da teoria de perturbação assumimos a validade da dinâmica newtoniana e consideramos que o Universo é dominado por matéria não relativística (sem pressão). Entretanto, antes da fase de domínio da matéria, o Universo se encontrava no domínio da radiação e a evolução das perturbações neste período era diferente com respeito à evolução das perturbações na era da matéria. Além disso, estamos considerando apenas as perturbações em escalas bem menores que o raio de Hubble. Qualquer perturbação que esteja fora do raio de Hubble deve ser tratada usando a Relatividade Geral. Portanto, o espectro de potência inicial será diferente, sendo reescrito da seguinte maneira:

$$P_i(k) = AkT^2(k) , \quad (3.30)$$

onde $T(k)$ é a *função transferência*. Nesta função estão inclusos os comportamentos possíveis que as perturbações tiveram em diferentes épocas do Universo para diversos raios (dentro e fora do raio de Hubble). Neste trabalho utilizamos a função transferência proposta por Eisenstein (1999).

Capítulo 4

Propriedades dos Halos

As flutuações de densidade da matéria escura, uma vez criadas, tendem a crescer via instabilidade gravitacional, dando origem a objetos virializados (halos). Nestes halos a matéria bariônica será atraída e formará as primeiras estrelas e galáxias do Universo. Portanto, as características e a distribuição dos halos são de importância fundamental, já que muitas dessas propriedades serão incorporadas pelas galáxias durante a sua formação.

A teoria de perturbação descrita no capítulo 2 nos fornece um modelo para a formação de estruturas do Universo, com o modelo de colapso esférico fornecendo as sementes para os halos. No capítulo 3 foram apresentados algumas ferramentas estatísticas para quantificar as estruturas já formadas. Neste capítulo apresentaremos as principais características do modelo de halos, associando as regiões colapsadas com as regiões onde se formarão as galáxias. Algumas propriedades dos halos podem ser obtidas por modelos estatísticos e principalmente por simulações numéricas. Algumas dessas propriedades são:

- Densidade numérica de halos em função da massa do halo e do *redshift*, denominada **função de massa**.
- Abundância média de halos em função das flutuações de densidade, que fornece o *bias* entre a distribuição de halos e de matéria.
- **Perfil de densidade** dos halos, que fornece a distribuição de matéria dentro de um halo.

4.1 Função de Massa

Uma característica importante e extremamente útil do modelo do colapso esférico é que o contraste de densidade crítico δ_{sc} (equação 2.55), que fornece a densidade mínima para o colapso gravitacional

ocorrer, é o mesmo para todos os objetos, sendo **independente** da massa. Isto implica que podemos tratar, de maneira igual, os diferentes objetos de diferentes massas usando o mesmo modelo. Desta forma é possível calcular, aproximadamente, a densidade numérica de objetos colapsados em função do *redshift*.

O *ansatz* de Press & Schechter (1974) consiste em supor que a densidade numérica de objetos colapsados dada pela função de massa $n(M)$ é obtida a partir da fração $F(M; z)$ de objetos colapsados em z com massa maior que M pela relação

$$\frac{dn(M, z)}{dM} = -\frac{\bar{\rho}(z)}{M} \frac{dF}{dM} . \quad (4.1)$$

A fração de objetos $F(M, z)$ pode ser obtida da seguinte maneira. Em um campo de densidade $\delta(r, t)$, o qual evolui como $\delta(r, t) = \tilde{\delta}(r)D(t)$ onde $D(t)$ é o fator de crescimento (capítulo 2), de acordo com o modelo de halos, regiões com $\delta(r, t) > \delta_{sc} \approx 1.686$ colapsarão e formarão objetos virializados. Para atribuir massas a esses objetos colapsados, Press & Schechter (1974) consideraram o campo $\delta(r, t)$ suavizado, ou seja,

$$\delta(r; R) \equiv \int \tilde{\delta}(r') W(r' + r; R) dr'^3 , \quad (4.2)$$

onde W é uma função janela de raio característico R e massa $M = (4/3)\pi R^3 \bar{\rho}$ para uma função janela *top-hat*, que é definida da seguinte maneira:

$$W(r, R) = \begin{cases} \left(\frac{4\pi}{3}R^3\right)^{-1} & \text{se } |r| \leq R \\ 0 & \text{se } |r| > R \end{cases} . \quad (4.3)$$

O efeito do filtro é fazer uma média sobre as flutuações de densidade menores que R . Como visto na seção 3.2, as perturbações são consideradas gaussianas e, portanto, a probabilidade de um dado ponto no campo de densidade ter um valor δ é dada por uma probabilidade gaussiana, já definida na equação 3.21. O desvio padrão suavizado σ_R é definido como sendo

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int P(k) W_F(kR) k^2 dk , \quad (4.4)$$

onde $P(k)$ é o espectro de potência, k é o número de onda da perturbação e $W_F(kR)$ é a função janela *top-hat* no espaço de Fourier:

$$W_F(kR) = \frac{3(\sin(kR) - kR \cos(kR))}{(kR)^3} . \quad (4.5)$$

Supondo que uma região filtrada maior que $\delta_{sc}(z)$ formará um objeto ligado de massa M , a fração de

objetos com massa maior que M será (e.g., Padmanabhan, 1993)

$$F(M) \equiv \int_{\delta_{sc}}^{\infty} p(\delta(r; R)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \int_{\delta_{sc}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\delta_R^2}{2\sigma_R^2}\right) d\delta, \quad (4.6)$$

onde $\delta_R \equiv \delta(r; R)$ é o valor do contraste de densidade filtrado. Substituindo a relação acima na equação 4.1, obtemos a função de massa de Press & Schechter:

$$n(M, z)dM = -\frac{\bar{\rho}(z)}{M} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{\delta_{sc}(z)}{\sigma_R(M)}\right) \left(\frac{1}{\sigma_R(M)} \frac{d\sigma_R(M)}{dM}\right) \exp\left(-\frac{\delta_{sc}^2(z)}{2\sigma_R^2(M)}\right) dM. \quad (4.7)$$

Entretanto, há uma dificuldade fundamental na equação 4.6. A integral de $\partial F/\partial M$ em todos os intervalos de massa deveria ser 1. Mas (Padmanabhan, 1993)

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial F}{\partial M} dM = \frac{1}{2}. \quad (4.8)$$

Este erro surge pois não levamos em conta corretamente as regiões de subdensidade. Se um ponto no espaço é tal que $\delta > \delta_{sc}$ quando filtrado numa escala R , este ponto deveria corresponder a um sistema com massa maior que $M(R)$. Isto é levado em conta corretamente pela equação 4.6. Entretanto, considerando os pontos os quais $\delta < \delta_{sc}$ no mesmo filtro, há uma probabilidade não nula desses pontos terem $\delta > \delta_{sc}$ se forem filtrados com um raio $R_1 > R$. Portanto, para ser consistente com a interpretação da equação 4.6, tais pontos devem também corresponder a uma região com massa maior que M . Mas a equação 4.6 ignora estes pontos e subestima $F(M)$ por um fator 1/2. Portanto a densidade numérica de objetos colapsados corrigido fica da seguinte maneira (e.g., Padmanabhan, 1993):

$$n(M, z)dM = -\frac{\bar{\rho}(z)}{M} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{\delta_{sc}(z)}{\sigma_R^2(M)} \frac{d\sigma_R(M)}{dM}\right) \exp\left(-\frac{\delta_{sc}^2(z)}{2\sigma_R^2(M)}\right) dM. \quad (4.9)$$

Podemos reescrever a equação acima definindo de maneira conveniente a variável ν :

$$\nu \equiv \frac{\delta_{sc}^2}{\sigma_R^2}; \quad \frac{d\nu}{dM} = -\frac{2\nu}{\sigma} \frac{d\sigma}{dM}. \quad (4.10)$$

Substituindo 4.10 em 4.9:

$$\frac{Mn(M)}{\bar{\rho}} dM = \nu f(\nu) \frac{d\nu}{\nu}, \quad (4.11)$$

onde

$$\nu f(\nu) = \sqrt{\frac{\nu}{2\pi}} \exp\left(-\frac{\nu}{2}\right). \quad (4.12)$$

Um melhor ajuste para a densidade numérica de halos, considerando as possíveis fusões entre os halos, foi obtido por Sheth & Tormen (1999) através de simulações numéricas:

$$\nu f(\nu) = A (1 + (q\nu)^{-p}) \left(\frac{q\nu}{2\pi} \right)^{1/2} \exp(-q\nu/2) , \quad (4.13)$$

onde $p \approx 0.3$, $A \approx 0.32222$ e $q \approx 0.75$. Uma outra função de massa foi proposta por Jenkins et al. (2001):

$$\nu f(\nu) = \frac{1}{2} a_1 \exp \left[- \left| \ln \left(\frac{\sqrt{\nu}}{\delta_{sc}} \right) + a_2 \right|^{a_3} \right] , \quad (4.14)$$

onde $a_1 = 0.315$, $a_2 = 0.61$ e $a_3 = 3.8$.

4.2 Bias

Seja uma região esférica de volume V e massa M_0 , cujo contraste de densidade é δ_0 , que se colapsou em z_0 . Sendo $f(M_1, \delta_1 | M_0, \delta_0)$ a fração de massa de M_0 que estava em objetos colapsados de massa M_1 , cujo contraste de densidade era δ_1 em z_1 , tal que $z_1 > z_0$, podemos obter o número médio de halos N em z_1 que se fundiram para formar um halo de massa M_0 em z_0 (Sheth & Tormen, 1999):

$$N(M_1, z_1 | M_0, z_0) = \frac{M_0}{M_1} f(M_1, \delta_1 | M_0, \delta_0) . \quad (4.15)$$

Na equação acima não é necessário que M_0 seja um halo virializado. Esta equação também é válida para o caso de M_0 ser uma região esférica que não esteja colapsada (Mo et al., 2010). Portanto, a equação 4.15 pode também ser interpretada como o número médio de halos com massa M_1 que colapsaram em z_1 e que estão em uma região esférica V em um redshift z_0 com contraste de densidade δ_0 (figura 4.1).

Podemos calcular o excesso de abundância de halos $\delta_h(M_1, z_1 | M_0, z_0)$ no volume comóvel V relativo à abundância média de halos do Universo:

$$\delta_h(M_1, z_1 | M_0, z_0) = \frac{N(M_1, z_1 | M_0, z_0)}{n(M_1, z_1)V} - 1 , \quad (4.16)$$

A expressão acima foi primeiramente derivada por Mo & White (1996) e pode assumir a seguinte forma:

$$\delta_h(1|0; z_0) = b_h(M_1, z_1) \delta(z_0) , \quad (4.17)$$

onde $\delta_h(1|0) \equiv \delta_h(M_1, z_1 | M_0, z_0)$ e b_h é o **fator de bias**. Um modelo para o *bias* foi obtido através de

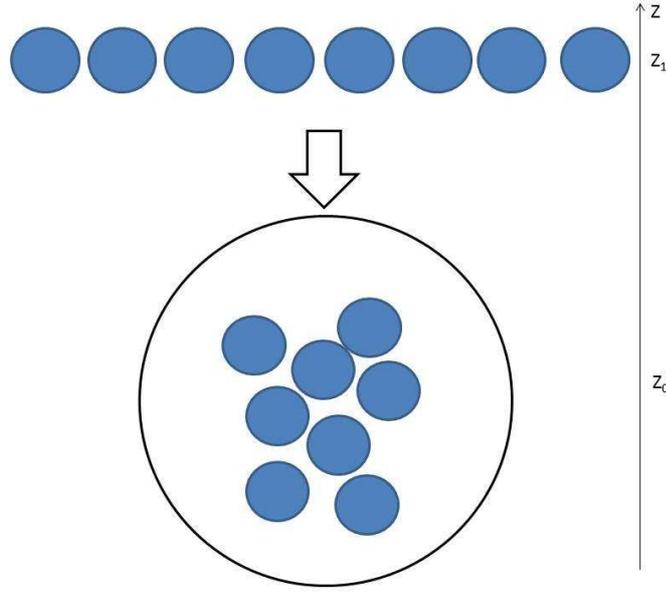


Figura 4.1: Reprodução de halos de matéria escura que se formaram em z_1 e posteriormente, em z_0 , se encontram em uma região esférica de volume V .

simulações numéricas por Sheth et al. (2001):

$$b_h(M, z) = b_h(\nu) = 1 + \frac{1}{\sqrt{a}\delta_c} \left[\sqrt{a}(a\nu) + b\sqrt{a}(a\nu)^{1-c} - \frac{(a\nu)^c}{(a\nu)^c + b(1-c)(1-c/2)} \right], \quad (4.18)$$

onde $a = 1/\sqrt{2}$, $b = 0.35$, $c = 0.8$ e $\nu = \delta_{sc}^2/\sigma^2$.

Sendo $\delta_h(1|0; r_1, z_1)$ e $\delta_h(1|0; r_2, z_1)$ as abundâncias de halos nas posições r_1 e r_2 , respectivamente, e aplicando a definição da função de correlação de dois pontos (equação 3.10) encontramos a função de correlação espacial entre os halos

$$\xi_{hh}(M_1, z_1; r) = \langle \delta_h(1|0; r_1, z_1) \delta_h(1|0; r_2, z_1) \rangle, \quad (4.19)$$

onde $r = r_2 - r_1$. Substituindo a equação 4.17 na equação acima temos

$$\xi_{hh}(M_1, \delta(z_1); r, z_0) = \langle b_h(M_1, z_1) \delta(z_0, r_1) b_h(M_1, z_1) \delta(z_0, r_2) \rangle = b_h^2(M_1, z_1) \xi_m(r, z_0). \quad (4.20)$$

onde ξ_m é a correlação da matéria. Portanto, a correlação espacial de dois pontos dos halos de massa M_1 que foram formados em z_1 equivale à correlação da matéria em um tempo posterior z_0 vinculados por um fator $b_h^2(M_1, z_1)$. Neste trabalho a correlação da matéria ξ_m foi derivada utilizando o pacote *Code for Anisotropies in the Microwave Background (CAMB)* (Lewis et al., 2000).

4.3 Perfil de Densidade

Uma questão importante no que diz respeito aos estudos dos halos é como a matéria escura se distribui no seu interior. Através de simulações numéricas um resultado foi obtido mostrando um perfil de densidade universal, conhecido como perfil Navarro-Frenk-White, ou simplesmente perfil NFW (Navarro et al., 1996):

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}, \quad (4.21)$$

onde ρ_s é a amplitude do perfil de densidade e r_s especifica um raio característico. Na seção 2.3 foi mostrado que a densidade dentro de um halo colapsado é ~ 180 vezes a densidade média do Universo. Arredondando esta densidade para 200, a densidade média $\bar{\rho}_h$ dentro do halo pode ser estimada da seguinte maneira (Schneider, 2006):

$$\bar{\rho}_h = 200\rho_{crit}(z) = \frac{3}{4\pi r_{200}^3} \int_0^{r_{200}} 4\pi r^2 dr \rho(r) = 3\rho_s \int_0^1 \frac{dx x^2}{cx(1 + cx)^2}, \quad (4.22)$$

onde no último passo a variável de integração foi trocada por $x = r/r_{200}$, sendo r_{200} o raio de uma região (esférica) o qual a densidade é 200 vezes a densidade média do Universo. O *índice de concentração* c é definido como sendo

$$c \equiv \frac{r_{200}}{r_s}. \quad (4.23)$$

Isolando ρ_s da equação 4.22 e resolvendo a integral temos

$$\rho_s = \frac{200}{3}\rho_{crit}(z) \frac{c^3}{\ln(1 + c) - c/(1 + c)}. \quad (4.24)$$

O índice de concentração c é correlacionado com a massa e o *redshift* do halo, como mostraram os resultados obtidos usando simulações numéricas (Bullock et al., 2001; Zehavi et al., 2004):

$$c(M, z) = \frac{11}{1 + z} \left(\frac{M}{M_*} \right)^{-0.13}, \quad (4.25)$$

onde M_* é obtido da equação 4.4, fazendo $\sigma(M_*) = \delta_{sc}$. Para o modelo cosmológico adotado por Blake et al. (2008), o valor obtido foi $M_* = 10^{12.64} h^{-1} M_\odot$.

4.4 Aglomeração de Halos

No modelo do colapso esférico é assumido que toda a massa do Universo está nos halos de matéria escura. A densidade de matéria em uma dada posição \vec{r} será a soma da contribuição de cada halo nesta posição, ou seja,

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i \rho(\vec{r} - \vec{x}_i | M_i) , \quad (4.26)$$

onde \vec{x}_i é a posição do centro do i -ésimo halo de massa M_i . Fica mais conveniente expressar a equação acima em termos do perfil de densidade normalizado u , o qual é a densidade ρ dividida pela massa total, $\int u(\vec{r} | M) d^3 \vec{r} = 1$. Desta forma, a densidade na posição \vec{r} pode ser expressa como

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i M_i u(\vec{r} - \vec{x}_i | M_i) . \quad (4.27)$$

Usando a propriedade $\int \delta(y - x) f(x) dx = f(y)$ podemos reescrever a relação em termos do delta de Dirac δ :

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i \int dM d^3 x' \delta(M - M_i) \delta^3(\vec{r}' - \vec{x}_i) M u(\vec{r} - \vec{r}' | M) . \quad (4.28)$$

Através da relação acima podemos expressar a densidade média $\langle \rho(\vec{r}) \rangle$ em termos da densidade numérica de halos, já que $n(M) \equiv \langle \sum_i \delta(M - M_i) \delta^3(\vec{r}' - \vec{x}_i) \rangle$ (Cooray & Sheth, 2002):

$$\langle \rho(\vec{r}) \rangle = \left\langle \sum_i \int dM d^3 x' \delta(M - M_i) \delta^3(\vec{r}' - \vec{x}_i) M u(\vec{r} - \vec{r}' | m) \right\rangle = \int dM n(M) M . \quad (4.29)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos calcular a função de correlação dos pontos dentro dos halos, supondo que a matéria escura segue uma distribuição contínua dentro dos halos, através da definição $\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{r}_1) \delta(\vec{r}_2) \rangle$, sendo que $\delta(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) / \bar{\rho} - 1$. Na correlação entre os pontos, podemos ter pontos que estarão no mesmo halo de matéria escura e pontos que estarão em halos diferentes (figura 4.2). Portanto, podemos separar a função de correlação de dois pontos dos halos em dois termos: uma que é dada apenas à contribuição de um halo ($\xi_{1h}(\vec{r})$) e a outra que é dada pela contribuição de dois halos ($\xi_{2h}(\vec{r})$), de modo que a correlação total $\xi_h(\vec{r})$ é a soma dos dois termos:

$$\xi_h(\vec{r}) = \xi_{1h}(\vec{r}) + \xi_{2h}(\vec{r}) . \quad (4.30)$$

As correlações $\xi_{1h}(\vec{r})$ e $\xi_{2h}(\vec{r})$ são expressas da seguinte maneira (Cooray & Sheth, 2002):

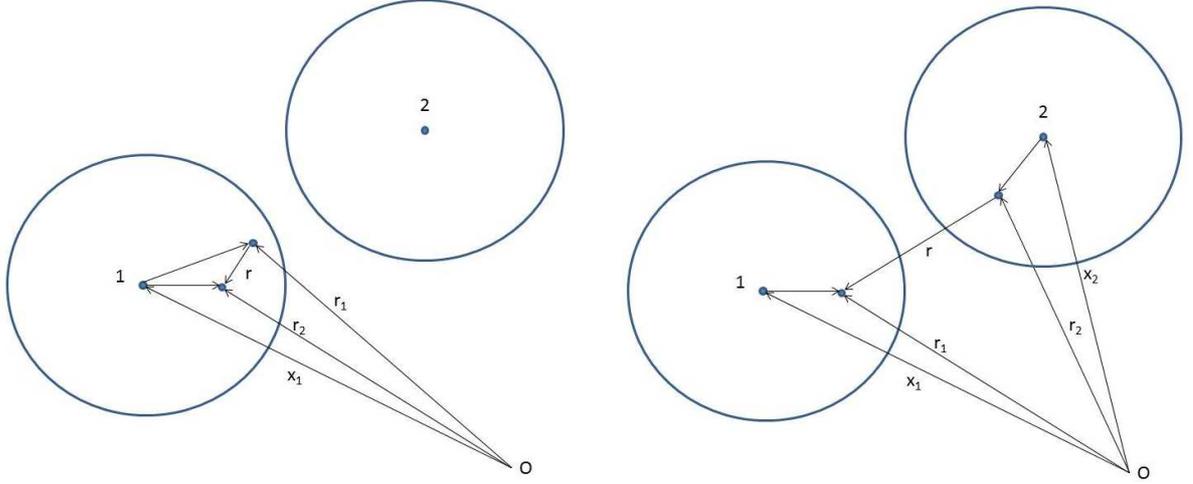


Figura 4.2: Contribuição de um halo (figura da esquerda) e dois halos (figura da direita) para a correlação de dois pontos.

$$\xi_{1h}(\vec{r}) = \frac{1}{\bar{\rho}^2} \int dM M^2 n(M) \int d^3 \vec{x} u(\vec{x} - \vec{r}_1 | M) u(\vec{x} - \vec{r}_2 | M) \quad (4.31)$$

e

$$\begin{aligned} \xi_{2h}(\vec{r}) &= \frac{1}{\bar{\rho}^2} \int dM_1 M_1 n(M_1) \int dM_2 M_2 n(M_2) \quad (4.32) \\ &\times \int d^3 \vec{x}_1 u(\vec{x}_1 - \vec{r}_1 | M_1) \int d^3 \vec{x}_2 u(\vec{x}_2 - \vec{r}_2 | M_2) \xi_{hh}(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) , \end{aligned}$$

onde ξ_{hh} é a função de correlação dos halos de matéria escura, definida na equação 4.20. Sendo a função de correlação a transformada de Fourier do espectro de potência, podemos expressar $P(k)$ como sendo também a soma de dois termos:

$$P_h(k) = P_{1h}(k) + P_{2h}(k) , \quad (4.33)$$

onde

$$P_{1h}(k) = \frac{1}{\bar{\rho}^2} \int dM M^2 n(M) |\tilde{u}(k|M)|^2 \quad (4.34)$$

e

$$P_{2h}(k) = \frac{1}{\bar{\rho}^2} \int dM_1 M_1 n(M_1) \tilde{u}(k|M_1) \int dM_2 M_2 n(M_2) \tilde{u}(k|M_2) P_{hh}(k|M_1, M_2) , \quad (4.35)$$

onde P_{hh} é o espectro de potência dos halos de matéria escura (transformada de Fourier de ξ_{hh}) e $\tilde{u}(k|M)$ é a transformada de Fourier do perfil de densidade $\rho(r|M)$, sendo definida da seguinte maneira:

$$\tilde{u}(k|M) = \frac{4\pi}{M} \int_0^{r_{vir}} \rho(r|M) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr , \quad (4.36)$$

sendo r_{vir} o raio de virialização do halo (capítulo 2).

Capítulo 5

Modelos da Distribuição de Galáxias

No cenário proposto por White & Rees (1978), as galáxias se formam, após o desacoplamento dos fótons com os bárions, pela condensação do gás bariônico que cai no poço de potencial gerado pelos halos de matéria escura. Por consequência, todas as galáxias são esperadas estarem inseridas em halos de matéria escura. Halos de grande massa podem conter mais galáxias e, em contrapartida, halos com massas menores podem conter menos galáxias. Mas não há galáxias sem um halo de matéria escura associado, embora possa existir halos de matéria escura sem galáxias. A figura 5.1 mostra o resultado de uma simulação de N-corpos feita por Kauffmann et al. (1999) usando cosmologia Λ CDM. Nesta simulação foram primeiramente formados os halos de matéria escura, seguidos pela formação das galáxias. A quantidade numérica de galáxias é proporcional à densidade dos halos de matéria escura.

A distribuição das populações das galáxias dependem da distribuição dos halos de matéria escura (e.g., Cooray & Sheth, 2002; White & Frenk, 1991). Portanto, é de se esperar que as propriedades da aglomeração de galáxias reflitam as propriedades da aglomeração de halos. Uma das formas de analisar a aglomeração de galáxias é através da função de correlação de dois pontos e é usual na literatura modelá-la de duas maneiras: a primeira maneira é através de uma **lei de potência** e a outra é através do **modelo de halos**.

5.1 Lei de Potência

A função de correlação tem sido uma ferramenta importante para a caracterização da distribuição de galáxias, sendo utilizada desde os primeiros levantamentos já efetuados. Dentre os pioneiros neste tipo de análise podemos citar Totsuji & Kihara (1969), Peebles (1974a,b) e Gott & Turner (1979). Todos os catálogos utilizados por estes autores possuíam apenas as posições de ascensão reta e declinação e as

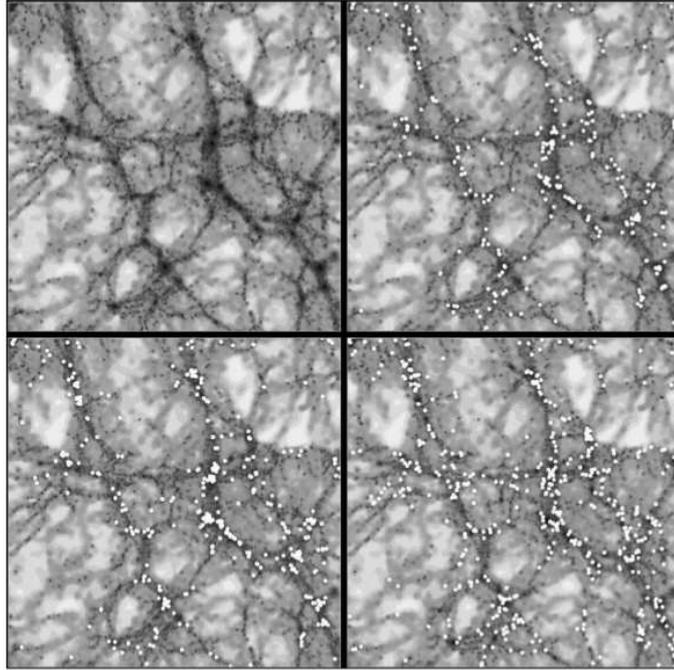


Figura 5.1: Simulação de N-corpos de formação de galáxias dentro do cenário da cosmologia Λ CDM (Kauffmann et al., 1999). A distribuição da matéria escura é mostrada na figura superior esquerda. Na figura superior direita são mostradas as galáxias com $M_B < 19.5$. Galáxias com $M_B < 17.5$ são mostradas nas figuras inferiores. A figura inferior esquerda mostra a distribuição de galáxias com baixa taxa de formação estelar e a figura inferior direita mostra a distribuição de galáxias com alta taxa de formação estelar.

magnitudes das galáxias. Estes autores perceberam que a função de correlação angular de galáxias era bem descrita por uma lei de potência do tipo

$$\omega(\theta) = A\theta^{-\delta} , \quad (5.1)$$

sendo A e δ constantes. Um exemplo da correlação angular de galáxias ajustada por uma lei de potência pode ser visto na figura 5.2 para a amostra de *Luminous Red Galaxies* (LRGs) do SDSS (Blake et al., 2008).

Sendo a correlação angular apenas uma projeção da correlação espacial, a correlação espacial também deverá ser descrita por uma lei de potência, assumindo a seguinte forma:

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} . \quad (5.2)$$

Os parâmetros δ , γ , A e r_0 estão correlacionados da seguinte forma (Limber, 1953):

$$\delta = 1 - \gamma \quad (5.3)$$

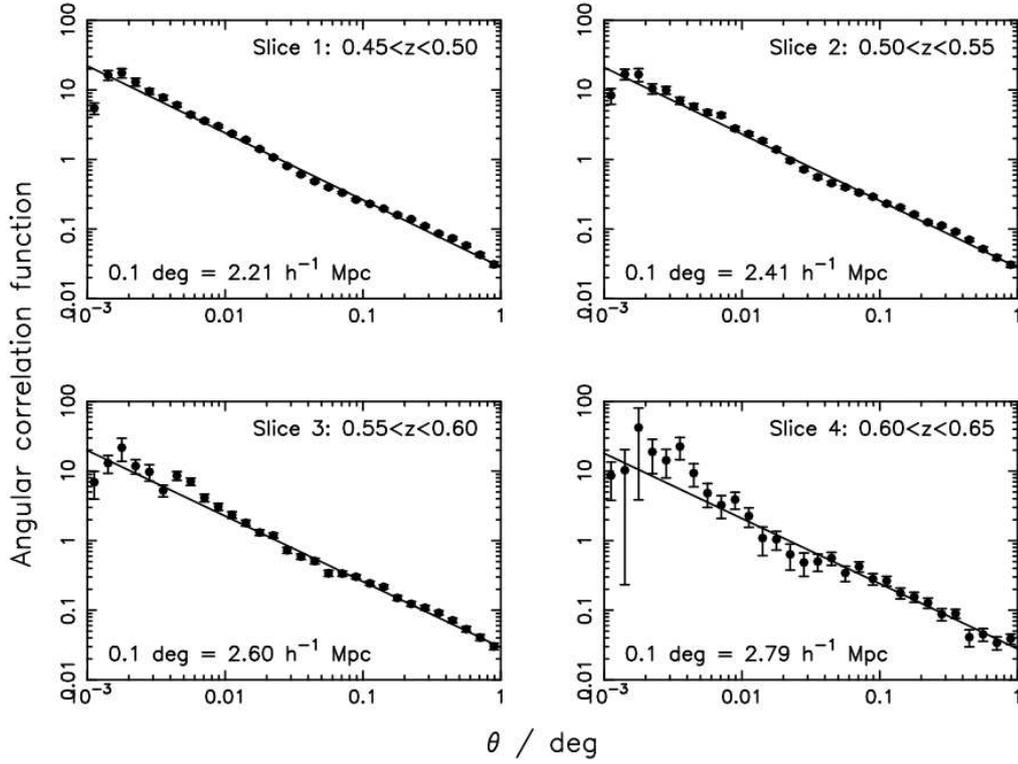


Figura 5.2: Função de correlação angular das *luminous red galaxies* (LRG) ajustada por uma lei de potência em quatro intervalos de *redshift* (Blake et al., 2008). A amostra utilizada pelos autores provém do *Data Release 4* do *Sloan Digital Sky Survey*.

e

$$A = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\gamma}{2}\right)} r_0^\gamma \int dz \phi^2(z) \frac{H(z)}{c} d_c^\delta(z), \quad (5.4)$$

onde $\phi(z)$ é a função seleção do levantamento. O fator de Hubble $H(z)$ e a distância comóvel $d_c(z)$ para o Universo sendo plano são definidos como sendo (e.g., Schneider, 2006):

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda} \quad (5.5)$$

e

$$d_c = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (5.6)$$

5.2 Modelo de Halos

A medida que novos mapeamentos se tornaram disponíveis, por exemplo o *Sloan Digital Sky Survey* e o *Two Degree Field Galaxy Redshift Survey*¹ (2dFGRS), gerando grandes volumes nos anos 90 e 2000, a correlação não podia mais ser explicada por uma simples lei de potência (e.g., Guzzo et al., 1991). Desde

¹<http://magnum.anu.edu.au/TDFgg/>

que as galáxias são formadas em halos de matéria escura, é esperado que a aglomeração de galáxias siga a aglomeração de halos de matéria escura.

Como alternativa à lei de potência, o modelo de halos descreve como as galáxias estão distribuídas dentro dos halos através do *halo occupation distribution* (HOD). O HOD baseia-se em duas suposições chave. A primeira suposição é que a primeira galáxia a ocupar um halo de matéria escura será a galáxia central deste halo e o restante das galáxias serão galáxias satélites. A segunda suposição do HOD é que o número N de galáxias dentro do halo de matéria escura é somente função da massa M do halo, não dependendo do ambiente ou da história de formação do halo. A figura 5.3 mostra a correlação angular angular das galáxias ajustada pelo modelo de halos (Sawangwit et al., 2011).

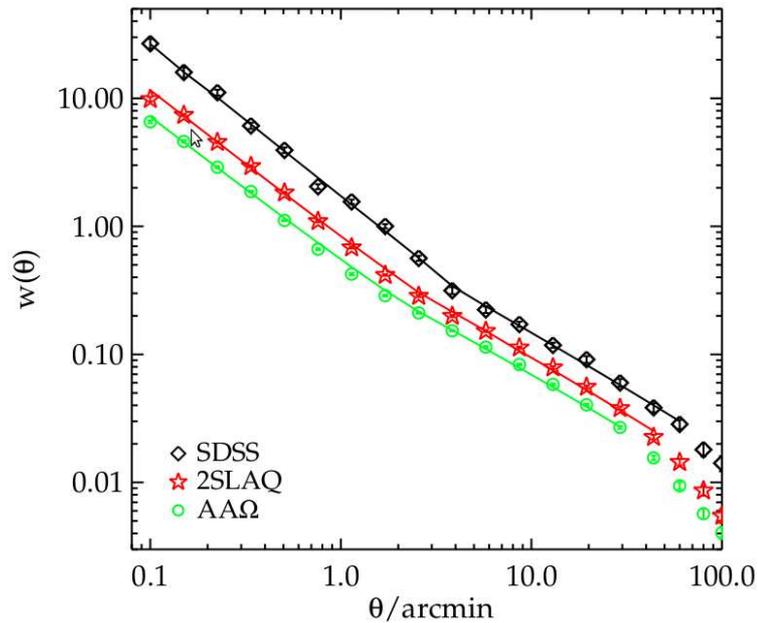


Figura 5.3: Função de correlação angular das *luminous red galaxies* (LRG) das amostras *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS), *2dF-SDSS LRG and Quasar Survey* (2SLAQ) e *AAOmega LRG Survey* (AAQ) (Sawangwit et al., 2011).

Seguindo a definição do HOD feita por Blake et al. (2008), o número de galáxias $N(M)$ que hospedam um halo é a soma de dois termos, correspondendo à contribuição da galáxia central N_c e das galáxias satélites N_s :

$$N(M) = N_c(M) + N_s(M) , \quad (5.7)$$

onde

$$N_c(M) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\log M - \log M_{min}}{\sigma_{\log M}} \right) \right] , \quad (5.8)$$

sendo $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ a função erro e

$$N_s(M) = N_c(M) \left(\frac{M - M_0}{M_1} \right)^\alpha . \quad (5.9)$$

O fator da galáxia central $N_c(M)$ na relação acima significa que não há galáxias satélites sem uma galáxia central. Desta forma o modelo de halos tem 5 parâmetros livres para serem ajustados com as observações: o parâmetro M_{min} representa a massa mínima que um halo deve ter para hospedar a sua primeira galáxia (central); M_1 representa a massa necessária do halo para hospedar sua primeira galáxia satélite, entretanto para massas pequenas a transição para se ter uma galáxia satélite depende do parâmetro M_0 , ou seja, halos com massa menor que M_0 não possuem galáxias satélites; $\sigma_{\log M}$ é um parâmetro adicional que serve para suavizar a transição de zero para uma galáxia central; e α é o índice da lei de potência para galáxias satélites.

Seguindo o raciocínio descrito na aglomeração de halos de matéria escura (seção 4.4), a correlação espacial de galáxias $\xi_{gg}(r)$, a partir da definição de probabilidade conjunta, pode ser expressa como sendo a soma de dois termos (e.g., Blake et al., 2008; Coupon et al., 2011):

$$dP_c = dP_c^{1h} + dP_c^{2h} . \quad (5.10)$$

Portanto,

$$[1 + \xi_{gg}(r)] = [1 + \xi_{gg}^{1h}(r)] + [1 + \xi_{gg}^{2h}(r)] , \quad (5.11)$$

sendo $\xi_{gg}^{1h}(r)$ a correlação de galáxias que estão no mesmo halo de matéria escura e $\xi_{gg}^{2h}(r)$ a correlação de galáxias que estão em halos diferentes. Uma das suposições do modelo de halos é que cada galáxia é classificada como sendo central ou satélite. Portanto, a correlação $\xi_{gg}^{1h}(r)$ pode ser expressa como sendo a soma da correlação de galáxias central-satélite $\xi_{gg,cs}^{1h}$ com a correlação de galáxias satélite-satélite $\xi_{gg,ss}^{1h}$.

O termo $\xi_{gg,cs}^{1h}$ fica sendo

$$1 + \xi_{gg,cs}^{1h}(r, z) = \int_{M_{vir}(r)}^{\infty} dM n(M, z) \frac{N_c(M) N_s(M) \rho_h(r|M)}{n_{gal}^2/2} \frac{1}{M} , \quad (5.12)$$

onde $n(M, z)$ é a função de massa (seção 4.1) e $\rho(r|M)$ é o perfil de densidade (seção 4.3). O limite de integração $M_{vir}(r)$ é a massa de virial contida dentro de um halo, que pode ser obtida fazendo

$$M_{vir}(r) = \frac{4\pi r^3}{3} 200 \bar{\rho}_0 , \quad (5.13)$$

sendo $\bar{\rho}_0$ a densidade média do Universo atual. A densidade numérica de galáxias pode ser obtida fazendo

$$n_g = \int_0^{\infty} dM n(M) N(M) . \quad (5.14)$$

A correlação de galáxias satélite-satélite $\xi_{gg,ss}^{1h}(r, z)$ fica mais fácil de ser obtida no espaço de Fourier:

$$P_{gg,ss}^{1h}(k) = \int_0^\infty dM n(M) \frac{N_s^2(M)}{n_g^2} |\tilde{u}(k|M)|^2, \quad (5.15)$$

lembrando que $\tilde{u}(k|M)$ é a transformada de Fourier de $\rho(r|M)$. A correlação de galáxias satélite-satélite $\xi_{gg,ss}^{1h}$ é obtida via transformada de Fourier inversa da equação acima:

$$\xi_{gg,ss}^{1h}(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk P_{gg,ss}^{1h}(k) k^2 \frac{\sin(kr)}{kr}. \quad (5.16)$$

A função de correlação correspondendo ao termo de 1 halo é então derivada como

$$\xi_{gg}^{1h}(r) = \xi_{gg,cs}^{1h}(r) + \xi_{gg,ss}^{1h}(r). \quad (5.17)$$

Para a correlação de 2 halos não é feita a distinção entre o tipo da galáxia (central ou satélite). Assim, como no termo de um halo de galáxias satélite-satélite $\xi_{gg,ss}^{1h}$, o termo de dois halos ξ_{gg}^{2h} é mais fácil de ser obtido no espaço de Fourier:

$$P_{gg}^{2h}(k, r) = P_m(k) \times \left[\int_0^{M_{lim}(r)} dM n(M) b_h(M, r) \frac{N(M)}{n'_g(r)} u(k|M) \right]^2, \quad (5.18)$$

onde $P_m(k)$ é o espectro de potência da matéria (transformada de Fourier de ξ_m), $b_h(r, M)$ é o fator de *bias* dependente da escala e $n'_g(r)$ é a densidade numérica de galáxias restrita, sendo definida como

$$n'_g(r) = \int_0^{M_{lim}(r)} dM n(M) N(M). \quad (5.19)$$

O limite de integração $M_{lim}(r)$ leva em conta a exclusão de halo (Zheng, 2004), ou seja, os halos podem estar sobrepostos para maiores escalas de r . Para derivar $M_{lim}(r)$ podemos conectar a densidade de galáxias restrita $n'_g(r)$ com a seguinte expressão (Tinker et al., 2005):

$$n'_g(r) = \int_0^\infty dM_1 n(M_1) N(M_1) \int_0^\infty dM_2 n(M_2) N(M_2) p(r, M_1, M_2), \quad (5.20)$$

onde $p(r, M_1, M_2)$ quantifica a probabilidade de não haver superposição de halos de massas M_1 e M_2 com separação r . Definindo $x = r/(R_1 + R_2)$, sendo R_1 e R_2 os raios de virial das massas M_1 e M_2 , e usando $y = (x - 0.8)/0.29$, Tinker et al. (2005) acharam $p(y) = 3y^2 - 2y^3$ através de simulações numéricas.

Em grandes escalas de r a equação 5.18 se reduz a (Cooray & Sheth, 2002)

$$P_{gg}^{2h}(k) \approx b_g^2 P_m(k) , \quad (5.21)$$

onde o fator de *bias* de galáxias b_g é definido como sendo

$$b_g = \int dM n(M) b_h(M) \frac{N(M)}{n_g} , \quad (5.22)$$

sendo $b_h(M)$ o fator de *bias* para os halos definidos na seção 4.2. Em escalas menores o raio finito dos halos deve ser levado em conta. A dependência de escala do fator de *bias* b_h se torna importante em $r \lesssim 3h^{-1}$ Mpc. Parametrizando o fator de *bias* pela correlação da matéria ξ_m , o fator de *bias* b_h dependente da escala é bem descrito pela seguinte equação (Tinker et al., 2005):

$$b_h^2(M, r) = b_h^2(M) \frac{[1 + 1.17\xi_m(r)]^{1.49}}{[1 + 0.69\xi_m(r)]^{2.09}} . \quad (5.23)$$

A correlação de galáxias de dois halos $\xi_{gg}^{2h'}(r)$ é obtida fazendo a transformada de Fourier inversa de $P_{gg}^{2h}(k)$:

$$\xi_{gg}^{2h'}(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk P_{gg}^{2h}(k) k^2 \frac{\sin(kr)}{kr} . \quad (5.24)$$

Em seguida é feita a normalização de $\xi_{gg}^{2h'}(r)$:

$$1 + \xi_{gg}^{2h}(r) = \left[\frac{n'_g(r)}{n_g} \right]^2 [1 + \xi_{gg}^{2h'}(r)] . \quad (5.25)$$

A massa efetiva estimada para o halo de matéria escura M_{eff} e a fração de galáxias central f_c e satélites f_s são quantidades que também podem ser estimadas pelo modelo de halos:

$$M_{eff} = \int dM n(M) M \frac{N(M)}{n_g} , \quad (5.26)$$

$$f_c = \frac{\int dM n(M) N_c(M)}{\int dM n(M) N_c(M) [1 + N_s(M)]} \quad (5.27)$$

e

$$f_s = 1 - f_c . \quad (5.28)$$

Este é o modelo de halos que será utilizado para modelar a distribuição de galáxias do levantamento fotométrico do *Sloan Digital Sky Survey* no capítulo 8.

Capítulo 6

Medindo a Aglomeração de Galáxias

6.1 Estimativa da Função de Correlação

É muito comum definir a correlação de dois pontos via probabilidade conjunta (equação 3.9), pois requer o sorteio de apenas uma posição da amostra, enquanto a probabilidade disjunta requer o sorteio de duas posições da amostra. Logo, a aplicação da probabilidade conjunta é mais direta.

Partindo da equação 3.9 e isolando a função de correlação de dois-pontos, temos

$$\xi(r) = \frac{dP_c}{\bar{n}dV} - 1 . \quad (6.1)$$

As quantidades que aparecem do lado direito da equação acima podem ser identificadas da seguinte maneira (Peebles, 1980): $\bar{n}dV$ é a distribuição de pontos aleatórios, sem aglomeração, com densidade igual à densidade média do levantamento de galáxias, e o termo do numerador, dP_c , é referente à própria distribuição de galáxias sendo medida. Uma quantidade que pode representar adequadamente as distribuições (aleatória e real) é o número de pares de objetos separados pela distância r . Essa contagem é denominada DD para a amostra de galáxias e RR para a amostra aleatória (figura 6.1).

Desse modo podemos fazer as seguintes associações:

$$\bar{n}dV \mapsto RR , \quad (6.2)$$

$$dP_c \mapsto DD . \quad (6.3)$$

Com essas identificações é possível construir um estimador para a função de correlação espacial de dois pontos (Peebles & Hauser, 1974),

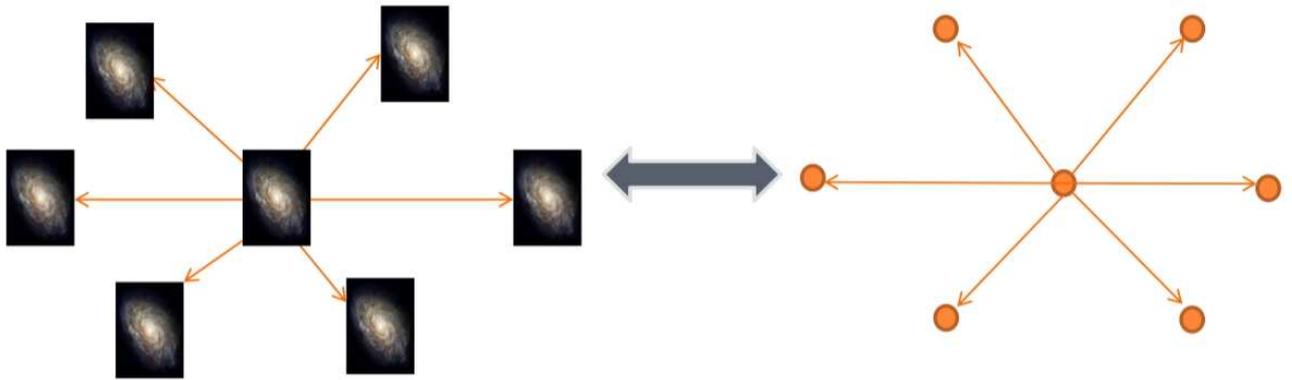


Figura 6.1: A função de correlação pode ser estimada comparando a contagem de pares de galáxias (figura da esquerda) com a contagem de pares de pontos de uma amostra aleatória (figura da direita).

$$\hat{\xi}(r) = \frac{DD(r)}{RR(r)} - 1, \quad (6.4)$$

Sendo $\hat{\xi}$ representando uma estimativa para a função de correlação espacial. Este estimador é chamado de estimador natural, pois é o estimador que é derivado mais diretamente da definição da função de correlação. Na literatura há outros estimadores como o apresentado por Davis & Peebles (1983):

$$\hat{\xi}(r) = \frac{DD(r)}{DR(r)} - 1, \quad (6.5)$$

sendo DR o número total de pares de galáxias da amostra real com pontos da amostra artificial aleatória. No ano de 1993, quase que simultaneamente, dois outros estimadores foram apresentados. Hamilton (1993) propôs o seguinte estimador,

$$\hat{\xi}(r) = \frac{DD(r) \cdot RR(r)}{DR^2(r)} - 1, \quad (6.6)$$

e Landy & Szalay (1993) chegaram num outro estimador,

$$\hat{\xi}(r) = \frac{DD(r) - 2DR(r) + RR(r)}{RR(r)}. \quad (6.7)$$

Para estimar a correlação espacial das galáxias através dos estimadores apresentados nas equações 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7 é necessário conhecer as distâncias que separam as galáxias uma das outras. Uma forma de estimar a distância de uma galáxia é através de seu *redshift*, utilizando a equação 5.6. Entretanto, a distância obtida através dessa relação só deve levar em conta o *redshift* ocasionado pela expansão cósmica. Entretanto, a maioria das galáxias do Universo encontram-se em grupos ou em aglomerados. Esses

sistemas ocupam uma região do espaço menor que 10 Mpc/h. Devido à ação gravitacional as galáxias adquirem velocidades orbitais em torno do centro de massa do sistema. Portanto, o comprimento de onda dos fótons emitidos pelas galáxias serão alterados devido ao efeito Doppler causadas pelas velocidades das galáxias. Nesse caso, o *redshift* observado z_{obs} é a soma do *redshift* cosmológico z_c (devido somente à expansão do Universo) com o *redshift* ocasionado pelas velocidades peculiares das galáxias z_v :

$$z_{obs} = z_c + z_v . \quad (6.8)$$

Um outro efeito que afeta o *redshift* observado é ocasionado pela imprecisão das observações, principalmente se os *redshifts* forem obtidos fotometricamente. Sendo e_z o erro no *redshift* causado por esta incerteza, a equação 6.8 fica

$$z_{obs} = z_c + z_v \pm e_z . \quad (6.9)$$

São vários os efeitos que podem alterar o *redshift* cosmológico e conseqüentemente afetar as distâncias estimadas para as galáxias, fazendo com que a estimativa da correlação espacial fique inviável. Entretanto, ao invés de utilizarmos as distâncias espaciais entre as galáxias, podemos utilizar, por exemplo, as **distâncias angulares**, cuja medida é de alta precisão. Dessa forma a função de correlação angular $\omega(\theta)$ definida na seção 3.1 pode ser utilizada. Como $\omega(\theta)$ é uma projeção de $\xi(r)$, os estimadores para a função de correlação espacial podem ser aplicados para a função de correlação angular, como por exemplo, o estimador Landy & Szalay (1993) :

$$\hat{\omega}(\theta) = \frac{DD(\theta) - 2DR(\theta) + RR(\theta)}{RR(\theta)} , \quad (6.10)$$

6.2 Estimativas de Erros da Função de Correlação

Existem vários métodos para se estimar o erro das medidas da correlação de galáxias, podendo esses métodos ser classificados como **estimativa externa** e **estimativa interna** (Norberg et al., 2009).

Uma estimativa de erro externa consiste em fazer realizações artificiais a fim de se reproduzir o conjunto de dados para o qual se quer estimar o erro. Portanto este método “cria” um novo Universo. A estimativa de erro usando simulações numéricas é uma estimativa externa.

Um método de estimativa interna utiliza os dados do próprio levantamento. Uma análise interessante entre as estimativas interna e externa é abordada por Norberg et al. (2009). Neste trabalho abordaremos apenas algumas estimativas de erros internas, que são:

- *Poisson*
- *Jackknife*
- *Bootstrap*
- *Bootpairs*

6.2.1 *Poisson*

O método de *Poisson* é o mais simples dentre os métodos e foi amplamente usado nos primeiros levantamentos de galáxias. O erro de *poisson* é sensível apenas à densidade de galáxias, não importando o tamanho da área do levantamento. A estimativa de *poisson* só é capaz de gerar valores não nulos para a diagonal da matriz de covariância. O erro de *poisson* σ_P pode ser estimado da seguinte maneira (Peebles, 1980):

$$\sigma_P^2(\theta) = \frac{[1 + \omega(\theta)]^2}{DD(\theta)} . \quad (6.11)$$

6.2.2 *Jackknife*

O método de *jackknife* consiste em primeiramente dividir a amostra em N partes, criando dessa maneira subamostras. Este método requer que cada subamostra tenha o mesmo número de galáxias aproximadamente. Em seguida são feitas várias cópias da amostra original de modo que a primeira cópia não possui a primeira subamostra. A segunda cópia não possui a segunda subamostra e assim sucessivamente. Ao total teremos N cópias perturbadas do levantamento que chamaremos amostra *jackknife*. A matriz de covariância *jackknife* C_{JK} para N amostras é estimada da seguinte maneira (e.g., Blake et al., 2008):

$$C_{JK}(i, j) = \frac{(N - 1)}{N} \sum_{k=1}^N [\omega^k(\theta_i) - \bar{\omega}(\theta_i)][\omega^k(\theta_j) - \bar{\omega}(\theta_j)] , \quad (6.12)$$

onde

$$\bar{\omega}(\theta_i) = \frac{1}{N} \sum_k \omega^k(\theta_i) . \quad (6.13)$$

O termo $N - 1$ do numerador da matriz de covariância é necessário pois cada amostra perturbada por este método não é independente das outras.

6.2.3 *Bootstrap*

A estimativa de erro de *bootstrap* é semelhante ao de *jackknife* porque também perturba a amostra. Neste método é sorteada uma galáxia de modo aleatório em um processo onde cada uma tenha 50% de

chance de ser escolhida. As galáxias escolhidas são guardadas em uma outra amostra a qual chamamos de amostra *bootstrap*. A princípio, o número de galáxias na amostra *bootstrap* é menor que a da amostra original. Entretanto, o processo de sorteio se repete até que o número de objetos da amostra *bootstrap* seja igual ao da amostra original de galáxias. Desse modo, a amostra *bootstrap* terá o mesmo número de galáxias que a original, mas não distribuídas da mesma maneira, pois no processo de sorteio, uma mesma galáxia pode ser sorteada várias vezes. A matriz de covariância para N amostras *bootstrap* é estimada da seguinte maneira (e.g., Norberg et al., 2009):

$$\mathbf{C}_{BS}(i, j) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [\omega^k(\theta_i) - \bar{\omega}(\theta_i)][\omega^k(\theta_j) - \bar{\omega}(\theta_j)] , \quad (6.14)$$

onde $\bar{\omega}(\theta)$ é definido segundo a equação 6.13.

Este método deixou de ser utilizado atualmente porque vem se mostrando discrepante com simulações de N-corpos (Norberg et al., 2009). Além disso, os objetos escolhidos para se fazer a perturbação *bootstrap* precisam ser independentes, que não é obviamente o caso das galáxias pois precisamente queremos medir a sua correlação, que em pequenas escalas não é zero.

6.2.4 *Bootpairs*

O método *bootpairs* é análogo ao método de *bootstrap*. A diferença está no objeto de sorteio. Na metodologia *bootstrap* sorteamos as galáxias e as guardamos em uma amostra chamada amostra *bootstrap*. Na metodologia *bootpairs* o que é selecionando não é mais uma galáxias mas sim os **pares de galáxias**. Então o par de galáxia sorteado é então guardado numa amostra que chamamos **amostra *bootpairs*** (Martínez et al., 2009). A matriz de covariância para N amostras *bootpairs* é calculada da mesma maneira que a da metodologia *bootstrap*:

$$\mathbf{C}_{BP}(i, j) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [\omega^k(\theta_i) - \bar{\omega}(\theta_i)][\omega^k(\theta_j) - \bar{\omega}(\theta_j)] , \quad (6.15)$$

De acordo com Martínez et al. (2009) mesmo os pares de galáxias não são independentes entre si e não podem ser os objetos de sorteio. Para contornar esse problema, ao invés de sortear pares associados à uma galáxia, deve-se selecionar blocos de galáxias em uma certa região onde a correlação de galáxias é próxima de zero. Especificamente esta região deveria ser uma esfera de raio igual ao raio de correlação r_0 . Este método será denominado *bootpairs blocks*.

6.3 *Integral Constraint*

Uma questão que tem que ser abordada no estudo de aglomeração de galáxias é o impacto do tamanho do levantamento na medida da correlação. Se a escala que está sendo sondada for da mesma ordem que a escala angular do levantamento, a medida estará sujeita a um erro denominado *integral constraint*.

6.3.1 Definição do *Integral Constraint*

A função de correlação angular é definida de maneira análoga à função de correlação espacial, que pode ser interpretada como sendo o excesso de probabilidade dP_ω de encontrar uma galáxia a uma distância angular θ de uma outra galáxia. Da equação 3.2,

$$dP_\omega = N_1 N_2 [d\Omega_1 d\Omega_2 + \omega(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2] , \quad (6.16)$$

onde N_1 e N_2 são a densidades superficiais de galáxias projetadas na esfera celeste e $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$ são os elementos de ângulos sólidos. Integrando a equação acima temos

$$\iint dP_\omega = N_1 N_2 \left[\iint d\Omega_1 d\Omega_2 + \iint \omega(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 \right] . \quad (6.17)$$

A densidade média de galáxias N pode ser estimada da seguinte maneira:

$$N = \frac{N}{\Omega} , \quad (6.18)$$

onde N é o número total de galáxias e Ω é a área total do levantamento. Sabendo que $\int dP_\omega$ nos dá o número total de galáxias N do levantamento, $\iint dP$ nos dá N^2 . Fazendo $N_1 = N_2$, a equação 6.17 fica

$$N^2 = \frac{N^2}{\Omega^2} \left[\Omega^2 + \iint \omega(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 \right] \Rightarrow 1 = 1 + \frac{1}{\Omega^2} \iint \omega(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 . \quad (6.19)$$

E portanto

$$\frac{1}{\Omega^2} \iint \omega(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 = 0 . \quad (6.20)$$

Podemos interpretar a equação 6.20 de duas maneiras: **a)** a correlação angular é zero para qualquer separação angular; **b)** a correlação angular é simétrica, ou seja, a função começa positiva e termina negativa ou vice-versa de modo que as partes positiva e negativa sejam iguais e se cancelem. Obviamente a primeira hipótese não é correta, logo resta a hipótese **b**.

Para chegar à equação 6.20 a densidade média de galáxias do Universo foi estimada como sendo a densidade média de galáxias do levantamento, o que pode não ser verdade (Groth & Peebles, 1977). Deve-se notar que quanto menor o levantamento, maior será a chance de que a densidade média de galáxias do levantamento não seja a do Universo. Portanto, o simples fato de usar a densidade média de galáxias do levantamento faz com que a correlação medida $\omega_{obs}(\theta)$ seja menor que a correlação verdadeira $\omega_v(\theta)$. Considerando que o fator que diminui a correlação verdadeira seja constante em qualquer escala angular, podemos escrever a seguinte relação:

$$\omega_{obs}(\theta) = \omega_v(\theta) - I , \quad (6.21)$$

onde I é o fator constante que diminui a correlação verdadeira em todas as escalas. Chamamos o fator I de *integral constraint*.

6.3.2 Estimando o *Integral Constraint*

Substituindo a equação 6.21 em 6.20 obtemos:

$$\frac{1}{\Omega^2} \iint (\omega_v(\theta) - I) d\Omega_1 d\Omega_2 = 0 . \quad (6.22)$$

Isso implica

$$\frac{1}{\Omega^2} \iint \omega_v(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 - \frac{I}{\Omega^2} \iint d\Omega_1 d\Omega_2 = 0 \implies I = \frac{1}{\Omega^2} \iint \omega_v(\theta) d\Omega_1 d\Omega_2 . \quad (6.23)$$

Podemos estimar o *integral constraint* utilizando integração de Monte Carlo (Roche et al., 2002):

$$I = \frac{\sum RR(\theta) \omega_{mdl}(\theta)}{\sum RR(\theta)} , \quad (6.24)$$

onde a contagem de pares de pontos aleatórios $RR(\theta)$ deve sondar até o limite do levantamento e $\omega_{mdl}(\theta)$ é o modelo que assumimos para a correlação angular. Assumindo uma lei de potência simples na forma de $A\theta^{1-\gamma}$ para a correlação angular podemos obter uma boa estimativa para o *integral constraint*. Desse modo

$$I = AC , \quad (6.25)$$

onde

$$C = \frac{\sum RR(\theta) \theta^{1-\gamma}}{\sum RR(\theta)} . \quad (6.26)$$

Capítulo 7

A amostra *Canada France Hawaii Legacy Survey-Deep*

7.1 Dados

O *Canada France Hawaii Telescope Legacy Survey*¹ (CFHTLS) é um projeto feito pelo Canadá e pela França utilizando o telescópio que leva o mesmo nome, o *Canada-France-Hawaii Telescope* (CFHT). Este telescópio está localizado no topo do Mauna Kea, um vulcão extinto localizado no Havaí (EUA) e cuja altura é de 4200 metros em relação ao nível do mar (figura 7.1).



Figura 7.1: Fotografia da cúpula do CFHT.

O telescópio CFHT possui um espelho de 3.6 metros e uma câmera que observa na faixa do visível e do infravermelho do espectro eletromagnético. Esta câmera, que recebe o nome de *MegaCam*, possui um total de 36 CCDs com 2.048×4.612 pixels cada um e compreende um campo de visão de um grau quadrado com resolução de 0.186 segundo de arco por pixel (Ilbert et al., 2006). As observações foram feitas em 5 bandas espectrais, no intervalo $3500\text{\AA} < \lambda < 9400\text{\AA}$ e nos filtros u^*, g', r', i', z (figura 7.2).

¹<http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHLS/>

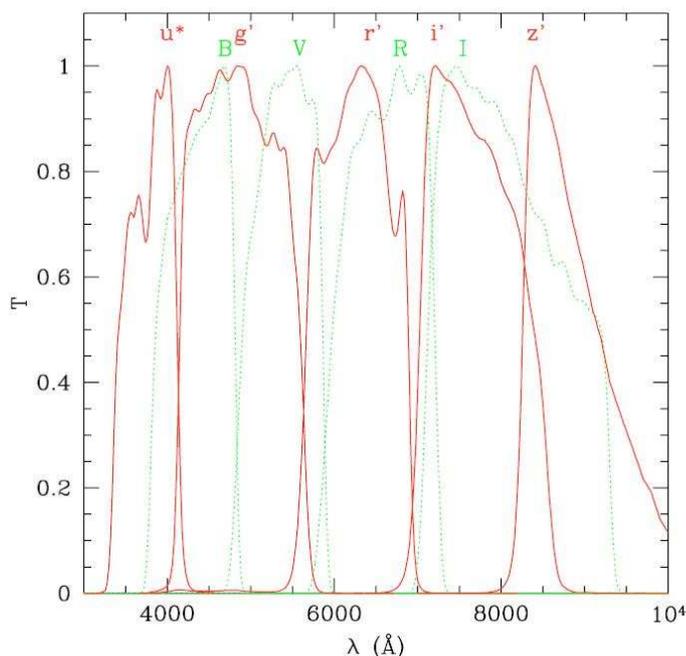


Figura 7.2: Curvas de transmissão do CFHT normalizadas (Ilbert et al., 2006). As linhas contínuas são correspondentes à câmera *MegaCam* e as linhas pontilhadas são referentes à câmera *CFH12K*.

O CFHTLS é composto por três levantamentos:

- **Very Wide:** possui pouca profundidade em magnitude mas abrange uma área de aproximadamente 400 graus quadrados utilizando as bandas g' , r' e i' .
- **Wide:** similar ao *Very Wide* possuindo pouca profundidade em magnitude. Sua área abrange cerca de 170 graus quadrados, mas possui mais filtros (bandas u^* , g' , r' , i' , z').
- **Deep:** formado por quatro campos (D1, D2, D3 e D4), com 1 grau quadrado cada um. As observações foram feitas nas bandas u^* , g' , r' , i' , z' .

O levantamento CFHTLS utilizado neste trabalho foi o levantamento *Deep*². As propriedades de cada campo do *Deep* podem ser encontradas na tabela 7.1 e as localizações dos campos no céu são mostradas na figura 7.3.

| Campo | RA(J2000) | DEC(J2000) | u^* | g' | r' | i' | z' |
|-------|-----------|------------|-------|------|------|------|------|
| D1 | 02:25:59 | -04:29:40 | 26.5 | 26.4 | 26.1 | 25.9 | 25.0 |
| D2 | 10:00:28 | +02:12:30 | 26.1 | 26.2 | 26.0 | 25.7 | 24.9 |
| D3 | 14:19:27 | +52:40:56 | 25.9 | 26.6 | 26.4 | 26.2 | 25.1 |
| D4 | 22:15:31 | -17:43:56 | 26.5 | 26.3 | 26.4 | 26.0 | 25.0 |

Tabela 7.1: Informações dos campos do levantamento *Deep*. As magnitudes limites para cada banda estão no sistema AB e referem-se à completude de 50%. A ascensão reta está em unidades de hora, minuto e segundo e declinação em unidades de grau, minuto e segundo de arco .

²<http://www.cfht.hawaii.edu/Science/CFHLS/cfhtlsdeepwidefields.html>

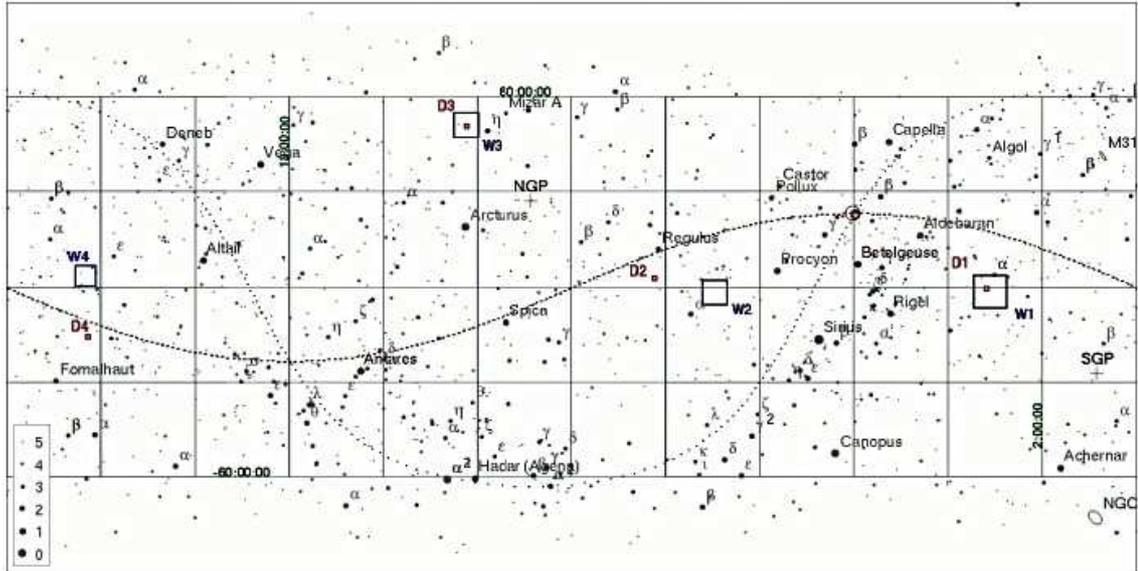


Figura 7.3: Localização dos levantamentos *Wide* (W1, W2, W3 e W4) e *Deep* (D1, D2, D3 e D4) do CFHTLS (<http://terapix.iap.fr/cplt/oldSite/Descart/cfhtlscshearprogtarget.html>).

O campo D1 do *Deep* possui observações fotométricas e espectroscópicas do VIMOS VLT *Deep Survey* (VVDS). A fotometria do VVDS foi obtida pela câmera CFH12K, operando também no CFHT, nas bandas B,V,R,I (figura 7.2), cobrindo toda a região do campo D1 com suas respectivas magnitudes de completude (50%) 26.5, 26.2, 25.9 e 25.0 (sistema AB). Já a espectroscopia do VVDS foi obtida pelo espectrógrafo VIMOS no VLT (*Very Large Telescope*, localizado no deserto do Atacama). As características do *MegaCam* e do CFH12K podem ser encontradas na tabela 7.2³.

| Banda | $\lambda_{central}(\text{\AA})$ | Largura(\AA) |
|-------|---------------------------------|-------------------------|
| u* | 3743 | 758 |
| g' | 4872 | 1455 |
| r' | 6282 | 1219 |
| i' | 7776 | 1508 |
| z' | 11702 | 6868 |
| B | 4312 | 990 |
| V | 5374 | 974 |
| R | 6581 | 1251 |
| I | 8223 | 2164 |

Tabela 7.2: Informações dos filtros das câmeras *MegaCam* e CFH12K.

Todas as quatro áreas do levantamento *Deep* possuem algumas pequenas regiões afetadas por estrelas da nossa Galáxia e defeitos de imageamento. Em cada região afetada foi colocada uma máscara, eliminando os objetos nela situados. A figura 7.4 mostra quatro gráficos, um para cada área do CFHTLS-*Deep*, em ascensão reta e declinação das galáxias do levantamento com as suas respectivas máscaras.

³<http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Filters/>

Essas máscaras foram definidas pelo grupo do CFHTLS. A figura 7.5 mostra a contagem de galáxias por *redshift*.

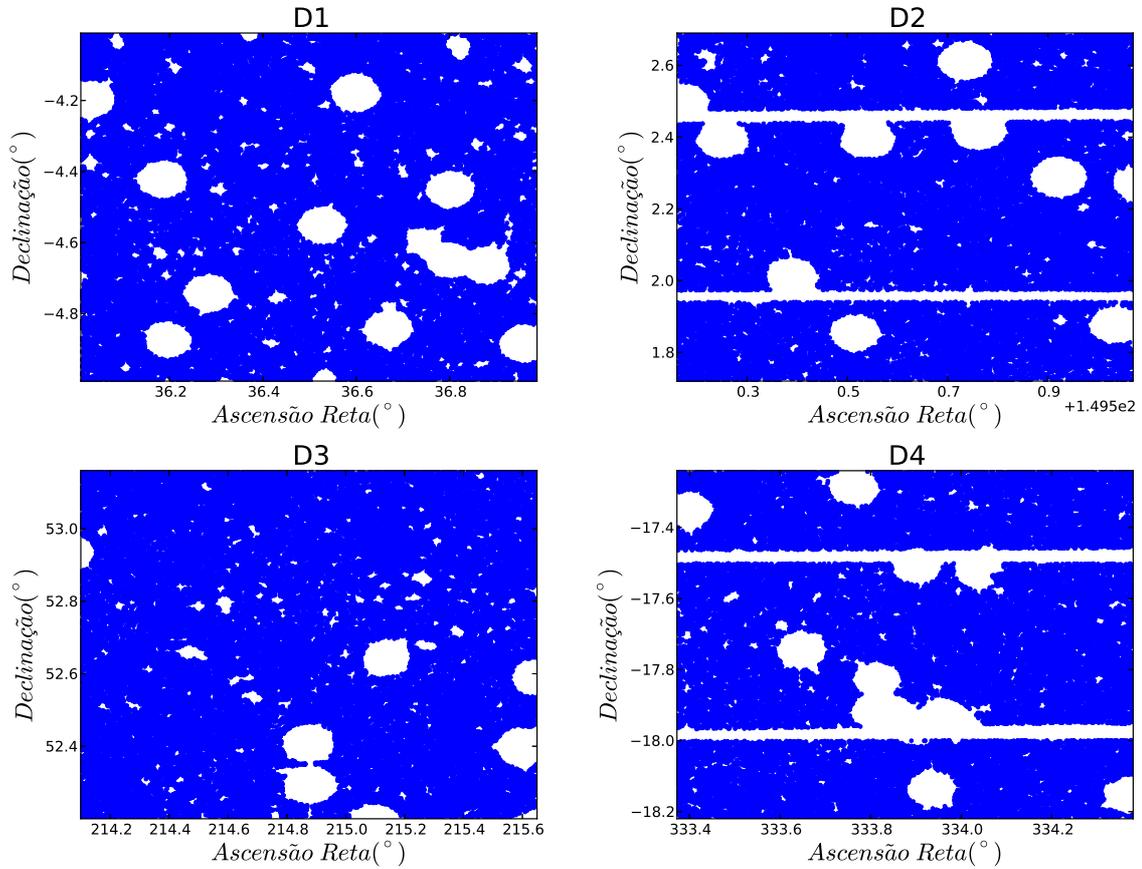


Figura 7.4: Posições de ascensão reta e declinação das galáxias do levantamento CFHTLS-Deep com suas respectivas máscaras. Além das máscaras que encobrem as estrelas, as áreas D2 e D4 possuem máscaras de transição entre CCDs.

Os *redshifts* determinados para o CFHTLS são fotométricos e foram obtidos por Ilbert et al. (2006) utilizando o código LePhare desenvolvido por S. Arnouts e O. Ilbert. Eles são resultados de um ajuste das cores previstas por *templates* (padrões) de distribuição espectral de energia representativas de diferentes classes de galáxias, em diferentes distâncias (deslocadas para o vermelho), com as cores observadas de cada objeto. O melhor ajuste da *template*, e *redshift* associado, indica a mais provável classe e *redshift* do objeto. Essas determinações foram feitas com a aplicação de uma técnica de melhoria de resultados baseadas num conjunto de treinamento, proveniente do levantamento de *redshifts* espectroscópicos VVDS. O erro na determinação dos *redshifts* fotométricos é $\epsilon_z = 0.029(1+z)$. O número total de objetos com *redshifts* fotométricos medidos é de 522268 até à magnitude limite $i=25$. A figura 7.6 mostra uma comparação dos *redshifts* fotométricos obtidos através deste processo com os *redshifts* espectroscópicos do levantamento VVDS, evidenciando o bom acordo.

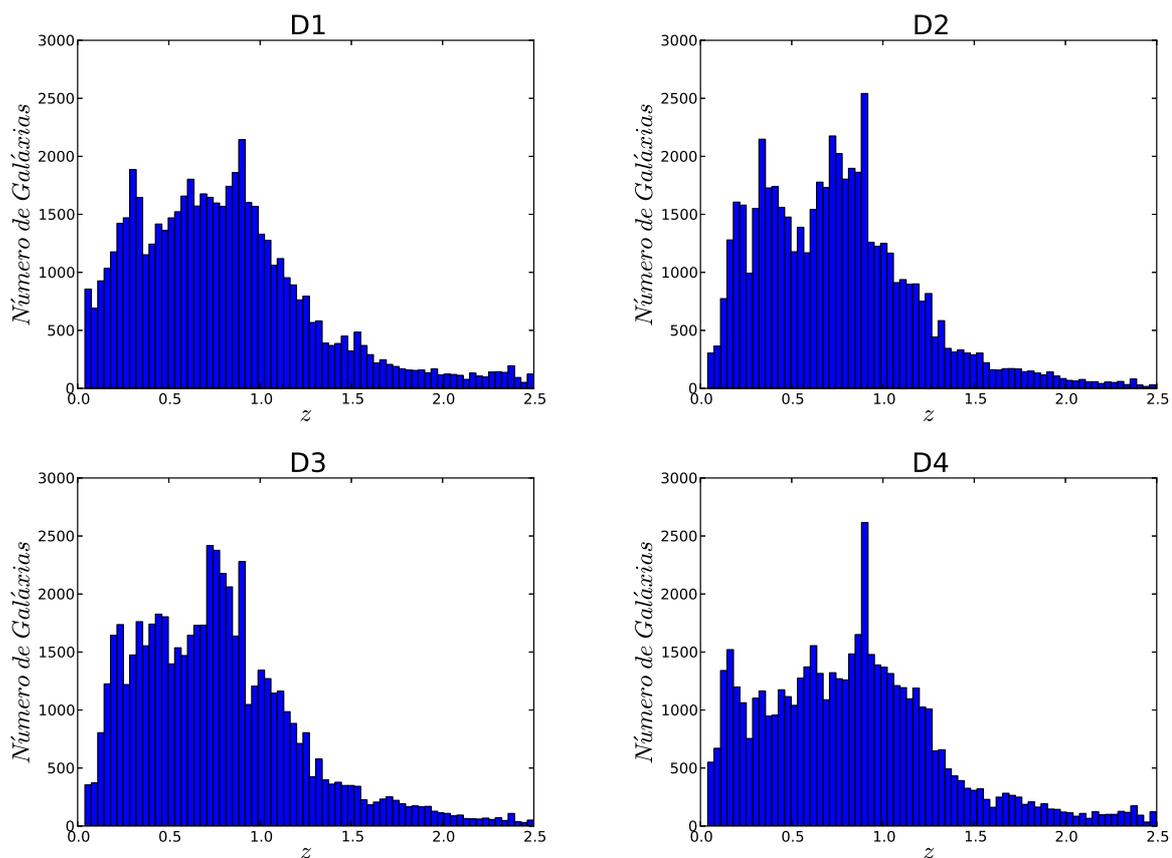


Figura 7.5: Contagem de galáxias por *redshift* do CFHTLS-Deep.

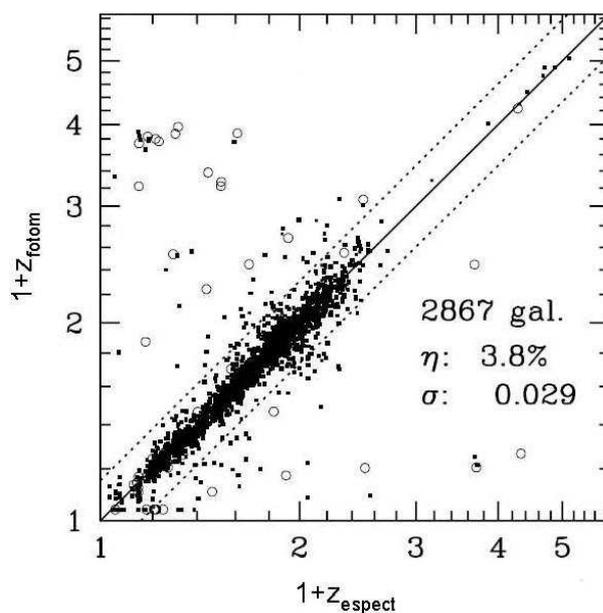


Figura 7.6: Comparação dos *redshifts* fotométricos obtidos por Ilbert et al. (2006) para o CFHTLS com os valores espectroscópicos obtidos para os mesmos objetos no levantamento VVDS. σ é a dispersão das medidas e as linhas tracejadas se referem a $z_{\text{fot}} = 0.15(1 + z_{\text{espec}})$. O valor de η representa a percentagem de galáxias com erros excepcionalmente grandes, abaixo e acima dessas linhas.

A correlação angular das galáxias do CFHTLS-*Deep* foi obtida através do estimador proposto por Landy & Szalay (1993) (equação 6.10). A análise foi realizada em cinco intervalos de *redshifts*: $0.2 < z < 0.5$, $0.5 < z < 0.7$, $0.7 < z < 0.9$, $0.9 < z < 1.1$ e $1.1 < z < 1.3$. Para cada intervalo de *redshift* foi estimada a função de correlação angular com 10 bins logarítmicos no intervalo $0.001^\circ < \theta < 0.1^\circ$. Seleccionamos somente as galáxias cuja magnitude na banda *i'* fosse menor que 24, totalizando 175522 galáxias de todos os tipos morfológicos. O número de galáxias para cada faixa de *redshift* e para cada campo do CFHTLS-*Deep* pode ser visualizado na tabela 7.3. Para este limite de magnitude a completude é acima de 90%. Toda a análise foi feita através de rotinas escritas nas linguagens Fortran e Python.

| <i>Redshift</i> | D1 | D2 | D3 | D4 | Total |
|-----------------|-------|-------|-------|------|-------|
| $0.2 < z < 0.5$ | 12297 | 13670 | 13997 | 8901 | 48845 |
| $0.5 < z < 0.7$ | 9234 | 8324 | 9054 | 7320 | 33932 |
| $0.7 < z < 0.9$ | 9817 | 11866 | 12560 | 8777 | 43020 |
| $0.9 < z < 1.1$ | 8110 | 6778 | 6986 | 8036 | 29910 |
| $1.1 < z < 1.3$ | 4808 | 4484 | 4689 | 5834 | 19815 |

Tabela 7.3: Número de galáxias para cada intervalo de *redshift* e área do CFHTLS-*Deep*.

A função de seleção do CFHTLS-*Deep* utilizada neste trabalho foi determinada através da função de distribuição de probabilidade (FDP) de cada galáxia do levantamento. Essas funções são fornecidas pelo código LePhare. A FDP de uma galáxia nos dá a probabilidade deste objeto estar em um dado *redshift* (figura 7.7).

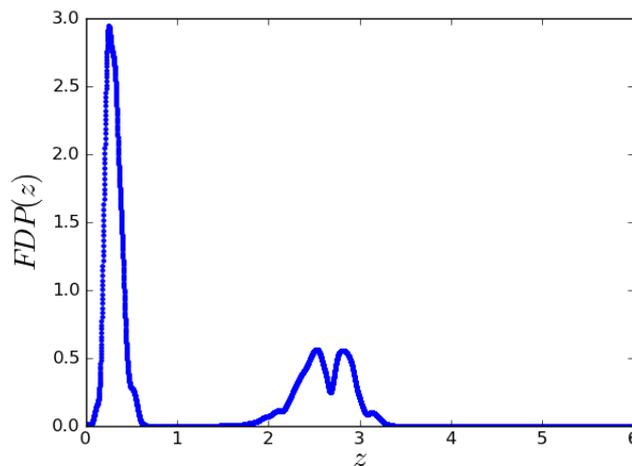


Figura 7.7: Exemplo de uma função de distribuição de probabilidade normalizada de uma galáxia do CFHTLS-*Deep*. Embora seja o mais provável que o *redshift* desta galáxia esteja no intervalo $0.0 < z < 0.7$, o *redshift* desta galáxia tem uma probabilidade não nula de estar no intervalo $2.0 < z < 3.2$.

A função de seleção é calculada somando todas as FDPs normalizadas das galáxias:

$$\phi(z) = A \sum_{i=1}^N FDP^i(z) , \quad (7.1)$$

onde A é uma constante. Da mesma forma que as FDPs individuais precisam ser normalizadas, a função de seleção também precisa ser normalizada. Portanto a constante A pode ser determinada usando

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z) dz = 1 . \quad (7.2)$$

A figura 7.8 mostra as funções de seleções obtidas do CFHTLS-*Deep*.

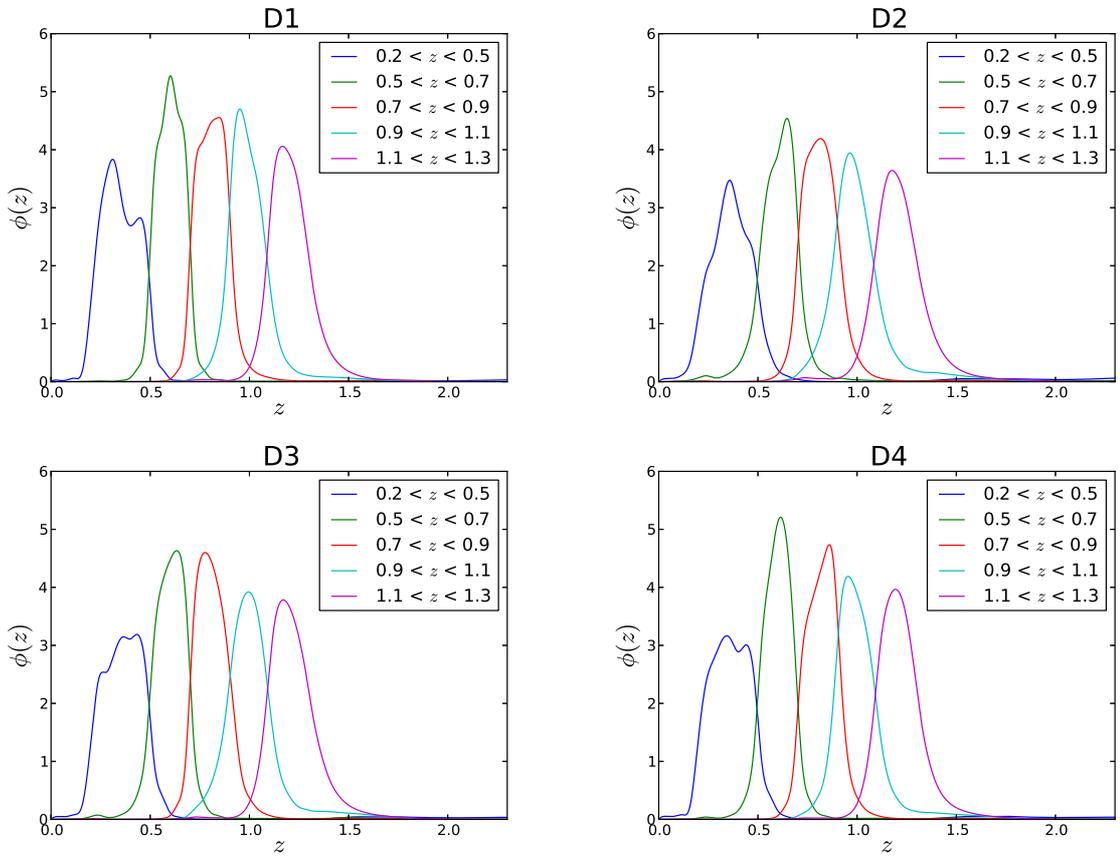


Figura 7.8: Funções de seleção do CFHTLS-*Deep*.

Foi assumida uma cosmologia fixa dada pelos parâmetros: densidade de matéria escura, $\Omega_m = 0.25$, equação de estado da energia escura, $w = -1$, parâmetro de Hubble, $h = 0.7$ e curvatura zero, $\Omega_k = 0$.

7.2 Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular

Na estimativa de erros da correlação angular das galáxias do CFHTLS-*Deep* foram usadas as metodologias *bootstrap*, *bootpairs*, *jackknife* (capítulo 6). Para cada intervalo de *redshift*, foi estimado o erro de cada campo do levantamento. Depois foi feita a junção dos erros dos quatro campos em cada intervalo de *redshift* usando o método da *variância mínima* (White et al., 2011):

$$\frac{1}{\sigma_t^2(\theta)} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2(\theta)}. \quad (7.3)$$

O levantamento CFHTLS-*Deep* consiste em quatro regiões espaçadas no céu, de modo que podemos considera-las independentes entre si. Portanto podemos estimar o erro da correlação através do método da variância, que pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\sigma_v^2(\theta) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\omega_{md}(\theta) - \omega_i(\theta))^2, \quad (7.4)$$

onde ω_{md} é a correlação média entre as regiões do levantamento. Através da relação acima somente os erros das correlações são obtidos, ou seja, apenas a diagonal da matriz de covariância possui valores não nulos. O levantamento CFHTLS-*Deep* possui apenas quatro campos e, portanto, a estimativa completa da matriz de covariância utilizando a metodologia variância seria inviável pois a dependência das escalas angulares uma com as outras seria muito grande ocasionando, desse modo, em um grande aumento dos erros.

Os erros das medidas podem ser visualizados à esquerda nas figuras 7.9 e 7.10. As figuras da direita mostram os erros de *bootstrap*, *bootpairs*, *jackknife* e variância divididos pelo erro de *poisson*. Como discutido na seção 6.2, a estimativa de *poisson* não considera o erro ocasionado pelo tamanho do levantamento. Dividindo os demais erros pelo erro de *poisson* podemos ter uma ideia da relevância do tamanho do levantamento nas medidas.

7.3 Ajuste da Lei de Potência

Após obtidas as correlações, foi feita a junção das medidas de todos os campos para cada intervalo de *redshift*. A combinação das medidas foi obtida utilizando o método da variância mínima, o mesmo utilizado na equação 7.3:

$$\omega_t(\theta) = \sum_{i=1}^N \frac{\omega_i(\theta)}{\sigma_i^2(\theta)} \bigg/ \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2(\theta)}, \quad (7.5)$$

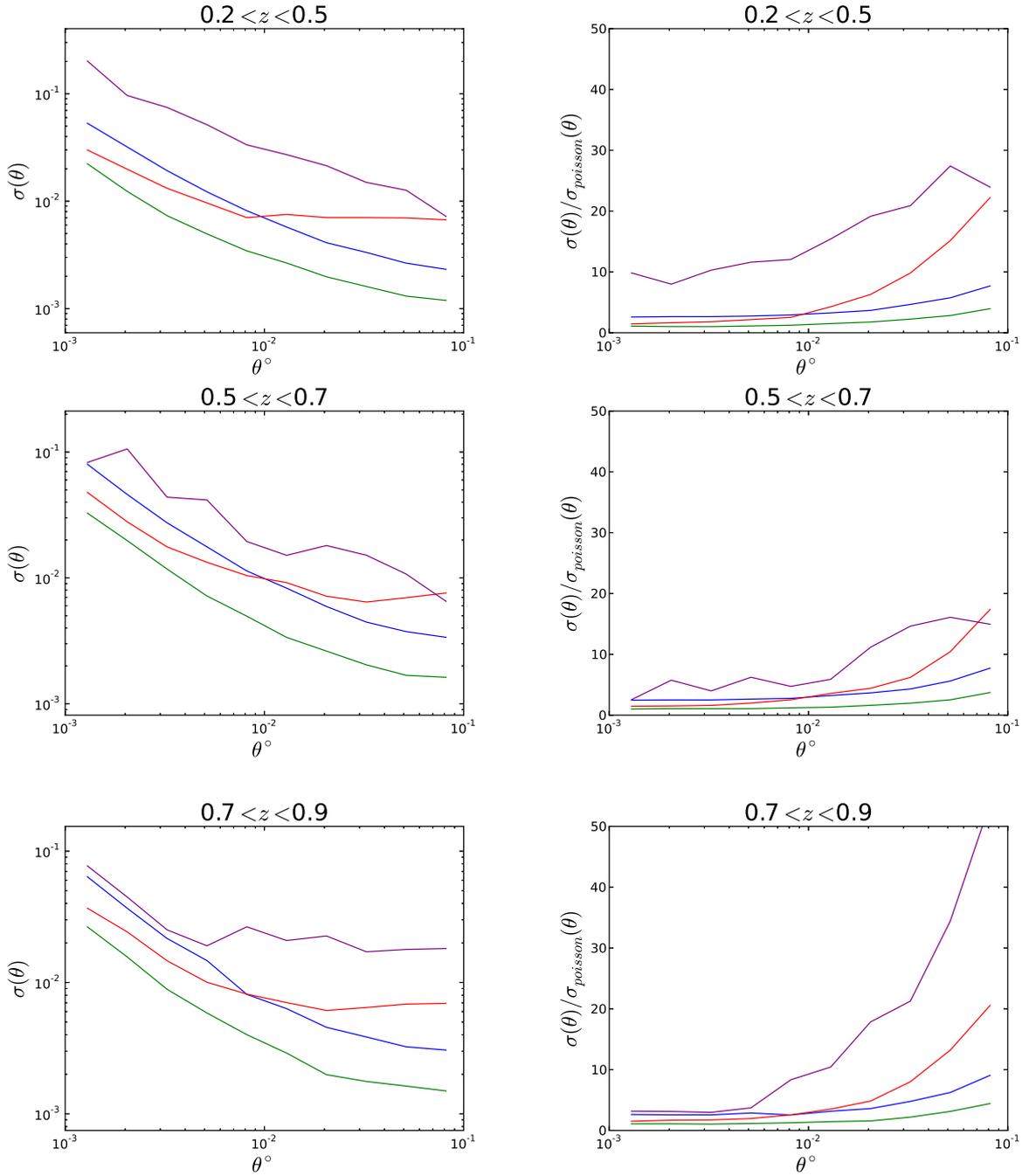


Figura 7.9: Figuras da esquerda: erros da função de correlação angular do CFHTLS-Deep nos intervalos $0.2 < z < 0.5$, $0.5 < z < 0.7$ e $0.7 < z < 0.9$ determinados nas metodologias *bootstrap* (azul), *bootpairs* (verde), *jackknife* (vermelho) e variância (roxo). Figuras da direita: erros normalizados pela estatística de *poisson*.

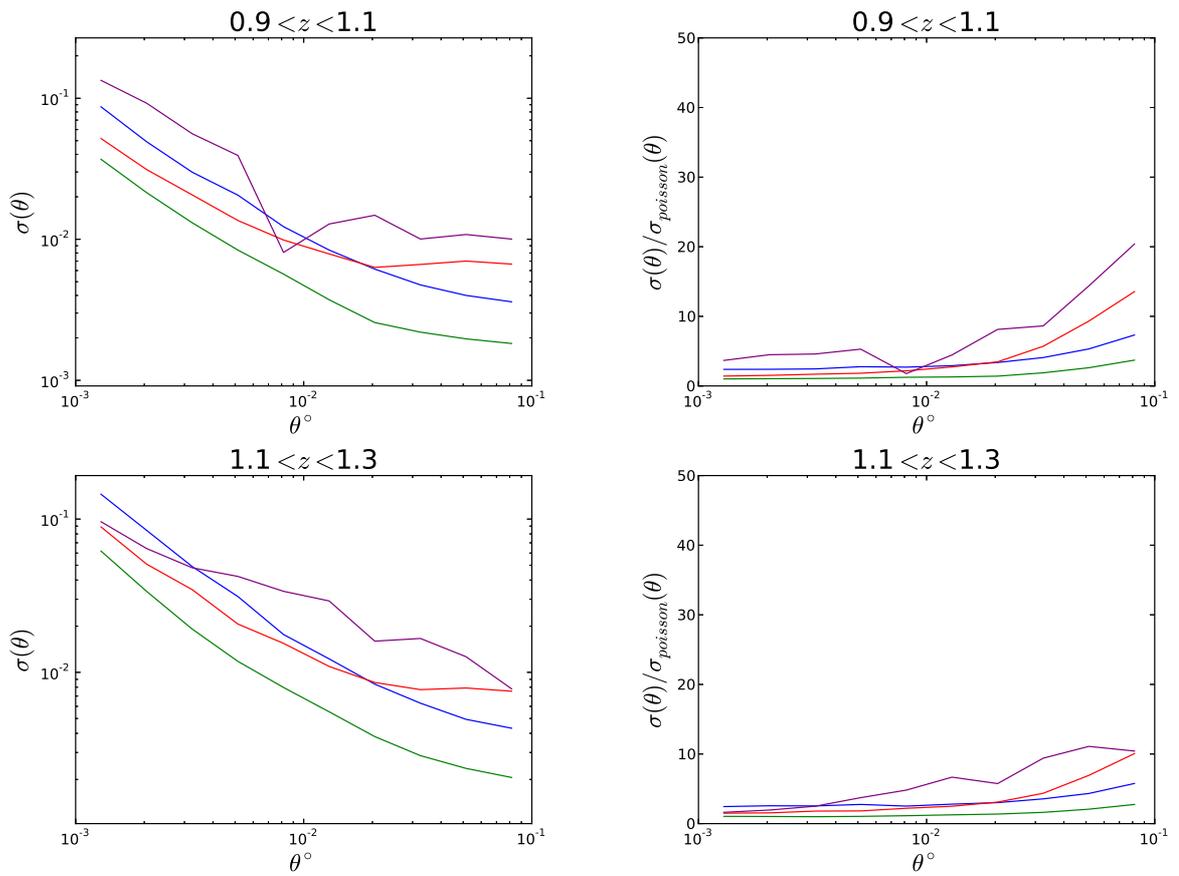


Figura 7.10: Erros da função de correlação angular do CFHTLS-*Deep* nos intervalos $0.9 < z < 1.1$ e $1.1 < z < 1.3$ determinados pelas mesmas metodologias que as da figura 7.9 (figuras da esquerda) e normalização dos mesmos erros pela estatística de *poisson* (figuras da direita).

A figura 7.11 mostra as correlações angulares ajustadas por duas leis de potências, uma considerando o efeito do *integral constraint* e a outra não, na metodologia *jackknife* (os gráficos das correlações angulares nas outras metodologias são muito parecidos e, portanto não serão mostrados)

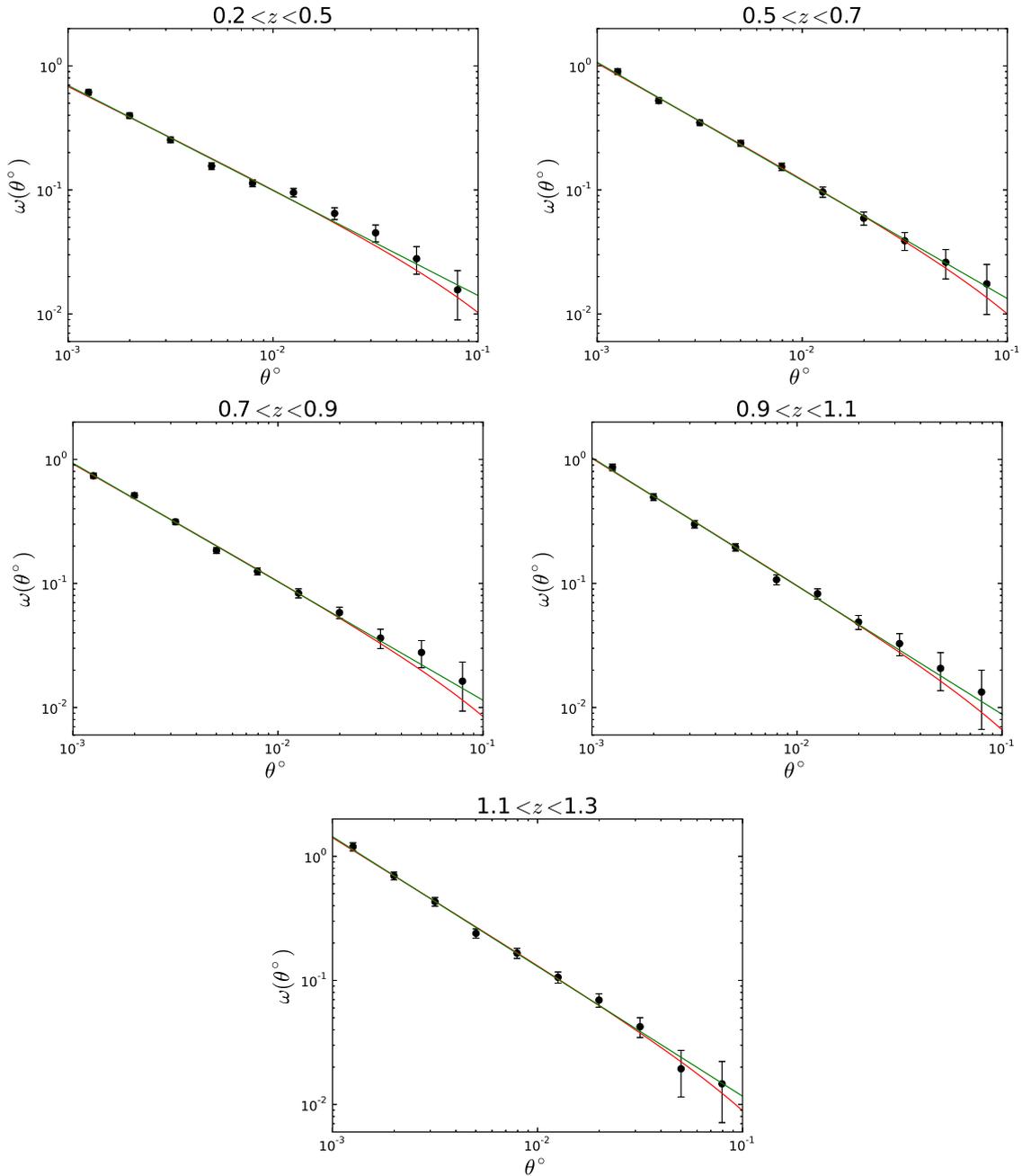


Figura 7.11: Função de correlação do CFHTLS-*Deep* angular na metodologia *jackknife* ajustada por duas leis de potências: uma levando em conta os efeitos do *integral constraint* (linha vermelha) e a outra não (linha verde).

O objetivo da análise da aglomeração das galáxias do CFHTLS-*Deep* é verificar o impacto causado nas medidas provenientes de diferentes metodologias de erro e do viés causado pelo *integral constraint* (IC). Primeiramente, o comportamento do viés *integral constraint* foi estimado sondando o CFHTLS-*Deep* em várias escalas angulares até o limite do levantamento. Cada escala angular representa a distância máxima

entre dois pontos que um levantamento menor que o CFHTLS-*Deep* teria. Portanto a figura 7.12 mostra o valor do *integral constraint* para levantamentos menores que o CFHTLS-*Deep*. Como as áreas efetivas dos campos são bem parecidas, o comportamento do *integral constraint* é praticamente o mesmo para todos os campos e, portanto, na figura 7.12 só é mostrado o comportamento do *integral constraint* do campo D1. Nesta análise preliminar é esperado que o *integral constraint* no CFHTLS-*Deep* cause nas medidas de correlação um viés de $\approx 2 - 3 \times 10^{-3}$.

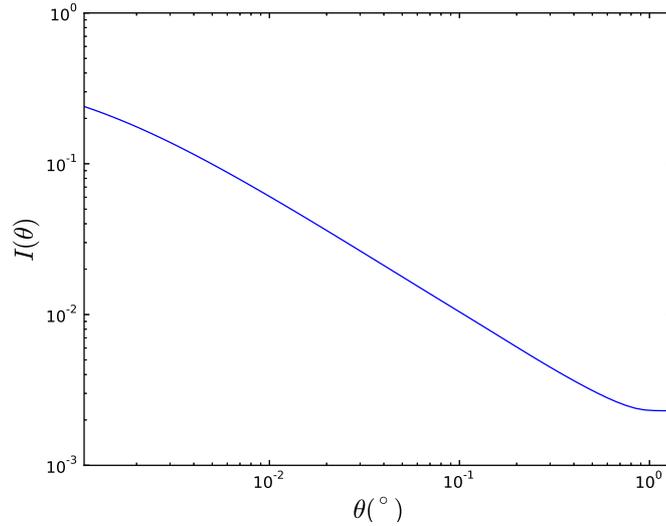


Figura 7.12: Comportamento do *integral constraint* em função da escala angular do campo D1 do CFHTLS-*Deep*. Cada escala angular representa o tamanho limite de um levantamento menor que o *Deep*. Foi utilizado valores típicos para as constantes da lei de potência na equação 6.25: $A = 0.001$ e $\gamma = 1.8$.

Foi assumido que a correlação espacial assume uma lei de potência do tipo $\xi(r) = (r_0/r)^{-\gamma}$ e os parâmetros r_0 e γ foram estimados através da correlação angular medida usando o método discutido no capítulo 5.1. Foi assumido também que os campos do CFHTLS-*Deep* são independentes, por estarem bem afastados uns dos outros no céu. Portanto, para encontrar o melhor ajuste para os parâmetros da correlação espacial, o teste χ_{total}^2 é a soma da contribuição de todos os campos:

$$\chi_{total}^2 = \chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_3^2 + \chi_4^2 . \quad (7.6)$$

Determinando desta maneira o χ_{total}^2 estamos supondo que os valores dos parâmetros r_0 e γ são iguais para todos os campos, variando apenas em *redshift*. O teste χ_i^2 do i -ésimo campo é determinado da seguinte maneira:

$$\chi_i^2 = \sum_{i,j} [\omega_{obs}(\theta_i) - A(\theta_i^{1-\gamma} - C)] \mathbf{C}(i, j)^{-1} [\omega_o(\theta_j) - A(\theta_j^{1-\gamma} - C)] , \quad (7.7)$$

onde $\mathbf{C}(i, j)^{-1}$ é a inversa da matriz de covariância, A é a amplitude determinada na equação 5.4 e C é o fator do *integral constraint* (equação 6.26). Para a metodologia variância, como dito, a matriz de covariância só possui valores não nulos na diagonal. Neste trabalho utilizamos o pacote de programas *pyminuit* para minimizar a função χ^2 . Este pacote também fornece os erros dos parâmetros ajustados.

Os valores de r_0 e γ encontrados podem ser visualizados nas tabelas 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7 e as suas evoluções com respeito ao *redshift* podem ser vistos nas figuras 7.13 e 7.14.

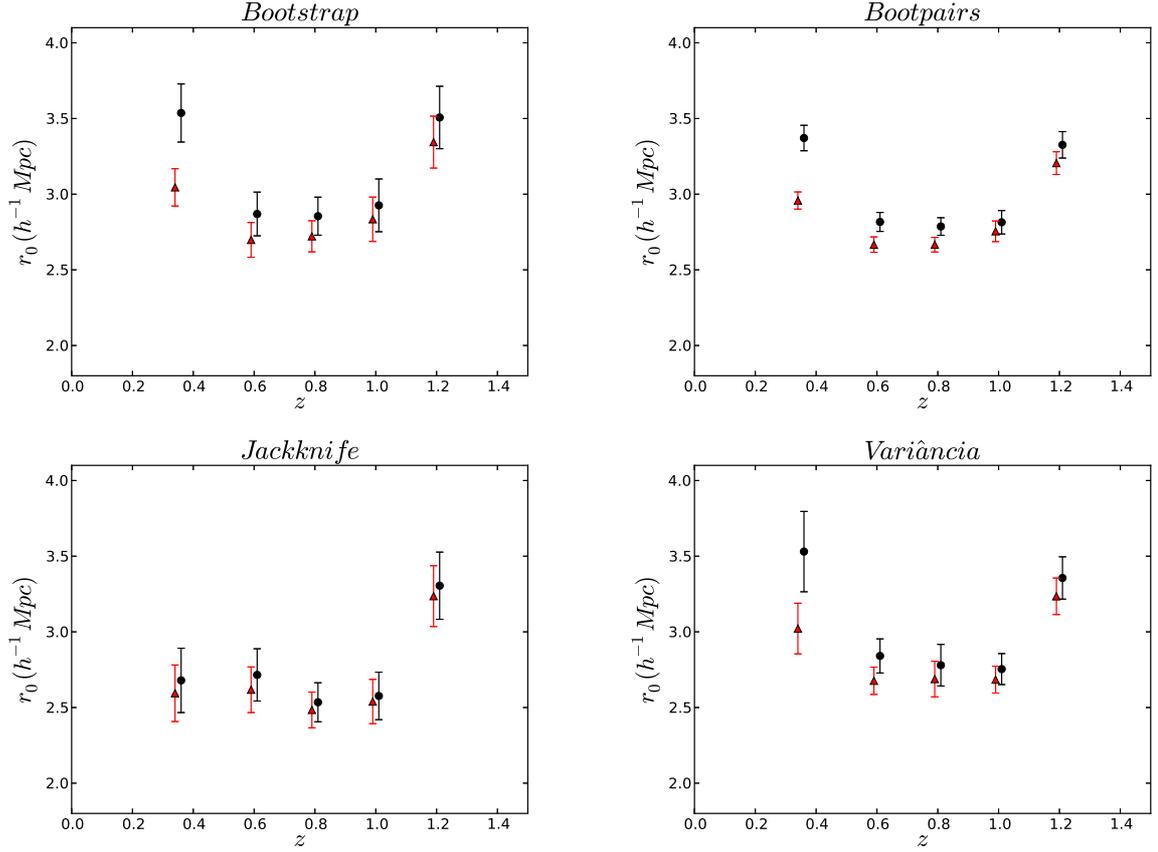


Figura 7.13: Valores do parâmetro r_0 do CFHTLS-Deep em função do *redshift*. Os círculos em preto levam em conta os efeitos do *integral constraint* e os triângulos vermelhos não. Os círculos e os triângulos estão deslocados uns com respeito aos outros para uma melhor visualização, mas ambos pertencem à mesma faixa de *redshift*.

| <i>Redshift</i> | γ | | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | | χ^2/dof | |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|----------------|--------------|--------|
| | sem IC | com IC | sem IC | com IC | sem IC | com IC |
| $0.2 < z < 0.5$ | 1.80 ± 0.02 | 1.72 ± 0.03 | 3.04 ± 0.1 | 3.54 ± 0.2 | 7.07 | 6.90 |
| $0.5 < z < 0.7$ | 1.92 ± 0.03 | 1.90 ± 0.04 | 2.70 ± 0.1 | 2.90 ± 0.1 | 3.13 | 3.31 |
| $0.7 < z < 0.9$ | 1.92 ± 0.03 | 1.89 ± 0.04 | 2.72 ± 0.1 | 2.85 ± 0.1 | 7.00 | 7.27 |
| $0.9 < z < 1.1$ | 1.98 ± 0.04 | 1.96 ± 0.05 | 2.83 ± 0.1 | 2.93 ± 0.2 | 4.60 | 5.08 |
| $1.1 < z < 1.3$ | 2.01 ± 0.04 | 1.98 ± 0.05 | 3.34 ± 0.2 | 3.51 ± 0.2 | 2.90 | 3.03 |

Tabela 7.4: Parâmetros da correlação espacial do CFHTLS-Deep na metodologia *bootstrap*.

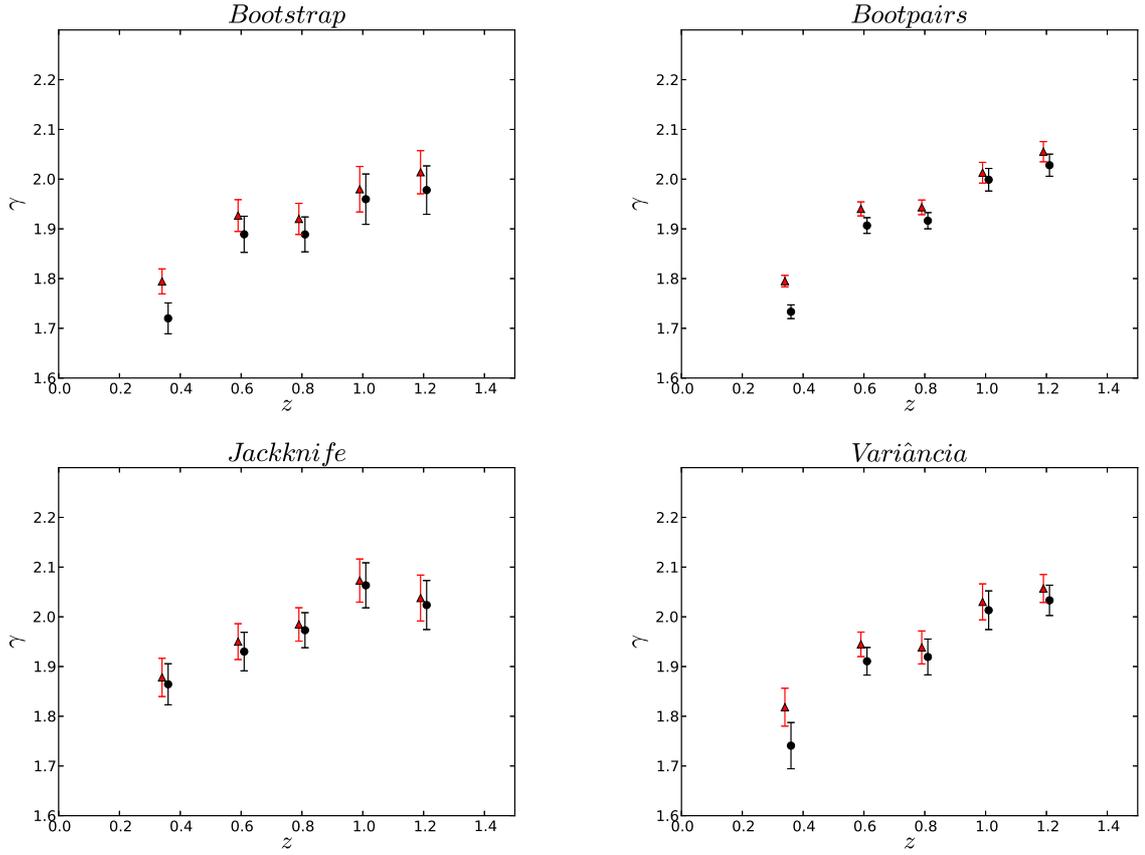


Figura 7.14: Valores do parâmetro γ do CFHTLS-Deep em função do *redshift*. Os símbolos são os mesmos da figura 7.13.

| <i>Redshift</i> | γ | | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | | χ^2/dof | |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|-----------------|---------------------|--------|
| | sem IC | com IC | sem IC | com IC | sem IC | com IC |
| $0.2 < z < 0.5$ | 1.79 ± 0.01 | 1.73 ± 0.01 | 2.96 ± 0.07 | 3.37 ± 0.08 | 33.26 | 34.70 |
| $0.5 < z < 0.7$ | 1.94 ± 0.01 | 1.91 ± 0.01 | 2.66 ± 0.05 | 2.81 ± 0.06 | 16.63 | 17.05 |
| $0.7 < z < 0.9$ | 1.94 ± 0.01 | 1.91 ± 0.01 | 2.67 ± 0.05 | 2.79 ± 0.06 | 28.46 | 29.54 |
| $0.9 < z < 1.1$ | 2.01 ± 0.03 | 2.00 ± 0.02 | 2.75 ± 0.07 | 2.81 ± 0.08 | 22.37 | 24.00 |
| $1.1 < z < 1.3$ | 2.05 ± 0.02 | 2.02 ± 0.02 | 3.21 ± 0.07 | 3.33 ± 0.09 | 16.87 | 17.38 |

Tabela 7.5: Parâmetros da correlação espacial do CFHTLS-Deep na metodologia *bootpairs*.

| <i>Redshift</i> | γ | | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | | χ^2/dof | |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|-----------------|---------------------|--------|
| | sem IC | com IC | sem IC | com IC | sem IC | com IC |
| $0.2 < z < 0.5$ | 1.88 ± 0.04 | 1.86 ± 0.04 | 2.60 ± 0.18 | 2.68 ± 0.21 | 11.19 | 11.41 |
| $0.5 < z < 0.7$ | 1.95 ± 0.04 | 1.93 ± 0.04 | 2.62 ± 0.15 | 2.71 ± 0.17 | 4.14 | 4.16 |
| $0.7 < z < 0.9$ | 1.98 ± 0.03 | 1.97 ± 0.03 | 2.48 ± 0.12 | 2.53 ± 0.13 | 5.02 | 5.13 |
| $0.9 < z < 1.1$ | 2.07 ± 0.04 | 2.06 ± 0.04 | 2.54 ± 0.15 | 2.58 ± 0.16 | 6.38 | 6.49 |
| $1.1 < z < 1.3$ | 2.04 ± 0.05 | 2.02 ± 0.05 | 3.23 ± 0.20 | 3.30 ± 0.21 | 3.76 | 3.90 |

Tabela 7.6: Parâmetros da correlação espacial do CFHTLS-Deep na metodologia *jackknife*.

| <i>Redshift</i> | γ | | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | | χ^2/dof | |
|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------------|----------------|--------------|--------|
| | sem IC | com IC | sem IC | com IC | sem IC | com IC |
| $0.2 < z < 0.5$ | 1.82 ± 0.04 | 1.74 ± 0.05 | 3.02 ± 0.17 | 3.53 ± 0.3 | 2.88 | 2.85 |
| $0.5 < z < 0.7$ | 1.94 ± 0.02 | 1.91 ± 0.03 | 2.67 ± 0.09 | 2.85 ± 0.1 | 3.67 | 3.97 |
| $0.7 < z < 0.9$ | 1.94 ± 0.03 | 1.91 ± 0.04 | 2.69 ± 0.11 | 2.78 ± 0.1 | 6.60 | 6.90 |
| $0.9 < z < 1.1$ | 2.03 ± 0.04 | 2.01 ± 0.04 | 2.69 ± 0.09 | 2.75 ± 0.1 | 7.80 | 8.32 |
| $1.1 < z < 1.3$ | 2.05 ± 0.02 | 2.03 ± 0.03 | 3.23 ± 0.12 | 3.35 ± 0.1 | 5.71 | 5.96 |

Tabela 7.7: Parâmetros da correlação espacial do CFHTLS-*Deep* na metodologia variância.

Na análise de erro dos gráficos à direita das figuras 7.9 e 7.10 o menor dentre os erros (*bootpairs*) é no mínimo, em pequenas escalas angulares, equivalente ao erro de *poisson* e o maior dentre os erro (variância), chega a ser 10 vezes maior que o erro de *poisson* em pequenas escalas angulares. Para maiores escalas angulares todos os erros crescem com respeito ao erro de *poisson*, chegando até 60 vezes. Isto indica que o tamanho pequeno do levantamento pode estar afetando as determinações das medidas de correlação.

Um outro fator com respeito ao erro é que a metodologia variância produz maiores erros que as demais metodologias em quase todas as escalas angulares em todas as faixas de *redshift*. Ilbert et al. (2006) apontaram que as áreas do levantamento CFHTLS-*Deep* são bem homogêneas. No entanto, os erros estimados através da metodologia variância apontam uma discrepância entre os campos do CFHTLS-*Deep*.

A função de correlação angular ajustada por uma lei de potência levando em conta o viés *integral constraint* na figura 7.11 mostra que o tamanho do levantamento (~ 1 grau quadrado) nos permite sondar até no máximo 0.1 grau. Acima dessa escala angular os valores da correlação não são mais confiáveis.

Os valores do parâmetro r_0 da correlação espacial visualizados na figura 7.13 mostram que o viés *integral constraint* não afeta significativamente as medidas, contrariando a suposição feita com a comparação entre as metodologias de erro *bootpairs*, *bootstrap*, *jackknife* e variância com respeito à metodologia *poisson*. Apenas a primeira faixa de *redshift* (exceto o erro de *jackknife*) apresenta uma diferença que está fora da barra de erro.

Ainda na figura 7.13, o comportamento de r_0 se mostrou quase o mesmo em todas as metodologias de erro empregadas, exceto na primeira faixa de *redshift* na metodologia *jackknife*.

O valor da amplitude r_0 permanece constante (~ 2.7 Mpc/h) nas faixas $0.5 < z < 0.7$, $0.7 < z < 0.9$ e $0.9 < z < 1.1$ em todas as metodologias de erro e aumenta para ~ 3.3 Mpc/h na faixa $1.1 < z < 1.3$. Na seleção das galáxias do levantamento, foi feito um corte da magnitude aparente da banda i menor que 24. A medida que aumenta o *redshift* estamos privilegiando galáxias mais brilhantes usando este tipo de

critério. Galáxias mais luminosas tendem a ser mais aglomeradas que galáxias menos brilhantes (e.g., Madgwick et al., 2003), fazendo com que a amplitude r_0 no intervalo $1.1 < z < 1.3$ aumente.

O comportamento do parâmetro γ na figura 7.14 se mostrou o mesmo tanto na análise do *integral constraint* quanto nas comparações das metodologias de erro, revelando algumas oscilações que aparentemente não são sistemáticas.

Capítulo 8

A amostra *Sloan Digital Sky Survey*

No capítulo anterior foi feita uma análise do CFHTLS-*Deep*, que é um levantamento com pequena área coberta, ~ 1 grau quadrado (*pencil-beam*). Nesta análise foram verificados os impactos das metodologias de erro adotadas sobre o ajuste dos parâmetros de uma lei de potência para a correlação espacial, r_0 e γ . Neste capítulo será analisado um outro levantamento de galáxias utilizando fotometria para estimar os *redshifts*, o SDSS-III ¹. Este levantamento possui uma área de cobertura muito maior que o CFHTLS-*Deep*, portanto os impactos das metodologias de erros da correlação angular podem ser diferentes, isto é, as conclusões obtidas com o CFHTLS-*Deep* podem não ser aplicadas diretamente para este levantamento. Por consequência, será reproduzida também a análise de impacto de diferentes metodologias de erros para este levantamento, verificando se as conclusões se mantêm no SDSS-III para o ajuste de lei de potência na correlação espacial. Além disso, a análise do SDSS-III compreende também em ajustar a correlação de galáxias utilizando o modelo de halos introduzido no capítulo 5.

Foram realizados dois tipos de estudos no levantamento SDSS-III. O primeiro estudo consistiu em reproduzir a análise efetuada por Blake et al. (2008), que foi separar a amostra em quatro faixas de *redshift* no intervalo $0.45 \leq z \leq 0.65$ com espessura Δz constante e igual à 0.05, onde em cada faixa foi feito um corte de magnitude absoluta de modo que para maiores faixas de z o limiar da luminosidade das galáxias aumenta. Uma comparação dos resultados entre o presente estudo e o Blake et al. (2008) é apresentada. Por fim, no segundo estudo, foi selecionada uma amostra limitada em volume na faixa de *redshift* $0.45 \leq z \leq 0.60$, dividida em três faixas com espessura e magnitude absoluta constantes.

Foi assumida uma cosmologia fixa dada pelos parâmetros: densidade de matéria escura, $\Omega_m = 0.25$, densidade de matéria bariônica, $\Omega_b = 0.045$, equação de estado da energia escura, $w = -1$, parâmetro de Hubble, $h = 0.7$, índice espectral das perturbações, $n_s = 1$ e amplitude das perturbações, $\sigma_8 = 0.8$ e

¹<http://www.sdss3.org/>

curvatura zero, $\Omega_k = 0$.

8.1 Dados

Neste estudo foram usados os dados de imageamento provenientes do SDSS-III DR8 (Aihara et al., 2011), que foram colocados para uso público pela a equipe do SDSS². Este catálogo fotométrico possui os mesmos critérios de seleção para as galáxias do BOSS, que foram definidos com o propósito de ter massa estelar constante, usualmente denominada de CMASS (White et al., 2011; Ross et al., 2011). A construção deste catálogo é descrita em detalhes em Ross et al. (2011), onde a magnitude na banda i tem cortes nos limites $17.5 \leq i \leq 19.9$.

Depois de fazer os cortes apropriados de regiões com grande contaminação de extinção e estrelas brilhantes³, foi obtido um catálogo com aproximadamente 700 mil galáxias, com a maioria delas em $0.45 \leq z \leq 0.65$. Na figura 8.1 é mostrada a distribuição angular das *Galáxias Luminosas*, ou LGs (sigla em inglês). Após feito todos os cortes sugeridos pela equipe do SDSS, o levantamento possui uma área efetiva de 7735 graus quadrados. Esta amostra é composta por basicamente galáxias brilhantes. Nos dados precedentes do SDSS, que tinham *redshifts* no máximo $z \sim 0.4$, uma amostra similar era construída, mas era denominada como *Galáxias Luminosas Vermelhas*, ou LRGs. Este nome foi modificado pois com o aumento na profundidade em *redshift* não são mais apenas galáxias vermelhas que entram na amostra (Ross et al., 2011).

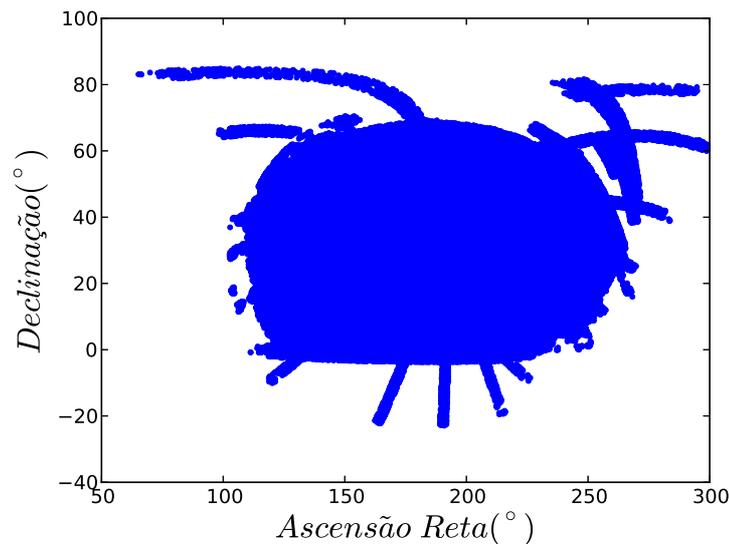


Figura 8.1: Distribuição de ascensão reta e declinação das galáxias do SDSS.

²<http://portal.nersc.gov/project/boos/galaxy/photoz>

³Essas informações também são fornecidas pela equipe do SDSS na página da internet.

Para este catálogo os *redshifts* das galáxias foram estimados utilizando o método de redes neurais com o código numérico ANNz (Collister & Lahav, 2004). Para utilizar este método é necessário uma amostra de treinamento para a rede constituída de galáxias com características similares às galáxias que constituem a amostra fotométrica. Os *redshifts* fotométricos, ou *photos-z*, deste levantamento foram estimados com uma amostra de treinamento com 112778 galáxias com *redshifts* espectroscópicos do BOSS, ou seja, uma boa fração do número das LGs da amostra fotométrica. Por consequência os *photos-z* tem propriedades bem determinadas. As suas dispersão e viés são conhecidos com uma grande acurácia, algo de fundamental importância para a estimativa das funções de seleção. Ross et al. (2011) estimaram a dispersão média do *photo-z* das galáxias em quatro *redshifts* médios, $\sigma_z(\bar{z} = 0.475) = 0.043$, $\sigma_z(\bar{z} = 0.525) = 0.044$, $\sigma_z(\bar{z} = 0.575) = 0.052$, $\sigma_z(\bar{z} = 0.625) = 0.063$, que podem ser aproximados a uma relação do tipo $\sigma_z = 0.03(1 + z)$, mostrando a boa precisão dos *redshifts* fotométricos desta amostra. Fora dos limites $0.45 \leq z \leq 0.65$ a amostra de treinamento possui poucos objetos, fazendo com que os *photos-z* fora desta região sejam poucos confiáveis. Por consequência iremos nos ater a analisar as LGs dentro destes limites.

A equipe do SDSS também forneceu as funções de seleção para as LGs em quatro faixas de espessura $\Delta z = 0.05$ no regime de *redshift* descrito acima. Na figura 8.2 são mostradas as quatro funções de seleção estimadas por Ross et al. (2011).

Como é esperado para o *photo-z*, as funções de seleção se sobrepõem devido a incerteza no *photo-z*, fazendo com que as análises em faixas próximas não sejam independentes uma das outras.

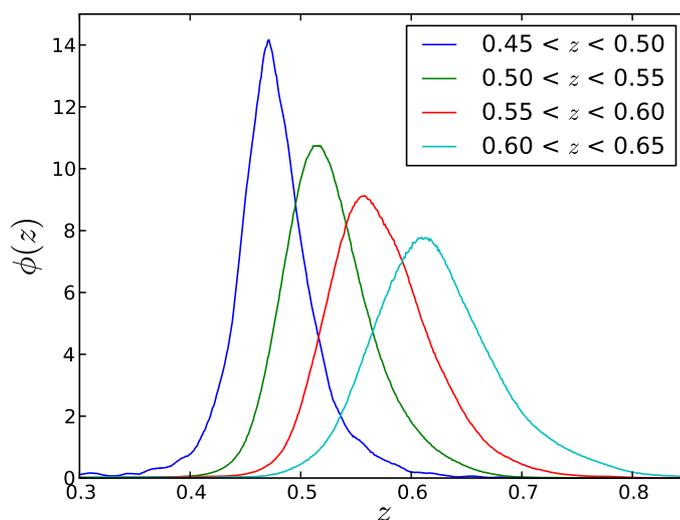


Figura 8.2: Função de seleção de SDSS.

8.2 Amostra Limitada em Volume em Diferentes Faixas de *Redshift*

Primeiramente foi feita uma análise similar a efetuada por Blake et al. (2008), ou seja, selecionamos as LGs em quatro faixas de *photo-z* com espessura constante $\Delta z = 0.05$ nos limites $0.45 \leq z \leq 0.65$. Para cada uma das faixas criamos uma amostra limitada em volume com magnitude aparente limite $i = 19.9$, com a magnitude absoluta limite calculada no limite superior da faixa de *redshift*. Desta forma são obtidas quatro amostras limitadas em volume, mas com diferentes magnitudes absolutas em cada uma delas. É necessário construir amostras limitadas em volume pois o modelo de halos a ser utilizado na análise dos dados só pode ser aplicado a esse tipo de amostra.

A magnitude absoluta de cada uma das LGs foi calculada utilizando a correção K_{cor} estimada para as LRGs do levantamento 2SLAQ (Wake et al., 2006), utilizando a definição usual,

$$M_i - 5 \log_{10} h = m_i - 25 - 5 \log_{10} [(1+z)d_c(z)] - K_{cor}. \quad (8.1)$$

Utilizando a cosmologia definida no início deste capítulo, obtemos a magnitude absoluta limite para cada faixa: $M_i - 5 \log_{10} h = (-22.23, -22.56, -22.87, -23.20)$.

No catálogo disponibilizado pela equipe do SDSS é fornecida a probabilidade do objeto ser uma galáxia ($p_{sg} = 1$) ou ser uma estrela ($p_{sg} = 0$), por consequência o número de galáxias será dada por:

$$N_{gal} = \sum_{i=1}^{N_{obj}} p_{sg,i}. \quad (8.2)$$

Obtemos, para cada faixa e com o corte em magnitude, os seguintes números de galáxias: $N_{gal} = (161852, 191916, 137874, 69589)$, resultando em um total de 561231 galáxias, quase o dobro de galáxias utilizadas por Blake et al. (2008). Da mesma forma que o número de galáxias tem que levar em conta a probabilidade estrela-galáxia p_{sg} , o estimador da correlação angular também deve utilizar essa informação na contagem de pares DD e DR . Essas contagens são agora estimadas como:

$$DD = \sum_{i,j=1}^{N_{obj}} p_{sg,i} p_{sg,j} \quad (8.3)$$

$$DR = \sum_{i=1}^{N_{obj}} \sum_{j=1}^{N_r} p_{sg,i}. \quad (8.4)$$

Desta forma, a contaminação das estrelas já é incorporada na estimativa da correlação angular, diferentemente do que foi feito por Blake et al. (2008), que para levar esse efeito de contaminação em consideração

aumentou a potência da correlação medida em 3%. Para cada intervalo de *redshift* a função de correlação angular foi estimada em 30 bins logarítmicos no intervalo $0.001^\circ < \theta < 1^\circ$ e a função de correlação angular foi obtida utilizando o estimador proposto por Landy & Szalay (1993) (equação 6.10).

8.2.1 Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular

A estimativa de erros da correlação neste estudo foi obtida utilizando as metodologias *bootstrap*, *bootpairs*, *bootpairs blocks* e *jackknife*. O objetivo é verificar o quanto o ajuste de lei de potência é dependente da metodologia de erro empregada na correlação angular, assim como foi feito previamente no estudo com o CFHTLS-*Deep*.

No método *jackknife* o levantamento foi subdividido em 100 áreas com o número de galáxias aproximadamente constante em cada área. Para o método *bootpairs blocks* a distância de correlação para as LGs utilizada foi aproximadamente $r_0 \sim 10 h^{-1}$ Mpc. Esta distância é aproximadamente igual a amplitude r_0 da correlação para essas galáxias. Desta forma foi utilizada a relação entre distância angular e distância comóvel dada pela métrica de Friedmann-Robertson-Walker, $\Delta s = d_c(z)\Delta\theta$, para encontrarmos a abertura angular $\Delta\theta$ correspondente a uma distância transversal de r_0 . Para separarmos as galáxias em grupos (*blocks*) utilizamos o pacote numérico Healpix (Górski et al., 2005) com $N_{side} = 128$, que corresponde a uma abertura angular $\theta_{pix} = 27.5'$. Nos limites de *redshifts*, essa abertura angular corresponde a uma distância comóvel $d_c \approx 10 h^{-1}$ Mpc, exatamente o r_0 esperado para as LGs. Na figura ?? mostramos as matrizes de covariância completas para os quatro métodos utilizados, onde são utilizados os coeficientes de correlação, também chamado de matriz de covariância reduzida, entre os bins angulares θ_i e θ_j , definido como,

$$r(i, j) = \frac{\mathbf{C}(i, j)}{\sqrt{\mathbf{C}(i, i)\mathbf{C}(j, j)}}. \quad (8.5)$$

Os métodos *bootstrap* e *bootpairs* não criam uma escala característica, pois apenas fazem o sorteio de galáxias (*bootstrap*) ou de pares de galáxias (*bootpairs*). Entretanto os métodos *bootpairs blocks* e *jackknife* criam uma escala característica, pois para as suas estimativas estas metodologias dividem o levantamento em várias sub-áreas. Estas diferenças ficam evidentes na figura 8.3. As metodologias *bootstrap* e *bootpairs* não apresentam correlações positivas e praticamente toda a sua informação esta contida na diagonal, diferentemente das matrizes *bootpairs blocks* e *jackknife*, que apresentam correlação positiva em grandes escalas, mostrando que os termos fora da diagonal serão importantes no ajuste de parâmetros para esses dois últimos métodos. Outra característica interessante é que o método *jackknife* gera a matriz de covariância mais ruidosa, como pode ser vista na figura 8.3. Essa é uma propriedade

já conhecida deste método, que dificulta a análise de ajuste de parâmetros, podendo gerar resultados imprecisos (Matthews & Newman, 2012).

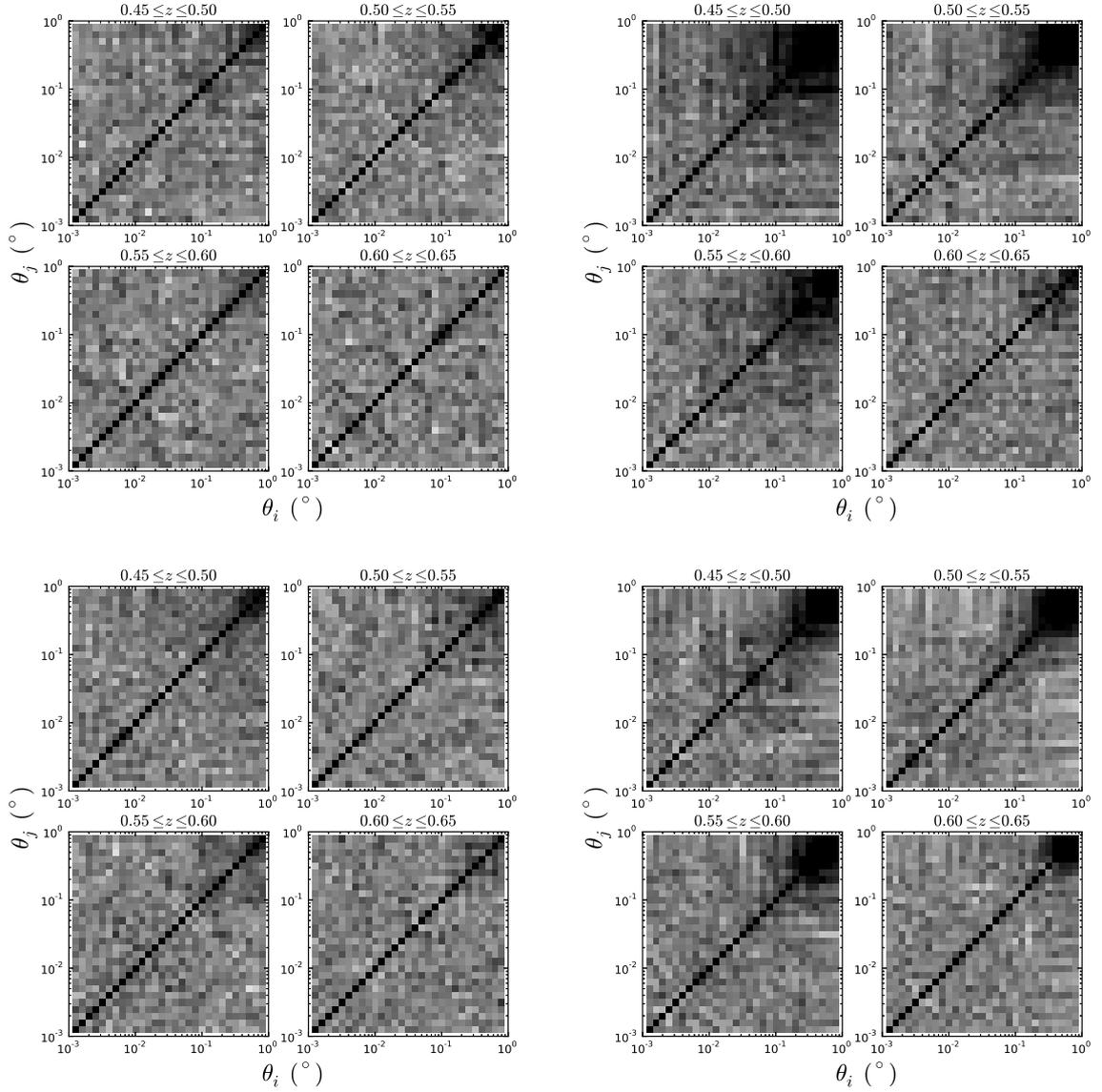


Figura 8.3: Matrizes de covariância das metodologias *bootstrap* (esquerda superior), *jackknife* (direita superior), *bootpairs* (esquerda inferior) e *bootpairs blocks* (direita inferior).

Na figura 8.4 comparamos os erros dos quatro métodos entre si e com o erro de *poisson* (seção 6.2.1). O método *bootstrap*, que sorteia as galáxias para fazer a nova amostra, fornece o maior erro (linha azul), mas se mantém constante com relação ao erro de *poisson*, sendo 2.5 vezes maior independente da escala angular. O método *bootpairs* fornece o menor erro (linha verde), sendo até menor que o erro de *poisson* em escalas pequenas e, como o erro de *bootstrap*, ele se mantém constante em comparação ao erro de *poisson* e com a mesma magnitude. Como já foi discutido anteriormente nas seções 6.2.3 e 6.2.4, esses dois métodos já tem problemas na sua definição, pois utilizam quantidades que não são independentes

para o sorteio, i. e., galáxias e pares de galáxias. Algo esperado que deveria ocorrer na estimativa de erro (e não ocorre nestes dois métodos) é o aumento do erro em grande escalas com relação ao erro de *Poisson*. Este fato é esperado pois em grande escalas o erro que deve dominar é o chamado *variancia cósmica*, que também está ligado ao efeito de borda. O erro devido a densidade de galáxias deveria ser menos importante, sendo este exatamente o erro que o método de *Poisson* leva em conta. Mas o erro de *Poisson* é $\sigma_p \sim 1/\sqrt{DD}$, e para grande escalas DD fica muito grande, fazendo com que $\sigma_p \rightarrow 0$. O que nos leva a concluir que os métodos *bootstrap* e *bootpairs* devem ser usados com cuidado numa análise de aglomeração angular de galáxias.

Os métodos *bootpairs blocks* e *jackknife* apresentam um comportamento muito parecido em todas as escalas sondadas para todas as faixas de *redshift*. Fornecendo um erro 50% maior que o erro de *Poisson* até ~ 0.1 grau, enquanto para escalas maiores os dois erros crescem devido ao efeito de borda. Este efeito não tem relação com o tamanho das áreas do método *jackknife* e dos blocos do método *bootpairs blocks*, pois o primeiro utilizou 100 áreas enquanto o segundo utilizou mais de 30 mil áreas. Portanto, este efeito parece ser intrínseco ao levantamento. O crescimento do erro em grandes escalas está ligado às correlações positivas que aparecem na figura 8.3 analisada anteriormente. Desta análise preliminar dos métodos de erros para o DR8, podemos concluir que os métodos *bootstrap* e *bootpairs* devem fornecer resultados para o ajuste de parâmetros parecidos entre si, mas um pouco diferentes dos métodos *jackknife* e *textitbootpairs blocks*.

No geral, os erros desta análise são no máximo 8 vezes maiores que o erro de *Poisson*. Comparando com os erros encontrados na análise feita com o CFHTLS-*Deep*, algumas metodologias chegavam a ser 60 vezes maior que a metodologia de *Poisson*. Este resultado mostra que as medidas para as galáxias do SDSS são bem menos afetadas pelo tamanho do levantamento que as medidas feitas nas galáxias do CFHTLS-*Deep*, como era esperado, pois a área do SDSS é ~ 7 mil graus quadrados e do CFHTLS-*Deep* é apenas ~ 4 graus quadrados quando somados todos os campos.

8.2.2 Ajuste da Lei de Potência

O objetivo da análise das galáxias LGs do SDSS nesta seção é aplicar o modelo de lei de potência na correlação espacial das galáxias desta amostra e verificar como evoluem os parâmetros r_0 e γ com o variação da luminosidade e com o *redshift* e qual é o impacto da metodologia de erro empregada, como foi feito anteriormente para o levantamento CFHTLS-*Deep*.

Da mesma maneira na análise do CFHTLS-*Deep*, aplicamos o modelo de lei de potência discutido

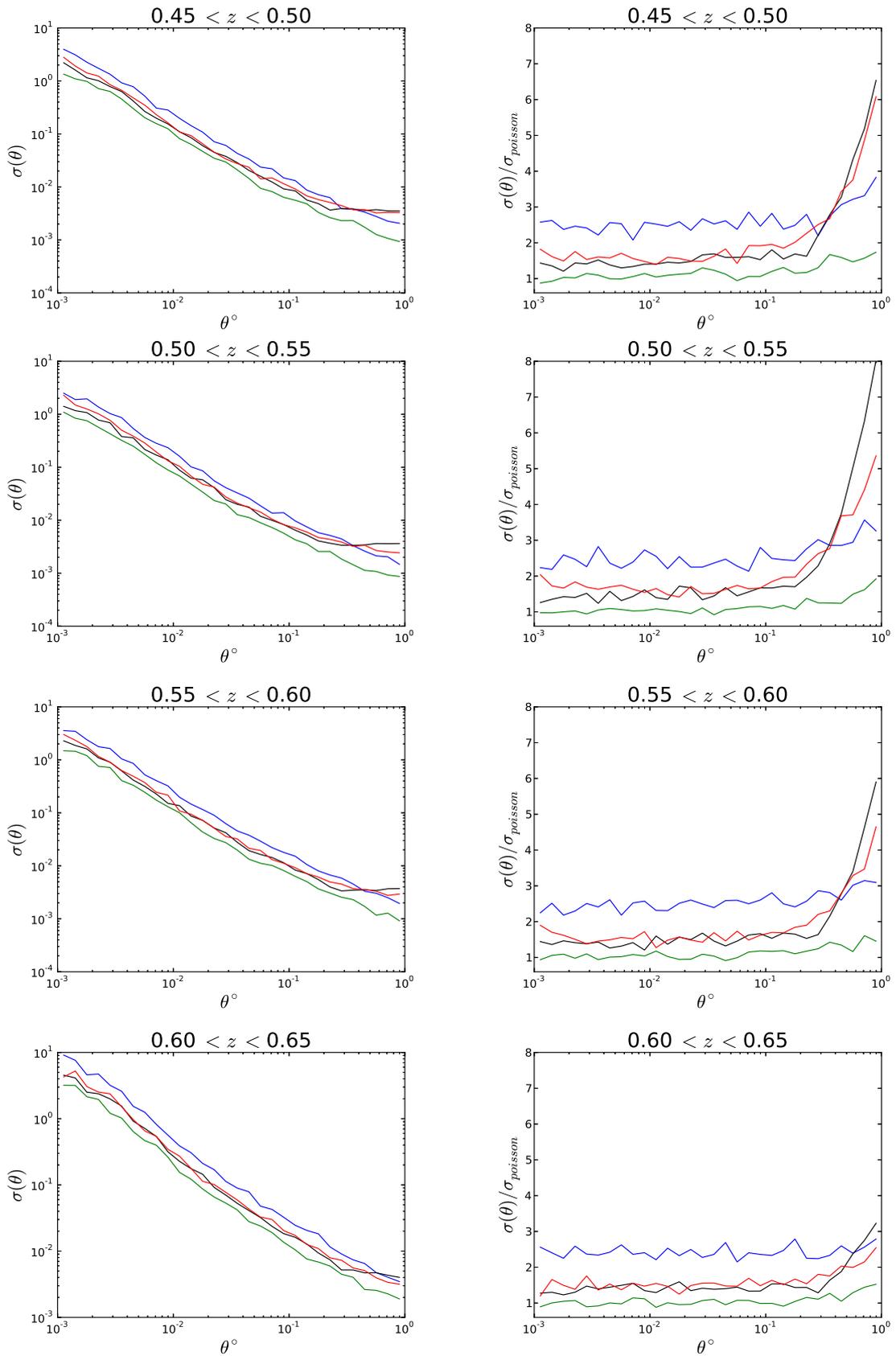


Figura 8.4: Erros da função de correlação angular da amostra limitada por volume em diferentes fixas de *redshift* (figuras da esquerda) determinados pelas metodologias *bootstrap* (azul), *bootpairs* (verde), *jackknife* (vermelho) e *bootpairs blocks* (preto) e a normalização dos mesmos erros pela estatística de *poisson* (figuras da direita).

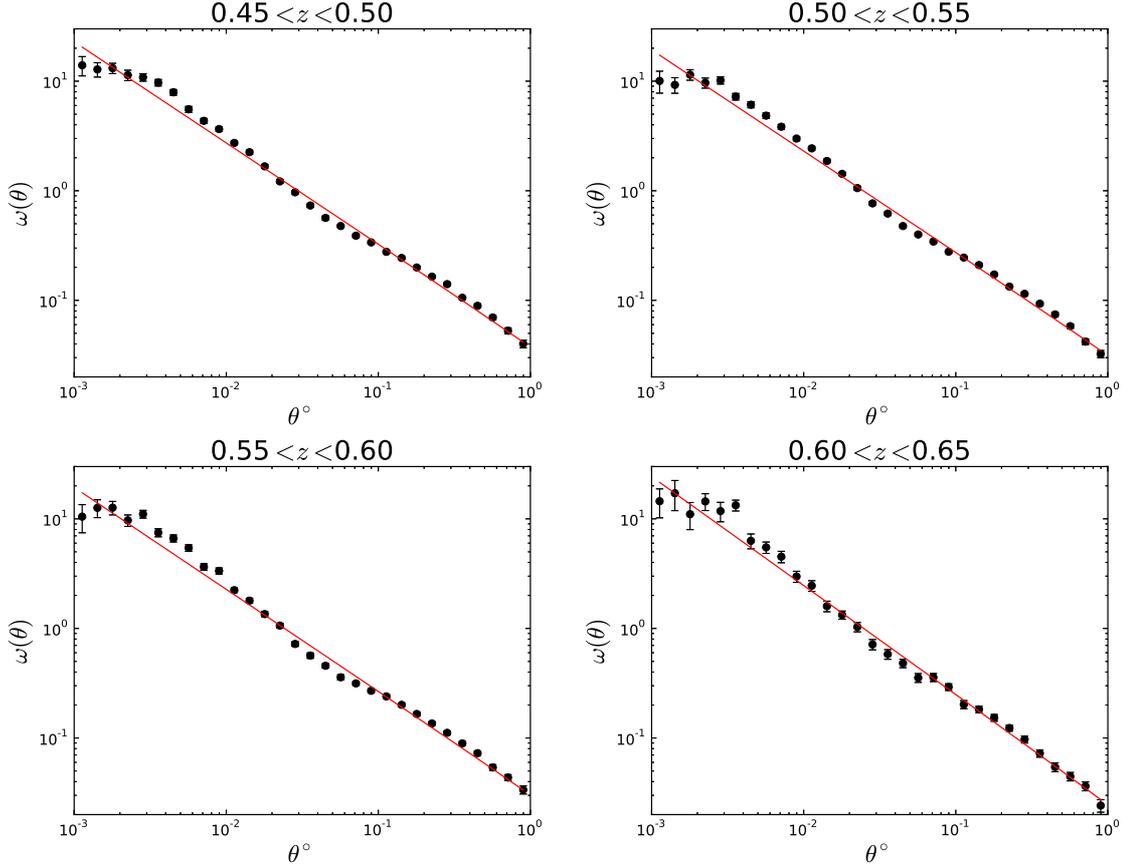


Figura 8.5: Função de correlação angular da amostra limitada por volume em diferentes fixas de *redshift* e o ajuste da lei de potência. O erro estimado foi obtido através da metodologia *jackknife*.

na seção 5.1 e utilizamos a mesma função χ^2 para encontrarmos o melhor ajuste dos parâmetros r_0 e γ :

$$\chi_i^2 = \sum_{i,j} [\omega_{obs}(\theta_i) - A(\theta_i^{1-\gamma} - C)] \mathbf{C}(i,j)^{-1} [\omega_o(\theta_j) - A(\theta_j^{1-\gamma} - C)] , \quad (8.6)$$

sendo $\mathbf{C}(i,j)^{-1}$ a inversa da matriz de covariância, A é a amplitude determinada na equação 5.4 e C é o fator do *integral constraint* (equação 6.26). Como o levantamento SDSS possui uma área bem maior que a escala angular sondada neste trabalho, o fator *integral constraint* é muito pequeno podendo ser ignorado nesta análise. A correlação angular ajustada por uma lei de potência utilizando a metodologia *jackknife* é mostrada na figura 8.5 (os outros ajustes são muito similares e por esta razão não serão mostrados).

Os valores dos parâmetros ajustados, r_0 e γ , da correlação das LGs se encontram na tabela 8.1 e a figura 8.6 mostra a evolução desses parâmetros com respeito ao *redshift* para cada uma das metodologias de erro empregadas neste estudo.

O modelo de lei de potência não fornece uma boa descrição para a correlação angular medida. Esta conclusão pode ser obtida utilizando o teste de χ^2 fornecido na quarta coluna da tabela 8.1. Todos os valores de χ^2/dof são muito maiores que 1, isso mostra que o modelo aplicado não é uma boa descrição

| <i>Bootstrap</i> | | | |
|-------------------|-----------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.92 ± 0.01 | 8.15 ± 0.06 | 6.1 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.93 ± 0.01 | 8.33 ± 0.06 | 7.4 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 1.92 ± 0.01 | 9.02 ± 0.08 | 4.0 |
| $0.60 < z < 0.65$ | 2.00 ± 0.02 | 9.49 ± 0.14 | 1.7 |

| <i>Bootpairs</i> | | | |
|-------------------|-----------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.91 ± 0.01 | 8.03 ± 0.03 | 24.9 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.92 ± 0.01 | 8.29 ± 0.03 | 36.3 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 1.93 ± 0.01 | 8.88 ± 0.04 | 32.8 |
| $0.60 < z < 0.65$ | 2.02 ± 0.01 | 9.38 ± 0.06 | 5.6 |

| <i>Bootpairs blocks</i> | | | |
|-------------------------|-----------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.94 ± 0.01 | 8.08 ± 0.05 | 14.4 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.94 ± 0.01 | 8.16 ± 0.06 | 11.8 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 1.94 ± 0.01 | 8.77 ± 0.08 | 9.3 |
| $0.60 < z < 0.65$ | 2.00 ± 0.02 | 9.52 ± 0.11 | 4.0 |

| <i>Jackknife</i> | | | |
|-------------------|-----------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.93 ± 0.01 | 7.85 ± 0.08 | 12.6 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.94 ± 0.01 | 8.10 ± 0.07 | 9.3 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 2.00 ± 0.01 | 8.13 ± 0.11 | 15.8 |
| $0.60 < z < 0.65$ | 2.00 ± 0.01 | 9.40 ± 0.13 | 2.9 |

Tabela 8.1: Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em diferentes faixas de *redshift*.

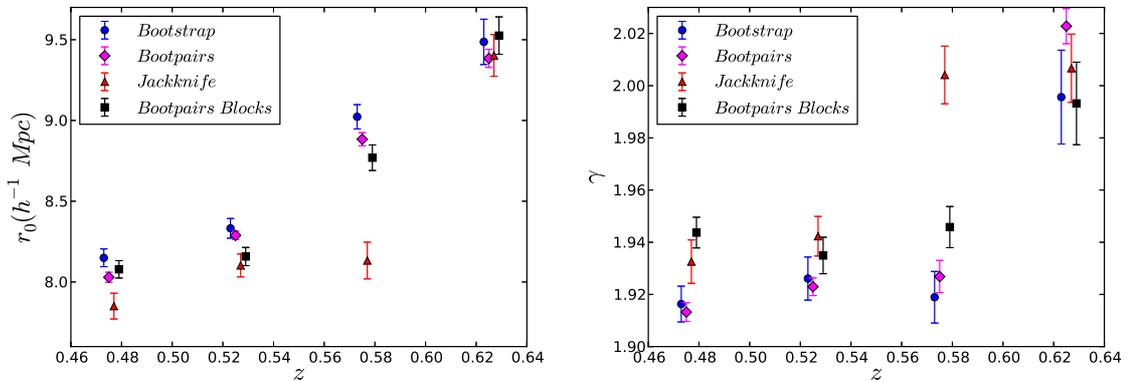


Figura 8.6: Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em diferentes faixas de *redshift*.

das medidas da correlação angular. O único método que forneceu um χ^2/dof próximo de 1, foi o método *bootstrap* e apenas para a última faixa de *redshift*. Mas como já foi concluído anteriormente, este método não aparenta fornecer uma boa estimativa para o erro da correlação angular, neste caso, superestimando os seus erros.

Os valores do parâmetro r_0 na figura 8.6 mostram o mesmo comportamento em todas as metodologias empregadas, exceto no intervalo $0.55 < z < 0.60$ para o metodologia *jackknife*. O aumento da amplitude r_0 com respeito a z se deve ao aumento do limiar da luminosidade com o *redshift* que foi feito nesta seção. A conclusão disto é que galáxias mais luminosas tendem a estar mais aglomeradas.

Os valores dos parâmetros γ na figura 8.6 mostram o mesmo comportamento para todas as metodologias, sendo diferentes apenas na faixa $0.55 < z < 0.60$ para a metodologia *jackknife*, sendo maior que os demais. Este fato é para compensar a queda do parâmetro r_0 nesta mesma faixa.

No ajuste de lei de potência na correlação angular feita por Blake et al. (2008), a amostra proveniente do SDSS DR4 utilizada por eles continha 380000 *redshifts* fotométricos de *Galáxias Vermelhas Luminosas*, ou LRGs, e a metodologia de erro empregada foi a de *jackknife*, dividindo a amostra em 393 sub-áreas. Apesar dessas diferenças de amostra e metodologia, os parâmetros r_0 e γ encontrados por eles são similares aos deste trabalho na metodologia de *jackknife*. Os valores de r_0 encontrados por Blake et al. (2008) são: $(7.2 \pm 0.2, 8.0 \pm 0.2, 8.5 \pm 0.3, 9.3 \pm 0.3)$ (h^{-1} Mpc) e os valores de γ são: $(1.96 \pm 0.01, 1.96 \pm 0.01, 1.94 \pm 0.02, 1.94 \pm 0.02)$. Comparando com os resultados deste trabalho, os valores do parâmetro r_0 obtidos por Blake et al. (2008) se encontram dentro da margem de erro dos valores obtidos neste trabalho, na mesma metodologia. Os valores de γ , apesar de estarem fora da margem de erro, são muito similares. Já os valores do teste χ^2 encontrados por Blake et al. (2008) encontram-se mais baixos que os encontrados neste trabalho: (6.32, 4.74, 2.56, 1.25). Esta estatística nos revela que quanto mais próximo da unidade, melhor é o modelo que representa os dados. Em contrapartida, quanto mais afastado de 1 for o valor da χ^2 , mais ineficiente o modelo se mostra para explicar os dados. Sendo os valores do teste χ^2 deste trabalho maiores em comparação aos encontrados por Blake et al. (2008), isto significa que o ajuste de lei de potência representa de modo menos adequado os dados deste trabalho do que os de Blake et al. (2008). A amostra de Blake et al. (2008) é feita basicamente de LRGs e a amostra deste trabalho reúne não só LGRs mas também galáxias brilhantes de outras cores. Como a aglomeração depende também da cor da galáxia, este fato pode estar refletindo na estatística χ^2 , fazendo com que não explique de modo adequado os dados deste trabalho que os de Blake et al. (2008).

8.2.3 Ajuste do Modelo de Halos

Na seção anterior, ficou claro que o modelo de lei de potência não é adequado para descrever as correlações angulares do SDSS-DR8, fazendo-se necessário um novo modelo teórico. O outro modelo aplicado foi o modelo de halos, descrito na seção 5.2. O modelo de halo empregado neste estudo possui 5 parâmetros livres que caracterizam a distribuição de galáxias dentro de um halo (*Halo occupation distribution, HOD*): σ_M , M_{min} , α , M_0 e M_1 . Além da função de correlação, o modelo de halos também fornece um modelo para a densidade de galáxias do levantamento. Desta forma incluímos esta informação no ajuste do modelo aplicando o seguinte teste de χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i,j} [\omega_{obs}(\theta_i) - \omega_{MH}(\theta_i) + I] \mathbf{C}_{ij}^{-1} [\omega_{obs}(\theta_j) - \omega_{MH}(\theta_j) + I] + \frac{[n_{gal}^{obs} - n_{gal}^{mdl}]^2}{\sigma_{n_{gal}}^2}, \quad (8.7)$$

sendo $\omega_{obs}(\theta)$ a correlação angular medida e $\omega_{MH}(\theta)$ a correlação angular teórica do modelo de halos discutida na seção. Assumimos que a densidade de galáxias no modelos de halos é independente da correlação medida (Blake et al., 2008), o que justifica a soma acima. Neste estudo utilizamos apenas a metodologia de erro *jackknife*. A densidade média de galáxias foi estimada via

$$n_{gal}^{obs} = N_{gal} / \left[\Omega \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{dV}{dz} dz \right], \quad (8.8)$$

onde Ω o ângulo sólido subtendido pelo levantamento, dV/dz é o elemento de volume e foi assumido que o número de galáxias que saem da faixa devido ao erro no *photo-z* é aproximadamente o mesmo que entra. Com a cosmologia assumida obtemos as seguintes estimativas das densidades volumétricas de galáxias para as quatro faixas: $n_{gal}^{obs} = (3.45, 3.52, 2.22 \text{ e } 1.00) \times 10^{-4} h^3 Mpc^{-3}$. O erro na densidade foi definido como sendo 10% do seu valor. A metodologia empregada neste estudo é diferente da adotada por Blake et al. (2008), onde eles fixaram o parâmetro M_{min} de tal forma que a densidade do modelo de halos deve ser igual à densidade medida.

A figura 8.7 mostra o ajuste da correlação angular pelo modelo de halos, ambos divididos pelo ajuste de lei de potência.

Os parâmetros do ajuste do modelo de halos desta seção estão na tabela 8.2 e a evolução de quatro desses parâmetros ($\sigma_M, \alpha, M_{eff}$ e b_g) com respeito ao *redshift* são visualizados na figura 8.8. O modelo de halos ajustado para a correlação medida nesta seção (figura 8.7) fornece uma boa descrição para os desvios da correlação na lei de potência, mostrando claramente que a correlação pode ser dividida em galáxias que estão no mesmo halo de matéria escura e galáxias que estão em halos de matéria escura

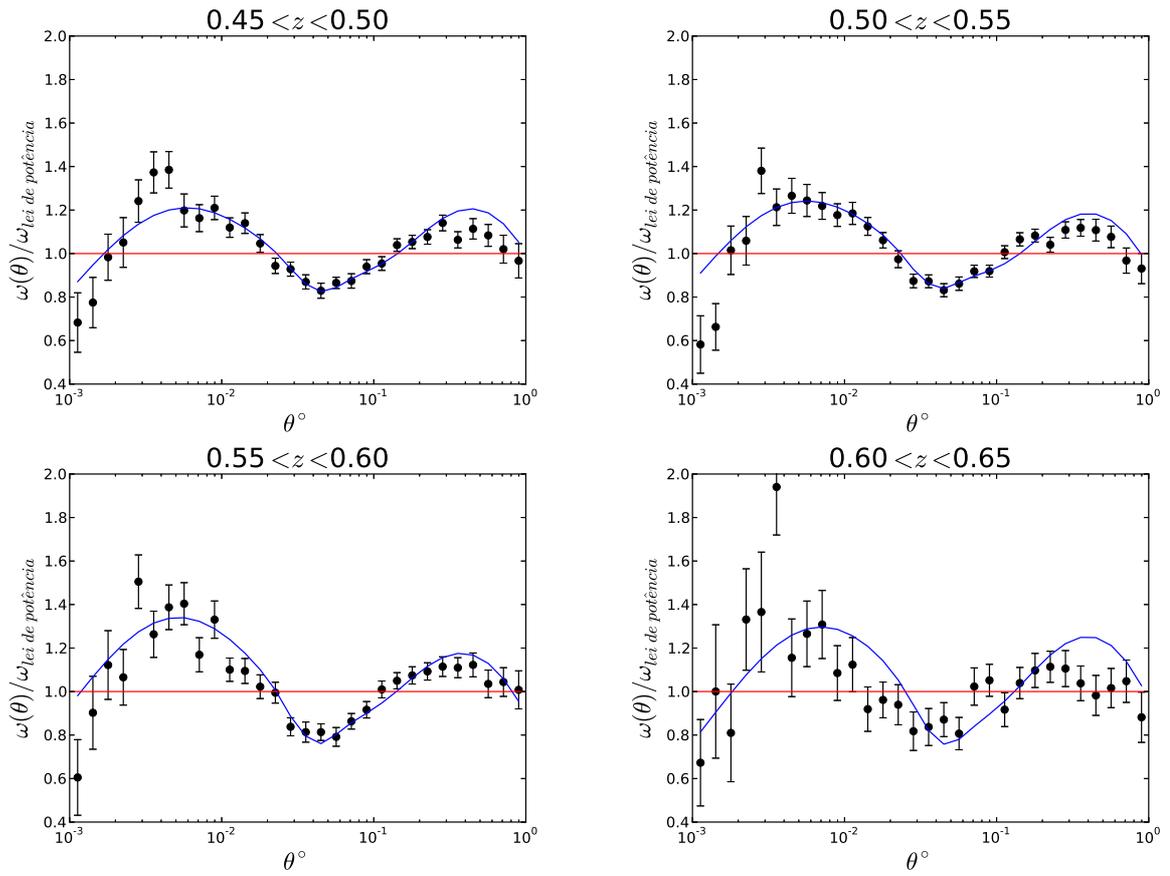


Figura 8.7: Função de correlação angular da amostra limitada por volume em diferentes faixas de *redshift* e o ajuste do modelo de halos, ambos divididos pelo ajuste de lei de potência. O erro estimado foi obtido através da metodologia *jackknife*.

diferentes. É interessante notar a grande melhora no mínimo do χ^2 para todas as faixas em comparação com o ajuste de lei de potência encontrado na seção anterior, $\chi_{min}^2/dof = (12.6 \rightarrow 3.6, 9.3 \rightarrow 2.7, 15.8 \rightarrow 2.2 \text{ e } 2.9 \rightarrow 2.5)$, onde é mostrado o valor para a lei de potência à esquerda e do modelo de halo à direita. Somente na última faixa temos um valor equivalente para os dois modelos devido ao maior erro e dispersão das medidas, reflexo da pequena quantidade de galáxias desta faixa.

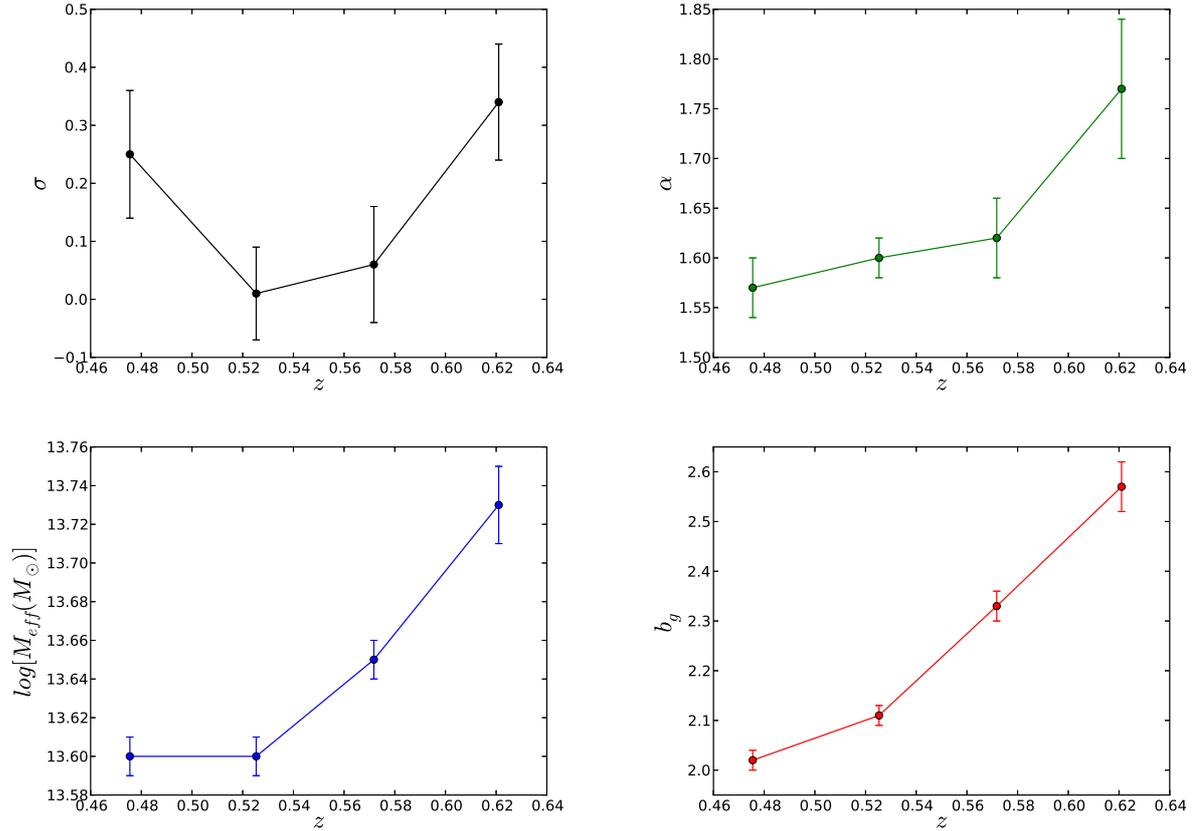


Figura 8.8: Parâmetros $\sigma_M, \alpha, M_{eff}$ e b_g do ajuste do modelo de halos na amostra limitada por volume em em diferentes faixas de *redshift*.

Os parâmetros ajustados pelo modelo de halos na figura 8.8 mostram uma evolução com o *redshift*, exceto o parâmetro σ_M . Este parâmetro adicional suaviza a transição de zero para uma galáxia central que irá hospedar um halo de matéria escura. O espalhamento observado do parâmetro σ_M resulta do desconhecimento dos detalhes físicos da formação das galáxias e dos erros dos *redshifts* fotométricos na conversão de magnitude aparente para luminosidade (Blake et al., 2008).

Os valores do parâmetro M_{eff} (massa estimada em média para os halos de matéria escura) encontrados foram bem altos, cobrindo um intervalo de $10^{13.6-13.73} M_{\odot}$. Este fato confirma que as LRs se hospedam em grandes halos massivos de matéria escura, e que, quanto mais massivo o halo, mais lumi-

nosa é a galáxia.

O índice da lei de potência α para o número de galáxias satélites $N_s(M)$ (equação 5.9) se mostrou mais alto para maiores luminosidades. A conclusão física para este resultado é que halos mais massivos são mais eficientes em produzir galáxias satélites.

O parâmetro de viés b_g entre matéria escura e matéria luminosa, denominado de *bias*, indica quantas vezes mais as galáxias estão aglomeradas com respeito à matéria (escura). O comportamento deste parâmetro observado na figura 8.8 mostra que as galáxias mais luminosas são mais aglomeradas, com respeito à matéria escura, do que galáxias menos luminosas. Além disso, o fator b_g aumenta com *redshift* a medida que o fator de crescimento $D(z)$ diminui (Fry, 1996).

Outro fato que confirma que a maior parte das LGs estão nos centros dos halos é a fração de galáxias centrais f_c obtidas, sendo aproximadamente 90% do total em todos os intervalos de *redshift*. Este fato reflete na massa efetiva dos halos M_{eff} encontrada, que é menor que a massa mínima M_1 (massa necessária para o halo hospedar sua primeira galáxia satélite). Isto evidencia que as LGs são de fato galáxias centrais.

No ajuste do modelo de halos das *Luminous Red Galaxies* (LRGs) feito por Blake et al. (2008), os valores dos parâmetros encontrado por eles (tabela 8.3) foram um pouco diferentes em comparação com os valores dos parâmetros do ajuste do modelo de halos das *Luminous Galaxies* (LGs) deste trabalho. Os valores do parâmetro da massa estimada em média para os halos de matéria escura, M_{eff} , em Blake et al. (2008) são maiores em todos os intervalos de *redshift*. As LRGs analisadas por Blake et al. (2008) são, em média, galáxias muito luminosas e de alta massa que vivem nos centros dos aglomerados. Portanto as massas dos halos de matéria escura associados à estas galáxias também serão bem altas.

Como a amostra deste trabalho não só engloba LRGs mas também galáxias menos luminosas, a massa efetiva dos halos são, em média, menores, justificando os valores do parâmetro M_{eff} encontrados neste trabalho serem menores do que os encontrados por Blake et al. (2008). O mesmo fato pode ser comprovado na comparação dos parâmetros α , b_g e f_c . O índice α da lei de potência para as galáxias satélites nos revela o quão eficiente um halo de matéria escura hospeda galáxias satélites, e os valores desse parâmetro encontrados neste trabalho são menores que os de Blake et al. (2008), confirmando que halos mais massivos com galáxias centrais mais brilhantes possuem mais galáxias satélites. Da mesma maneira, os valores do parâmetro de *bias* b_g , que indica quantas vezes as galáxias estão aglomeradas com respeito à matéria escura, são mais altos (exceto na faixa $0.45 < z < 0.50$) em Blake et al. (2008) do que os encontrados neste trabalho. E a fração de galáxias centrais em Blake et al. (2008) chegam a ser 97% na última faixa. O máximo da fração de galáxias centrais deste trabalho foi de $\sim 92\%$. Embora

os valores de σ_M deste trabalho sejam diferentes aos de Blake et al. (2008), o espalhamento é similar, mostrando que mesmo para amostras de galáxias diferentes, as variáveis decorrentes dos detalhes da formação galáctica (que não são atualmente conhecidos) e os erros dos *photo-z* influenciam nas medidas. Um outro fato interessante é que os valores do teste χ^2 de Blake et al. (2008) foram mais próximos à unidade dos que os deste trabalho. Isto indica que o modelo de halos ajusta muito bem as LRGs, mas pode não representar adequadamente galáxias de tipos mais tardios. Outra possibilidade é que as barras de erro deste trabalho são menores que as de Blake et al. (2008), acarretando no aumento do χ^2 . Uma das suposições chaves do modelo de halos é que a ocupação das galáxias nos halos de matéria escura só depende da massa do halo. Entretanto, as galáxias são sistemas muito complexos, e fatores ambientais de interações entre elas tais como fusão, estrangulamento e assédio, assim como propriedades como taxa de formação estelar e cor podem fazer com que a aglomeração de galáxias não dependa apenas da massa do halo (Gil-Marín et al., 2011). Os valores do teste χ^2 estarem mais afastados da unidade com respeito aos de Blake et al. (2008) podem estar relacionados com esses diferentes efeitos nas galáxias da amostra utilizada neste trabalho.

| <i>Redshift</i> | σ_M | $\log[M_{min}(M_\odot)]$ | α | $\log[M_0(M_\odot)]$ | $\log[M_1(M_\odot)]$ | $n_{gals} \times 10^4 (h^3 \text{ Mpc}^{-3})$ | $\log[M_{eff}(M_\odot)]$ | b_g | $f_c(\%)$ | χ^2/dof |
|-----------------|-------------|--------------------------|-------------|----------------------|----------------------|---|--------------------------|-------------|------------|--------------|
| 0.45 < z < 0.50 | 0.25 ± 0.11 | 13.02 ± 0.06 | 1.57 ± 0.03 | 6.33 ± 2.52 | 14.11 ± 0.03 | 3.51 ± 0.30 | 13.60 ± 0.01 | 2.02 ± 0.02 | 88.9 ± 0.7 | 3.6 |
| 0.50 < z < 0.55 | 0.01 ± 0.08 | 12.97 ± 0.03 | 1.60 ± 0.02 | 5.84 ± 1.79 | 14.08 ± 0.03 | 3.54 ± 0.22 | 13.60 ± 0.01 | 2.11 ± 0.02 | 88.1 ± 0.6 | 2.7 |
| 0.55 < z < 0.60 | 0.06 ± 0.10 | 13.13 ± 0.05 | 1.62 ± 0.04 | 11.28 ± 2.81 | 14.20 ± 0.04 | 2.15 ± 0.19 | 13.65 ± 0.01 | 2.33 ± 0.03 | 88.7 ± 0.7 | 2.2 |
| 0.60 < z < 0.65 | 0.34 ± 0.10 | 13.43 ± 0.07 | 1.77 ± 0.07 | 3.67 ± 3.49 | 14.37 ± 0.04 | 1.01 ± 0.20 | 13.73 ± 0.02 | 2.57 ± 0.05 | 92.3 ± 0.9 | 2.5 |

Tabela 8.2: Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada por volume em diferentes faixas de *redshift* na metodologia *jackknife*.

| <i>Redshift</i> | σ_M | $\log[M_{min}(M_\odot)]$ | α | $\log[M_1(M_\odot)]$ | $n_{gals} \times 10^4 (h^3 \text{ Mpc}^{-3})$ | $\log[M_{eff}(M_\odot)]$ | b_g | $f_c(\%)$ | χ^2/dof |
|-----------------|-------------|--------------------------|-------------|----------------------|---|--------------------------|-------------|-----------|--------------|
| 0.45 < z < 0.50 | 0.21 ± 0.11 | 12.98 | 1.57 ± 0.02 | 14.09 ± 0.01 | 5.03 | 13.61 ± 0.01 | 1.92 ± 0.02 | 88 | 0.92 |
| 0.50 < z < 0.55 | 0.07 ± 0.07 | 13.12 | 1.69 ± 0.04 | 14.22 ± 0.01 | 3.07 | 13.67 ± 0.01 | 2.15 ± 0.01 | 90 | 1.18 |
| 0.55 < z < 0.60 | 0.24 ± 0.12 | 13.35 | 1.87 ± 0.07 | 14.39 ± 0.01 | 1.60 | 13.74 ± 0.01 | 2.38 ± 0.04 | 93 | 1.53 |
| 0.60 < z < 0.65 | 0.53 ± 0.14 | 13.79 | 1.80 ± 0.36 | 14.76 ± 0.10 | 0.56 | 13.80 ± 0.03 | 2.68 ± 0.09 | 97 | 1.67 |

Tabela 8.3: Resultados dos parâmetros do modelo de halos obtidos por Blake et al. (2008).

8.3 Amostra Limitada por Volume em $z = 0.6$

Neste outro estudo com as LGs do SDSS a amostra foi dividida em três intervalos de *redshift*: $0.45 < z < 0.50$, $0.50 < z < 0.55$ e $0.55 < z < 0.60$. Diferentemente do estudo anterior, a magnitude absoluta limite foi a mesma para as três faixas de z , sendo este limite a magnitude absoluta na banda i' de -22.87 . Esta magnitude foi calculada utilizando a equação 8.1 para $z = 0.6$. Esta amostra permite a avaliação da evolução da aglomeração, com dados completos em magnitude absoluta até $z = 0.6$. Os números de galáxias obtidos nestes intervalos de *redshift* utilizando este novo critério são 56035, 95825 e 141817, respectivamente. Da mesma forma que o estudo anterior, as contagens de pares DD e DR foram obtidas através das equações 8.3 e 8.4, respectivamente. Em cada intervalo de *redshift* a função de correlação angular foi estimada em 30 bins logarítmicos no intervalo $0.001^\circ < \theta < 1^\circ$ e a função de correlação angular foi obtida utilizando o estimador proposto por Landy & Szalay (1993) (equação 6.10).

8.3.1 Determinação do Erro na Medida da Correlação Angular

A estimativa de erros da correlação neste estudo foi obtida utilizando as metodologias *bootstrap*, *bootpairs blocks* e *jackknife*. O objetivo neste estudo é também verificar o quanto o ajuste de lei de potência é dependente da metodologia de erro empregada. As mesmas regras seguidas na seção 8.2 foram seguidas nesta seção. Como esperado, o comportamento das metodologias nesta análise se mostrou quase que o mesmo da análise anterior.

8.3.2 Ajuste da Lei de Potência

O modelo de lei de potência ajustado na correlação angular das LGs nesta foi aplicado utilizando o teste χ^2 definido na equação 8.7. A correlação angular ajustada por uma lei de potência utilizando a metodologia *jackknife* é mostrada na figura 8.10 (assim como na seção 8.2 os outros ajustes são muito similares e por isso não serão mostrados).

Assim como no outro estudo com as LGs, o modelo de lei de potência não fornece uma boa descrição para a correlação angular, fornecendo valores altos do teste χ^2 (exceto para a primeira faixa de *redshift* na metodologia *bootstrap*). Como já foi concluído anteriormente, este método não aparenta fornecer uma boa estimativa para o erro da correlação angular.

Os valores dos parâmetros ajustados, r_0 e γ , da correlação das LGs se encontram na tabela 8.4 e a figura 8.11 mostra a evolução desses parâmetros com respeito ao *redshift* para cada uma das metodologias de erro empregadas neste estudo.

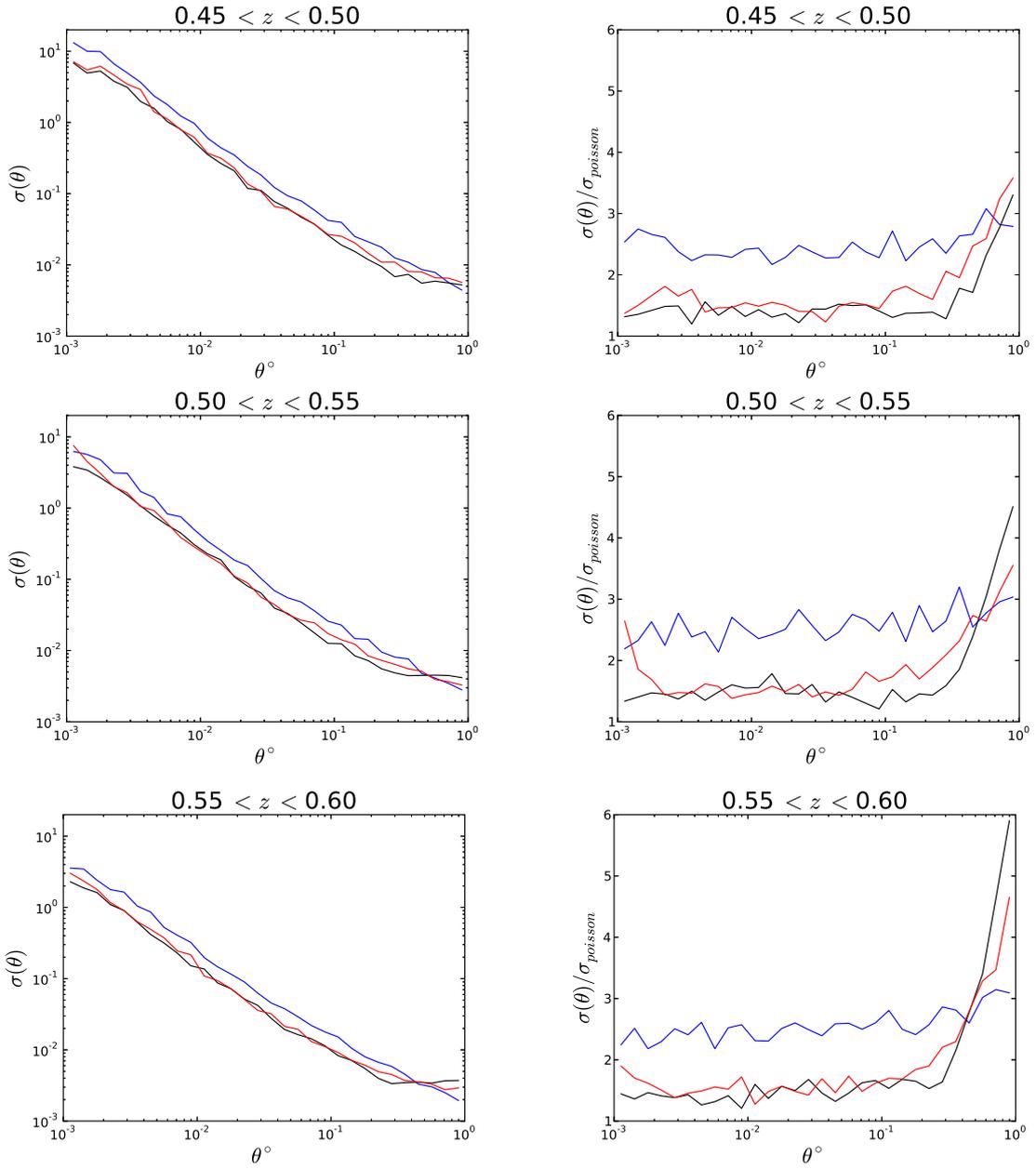


Figura 8.9: Erros da função de correlação angular da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ (figuras da esquerda) determinados pelas metodologias *bootstrap* (azul), *jackknife* (vermelho) e *bootpairs blocks* (preto) e a normalização dos mesmos erros pela estatística de *poisson* (figuras da direita).

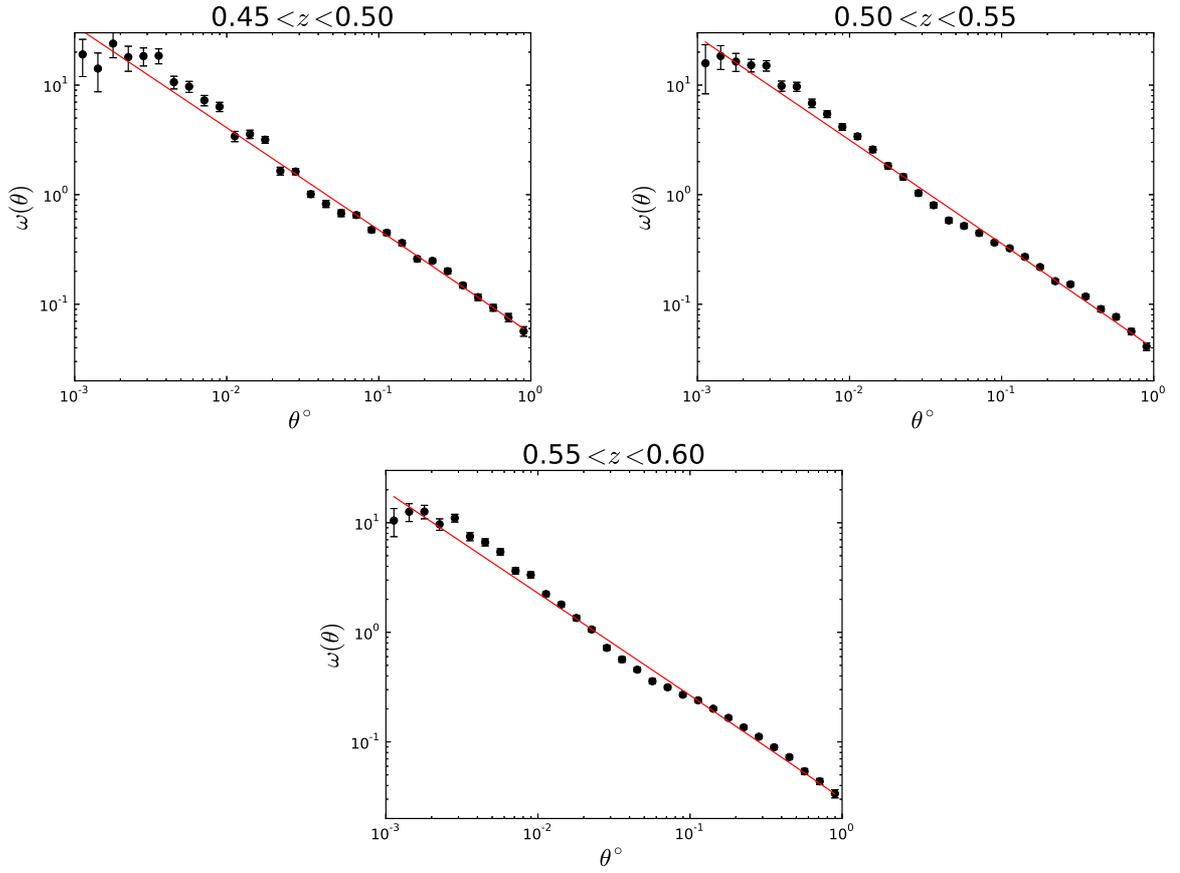


Figura 8.10: Função de correlação angular da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ e o ajuste da lei de potência. O erro estimado foi obtido através da metodologia *jackknife*.

| <i>Bootstrap</i> | | | |
|-------------------|------------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.94 ± 0.011 | 9.79 ± 0.13 | 1.78 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.94 ± 0.011 | 9.50 ± 0.11 | 3.47 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 1.93 ± 0.009 | 9.02 ± 0.07 | 4.03 |

| <i>Bootpairs blocks</i> | | | |
|-------------------------|------------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.94 ± 0.011 | 9.66 ± 0.10 | 6.23 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.96 ± 0.009 | 9.46 ± 0.08 | 7.43 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 1.94 ± 0.008 | 8.78 ± 0.08 | 9.29 |

| <i>Jackknife</i> | | | |
|-------------------|------------------|---------------------------|--------------|
| <i>Redshift</i> | γ | $r_0(h^{-1} \text{ Mpc})$ | χ^2/dof |
| $0.45 < z < 0.50$ | 1.93 ± 0.012 | 9.49 ± 0.16 | 5.61 |
| $0.50 < z < 0.55$ | 1.95 ± 0.010 | 9.20 ± 0.13 | 4.66 |
| $0.55 < z < 0.60$ | 2.00 ± 0.011 | 8.13 ± 0.11 | 15.78 |

Tabela 8.4: Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em $z = 0.6$.

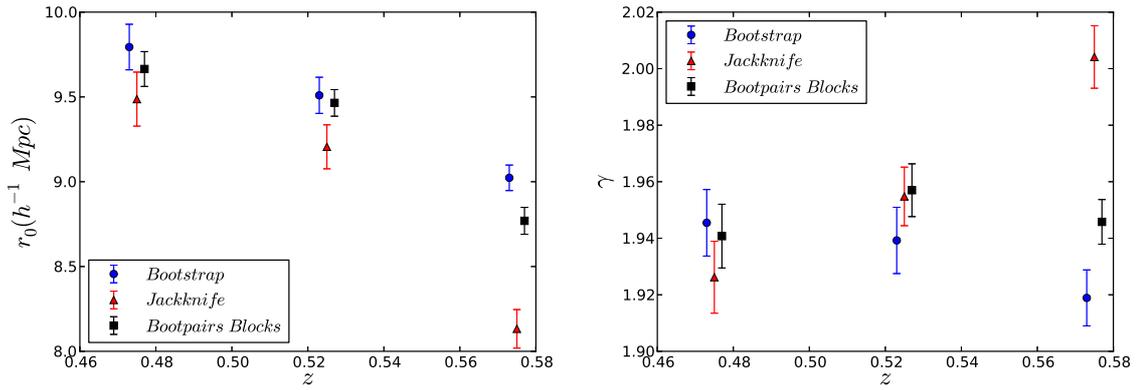


Figura 8.11: Resultados dos parâmetros da lei de potência da amostra limitada por volume em $z = 0.6$.

Os valores do parâmetro r_0 na figura 8.11 têm o mesmo comportamento em todas as metodologias empregadas, exceto na terceira faixa de *redshift* para o metodologia *jackknife*. Diferentemente do estudo anterior, onde o parâmetro r_0 aumenta com z , neste estudo r_0 diminui com z . No estudo anterior o aumento da amplitude r_0 se devia ao aumento do limiar da luminosidade com o *redshift*. Mas nesta análise a mesma luminosidade foi imposta para as três faixas de z . Portanto a diminuição da amplitude da correlação se deve puramente ao aumento do *redshift*, o que está de acordo com modelo hierárquico de formação de estruturas. A medida que o tempo passa as galáxias, por atração gravitacional, passam a estar mais aglomeradas. Portanto em baixos *redshifts* as galáxias estão mais aglomeradas do que em altos *redshifts*.

Os valores do parâmetro γ mostram ter o mesmo comportamento para todas as metodologias, sendo aproximadamente constante com z , sendo diferente apenas no último intervalo para a metodologia *jackknife*. Este último fato é para compensar a queda do parâmetro r_0 nesta mesma faixa.

8.3.3 Ajuste do Modelo de Halos

Nesta seção aplicamos o modelo de halos para a correlação das LGs utilizadas na seção anterior no ajuste de lei de potência. Assim como no estudo anterior, o ajuste de modelo de halos foi aplicado utilizando a equação 8.7. A figura 8.12 mostra o ajuste da correlação angular pelo modelo de halos, ambos divididos pelo ajuste de lei de potência. Novamente vemos claramente que o modelo de halos descreve melhor a correlação angular do que a lei de potência. A maior dispersão da correlação no modelo de halos está na faixa $0.45 < z < 0.50$, fruto do critério de seleção das galáxias utilizado neste estudo, que fez com que diminuísse bastante o número de objetos, especialmente neste primeiro intervalo de z .

Os parâmetros do ajuste do modelo de halos desta seção estão na tabela 8.5 e a evolução de quatro

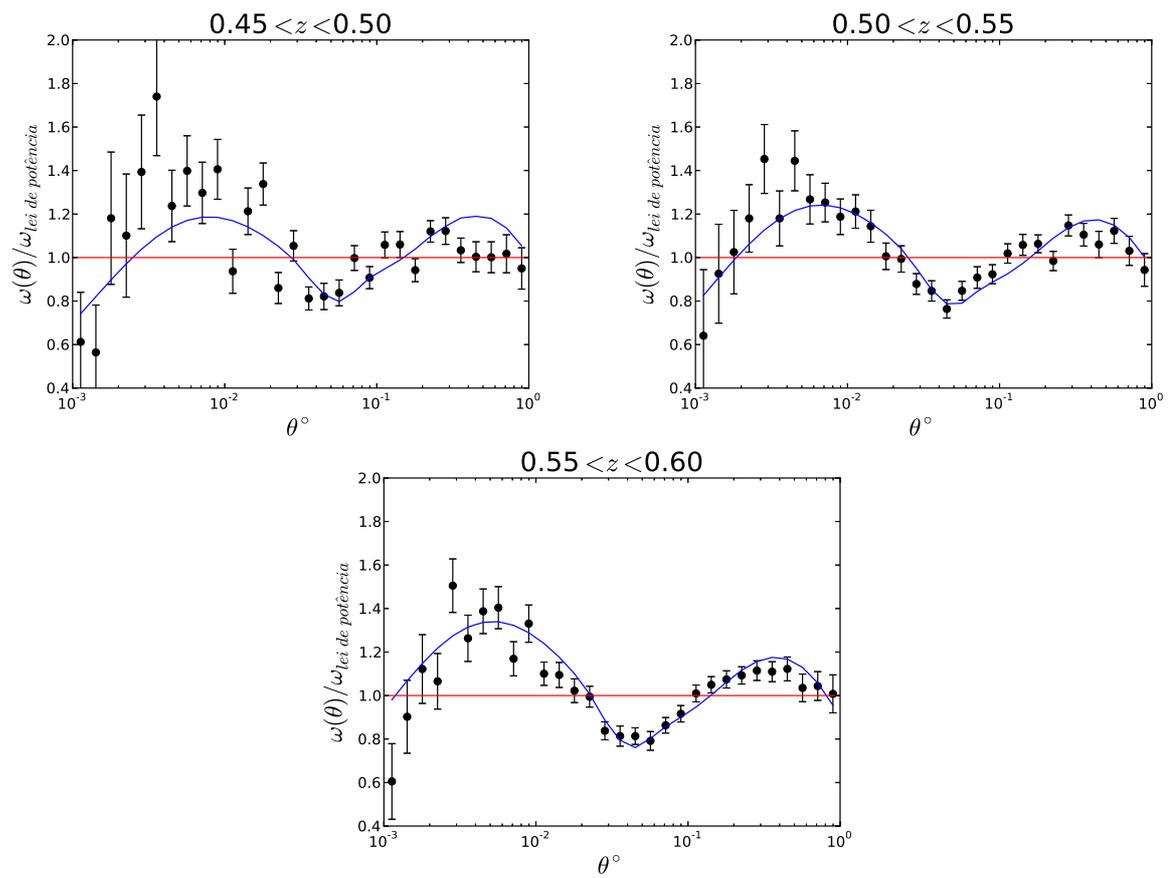


Figura 8.12: Função de correlação angular da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ e o ajuste do modelo de halos, ambos divididos pelo ajuste de lei de potência. O erro estimado foi obtido através da metodologia *jackknife*.

desses parâmetros ($\sigma_M, \alpha, M_{eff}$ e b_g) com respeito ao *redshift* são visualizados na figura 8.13. Do mesmo modo que o estudo anterior, o modelo de halos ajustado para a correlação medida nesta seção (figura 8.12) fornece uma boa descrição para a correlação angular, melhorando também no valor do mínimo do χ^2 para todas as faixas em comparação com o ajuste de lei de potência (exceto a primeira faixa de *redshift* no ajuste de lei de potência na metodologia *bootstrap*).

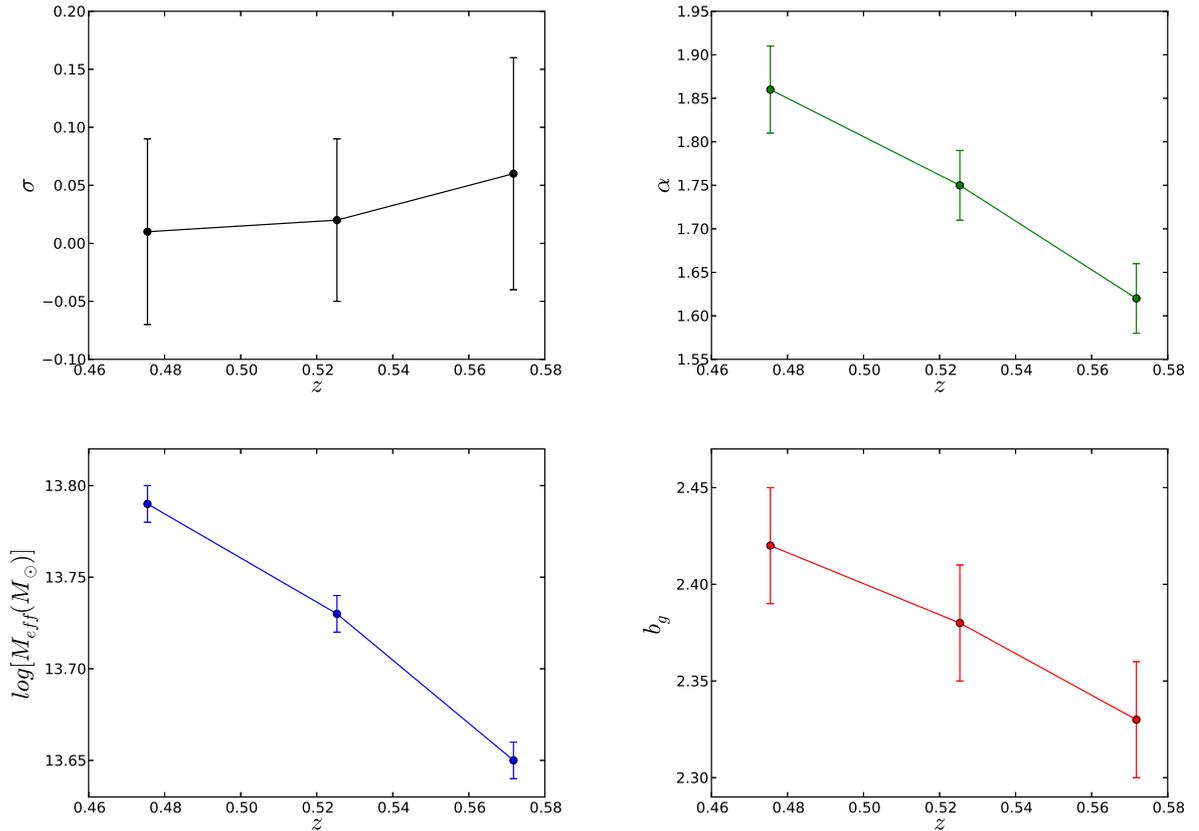


Figura 8.13: Parâmetros $\sigma_M, \alpha, M_{eff}$ e b_g do ajuste do modelo de halos na amostra limitada por volume em $z = 0.6$.

Exceto o parâmetro σ_M , todos os parâmetros da figura 8.13 mostram um comportamento oposto ao outro estudo feito com as LGs (figura 8.8), onde o que determinava o aumento desses parâmetros com respeito ao *redshift* era o aumento do limiar da luminosidade. Neste estudo, onde o limiar da luminosidade é o mesmo para as três faixas de *redshift*, o que determina é a **evolução temporal** dos parâmetros.

O parâmetro de *bias* b_g , que mostra quantas vezes mais as galáxias estão aglomeradas em relação à matéria escura, decresce com o *redshift*, **contrariando modelos de evolução de *bias*** (e.g, Fry, 1996; Blanton et al., 2000).

Outro fato que confirma este resultado, e que está de acordo com o modelo hierárquico, é o aumento

da massa estimada para os halos de matéria escura, M_{eff} , para baixos *redshifts*. Este resultado indica que as estruturas estão crescendo com o tempo.

O comportamento do índice da lei de potência para galáxias satélites (parâmetro α) indica que a eficiência de galáxias satélites popularem os halos de matéria escura aumenta com a massa. Como a massa aumenta para baixos *redshifts*, então devemos ter mais galáxias satélites no intervalo $0.45 < z < 0.50$ do que no intervalo $0.55 < z < 0.60$.

Como no estudo anterior, o parâmetro σ_M é fruto das incertezas dos *photo-z* e do desconhecimento dos processos físicos que envolvem a formação de galáxias.

Impondo o critério de seleção de galáxias neste estudo com as LGs (corte de magnitude absoluta de -22.87 para as três faixas de *redshift*), o intervalo $0.45 < z < 0.50$ sofreu o maior corte de galáxias, restando 56035 objetos. Este corte fez com que neste intervalo restasse apenas as galáxias mais brilhantes. A maior fração de galáxias centrais encontrada neste estudo foi a da primeira faixa de *redshift* ($\sim 92\%$). Este resultado mostra que as galáxias mais brilhantes são de fato galáxias centrais.

| <i>Redshift</i> | σ_M | $\log[M_{min}(M_\odot)]$ | α | $\log[M_0(M_\odot)]$ | $\log[M_1(M_\odot)]$ | $n_{gals} \times 10^4 (h^3 \text{ Mpc}^{-3})$ | $\log[M_{eff}(M_\odot)]$ | b_g | $f_c(\%)$ | χ^2/dof |
|-----------------|-------------|--------------------------|-------------|----------------------|----------------------|---|--------------------------|-------------|------------|--------------|
| 0.45 < z < 0.50 | 0.01 ± 0.08 | 13.32 ± 0.04 | 1.86 ± 0.05 | 5.37 ± 3.14 | 14.40 ± 0.03 | 1.30 ± 0.15 | 13.79 ± 0.01 | 2.42 ± 0.03 | 92.4 ± 0.8 | 4.3 |
| 0.50 < z < 0.55 | 0.02 ± 0.07 | 13.22 ± 0.03 | 1.75 ± 0.04 | 1.64 ± 3.07 | 14.28 ± 0.03 | 1.70 ± 0.15 | 13.73 ± 0.01 | 2.38 ± 0.03 | 90.5 ± 0.8 | 2.0 |
| 0.55 < z < 0.60 | 0.06 ± 0.10 | 13.13 ± 0.05 | 1.62 ± 0.04 | 11.28 ± 2.81 | 14.20 ± 0.04 | 2.15 ± 0.19 | 13.65 ± 0.01 | 2.33 ± 0.03 | 88.7 ± 0.7 | 2.2 |

Tabela 8.5: Resultados dos parâmetros do modelo de halos da amostra limitada por volume em $z = 0.6$ na metodologia *jackknife*.

Capítulo 9

Conclusões

Este trabalho teve como objetivo analisar a aglomeração de galáxias em dois levantamentos distintos: o primeiro levantamento é a quarta versão liberada (T0004) do CFHTLS-*Deep* e o segundo levantamento é a oitava versão liberada (DR8) do *Sloan Digital Sky Survey*.

No CFHTLS-*Deep* foram analisadas galáxias de todos os tipos morfológicos em quatro pequenas áreas (1 grau quadrado cada) espaçadas no céu em cinco intervalos de *redshift*, totalizando 175522 galáxias com magnitude aparente na banda *i'* menor que 24. A finalidade da análise da aglomeração das galáxias desse levantamento foi verificar os impactos que as diferentes metodologias de erros e o pequeno tamanho do levantamento (*integral constraint*) causam nas medidas de correlação. As principais conclusões são as seguintes:

- O erro estimado através da metodologia variância se mostrou o mais alto em todos os intervalos de *redshift* exceto em pequenas escalas angulares no intervalo $1.1 < z < 1.3$. A metodologia variância também é a que mais oscila entre os intervalos de *redshift*.
- O erro estimado pela metodologia *bootstrap* é o segundo maior em pequenas escalas angulares, seguido pelo erro de *jackknife*. Em maiores escalas angulares o erro de *jackknife* passa a ser o segundo maior e o erro de *bootstrap* o terceiro. O erro de *bootpairs* é o menor de todas as metodologias em todos os intervalos de *redshifts* em todas as escalas angulares.
- Todas as metodologias de determinação de erros apresentam erros maiores que a metodologia de *Poisson* (até ~ 60 vezes, no caso da metodologia variância) indicando que o tamanho do levantamento do CFHTLS-*Deep* afeta a análise da aglomeração das galáxias.
- Para um levantamento deste tipo, com área aproximada de 1 grau quadrado, o ajuste de lei de potência levando em conta o *integral constraint* é essencialmente o mesmo sem *integral constraint*

até aproximadamente 0.03° . Para escalas maiores a lei de potência com *integral constraint* cai abruptamente, indicando que para o CFHTLS-*Deep* a escala máxima para o estudo da correlação é 0.1° .

- O parâmetro r_0 da correlação espacial apresentou um comportamento, em função do *redshift*, similar para todas as metodologias de erro, exceto para o erro de *jackknife* no intervalo $0.2 < z < 0.5$.
- O parâmetro γ da correlação espacial, em função do *redshift*, se mostrou o mesmo em todas as metodologias de erro e o impacto que o *integral constraint* causa neste parâmetro, assim como o caso do parâmetro r_0 , é pequeno.

No *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) foram feitas duas análises com as galáxias luminosas (LGs) da oitava amostra liberada (DR8). A primeira análise consistiu em reproduzir o estudo efetuado por Blake et al. (2008). A amostra foi separada nos intervalos $0.45 < z < 0.50$, $0.50 < z < 0.55$, $0.55 < z < 0.60$ e $0.55 < z < 0.65$ com magnitudes absolutas limiares na banda i' de -22.23 , -22.56 , -22.87 e $-23,20$ respectivamente. A segunda análise consistiu em separar a amostra nos intervalos $0.45 < z < 0.50$, $0.50 < z < 0.55$ e $0.55 < z < 0.60$ com magnitude absoluta limiar na banda i' de -22.87 constante nas três faixas. Os objetivos destas duas análises foram aplicar a lei de potência com diversas metodologias de erro a fim de verificar o comportamento dos parâmetros r_0 e γ e aplicar o modelo de halos e verificar qual é a evolução dos parâmetros desse modelo com o *redshift*:

- Primeira análise:
 - O teste χ^2 mostrou que a lei de potência não é o ajuste ideal para a correlação das LGs. E o modelo de halos representa uma melhor descrição para a distribuição de galáxias.
 - O parâmetro r_0 mostrou o mesmo comportamento em função do *redshift* para todas as metodologias de erro empregadas (exceto na faixa $0.55 < z < 0.60$ para a metodologia *jackknife*). O aumento da amplitude r_0 com o *redshift* é devido ao aumento do limiar da luminosidade das galáxias, pois galáxias mais brilhantes tendem a estarem mais aglomeradas (Madgwick et al., 2003).
 - Os valores do parâmetro γ mostraram o mesmo comportamento, essencialmente constante em *redshift* para todas as metodologias (exceto na faixa $0.55 < z < 0.60$ na metodologia *jackknife*).
 - Os valores de r_0 e γ deste trabalho estão compatíveis com os resultados encontrados por Blake et al. (2008), mas os valores do teste χ^2 deste trabalho são mais altos, indicando que a

lei de potência é menos satisfatória em explicar a correlação das galáxias deste trabalho do que a correlação das galáxias obtida por Blake et al. (2008). Este fato pode estar ligado ao fato de que as galáxias utilizadas por Blake et al. (2008) são Galáxias Vermelhas Luminosas e as galáxias deste trabalho são Galáxias Luminosas, ou seja, a amostra desse trabalho compreende não somente galáxias vermelhas, mas também galáxias de outros tipos. Além disso, o número de galáxias desse trabalho é maior que o de Blake et al. (2008), fazendo com que a barra de erro nesta análise seja menor e, conseqüentemente, o valor do teste χ^2 aumente.

- Embora ainda não represente de modo ideal as galáxias de tipo tardio, o modelo de halos se mostrou uma ferramenta importante para quantificar a aglomeração de galáxias e sua evolução temporal.
 - A oscilação do parâmetro σ_M , que representa a transição de zero para uma galáxia central é fruto das incertezas do *photo-z* e do desconhecimento dos detalhes dos processos físicos da formação das galáxias.
 - A massa efetiva média dos halos M_{eff} são bem altos ($10^{13.60-13.73} M_\odot$), indicando que as galáxias luminosas se hospedam em grandes halos massivos de matéria escura e o aumento desse parâmetro com respeito à z é devido ao aumento do limiar da luminosidade. Halos mais massivos hospedam galáxias mais brilhantes.
 - O aumento do índice α com a luminosidade (e conseqüentemente com a massa do halo) mostra que halos mais massivos são mais eficientes em hospedarem galáxias satélites.
 - O comportamento do parâmetro b_g indica que galáxias mais luminosas são mais aglomeradas, com respeito à matéria escura, do que as menos luminosas. Este resultado também está de acordo o aumento previsto do *bias* com o *redshift* (e.g., Fry, 1996; Blanton et al., 2000).
 - Aproximadamente 90% das galáxias da amostra LG são centrais.
 - Os valores dos parâmetros do modelo de halos em Blake et al. (2008) são similares aos deste trabalho, mas o teste χ^2 fornece em geral valores mais altos que Blake et al. (2008). Pela mesma razão do ajuste de lei de potência, além da barra de erro do presente estudo ser menor, a amostra utilizado neste trabalho possui galáxias de diversos tipos.
- Segunda análise:
 - Novamente, a lei de potência não representa o melhor ajuste para a correlação das LGs, sendo o modelo de halos mais adequado.

- O comportamento do parâmetro r_0 é o mesmo para todas as metodologias de erro empregadas (exceto, assim como no estudo anterior, para a metodologia *jackknife* no intervalo $0.55 < z < 0.60$). A interpretação da diminuição de r_0 com z é que as galáxias tendem a estar mais aglomeradas a medida que o tempo passa, devido à ação da gravidade.
- O parâmetro γ tem o mesmo comportamento para todas as metodologias, mostrando apenas um aumento significativo na faixa $0.55 < z < 0.60$, para compensar o aumento de r_0 neste mesmo intervalo.
- A evolução dos parâmetros α e M_{eff} com o *redshift* é oposta à evolução dos mesmos parâmetros do estudo anterior, onde antes o que determinava os seus comportamentos era o aumento do limiar da luminosidade das galáxias com z . Neste estudo o limiar da luminosidade das galáxias se manteve constante com z . A diminuição dos parâmetros α e M_{eff} com z mostra o número de galáxias satélites e a massa efetiva dos halos aumentando com o tempo, o que está de acordo com o modelo hierárquico.
- O valor do parâmetro b_g decresce com o *redshift*, contrariando modelos teóricos de evolução do *bias* (e.g., Fry, 1996; Blanton et al., 2000).

Seria interessante prosseguir na investigação de algumas questões surgidas dos resultados deste trabalho. Em particular, uma delas é a adequação e limites do modelo de halos para descrever a distribuição de tipos de galáxias mais tardios, com as Espirais que dominam em número a população global. Uma avaliação desse limite pode ser obtido repetindo-se a análise aqui apresentada para uma amostra subdividida em tipos *early* e *late* em dados de grandes levantamentos.

Essa análise em função do *redshift* poderia mostrar em que momento da evolução cósmica os halos são as estruturas dominantes em termos de aglutinação e se eles são representações adequadas apenas para uma classe de galáxias.

Referências Bibliográficas

Aihara, H., et al. 2011, ApJ, 193, 29

Alpher, R., Bethe, H., Gamow, G., 1948, Physical Rev., 73, 7, pp. 803-804.

Blake, C., et al., 2008, MNRAS, 385, 1257.

Blanton, M., 2000, ApJ, 531, 1.

Bond J. R., et l. 1991, ApJ, 379, 440.

Bullock, J. S., et al., 2001, MNRAS, 321, 559.

Carroll S. M., et al., 1992, ARA&A, 30, 499.

Collister, A. A., Lahav, O., 2004, PASP, 116, 345.

Cooray, A., Sheth, R., 2002, PhR, 372, 1.

Coupon, J., et al., 2011, arxiv, 1107.0616v1.

Dalarsson, M., Dalarsson, N., 2005, Elsevier Academic Press, *Tensor Calculus, Relativity and Cosmology: A First Course*.

Davis, M., Peebles, P.J.E., 1983, ApJ, 267, 465.

Eisenstein, D. J., et al., 2005, ApJ, 633, 560.

Eisenstein, D.J. & Hu, W. 1999, ApJ, 511, 5.

Friedmann, A., 1922, Z.Phys, 10, 377.

Fry J. N., 1996, ApJ, 461, 65.

Gil-Marín, H., et al., 2011, MNRAS, 414, 1207.

Górski, K. M., et al., 2005, ApJ, 622, 759.

Gott, J.R., Turner, E.L., 1979, ApJ, 232L, 79.

Groth, E. J. e Peebles, P. J. E., 1977, 217, 385

Guth, A. H., Phys. Rev. D23, 347, 1981.

Guzzo, L., et al., 1991, ApJ, 382, L5.

Hamilton, A. J. S., 1993, ApJ, 417, 19.

Harrison, E. R., 1970, Phys. Rev. D., 1, 2726.

Ilbert, O., et al, 2006, A&A, 457, 841.

Jenkins, A., et al., 1998, ApJ, 499, 20.

Jenkins, A., et al., 2001, MNRAS, 321, 372.

Jing, Y. P., 1998, ApJ, 503, 9.

Kauffmann, G., et al., 1999, MNRAS, 303, 188.

Landy, S. D., Szalay, A. S., 1993, ApJ, 412, 64.

Lemaitre, G. E., 1927, Ann. Soc. Sci. de Bruxelles, 47A, 49.

Lewis, A., et al. 2000, ApJ, 538, 473.

Limber, N. D., 1953, ApJ, 117, 134.

Madgwick, D. S., et al., 2003, MNRAS, 344, 847.

Martínez, V. J., et al., 2009, ApJ, 696, 93.

Matthews, D. J., Newman, J. A., 2012, ApJ, 745, 180.

McCracken, H. J., et al., 2008, A&A, 479, 321.

Mo, H. J., White, S. D. M., 1996, MNRAS, 282, 34.

Mo, H., et al., 2010, Cambridge University Press, Galaxy Formation and Evolution.

Navarro J. F., et al., 1996, ApJ, 462, 563.

Norberg, P., et al., 2009, MNRAS, 396, 19N.

Padmanabhan, T., 1993, Cambridge University Press, Structure Formation of the Universe.

Padmanabhan, T., 1996, Cambridge University Press, Cosmology and Astrophysics Through Problems.

Peebles, P. J. E., 1974, ApJ, 189, 51.

Peebles, P. J. E., 1974, A&A, 32, 197.

Peebles, P. J. E. , 1980, *The Large Scale Structure of the Universe*, (Princeton: Princeton Univ. Press).

Peebles, P.J.E., Hauser, M.G., 1974, ApJS, 28, 19.

Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999, ApJ, 517, 565.

Phleps, S., et al., 2006, A & A, 457, 145.

Press, W H., Schechter, P., 1974, ApJ, 187, 425.

Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, AJ, 116, 1009.

Roche, N. D., et al., 2002, MNRAS, 337, 1282.

Robertson, H. P., 1929, Proc. Natl. Acad. Sci, 15, 822.

Ross, A. J., et al., 2011, MNRAS, 417, 1350.

Rubin, V., Ford, W. K., Jr. e Thonnard, N. 1978, AJ, 225, 107.

Ryden, B., Introduction to Cosmology, 2003, Addison Wesley.

Sawangwit, U, et al., MNRAS, 416, 3033.

Schneider, P., Extragalactic Astronomy and Cosmology: An Introduction, 2006, Springer Berlin Heidelberg New York.

Sheth R. K., et al., 2001, MNRAS, 323, 1.

Sheth, R. K., Tormen, G., 1999, MNRAS, 308, 119.

Springel, V. F., et al., 2006, Nature, 440, 1137.

Tinker, J. L., et al., 2005, ApJ, 631, 41.

Totsuji, H., Kihara, T., 1969, PASJ, 21, 221.

Wake, D., et al., 2006, MNRAS, 372, 537.

Walker, A. G., 1936, Proc. Lond. Math. Soc., (2) 42, 90.

Willmer, C. N. A., et al., 1998, AJ, 115, 869.

White, M., et al., 2011, ApJ, 728, 126

White, S. D. M., Frenk, C. S., 1991, ApJ, 379, 52.

White, S. D. M, Rees, M. J, 1978, MNRAS, 183, 341.

Zheng, Z., 2004, ApJ, 610, 61.

Zheng, Z., et al., 2005, ApJ, 633, 791.

Zeldovich, Y. B., 1972, MNRAS, 160, 1.

Zehavi, I., et al., 2004, ApJ, 120, 1579.

Zwicky, F., 1933, Helv. Phys. Acta, 6, 110.

Zwicky, F., 1937, ApJ, 86, 217.