

Sérgio Santos Filho

Métodos Alternativos na Astrometria dos Satélites Principais de Urano

Rio de Janeiro

Outubro de 2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO – UFRJ
OBSERVATÓRIO DO VALONGO – OV

Sérgio Santos Filho

Métodos Alternativos na Astrometria dos Satélites Principais de Urano

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Astronomia.

Orientador: Dr. Marcelo Assafin

Rio de Janeiro
Outubro de 2019

CIP - Catalogação na Publicação

S195m Santos Filho, Sérgio
Métodos Alternativos na Astrometria dos
Satélites Principais de Urano / Sérgio Santos
Filho. -- Rio de Janeiro, 2019.
150 f.

Orientador: Marcelo Assafin.
Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio
de Janeiro, Observatório do Valongo, Programa de Pós
Graduação em Astronomia, 2019.

1. Satélites Principais de Urano. 2.
Astrometria. 3. Fotometria. 4. Dinâmica. 5.
Efemérides. I. Assafin, Marcelo, orient. II. Título.

Métodos alternativos na astrometria dos satélites principais de Urano

Sérgio Santos Filho

Dr. Marcelo Assafin (Orientador)

Tese de doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências - Astronomia.

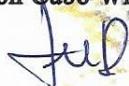
Aprovada por:



Presidente, Dr. Marcelo Assafin- (Orientador) - OV/UFRJ



Dr. Othon Cabo Winter - (Avaliador Externo) - UNESP



Dr. Fernando Virgilio Roig- (Avaliador Externo) - ON/MCTIC



Dr. Alexandre Humberto Andrei- (Avaliador Interno) - ON/MCTIC e OV/UFRJ



Dr. Adrian Rodriguez Colucci- (Avaliador Interno) - OV/UFRJ

Rio de Janeiro
Outubro de 2019

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Quero agradecer em primeiro lugar à minha família e amigos, pela força, paciência e coragem durante toda esta caminhada.

Agradeço a todos os professores que me acompanharam direta ou indiretamente durante a graduação em Astronomia, a licenciatura em Física e este projeto de Doutorado, em especial ao Prof. Dr. Marcelo Assafin pelo muito que me ensinou e pelo privilégio da orientação neste trabalho. Meus agradecimentos também a todos os funcionários, técnicos e prestadores de serviço do nosso querido Observatório do Valongo, incluindo os que já não estão mais conosco.

Quero agradecer também ao grupo de Astrometria do Rio de Janeiro pelo trabalho em equipe, pela contribuição com este trabalho e pela co-autoria do artigo das aproximações mútuas, em especial aos Doutores Bruno Eduardo Morgado e Altair Ramos Gomes Júnior, o primeiro pela co-orientação (mesmo que não oficial) e por ter sido meu instrutor nas observações antes mesmo da ótima disciplina de métodos observacionais, e o segundo pela paciência com que me auxiliou em muitos momentos, em especial com o Linux. Um agradecimento especial ao Dr. Roberto Vieira Martins pela recepção no Grupo do Rio e no Observatório Nacional, e também pela ajuda com algumas contas em momentos cruciais do projeto.

Agradeço também a Taysa Bassallo, pela ajuda nas observações, e aos técnicos do Observatório do Pico dos Dias pelo apoio durante as dezenas de noites de observação.

Por fim, meus agradecimentos à banca, por aceitarem o convite para a defesa, e pelas correções, comentários e sugestões, algumas já implementadas neste texto e todas levadas em consideração na continuidade das atividades de pesquisa.

Eu dedico esta Tese à memória dos meus pais Sérgio Santos e Maria Amélia Figueiredo Santos, que me levaram à inauguração do Planetário do Rio e me deram uma luneta ao me verem encantado com o incrível céu da minha Cambuquira-MG.

Dedico também à minha esposa Luciana Bechara de Carvalho, meus filhos Daniel Donati Santos, Julia de Carvalho Santos e Eduardo de Carvalho Santos, e a meu neto Gabriel Dória Donati.

Resumo

Métodos Alternativos na Astrometria dos Satélites Principais de Urano

Sérgio Santos Filho

Orientador: Dr. Marcelo Assafin

Resumo da Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências - Astronomia.

Observar satélites naturais para obter posições precisas é fundamental para contribuir com a melhoria contínua dos modelos dinâmicos de suas órbitas ao redor do planeta central, contribuindo para o conhecimento da dinâmica dos sistemas planetários.

Melhorar órbitas e efemérides exige astrometria sistemática por longos períodos de tempo, com medidas precisas e acuradas de posições, distâncias relativas e outros observáveis.

Fazer astrometria de alta precisão dos satélites de Urano é atualmente bastante desafiador. Nenhuma sonda irá orbitar o sistema antes de 2040, impedindo a astrometria espacial. Novas medições de alta precisão de fenômenos mútuos só ocorrerão em 2050. Urano está passando lentamente por uma região do céu sem muitas estrelas, já há algum tempo, e pelos próximos cinco anos, o que dificulta o mapeamento de distorções de FOV abaixo de 50 mas. Na prática, apenas algumas estrelas utilizáveis estão presentes, não em número suficiente e não uniformemente distribuídas no FOV, mesmo com o uso do catálogo Gaia. Além disso, por essa razão, nenhuma ocultação estelar está prevista nos próximos anos para os satélites de Urano.

Neste contexto, este trabalho explora métodos alternativos para fazer astrometria de alta precisão dos 5 satélites principais de urano: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon, sem utilizar estrelas de referência. Embora pareça impossível à primeira vista nós provamos que todos os métodos estudados nesta Tese funcionam bem, sendo que 2 dos 3 são procedimentos totalmente originais.

Os métodos são: a) fenômenos mútuos, i.e., ocultações e eclipses entre os satélites observados em 2007; b) aproximações mútuas, que são aproximações aparentes entre dois satélites no plano do céu; c) astrometria diferencial em distância (ADD), que é a evolução no tempo da razão das distâncias aparentes de dois pares de satélites no plano do céu.

Esses métodos alternativos fornecem posições relativas e outros observáveis com alta precisão, com a vantagem de serem independentes de estrelas de referência, como na astrometria clássica, na qual as posições das estrelas de catálogo são usadas para se materializar no FOV o sistema de referência (ICRS).

Nós usamos alguns procedimentos para melhorar ainda mais os resultados, como a cononografia digital das imagens para eliminar a luz difusa de Urano, e melhorar as medidas para Miranda, Ariel e Umbriel, bem como os novos recursos de medição astrométrica dos centroides (x,y) , do pacote PRAIA (Plataforma para Redução Automática de Imagens Astronômicas).

Nós conseguimos re-reduzir os dados de 17 fenômenos mútuos observados em 2007 em vários observatórios, mas apenas 11 eventos mostraram um bom ajuste e são úteis para o trabalho de efemérides. Os erros internos do instante central e do parâmetro de impacto foram menores que 5 mas e 2.5 mas, respectivamente. A comparação com as efemérides dá um erro externo de 11 mas. Outros autores obtiveram erros externos de cerca de 20 mas em seus trabalhos com fenômenos mútuos.

Para 23 aproximações mútuas observadas envolvendo todos os 5 satélites principais de Urano, além de instantes centrais, medimos o parâmetro de impacto e a velocidade relativa em unidades de mili-segundos de arco pela primeira vez, usando uma variante do método das aproximações mútuas desenvolvido por Bruno Morgado e colaboradores para os satélites galileanas de Júpiter. Nossos resultados mostram erros nas posições relativas, inclusive para Miranda, de cerca de 45 mas por coordenada, duas vezes melhor que na astrometria clássica CCD para este satélite, e comparáveis às incertezas publicadas para os fenômenos mútuos entre os satélites de Urano. Para o sistema de Urano, os erros totais de astrometria CCD clássica em posições relativas para cada coordenada são cerca de 100 mas para Miranda e 50 mas para os outros satélites, tomando Oberon como referência. Trabalhos recentes usando um FOV maior e o catálogo Gaia relataram observações feitas entre 2014 e 2016, com erros de posição relativos para Miranda-Oberon de 44 e 36 mas em (α,δ) respectivamente.

Outro método desenvolvido durante este trabalho foi a Astrometria Diferencial em Distância (ADD), uma nova técnica inspirada na fotometria diferencial. Aplicamos este

método para todas as imagens úteis tomadas nas observações de aproximações mútuas. A precisão relativa normalizada foi impressionante, abaixo de 1%, dificilmente alcançada pela fotometria diferencial de alta precisão, geralmente entre 1% e 5% nos melhores casos.

Este trabalho mostra o potencial de nossos resultados para melhorar as atuais órbitas e efemérides dos satélites principais de Urano, com exatidão e precisão que podem ser úteis para futuras missões espaciais visando o sistema, e para a previsão de futuras ocultações estelares.

Palavras-chaves: Astrometria, fotometria, fenômenos mútuos, aproximações mútuas, efemérides, satélites principais de Urano: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon.

Rio de Janeiro

Outubro de 2019

Abstract

Alternative Methods for the Astrometry of the Uranus Main Satellites

Sérgio Santos Filho

Orientador: Dr. Marcelo Assafin

Abstract da Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Astronomia, Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências - Astronomia.

Observing natural satellites in order to obtain precise positions is fundamental for supporting the continuous improvement of the dynamic models of their orbits around the central planet, contributing to the knowledge of planetary systems' dynamics.

Improving orbits and ephemeris demands systematic astrometry over extended periods of time, with accurate and precise measurements of positions, relative distances and other observables.

Doing high precision astrometry on Uranus' moons is currently quite challenging. No probes will orbit the system before 2040, preventing space astrometry. New high precision mutual phenomena measurements will only occur in 2050. Uranus is slowly passing through a sky region without much stars, for some time by now, and for the next five years, which difficults mapping FOV distortions below 50 mas. In practice, only a few usable stars are usually present, not in enough number and not uniformly distributed in the FOV, even with the use of Gaia. Besides, for this reason, no feasible stellar occultations are foreseen in the next years for Uranus' satellites.

In this context, this work explores alternative methods to do high precision astrometry of the five main Uranus' satellites: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania and Oberon, without using catalog stars as reference. Although it seems impossible at first sight, we prove that all the methods studied in this Thesis work fine, with two out of three representing original procedures. The methods are: a) mutual phenomena, i.e. occultations and eclipses between the satellites observed in 2007; b) mutual approximations, that are relative approximations between two satellites in the sky plane; c) differential astrometry

in distance, which is the time evolution in the ratio of apparent distances of two pairs of satellites in the sky plane.

These alternative methods furnish relative positions and related observables with high precision, with the advantage of being independent of reference stars, as in classic astrometry, in which the positions of the catalog stars are used to materialize in the FOV the reference system (ICRS).

We used some procedures to further enhance the results, like digital coronagraphy on the images to eliminate Uranus' scattered light, improving measurements for Miranda, Ariel and Umbriel, and the astrometric (x,y) measurement resources of the PRAIA package (Platform for Reduction of Astronomical Images Automatically).

We managed to re-reduce data from 17 mutual phenomena observed in 2007 from several observatories, but only 11 events showed a good adjustment and are useful for ephemeris work. The internal errors for the central instant and impact parameter were less than 5 mas and 2.5 mas respectively. Comparison to the ephemeris gives an external error of 11 mas. Other authors obtained external errors of about 20 mas in their mutual phenomena work.

For 23 observed mutual approximations involving all 5 main Uranus moons, besides central instants, we measured the impact parameter and relative velocity in milliarcsecond unities for the first time ever, by using a variant of the original mutual approximation method developed by Bruno Morgado and colleagues for the Jupiter's Galilean moons. Our results show relative position errors, including Miranda, of about 45 mas per coordinate, twice as better as in classical CCD astrometry for this satellite, and comparable to mutual phenomena published uncertainties for the Uranus' moons. For the Uranus system, classical CCD astrometry total errors in relative positions for each coordinate are about 100 mas for Miranda and 50 mas for the other satellites, by taking Oberon as reference. Recent work using a larger FOV and the Gaia catalog reported observations made between 2014-2016, with Miranda-Oberon relative position errors of 44 and 36 mas in (α, δ) respectively.

Another method developed during this work was the Differential Astrometry in Distance (DAD), a brand new technique inspired in differential photometry. We applied this method for all the useful images taken in the observations of mutual approximations. The normalized relative precision was impressive, below 1%, hardly achieved by high precision differential photometry, usually between 1% and 5% in the best cases.

This work shows the potential of our results for improving the current orbits and

ephemeris of the main moons of Uranus, with accuracy and precision that can be helpful to future space missions aiming at the system, and for the prediction of future stellar occultations.

Key-words: astrometry, photometry, mutual phenomena, mutual approximations, ephemeris, Uranus' satellites: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania and Oberon.

Rio de Janeiro

Outubro de 2019

Sumário

	Lista de ilustrações	21
	Lista de tabelas	31
1	INTRODUÇÃO	33
2	TRATAMENTO DE IMAGENS E GERAÇÃO DE EFEMÉRIDES . .	41
2.1	Calibração fotométrica padrão	41
2.2	Coronagrafia digital	42
2.3	Fotometria e astrometria com o pacote PRAIA	43
2.4	Efemérides	46
3	FENÔMENOS MÚTUOS	47
3.1	O método dos fenômenos mútuos	47
3.2	Escopo do trabalho	49
3.3	Redução dos dados	49
3.4	Resultados	52
4	APROXIMAÇÕES MÚTUAS	57
4.1	O método original das aproximações mútuas	57
4.2	A nossa variante do método das aproximações mútuas	59
4.3	Instante central, parâmetro de impacto e velocidade relativa	61
4.4	Escala de pixel e ângulo de orientação do CCD	69
4.5	Efeitos astronômicos nas coordenadas aparentes observadas e de efemérides	70
4.6	Conversão do instante central, distâncias e velocidades relativas de aparentes observadas para astrométricas	71
4.7	Seleção de eventos e observações	72
4.7.1	Previsão e seleção dos eventos	72
4.7.2	Missões observacionais	73
4.8	Ajustes das curvas, distâncias e velocidades	76
4.9	Resultados e análise	78
4.9.1	Análise dos resultados	81
5	ASTROMETRIA DIFERENCIAL EM DISTÂNCIA	87
5.1	O método da astrometria diferencial em distância - ADD	87
5.2	Redundâncias	92

5.3	Análise de erros	95
5.4	Observações	95
5.5	Redução de dados	96
5.6	Resultados	98
5.6.1	Distribuição dos <i>offsets</i> de efemérides	98
6	USO DOS OBSERVÁVEIS NO AJUSTE DE ÓRBITAS E EFEMÉRIDES	105
6.1	Uso do instante central, parâmetro de impacto, velocidade relativa, e distâncias e velocidades relativas em (α, δ)	105
6.2	Uso das razões de distâncias	107
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	109
7.1	Comentários e conclusões	109
7.2	Perspectivas futuras	112
	REFERÊNCIAS	115
	APÊNDICES	119
	APÊNDICE A – GRÁFICOS FENÔMENOS MÚTUOS	121
	APÊNDICE B – CURVAS DE DISTÂNCIA DAS APROXIMAÇÕES MÚTUAS	127
	APÊNDICE C – CURVAS DE VELOCIDADE DAS APROXIMAÇÕES MÚTUAS	139

Lista de ilustrações

Figura 1 – Trajetória aparente de Urano em coordenadas galáticas, de 2005 a 2025, com a Via Láctea como fundo. Crédito: B.E.Morgado.	35
Figura 2 – Coronagrafia digital de uma imagem do sistema de Urano. À esquerda a imagem original, e à direita a mesma imagem após a retirada da luz espalhada de Urano, onde podemos destacar a diferença principalmente para Miranda, por ser muito próximo de Urano. A parte inferior da ilustração mostra o perfil do fluxo luminoso ao longo de uma linha que liga os centros das imagens de de Urano e Miranda. Créditos: Camargo et al. (2015).	44
Figura 3 – Representação esquemática de um fenômeno mútuo (crédito: Morgado (2015)). A figura mostra o instante central (t_{min}) da ocultação do satélite menor pelo maior, quando a distância aparente entre ambos (Δb) é mínima (parâmetro de impacto). A curva de luz correspondente, obtida ao longo do tempo, é representada no topo a direita.	48
Figura 4 – Curva de luz da ocultação de Ariel por Umbriel obtida no OPD em 19/08/2007, apresentando o Fluxo normalizado em função do tempo em minutos contados a partir de 0h UTC (< http://nsdb.imcce.fr/obsph/obsph-en/Umu/20070819_2o1_ITA.htm >).	51
Figura 5 – Normalização original utilizada em Arlot e t al., 2013. Percebe-se uma assimetria nos pontos fora do evento em relação ao valor unitário.	55
Figura 6 – Nova normalização, feita com o pacote PRAIA.	55
Figura 7 – Representação de uma aproximação mútua. As setas correspondem aos vetores velocidade instantânea dos satélites. Neste caso não ocorrem ocultações ou eclipses. No mais, a situações é totalmente análoga a dos fenômenos mútuos, até mesmo os parâmetros geométricos que descrevem o movimento relativo dos satélites são os mesmos. Crédito: (Morgado, 2015).	58
Figura 8 – Representação de uma aproximação mútua.	65
Figura 9 – Rotação entre eixos em uma aproximação mútua. Com origem no satélite 2, o eixo DD representa a direção da variação do parâmetro de impacto, e o eixo DT*V a direção da variação do instante central. Os eixos ($\Delta X, \Delta Y$) são paralelos e crescem no mesmo sentido dos eixos (X, Y) da figura 8, e representam as direções dos <i>offsets</i> de efeméride das distâncias inter-satélites em (α, δ) (com o fator $\cos \delta$ aplicado em α).	67

- Figura 10 – Os pontos são as posições dos satélites nas órbitas em torno de Urano projetadas no plano do céu para as noites das aproximações. As linhas representam as órbitas de referência para a época média das observações, 2017.5. 76
- Figura 11 – Curva de distâncias aparentes no plano do céu para a aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As distâncias aparentes estão afetadas pelo ângulo de fase solar, deflexão e aberração da luz, tempo de luz e refração atmosférica. $t=0$ é o instante central aparente topocêntrico observado. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 81
- Figura 12 – Curva de velocidades aparentes no plano do céu para a aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As velocidades aparentes estão afetadas pelo ângulo de fase solar, deflexão e aberração da luz, tempo de luz e refração atmosférica. $t=0$ é o instante central aparente topocêntrico observado. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 82
- Figura 13 – *Offsets* do instante central astrométrico topocêntrico (mas) e do parâmetro de impacto no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 8. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais do instante central e do parâmetro de impacto) comparados com o valor de 1σ da média desses erros, 14.8 mas, calculado a partir dos erros internos médios do instante central e do parâmetro de impacto listados no final da tabela 8. 83
- Figura 14 – *Offsets* das velocidades astrométricas topocêntricas angulares relativas (X,Y) nas direções (α,δ) no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 8. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais de X e Y) comparados ao valor de 1σ da média desses erros, 14.5 mas, calculado a partir dos erros internos médios de X e Y listados no final da tabela 8. 84
- Figura 15 – *Offsets* de \dot{X} e \dot{Y} astrométricos topocêntricos (mas/s) no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 9. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais de \dot{X} e \dot{Y}) comparados com o valor de 1σ da média desses erros, 0.024 mas/s, calculado a partir dos erros internos médios de \dot{X} e \dot{Y} , listados no final da tabela 9. 86
- Figura 16 – Exemplos de combinações entre pares de satélites. 88

- Figura 17 – Ajuste polinomial de primeiro grau à evolução temporal da razão das distâncias entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, em preto, estão os valores obtidos a partir das efemérides, e em amarelo está o ajuste. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, que apresentam uma curvatura indicando problema no ajuste. 90
- Figura 18 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, em preto, estão os valores obtidos a partir das efemérides, e em amarelo está o ajuste. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, que apresentam distribuição razoavelmente uniforme em torno do zero. 91
- Figura 19 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, os pontos pretos são as razões de distâncias observadas a cada instante, em amarelo está o ajuste às razões observadas e em azul estão as efemérides geradas para os mesmos instantes. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, bem como seu desvio padrão e erro relativo. 92
- Figura 20 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Titânia e Ariel, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, os pontos pretos são as razões de distâncias observadas a cada instante, em amarelo está o ajuste às razões observadas e em azul estão as efemérides geradas para os mesmos instantes. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, bem como seu desvio padrão e erro relativo. 93
- Figura 21 – Exemplo de configuração hipotética dos 5 satélites principais de Urano. As distâncias em preto são o contorno do polígono que une as posições dos 5 satélites. Além dessas 5 distâncias, mais 3 são necessárias para amarrar geometricamente as posições relativas (em azul). As outras 2 distâncias (em vermelho) não são independentes, estão determinadas pelas 8 outras. Em cinza está uma outra possível posição para o satélite 5, com as mesmas distâncias aos satélites 1 e 4, descartada pela restrição imposta pelas amarrações em azul. Para amarrar a posição relativa de um satélite é necessário saber sua distância a 3 outros satélites. 94

- Figura 22 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Oberon, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 100
- Figura 23 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Titânia, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 101
- Figura 24 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Umbriel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 101
- Figura 25 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 102
- Figura 26 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Oberon e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 102
- Figura 27 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Titânia e Umbriel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 103
- Figura 28 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Umbriel e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste. 103

Figura 29 – Distribuição de frequências das diferenças médias entre as razões de distâncias observadas e calculadas pelas efemérides. Cada unidade na contagem refere-se a uma combinação de pares de satélites em uma sequência. Neste histograma estão consideradas apenas as diferenças menores do que 0.01.	104
Figura 30 – Ocultação de Umbriel por Oberon, observada em 04/05/2007 no observatório Faulkes South, em Siding Spring, Austrália.	121
Figura 31 – Ocultação de Umbriel por Oberon, observada em 06/08/2007 no observatório das Ilhas Canárias, na Espanha.	122
Figura 32 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 13/08/2007 no observatório de Pic du Midi, na França.	122
Figura 33 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 13/08/2007 no observatório Pico dos dias, em Brazópolis, Minas Gerais, Brasil.	123
Figura 34 – Ocultação de Oberon por Umbriel, observada em 14/08/2007 no observatório Pico dos dias, em Brazópolis, Minas Gerais, Brasil.	123
Figura 35 – Ocultação de Titania por Umbriel, observado em 15/08/2007 no observatório de Kent, Seattle, USA.	124
Figura 36 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 19/08/2007, no observatório ESO - La Silla, no Chile.	124
Figura 37 – Eclipse de Ariel por Umbriel, observado em 04/12/2007 em Apache Point, Novo México, USA.	125
Figura 38 – Eclipse de Titânia por Umbriel, observado em 08/12/2007 no observatório ESO-VLT Paranal, no Chile.	125
Figura 39 – Eclipse de Titânia por Umbriel, observado em 08/12/2007 no observatório de Monterrey, no México.	126
Figura 40 – Eclipse de Titânia por Oberon, observado em 17/12/2007 no observatório de Hanle, na Índia.	126
Figura 41 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 13/10/2015. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.	127
Figura 42 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.	128
Figura 43 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.	128

- Figura 44 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 129
- Figura 45 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 11/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 129
- Figura 46 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Umbriel em 23/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 130
- Figura 47 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 03/11/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 130
- Figura 48 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 131
- Figura 49 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 131
- Figura 50 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 132
- Figura 51 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 132
- Figura 52 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 11/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 133

- Figura 53 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Oberon em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 133
- Figura 54 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 134
- Figura 55 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 134
- Figura 56 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/10/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 135
- Figura 57 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 13/11/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 135
- Figura 58 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 16/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 136
- Figura 59 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 17/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 136
- Figura 60 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 137
- Figura 61 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Titânia e Oberon em 19/08/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 137

- Figura 62 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 28/09/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 138
- Figura 63 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 22/10/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 138
- Figura 64 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 13/10/2015. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 139
- Figura 65 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 140
- Figura 66 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 140
- Figura 67 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 141
- Figura 68 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 11/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 141
- Figura 69 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Umbriel em 23/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 142
- Figura 70 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 03/11/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 142

- Figura 71 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 143
- Figura 72 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 143
- Figura 73 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 144
- Figura 74 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 144
- Figura 75 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 11/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 145
- Figura 76 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Oberon em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 145
- Figura 77 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 146
- Figura 78 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 146
- Figura 79 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/10/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 147

- Figura 80 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 13/11/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 147
- Figura 81 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 16/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 148
- Figura 82 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 17/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 148
- Figura 83 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 149
- Figura 84 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Titânia e Oberon em 19/08/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 149
- Figura 85 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 28/09/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.e 150
- Figura 86 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 22/10/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste. 150

Lista de tabelas

Tabela 1 – Observatórios que observaram fenômenos mútuos.	50
Tabela 2 – Códigos e raios dos satélites.	51
Tabela 3 – Razões de albedo.	52
Tabela 4 – Resultados fenômenos mútuos.	53
Tabela 5 – Fenômenos mútuos - eventos descartados.	54
Tabela 6 – Observatório e instrumentos. Observações entre 2015 e 2018.	73
Tabela 7 – Informações observacionais para os 23 eventos.	75
Tabela 8 – Resultados 23 aproximações mútuas: instante central, parâmetro de impacto, e distâncias relativas em componentes no instante central.	79
Tabela 9 – Resultados 23 aproximações mútuas: velocidades relativas no instante central.	80
Tabela 10 – Sequências de imagens para medidas com o método da ADD.	97
Tabela 11 – Resultados razões de distâncias.	99

1 Introdução

A astrometria de satélites naturais é importante para uma melhor determinação e aprimoramento contínuo dos modelos dinâmicos de suas órbitas em torno do planeta central (Jacobson, 2014), contribuindo para o conhecimento da dinâmica dos sistemas planetários de uma forma geral. O melhor conhecimento das órbitas dos satélites enriquece o estudo da origem (Charnoz et al., 2011; Crida; Charnoz, 2012) e evolução (Lainey, 2008; Lainey et al., 2009) desses corpos.

Adicionalmente, a obtenção de posições precisas desses satélites impõe importantes vínculos e restrições à formação e evolução do Sistema Solar (Nogueira; Brasser; Gomes, 2011). Portanto, de maneira ainda mais abrangente, esse estudo tem impacto também na origem e evolução dinâmica de sistemas de exoplanetas.

A melhoria contínua do conhecimento das órbitas dos satélites pode contribuir para a caracterização de complexas interações dinâmicas de baixa intensidade que possam existir no sistema, como é o caso das forças de maré, que fornecem importantes informações sobre as propriedades dos interiores desses objetos, e de sua evolução dinâmica.

Além dos aspectos dinâmicos, o melhor conhecimento das órbitas, e a consequente melhoria nas efemérides, favorece a investigação dos satélites por outras formas enriquecedoras, como a exploração espacial e ocultações estelares.

Quando a Voyager II visitou o sistema de Urano em 1986 e fotografou suas luas (Smith et al., 1986), o ponto sub solar estava no hemisfério sul de Urano e dos satélites. Agora o equador e uma parte considerável ao norte estão visíveis da Terra.

Isso faz crescer o interesse por estudos sobre essas partes da superfície que passaram a estar iluminadas e voltadas para nós, de forma a permitir a comparação com o que se conhece sobre as porções mais ao sul, em busca de possíveis novas características que tragam informações a respeito das forças que esculpam as superfícies desses corpos.

Esses tópicos estão no escopo de futuras missões de sondas espaciais que deverão ser lançadas a partir de 2030, chegando ao sistema de Urano não antes de 2040 (Hofstadter et al., 2019).

Efemérides de qualidade são imprescindíveis para o planejamento e execução de missões de exploração espacial que tenham como objetivo colocar sondas orbitando o planeta para o seu estudo e para o estudo de suas luas. O conhecimento acurado das posições dos satélites permite a economia de quantidades consideráveis de combustível em manobras, o que diminui o peso da espaçonave no lançamento e o custo da missão, maximizando a carga útil de instrumentos a bordo.

Em observações com telescópios na Terra, as ocultações estelares contribuem muito com o conhecimento das características físicas dos corpos do Sistema Solar em geral, e em particular dos satélites naturais (Sicardy et al., 2006a; Sicardy et al., 2006b; Widemann et al., 2009; Morgado et al., 2019b). Medidas acuradas de tamanho e albedo, bem como informações sobre os formatos dos corpos, podem ser obtidas de forma precisa em observações de ocultações estelares de forma independente do ângulo de fase solar. Nas ocultações também é possível investigar as regiões do entorno dos corpos, incluindo a detecção de atmosferas nos satélites e sua caracterização preliminar.

O sucesso da observação de uma ocultação estelar depende da predição acurada do caminho a ser percorrido pela sombra do objeto sobre a superfície da Terra, e o momento da passagem da sombra sobre os pontos de observação. Uma boa predição depende da posição acurada da estrela ocultada e da qualidade das efemérides do corpo ocultador (Assafin et al., 2010; Assafin et al., 2012; Benedetti-Rossi et al., 2014; Camargo et al., 2014; Gomes-Junior et al., 2015; Gomes-Junior et al., 2016). Além disso, a observação positiva de ocultações estelares também é uma fonte de informação astrométrica acurada sobre o objeto ocultador (Desmars et al., 2015).

O aprimoramento dos modelos dinâmicos, e logo das órbitas e efemérides, demanda medidas astrométricas acuradas e precisas dos satélites por longos períodos de tempo, como a determinação de posições, distâncias relativas e outros observáveis com alta precisão. Essas medidas são ajustadas a modelos dinâmicos teóricos por meio do cálculo variacional (Lainey et al., 2009).

No entanto, já há algum tempo e pelos próximos cinco anos Urano está passando lentamente por uma região do céu com muito poucas estrelas de referência, mesmo fracas, como podemos visualizar na figura 1, onde a trajetória aparente de Urano em coordenadas galáticas, de 2005 a 2025, longe do plano galático, é apresentada em verde tendo o mapa de densidades estelares da Via Láctea¹ produzido pela missão Gaia como fundo.

Isso dificulta o emprego dos métodos astrométricos tradicionais, e é a causa de não haver ocultações estelares esperadas para esse período para os satélites. Além disso, infelizmente nenhuma sonda espacial irá orbitar ou passar pelo sistema pelo menos até o ano de 2040 conforme Hofstadter et al. (2019), descartando a possibilidade de fazer-se astrometria espacial.

Na astrometria clássica padrão com CCD (*Charge Coupled Device*) a partir de observações de solo, a determinação das posições em ascensão reta e declinação é feita com base em estrelas de catálogo, que materializam o sistema de referência ICRS (*International Celestial Reference System*) nas imagens adquiridas. Assim, a qualidade dos resultados depende do bom imageamento dos satélites e de um número suficiente de estrelas de

¹ Website: <<https://sci.esa.int/web/gaia/>>

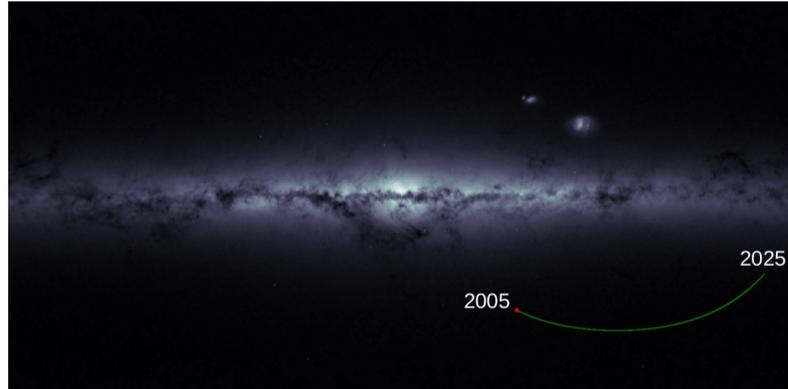


Figura 1 – Trajetória aparente de Urano em coordenadas galáticas, de 2005 a 2025, com a Via Láctea como fundo. Crédito: B.E.Morgado.

catálogo para mapear as distorções de campo.

No caso do sistema de Urano o bom imageamento de todos os satélites dificilmente acontece. Miranda, que é o mais interno dos cinco satélites principais, tem brilho muito fraco (magnitude $R \simeq 16$), e está sempre muito próximo a Urano, dez ordens de magnitude mais brilhante ($R \simeq 6$). Mesmo Ariel ($R \simeq 14$) e em menor extensão Umbriel ($R \simeq 15$) ainda estão passando perto do disco do planeta devido à relativa proximidade ao equinócio de 2007, e também são afetados pela luz contaminante do corpo central.

Sendo assim, é necessário utilizar telescópios de longo foco com aberturas relativamente grandes de 1 a 2 metros para imagear objetos de fraco brilho, e permitir uma melhor resolução espacial, o que limita o tamanho do campo a alguns poucos minutos de arco, reduzindo o número de estrelas disponíveis no campo. Além disso, as exposições têm que ser muito curtas evitando saturar a imagem do planeta e para minimizar a contaminação pela luz proveniente de Urano. Com isso as estrelas, sobretudo as mais fracas, ficam subexpostas.

Assim, na prática somente algumas poucas estrelas são detectáveis nos campos, em número insuficiente e distribuídas de forma irregular. Isso não permite um bom mapeamento das distorções de campo dificultando a obtenção de ascensões retas e declinações precisas e acuradas dos satélites.

Mesmo com os resultados do satélite astrométrico Gaia não está claro que, nessas condições, a situação será resolvida. Apesar de termos as posições das estrelas com qualidade muito superior, ainda serão poucas estrelas para dar conta da deformação óptica presente nos FOV (campos de visada, do inglês *Field of View*), que exigem a utilização de polinômios nos ajustes no plano tangente, e logo necessitam de um número suficiente estrelas de catálogo, fazendo com que o impacto do catálogo Gaia na astrometria dos satélites de Urano possa ser menor do que o esperado.

Quando há um número suficiente de estrelas de catálogo nos campos observados de

Urano como havia há alguns anos, tomando posições relativas em relação a Oberon, os métodos astrométricos clássicos alcançaram para cada coordenada posições relativas com precisão em torno de 100 mas para Miranda e 50 mas para os outros satélites (Camargo et al., 2015).

Recentemente, utilizando campos maiores obtidos com um telescópio de 1 metro de diâmetro e o catálogo Gaia DR1, Xie et al. (2019) reportaram observações feitas entre 2014 e 2016, com erros nas posições relativas Miranda em relação a Oberon de 44 e 36 mas em ascensão reta e declinação respectivamente.

Os fenômenos mútuos fornecem posições relativas precisas entre dois satélites. Esses eventos acontecem durante os equinócios dos planetas, quando a Terra e o Sol passam pelo plano orbital dos satélites. Nesta configuração geométrica, ocultações e eclipses entre pares de satélites podem ser observados da Terra, além de ser uma situação favorável à determinação das inclinações de suas órbitas.

Enquanto um satélite, ou sua sombra projetada no caso de um eclipse, esconde outro satélite, a queda no fluxo de luz pode ser medida com alta precisão através da fotometria diferencial. A curva de luz obtida fornece informações sobre o movimento relativo aparente entre os satélites no plano do céu.

A partir da análise da curva de luz observada, o instante central da máxima aproximação é determinado, assim como a distância aparente mínima - o parâmetro de impacto - e a velocidade angular relativa aparente entre os satélites. O instante central e o parâmetro de impacto podem ser expressos em termos de diferenças em ascensão reta e declinação entre os satélites no instante central.

As observações de fenômenos mútuos entre os satélites de Urano são raríssimas. As ocultações e eclipses do último equinócio de Urano em 2007 foram de fato os primeiros na história a serem observados. Distâncias relativas de alta precisão entre os satélites foram publicadas com erros em torno de 20 mas em cada coordenada, no entanto para apenas algumas dezenas de eventos (Hidas; Christou; Brown, 2008; Assafin et al., 2009; Arlot et al., 2013).

Infelizmente, uma vez que o período orbital de Urano é um pouco maior que 84 anos os equinócios acontecem apenas a cada 42 anos aproximadamente. O próximo equinócio de Urano acontecerá apenas em 2050, não havendo portanto fenômenos mútuos neste sistema por um longo período de tempo.

Neste cenário, é importante desenvolver métodos alternativos que possam fornecer dados astrométricos de alta precisão para os satélites de Urano, independentemente de estrelas de referência.

Por exemplo, Peng et al. (2012a) determinaram distâncias relativas entre pares de satélites próximos entre si no campo e alcançaram precisão da ordem de 30 mas para os

satélites galileanos de Júpiter.

A chamada *precision premium* (Peng et al., 2008) é um conceito em astronomia prediz um aumento na precisão externa das medidas das distâncias aparentes entre dois objetos no plano do céu quando essas distâncias são pequenas. Neste cenário evita-se os efeitos de distorções astronômicas e instrumentais, uma vez que as imagens de ambos os corpos são afetadas praticamente da mesma forma, dado que os erros nos parâmetros de calibração do FOV têm efeito diretamente proporcional à separação entre os objetos.

O exato limite do regime da *precision premium*, e como a precisão varia com a distância aparente relativa ente os objetos, não estão suficientemente claros ainda, mas o limite de 85 a 100 segundos de arco tem sido usualmente aceito.

Como as distâncias aparentes relativas entre os satélites de Urano raramente ultrapassam 60 segundos de arco, para este sistema estamos trabalhando sempre, com folga, dentro dos limites do regime da *precision premium*.

Neste contexto, uma técnica muito promissora é a observação de aproximações mútuas. Esse novo método desenvolvido por Morgado et al. (2016) foi inicialmente sugerido por Arlot et al. (1982). O método é capaz de fornecer precisa e acuradamente o instante central da máxima aproximação entre dois satélites enquanto se movem no plano do céu, sem se ocultarem ou eclipsarem. As medidas são feitas em porções muito pequenas do campo, portanto sob os benefícios da *precision premium*.

O instante central é obtido de forma independente de estrelas de referência e pode ser diretamente utilizado em trabalhos computacionais de ajustes de órbitas e efemérides (Emelyanov, 2017; Morgado et al., 2019a).

Esta técnica, inspirada nos fenômenos mútuos, é baseada nos mesmos parâmetros e princípios geométricos. As primeiras aplicações do método para os satélites galileanos de Júpiter (Morgado et al., 2016; Morgado et al., 2019a) atingiram precisões comparáveis com os fenômenos mútuos para o instante central, com a vantagem de que as aproximações mútuas podem acontecer a qualquer momento, não dependendo da proximidade dos equinócios, compreendendo portanto eventos muito mais recorrentes.

O instante central é obtido diretamente das medidas das distâncias entre os satélites em pixels, sem a necessidade de nenhuma escala. O método também se baseia no registro acurado do tempo, o que é feito utilizando receptores GPS (*Global Positioning System*) ou calibração pela internet.

Em função da situação exposta, utilizamos métodos alternativos para contornar os problemas com a astrometria clássica, e fazer astrometria relativa de alta precisão dos cinco satélites principais de Urano: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon.

Os métodos alternativos utilizados foram: a) o novo tratamento de ocultações e

eclipses entre os satélites observados em 2007 utilizando novos procedimentos recentemente desenvolvidos para os fenômenos mútuos de satélites galileanos, que ainda não haviam sido empregados nas observações das luas de Urano (fenômenos mútuos); b) uma variante do método de aproximações mútuas, desenvolvida por nós; c) a variação da distância entre dois satélites quaisquer em relação a distância entre outro par de satélites, um método totalmente novo que chamamos de Astrometria Diferencial em Distância (ADD), concebido durante a realização deste projeto de Doutorado, onde computamos a evolução temporal das razões entre distâncias aparentes de dois pares de satélites no plano do céu.

Esses métodos alternativos fornecem posições relativas e outros observáveis com grande precisão, e têm a vantagem de serem independentes da presença de estrelas de referência, como acontece na astrometria CCD clássica.

A precisão alcançada com as alternativas aqui propostas contribui para o aprimoramento das órbitas.

O conteúdo observacional do projeto é composto por um banco de dados de curvas de luz obtidas em observações de fenômenos mútuos feitas pelo grupo e por colaboradores internacionais, por ocasião do último equinócio de Urano em 2007, e por novas observações de aproximações mútuas e outras observações para razões de distância, que foram feitas utilizando o telescópio *Perkin-Elmer* de 1.60m (PE1.60m) do OPD (Observatório do Pico dos Dias) entre 2015 e 2018. Todas as observações feitas para as aproximações mútuas também foram tratadas com o método da Astrometria Diferencial em Distância.

Apresentaremos detalhadamente neste trabalho os fundamentos de cada um dos métodos, as técnicas envolvidas, e os respectivos resultados obtidos.

No Capítulo 2 apresentamos procedimentos padrão aplicados a todas as imagens tratadas neste trabalho, quais sejam, a calibração fotométrica das imagens (*bias*, *flatfield*), a coronagrafia digital para eliminar a luz difusa de Urano nas imagens, e o tratamento astrométrico para a obtenção das medidas instrumentais (x,y) dos centroides dos satélites, em pixels.

Entre as técnicas astrométricas alternativas com as quais trabalhamos, a mais conhecida é a técnicas dos fenômenos mútuos. Neste trabalho utilizamos um novo modelo para refazer a redução e análise de algumas curvas de luz destes fenômenos obtidas em colaboração internacional. Esta etapa está detalhada no capítulo 3.

Buscando por novas alternativas nós desenvolvemos uma variante da técnica das aproximações mútuas de [Morgado et al. \(2016\)](#) aplicável ao sistema de Urano. Nesta variante do método utilizado nos satélites galileanos de Júpiter, conseguimos medir pela primeira vez o parâmetro de impacto em unidades angulares (em milisegundos de arco, e não em pixels) sem a utilização dos satélites envolvidos nos eventos. Neste projeto tratamos com sucesso um total de 23 eventos entre outubro de 2015 e outubro de 2018. Todos os

detalhes estão no capítulo 4.

A terceira técnica que exploramos chamamos de Astrometria Diferencial em Distância, ou ADD. Este método, inspirado na obtenção de curvas de luz em fotometria diferencial, consiste em tomar-se a evolução no tempo - ou a curva - das razões de distância entre 2 pares de satélites. O método traz uma série de vantagens. Usufri dos benefícios da *precisium premium*. Assim como as razões de fluxo de curvas de luz, as razões de distância são adimensionais e, portanto, não necessitam do cálculo de escalas de pixel, dispensando estrelas de catálogo ou o uso auxiliar das efemérides de outros satélites, como no caso das aproximações tratadas no Capítulo 4. Várias combinações podem ser feitas entre os 5 satélites de Urano, com a geração de vários observáveis por imagem, praticamente se equiparando à performance de posições (α, δ) no ajuste de efemérides, mas sem os problemas de erros de escala e ponto zero. A descrição deste método totalmente original desenvolvido durante este trabalho está no capítulo 5.

No capítulo 6 discutimos como utilizar os observáveis obtidos a partir dos 3 métodos empregados em nosso trabalho na melhoria das órbitas e efemérides dos satélites, com ênfase nas equações de condição para o novo método ADD.

Por fim, no capítulo 7 apresentamos nossas conclusões, e as perspectivas futuras para continuidade desse trabalho.

2 Tratamento de imagens e geração de efemérides

2.1 Calibração fotométrica padrão

De uma forma geral, imagens obtidas com sensores CCDs (*Charge Coupled Devices*) contêm informações indesejadas resultantes de efeitos eletrônicos do próprio sensor, entre outros efeitos. Todas as imagens tratadas neste trabalho passaram por um processo de calibração fotométrica que elimina esses efeitos instrumentais, utilizando o pacote IRAF (*Image Reduction and Analysis Facility*, Valdes (1984)).

Pequenas cargas são normalmente geradas pelo próprio sensor, de forma aleatória, mesmo na ausência de luz, gerando um pequeno ruído de fundo que não pode ser eliminado. Porém, devido a pequenos defeitos de fabricação do chip, alguns pixels tendem a gerar a mesma carga de fundo sistematicamente, acarretando contagens recorrentes nos mesmos elementos do CCD, fazendo com que se crie uma distribuição não aleatória de contagens em relação as contagens dos pixels vizinhos não afetados. Esse efeito sistemático de fundo, conhecido como BIAS, é corrigido com as chamadas imagens de calibração BIAS, tomadas com tempo de exposição nulo (sem abertura do obturador).

Em um CCD a sensibilidade de cada um dos pixels não é exatamente a mesma, sendo que alguns elementos podem estar bem danificados, resultando em contagens muito acima ou abaixo da realidade, os chamados pixels quentes e frios.

Essa não homogeneidade da sensibilidade do CCD, como pixels frios ou quentes ou mesmo partículas de poeira sobre o detector, e o efeito de vinhetamento (*vignetting* em inglês), é corrigida com imagens de calibração de FLATFIELD, tomadas apontando o telescópio para uma placa branca uniformemente iluminada, com o mesmo filtro (filtro I do sistema Johnsons) utilizado nas observações.

As imagens de calibração BIAS e FLATFIELD foram obtidas em todas as noites de observação do projeto, antes ou depois das horas produtivas de ciência.

Como os tempos de exposição típicos de nossas observações é baixo (5 segundos), não foi necessário corrigir as leituras de eventuais correntes de escuro.

Após a calibração fotométrica as imagens passam pelo processo de coronagrafia digital, conforme explicado a seguir.

2.2 Coronagrafia digital

Como Miranda, está sempre muito próximo de Urano, dificilmente se afastando mais de $10''$, e Ariel e mesmo Umbriel também passam perto do disco do planeta, é essencial que as imagens obtidas nas observações sejam tratadas com a coronagrafia digital (Assafin et al., 2008; Assafin et al., 2009; Camargo et al., 2015), um recurso do pacote PRAIA (mais informações na seção a seguir) capaz de remover a luz espalhada por Urano em torno das imagens dos satélites, o que permite obter fluxos e posições medidas (centroides) dos satélites com ganho de qualidade em relação à imagem original. Após a coronagrafia recupera-se o verdadeiro perfil simétrico do satélite, evitando erros sistemáticos na medida do centroide na direção do centro de Urano.

A coronagrafia digital consiste em calcular o perfil de luz do objeto brilhante e subtraí-lo da imagem original. A coronagrafia pode ser feita em toda a imagem, mas o custo computacional é alto, logo é possível definir a região da imagem que contenha os alvos para ser coronagrafiada.

Um aspecto muito importante é que a qualidade do processo de coronagrafia depende da correta centragem do objeto brilhante, para minimizar a luz espalhada residual restante na imagem coronagrafiada.

Essa centragem é feita em um processo iterativo que se inicia com um ajuste gaussiano bidimensional.

A partir desta centragem preliminar para o objeto brilhante por ajuste gaussiano é feita uma coronagrafia inicial apenas sobre uma pequena área definida automaticamente, como veremos em seguida.

Daí em diante, dentro de uma matriz de pixels centrada no (x_c, y_c) obtido inicialmente, toma-se cada pixel dessa matriz como centro (x_c, y_c) e verifica-se o resíduo de luz restante de cada pixel após essa coronagrafia inicial. O pixel de centro para o qual ocorre o menor resíduo é escolhido como o novo centro (x_c, y_c) . A dimensão da matriz de pixels é parametrizável pelo usuário.

Em seguida o pixel central escolhido é subdividido em 4, e a coronagrafia é novamente testada, centrada no centro de cada um dos 4 quadrantes. O quadrante com menor resíduo de luz é escolhido. Este quadrante é novamente subdividido em 4 partes e novas coronagrafias são feitas a partir desses novos 4 centros em busca do novo quadrante de menor resíduo, e assim sucessivamente, até que o resíduo de luz não varie mais que um certo parâmetro percentual de convergência informado pelo usuário. Ao final desta etapa, chega-se ao centro (x_c, y_c) final do objeto brilhante a ser coronagrafiado.

O processo de coronagrafia descrito a seguir já é executado neste procedimento inicial de centragem, só que numa área bem pequena, circunscrita ao objeto brilhante.

Esta área é automaticamente definida, a partir de uma porcentagem da altura do pico do objeto brilhante central também parametrizável pelo usuário, e que define um nível mínimo de contagens. O raio de ação dessa coronagrafia inicial de centragem é limitado as contagens acima deste nível mínimo. A prática sugere que um compromisso entre uma boa centragem do objeto brilhante e o tempo de processamento o percentual deve estar entre 10% e 20% de fluxo residual.

Nas coronografias realizadas no nosso trabalho escolhemos os valores tipicamente utilizados de 3 x 3 pixels em torno da estimativa inicial de centragem para o processo iterativo, e 1% para o parâmetro de convergência.

Uma vez determinado o melhor centro (x_c, y_c) possível para o objeto brilhante, uma última coronagrafia é realizada, dessa vez sobre toda a extensão da imagem definida pelo usuário.

O processo final de coronagrafia tem como parte crítica calcular o perfil de luz do objeto mais brilhante, no nosso caso Urano. Isso é feito pixel a pixel ao longo de anéis concêntricos finos (largura igual ao tamanho de 1 pixel), centrados no planeta conforme procedimento descrito anteriormente, calculando a contagem típica para cada um desses anéis dentro da área que está sendo coronografada.

Após o cálculo do perfil de luz do planeta ele é subtraído pixel a pixel das contagens da imagem original, eliminando a luz difusa radialmente simétrica do objeto brilhante, resultando em uma nova imagem coronografada. Esse processo recupera a simetria dos perfis de luz dos satélites, revelando sua correta PSF (*Point Spread Function*), que na imagem original estão deslocados em direção ao planeta. Além disso a coronagrafia permite o cálculo dos fluxos e das razões sinal ruído (S/R) corretos dos satélites.

A figura 2 apresenta um exemplo de uma imagem antes e depois do processo de coronagrafia digital.

O recurso da coronagrafia digital foi utilizado em todas as imagens utilizadas nesse projeto, sobretudo devido à proximidade de Miranda a Urano, mas também melhorando as determinações dos centroides dos demais satélites, principalmente Ariel e Umbriel, quando se encontram próximos ao planeta.

2.3 Fotometria e astrometria com o pacote PRAIA

Para o tratamento das observações neste trabalho utilizamos o pacote astrométrico e fotométrico PRAIA, sigla referente ao Pacote de Redução Automática de Imagens Astronômicas (ou em inglês, *Package for the Reduction of Astronomical Images Automatically*) (Assafin et al., 2011).

As rotinas astrométricas e fotométricas do PRAIA são capazes de lidar com uma

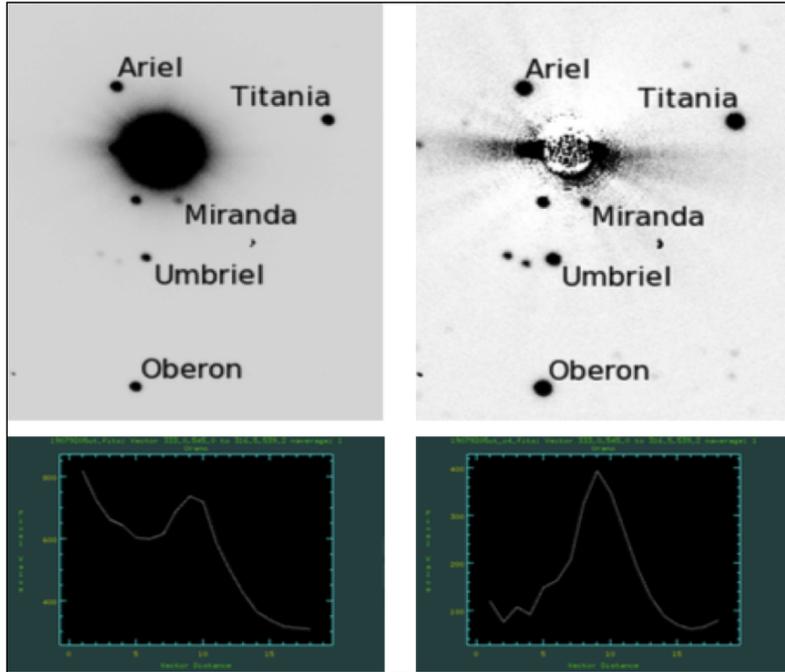


Figura 2 – Coronagrafia digital de uma imagem do sistema de Urano. À esquerda a imagem original, e à direita a mesma imagem após a retirada da luz espalhada de Urano, onde podemos destacar a diferença principalmente para Miranda, por ser muito próximo de Urano. A parte inferior da ilustração mostra o perfil do fluxo luminoso ao longo de uma linha que liga os centros das imagens de de Urano e Miranda. Créditos: [Camargo et al. \(2015\)](#).

imensa quantidade de dados de forma rápida, sendo capaz de obter a qualidade necessária para atingir os objetivos científicos dos programas observacionais com relativamente pouco tempo de processamento. As implementações incorporadas no software PRAIA refletem a experiência do autor e do grupo, com quase 30 anos de atuação na área da redução astrométrica e fotométrica de imagens astronômicas digitalizadas.

Quando procedendo com a astrometria clássica, a task principal de astrometria do PRAIA identifica automaticamente as estrelas de catálogo e determina coordenadas (α , δ) com um modelo definido pelo usuário que relaciona as medidas (x,y) da imagem e as coordenadas projetadas no plano tangente.

Neste trabalho nós utilizamos uma saída astrométrica da task de fotometria do PRAIA, que fornece as posições x e y dos objetos no CCD com alta precisão, pré-requisito para uma boa fotometria de abertura.

A vantagem de utilizar essa *task* PRAIA na identificação e medida de objetos móveis, como os satélites de Urano, é a possibilidade de configurar automaticamente um objeto guia que permite a localização e o acompanhamento dos alvos no campo em todas as imagens, mesmo sem a presença de estrelas de referência ou de catálogos astrométricos no FOV (do jargão usual do inglês *Field Of View*, ou campo de visada).

As variações no tempo, de imagem para imagem, das distâncias relativas entre o guia e os alvos, são ajustadas por polinômios de grau N definido pelo usuário (no nosso caso utilizamos ajustes lineares).

O guia deve ser o objeto mais brilhante em uma região fixa do campo para todas as imagens a serem processadas, podendo ser um objeto fixo ou móvel.

As coordenadas (x,y) dos alvos em unidades de pixel em uma imagem inicial de referência são informadas diretamente pelo usuário, e suas posições em relação ao guia nesta imagem são automaticamente estabelecidas pela *task*. A partir da imagem de referência a *task* acompanha o movimento dos alvos em relação ao guia nas demais imagens. A imagem de referência deve conter os alvos e o guia bem imageados com a melhor razão S/R possível, podendo ser qualquer imagem na lista de entrada, não necessariamente a primeira.

Os centroides (x,y) são medidos pelo ajuste de perfis gaussianos circulares bidimensionais às contagens registradas nos pixels.

Normalmente, na maioria dos pacotes e rotinas astrométricas, o ajuste é restrito a uma região circular de raio 2.5σ do ajuste gaussiano, ou cerca de 1 FWHM (1 *Full Width Half Maximum = seeing*). Num processo iterativo usual, a medida que o centro é refinado e um novo σ é calculado, a região é novamente centrada e é redimensionada até que uma convergência seja alcançada.

A partir dos aprimoramentos que foram feitos na *task* PRAIA, o ajuste dos pixels passou a ser feito em uma nova maneira mais robusta.

A *task* de fotometria do PRAIA procura a melhor centragem, raio de abertura, raio e largura do anel de fundo de céu, que resultem no maior S/R (Howell, 1989; Newberry, 1991). O PRAIA utiliza estatística de quartis, i.e., os 25% pixels de menor e maior contagens no anel de fundo de céu são eliminados. Somente os pixels restantes são usados para obtenção dos valores de fundo de céu.

Esse processo de detecção e localização dos objetos no campo feito no pacote PRAIA é chamado de PROUD (*PRAIA Object Ultimate Detection*).

Em um processo iterativo envolvendo a fotometria de abertura, o centro e o diâmetro da região circular são amostrados, bem como o raio e a largura do anel de fundo de céu.

A região selecionada é aquela para a qual a razão S/R é a maior possível. Sucessivos ajustes gaussianos bidimensionais circulares são feitos várias vezes durante o processo, até que uma região circular seja finalmente escolhida e o centroide (x,y) definitivo seja encontrado.

Testes indicaram um melhoramento de 10% a 30% na precisão das medidas (x,y) em relação ao procedimento anterior, com excelente performance mesmo sob condições ruins de *seeing* ou para objetos subexpostos.

2.4 Efemérides

Para a nova redução dos fenômenos mútuos os vetores de estado (posição e velocidade cartesianas), bem como as efemérides em ascensão reta e declinação dos satélites envolvidos, para cada instante considerado, foram gerados por um código desenvolvido internamente pelo grupo de trabalho, a partir das ferramentas do sistema SPICE NAIF da NASA (*NASA's Navigation and Ancillary Information Facility*) (Acton, 1996). Os arquivos com esses vetores e efemérides são entrada para a *task* PRAIA utilizada nesta parte do trabalho. Nas reduções e comparações dos fenômenos mútuos usamos as efemérides JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) DE435 para o baricentro do sistema de Urano, e a URA111 como teoria orbital dos satélites em torno do referido baricentro.

Para a redução de nossas observações, nos métodos das aproximações mútuas e da astrometria diferencial de distâncias, uma nova *task* PRAIA recentemente desenvolvida foi utilizada. Essa *task* também utiliza as ferramentas SPICE NAIF para extrair as efemérides em ascensão reta e declinação dos satélites. Para essas observações mais recentes utilizamos as efemérides planetárias JPL DE432 com a URA111 para os satélites, que também foram utilizadas nas comparações com os observáveis desses métodos. Cabe ressaltar que para o baricentro de Urano a DE435 e DE432 são equivalentes, não resultando em diferenças na posição dos satélites.

Dessa forma, em todas as etapas do trabalho temos as efemérides em arquivos no formato lido pelo PRAIA e não dependemos de internet durante o processamento dos dados.

3 Fenômenos mútuos

3.1 O método dos fenômenos mútuos

Um fenômeno mútuo entre satélites naturais acontece quando um satélite oculta ou eclipsa outro, em seu movimento aparente no plano do céu. Estes eventos acontecem quando a Terra e o Sol passam pelo plano orbital dos satélites. Essa configuração geométrica acontece duas vezes a cada órbita do planeta em questão, por ocasião dos equinócios, permitindo a observação dos fenômenos mútuos.

Com a análise da variação da luz dos satélites durante estas ocultações e eclipses podemos obter posições relativas entre os satélites de Urano com precisões tão boas quanto 10 *mas* (Arlot et al., 2013).

Outro aspecto de relevância é que nos equinócios, e mesmo nos períodos não tão próximos a eles, mas ainda distantes dos solstícios do planeta, a configuração geométrica também é favorável à determinação das inclinações das órbitas de seus satélites.

No caso do sistema de Urano o último equinócio aconteceu em 2007, quando foram observados sistematicamente pela primeira e única vez até o momento. O próximo equinócio de Urano irá acontecer somente em 2050.

A técnica dos fenômenos mútuos, baseada na fotometria diferencial, consiste no registro das curvas de luz resultantes das ocultações e eclipses que ocorrem entre os satélites enquanto se movem no plano do céu, por ocasião do equinócio do planeta. A queda de luz resultante guarda informações sobre o movimento relativo aparente entre os satélites, permitindo que a fotometria dos fenômenos mútuos seja utilizada para fazer astrometria de alta precisão.

A figura 3 apresenta uma representação esquemática de um fenômeno mútuo. Na figura está esquematizado o momento do instante central (t_{min}) de uma ocultação do satélite menor pelo maior, quando a distância aparente entre ambos (Δb) atinge o valor mínimo (parâmetro de impacto). A curva de luz correspondente, obtida ao longo do tempo antes durante e depois do evento, está representada em cima a direita.

Os novos modelos geométricos e numéricos propostos em Dias-Oliveira et al. (2013), para ajustar a curva de luz dos fenômenos mútuos dos satélites galileanos de Júpiter, foram utilizados em nosso trabalho para a determinação do parâmetro de impacto (distância mínima entre os satélites), do instante central (instante da máxima aproximação) e das velocidades relativas, nos ajustes das curvas de luz obtidas nas observações feitas durante o equinócio de Urano em 2007. Estes parâmetros podem ser utilizados como observáveis

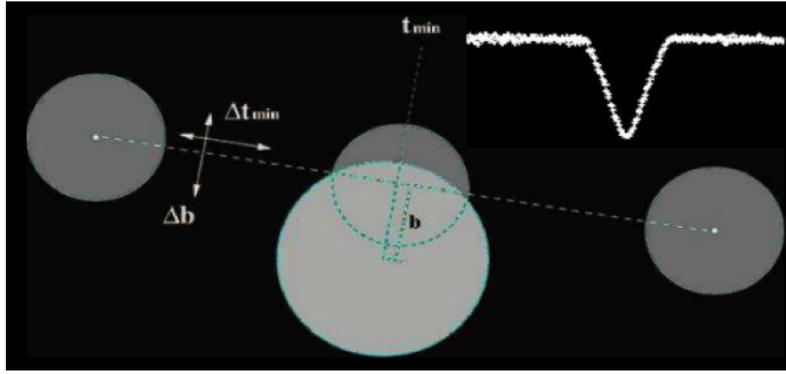


Figura 3 – Representação esquemática de um fenômeno mútuo (crédito: [Morgado \(2015\)](#)). A figura mostra o instante central (t_{min}) da ocultação do satélite menor pelo maior, quando a distância aparente entre ambos (Δb) é mínima (parâmetro de impacto). A curva de luz correspondente, obtida ao longo do tempo, é representada no topo a direita.

nos ajustes de órbita dos satélites envolvidos ([Emelyanov, 2017](#)).

Numa ocultação, durante a queda de luz, as curvas de luz dependem da razão de albedos dos satélites envolvidos, e durante o eclipse, da sombra projetada e da superfície iluminada. Em função do ângulo de fase solar, o fluxo total da curva de luz, durante a queda, depende portanto de como as superfícies dos satélites refletem a luz. Nos ajustes, é comum usar-se a lei de reflexão de Lambert para discos homogêneos (ver [Assafin et al. \(2009\)](#) e referências), ou a Lei de Lambert ([Lindegreen, 1977](#)) ou de Lommel-Seelinger ([Hestroffer, 1998](#)) para discos não-homogêneos. Modelos mais sofisticados de discos não-homogêneos, como a lei de Hapke ([Arlot et al., 2013](#)), na prática exigem o conhecimento de parâmetros só determinados para os satélites Galileanos.

No caso dos modelos de discos homogêneos o brilho observado é independentes da direção da linha de visada. Porém, o brilho observado da luz refletida por uma superfície rugosa aumenta à medida que a direção de visada se aproxima da direção da fonte de luz, no caso o Sol. Na metodologia que seguimos usamos o modelo proposto por Oren & Nayar em 1994, uma lei geral para discos não homogêneos, que tem origem em aplicações para computação gráfica ([Oren; Nayar, 1994](#)).

O trabalho de [Oren e Nayar \(1994\)](#) mostrou que a superfície composta pelas facetas Lambertianas não é uma superfície Lambertiana, i.e., não reflete a luz de forma homogênea segundo a lei de Lambert. O modelo proposto por eles leva em consideração fenômenos complexos como as inter-reflexões e os sombreamentos entre as facetas.

Essa lei considera as superfícies compostas por pequenas facetas Lambertianas que representam sua rugosidade, inclinadas entre si de um ângulo que pode variar de 0 (superfície lisa) a $\pi/2$ (superfície muito rugosa). Esse ângulo é o único parâmetro do modelo, e é praticamente independente do comprimento de onda.

Conforme o trabalho de [Dias-Oliveira et al. \(2013\)](#), a rugosidade máxima correspondente aos ângulos de $\pi/2$, que é equivalente à rugosidade da Lua, é adequada à superfície de satélites naturais. Neste trabalho utilizamos o mesmo valor de $\pi/2$ utilizado em ([Dias-Oliveira et al., 2013](#)), que se ajustou bem aos dados.

Nosso modelo, que é capaz de mapear o espalhamento não homogêneo da luz refletida na superfície dos satélites, mostrou-se aplicável a qualquer sistema de satélites, sem restrições ao comprimento de onda das observações, como é o caso da lei de Hapke.

Essa nova metodologia ([Dias-Oliveira et al., 2013](#)), baseada no modelo de [Oren e Nayar \(1994\)](#), além de trazer embutida a vantagem de se calcular a fase solar de forma rigorosa no modelo da curva de luz, também permite o cálculo rigoroso do escurecimento do limbo solar, no caso de eclipses.

3.2 Escopo do trabalho

Nesta parte do trabalho a proposta foi, com nossa metodologia aprimorada, refazer a redução de 35 curvas de luz obtidas por diversos observatórios, inclusive o OPD, em uma colaboração internacional do grupo com o IMCCE (*Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides*) do Observatório de Paris ([Arlot et al., 2013](#)).

A tabela 1 apresenta os observatórios que participaram da campanha e o número de eventos observados por cada um. São ao todo 41 eventos, sendo que 36 curvas estão disponíveis no website <http://www.imcce.fr/nsdc>. As outras 5 não foram disponibilizadas. Uma dessas 36 curvas é um evento duplo especial, isto é, com uma ocultação e eclipse semi-superpostos. Este evento, observado no OPD (Observatório do Pico dos Dias - MG, Brasil), não foi tratado nesse trabalho.

A figura 4 apresenta um exemplo dos ajustes originais das curvas de luz obtidas durante a campanha de 2007, que também estão disponíveis em <http://www.imcce.fr/nsdc>, referente a uma ocultação de Ariel por Umbriel.

Como veremos adiante a qualidade dos ajustes foi melhorada com os aprimoramentos que utilizamos nesse trabalho.

3.3 Redução dos dados

As curvas de luz dos fenômenos mútuos foram tratadas com fotometria diferencial utilizando o pacote PRAIA.

As rotinas do PRAIA destinadas à redução dos fenômenos mútuos foram aprimoradas de 2013 para cá (ver final da seção de resultados), mas basicamente seguem a metodologia descrita em ([Dias-Oliveira et al., 2013](#)).

Tabela 1 – Observatórios que observaram fenômenos mútuos.

Observatório	Quantidade de Eventos
AGE - Age, Lleida (Espanha)	1
AMP - Ampolla, Tarragona (Espanha)	1
APO - Apache Point, Novo México (USA)	4
ATH - Athens (Grécia)	1
IHO - Indian Hill, Huntsburg, Ohio (USA)	1 (não temos)
COV - Kent, Seattle, WA (USA)	1
FAS - Faulkes South, Siding Spring (Austrália)	2
FAU - Faulkes North, Maui, Hawaii (USA)	6 (não temos 1)
HAN - Hanle (Índia)	2
ITA - Itajubá - OPD (Brasil)	8 ao total; 7 em Assafin et al., 2009; 6 tratadas nessa etapa do trabalho
MAR - Marseille (França)	1
MON - Monterrey (México)	3 (não temos 1)
NTT - ESO-La Silla (Chile)	3 (não temos 1)
PIC - Pic Du Midi (França)	1
SAB - Sadadell, Barcelona (Espanha)	1
SUT - SALT, Sutherland (África do Sul)	1
TNG - Ilhas Canárias (Espanha)	1
TUG - Tubitak, Antalya (Turquia)	2
VLT - ESO-Paranal (Chile)	1

Nesta metodologia as faces iluminadas visíveis dos satélites são reproduzidas pelo código de forma rigorosa, de forma a modelar o fluxo de luz que observamos antes, durante e após o evento. O modelo leva em conta o decréscimo gradual da luz ao longo da sombra (penumbra) no caso de eclipses. Tanto em ocultações como em eclipses são considerados o ângulo de fase solar e o escurecimento do limbo solar.

Os raios dos satélites foram extraídos de [Thomas \(1988\)](#), obtidos com base nas imagens da Voyager II. Para Ariel e Miranda, que apresentam forma tri-axial, as reduções foram feitas com o valor médio utilizado em ([Assafin et al., 2009](#)).

A tabela 2 apresenta os códigos dos satélites, e seus respectivos raios que foram utilizados nas reduções.

Os arquivos que foram obtidos referentes às curvas de luz contêm o instante em minutos e fração, a contar de zero hora UTC do dia da observação, e o fluxo observado normalizado, além do fluxo ajustado originalmente em ([Arlot et al., 2013](#)).

O instante foi convertido para o formato de data juliana, para entrada no PRAIA, cuja função para ajuste de curvas de luz de fenômenos mútuos admite qualquer formato de arquivo de entrada que tenha as informações mínimas necessárias para o ajuste, i.e., o

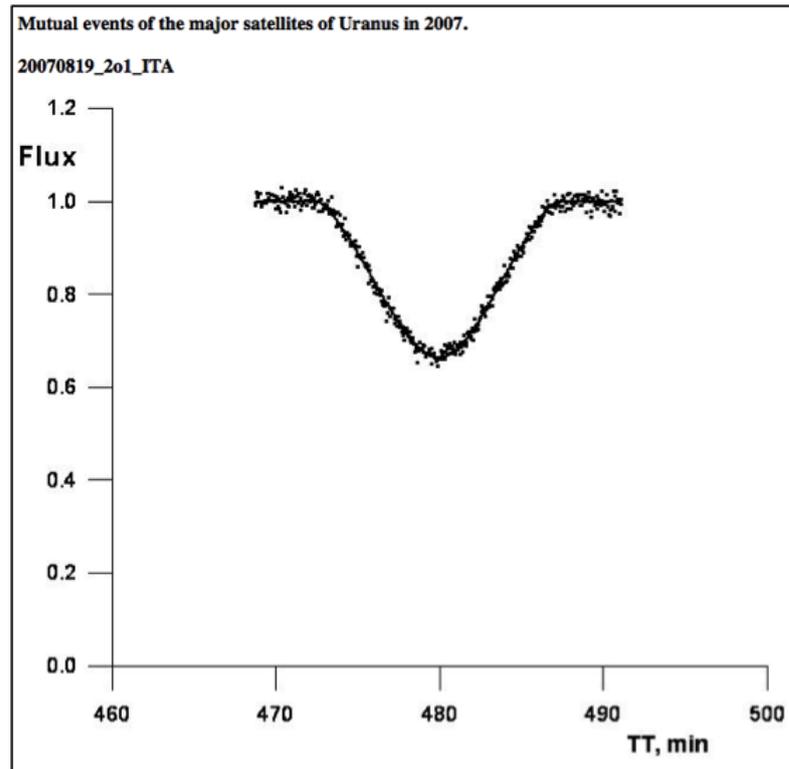


Figura 4 – Curva de luz da ocultação de Ariel por Umbriel obtida no OPD em 19/08/2007, apresentando o Fluxo normalizado em função do tempo em minutos contados a partir de 0h UTC (<http://nsdb.imcce.fr/obsph/obsph-en/Umu/20070819_2o1_ITA.htm>).

Tabela 2 – Códigos e raios dos satélites.

Satélite	Código	Raio (Km)
Ariel	701	579.0
Umbriel	702	584.7
Titânia	703	788.9
Oberon	704	761.4
Miranda	705	236.0

instante e o fluxo observado. O erro do fluxo observado foi considerado como unitário, e tratado com pesos iguais para toda a duração do evento, uma vez que não dispomos dessa informação para as curvas publicadas em (Arlot et al., 2013).

Os vetores de estado (posição e velocidade) referentes às efemérides para cada instante de tempo, dos dois satélites envolvidos em cada evento, foram usados no código PRAIA que realiza o ajuste de curvas de luz de fenômenos mútuos.

As razões de albedo foram obtidas em parte em (Assafin et al., 2009). As que não estão disponíveis nessa fonte foram obtidas por combinações das razões disponíveis no artigo. Num exemplo simples, se a razão de albedos entre Umbriel e Oberon é 0.8136, a

Tabela 3 – Razões de albedo.

Satélites	Razão de albedos
Ariel / Miranda	1.1318
Titânia / Miranda	0.8585
Oberon / Miranda	0.7588
Ariel / Umbriel	1.8333
Umbriel / Ariel	0.5455
Ariel / Titânia	1.4384
Umbriel / Titânia	0.7191
Umbriel / Oberon	0.8136
Oberon / Umbriel	1.2291
Titânia / Oberon	1.1313
Oberon / Titânia	0.8839

razão entre os albedos de Oberon e Umbriel é o inverso desse valor, 1.2291.

A tabela 3 apresenta as razões de albedo utilizadas nas reduções, dos pares de satélites envolvidos nos eventos. O primeiro satélite listado é o ocultador ou eclipsante, e o segundo é o ocultado ou eclipsado.

Na próxima seção apresentamos os resultados com gráficos e comentários em mais detalhes do nosso procedimento de ajuste de curvas de luz, ilustrando com casos reais.

3.4 Resultados

Das 35 curvas analisadas, 11 puderam ser re-reduzidos com sucesso, sendo 7 ocultações e 4 eclipses. Para os demais eventos as curvas disponíveis não permitiram o ajuste com nosso modelo, por estarem incompletas, não cobrindo todo o evento ou com intervalos sem pontos, ou apresentarem outros problemas como poucos pontos e dispersão muito alta.

A tabela 4 resume os resultados dos fenômenos mútuos, apresentando a data do evento, o observatório, o evento no formato SA1oSA2 ou SA1eSA2 – (onde SA1 é o satélite ocultante ou eclipsante e SA2 é o satélite ocultado ou eclipsado; o – ocultação, e – eclipse), o instante central, o parâmetro de impacto e a velocidade relativa, em unidades de ângulo (mas) e de tempo (s). A tabela 5 apresenta os eventos descartados e os respectivos motivos do descarte.

Podemos perceber a precisão do método pela média dos erros do instante central, correspondendo a 1.48 mas, com dispersão de 1.54 mas, superando consideravelmente os resultados da astrometria clássica.

A maioria dos eventos reduzidos teve o instante central ajustado para um momento

Tabela 4 – Resultados fenômenos mútuos.

Data (2007)	Obs	Evento	Instante central - IC	Erro IC (mas)	Offset IC (mas)	P. Impacto - PI (mas)	Offset PI (mas)	PI (Km)	V.rel (mas/s)	V.rel (Km/s)
4/5	FAS	Oberon-o-Umbriel	19 08 49.545 ± 4.625s	2.134	-17.812	39.571 ± 1.861	4.113	592.213 ± 27.856	0.461 ± 0.02	6.905 ± 0.373
6/8	TNG	Oberon-o-Umbriel	01 07 41.501 ± 8.040s	0.546	-8.524	60.020 ± 0.314	16.490	837.938 ± 4.386	0.068 ± 0.001	0.948 ± 0.014
13/8	PIC	Ariel-o-Umbriel	03 04 57.963 ± 10.213s	2.707	-13.906	37.371 ± 2.227	18.831	520.169 ± 30.996	0.265 ± 0.020	3.690 ± 0.280
13/8	ITA	Ariel-o-Umbriel	03 04 59.617 ± 1.009s	0.249	-13.445	38.684 ± 0.198	20.125	538.453 ± 2.761	0.246 ± 0.002	3.431 ± 0.024
14/8	ITA	Umbriel-o-Oberon	01 32 55.884 ± 1.234s	0.540	-10.574	47.937 ± 0.395	-8.431	667.073 ± 5.503	0.438 ± 0.006	6.094 ± 0.081
15/8	COV	Umbriel-o-Titânia	09 16 12.816 ± 15.749s	5.597	10.024	20.074 ± 7.310	15.166	279.183 ± 101.673	0.355 ± 0.037	4.942 ± 0.518
19/8	NTT	Umbriel-o-Ariel	07 59 05.875 ± 3.026s	0.532	-4.569	7.687 ± 1.199	-22.124	106.749 ± 16.644	0.176 ± 0.002	2.440 ± 0.033
4/12	APO	Umbriel-e-Ariel	05 04 31.140 ± 0.442s	0.241	-32.542	33.181 ± 0.232	16.199	481.723 ± 3.367	0.545 ± 0.003	7.911 ± 0.051
8/12	VLT	Umbriel-e-Titânia	01 57 02.819 ± 2.350s	0.924	-8.148	41.563 ± 0.702	-5.957	605.481 ± 10.226	0.393 ± 0.008	5.730 ± 0.118
8/12	MON	Umbriel-e-Titânia	01 57 08.329 ± 6.532s	2.140	-5.942	52.741 ± 1.369	5.521	768.321 ± 19.937	0.328 ± 0.019	4.773 ± 0.270
17/12	HAN	Oberon-e-Titânia	14 19 28.417 ± 2.267s	0.622	-3.227	43.311 ± 0.528	38.420	636.047 ± 7.755	0.274 ± 0.004	4.030 ± 0.054
		Média (mas)		1.476	-9.879		8.941			
		Desvio padrão		1.539	9.976		15.852			

Tabela 5 – Fenômenos mútuos - eventos descartados.

Data (2007)	Obs	Evento	Motivo do descarte
----------------	-----	--------	--------------------

anterior ao previsto pelas efemérides, sendo a antecipação média correspondendo a 9.88 mas, com dispersão em relação a essa média de 9.98 mas.

A média das diferenças no parâmetro de impacto obtido, com relação ao valor previsto pelas efemérides ficou em 8.94 mas, com desvio padrão de 15.85 mas.

Isso indica um desvio médio de 1 sigma nos parâmetros, que é estatisticamente um resultado marginal, mas que pode indicar a existência de erros sistemáticos presentes nas efemérides dos satélites.

O desvio padrão dos *offsets* de efeméride em instante central e parâmetro de impacto ficaram abaixo dos 20 mas das publicações originais para estas mesmas observações, mostrando a melhoria proporcionada pelos novos métodos implementados em nossas reduções.

As curvas publicadas originalmente apresentam uma leve assimetria, sugerindo que pode haver algum problema na normalização utilizada originalmente na metodologia de [Arlot et al. \(2013\)](#). Os nossos resultados mostram que o método aqui utilizado tem capacidade para corrigir essa assimetria, contribuindo para a melhoria das efemérides.

A normalização é feita de forma que o fluxo ajustado normalizado máximo seja unitário, fora do evento.

Apresentamos na figura 5 um exemplo da normalização original com a referida assimetria, e na figura 6 o mesmo evento com o algoritmo de normalização utilizado na *task* PRAIA, onde podemos ver uma melhor distribuição dos pontos fora do evento em torno da valor unitário. A assimetria pode ser percebida sobretudo na parte anterior ao evento.

Na solução aqui utilizada a normalização e o ajuste são feitos em mais de uma etapa, dividindo a curva em seções. Além disso, pode-se usar um grau 2 (ou até maior) no polinômio de normalização, enquanto que no trabalho de [Arlot et al. \(2013\)](#), por construção do método, a normalização equivalente é restrita ao primeiro grau, podendo ser este o motivo dos problemas encontrados nas curvas normalizadas originais daquele trabalho. Este aprimoramento no nosso procedimento de ajuste de curvas de luz foi implementado depois da publicação do método em ([Dias-Oliveira et al., 2013](#)).

As partes mais externas em relação ao instante central são utilizadas para uma primeira normalização de todos os pontos. No ajuste final os pontos um pouco mais próximos

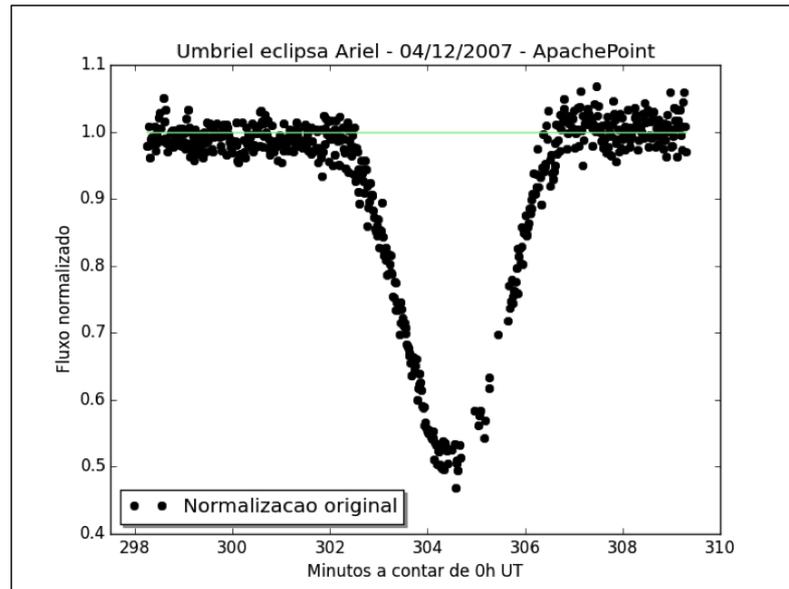


Figura 5 – Normalização original utilizada em Arlot e t al., 2013. Percebe-se uma assimetria nos pontos fora do evento em relação ao valor unitário.

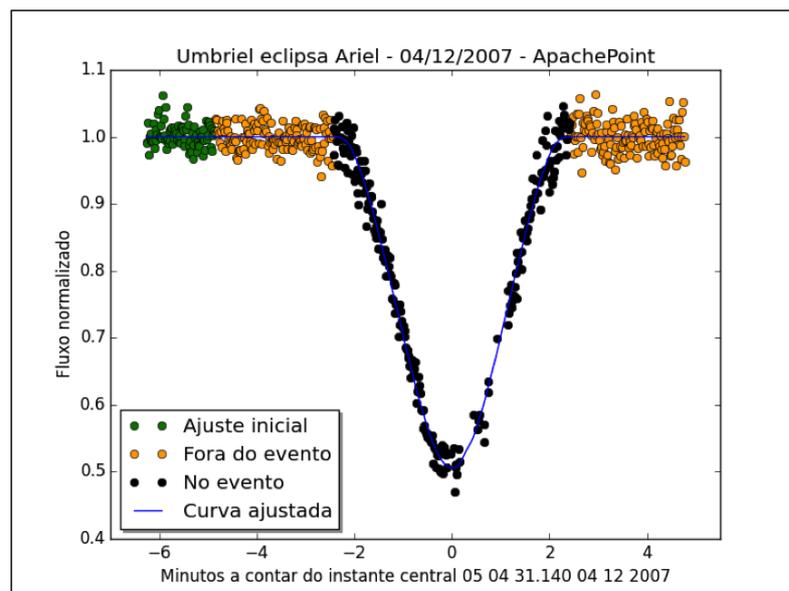


Figura 6 – Nova normalização, feita com o pacote PRAIA.

ao instante central, mas ainda fora do evento, constituem o fundo local (*background*) para a normalização definitiva. Nesta fase os pontos mais externos do primeiro ajuste não são mais utilizados.

O qui-quadrado nas iterações dos mínimos quadrados não lineares são avaliados apenas nos pontos efetivamente associados com a queda de luz do evento, excluindo-se todos os demais pontos da curva, conferindo assim melhor sensibilidade e precisão na convergência do ajuste do modelo numérico de [Dias-Oliveira et al. \(2013\)](#).

No entanto, esse procedimento exige a presença de um número suficiente de pontos

antes e depois do evento, e que estes pontos não apresentem dispersões excessivas, do contrário não se pode garantir a convergência do método e seus resultados. Esse foi o motivo pelo qual nosso método só se mostrou factível para 11 dos 35 eventos trabalhados.

O plotes dos ajustes das 11 curvas estão nas figuras de 30 a 40 apresentadas à parte no apêndice A.

4 Aproximações mútuas

4.1 O método original das aproximações mútuas

Quando os satélites se aproximam e se afastam entre si de forma aparente no plano do céu, sem se ocultarem ou eclipsarem como nos fenômenos mútuos, ocorrem as aproximações mútuas.

A astrometria das aproximações mútuas é uma técnica criada relativamente há pouco tempo pelo nosso grupo de trabalho (Morgado et al., 2016), primeiramente sugerida por Arlot et al. (1982), capaz de fornecer resultados tão precisos quanto as ocultações e eclipses, com a vantagem dos eventos serem muito mais recorrentes do que os fenômenos mútuos, podendo ocorrer em qualquer época, mesmo longe dos equinócios.

Esta técnica é inspirada nos fenômenos mútuos, e se baseia nos mesmos princípios e parâmetros geométricos. Este novo método que tem por característica sua simplicidade pode fornecer de forma precisa e acurada, e independente de qualquer escala ou posições de estrela de referência, o instante central da máxima aproximação aparente entre dois satélites enquanto se movem no plano do céu.

Em sua forma original, no método das aproximações mútuas nós trabalhamos diretamente em unidades de pixels, sem a necessidade de nenhuma escala. A escala de pixel, e por consequência as distâncias relativas angulares, em geral não são conhecidas nem podem ser derivadas de forma independente, mas não são necessárias nos ajustes para determinação do instante central.

A primeiras aplicações do método das aproximações mútuas aos satélites galileanos de Júpiter indicaram que ele alcança precisões semelhantes aos fenômenos mútuos (Morgado et al., 2016).

Em Emelyanov (2017) encontramos uma análise detalhada do método, descrevendo como utilizar o instante central do ajuste de aproximações mútuas como observável nos ajustes de órbitas de satélites, e consequente melhoria de suas efemérides.

Devido às pequenas distâncias aparentes envolvidas, as posições relativas podem ser determinadas com alta precisão conforme apresentado em Peng et al. (2012a), uma vez que para o sistema de Urano estamos sempre no regime da chamada *precision premium*, alcançada quando a distância aparente entre dois objetos no plano do céu não excede 85 segundos de arco (Peng et al., 2008).

A *precision premium* é um regime de distâncias em que os erros sistemáticos que afetam as posições individuais se equivalem, de modo que qualquer medida diferencial

entre posições, como as distâncias relativas usadas nas aproximações, têm seu erro drasticamente diminuído, ou até mesmo praticamente eliminado, dependendo das circunstâncias instrumentais, observacionais e astronômicas do evento.

Como a distância aparente d entre os satélites, durante uma aproximação, gradualmente diminui, chega a um mínimo, e volta a crescer, sua variação no tempo deve apresentar concavidade positiva em torno do instante central, que assim pode ser obtido de forma independente de um referencial espacial materializado nas imagens.

A figura 7 apresenta a representação esquemática de uma aproximação mútua.

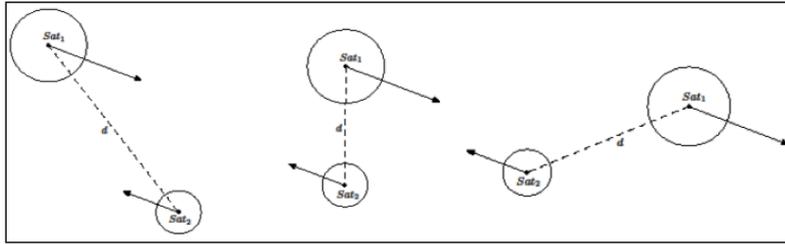


Figura 7 – Representação de uma aproximação mútua. As setas correspondem aos vetores velocidade instantânea dos satélites. Neste caso não ocorrem ocultações ou eclipses. No mais, a situações é totalmente análoga a dos fenômenos mútuos, até mesmo os parâmetros geométricos que descrevem o movimento relativo dos satélites são os mesmos. Crédito: (Morgado, 2015).

O vetor que representa a distância entre dois satélites em um instante (t) pode ser escrito na forma:

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t) \quad (4.1)$$

Ao longo do pequeno arco de órbita percorrido durante uma aproximação, em torno do instante central, a distância ao quadrado (d^2) entre os satélites pode ser descrita por um polinômio de ordem n , com o tempo como variável independente, conforme as equações 4.2 e 4.3.

$$d^2(t) = \vec{\Delta r}(t) \cdot \vec{\Delta r}(t) \quad (4.2)$$

$$d^2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (4.3)$$

Com base no ajuste da curva em d^2 , obtemos o instante central.

Importante ressaltar que todos os cálculos envolvendo as distâncias observadas são feitos em unidades de pixels. Em particular, o parâmetro de impacto e velocidade relativa entre os satélites também são obtidos, mas em unidades de pixels e pixels/s, não tendo

serventia na prática. Mais detalhes sobre o uso do método das aproximações mútuas em sua forma original encontram-se em [Morgado \(2015\)](#), [Morgado et al. \(2016\)](#) e [Morgado et al. \(2019a\)](#).

4.2 A nossa variante do método das aproximações mútuas

Na falta de estrelas de referência no FOV, existem apenas duas maneiras no método original das aproximações mútuas para determinar o parâmetro de impacto e a velocidade relativa em unidades de mas e mas s^{-1} respectivamente, em lugar de fornecer esses resultados em unidades de pixel.

Uma maneira é estabelecer uma escala de pixel a partir de observações de campos vizinhos à direção no céu onde ocorre a aproximação que contenham estrelas de catálogo no ICRS. No entanto, esse procedimento normalmente não fornece resultados astrométricos acurados.

Outra maneira de escalonar as observações das aproximações mútuas é usar as efemérides dos próprios satélites alvos envolvidos no evento ([Peng et al., 2012a](#)). Essa alternativa deve ser utilizada com precaução para evitar a contaminação dos resultados pelos erros das efemérides. Nesse caso, as efemérides dos satélites representam o ICRS nas imagens.

Essa situação é comum na observação dos satélites galileanos de Júpiter, para os quais o método das aproximações mútuas foi inicialmente concebido em sua forma original. Essas luas de Júpiter são bastante brilhantes e espaçadas entre si, de forma que usualmente somente os dois satélites alvo estão presentes no FOV, tipicamente de alguns poucos minutos de arco de extensão. Normalmente nas observações dos satélites de Júpiter não há estrelas de referência ou elas estão subexpostas devido às curtas exposições que são necessárias para evitar a saturação dos alvos e contaminação pela luz de Júpiter.

Nessas condições apenas o instante central pode ser obtido pelo método das aproximações mútuas conforme descrito em [Morgado \(2015\)](#) e em [Morgado et al. \(2016\)](#) e [Morgado et al. \(2019a\)](#), onde o ICRS é representado apenas pelo registro do tempo em UTC nas imagens observadas.

Entretanto, diferentemente do caso de Júpiter, para o sistema de Urano usualmente temos os 5 satélites principais, ou pelo menos 4, no FOV. Desta forma, é possível obter uma escala em mas/pixel independente dos satélites envolvidos no evento, a partir das medidas (x,y) e das efemérides de dois outros satélites presentes nas mesmas imagens.

No entanto, sabemos que sempre existirá uma correlação entre as efemérides dos satélites alvos e dos outros satélites separados, pois elas compartilham parâmetros comuns, como por exemplo a massa do corpo primário ([Vienne et al., 2001](#)). Os satélites também

são afetados por alguns erros sistemáticos comuns de origem observacional, propagados nas reduções astrométricas de (α, δ) de campos CCD.

Embora as distâncias envolvidas sejam sempre uma preocupação nos cálculos da escala de pixels e ângulo de orientação do CCD (Peng et al., 2008; Peng et al., 2012a), veremos que as distâncias aparentes típicas entre os satélites no FOV para o sistema de Urano apesar de relativamente pequenas (em torno de 1 arcmin) são suficientemente grandes para obter excelentes resultados no escalonamento e orientação de nossas imagens, como veremos na seção 4.4.

Com a obtenção dessa escala sem a utilização dos satélites alvos desenvolvemos neste trabalho uma variante do método das aproximações mútuas, permitindo pela primeira vez que o parâmetro de impacto e a velocidade relativa em t_0 , e os outros observáveis, sejam determinados em unidades angulares (mas e mas/s) independentemente de estrelas de referência e dos satélites alvos.

Neste novo cenário, com o instante central e o parâmetro de impacto obtidos nesta variante do método das aproximações mútuas, é possível orientar espacialmente com o auxílio das efemérides a direção do movimento relativo no plano do céu, e expressar os resultados das aproximações mútuas em termos das diferenças angulares (em mas) nas posições em ascensão reta α e declinação δ dos dois satélites no momento da máxima aproximação.

Além disso, utilizando um outro par de satélites para obter a orientação do CCD de forma a materializar nos campos os eixos (α, δ) , um subproduto do método fornece um resultado adicional, as distâncias angulares relativas (em mas) entre os satélites envolvidos no evento para cada uma das imagens obtidas durante as observações. A escala de pixel e a orientação do CCD também são obtidas sob os benefícios do regime da *precision premium*.

Desta forma, além do instante central, nesta variante do método somos capazes de obter o parâmetro de impacto em mas e a velocidade relativa em mas s^{-1} , sem estrelas de referência e sem a utilização das efemérides dos alvos. O ICRS está então representado pelas efemérides usadas dos satélites separados, e pelo registro do tempo em UTC.

Nesse novo contexto, indo além da metodologia aplicada em Morgado et al. (2016) e Morgado et al. (2019a), apresentamos uma variante ao método das aproximações mútuas desenvolvida e aplicada neste trabalho, adequada à situação onde além dos satélites envolvidos na aproximação, um par separado de satélites também está disponível no FOV. Nós determinamos o instante central, o parâmetro de impacto em mas e a velocidade relativa em mas s^{-1} no instante central. Com base no instante central e no parâmetro de impacto também calculamos as distâncias entre satélites (X, Y) e velocidades relativas (\dot{X}, \dot{Y}) em componentes (α, δ) no instante central, conforme descrito na seção 4.3.

As distâncias observadas em mas para cada observação individual também são

obtidas em um contexto diferente do utilizado em Peng et al. (2012a), uma vez que nossas medidas são se baseiam nas efemérides dos alvos e são verdadeiramente independentes de suas medidas (x,y). Partindo da escala de pixel e do ângulo de orientação do CCD, as distâncias entre os satélites (X,Y) em mas também são obtidas para cada instante individual de observação.

4.3 Instante central, parâmetro de impacto e velocidade relativa

Esta variante do método das aproximações mútuas se baseia na mesma geometria que descreve os fenômenos mútuos no plano do céu (Assafin et al., 2009; Dias-Oliveira et al., 2013).

O instante da máxima aproximação, quando a distância aparente é mínima, é o instante central t_0 . A distância aparente mínima no plano do céu entre os satélites, o que ocorre por definição em t_0 , é o parâmetro de impacto d_0 . A velocidade relativa aparente v_0 no plano do céu em t_0 é a velocidade relativa total entre os dois satélites, na direção do movimento relativo.

Para os curtos arcos de órbitas percorridos durante os eventos, o movimento aparente relativo entre os satélites, evidenciado pelas curvas de distâncias e velocidades relativas, pode ser descrito com precisão por polinômios no tempo de grau n . Por conveniência computacional, usamos internamente os quadrados das distâncias e velocidades relativas em todos os cálculos, mas recuperamos os valores não quadráticos usuais nos erros, gráficos, resultados e análises em geral (Morgado et al., 2016; Morgado et al., 2019a).

Nós podemos construir curvas a partir das efemérides (α, δ) dos satélites, ou curvas observadas a partir de suas posições (x,y). Usando o método dos mínimos quadrados, nós ajustamos as curvas de distância por um polinômio, encontramos o mínimo e obtemos t_0 e d_0 . Do ajuste polinomial às curvas de velocidade, obtemos v_0 em t_0 . Os erros de medida de cada distância e velocidade relativa observadas são estimados a partir dos erros de medição das posições (x,y) e podem ser usados como pesos nos cálculos dos mínimos quadrados nos ajustes das curvas. As curvas efemérides são ajustadas sem ponderação.

Dos ajustes polinomiais das curvas observadas, os erros et_0 , ed_0 e ev_0 , de t_0 , d_0 e v_0 , são obtidos dos valores e dos erros dos coeficientes ajustados, conforme as expressões 4.4, 4.7 e 4.8 respectivamente.

$$et_0 = \frac{da_1 + 2da_2t_0 + 3da_3t_0^2 + 4da_4t_0^3 + \dots}{2a_2 + 6a_3t_0 + 12a_4t_0^2 + \dots} \quad (4.4)$$

$$d1 = da_0 + da_1t_0 + da_2t_0^2 + da_3t_0^3 + da_4t_0^4 + \dots \quad (4.5)$$

$$d2 = (a_1 + 2a_2t_0 + 3a_3t_0^2 + 4a_4t_0^3 + \dots)et_0 \quad (4.6)$$

$$ed_0 = \frac{d1 + d2}{2d_0} \quad (4.7)$$

$$ev_0 = \frac{d1 + d2}{2v_0} \quad (4.8)$$

Os polinômios de d^2 ou v^2 são dados na forma polinomial $a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots$, sendo representados nas fórmulas por coeficientes a_0, a_1, a_2, \dots , e por erros dos coeficientes da_0, da_1, da_2, \dots .

Por exemplo, para grau $n=2$, as formulas de erro ficariam:

$$et_0 = \frac{da_1 + 2da_2t_0}{2a_2} \quad (4.9)$$

$$ed_0 = \frac{(da_0 + da_1t_0 + da_2t_0^2) + (a_1 + 2a_2t_0)et_0}{2d_0} \quad (4.10)$$

$$ev_0 = \frac{(da_0 + da_1t_0 + da_2t_0^2) + (a_1 + 2a_2t_0)et_0}{2v_0} \quad (4.11)$$

Aqui, naturalmente, os coeficientes a_0, a_1, a_2, \dots , são diferentes nos ajustes de d^2 e de v^2 .

O grau do polinômio é definido testando-se diferentes valores de 2 até 8 no ajuste da curva de distância das efemérides, até o erro médio do ajuste ser inferior ao limite de truncamento das efemérides, de 1 mas. Geralmente o polinômio é de grau 2, e raramente 4.

Nós podemos configurar o intervalo base de tempo mínimo para o cálculo das velocidades individuais, para evitar problemas com velocidades relativas muito baixas. Em regimes de baixas velocidades maiores intervalos de tempo resultam em valores mais realistas para as velocidades, porém resultam em um número menor de velocidades individuais na curva de velocidade relativa. O número máximo de pontos na curva de velocidades é, por construção, metade do número de pontos na curva de distâncias, ou metade do número de imagens observadas. Este número diminui à medida que aumentamos o intervalo de tempo base para o cálculo das velocidades individuais. Para as baixas velocidades relativas dos satélites de Urano, entre 0.1 mas/s e 0.8 mas/s, usamos intervalos de base de 30 a 60 minutos.

O instante central é obtido em UTC. Para o cálculo dos erros de t_0 e dos *offsets* de efemérides Δt_0 , a conversão de segundos para mas é feita usando a velocidade relativa v_0

em t_0 . Os erros de d_0 e v_0 são convertidos de pixels e pixels/s para mas e mas/s utilizando a escala de pixel calculada na seção 4.4.

As curvas de distâncias e velocidades das efemérides não estão restritas aos pontos observados. Elas cobrem o evento de forma uniforme e simétrica em torno do instante central. Assim, os valores de t_0 , d_0 e v_0 ajustados pelas efemérides não são afetados pelas eventuais descontinuidades e assimetrias das curvas observadas. Essas curvas de distância e velocidades referentes às efemérides são usadas em comparações com as observações para obter os *offsets* Δt_0 , Δd_0 e Δv_0 .

Nós utilizamos dois tipos de efemérides topocêntricas: astrométricas e aparentes. As efemérides aparentes são afetadas pelos efeitos do ângulo da fase solar, deflexão da luz, tempo da luz, aberração e refração atmosférica. A partir dos dois conjuntos de valores de t_0 , d_0 e v_0 obtidos ao ajustar as curvas com esses dois tipos de efemérides, derivamos fatores de conversão para transformar os valores aparentes topocêntricos observados de t_0 , d_0 e v_0 para os valores correspondentes astrométricos topocêntricos, conforme descrito na seção 4.5.

Outro resultado importante de nossa variante do método das aproximações mútuas são as diferenças astrométricas topocêntricas observadas em ascensão reta α , aplicado o fator $\cos \delta$, que chamaremos de X , e declinação δ , que chamaremos de Y , entre os satélites 1 (α_1, δ_1) e 2 (α_2, δ_2) no momento da máxima aproximação, conforme definido nas equações 4.12 e 4.13.

$$X \equiv \Delta \alpha \cos \delta = (\alpha_1 - \alpha_2) \cos \delta \quad (4.12)$$

$$Y \equiv \Delta \delta = \delta_1 - \delta_2 \quad (4.13)$$

Esses observáveis, uma vez comparados com os valores previstos pelas efemérides, também podem ser utilizados em ajustes de órbitas.

Primeiramente é calculado o ângulo de posição do satélite 1 em relação ao satélite 2 no plano do céu no instante central, utilizando as efemérides astrométricas topocêntricas, de forma a orientar o arco que une os dois satélites no sistema de coordenadas equatoriais celestes. O ângulo de posição é zero no leste, e cresce de 0° a 360° no sentido leste, norte, oeste, sul.

Considerando as efemérides astrométricas topocêntricas, tomamos as diferenças em ascensão reta (X_e) e declinação (Y_e) entre os dois satélites em dois instantes, t_1 e t_2 , antes e depois do instante central observado.

Para o instante t_1 temos:

$$X_e(t_1) = (\alpha_1(t_1) - \alpha_2(t_1)) \cos \delta_2(t_1) \quad (4.14)$$

$$Y_e(t_1) = \delta_1(t_1) - \delta_2(t_1) \quad (4.15)$$

e para o instante t_2 :

$$X_e(t_2) = (\alpha_1(t_2) - \alpha_2(t_2)) \cos \delta_2(t_2) \quad (4.16)$$

$$Y_e(t_2) = \delta_1(t_2) - \delta_2(t_2) \quad (4.17)$$

As diferenças angulares então são computadas conforme as equações 4.18 e 4.19.

$$\Delta X_e = X_e(t_1) - X_e(t_2) \quad (4.18)$$

$$\Delta Y_e = Y_e(t_1) - Y_e(t_2) \quad (4.19)$$

O ângulo entre a direção do movimento relativo e a direção leste-oeste (θ) é dado pela expressão:

$$\theta = \arctan \left(\frac{\Delta Y_e}{\Delta X_e} \right) \quad (4.20)$$

O ângulo θ será o próprio ângulo de posição após as devidas considerações de quadrante, tendo como base os sinais algébricos das diferenças em ascensão reta ΔX_e , e declinação ΔY_e .

Sejam as diferenças no sentido “satélite 1 menos satélite 2”, tomando o satélite 2 como referência. Sejam as efemérides astrométricas topocêntricas, e sejam os *offsets* de efeméride no sentido “observado menos efeméride”, tomando a efeméride como referência. Seja DT o *offset* de efeméride em instante central, e seja DD o *offset* de efeméride em parâmetro de impacto.

Queremos obter os *offsets* de efeméride (DX,DY), sendo (X,Y) as distâncias inter-satélite em suas componentes (α,δ), com a componente em α multiplicada pelo fator $\cos \delta$. Seja V a velocidade relativa no instante central das efemérides, e θ o ângulo de posição do satélite 1 em relação ao 2, com origem $\theta = 0$ na direção e sentido positivo do eixo α e crescendo no sentido anti-horário, calculados a partir das efemérides.

Consideremos a figura 8, onde O é o satélite 1 na posição (X_O, Y_O) observada no instante central observado t_{0O} e E é o satélite 1 na posição (X_E, Y_E) das efemérides no instante central das efemérides t_{0E} . O parâmetro de impacto observado em t_{0O} é d_{0O} e o parâmetro de impacto das efemérides em t_{0E} é d_{0E} .

$$(DX, DY) = (X_O, Y_O) - (X_E, Y_E) \quad (4.21)$$

Note que as distâncias inter-satélite tanto observadas quanto de efemérides são tomadas em relação a uma origem comum, que é o satélite 2, conforme mostra a figura 8. Note ainda que nem o satélite 2 observado, nem o das efemérides, estão necessariamente em $(\alpha, \delta) = (0, 0)$. As direções no plano do céu dos eixos (X, Y) e dos eixos (α, δ) são paralelas, e crescem no mesmo sentido, por definição.

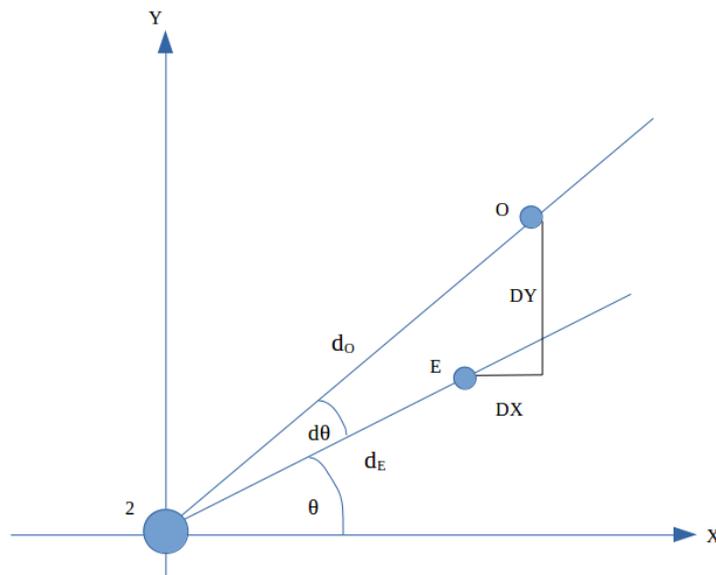


Figura 8 – Representação de uma aproximação mútua.

Da figura 8, temos que:

$$DX = d_{0O} \cos(\theta + d\theta) - d_{0E} \cos \theta = d_{0O} \cos \theta \cos d\theta - d_{0O} \sin d\theta \sin \theta - d_{0E} \cos \theta \quad (4.22)$$

$$DY = d_{0O} \sin(\theta + d\theta) - d_{0E} \sin \theta = d_{0O} \sin \theta \cos d\theta + d_{0O} \sin d\theta \cos \theta - d_{0E} \sin \theta \quad (4.23)$$

Podemos calcular (DX, DY) a partir de DT e DD , partindo das equações 4.22 e 4.23, se $d\theta$ for pequeno. De fato, isso ocorre quando as efemérides são boas o suficiente, e quando as observações também são de suficiente qualidade, ou seja, quando tanto efeméride

quanto observação se aproximam da “realidade”. Nesse caso, as direções 2O e 2E da figura 8 convergem, ficando próximas uma da outra.

Quando $d\theta$ é suficientemente pequeno, temos que $\cos d\theta \approx 1$ e $\sin d\theta \approx d\theta$, e das equações 4.22 e 4.23 temos:

$$DX = (d_{0O} - d_{0E}) \cos \theta - d_{0O} d\theta \sin \theta \quad (4.24)$$

$$DY = (d_{0O} - d_{0E}) \sin \theta - d_{0O} d\theta \cos \theta \quad (4.25)$$

O módulo da velocidade angular $|\dot{\theta}| \equiv w$ é dado pela razão do módulo da velocidade tangencial pela distância ao vértice, v/r . Assim, $w = d\theta/dt = v/r$, de onde podemos escrever que $r d\theta = v dt$.

Para o satélite 1 na posição observada O, teremos que $d_{0O} d\theta = V dt$, onde assumimos que a velocidade relativa observada em t_{0O} é aproximadamente igual a velocidade relativa V das efemérides para t_{0E} . Associando $dt = DT$, e sendo $DD = d_{0O} - d_{0E}$, substituindo nas equações 4.24 e 4.25, obtemos finalmente as equações 4.26 e 4.27, com expressões que relacionam (DX,DY) a DT e DD:

$$DX = DD \cos \theta - DTV \sin \theta \quad (4.26)$$

$$DY = DD \sin \theta + DTV \cos \theta \quad (4.27)$$

Embora formalmente corretas, devemos atentar para o sinal da velocidade relativa nas expressões 4.26 e 4.27. Isto se dá por conta da definição de DT e do sentido do movimento do satélite 1, como discutiremos a seguir.

Tomando $DT = 0$ ($t_{0O} = t_{0E}$) e analisando os sinais de (DX,DY) para os ângulos $\theta = 0, 90, 180$ e 270 graus, em função dos casos em que $DD > 0$ ($d_{0O} > d_{0E}$) e $DD < 0$ ($d_{0O} < d_{0E}$), vemos que os sinais associados a DD nas expressões 4.26 e 4.27 estão corretos.

Agora, tomando $DD = 0$ ($d_{0O} = d_{0E}$) e analisando os sinais de (DX,DY) para os ângulos $\theta = 0, 90, 180$ e 270 graus, em função dos casos em que $DT > 0$ ($t_{0O} > t_{0E}$) e $DT < 0$ ($t_{0O} < t_{0E}$), vemos que os sinais associados a $DT \cdot V$ nas expressões 4.26 e 4.27 estão corretos no caso do movimento do satélite 1 na figura 8 se dar no sentido horário, mas ficam “trocados” se o movimento for anti-horário.

Sendo assim, nas expressões 4.26 e 4.27 que descrevem as relações de (DX,DY) com DT e DD, adotamos sinal positivo “+” para a velocidade relativa V no caso do movimento do satélite 1 se dar no sentido horário, contrário ao sentido crescente de θ , e adotamos sinal negativo “-” no caso do satélite 1 mover-se no sentido anti-horário, isto é, no sentido

crescente de θ . O sentido do movimento do satélite 1 em relação ao satélite 2 é facilmente determinado das efemérides.

Fórmula idêntica é obtida da rotação de um ângulo θ que leve os eixos (DD,DT^*V) para os eixos $(\Delta X,\Delta Y)$, conforme a figura 9. O satélite 2 de referência fica na origem, como na figura anterior. As posições relativas do satélite 1, observada e das efemérides, para os respectivos instantes centrais, ficam definidas ao longo do eixo DD, enquanto que o deslocamento DT^*V é definido ao longo do eixo DT^*V , perpendicular a DD.

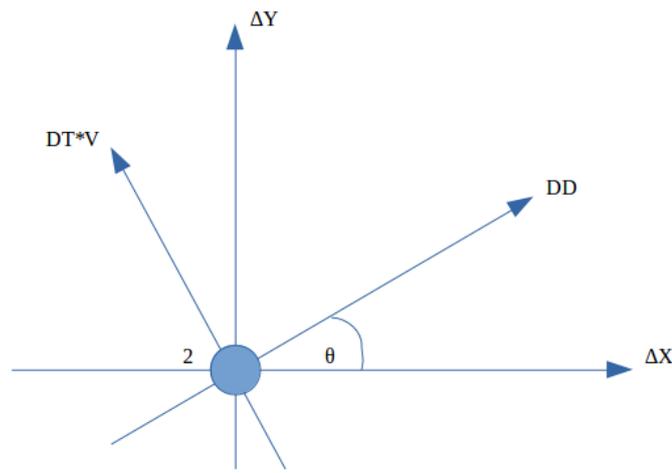


Figura 9 – Rotação entre eixos em uma aproximação mútua. Com origem no satélite 2, o eixo DD representa a direção da variação do parâmetro de impacto, e o eixo DT^*V a direção da variação do instante central. Os eixos $(\Delta X,\Delta Y)$ são paralelos e crescem no mesmo sentido dos eixos (X,Y) da figura 8, e representam as direções dos *offsets* de efeméride das distâncias inter-satélites em (α,δ) (com o fator $\cos \delta$ aplicado em α).

A partir de fórmulas bem conhecidas de rotação de eixos, chega-se diretamente as mesmas expressões 4.26 e 4.27, com as mesmas definições para os sinais da velocidade relativa.

As diferenças em X e Y para as efemérides, ΔX e ΔY , calculadas com base no instante central e no parâmetro de impacto observados convertidos para astrométricos topocêntricos (ver seção 4.5), são dadas pelas expressões 4.28 e 4.29, onde, por convenção, a velocidade relativa v_0 é negativa ou positiva, dependendo se está no sentido crescente ou decrescente de θ .

$$\Delta X = X - X_e = \Delta d_0 \cos \theta - \Delta t_0 v_0 \sin \theta \quad (4.28)$$

$$\Delta Y = Y - Y_e = \Delta d_0 \sin \theta + \Delta t_0 v_0 \cos \theta \quad (4.29)$$

Adicionando os valores conhecidos de X_e e Y_e a ΔX e ΔY obtemos os valores observados de X e Y .

Os erros de X e Y são calculados a partir dos erros de d_0 e t_0 , aplicados às equações 4.28 e 4.29.

As componentes em α e δ das velocidades relativas astrométricas topocêntricas no instante central, em mas/s, são:

$$\dot{X} = |v_0| \sin \theta \quad (4.30)$$

$$\dot{Y} = |v_0| \cos \theta \quad (4.31)$$

Os sinais de \dot{X} e \dot{Y} são obtidos a partir dos sinais das componentes \dot{X}_e e \dot{Y}_e referentes às efemérides topocêntricas astrométricas.

Os erros de \dot{X} e \dot{Y} são assumidos serem iguais, de forma que combinados equivalham ao erro de v_0 .

$$\sigma v_0 = \sqrt{(\sigma \dot{X})^2 + (\sigma \dot{Y})^2} \quad (4.32)$$

As componentes (α, δ) das distâncias aparentes individuais observadas em cada imagem entre os satélites envolvidos nas aproximações (X_{12}, Y_{12}) , no sentido satélite 1 menos satélite 2, também são calculadas em mili-segundos de arco, a partir das distâncias medidas em unidades de pixel (x_{12}, y_{12}) , utilizando a escala de pixel pix e o ângulo de orientação do CCD Ω , que foram determinados pela primeira nesta variante do método das aproximações mútuas, conforme descrito na seção 4.4.

$$X_{12} = +kx_{12}pix \cos \Omega + ky_{12}pix \sin \Omega \quad (4.33)$$

$$Y_{12} = -kx_{12}pix \sin \Omega + ky_{12}pix \cos \Omega \quad (4.34)$$

Com $k = +1$ ou -1 para sistemas (x, y) direto (*right-handed*) ou indireto (*left-handed*) respectivamente.

As distâncias aparentes (X_{12}, Y_{12}) são convertidas em distâncias astrométricas topocêntricas aplicando fatores de conversão, derivados de efemérides aparentes e astrométricas dos satélites, conforme explicado na seção 4.5.

4.4 Escala de pixel e ângulo de orientação do CCD

A escala de pixel e a orientação dos eixos (α, δ) do ICRS em relação aos eixos (x, y) do CCD são obtidos com base nas posições observadas e nas efemérides dos dois outros satélites presentes no FOV das mesmas imagens, portanto sem a utilização das efemérides e medidas dos satélites alvos da aproximação, e também usufruindo dos benefícios das propriedades astrométricas da *precision premium*.

Para cada instante de observação extraímos as efemérides aparentes dos dois outros satélites separados, afetadas dos efeitos citados na seção 4.5.

A escala de pixel é calculada dividindo as distâncias angulares em mas provenientes das efemérides, pelas observadas em pixels para os satélites separados. O valor da escala em mas/pixel será a média ponderada dos valores desta divisão calculados para cada instante, com pesos baseados nos erros das distâncias medidas, e com eliminação de pontos espúrios acima de 3σ . O erro da escala de pixel é o desvio padrão dessa média.

O ângulo de orientação Ω dos eixos (α, δ) em relação aos eixos (x, y) do CCD, é determinado a partir das componentes angulares em (α, δ) das distâncias aparentes entre os satélites obtidas pelas efemérides (X_e, Y_e) , e as componentes em pixels das distâncias observadas nas direções dos eixos (x, y) do CCD, (x_{ob}, y_{ob}) , conforme as equações 4.35, 4.36 e 4.37.

$$d^2 = x_{ob}^2 + y_{ob}^2 \quad (4.35)$$

$$\cos \Omega = \frac{y_{ob}Y_e + kx_{ob}X_e}{d^2} \quad (4.36)$$

$$\sin \Omega = \frac{y_{ob}X_e - kx_{ob}Y_e}{d^2} \quad (4.37)$$

Novamente, $k = +1$ ou -1 para sistemas direto ou indireto respectivamente.

Os ângulos são calculados para cada uma das mesmas imagens utilizadas no cômputo da escala de pixel, e ponderados pelos erros das distâncias observadas entre os satélites separados. A orientação do CCD é a média ponderada dos valores individuais, em graus, e seu erro é o desvio padrão dessa média, dado em segundos de arco.

A escala de pixel e o ângulo de orientação do CCD são obtidos em coordenadas topocêntricas aparentes afetadas pelos efeitos astronômicos que vimos na seção 4.5, não sendo definidos no referencial astrométrico topocêntrico por serem grandezas aparentes por natureza. Para obter as distâncias e velocidades astrométricas topocêntricas as devidas conversões são feitas conforme exposto ainda na seção 4.5.

4.5 Efeitos astronômicos nas coordenadas aparentes observadas e de efemérides

As distâncias relativas observadas estão sujeitas aos seguintes efeitos astronômicos que afetam as posições medidas dos astros: o ângulo de fase solar, a deflexão gravitacional da luz, o tempo de luz, as aberrações diurna, anual e planetária da luz, e a refração atmosférica. Nesta seção daremos mais detalhes de como converter os resultados topocêntricos aparentes, obtidos a partir das observações e, portanto, afetados desses efeitos, em resultados topocêntricos astrométricos, padrão de uso em cálculos de órbitas e de efemérides.

Em nossos ajustes utilizamos dois tipos de efemérides topocêntricas: as astrométricas e as aparentes. As efemérides aparentes estão afetadas pelos efeitos que deslocam as posições dos objetos quando observadas da superfície da Terra.

Efeitos como o ângulo de fase solar, a deflexão da luz, o tempo de luz, as aberrações diurna e anual da luz e a refração atmosférica caracterizam as distâncias aparentes entre os satélites, em contraste com os valores astrométricos topocêntricos. Esses efeitos devem ser levados em consideração quando estamos extraindo efemérides aparentes, de forma que possam ser comparadas às coordenadas observadas.

Dependendo do ângulo de fase solar ocorre um deslocamento do fotocentro da imagem de um satélite com relação ao seu centro geométrico, direção na qual assumimos estar o centro de massa do satélite.

Este deslocamento é dado pela seguinte expressão (Lindgreen, 1977):

$$\begin{pmatrix} \Delta\alpha \cos \delta \\ \Delta\delta \end{pmatrix} = C(i)r \sin(i/2) \begin{pmatrix} \sin Q \\ \cos Q \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

Aqui, i é o ângulo de fase solar, r é o raio aparente do satélite, Q é o ângulo de posição do ponto sub-solar no plano tangente e $C(i)$ é uma função que depende da lei de reflexão utilizada. A *task* PRAIA oferece duas opções: a lei de Lambert (Lindgreen, 1977) e a lei de Lommel-Seelinger (Hestroffer, 1998).

A refração atmosférica causa um desvio nas posições aparentes dos astros em direção ao zênite. Esse desvio é tanto maior quanto maior for a distância zenital. Embora esse efeito afete de forma semelhante os dois satélites em uma aproximação, dependendo das condições de observação (distância zenital e diferença de altura dos dois satélites) seu efeito diferencial pode ser significativo, e não deve ser negligenciado.

O efeito da refração atmosférica para cada satélite é corrigido pela equação:

$$\begin{pmatrix} \Delta\alpha \cos \delta \\ \Delta\delta \end{pmatrix} = -R_m \begin{pmatrix} \sin \psi \\ \cos \psi \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Aqui o ângulo paralático ψ depende da latitude do observador, do ângulo horário do astro, e de sua distância zenital. O termo R_m , que descreve a refração atmosférica em si, depende da latitude, altitude, do comprimento de onda utilizado nas observações, da temperatura e da umidade.

Além dessas duas correções principais, ainda consideramos a deflexão da luz por campos gravitacionais e o tempo de luz, calculado com base na velocidade da luz e na distância do observador ao astro.

Outros efeitos que consideramos são a aberração anual, com base na configuração Sol-Terra-astro, e a aberração diurna, calculada a partir da configuração Terra-observador-astro. O efeito das aberrações diurna e anual combinadas é um deslocamento na posição aparente do astro na direção do vetor velocidade instantânea do observador.

4.6 Conversão do instante central, distâncias e velocidades relativas de aparentes observadas para astrométricas

Como a partir de nossas observações não obtemos as posições (α, δ) individuais dos satélites, apenas distâncias e velocidades relativas entre os pares de satélites, não podemos converter os valores aparentes observados em astrométricos usando fórmulas e procedimentos padrões.

Por outro lado, podemos fazer isso com as posições das efemérides, e daí derivar instantes centrais astrométricos e aparentes, e distâncias e velocidades astrométricas e aparentes, entre dois satélites quaisquer.

A partir dos ajustes usando efemérides astrométricas e aparentes, obtemos dois conjuntos de valores para t_0 , d_0 e v_0 , um para cada tipo de efeméride. Assim, podemos calcular fatores que podem ser aplicados para converter valores aparentes observados em astrométricos.

Para a conversão dos instantes centrais, simplesmente tomamos as diferenças entre os valores astrométricos e aparentes obtidos dos ajustes das curvas de distâncias das efemérides correspondentes. A diferença em t_0 entre as efemérides astrométricas e aparentes deve ser adicionada ao valor aparente observado para convertê-lo em astrométrico.

Para o parâmetro de impacto, o fator de conversão é a razão entre os parâmetros de impacto astrométrico e aparente, calculados a partir dos ajustes das curvas de distância das

respectivas efemérides. Nós multiplicamos esse fator pelo parâmetro de impacto observado para obter o parâmetro de impacto astrométrico.

Para a velocidade relativa, o fator de conversão é a razão entre a velocidade astrométrica e a velocidade relativa aparente, obtidas dos ajustes das curvas de velocidades relativas das efemérides correspondentes. Nós multiplicamos esse fator pela velocidade relativa observada para obter a velocidade relativa astrométrica.

Para as coordenadas inter-satélites (X, Y) e velocidades relativas (\dot{X}, \dot{Y}) no instante central t_0 e para as coordenadas (X, Y) de cada observação individual, os respectivos fatores de conversão são obtidos de forma análoga à utilizada para o parâmetro de impacto e velocidade relativa, mas separadamente para as respectivas componentes X e Y .

No caso de coordenadas individuais (X, Y) , ajustamos curvas de efemérides separadas em X e Y para derivar os fatores de conversão em X e Y em cada instante observado. Finalmente, multiplicamos os fatores de conversão encontrados para cada componente X e Y aos correspondentes valores observados para obter os astrométricos.

4.7 Seleção de eventos e observações

4.7.1 Previsão e seleção dos eventos

As previsões dos eventos são feitas com base nas efemérides topocêntricas aparentes usando a ferramenta da NASA NAIF/SPICE¹ (Acton, 1996), por meio de um código Python (Astropy Collaboration et al., 2013) desenvolvido por B. E. Morgado (Morgado, 2015) para os satélites galileanos de Júpiter, e adaptado nesta colaboração para os 5 satélites principais de Urano.

O algoritmo calcula a distância relativa pelas efemérides entre todas as combinações de pares de satélites, a cada minuto para um dado intervalo de tempo, e busca por pontos de mínimos nas distâncias que atendam a alguns critérios de exclusão.

Para que a observação seja possível, o Sol deve estar abaixo do horizonte e a altura de Urano no céu deve ser superior a 35° , limite do telescópio PE1.60m do OPD. Além disso, a distância a Urano dos satélites envolvidos na aproximação deve ser levada em consideração, pois mesmo com o recurso da coronagrafia digital a obtenção das posições (x, y) dos satélites fica muito prejudicada se os satélites não estão suficientemente separados do planeta.

Essa questão foi fundamental para Miranda. Nas primeiras previsões nós fomos menos rigorosos com esse critério, e isso causou muitas dificuldades nas reduções das imagens dos eventos de 2016 envolvendo Miranda. A partir de 2017 somente selecionamos

¹ Website: <<http://naif.jpl.nasa.gov/naif/>>

Tabela 6 – Observatório e instrumentos. Observações entre 2015 e 2018.

Longitude Latitude Altitude	Observadores	Telescópio CCD	Abertura	Distância Focal	Escala nominal de pixels
45° 34' 57.5" W 22° 32' 07.8" S 1864 m	S. Santos-Filho B. Morgado J. I. B. Camargo G. Benedetti-Rossi A. R. Gomes-Júnior T. Bassallo	Perkin-Elmer Ikon	1.60 m	15.752 m	0.177"/pixel

eventos com pelo menos 7" de distância angular entre qualquer dos satélites alvo e o limbo de Urano.

Além desses critérios, selecionamos somente eventos com até 30° de distância angular da Lua.

Nossos pedidos de tempo tiveram sempre boa classificação e foram aceitos praticamente na íntegra, tendo sido aceitos em primeiro lugar em algumas oportunidades.

Nós temos mais observações acontecendo em agosto de 2019 e o pedido para 2019B já foi aceito novamente em primeiro lugar. As observações vão continuar mas os novos resultados estão fora do escopo desse trabalho.

Todas as nossas observações foram realizadas remotamente com o telescópio Perkin-Elmer de 1.60m de abertura (PE1.60m) com montagem equatorial e óptica Richey-Chretien, do Laboratório Nacional de Astrofísica / MCTI (LNA²), instalado no Observatório do Pico dos Dias (OPD), código IAU 874, em Brasópolis, MG, longitude 45° 34' 57.5" W e latitude 22° 32' 07.8" S, altitude 1864m. Mais informações sobre os instrumentos e observadores estão na tabela 6. Todas as imagens foram tomadas em formato FITS (*Flexible Image Transport System*), com o tempo em UTC registrado no cabeçalho das imagens por um receptor GPS com erro abaixo de 0.1 segundo, o que corresponde a menos de 0.1 mas dadas as lentas velocidades relativas entre os satélites de Urano.

4.7.2 Missões observacionais

Ao todo nós solicitamos 36 noites ao longo do projeto durante os anos de 2016 a 2018, com 63 eventos selecionados. Além disso, um evento teste foi feito em 13 de outubro de 2015 durante uma missão observacional do grupo. Apenas duas noites solicitadas ao

² Website: <<http://www.lna.br/>>

longo de todo o projeto não foram concedidas. Eu estive em praticamente todas as missões do projeto, além de outras missões de outros projetos do grupo.

Em função de condições climáticas algumas noites foram totalmente perdidas, e em outras as condições no momento não permitiram a observação dos eventos. No total foram 36 aproximações observadas, sendo que para 23 delas foi possível obter uma curva de distâncias com pontos suficientes para o ajuste. As outras 13 foram tentativas de observação em condições climáticas muito ruins e foram descartadas após algumas tentativas de redução sem sucesso.

Desta forma, os resultados que apresentamos neste trabalho são referentes a 23 aproximações mútuas observadas com sucesso entre outubro de 2015 e outubro de 2018.

A tabela 7 mostra para cada uma das 23 aproximações mútuas as informações referentes às observações que são relevantes para os cálculos: ângulo de fase solar, distância zenital, pressão atmosférica, temperatura e umidade, bem como a escala de pixel pix e o ângulo de orientação Ω (e seus erros), calculados conforme vimos na seção 4.4. O ângulo de posição θ foi calculado a partir das efemérides dos satélites alvos. O número de imagens listadas por evento se referem às observações efetivamente usadas após a eliminação dos pontos espúrios nos ajustes das distâncias. O comprimento de onda efetivo das observações foi 0.8 micron.

Em praticamente todas as noites, com apenas duas exceções quando utilizamos um detector CCD diferente, a mesma configuração instrumental foi utilizada fortalecendo a homogeneidade de nossos dados. O CCD utilizado na grande maioria das noites foi um Andor/ikon-L936-BV de 2048x2048 pixels, resultando em um campo de 6x6 minutos de arco. A homogeneidade do instrumental em nossas observações favorece a comparação dos eventos, e o fato de termos dois eventos com outra configuração é positivo pois permite uma base de comparação para identificação de possíveis viés instrumentais.

As duas últimas noites de nossas observações foram feitas com um detector de modelo diferente, um CCD Andor/iXon-DU-888E-C00-#BV com campo de 1024x1024 pixels. Essa mudança aconteceu por que nessas duas noites de nosso projeto haviam ocultações estelares previstas em horários não conflitantes com as aproximações mútuas, e o CCD iXon, por ser mais rápido, é mais indicado à observação das ocultações sem maiores prejuízos ao nosso projeto das aproximações. Essa diferença no instrumental se reflete na escala de pixel e orientação do CCD dos dois últimos eventos.

As exposições tiveram 5 segundos de integração e foram tomadas com filtro I compatível com o sistema Johnsons-Cousins centrado em aproximadamente 800 nm (nanômetros) com banda de passagem de 200 nm, para mitigar os efeitos da refração diferencial cromática.

Sempre que foi possível tomamos poses a partir de pelo menos uma hora antes até

Tabela 7 – Informações observacionais para os 23 eventos.

Data ddmmyyyy	Sats	i (°)	z (°)	P (mBar)	T (°C)	U (%)	θ (°)	p (mas/pixel)	σp (mas/pixel)	Ω (°)	$\sigma\Omega$ (")	paSats	Imagens
13-10-2015	MU	0.06	38.46	1009.09	20.2	56	345.027	176.672	0.001	182.78	70	TO	433
23-08-2016	UT	2.34	32.41	1018.53	6.0	91	191.294	177.033	0.004	177.07	225	AO	1015
10-09-2016	MA	1.69	36.54	1015.33	11.4	95	17.780	176.606	0.001	179.52	65	TO	1024
10-09-2016	MT	1.69	31.97	1015.33	11.4	95	222.997	176.552	0.001	179.53	104	AO	971
11-09-2016	MO	1.65	34.96	1014.80	12.3	92	142.128	176.617	0.002	179.51	99	AT	652
23-09-2016	AU	1.12	33.98	1013.60	11.1	70	200.441	176.419	0.002	179.03	95	TO	837
03-11-2016	MT	0.95	40.93	1011.47	13.2	96	284.945	176.597	0.002	178.97	269	AO	675
10-08-2017	MU	2.75	49.54	1010.00	15.1	66	340.875	176.431	0.001	180.17	89	TO	472
10-08-2017	MT	2.75	46.59	1010.00	15.1	66	344.224	176.547	0.001	180.18	112	AO	512
10-08-2017	UT	2.75	38.10	1010.00	15.1	66	346.382	176.547	0.001	180.18	112	AO	1065
10-08-2017	MA	2.75	36.55	1010.00	15.1	66	188.139	176.431	0.001	180.17	89	TO	1040
11-08-2017	MA	2.73	33.89	1014.13	15.5	22	24.423	176.314	0.002	180.16	120	TO	601
15-08-2017	AO	2.66	45.27	1010.67	14.2	90	188.778	176.626	0.003	180.13	147	UT	570
15-08-2017	MO	2.66	33.01	1010.67	14.2	90	191.887	176.626	0.003	180.13	147	UT	564
15-08-2017	AT	2.66	32.92	1010.67	14.2	90	200.166	176.579	0.002	180.15	133	UO	694
18-10-2017	AT	0.09	37.42	1015.73	14.0	86	307.557	176.621	0.002	181.16	90	UO	376
13-11-2017	UT	1.22	49.57	1006.13	12.3	67	306.871	176.738	0.005	185.07	144	AO	655
16-07-2018	AT	2.90	48.45	1015.46	11.8	73	1.343	176.494	0.002	178.59	81	UO	400
17-07-2018	MU	2.90	39.39	1017.86	11.1	67	95.414	176.511	0.003	178.57	121	TO	388
18-07-2018	AT	2.91	49.36	1015.60	9.8	90	94.352	176.342	0.003	178.63	238	UO	790
19-08-2018	TO	2.67	37.45	1016.13	8.6	97	333.142	176.714	0.006	180.49	147	AU	994
28-09-2018	MA	1.29	40.06	1007.07	17.3	70	277.284	168.632	0.002	88.12	90	TO	324
22-10-2018	AT	0.10	40.10	1010.93	9.6	97	95.073	170.286	0.001	90.26	183	TO	821

Nota: Os 4 blocos da tabela se referem aos eventos dos anos de 2015, 2016, 2017 e 2018 respectivamente. *Sats* diz respeito aos satélites na aproximação, A = Ariel, U = Umbriel, T = Titânia, O = Oberon, M = Miranda. *i*, *z*, *P*, *T* e *U* se referem ao ângulo de fase solar, à distância zenital, pressão atmosférica, temperatura e umidade, respectivamente. O ângulo de posição θ foi calculado com as efemérides dos satélites alvos. *paSats* são os satélites separados usados nos cálculos da escala de pixel *p* com erro σp , e do ângulo de orientação do CCD Ω com erro $\sigma\Omega$. *Imagens* é o número de observações efetivamente usadas após a eliminação dos pontos espúrios nos ajustes das distâncias. Os dois últimos eventos foram observados com um detetor diferente, montado em uma câmera diferente em cada noite, o que resultou em escalas de pixel e orientação diferente do CCD.

uma hora depois do instante central previsto, ou mesmo um pouco mais. Em todas as observações procuramos manter Urano e os satélites na parte central do FOV do CCD, para atenuar eventuais efeitos de distorções de campo (veja Peng et al. (2012b)).

Entretanto, devido a restrições climáticas e alguns problemas técnicos com o foco, o acompanhamento e o domo, algumas curvas de distância ainda ficaram prejudicadas, apresentando assimetria em relação ao instante central e em alguns casos poucos pontos, alta dispersão ou intervalos sem pontos. Além disso, conforme já mencionamos, em alguns eventos Miranda está muito próximo de Urano, chegando a 6" do limbo, o que foi um desafio nas reduções. Evidentemente, nesses casos as curvas de velocidades também ficaram prejudicadas.

As aproximações que temos cobrem todas as combinações entre os satélites, com especial atenção a Miranda, envolvido em 12 eventos. A cobertura nas órbitas dos satélites

em torno de Urano para as noites das 23 aproximações está ilustrada na figura 10.

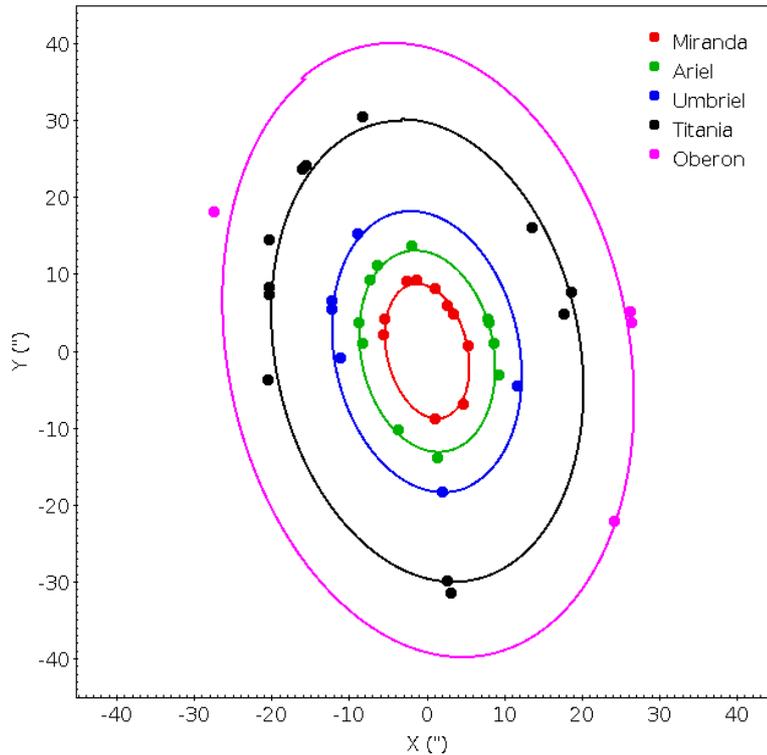


Figura 10 – Os pontos são as posições dos satélites nas órbitas em torno de Urano projetadas no plano do céu para as noites das aproximações. As linhas representam as órbitas de referência para a época média das observações, 2017.5.

Podemos ver que os satélites estão razoavelmente bem distribuídos em suas órbitas nos momentos das aproximações, e, com exceção de Oberon que estava em poucos eventos, os demais satélites tiveram boa cobertura de observações. Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon estiveram em 12, 11, 7, 12 e 4 aproximações respectivamente.

4.8 Ajustes das curvas, distâncias e velocidades

Na redução das aproximações mútuas inicialmente utilizamos o código Python escrito para o sistema de Júpiter, do mesmo pacote de [Morgado \(2015\)](#) utilizado nas previsões dos eventos, também adaptado neste trabalho para utilização no sistema de Urano.

Para verificar a aplicabilidade do método, uma primeira aproximação entre satélites de Urano foi observada com o telescópio PE1.60m do OPD no dia 13/10/2015 durante uma das missões do grupo, para fins de teste do método já certificado para os satélites galileanos de Júpiter, agora num novo sistema de satélites. Esta foi uma noite bastante favorável e uma aproximação entre Miranda e Umbriel foi observada produzindo imagens de boa qualidade onde se obteve a razão sinal ruído de 100 para Miranda.

Uma redução preliminar com as posições (x,y) obtidas sem os aprimoramentos que posteriormente foram feitos nas determinações dos centroides e na coronagrafia, e utilizando o código Python nos ajustes, forneceu erros correspondentes a 5 mas para o instante central (momento da máxima aproximação) e 17 mas para o parâmetro de impacto (menor distância entre os satélites).

Para este evento, o instante central obtido nesta redução preliminar foi $t_0 = 01:11:43.810 \pm 54.280s$, o parâmetro de impacto foi 5523.690 ± 17.194 mas, com velocidade relativa de 0.089 mas/s estimada a partir do valor calculado a partir com base nas efemérides, correspondendo a um erro de 4.8 mas para o instante central.

Esse resultado demonstrou a robustez do método, uma vez que obtemos erros da mesma ordem dos encontrados para os fenômenos mútuos de 2007 (Assafin et al., 2009), enquanto a astrometria clássica CCD só fornece posições relativas de Miranda com precisões típicas da ordem de 100 mas, tomadas em relação a Oberon (Camargo et al., 2015).

No entanto, alguns problemas que encontramos na adaptação do código Python para o sistema de Urano, como a dificuldade na determinação das velocidades relativas, muito mais lentas que no sistema joviano, e problemas com o cálculo do erro no instante central, nos levaram a optar pelo desenvolvimento desta funcionalidade dentro do pacote PRAIA. Além disso, introduzimos o cálculo da escala de pixel e do ângulo de orientação do CCD independentes, o que permitiu também a implementação do cálculo do parâmetro de impacto em mas, velocidade relativa em mas/s, e componentes individuais (X,Y) e (\dot{X},\dot{Y}) .

A nova *task* desenvolvida utiliza as rotinas da biblioteca SOFA (*Standards of Fundamental Astronomy*) (IAU SOFA Board, 2018) e implementa o método nos padrões do pacote PRAIA, de forma altamente parametrizável para permitir a máxima flexibilidade nos controles do processamento.

As velocidades a cada ponto foram calculadas com base no deslocamento relativo entre os satélites num intervalo de tempo de 30 a 60 minutos centrado em cada instante de observação. Isso é necessário devido aos movimentos relativos aparentes no sistema de Urano serem muito lentos, da ordem de 0.1 mas/s a 0.8 mas/s.

As efemérides JPL DE432 + URA111 foram usadas em todos os cálculos: construção das curvas de distância e velocidades, escala de pixel, ângulo de orientação do CCD, componentes (α,δ) das distâncias e velocidades relativas e fatores de conversão entre coordenadas topocêntricas aparentes e topocêntricas astrométricas. Para isso utilizamos os dados auxiliares apresentados na tabela 7. Os erros típicos para Miranda foram de 30 mas e 10 mas para os outros satélites. O *seeing* variou tipicamente entre 1.5" e 2".

Os satélites separados utilizados para o cálculo da escala de pixel e da orientação estão informados na tabela 7. Na escolha dos satélites separados não utilizamos Miranda.

Nas aproximações envolvendo Miranda ficamos em geral com 3 satélites possíveis e utilizamos os dois satélites mais afastados entre si. Quando Miranda não participou do evento sobraram apenas dois satélites e esses foram os satélites separados utilizados. Em dois dos eventos não foi possível medir Umbriel e tivemos que utilizar um dos satélites da aproximação, Titânia, também no par utilizado no cálculo da escala e orientação do CCD, ainda preservando o caráter independente da escala de pixel e orientação do CCD.

A conversão de d_0 e v_0 de unidades de pixel para mas foi feita usando a escala de pixel calculada com os satélites separados.

Os raios dos satélites utilizados nas reduções das aproximações foram os mesmos que usamos nos fenômenos mútuos, extraídos do site JPL Horizons³.

Para Ariel e Miranda, que apresentam forma triaxial, um valor médio foi assumido conforme em Assafin et al. (2009).

Os valores são 236.0 km, 579.0 km, 584.7 km, 788.9 km e 761.4 km para Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon.

Em apenas 3 eventos dos 23 um polinômio de grau 4 foi necessário, em todos os demais o ajuste polinomial foi de segundo grau. Os erros médios dos ajustes polinomiais de distância e velocidade foram de 40 mas e 0.01 mas/s respectivamente. Aproximadamente entre 6% dos pontos do ajuste de distâncias e 9% do ajuste de velocidades relativas foram eliminados por estarem cima de 3σ .

O modelo de reflexão da luz pela superfície dos satélites influencia na correção dos ângulos de fase solar dos satélites. Para efeito de comparação, todas as reduções foram feitas utilizando as leis de Lambert (Lindgreen, 1977) e de Lommel-Seelinger (Hestroffer, 1998). Os resultados não apresentaram variações maiores que 1 mas entre os dois modelos, assim estamos apresentando os resultados referentes à lei mais simples de Lambert.

4.9 Resultados e análise

Apresentamos aqui os resultados de 23 aproximações mútuas observadas envolvendo os 5 satélites principais de Urano, algumas delas na mesma noite. As observações aconteceram de outubro de 2015 até outubro de 2018.

Incluindo o evento teste de 2015, um total de 15873 imagens individuais utilizáveis foram adquiridas nas observações dos 23 eventos, já descontadas as imagens excluídas nos cortes dos ajustes, o que dá uma média de 690 por evento. Para o ajuste de velocidades um total de 8871 pontos tiveram a velocidade relativa aparente instantânea calculada, uma média de 385 por evento.

³ Website: <<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/uraniansatfact.html>>

Tabela 8 – Resultados 23 aproximações mútuas: instante central, parâmetro de impacto, e distâncias relativas em componentes no instante central.

Data	Sat	t_0 UTC	σ_{t_0}	Δt_0	$\sigma_{t_0} \cdot v_0 $	$\Delta t_0 \cdot v_0$	d_0	σ_{d_0}	Δd_0	X	Y	σX	σY	ΔX	ΔY
ddmm	12	(hhmmss.s)	(s)	(s)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)
13-10	MU	01 06 33.7	2.7	158.9	0.2	+14.1	5743.2	10.5	-6.8	+5548.8	-1482.1	10.1	2.7	-2.9	+15.4
23-08	UT	05 49 34.4	0.6	-141.2	0.4	+83.4	29462.2	7.2	-63.9	-28897.5	-5740.4	7.1	1.5	+79.0	-69.2
10-09	MA	03 55 17.9	3.5	-3.3	2.9	+2.8	12206.5	60.8	-36.3	+11624.9	+3723.1	57.9	18.8	-35.4	-8.5
10-09	MT	04 46 10.8	0.5	+107.9	0.1	+19.9	14922.1	4.9	+6.5	-10910.6	-10179.9	3.6	3.3	+8.8	-19.0
11-09	MO	06 15 27.2	0.6	+132.2	0.1	+19.9	24750.3	5.1	+21.5	-19534.9	+15198.0	4.0	3.1	-29.2	-2.5
23-09	AU	03 23 14.5	1.2	-23.1	0.8	+14.3	16425.3	7.0	-15.2	-15395.2	-5725.2	6.6	2.6	+19.3	-8.1
03-11	MT	03 27 5.0	1.0	+169.5	0.1	+15.9	22242.5	7.0	+12.1	+5734.8	-21490.9	1.8	6.7	+18.4	-7.6
10-08	MU	05 14 56.2	0.8	+744.4	0.1	79.5	7060.6	11.9	-119.4	+6674.5	-2313.4	11.2	3.9	-86.6	+114.6
10-08	MT	05 17 50.8	1.1	-69.5	0.2	-12.2	15332.2	15.7	-73.9	+14756.5	-4162.2	15.1	4.3	-74.5	+8.3
10-08	UT	06 17 48.8	1.5	+153.8	0.1	+10.1	8238.7	4.8	+1.1	+8007.7	-1937.3	4.7	1.1	+3.5	+9.6
10-08	MA	06 29 21.8	1.3	+42.6	1.1	-34.9	13717.2	77.8	+69.4	-13579.7	-1937.3	77.0	11.1	-73.6	+24.8
11-08	MA	06 56 1.9	8.8	-35.3	5.4	+21.7	10906.2	128.9*	-28.7	+9932.9	+4503.7	117.3*	53.5	-35.1	+7.9
15-08	AO	05 06 19.4	3.9	-30.4	0.7	-5.1	17969.8	22.0	+13.2	-17755.6	-2766.8	21.7	3.4	-13.9	+3.0
15-08	MO	06 57 26.9	0.7	-362.9	0.2	-90.3	21258.5	5.4	-24.2	-20803.1	-4381.1	5.3	1.1	+5.0	93.5
15-08	AT	07 08 44.6	1.5	-120.2	0.2	-15.6	11311.1	5.7	-7.8	-10617.0	-3901.5	5.3	2.0	+1.9	+17.4
18-10	AT	01 36 32.4	1.6	-49.2	0.1	-4.5	15817.9	7.8	+17.9	+9640.6	-12540.6	4.7	6.1	+7.3	-16.9
13-11	UT	03 40 33.4	5.8	-160.1	0.3	-8.0	10926.2	6.5	+10.2	+6547.4	-8747.2	3.9	5.2	-0.2	-12.9
16-07	AT	07 10 40.6	19.5	+170.7	12.0*	-104.6	29792.4	193.3*	-6.7	+29789.4	+417.9	193.2*	12.8	-4.2	-104.9
17-07	MU	08 03 1.4	0.6	-89.5	0.0	-6.4	9535.7	8.3	+108.0	-899.3	+9493.5	0.8	8.3	-3.8	+108.1
18-07	AT	06 54 28.8	1.5	-32.1	0.1	-2.9	16763.8	17.1	-17.1	-1273.8	+16715.4	1.3	17.1	+4.2	-16.8
19-08	TO	06 08 39.0	26.1	-281.8	0.8	-8.6	8022.1	8.8	+6.8	+7157.1	-3623.5	7.9	4.1	+2.2	-10.7
28-09	MA	03 15 24.7	0.8	+493.9	0.0	+14.6	4341.6	11.0	-73.6	+549.8	-4308.3	1.4	10.9	+5.2	+74.9
22-10	AT	01 15 36.4	0.7	-668.0	0.1	-61.4	17737.8	4.5	-43.2	-1568.8	+17670.5	0.4	4.5	+64.8	-37.6
média					0.6	-2.5		14.8	-10.9			12.0	8.2	-6.5	+8.6
d.p.						41.7			46.4					37.4	50.0

Nota: Os 4 blocos da tabela se referem aos anos de 2015, 2016, 2017 e 2018 respectivamente. *Sat* são os satélites envolvidos na aproximação: A = Ariel, U = Umbriel, T = Titânia, O = Oberon, M = Miranda. t_0 e d_0 são o instante central astrométrico topocêntrico e o parâmetro de impacto. X e Y são as distâncias angulares astrométricas topocêntricas entre os satélites nas direções α e δ , no sentido "satélite 1 menos satélite 2" no instante t_0 . Os σ associados são os erros internos e os Δ são as diferenças dessas quantidades para para as efemérides JPL DE432/URA111 no sentido "observado - efemérides". Os *offsets* das efemérides do instante central são convertidos de segundos de tempo Δt_0 para *mas* ($\Delta t_0 \cdot v_0$) usando a velocidade relativa v_0 das efemérides em t_0 . Por convenção, a velocidade relativa v_0 é negativa ou positiva de acordo com o sentido crescente ou decrescente do ângulo de posição θ . Para o erro do instante central a conversão para *mas* ($\sigma_{t_0} \cdot |v_0|$) é feita com o valor absoluto de v_0 . O tempo está em TUC. Os valores marcados com "*" estão excluídos das médias e desvios padrão apresentados.

A tabela 8 apresenta os resultados relacionados ao ajuste das curvas de distância das 23 aproximações mútuas. Nas tabelas estão a data do evento, o par de satélites envolvidos, o instante central astrométrico topocêntrico observado t_0 em TUC, e o parâmetro de impacto d_0 em mas, bem como as distâncias angulares astrométricas topocêntricas em α (X , aplicado o fator $\cos \delta$) e δ (Y) entre os satélites no instante t_0 , obtidas a partir do instante central e do parâmetro de impacto, no sentido "satélite 1 menos satélite 2", em mas. Os erros (σ) e as diferenças desses valores para as efemérides topocêntricas URA111 com DE432 (Δ) também são apresentados.

A tabela 9 apresenta os resultados relacionados ao ajuste das curvas de velocidades relativas, para as 23 aproximações mútuas. Estão apresentados a data do evento, o par de

Tabela 9 – Resultados 23 aproximações mútuas: velocidades relativas no instante central.

Data ddmm	Sat 12	t_0 UTC (hhmmss.s)	v_0 (mas/s)	σv_0 (mas/s)	$\Delta v_0 $ (mas/s)	\dot{X} (mas/s)	\dot{Y} (mas/s)	$\sigma(\dot{X}, \dot{Y})$ (mas/s)	$\Delta\dot{X}$ (mas/s)	$\Delta\dot{Y}$ (mas/s)
13-10	MU	01 06 33.7	+0.089	0.023	+0.000	-0.023	-0.086	0.016	-0.000	-0.000
23-08	UT	05 49 34.4	-0.582	0.013	-0.008	+0.114	-0.571	0.009	-0.002	+0.008
10-09	MA	03 55 17.9	-0.833	0.257*	+0.006	-0.254	+0.793	0.182*	-0.002	+0.006
10-09	MT	04 46 10.8	+0.178	0.012	-0.006	-0.122	+0.131	0.008	+0.004	-0.004
11-09	MO	06 15 27.2	+0.139	0.019	-0.012	+0.085	+0.109	0.013	-0.007	-0.009
23-09	AU	03 23 14.5	-0.617	0.023	-0.003	+0.215	-0.578	0.016	-0.001	+0.003
03-11	MT	03 27 5.0	+0.072	0.033	-0.022	-0.069	-0.019	0.023	+0.021	+0.006
10-08	MU	05 14 56.2	+0.102	0.051	-0.006	-0.033	-0.096	0.036	+0.002	+0.005
10-08	MT	05 17 50.8	+0.176	0.051	-0.000	-0.048	-0.170	0.036	+0.000	+0.000
10-08	UT	06 17 48.8	+0.064	0.007	-0.001	-0.015	-0.063	0.005	+0.000	+0.001
10-08	MA	06 29 21.8	-0.808	0.406*	-0.014	+0.114	-0.800	0.287*	-0.002	+0.014
11-08	MA	06 56 1.9	-0.622	2.362*	+0.006	-0.257	+0.566	1.671*	-0.002	+0.005
15-08	AO	05 06 19.4	+0.164	0.052	-0.003	-0.025	+0.162	0.036	+0.000	-0.003
15-08	MO	06 57 26.9	+0.216	0.017	-0.033	-0.044	+0.211	0.012	+0.007	-0.033
15-08	AT	07 08 44.6	+0.132	0.017	+0.002	-0.046	+0.124	0.012	-0.001	+0.002
18-10	AT	01 36 32.4	+0.093	0.013	+0.001	-0.074	-0.057	0.009	-0.000	-0.000
13-11	UT	03 40 33.4	+0.049	0.017	-0.000	-0.039	-0.029	0.012	+0.000	+0.000
16-07	AT	07 10 40.6	-0.604	0.937*	-0.010	-0.014	+0.604	0.663*	+0.000	-0.010
17-07	MU	08 03 1.4	+0.061	0.023	-0.010	+0.061	+0.006	0.016	-0.010	-0.001
18-07	AT	06 54 28.8	+0.086	0.033	-0.003	+0.086	+0.007	0.023	-0.003	-0.000
19-08	TO	06 08 39.0	+0.029	0.016	-0.001	-0.013	-0.026	0.012	+0.001	+0.001
28-09	MA	03 15 24.7	+0.027	0.305*	-0.002	-0.027	+0.003	0.215*	+0.002	-0.000
22-10	AT	01 15 36.4	+0.090	0.016	-0.001	+0.090	+0.008	0.012	-0.001	-0.000
média				0.024	-0.005			0.017	+0.000	-0.000
d.p.					0.009				0.005	0.009

Nota: Os blocos das tabelas e os códigos dos satélites são os mesmos da tabela 8. t_0 e v_0 se referem ao instante central astrométrico topocêntrico e à velocidade relativa entre os satélites no instante central. Por convenção a velocidade relativa v_0 em t_0 é negativa ou positiva conforme o sentido crescente ou decrescente de θ , respectivamente. \dot{X} e \dot{Y} são as componentes das velocidades relativas angulares topocêntricas astrométricas nas direções α e δ no sentido "satélite 1 menos satélite 2" no instante central. Os símbolos σ e Δ se referem aos erros internos e às diferenças para as efemérides JPL DE432/URA111. Os *offsets* em v_0 foram tomados com relação aos valores absolutos $|v_0|$, independentemente do sinal positivo ou negativo convencionado. O tempo está em TUC. Os valores marcados com "*" estão excluídos das médias e desvios padrão apresentados.

satélites envolvidos, o instante central astrométrico topocêntrico t_0 em UTC, a velocidade relativa v_0 em mas/s. Também são dadas as velocidades astrométricas topocêntricas relativas em α (\dot{X} , aplicado o fator $\cos\delta$), e δ (\dot{Y}) entre os satélites no instante t_0 no sentido "satélite 1 menos satélite 2", em mas/s. Os erros (σ) e as diferenças desses valores para as efemérides topocêntricas URA111 com DE432 (Δ) também são apresentados na tabela.

Exemplos gráficos da evolução no tempo da distância relativa e da velocidade relativa aparentes entre os satélites no plano do céu estão apresentados nas figuras 11 e 12 respectivamente. A distâncias e velocidades relativas são aparentes, afetadas pelos efeitos do ângulo de fase solar, deflexão da luz, tempo de luz, aberração e refração atmosférica.

No painel superior de cada figura apresentamos os valores observados e os respectivos

ajustes, e no painel inferior as diferenças entre cada ponto e o ajuste (os resíduos). O tempo está representado em minutos em relação ao instante central aparente em UTC.

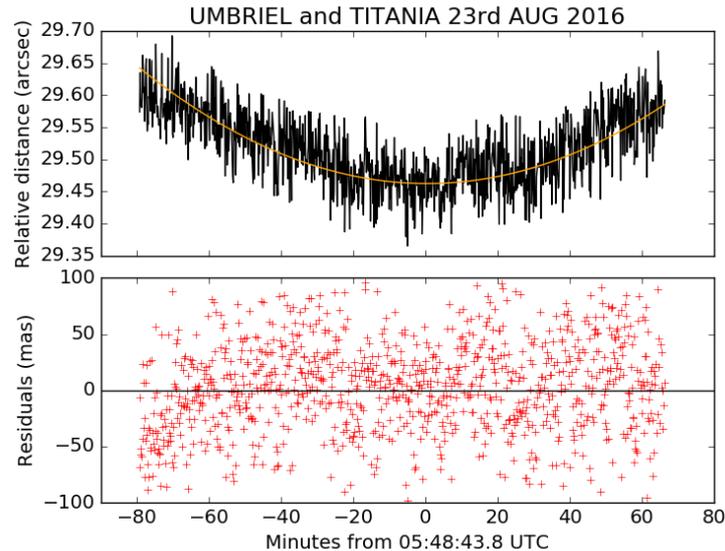


Figura 11 – Curva de distâncias aparentes no plano do céu para a aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As distâncias aparentes estão afetadas pelo ângulo de fase solar, deflexão e aberração da luz, tempo de luz e refração atmosférica. $t=0$ é o instante central aparente topocêntrico observado. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

O plotes das curvas de distâncias e velocidades relativas observadas dos 23 eventos estão apresentados à parte nos apêndices B e C respectivamente.

Para os trabalhos de ajuste de órbitas disponibilizamos todas as 15873 distâncias relativas individuais obtidas nos 23 eventos, convertidas para astrométricas topocêntricas, dadas em mili segundos de arco. Esses dados estarão disponíveis no site do IMCCE (*Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides*) na página do banco de dados de satélites naturais, NSDB⁴ (*Natural Satellite DataBase*).

Também fornecemos as distâncias angulares astrométricas topocêntricas, X e Y , $\cos \delta$ aplicado em X , nas direções α e δ no sentido satélite 1 menos satélite 2, com base na escala independente de pixel e no ângulo de orientação do CCD, obtidos através dos outros satélites separados.

4.9.1 Análise dos resultados

De acordo com a tabela 8 os erros internos do instante central foram tipicamente menores que 1 mas. Apenas 3 dos eventos tiveram erros internos no instante central piores

⁴ Website: <<http://nsdb.imcce.fr/nsdb/home.html>>

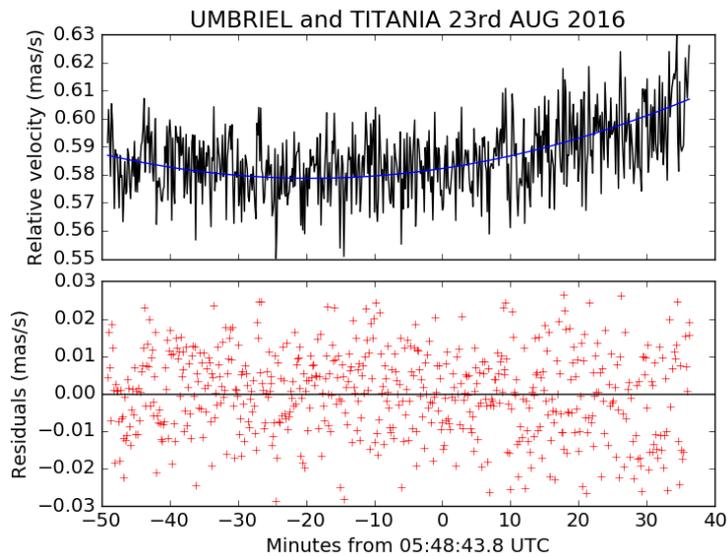


Figura 12 – Curva de velocidades aparentes no plano do céu para a aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As velocidades aparentes estão afetadas pelo ângulo de fase solar, deflexão e aberração da luz, tempo de luz e refração atmosférica. $t=0$ é o instante central aparente topocêntrico observado. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

do correspondente a 2.5 mas, com apenas 1 evento acima de 10 mas, por causa de sua curva de distâncias relativamente curta e assimétrica, começando 5 minutos antes e terminando 55 minutos depois de t_0 . Em somente 4 eventos os erros internos no parâmetro de impacto foram piores que 25 mas.

Comparando com o erro mínimo da astrometria relativa clássica CCD para os satélites de Urano, no valor de um desvio padrão (1σ), em torno de 100 mas para Miranda e 50 mas para os outros satélites tomando Oberon como referência, para cada coordenada (Camargo et al., 2015), todas as diferenças no instante central para as efemérides estão abaixo de 3σ , ou 150 mas.

Eventos com erros internos altos ou *offsets* para as efemérides relativamente grandes foram afetados de alguma forma por condições climáticas não ideais, como passagens de nuvens tênues e *seeing* alto, acima de 2 segundos de arco, levando a baixas razões sinal ruído para esses eventos. Esses fatores levaram a curvas de distâncias com problemas como assimetria, poucos pontos, alta dispersão ou mesmo intervalos sem pontos na curva, relacionados à baixa razão S/R, que afetaram os eventos de diferentes formas.

Pela configuração geométrica de uma aproximação mútua, a velocidade relativa entre os satélites é perpendicular ao parâmetro de impacto no momento do instante central.

Como o *offset* de efeméride do instante central se dá na direção do deslocamento

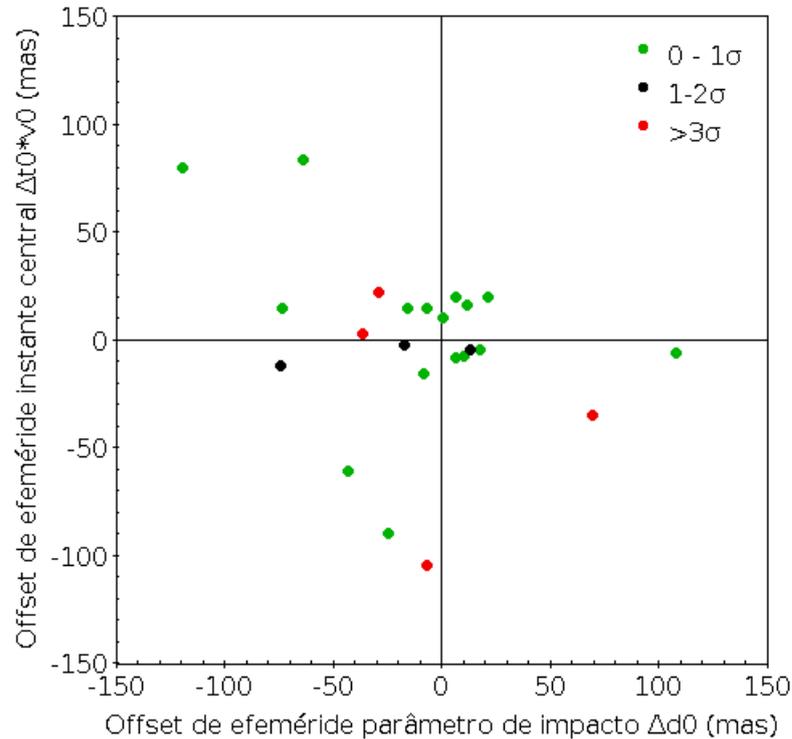


Figura 13 – *Offsets* do instante central astrométrico topocêntrico (mas) e do parâmetro de impacto no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 8. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais do instante central e do parâmetro de impacto) comparados com o valor de 1σ da média desses erros, 14.8 mas, calculado a partir dos erros internos médios do instante central e do parâmetro de impacto listados no final da tabela 8.

relativo entre os satélites em t_0 , sua contribuição ao ajuste de órbitas é ortogonal à direção que define o parâmetro de impacto, por definição perpendicular à direção do movimento relativo.

Neste sentido, as diferenças obtidas para as efemérides astrométricas topocêntricas no instante central e parâmetro de impacto estão plotadas de forma mutualmente ortogonal na figura 13.

O mesmo gráfico das diferenças entre as observações e as efemérides, agora correspondentes às diferenças em ascensão reta α (aplicado o fator $\cos \delta$) e declinação δ entre os satélites ($\Delta X, \Delta Y$) é apresentado na figura 14.

Nós obtivemos erros internos médios para o instante central de 0.6 mas, e para o parâmetro de impacto de 14.8 mas, desconsiderando nessas estatísticas os valores espúrios marcados com "*" na tabela 8. Os erros internos médios em X e Y foram de 12.0 mas e 8.2 mas respectivamente.

A média das diferenças no instante central para as efemérides foi de -2.5 mas, com desvio padrão de 41.7 mas. Para o parâmetro de impacto essa média foi de -10.9 mas com

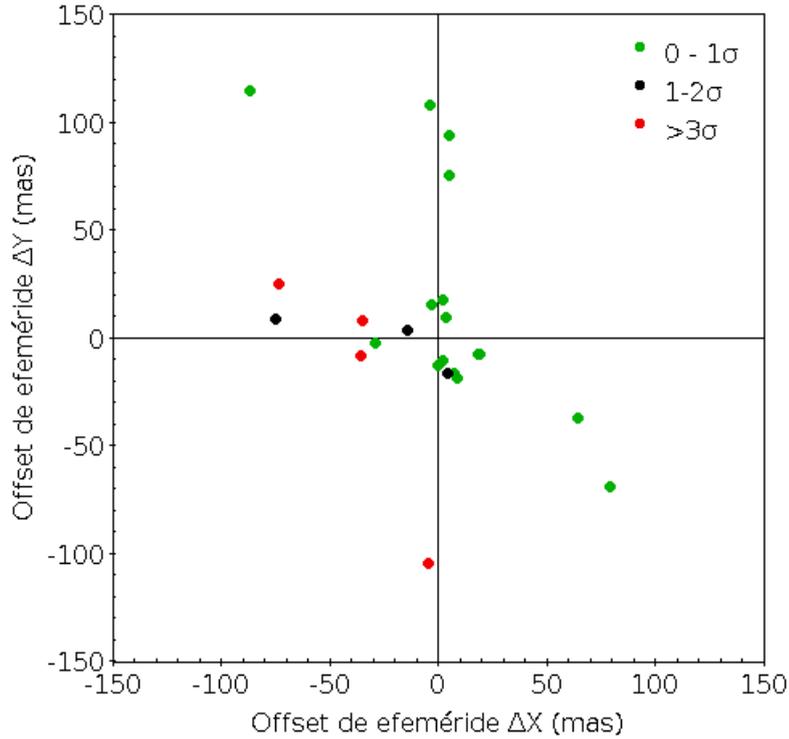


Figura 14 – *Offsets* das velocidades astrométricas topocêntricas angulares relativas (X,Y) nas direções (α, δ) no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 8. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais de X e Y) comparados ao valor de 1σ da média desses erros, 14.5 mas, calculado a partir dos erros internos médios de X e Y listados no final da tabela 8.

46.4 de desvio padrão dessa média.

Para as diferenças observação-efemérides das componentes (α, δ) das distâncias entre os satélites (X,Y) no momento do instante central a média foi de -6.5 mas em ascensão reta e +8.6 mas em declinação, com 37.4 mas e 50.0 mas de desvio padrão respectivamente.

Considerando os desvios padrão apresentados pela distribuição de nossos resultados, e a contribuição dos erros das efemérides, estimamos de forma conservadora que o erro total de nossos resultados é de 45 mas para cada uma das coordenadas (α, δ) , ou, de outra forma, o mesmo valor pode ser assumido para as direções paralela e ortogonal ao movimento relativo entre os satélites.

Recentemente, usando um FOV maior e o catálogo Gaia DR1, Xie et al. (2019) publicaram os resultados de observações feitas entre 2014 e 2016, com posições relativas de Miranda com relação a Oberon de 44 e 36 mas em (α, δ) respectivamente, e de cerca de 20 mas para os outros satélites em relação a Oberon, o que está em concordância com nossos resultados.

A partir dos *offsets* de efemérides listados na tabela 8, nossos resultados incluindo

apenas eventos com Miranda (12 aproximações) apresentaram erros de 35 mas e 47 mas em α e δ respectivamente. Considerando apenas os 11 eventos que não envolvem Miranda esses mesmos erros são de 28 mas e 36 mas respectivamente. Apenas 4 eventos envolvem Oberon, o satélite do sistema de Urano que tem normalmente as melhores medidas e logo possui melhores efemérides do que os outros satélites.

Importante enfatizar que mais da metade, 12 dos 23 eventos, envolvem Miranda, agregando valor extra ao trabalho em função das conhecidas dificuldades de medidas para este satélite, o mais difícil de observar entre os 5 satélites principais de Urano.

As velocidades relativas observadas apresentadas na tabela 9 são calculadas com base na escala de pixel obtida a partir dos outros satélites separados, não envolvidos na aproximação.

O movimento aparente dos satélites de Urano é muito lento, com velocidades relativas tipicamente entre 0.1 e 0.8 mas/s nas aproximações, em contraste com os satélites galileanos onde essas velocidades atingem valores de uma a duas ordens de grandeza maiores. Esse foi um dos problemas enfrentados no início do projeto, antes do desenvolvimento da *task* PRAIA, quando tentamos adaptar para o sistema de Urano o código utilizado para os satélites galileanos de Júpiter (Morgado et al., 2016), onde as velocidades relativas observadas são da ordem de 1.5 a 7.5 mas/s.

Apesar desse regime de movimentos aparentes lentos, nossos resultados para velocidades foram satisfatórios. Como podemos ver na tabela 9 o erro interno médio das velocidades para os 23 eventos, desconsiderando os valores espúrios marcados com "*", foi 0.02 mas/s, correspondendo a 0.017 mas/s para cada componente \dot{X} e \dot{Y} .

A comparação direta com as efemérides apresenta *offsets* médios de -0.005 mas/s com desvio padrão de 0.009 mas/s, indicando que as velocidades relativas observadas estão em concordância com as efemérides.

As diferenças nas velocidades relativas correspondentes nas direções α e δ (\dot{X}, \dot{Y}) obtidas para as efemérides astrométricas topocêntricas no instante central dos 23 eventos estão plotadas de forma mutuamente ortogonal na figura 15.

Na geração das posições individuais teóricas utilizamos as efemérides planetárias JPL DE432 igualmente para todos os satélites, antes de obter as quantidades relativas entre os pares de satélites. Dessa forma as componentes das distâncias e velocidades relativas (X, Y) e (\dot{X}, \dot{Y}) entre satélites dependem apenas das efemérides do sistema de Urano, no nosso caso JPL URA111. A contribuição das efemérides planetárias DE432 é a mesma para todos os satélites e se cancelam.

Assim, os *offsets* apresentados nesse trabalho se referem apenas as efemérides dos satélites em relação ao baricentro do sistema, URA111, não dependendo das efemérides planetárias DE432.

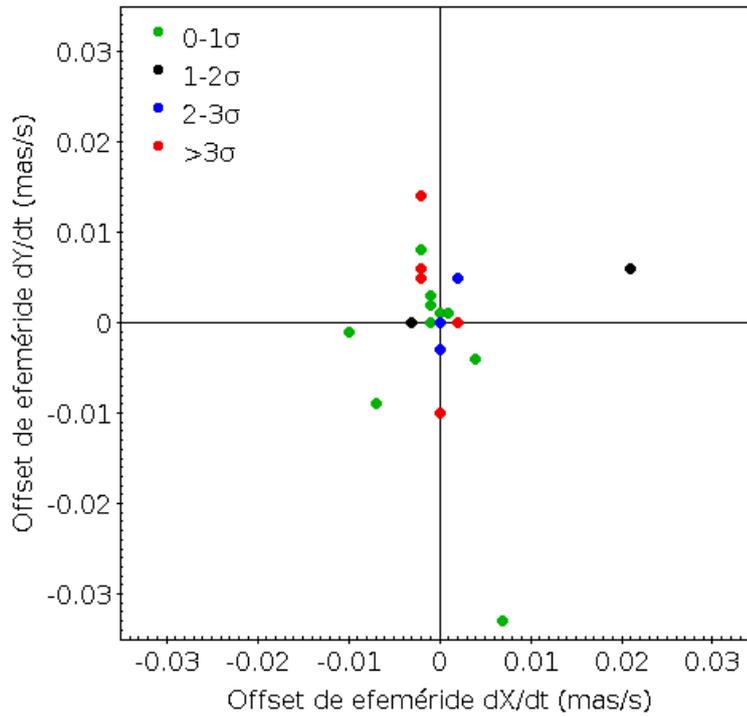


Figura 15 – *Offsets* de \dot{X} e \dot{Y} astrométricos topocêntricos (mas/s) no sentido "observado menos efemérides JPL DE432/URA111", conforme a tabela 9. As cores indicam o erro interno de cada evento (compostos pelos erros internos individuais de \dot{X} e \dot{Y}) comparados com o valor de 1σ da média desses erros, 0.024 mas/s, calculado a partir dos erros internos médios de \dot{X} e \dot{Y} , listados no final da tabela 9.

Essas estimativas de erros são aderentes às efemérides LA15 (Lainey, 2008; Arlot; Birlan; Robert, 2016) e EM13 (Emelyanov; Nikonchuk, 2013), uma vez que elas coincidem para todos os satélites com as efemérides JPL URA111 dentro de uma margem de 10 mas para o período das nossas observações, de 2015 a 2018, em acordo com o trabalho de Xie et al. (2019).

Este trabalho mostra o alto potencial de nossos resultados para a melhoria dos parâmetros orbitais e conseqüente aprimoramento das efemérides dos satélites principais de Urano, sobretudo quando os observáveis que publicamos são utilizados em conjunto com as posições (α, δ) da astrometria CCD clássica.

5 Astrometria diferencial em distância

5.1 O método da astrometria diferencial em distância - ADD

[Emelyanov \(2017\)](#) discute vários tipos de observáveis que podem ser usados no ajuste de órbitas e cálculo de efemérides de satélites naturais. Ele classifica os observáveis em grupos que contribuem ao ajuste em 1 e 2 dimensões. Por exemplo, no método original de aproximações mútuas ([Morgado et al., 2016](#); [Morgado et al., 2019a](#)), o instante central é um observável de 1 dimensão, e engloba 2 satélites. Na nossa variante do método de aproximações mútuas, apresentada no capítulo 4, nossos observáveis são do tipo de 2 dimensões: o instante central e o parâmetro de impacto, também englobando 2 satélites, isto é, há 2 observáveis para 2 satélites. Outro exemplo de observáveis do tipo 2 dimensões são posições de ascensão reta e declinação, que envolvem 4 observáveis para 2 satélites. Note-se que neste último caso, cada imagem geraria 4 observáveis (para 2 satélites), enquanto que nos outros casos, o conjunto completo de imagens é necessário. Porém, como estamos considerando imagens obtidas numa mesma noite de observações, o arco da órbita é pequeno, ou seja, em termos de ajuste orbital, a correlação entre cada imagem é grande, de modo que no fim podemos considerar todos os casos como equivalentes do ponto de vista do número de imagens necessárias para se extrair observáveis independentes.

Um dos motivos que inspirou o método totalmente original apresentado neste capítulo foi o de obter um observável independente daqueles advindos de outros métodos como fenômenos mútuos e aproximações mútuas, que fosse do tipo 2 dimensões (maior valor agregado na contribuição para órbitas e efemérides), que pudesse gerar observáveis a cada imagem (como no caso de posições α, δ) e que não só não dependesse de estrelas de referência, como também, rigorosamente, de nenhuma efeméride de nenhum satélite no campo, isto é, que não dependesse da escala de pixel e da orientação do CCD.

O método, ao qual demos o nome de Astrometria Diferencial de Distância, em alusão a técnica de fotometria diferencial da luz, na qual é inspirado, é uma técnica nunca antes vista, cujo recente desenvolvimento iniciamos no último ano deste projeto de doutorado.

Se a distância aparente observada entre dois satélites a cada instante, por si só, já impõe vínculos às efemérides desses dois corpos celestes ([Peng et al., 2012a](#)), pensamos em introduzir um observável que combine distâncias entre 2 pares de satélites, envolvendo portanto de 3 a 4 satélites. Dois exemplos entre as várias combinações possíveis de pares de satélites estão esquematizados na figura 16. Importante destacar na figura que as diferentes combinações estarão dispostas em diversas direções no plano do céu, reforçando o caráter

bidimensional da contribuição do método ao cálculo de efemérides.

Astrometria Diferencial em Distância (ADD)

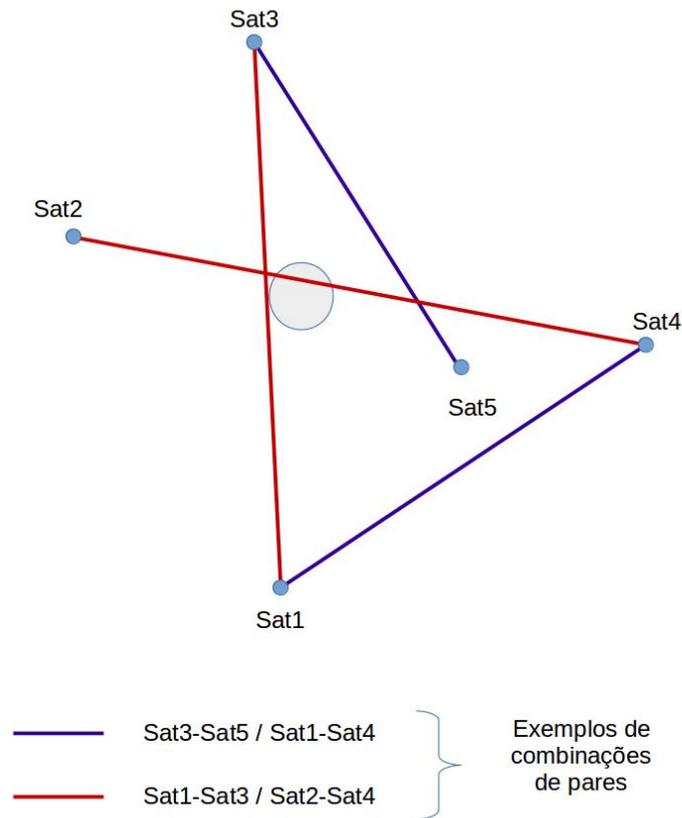


Figura 16 – Exemplos de combinações entre pares de satélites.

No método da Astrometria Diferencial em Distância (ou doravante ADD) tomamos a distância aparente relativa entre dois satélites, e dividimos pela distância aparente relativa entre outro par de satélites, imagem a imagem, obtendo uma sequência temporal de razões de distâncias, adimensionais, que lembra as curvas de luz obtidas em fotometria diferencial pelas razões de fluxo de luz (no caso entre 2 objetos), fazendo a equivalência ou analogia entre luz e distância. Para aplicarmos a ADD basta que pelo menos 3 satélites estejam presentes no campo, permitindo formar pares distintos entre os satélites.

Este método, cujos erros sistemáticos (assim como em fotometria diferencial) são minimizados por afetarem de maneira praticamente igual as distâncias obtidas entre os satélites dentro do princípio da *precisium premium*, fornece resultados acurados e precisos, totalmente independentes das escalas de pixel ou orientação do CCD, uma vez que o observável obtido é uma grandeza adimensional.

Na fotometria diferencial, a variação relativa do fluxo de luz do alvo é obtida tomando-se a razão de seu fluxo pelo de um calibrador. Caso tomemos a razão da distância (variável) entre dois satélites pela distância entre duas estrelas fixas, a analogia é total. Na prática, no lugar de estrelas, trataremos aqui da distância (também variável) entre outros dois satélites, o que em nada afeta o método.

Na ADD a razão entre as distâncias é um observável adimensional obtido imagem a imagem que tem contribuição em duas dimensões para o ajuste de órbitas, pois envolve direções em geral não paralelas que ligam cada par de satélites, podendo englobar 3 ou 4 satélites a cada combinação de pares disponíveis no FOV.

Distintamente de observáveis de 2 dimensões como posições (α, δ) , pela sua própria natureza, a variação temporal do observável (razão de distâncias) é significativa mesmo no pequeno intervalo de tempo de algumas horas de observação, devido a sensibilidade do método, isto é, à precisão intrínseca da medida da razão de distâncias - tal como ocorre em fotometria diferencial.

Várias combinações podem ser feitas entre os satélites, com a geração de vários observáveis por imagem, praticamente se equiparando à performance de coordenadas esféricas (α, δ) no ajuste de efemérides, mas sem os problemas de erros de escala e ponto zero.

Outra vantagem do método é que diferente de fenômenos mútuos e aproximações mútuas, as observações podem ser feitas literalmente a qualquer instante, bastando que os satélites estejam visíveis no céu, e mesmo que nenhuma estrela esteja presente no FOV.

Por se tratar de uma grandeza adimensional, as razões de distâncias utilizadas na ADD podem ser aplicadas diretamente às medidas de distâncias obtidas em pixels, ou extraídas das efemérides em unidades angulares.

O método ADD, pelas suas características, é adequado para ser empregado nas observações do sistema de Urano, por este apresentar quase sempre os 5, ou pelo menos 4 satélites principais numa região pequena ($1' \times 1'$) do FOV. Em outras palavras, o método da ADD pode ser aplicado a praticamente toda e qualquer sequência de imagens do sistema de Urano.

Uma vez concebida a ideia, a partir de um exemplo envolvendo Miranda, Umbriel e Oberon em 10/08/2017, calculamos e plotamos a variação no tempo da razão de distâncias com base nas efemérides topocêntricas aparentes, como podemos ver na figura 17. Numa primeira inspeção aparentemente temos uma linha reta, mas, apesar dos pequenos erros percentuais de cerca de 0.02%, analisando os resíduos entre as razões calculadas pelas efemérides e as ajustadas com um polinômio de primeiro grau percebemos um desalinhamento em relação ao valor esperado, que deveria oscilar uniformemente em torno de zero se a evolução temporal da razão de distâncias fosse linear.

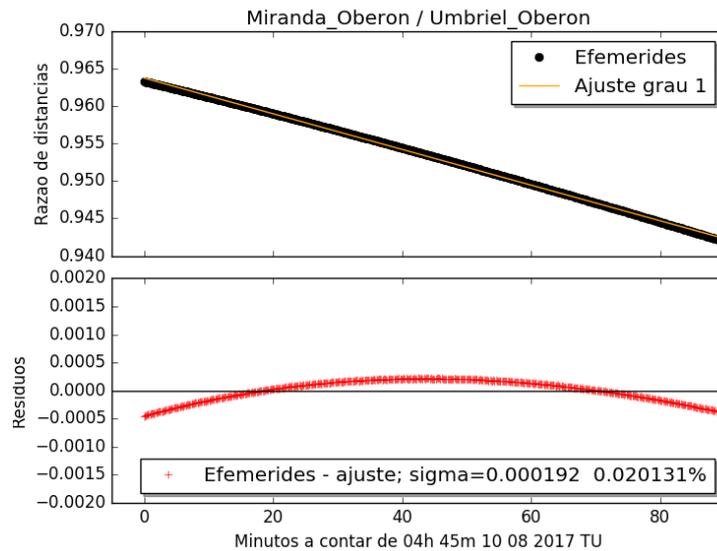


Figura 17 – Ajuste polinomial de primeiro grau à evolução temporal da razão das distâncias entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, em preto, estão os valores obtidos a partir das efemérides, e em amarelo está o ajuste. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, que apresentam uma curvatura indicando problema no ajuste.

Então, fizemos o ajuste utilizando um polinômio de grau 2, que se adequou bem à evolução temporal da razão de distâncias, conforme apresentado na figura 18, onde o desvio padrão do ajuste diminuiu em uma ordem de grandeza, e os erros percentuais caíram para pouco mais de 0.001%.

Com base nesse resultado realizamos ajustes preliminares em duas sequências de imagens observadas no OPD com o telescópio PE1.60m, uma com 3 satélites (o mesmo exemplo anterior entre Miranda, Umbriel e Oberon em 10/08/2017), e outra com 4 satélites (Ariel, Umbriel, Titania e Oberon), plotados respectivamente nas figuras 19 e 20, utilizando polinômio de grau 2. Para comparação, são plotados nos mesmos gráficos o ajuste das efemérides aparentes, que seguem muito próximos às curvas observadas. Os resultados mostraram o alto potencial do método, com desvios padrão mínimos, da ordem de 0.001, e dispersões relativas menores do que 0.2%. A guisa de comparação, erros relativos da ordem de 5% a 10% já são considerados excepcionais na fotometria diferencial de curvas de luz.

O objetivo nessa etapa inicial foi verificar o potencial estatístico e viabilidade do método. Como os resultados preliminares foram encorajadores incorporamos esse novo método ao projeto de doutorado.

Importante frisar que a ADD pode ser aplicada a qualquer conjunto de imagens do sistema de Urano, uma vez que quase sempre pelo menos 3 satélites estarão no campo e o método não depende de nenhum evento ou momento específico.

A razão das distâncias aparentes relativas entre dois pares de satélites pode ser

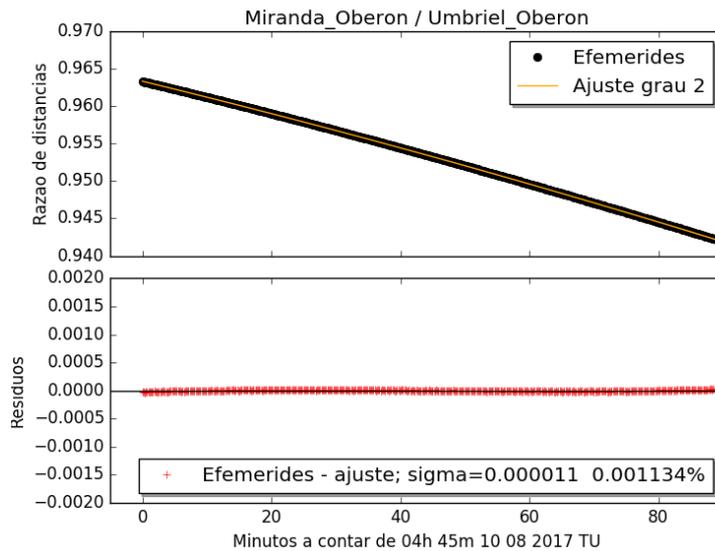


Figura 18 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, em preto, estão os valores obtidos a partir das efemérides, e em amarelo está o ajuste. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, que apresentam distribuição razoavelmente uniforme em torno do zero.

escrita como

$$Rz = \frac{S_{ij}}{S_{hk}} \quad (5.1)$$

onde S_{ij} é a distância angular entre os satélites i e j , e S_{hk} entre os satélites h e k .

No caso de efemérides, S_{ij} e S_{hk} são dadas pelas equações 5.2 e 5.3.

$$S_{ij} = \sqrt{(\Delta\alpha_{ij} \cos \delta_{ij})^2 + (\Delta\delta_{ij})^2} \quad (5.2)$$

$$S_{hk} = \sqrt{(\Delta\alpha_{hk} \cos \delta_{hk})^2 + (\Delta\delta_{hk})^2} \quad (5.3)$$

Aqui $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ são as diferenças em ascensão reta e declinação entre os satélites de cada par.

Em correspondência às distâncias angulares aparentes, as distâncias observadas podem ser calculadas em unidades de pixel, pois a razão entre essas distâncias será igualmente adimensional.

Durante o desenvolvimento do método buscamos por um modelo analítico para a variação no tempo das razões de distâncias que fosse coerente com o deslocamento dos satélites nos pequenos arcos de órbitas percorridos durante as observações. Se isso for

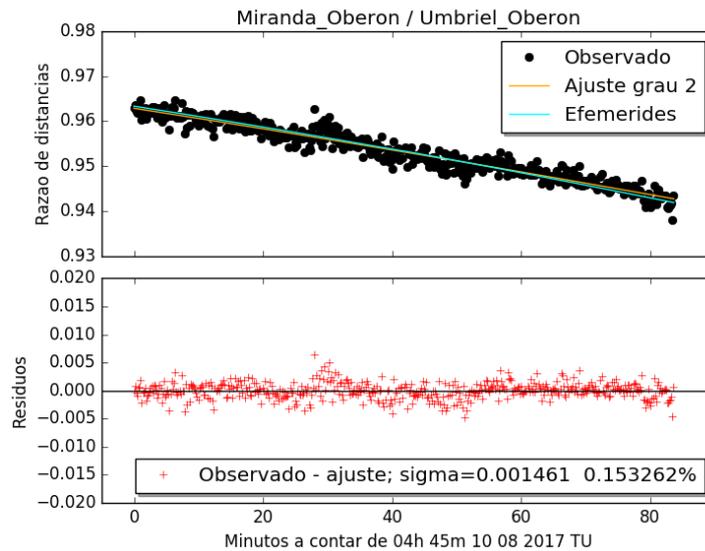


Figura 19 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Oberon, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, os pontos pretos são as razões de distâncias observadas a cada instante, em amarelo está o ajuste às razões observadas e em azul estão as efemérides geradas para os mesmos instantes. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, bem como seu desvio padrão e erro relativo.

possível o ajuste com esse modelo seria um resultado bem depurado, sem as oscilações presentes nas medidas individuais, e que incorporaria para cada instante a solução da sequência de imagens da observação como um todo.

Infelizmente não foi possível desenvolver, ou mesmo encontrar na literatura, algum modelo analítico que se adequasse à natureza dos movimentos relativos aparentes entre os satélites. Então, todo o trabalho foi feito com ajustes empíricos de segundo grau no tempo, que se mostraram bastante adequados para representar a variação temporal da razão das distâncias em todos os casos estudados.

Assim, os resultados deste método a serem considerados em ajustes de órbitas e melhoria de efemérides são, pelo menos a princípio, simplesmente as razões de distâncias ponto a ponto para cada instante de observação.

5.2 Redundâncias

Para os 5 satélites principais de Urano temos 10 combinações possíveis de pares de satélites:

$$\text{Número de pares} = C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10 \quad (5.4)$$

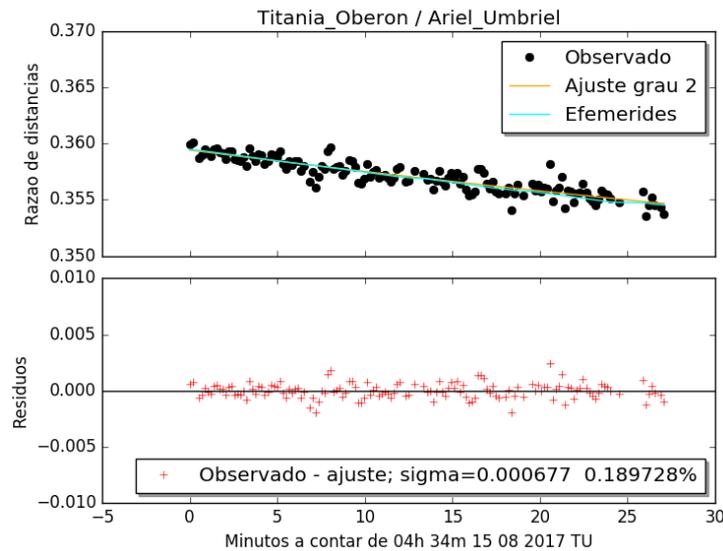


Figura 20 – Ajuste polinomial de segundo grau à evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Titânia e Ariel, e Umbriel e Oberon em 10/08/2017. No painel superior, os pontos pretos são as razões de distâncias observadas a cada instante, em amarelo está o ajuste às razões observadas e em azul estão as efemérides geradas para os mesmos instantes. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste, bem como seu desvio padrão e erro relativo.

No entanto, como podemos visualizar na configuração hipotética dos satélites apresentada na figura 21, das 10 distâncias relativas existentes entre os 5 satélites, 8 são totalmente independentes. Conhecidas as distâncias entre esses 8 pares as outras duas distâncias estão determinadas.

Com os 5 satélites no campo as 10 distâncias relativas fornecem 45 combinações de pares possíveis para o cálculo das razões de distâncias. Estamos considerando sempre, para cada combinação de pares, as razões de distâncias menores que a unidade, i.e., o caso em que a distância entre o par do numerador é menor do que a distância entre o par do denominador, e não a razão inversa.

No entanto, a maioria dessas combinações também não é independente. A título de exemplo, se temos as razões das distâncias entre o par Ariel e Umbriel, e o par Titânia e Oberon, e também temos as razões das distâncias entre os pares Miranda e Umbriel, e Titânia e Oberon para os mesmos instantes, a razão das distâncias entre Ariel e Umbriel, e Miranda e Umbriel pode ser obtida das razões anteriormente calculadas para os primeiros pares de satélites.

Como vimos que apenas 8 das distâncias relativas são totalmente independentes, a rigor, considerando somente essas 8 distâncias, apenas 7 das 45 combinações de pares de satélites para o cálculo das razões de distâncias contribuem de forma totalmente independente para o ajuste de órbitas. Isto é, a rigor, na ADD aplicada as luas principais

Independência das distâncias entre satélites

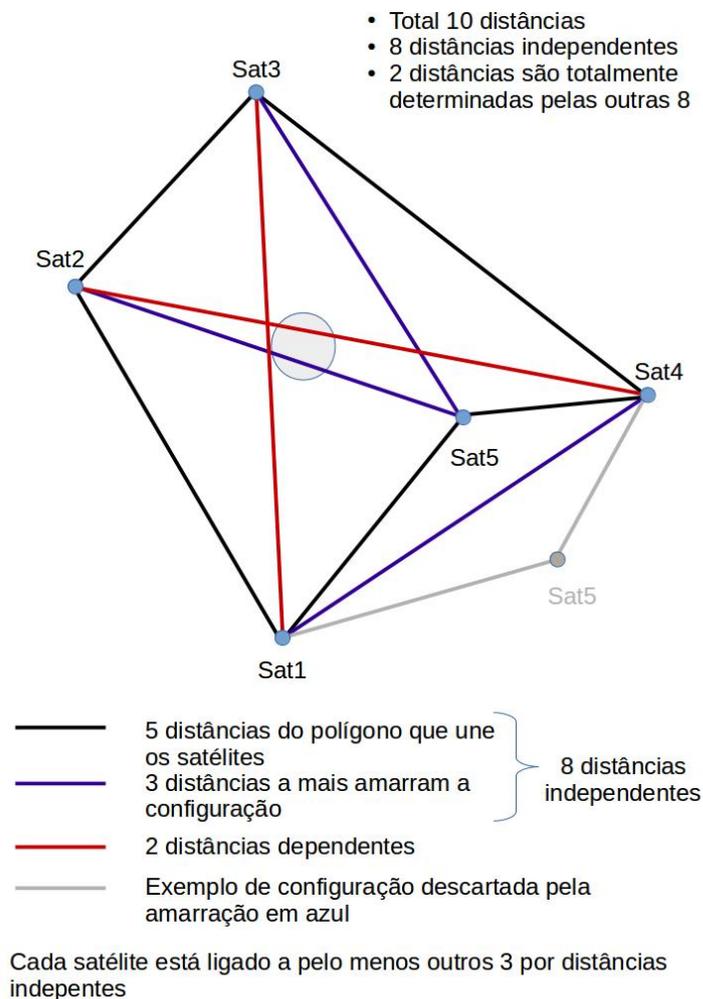


Figura 21 – Exemplo de configuração hipotética dos 5 satélites principais de Urano. As distâncias em preto são o contorno do polígono que une as posições dos 5 satélites. Além dessas 5 distâncias, mais 3 são necessárias para amarrar geometricamente as posições relativas (em azul). As outras 2 distâncias (em vermelho) não são independentes, estão determinadas pelas 8 outras. Em cinza está uma outra possível posição para o satélite 5, com as mesmas distâncias aos satélites 1 e 4, descartada pela restrição imposta pelas amarrações em azul. Para amarrar a posição relativa de um satélite é necessário saber sua distância a 3 outros satélites.

de Urano, temos 7 observáveis independentes (de tipo 2 dimensões) para 5 satélites, altamente precisos, contra por exemplo 10 observáveis (de tipo 2 dimensões) de (α, δ) para os mesmos 5 satélites, sujeitos aos problemas da astrometria clássica CCD do sistema de Urano. Ou seja, quanto maior o número de satélites, mais observáveis independentes são proporcionalmente obtidos na ADD.

Porém, apesar dessas considerações de natureza geométrica com relação às redun-

dâncias nas distâncias e nas razões das distâncias entre os satélites, como as condições de imageamento podem diferir muito de um satélite para outro, todas as combinações possíveis foram disponibilizadas nesse trabalho, e podem ser utilizadas conjuntamente em ajustes de órbitas para melhoria de efemérides.

Para utilização do método da ADD basta que pelo menos três satélites estejam presentes na imagem, uma vez que mesmo nessa situação ainda temos 3 distâncias independentes entre pares de satélites e 2 razões de distâncias (2 observáveis para 3 satélites) realmente totalmente independentes (a terceira razão é redundante). Com 4 satélites no campo são 6 distâncias independentes, logo temos 5 razões de distâncias (5 observáveis para 4 satélites) realmente totalmente independentes entre elas, das 15 combinações de pares possíveis.

5.3 Análise de erros

Para avaliarmos a significância estatística das medidas das razões de distâncias observadas, já convertidas para astrométricas topocêntricas, considerando os efeitos do ângulo de fase solar, do tempo, deflexão e aberrações da luz, e da refração atmosférica, comparamos ponto a ponto com os valores previstos pelas efemérides astrométricas topocêntricas. Ao final da sequência de imagens da observação tomamos a média e o desvio padrão dessas diferenças entre o observado e as efemérides.

Além disso, tomamos a diferença entre o maior e o menor valor das razões de distâncias observadas e dividimos essa diferença pelo desvio padrão do ajuste. Nós chamamos esse resultado de contraste, sendo o erro do contraste o seu inverso, tomado em termos percentuais.

O erro percentual normalizado da razão de distâncias é calculado conforme a equação 5.5, onde Rz_{obs} é a razão de distâncias observada e Rz_{aj} é a razão de distâncias ajustada. Esse erro normalizado fornece uma medida da dispersão das razões observadas em relação a curva de grau 2 ajustada.

$$\text{Erro \% normalizado} = \frac{Rz_{obs}}{Rz_{aj}} - 1 \quad (5.5)$$

5.4 Observações

Nesse trabalho as imagens utilizadas foram as mesmas obtidas nas observações das aproximações mútuas, mas conforme já foi mencionado, qualquer conjunto de imagens com pelo menos 3 satélites no campo pode ser utilizado com o método das razões de distâncias.

Para quase todas as 19 noites de nossas missões observacionais das aproximações

mútuas temos uma única sequência de imagens, mas para uma noite as aproximações tiveram seus instantes centrais bem afastados, e duas sequências de imagens foram tomadas.

Adicionalmente, em duas das últimas missões produtivas das observações das aproximações nós fizemos imagens extras do sistema de Urano, após os eventos, no intuito de ter mais material para aplicarmos o método da ADD. Essas últimas observações também foram feitas com 5 s de exposição e filtro I compatível com o sistema *Johnsons-Cousins*, com comprimento de onda efetivo de 0.8 micron.

Ao todo temos 22 sequências de imagens tratadas com o método.

A tabela 10 apresenta um resumo das observações utilizadas nesse trabalho, ao todo 22 sequências de imagens, no método da ADD.

5.5 Redução de dados

Com as imagens já calibradas fotometricamente com o IRAF e coronagrafadas por ocasião do tratamento para o método de aproximações mútuas, utilizamos novamente o subproduto da *task* PRAIA de fotometria, dessa vez com todos os 5 satélites como alvos, para obter suas posições x,y .

Para todas as sequências de imagens tentamos obter as posições dos 5 satélites, mas isso não foi possível para algumas noites, como vimos na tabela 10.

Em 16/07/2018 a identificação de Miranda ficou bem difícil, mas ainda assim a sequência forneceu 125 pontos. A redução para esta sequência com 5 satélites também foi feita, mas o que consta na tabela 10 são os 758 pontos que sobreviveram às medidas para os 4 satélites sem Miranda.

Uma vez obtidas as medidas (x,y) observadas (em pixels) para os instantes das imagens, a próxima etapa foi extrair as efemérides ponto a ponto e contínua, seguindo os mesmos passos descritos para o método das aproximações mútuas.

De posse das medidas (x,y) e das efemérides dos satélites necessárias ao processamento, utilizamos a *task* PRAIA da ADD para calcular as razões e realizar o ajuste.

Esta funcionalidade do pacote PRAIA permite a escolha do grau do ajuste polinomial, faz o ajuste com peso definido pelos erros das medidas (x,y) envolvidas, realiza eliminação de pontos espúrios através do método de *sigma-clip* (usamos um fator 3.0 sigma), e fornece para cada instante a razão de distâncias observada, seu erro e o valor ajustado com o polinômio.

As saídas da *task* PRAIA contêm os valores observados e ajustados das razões de distâncias astrométricas topocêntricas, e das razões de distâncias aparentes afetadas pelos efeitos do ângulo de fase solar, da deflexão da luz, do tempo de luz, das aberrações diurna

Tabela 10 – Sequências de imagens para medidas com o método da ADD.

Data	Seq.	Num. Satélites	Num. Imagens	Satélite faltante	Fase (graus)	z (graus)	Pressão (mBar)	Temp. (C)	Um. (%)
13/10/15	1	5	465		0.06	38.46	1009.09	20.2	56
23/08/16	1	5	1.047		2.34	32.41	1018.53	6.0	91
10/09/16	1	5	1.413		1.69	36.54	1015.33	11.4	95
11/09/16	1	5	1.084		1.65	34.96	1014.80	12.3	92
23/09/16	1	5	1.110		1.12	33.98	1013.60	11.1	70
03/11/16	1	5	922		0.95	40.93	1011.47	13.2	96
10/08/17	1	5	1.289		2.75	49.54	1010.00	15.1	66
11/08/17	1	5	696		2.73	33.89	1014.13	15.5	22
15/08/17	1	5	697		2.66	45.27	1010.67	14.2	90
18/10/17	1	4	343	Miranda	0.09	37.42	1015.73	14.0	86
	2	5	445		0.08	37.71	1013.20	12.4	94
12/11/17	1	4	765	Miranda	1.17	39.70	1004.80	11.4	83
13/11/17	1	5	313		1.22	49.57	1006.13	12.3	67
16/07/17	1*	5*	125	Com Miranda*	2.90	48.45	1015.46	11.8	73
	2	4	758	Miranda	2.90	48.45	1015.46	11.8	73
17/07/18	1	4	161	Miranda	2.90	39.39	1017.86	11.1	67
18/07/18	1	4	813	Miranda	2.91	49.36	1015.60	9.8	90
17/08/18	1	5	149		2.69	34.74	1021.20	8.9	86
19/08/18	1	5	328		2.67	37.45	1016.13	8.6	97
	2	5	450		2.67	41.25	1016.14	8.8	93
28/09/18	1	5	402		1.29	40.06	1007.07	17.3	70
22/10/18	1	4	857	Umbriel	0.10	40.10	1010.93	9.6	97
22 Seqs		Tot.Imgs	14.507						

Nota: Na tabela constam a data da observação, se é a primeira ou segunda sequências da noite, o número de satélites alvos, o número de imagens em cada sequência que sobreviveram à fotometria, o satélite faltante se for o caso, o ângulo de fase, a distância zenital z , a pressão atmosférica, a temperatura e a umidade relativa do ar. No total de imagens não está sendo considerada a sequência marcada com * (difícil detecção de Miranda) pois as imagens dessa sequência estão incluídas na sequência seguinte.

e anual da luz, e da refração atmosférica. Os resíduos (O-C) no sentido razão observada menos razão ajustada também são fornecidos ponto a ponto.

A transformação das razões de distâncias aparentes observadas em astrométricas topocêntricas é feita por meio de um fator de conversão, calculado com base nas razões de distâncias obtidas a partir das efemérides astrométricas topocêntricas, Rz_{ast} , e das efemérides aparentes, Rz_{ap} , afetadas pelo ângulo de fase solar e refração atmosférica, como dado pela equação 5.6.

$$\text{Fator de conversão} = \frac{Rz_{ast}}{Rz_{ap}} \quad (5.6)$$

5.6 Resultados

Os resultados obtidos com o métodos das razões de distâncias está exemplificado na tabela 11, para apenas 1 noite, 3 de Novembro de 2016. Conforme mencionamos na seção 5.2 todos os resultados de todas as combinações foram obtidos.

É seguro afirmar que estamos com um método que fornece erros relativos de 0,1% a 0,2% na razão de distâncias. Esse resultado é muito expressivo, uma vez que com o mesmo instrumento (PE1.60m do OPD), dificilmente conseguimos chegar a 1% de erro relativo nas curvas de luz de fenômenos mútuos, em uma analogia a fotometria diferencial.

Conforme já mencionamos a *task* PRAIA calcula as razões de distâncias com a menor distâncias no numerador, de forma a obter um razão menor do que 1. No entanto, ocorre que em alguns casos a razão das distâncias é muito próxima de 1 e pode ultrapassar a unidade durante a sequência de imagens.

Apresentamos a seguir os gráficos das evoluções temporais das razões de distâncias para as 7 combinações independentes apresentadas na tabela 11.

5.6.1 Distribuição dos *offsets* de efemérides

Para cada razão de distância observada é feita a comparação individual com a razão de distâncias prevista pelas efemérides, conforme explicado na seção 5.3.

As médias dessas diferenças (*offsets*), bem como seu desvio padrão, para cada combinação de pares de satélites em cada sequência, é calculada e apresentada como saída pela *task* PRAIA da ADD.

A figura 29 apresenta um histograma do número de ocorrências da diferença média entre as razões de distâncias observadas e calculadas pelas efemérides astrométricas topocêntricas. Cada unidade na contagem para o histograma corresponde a uma combinação de pares de satélites em uma sequência de imagens, cujo *offset* médio está no intervalo

Tabela 11 – Resultados razões de distâncias.

Pares Satélites	Pontos ajuste	σ ajuste	Menor razão	Maior razão	Contraste (max-min)/ σ	Erro contraste(%) σ /(max-min)	Erro (%) normalizado	Offset médio	Desvio padrão
54/43	902	0.000797	0.684374	0.692126	9.730352	10.277120	0.115632	-0.000014	0.000918
53/43	899	0.000767	0.310864	0.322015	14.531816	6.881452	0.243499	0.000101	0.000911
52/43	899	0.000785	0.362864	0.379629	21.349382	4.683976	0.210828	-0.000047	0.000912
51/43	897	0.000753	0.257015	0.283585	35.306936	2.832305	0.277365	-0.000126	0.000867
41/43	916	0.000648	0.405649	0.439742	52.628883	1.900097	0.153150	0.000122	0.000648
32/43	909	0.000586	0.674995	0.690629	26.660062	3.750929	0.085855	-0.000037	0.000587
21/43	896	0.000308	0.097508	0.117212	63.901932	1.564898	0.286341	0.000094	0.000310
média		0.000663						0.000013	0.000736
desvio padrão								0.000086	

Nota: Resultados da razões de distâncias em 03 de Novembro de 2016. Apenas as 7 combinações escolhidas como independentes estão listadas

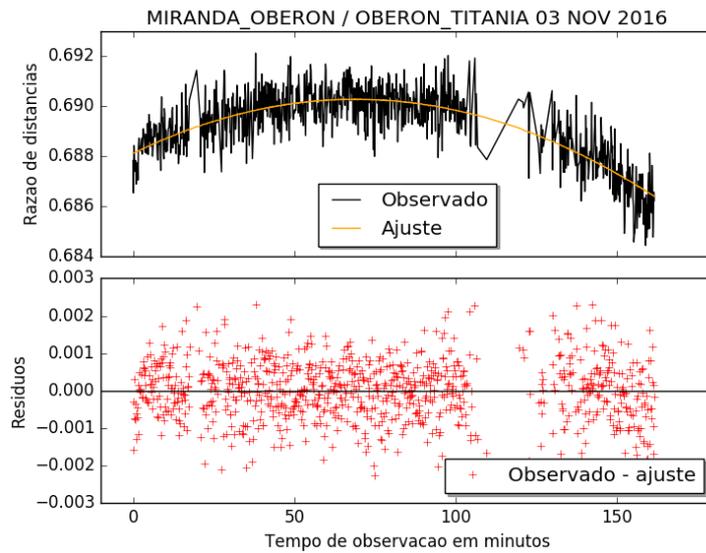


Figura 22 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Oberon, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

apresentado nas faixas do eixo horizontal. Como podemos verificar, a grande maioria dessas diferenças são bem pequenas, menores do que 0.01, e seguem uma distribuição normal.

Como podemos ver na tabela 11, referente aos resultados da ADD das 7 combinações independentes observadas em 03 de Novembro de 2016, a média dos *offsets* das razões de distâncias observadas para as efemérides foi de 0.000013 com desvio padrão de 0.000086.

O valor médio dos desvios padrões dos *offsets* médios das sequências apresentadas na tabela foi de 0.000736 e a média dos erros nos ajustes foi de 0.000663.

Esses valores são representativos da alta precisão do método da ADD, mostrando seu potencial de contribuição na melhoria das órbitas e ajuste fino das efemérides.

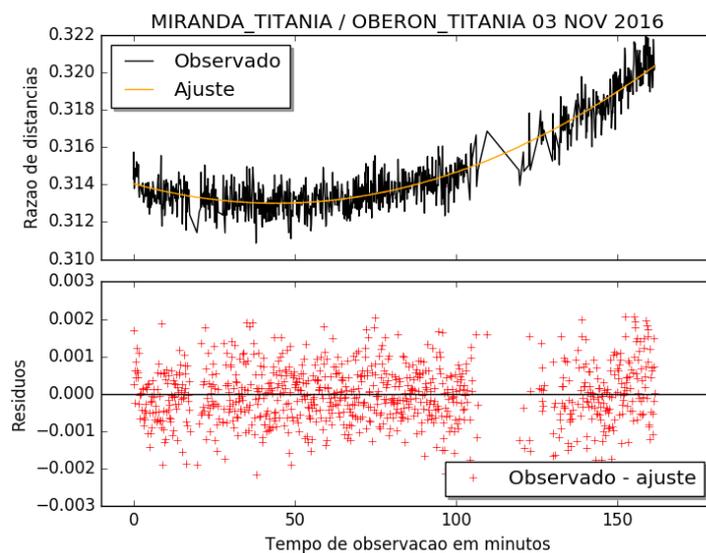


Figura 23 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Titânia, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

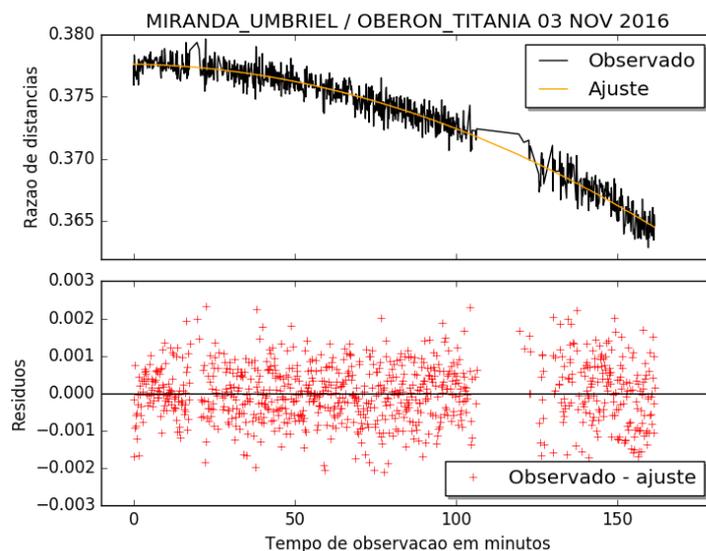


Figura 24 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Umbriel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

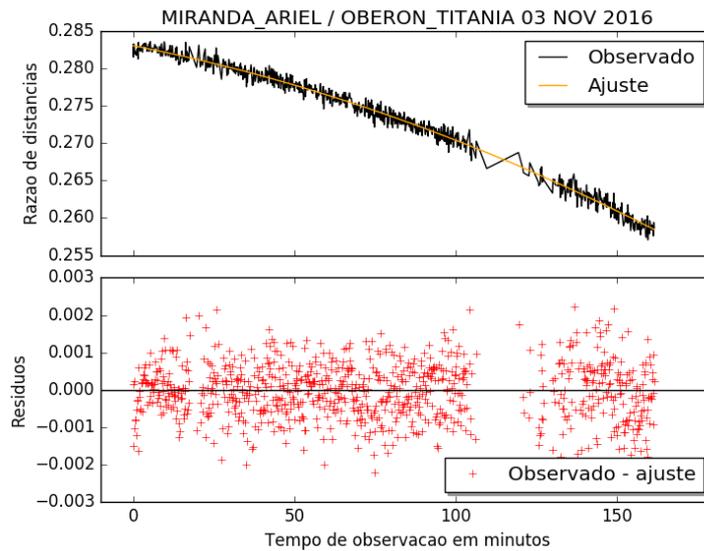


Figura 25 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Miranda e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

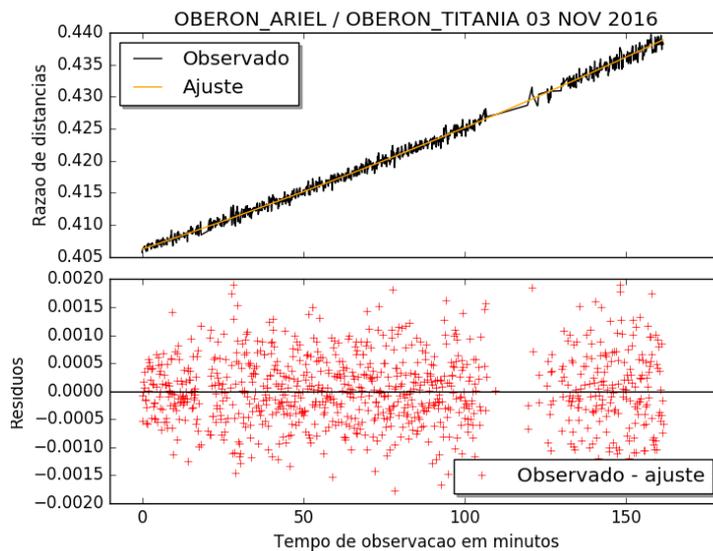


Figura 26 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Oberon e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

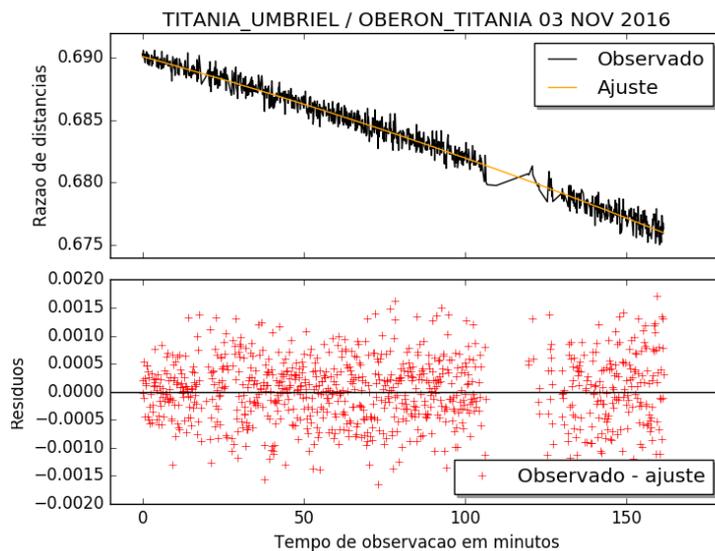


Figura 27 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Titânia e Umbriel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

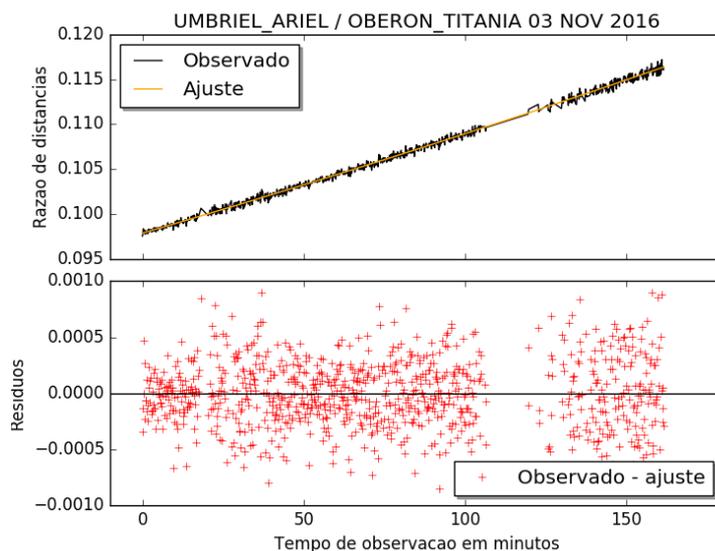


Figura 28 – Evolução temporal da razão das distâncias observadas entre Umbriel e Ariel, e Oberon e Titânia em 03/11/2016. No painel superior, as linhas pretas são as razões de distâncias observadas a cada instante conectadas, e em amarelo está o ajuste de segundo grau. No painel inferior, em vermelho, estão os resíduos desse ajuste.

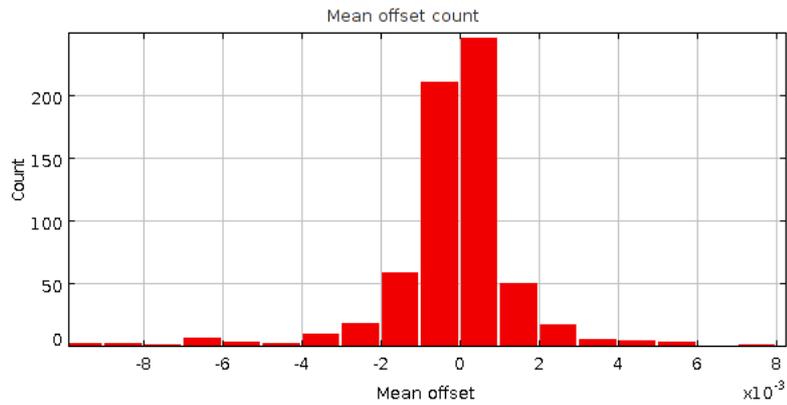


Figura 29 – Distribuição de frequências das diferenças médias entre as razões de distâncias observadas e calculadas pelas efemérides. Cada unidade na contagem refere-se a uma combinação de pares de satélites em uma sequência. Neste histograma estão consideradas apenas as diferenças menores do que 0.01.

6 Uso dos observáveis no ajuste de órbitas e efemérides

Para contribuir com a melhoria das órbitas e efemérides de satélites naturais, modelos dinâmicos devem ser ajustados aos resultados de observações. Isso é feito por meio do método padrão das equações variacionais (Lainey; Duriez; Vienne, 2004; Lainey; Arlot; Vienne, 2004).

Esse método se baseia em equações que descrevem a sensibilidade de um modelo orbital teórico a pequenas variações em suas condições iniciais. Com as chamadas equações de condição buscamos pelo conjunto de condições iniciais que melhor aproximem os observáveis calculados pelo modelo teórico aos valores medidos desses observáveis, i.e., que minimizem a diferença observado menos calculado (O - C). O ajuste das equações de condição é feito pelo método dos mínimos quadrados.

Observáveis podem ser as coordenadas esféricas (α, δ) de um satélite, a distância entre dois satélites, o instante central, parâmetro de impacto, e até mesmo a razão de distâncias, conforme definidos nos capítulos anteriores.

A equação de condição geral 6.2, é aplicável diretamente ao vetor posição observado \vec{r}^o , em comparação com o calculado \vec{r}^c , onde Δc_i são pequenas variações em cada uma das c_i condições iniciais do modelo adotado.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}^o - \vec{r}^c = \sum \frac{\partial \vec{r}^c}{\partial c_i} \Delta c_i \quad (6.1)$$

Apresentamos aqui as equações de condição para a utilização de nossos observáveis em ajustes para melhoria de órbitas e efemérides. A utilização dos resultados de nossos métodos alternativos em ajustes de órbitas depende do desenvolvimento de equações de condição adequadas a cada um dos nossos observáveis, como discutiremos nas seções a seguir.

6.1 Uso do instante central, parâmetro de impacto, velocidade relativa, e distâncias e velocidades relativas em (α, δ)

A utilização apenas do instante central de fenômenos mútuos e aproximações mútuas em ajustes de órbitas está descrita com detalhes em Morgado et al. (2019a).

A equação de condição para o instante central é substituída pela equação de condição correspondente para o mínimo da distância relativa entre os satélites.

Sendo S_{ij} a distância aparente entre dois satélites i e j , S_{ij} é mínimo no instante central t_0 , i.e., $\frac{dS^o}{dt}(t_0) = 0$.

Então, é possível escrever a nova equação de condição (6.2).

$$\frac{dS^o}{dt}(t_0) - \frac{dS^c}{dt}(t_0) = \sum \frac{\partial}{\partial c_l} \left(\frac{dS^c}{dt}(t_0) \right) \Delta c_l \quad (6.2)$$

Onde $\frac{dS^c}{dt}(t_0)$ é o valor calculado pelo modelo e a diferença $\frac{dS^o}{dt}(t_0) - \frac{dS^c}{dt}(t_0)$ representa o *offset* "observado menos calculado".

Desta forma podemos escrever equações de condição para a distância mínima, correspondente ao instante central.

Conforme descrevemos no capítulo 4, em nossa variante do método das aproximações mútuas, além do instante central outros observáveis são produzidos: o parâmetro de impacto, as velocidades relativas, as componentes das distâncias e velocidades angulares entre os satélites nas direções (α, δ) . De fato, estes observáveis são formalmente idênticos àqueles obtidos em fenômenos mútuos, sendo nesse caso normalmente mais apreciados nos ajustes de órbita o instante central e o parâmetro de impacto, tal como obtivemos no capítulo 4.

Para todos esses observáveis oriundos de fenômenos mútuos e de nossa variante do método das aproximações mútuas, e em última análise para distâncias e velocidades relativas também, encontramos equações de condição padrão desenvolvidas na literatura, como em Emelyanov (2017)¹ e referências, onde o autor faz uma minuciosa revisão desse assunto, incluindo a análise e performance de equações de condição para observáveis em uma ou duas dimensões. Utilizando simulações, ele apontou as melhores estratégias para a utilização dos observáveis individualmente ou em conjuntos de mais de um observável simultaneamente.

O trabalho de Emelyanov (2017) avaliou as aproximações mútuas como foi aplicada por Morgado et al. (2016), considerando apenas a contribuição do instante central, um observável com contribuição unidimensional ao longo do movimento relativo entre os satélites. Ele concluiu que o resultado do método original, o instante central, é promissor mas tem maior peso para ajustes de órbitas quando computado em conjunto com outros observáveis, de forma a contribuir bidimensionalmente com a melhoria das efemérides.

Segundo os resultados do mesmo trabalho a melhor contribuição advém de observáveis ortogonais entre si, como o instante central de fenômenos mútuos em conjunto com o parâmetro de impacto ou as distâncias angulares relativas (X, Y) nas direções (α, δ) no momento da máxima aproximação.

Dada a mesma base geométrica dos fenômenos mútuos e das aproximações mútuas,

¹ Método desenvolvido pelo grupo e fornecido na forma de comunicação privada.

esses mesmos observáveis também são derivados em nossa variante do método de aproximações mútuas, além de obtermos adicionalmente outro par ortogonal de observáveis, as velocidades angulares relativas (\dot{X}, \dot{Y}) em t_0 , além das componentes das distâncias individuais entre os satélites para cada instante de observação (X, Y) .

De uma forma mais abrangente, o uso desses observáveis juntos, combinados, é fortemente recomendado (Emelyanov, 2017). Assim, a partir da determinação da escala de pixel e da orientação do CCD sem utilizar os alvos da aproximação, e das propriedades da *precision premium*, os observáveis gerados pela variante do método das aproximações mútuas desenvolvida neste trabalho estão em total concordância com as melhores práticas em trabalhos de ajustes de órbitas e efemérides.

6.2 Uso das razões de distâncias

Nesta seção, desenvolvemos a equação de condição para o observável totalmente original que obtivemos em nosso trabalho com o método da ADD, que é a razão de distâncias.

Considerando uma pequena variação Δc_l em um conjunto de condições iniciais c_l , a variação correspondente na razão de distâncias (ΔRz) para um dado instante é dada pela equação de condição 6.3.

$$Rz^o - Rz^c = \Delta Rz = \sum \frac{\partial Rz^c}{\partial c_l} \Delta c_l \quad (6.3)$$

Aqui c_l representa cada um dos $6N + P$ parâmetros que estamos ajustando, usualmente posições e velocidades iniciais $(X_0, Y_0, Z_0, \dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0)$ para cada um dos N corpos na integração ($6N$ parâmetros) e outros P parâmetros como massas, parâmetros harmônicos zonais do campo gravitacional J_2, J_4 do primário, etc..., entre outros. O somatório na equação 6.3 refere-se aos $6N + P$ parâmetros. Para cada parâmetro ajustado, Δc_l representa as correções para aproximar os valores das razões de distâncias calculados com o modelo, dos valores obtidos das observações. Rz^c é a razão de distâncias calculada a partir do modelo dinâmico e Rz^o é a razão de distâncias obtida das observações. A diferença $Rz^o - Rz^c = \Delta Rz$ representa o *offset* no sentido observado menos calculado com base no modelo dinâmico.

Para o estabelecimento dessa equação de condição, calculamos as derivadas parciais da razão de distâncias $\left(\frac{\partial Rz}{\partial c_l}\right)$ em relação a cada uma das condições iniciais c_l , dos parâmetros que estão sendo ajustados, e somamos conforme a equação 6.3.

Considerando a equação 6.4 para a razão de distâncias, obtemos suas derivadas parciais em relação às condições iniciais c_l conforme a equação 6.5. As distâncias calculadas

S_{ij} e S_{hk} da equação 6.5, em unidades angulares (por exemplo, em mas ou segundos de arco), são dadas pelas equações 6.6 e 6.7.

$$Rz = \frac{S_{ij}}{S_{hk}} \quad (6.4)$$

Procedendo as derivações parciais do quociente.

$$\frac{\partial Rz}{\partial c_l} = \frac{\partial}{\partial c_l} \left(\frac{S_{ij}}{S_{hk}} \right) = \frac{\left(S_{hk} \frac{\partial S_{ij}}{\partial c_l} \right) - \left(S_{ij} \frac{\partial S_{hk}}{\partial c_l} \right)}{S_{hk}^2} \quad (6.5)$$

$$S_{ij} = \sqrt{(\Delta\alpha \cos \delta_j)_{ij}^2 + \Delta\delta_{ij}^2} \quad (6.6)$$

$$S_{hk} = \sqrt{(\Delta\alpha \cos \delta_k)_{hk}^2 + \Delta\delta_{hk}^2} \quad (6.7)$$

Para cada par de satélites ij e hk temos que

$$\frac{\partial S}{\partial c_l} = \frac{\left(\Delta\alpha^* \frac{\partial \Delta\alpha^*}{\partial c_l} \right) + \left(\Delta\delta \frac{\partial \Delta\delta}{\partial c_l} \right)}{S} \quad (6.8)$$

Onde $\Delta\alpha^* = (\Delta\alpha \cos \delta_j)$ ou $\Delta\alpha^* = (\Delta\alpha \cos \delta_k)$, conforme o par de satélites.

As derivadas parciais de $\Delta\alpha^*$ e $\Delta\delta$ em relação aos c_l são então finalmente obtidas numericamente, sendo uma etapa bem estabelecida no cálculo de efemérides e de órbitas (Lainey; Duriez; Vienne, 2004; Lainey; Arlot; Vienne, 2004).

A partir dos valores obtidos para as derivadas da equação 6.8, e dos valores das distâncias das equações 6.6 e 6.7 para os 2 pares de satélites, encontramos utilizando a equação 6.5 os valores das derivadas das razões de distância para cada c_l .

Com isso, através de um processo iterativo aplicando o método de mínimos quadrados à equação 6.3, podemos determinar o melhor conjunto de parâmetros c_l do modelo dinâmico a todas as séries de razões de distâncias observadas.

7 Conclusões e Perspectivas

7.1 Comentários e conclusões

No atual cenário de dificuldades para se fazer astrometria de precisão dos satélites principais de Urano, o uso dos métodos alternativos estudados nesta Tese fornece opções para dar continuidade aos trabalhos de ajustes de órbitas para esse sistema, permitindo o refinamento dos modelos orbitais dos satélites, e dessa forma contribuindo com o conhecimento da origem e evolução do sistema de Urano e para o cálculo de efemérides para os seus satélites principais.

Este trabalho explora três métodos alternativos, dois deles originais, para fazer astrometria de alta precisão dos 5 satélites principais de Urano: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon, sem utilizar estrelas de referência. Os métodos são: a) fenômenos mútuos, i.e., ocultações e eclipses entre os satélites observados em 2007; b) aproximações mútuas, que são aproximações aparentes entre dois satélites no plano do céu c) astrometria diferencial em distância (ADD), que é a evolução no tempo da razão das distâncias aparentes de dois pares de satélites no plano do céu.

Os fenômenos mútuos foram re-reduzidos utilizando a *task* PRAIA com os aprimoramentos realizados desde sua utilização original nos fenômenos mútuos dos satélites galileanos de Júpiter em 2013.

Para a variante do método das aproximações mútuas e para o método da ADD, todas as imagens das observações foram tratadas com coronagrafia digital e tiveram as medidas (x,y) dos satélites obtidas com os melhoramentos realizados no pacote PRAIA ao longo do projeto.

As novas reduções de 11 fenômenos mútuos entre os satélites de Urano observados em 2007, usando metodologias aprimoradas, apresentaram média dos erros do instante central correspondendo a 1.48 mas, com dispersão de 1.54 mas. Isso demonstra a alta precisão do método.

Um aspecto importante é que a maioria dos eventos reduzidos teve o instante central ajustado para um momento anterior ao previsto pelas efemérides, sendo a antecipação média correspondendo a 9.88 mas, com dispersão em relação a essa média de 9.98 mas. A média das diferenças no parâmetro de impacto obtido, com relação ao valor previsto pelas efemérides ficou em 8.94 mas, com desvio padrão de 15.85 mas. Isso indica um desvio médio de 1 sigma nos parâmetros, que é estatisticamente um resultado marginal, mas que pode estar sugerindo a existência de erros sistemáticos ainda presentes nas efemérides dos satélites, mostrando que, de fato, este trabalho traz contribuição efetiva

para a melhoria dessas efemérides. O desvio padrão dos *offsets* de efeméride em instante central e parâmetro de impacto ficaram abaixo dos 20 mas das publicações originais para estas mesmas observações, mostrando a melhoria proporcionada pelos novos métodos implementados em nossas reduções.

Em particular, cabe ressaltar a correção da assimetria na normalização que as curvas de luz publicadas originalmente apresentam. Com nosso processo de normalização obtemos uma melhor distribuição dos pontos fora do evento em torno do valor unitário, indicando que uma melhor determinação da profundidade da queda da curva foi atingida, tendo como consequência um melhor ajuste do parâmetro de impacto. Como pudemos ver em vários exemplos, na normalização original há um desequilíbrio entre os dois lados da queda da curva. Com esse desequilíbrio corrigido a profundidade da curva fica melhor ajustada.

Na nossa variante do método das aproximações mútuas apresentamos os resultados de 23 eventos observados no OPD envolvendo os 5 satélites principais de Urano entre 2015 e 2018, com o parâmetro de impacto determinado em unidades angulares pela primeira vez de forma independente, utilizando as posições e efemérides de dois outros satélites presentes no FOV, além dos envolvidos na aproximação. Da mesma forma, calculamos as velocidades relativas em mas/s no instante central.

A partir do instante central e do parâmetro de impacto foi possível expressar os resultados em termos das componentes das distâncias e velocidades relativas em ascensão reta e declinação referentes ao ICRS, no instante central.

A determinação independente da orientação do CCD em relação ao ICRS permitiu obter as distâncias relativas a cada instante de observação também em suas componentes nas direções (α, δ) . Um total de 15873 distâncias relativas astrométricas topocêntricas individuais, em mili-segundos de arco, foram obtidas e estarão disponíveis no banco de dados de satélites naturais NSDB¹.

Os erros internos do instante central foram tipicamente menores que 1 mas. Apenas 3 dos eventos tiveram erros internos piores que 2.5 mas, com apenas 1 evento acima de 10 mas. Somente 4 eventos apresentaram erros internos no parâmetro de impacto piores que 25 mas. Os erros internos médios em X e Y foram de 12.0 mas e 8.2 mas respectivamente.

A média das diferenças no instante central para as efemérides foi de -1.0 mas, com desvio padrão de 41.8 mas. Para o parâmetro de impacto essa média foi de -10.9 mas com 46.4 de desvio padrão.

Embora as distâncias entre os satélites nunca ultrapassem 60 segundos de arco, a escala de pixel pôde ser determinada com erro de 0,001 mas/pixel, e o ângulo de orientação com precisão da ordem do minuto de arco.

¹ Website: <<http://nsdb.imcce.fr/nsdb/home.html>>

As diferenças da observação para as efemérides das componentes (X,Y) das distâncias entre os satélites no instante t_0 tiveram uma média de -14.0 mas em X e +19.5 mas em Y, com 42.3 mas e 49.9 mas de desvio padrão respectivamente.

Da análise dos *offsets* das efemérides estimamos um erro interno nas posições relativas de nosso trabalho em 45 mas para cada coordenada (α, δ) . O mesmo erro de 45 mas pode ser assumido para cada uma das direções paralela ao movimento relativo dos satélites (no sentido do instante central) e perpendicular ao movimento (no sentido do parâmetro de impacto).

Comparando esse erro de 45 mas com os erros mínimos em posições relativas da astrometria clássica CCD para os satélites de Urano de 100 mas para Miranda (o satélite mais difícil de medir devido a sua proximidade ao planeta) e 50 mas para os demais satélites, tomando Oberon como referência, nossos resultados se mostram muito satisfatórios, principalmente por que Miranda está em 12 das 23 aproximações mútuas analisadas.

As velocidades relativas obtidas, mesmo sendo muito pequenas, estão em boa concordância com as efemérides astrométricas topocêntricas, apresentando *offsets* médios de -0.005 mas com desvio padrão de 0.009 mas/s. As diferenças para as efemérides nas velocidades relativas (\dot{X}, \dot{Y}) também foram muito pequenas, tipicamente menores que 0.01 mas/s.

Os resultados obtidos com a astrometria diferencial em distância (ADD) permite afirmar que estamos com um método que fornece erros relativos de 0.1% a 0.2% nas razões de distâncias. Esse resultado é muito expressivo, uma vez que com o mesmo instrumento (PE1.60m do OPD), dificilmente conseguimos chegar a 1% de erro relativo nas curvas de luz de fenômenos mútuos, em uma analogia com a fotometria diferencial.

A média dos *offsets* das razões de distâncias observadas para as efemérides foi muito pequena, da ordem de 10^{-5} , demonstrando a concordância de nossas observações com as efemérides.

O valor médio dos desvios padrões dos *offsets* médios das sequências de razões de distâncias foi da ordem de 10^{-3} , e a média dos erros nos ajustes também foi da ordem de 10^{-3} .

A significância estatística do método também é demonstrada pela distribuição das médias dos *offsets* das razões de distâncias para as efemérides, praticamente sempre abaixo de 0.01 e apresentado distribuição normal.

Esses resultados são representativos da alta precisão do método da ADD, mostrando seu potencial de contribuição no ajuste fino das efemérides.

A utilização dos observáveis da ADD em ajustes de efemérides se dá por meio

de equações de condição, que relacionam as diferenças nesses observáveis com pequenas variações no modelo dinâmico das órbitas. Em função da utilização das posições de 3 ou 4 satélites, obtidas para um número grande de imagens, a contribuição da ADD é bidimensional e está associada a um conjunto grande de instantes, fortalecendo o método cujo potencial para melhoria das órbitas dos 5 satélites de Urano rivaliza com a utilização direta das posições (α, δ) .

Este trabalho mostra o potencial dos três métodos utilizados, sobretudo a variante do método das aproximações mútuas e o método da astrometria diferencial em distância, ADD, para os trabalhos de ajustes de órbitas e efemérides.

As precisões alcançadas em nossos resultados, usados em conjunto com a astrometria CCD clássica, podem contribuir para a melhoria do conhecimento atual das órbitas dos satélites principais de Urano, sobretudo Miranda, com precisão e acurácia que poderão ser úteis no planejamento e execução de futuras missões espaciais para o sistema, e na predição de ocultações estelares.

7.2 Perspectivas futuras

Como as técnicas utilizadas neste trabalho resultaram em posições relativas de alta precisão para os 5 satélites principais do sistema de Urano, nosso trabalho tem potencial para pelo menos mais uma publicação referente ao método da astrometria diferencial em distância; um artigo com os resultados das aproximações mútuas foi aceito para publicação no MNRAS (Santos-Filho et al., 2019).

No entanto, ainda com relação aos fenômenos mútuos, algumas imagens obtidas nos observatórios internacionais foram recuperadas para serem futuramente trabalhadas com as novas técnicas, como o uso da coronagrafia digital e das novas ferramentas de fotometria e ajustes do pacote PRAIA (Assafin et al., 2008) e (Assafin et al., 2011).

Nós temos 135 imagens do VLT, ESO Paranal; 147 imagens do TNG, das Ilhas Canárias; 194 imagens de Ellington; 263 imagens de Reunion-Makes; 813 imagens de Bangalore, Índia; e 3800 imagens do NTT, ESO La Silla. Essas últimas foram recuperadas no formato CPA, um formato de arquivo de uso interno do ESO. A conversão para o formato FITS foi feito pelo software PRISM (disponível em <http://www.prism-astro.com/>). Ao total essas imagens se referem a 12 eventos.

As imagens do observatório Reunion-Makes são de especial interesse, pois nunca foram reduzidas.

Além disso, é interessante refazer a fotometria dos eventos observados no OPD (Assafin et al., 2009).

Quanto às aproximações mútuas, mais dois eventos já foram observados além dos

apresentados neste trabalho. As observações continuam e novos eventos estarão disponíveis para análise em breve, agora com os procedimentos e códigos já consolidados.

Adicionalmente, pensamos em testar uma adaptação do método que pode aumentar muito a quantidade de eventos possíveis. Essa nova ideia é trabalhar com afastamentos máximos entre satélites. Conforme discutimos, para o sistema de Urano os satélites estão sempre confinados a uma separação relativa não maior do que $60''$, o que garante que estaremos trabalhando sempre no regime da *precision premium*, mesmo nos chamados afastamentos mútuos. Nesta generalização do método das aproximações mútuas os parâmetros geométricos são semelhantes. O instante central neste caso é momento de máximo afastamento, e um observável análogo ao parâmetro de impacto seria a distância relativa máxima. Os demais observáveis do método das aproximações, distâncias e velocidade relativas, estão preservados nessa adaptação, podendo também ser calculados.

Quanto à astrometria diferencial em distância (ADD), é importante ressaltar que este método acaba de ser idealizado, havendo a necessidade de mais testes e investigações para sua consolidação definitiva. O foco desta parte do trabalho, até o momento, foi verificar o potencial estatístico e a viabilidade do método para uso em ajustes orbitais.

Outra oportunidade de continuidade dos trabalhos com o sistema de Urano é a utilização do método da similitude. A técnica da similitude, primeiramente utilizada para o sistema de Urano por (Veillet, 1983) e posteriormente refinada em (Veiga; Vieira Martins, 1994), permite a redução astrométrica para obtenção de posições (α, δ) de imagens que não contêm estrelas de catálogo. O método consiste em determinar a posição de um satélite utilizando como referência as efemérides dos outros satélites presentes no campo observado.

O método da similitude é aplicado para melhorar as posições e as efemérides de satélites com órbitas menos bem determinadas, tomando como referência as posições extraídas das efemérides dos outros satélites, cujas órbitas são conhecidas com melhor precisão, principalmente quando o referencial astrométrico não pode ser realizado pela falta de estrelas de referência.

Como as efemérides de Miranda são de menor precisão que as dos demais satélites, o emprego da técnica de similitude é recomendado em situações de falta de estrelas de referência, usando os outros satélites que estiverem no campo (Ariel, Umbriel, Titânia e/ou Oberon). O referencial no ICRS é dado pelas próprias efemérides dos satélites de referência. Assim sendo, para a utilização do método de similitude o foco deve ser Miranda.

Interessante observar que, diferentemente dos métodos apresentados nesse trabalho, que fornecem parâmetros indiretos, o método de similitude fornece diretamente as posições (ascensão reta e declinação) do objeto, no caso Miranda. Em função do desenvolvimento mais prioritário dos métodos alternativos apresentados neste trabalho, principalmente das técnicas originais das aproximações e da ADD, não foi possível obter em tempo hábil

posições via similitude. Uma das razões para termos dado menos prioridade à similitude é que, basicamente, apenas Miranda teria novas posições determinadas, ao passo em que em todos os métodos estudados na Tese, obtivemos novas medidas para todos os satélites.

Pretendemos implementar no pacote PRAIA a redução de similitude e analisar milhares de observações originais, não tratadas, da época do equinócio de 2007, onde os campos são muito pequenos e só os satélites aparecem.

Referências

- Acton, C. H. Ancillary data services of NASA's Navigation and Ancillary Information Facility. *Planetary and Space Science*, v. 44, p. 65–70, Jan 1996. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 72.
- Arlot, J. E. et al. The results of the PHEMU79 observations of phenomena common to Galilean satellites of Jupiter in 1979. *Astronomy & Astrophysics*, v. 111, p. 151–170, Jul 1982. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 57.
- Arlot, J. E.; Birlan, M.; Robert, V. The project NAROO (New Astrometric Reduction of Old Observations). *Romanian Astronomical Journal*, v. 26, p. 3–9, 2016. Citado na página 86.
- Arlot, J. E. et al. Astrometric results of observations of mutual occultations and eclipses of the Uranian satellites in 2007. *Astronomy & Astrophysics*, v. 557, p. A4, Sep 2013. Citado 7 vezes nas páginas 36, 47, 48, 49, 50, 51 e 54.
- Assafin, M. et al. Precise predictions of stellar occultations by Pluto, Charon, Nix, and Hydra for 2008–2015. *Astronomy & Astrophysics*, v. 515, p. A32, 2010. Citado na página 34.
- Assafin, M. et al. Candidate stellar occultations by large trans-Neptunian objects up to 2015. *Astronomy & Astrophysics*, v. 541, p. A142, Apr 2012. Citado na página 34.
- Assafin, M. et al. Instrumental and digital coronagraphy for the observation of the Uranus satellites upcoming mutual events. *Planetary and Space Science*, v. 56, p. 1882–1887, Sep 2008. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 112.
- Assafin, M. et al. Observations and Analysis of Mutual Events between the Uranus Main Satellites. *The Astronomical Journal*, v. 137, p. 4046–4053, Apr 2009. Citado 9 vezes nas páginas 36, 42, 48, 50, 51, 61, 77, 78 e 112.
- Assafin, M. et al. PRAIA - Platform for Reduction of Astronomical Images Automatically. *Gaia follow-up network for the solar system objects: Gaia FUN-SSO workshop proceedings*, p. 85–88, Jun 2011. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 112.
- Astropy Collaboration et al. Astropy: A community Python package for astronomy. *Astronomy & Astrophysics*, v. 558, p. A33, Oct 2013. Citado na página 72.
- Benedetti-Rossi, G. et al. Pluto: improved astrometry from 19 years of observations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 570, p. A86, Oct 2014. Citado na página 34.
- Camargo, J. I. B. et al. Astrometry of the main satellites of Uranus: 18 years of observations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 582, p. A8, Oct 2015. Citado 6 vezes nas páginas 21, 36, 42, 44, 77 e 82.
- Camargo, J. I. B. et al. Candidate stellar occultations by Centaurs and trans-Neptunian objects up to 2014. *Astronomy & Astrophysics*, v. 561, p. A37, Jan 2014. Citado na página 34.

Charnoz, S. et al. Accretion of Saturn's mid-sized moons during the viscous spreading of young massive rings: solving the paradox of silicate-poor rings versus silicate-rich moons. *Icarus*, v. 216, p. 535–550, Dec 2011. Citado na página [33](#).

Crida, A.; Charnoz, S. Formation of regular satellites from ancient massive rings in the Solar System. *Science*, v. 338, p. 1196, Nov 2012. Citado na página [33](#).

Desmars, J. et al. Orbit determination of trans-Neptunian objects and Centaurus for the prediction of stellar occultations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 584, p. A96, Dec 2015. Citado na página [34](#).

Dias-Oliveira, A. et al. Analysis of 25 mutual eclipses and occultations between the Galilean satellites observed from Brazil in 2009. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 432, p. 225–242, Jun 2013. Citado 5 vezes nas páginas [47](#), [49](#), [54](#), [55](#) e [61](#).

Emelyanov, N. V. Precision of natural satellite ephemerides from observations of different types. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 469, p. 4889–4898, May 2017. Citado 6 vezes nas páginas [37](#), [48](#), [57](#), [87](#), [106](#) e [107](#).

Emelyanov, N. V.; Nikonchuk, D. V. Ephemerides of the Main Uranian Satellites. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 436, p. 3668–3679, Dec 2013. Citado na página [86](#).

Gomes-Junior, A. et al. Astrometric positions for 18 irregular satellites of giant planets from 23 years of observations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 580, p. A76, Aug 2015. Citado na página [34](#).

Gomes-Junior, A. et al. New orbits of irregular satellites designed for the predictions of stellar occultations up to 2020, based on thousands of new observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 462, p. 1351–1358, Oct 2016. Citado na página [34](#).

Hestroffer, D. Photocentre displacement of minor planets: analysis of HIPPARCOS astrometry. *Astronomy & Astrophysics*, v. 336, p. 776–781, Aug 1998. Citado 3 vezes nas páginas [48](#), [70](#) e [78](#).

Hidas, M. G.; Christou, A. A.; Brown, T. M. An observation of a mutual event between two satellites of Uranus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 384, p. L38, Feb 2008. Citado na página [36](#).

Hofstadter, M. et al. Uranus and Neptune missions: a study in advance of the next Planetary Science Decadal Survey. *Planetary and Space Science*, v. 177, p. id:104680, Nov 2019. Citado 2 vezes nas páginas [33](#) e [34](#).

Howell, S. B. Two-dimensional aperture photometry: signal-to-noise ratio of point-source observations and optimal data-extraction techniques. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 101, p. 616, Jun 1989. Citado na página [45](#).

IAU SOFA Board. Standards Of Fundamental Astronomy. *IAU SOFA Software Collection*, v. 2018-01-30, Jan 2018. Citado na página [77](#).

Jacobson, R. A. The orbits of the Uranian Satellites and rings, the gravity field of the Uranian System, and the orientation of the pole of Uranus. *The Astronomical Journal*, v. 148, p. 76, Nov 2014. Citado na página [33](#).

-
- Lainey, V. A new dynamical model for the Uranian satellites. *Planetary and Space Science*, v. 56, p. 1766–1772, Nov 2008. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 86.
- Lainey, V.; Arlot, J.; Vienne, A. New accurate ephemerides for the Galilean satellites of Jupiter. II. Fitting the observations. *Astronomy & Astrophysics*, v. 427, p. 371–376, Nov 2004. Citado 2 vezes nas páginas 105 e 108.
- Lainey, V. et al. Strong tidal dissipation in Io and Jupiter from astrometric observations. *Nature*, v. 459, p. 957–959, Jun 2009. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- Lainey, V.; Duriez, L.; Vienne, A. New accurate ephemerides for the Galilean satellites of Jupiter. I. Numerical integration of elaborated equations of motion. *Astronomy & Astrophysics*, v. 420, p. 1171–1183, Jun 2004. Citado 2 vezes nas páginas 105 e 108.
- Lindegreen, L. Meridian observations of planets with a photoelectric multislit micrometer. *Astronomy & Astrophysics*, v. 57, p. 55–72, May 1977. Citado 3 vezes nas páginas 48, 70 e 78.
- Morgado, B. et al. Astrometry of mutual approximations between natural satellites. Application to the Galilean moons. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 460, p. 4086–4097, Aug 2016. Citado 9 vezes nas páginas 37, 38, 57, 59, 60, 61, 85, 87 e 106.
- Morgado, B. et al. APPROX - mutual approximations between the Galilean moons: the 2016-2018 observational campaign. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 482, p. 5190–5200, Feb 2019. Citado 6 vezes nas páginas 37, 59, 60, 61, 87 e 105.
- Morgado, B. E. et al. First stellar occultation by the Galilean moon Europa and upcoming events between 2019 and 2021. *Astronomy & Astrophysics*, v. 626, p. L4, Jun 2019. Citado na página 34.
- Morgado, B. E. *Astrometria dos satélites Galileanos de Júpiter*. Dissertação (Mestrado) — Observatório do Valongo, UFRJ, Ladeira do Pedro Antônio, 43 - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20080-090, 7 2015. Citado 6 vezes nas páginas 21, 48, 58, 59, 72 e 76.
- Newberry, M. V. Signal-to-noise considerations for sky-subtracted CCD data. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 103, p. 122, Jan 1991. Citado na página 45.
- Nogueira, E.; Brassier, R.; Gomes, R. Reassessing the origin of Triton. *Icarus*, v. 214, p. 113–130, Jun 2011. Citado na página 33.
- Oren, M.; Nayar, S. K. Generalization of Lambert's Reflectance Model. *Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, p. 239, Jul 1994. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- Peng, Q. Y. et al. Precise CCD positions of Galilean satellite-pairs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 419, p. 1977–1982, Jan 2012a. Citado 6 vezes nas páginas 36, 57, 59, 60, 61 e 87.
- Peng, Q. Y. et al. New evidence of precision premium for Galilean satellites from CCD imaging. *Planetary & Space Science*, v. 56, p. 1807–1811, Nov 2008. Citado 3 vezes nas páginas 37, 57 e 60.

Peng, Q. Y. et al. A convenient solution to geometric distortion and its application to Phoebe's observations. *The Astronomical Journal*, v. 144, p. id.170, Dec 2012b. Citado na página [75](#).

Santos-Filho, S. et al. Mutual approximations between the 5 main moons of Uranus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 490, p. 3464–3475, Dec 2019. Citado na página [112](#).

Sicardy, B. et al. Charon's size and upper limit on its atmosphere from a stellar occultation. *Nature*, v. 439, p. 52–54, Jan 2006. Citado na página [34](#).

Sicardy, B. et al. The two Titan stellar occultations of 14 November 2003. *Journal of Geophysical Research*, v. 111, p. id.E11S91, Nov 2006. Citado na página [34](#).

Smith, B. A. et al. Voyager 2 in the Uranian System: imaging science results. *Science*, v. 233, p. 43–64, Jul 1986. Citado na página [33](#).

Thomas, P. C. Radii, shapes and topography of the satellites of Uranus from limb coordinates. *Icarus*, v. 73, p. 427–441, Mar 1988. Citado na página [50](#).

Valdes, F. The Interactive Data Reduction and Analysis Facility (IRAF). *Bulletin of the American Astronomical Society*, v. 16, p. 497, Mar 1984. Citado na página [41](#).

Veiga, C.; Vieira Martins, R. A method to define a reference system for the reduction of astrometric positions of natural satellites. *Astronomy & Astrophysics*, v. 107, p. 551–558, Nov 1994. Citado na página [113](#).

Veillet, C. 1980-81 observations of Miranda - New orbit and mass of Ariel and Umbriel. *Astronomy & Astrophysics*, v. 118, p. 211–216, Feb 1983. Citado na página [113](#).

Vienne, A. et al. Saturnian satellite observations made in Brazil during the 1995 opposition with an astrometric analysis. *Astronomy & Astrophysics*, v. 380, p. 727–733, Dec 2001. Citado na página [59](#).

Widemann, T. et al. Titania's radius and an upper limit on its atmosphere from the September 8, 2001 stellar occultation. *Icarus*, v. 199, p. 458–476, Feb 2009. Citado na página [34](#).

Xie, H. J. et al. New CCD astrometric observations of the five major uranian satellites using Gaia DR1 in 2014-2016. *Planetary and Space Science*, v. 165, p. 110–114, Jan 2019. Citado 3 vezes nas páginas [36](#), [84](#) e [86](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Gráficos fenômenos mútuos

Apresentamos os gráficos dos 11 melhores eventos reduzidos nas figuras 30 a 40, conforme descrito no capítulo 3.

Nas plotagens os pontos verdes são utilizados apenas na primeira normalização, os pontos laranja são o fundo local em torno do evento, e os pontos pretos correspondem ao evento. A curva em amarelo é extraída das efemérides e a curva azul é o nosso ajuste.

Nos painéis inferiores das figuras apresentamos os resíduos, i.e., as diferenças entre cada ponto e o ajuste. O desvio padrão dos resíduos na parte das quedas, isto é, o erro médio do ajuste dos fluxos normalizados, foi tipicamente menor ou igual a 0.02.

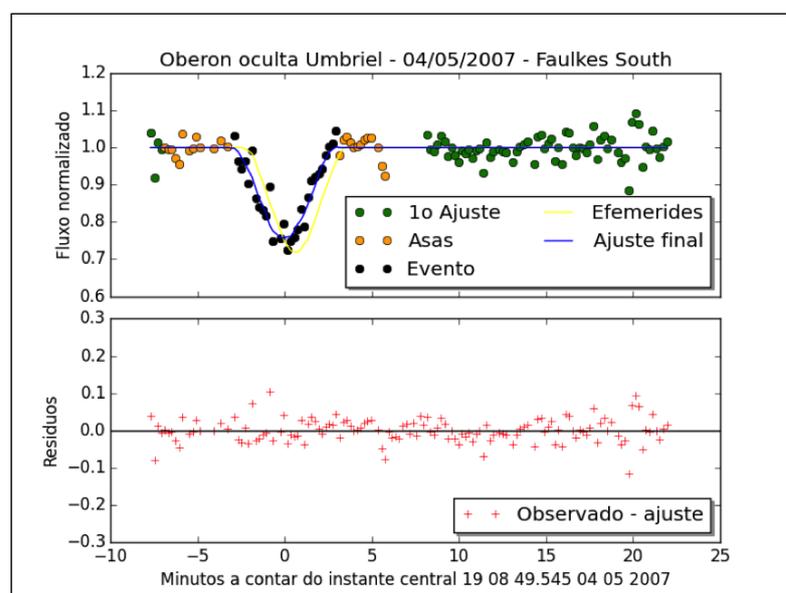


Figura 30 – Ocultação de Umbriel por Oberon, observada em 04/05/2007 no observatório Faulkes South, em Siding Spring, Austrália.

Nos gráficos, os pontos verdes são os mais externos, em relação aos quais é feita uma primeira normalização de todos os pontos (1o ajuste). Após essa primeira normalização os pontos em laranja, mais próximos do instante central, ainda fora do evento, são a referência para a normalização definitiva (asas). Nas iterações, os mínimos quadrados não lineares são ajustados apenas nos pontos pretos da queda de luz (evento). O ajuste (curva azul) é feito comparando o fluxo observado com o fluxo sintetizado pelo PRAIA, para cada instante, considerando os efeitos de fase e escurecimento do limbo solar. O plote das efemérides (curva amarela) é feito a partir dos valores de fluxo normalizado gerados pelo código PRAIA com base nas efemérides dos satélites.

Como podemos ver nos gráficos as efemérides estão com erros, porque o instante

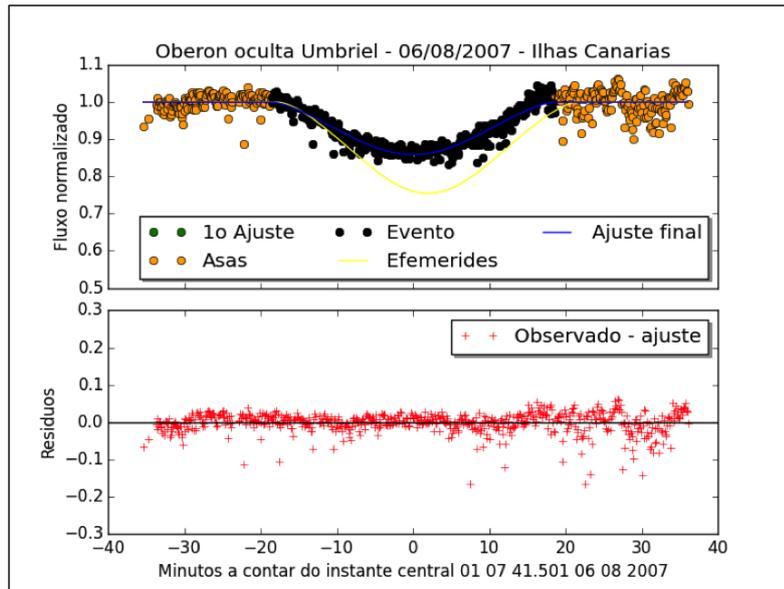


Figura 31 – Ocultação de Umbriel por Oberon, observada em 06/08/2007 no observatório das Ilhas Canárias, na Espanha.

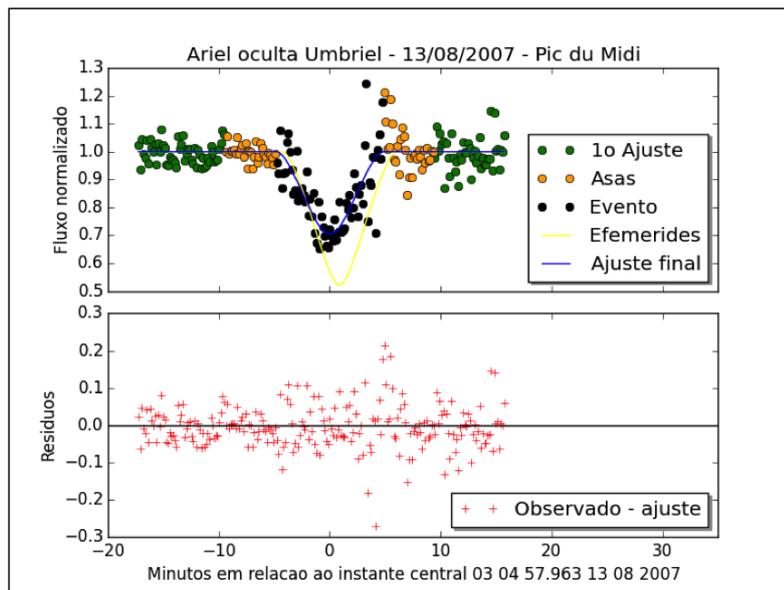


Figura 32 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 13/08/2007 no observatório de Pic du Midi, na França.

central observado não coincide com o previsto, como também muitas vezes a profundidade da curva prevista é diferente da observada, indicando que o parâmetro de impacto também não concorda com as efemérides. Nesse sentido, nosso trabalho pode trazer importante contribuição.

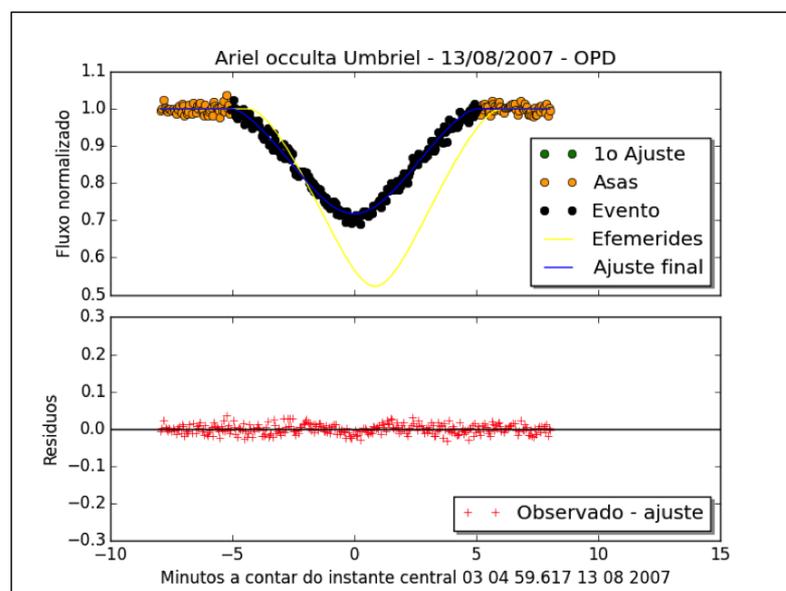


Figura 33 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 13/08/2007 no observatório Pico dos dias, em Brazópolis, Minas Gerais, Brasil.

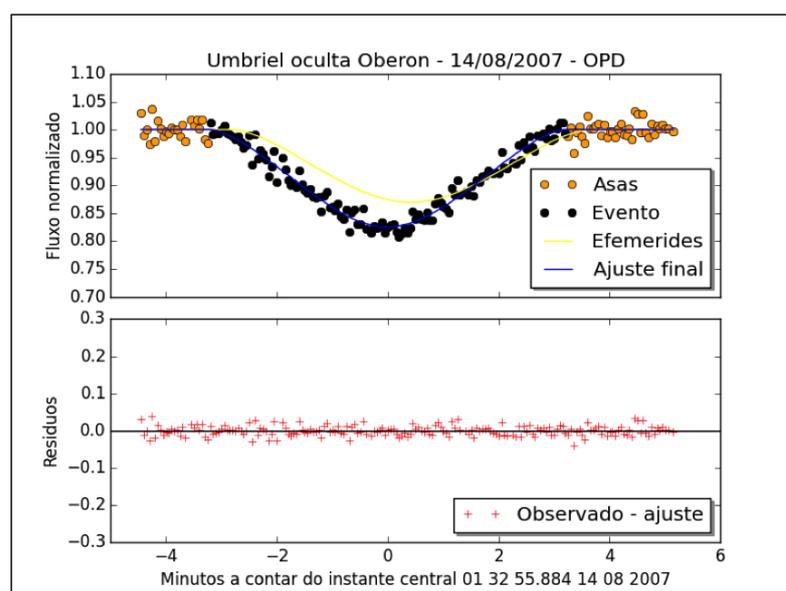


Figura 34 – Ocultação de Oberon por Umbriel, observada em 14/08/2007 no observatório Pico dos dias, em Brazópolis, Minas Gerais, Brasil.

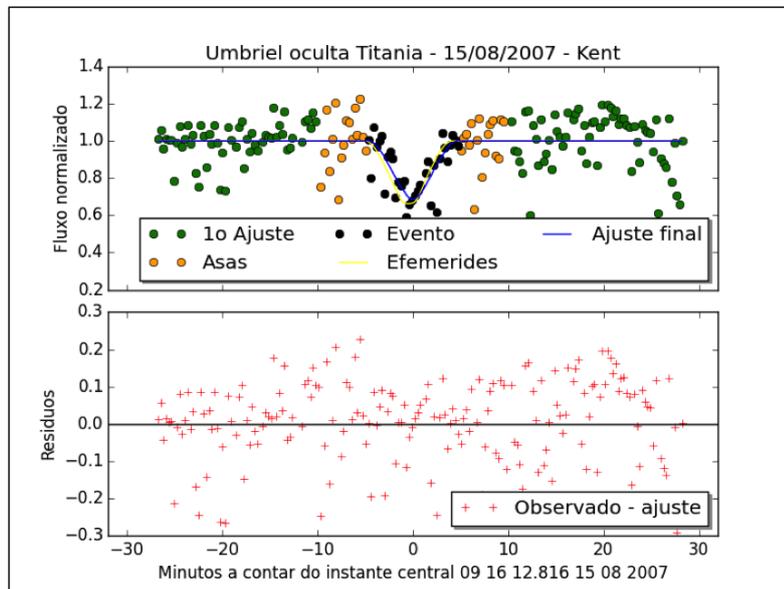


Figura 35 – Ocultação de Titania por Umbriel, observado em 15/08/2007 no observatório de Kent, Seattle, USA.

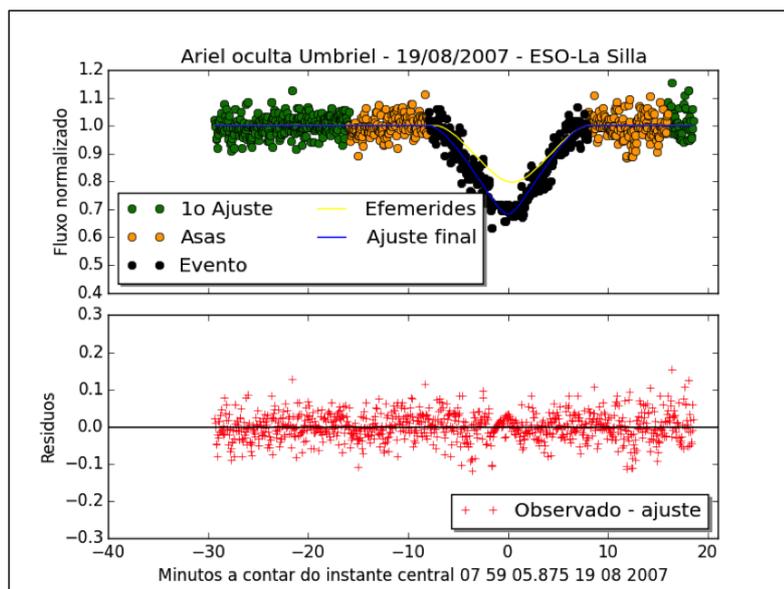


Figura 36 – Ocultação de Umbriel por Ariel, observada em 19/08/2007, no observatório ESO - La Silla, no Chile.

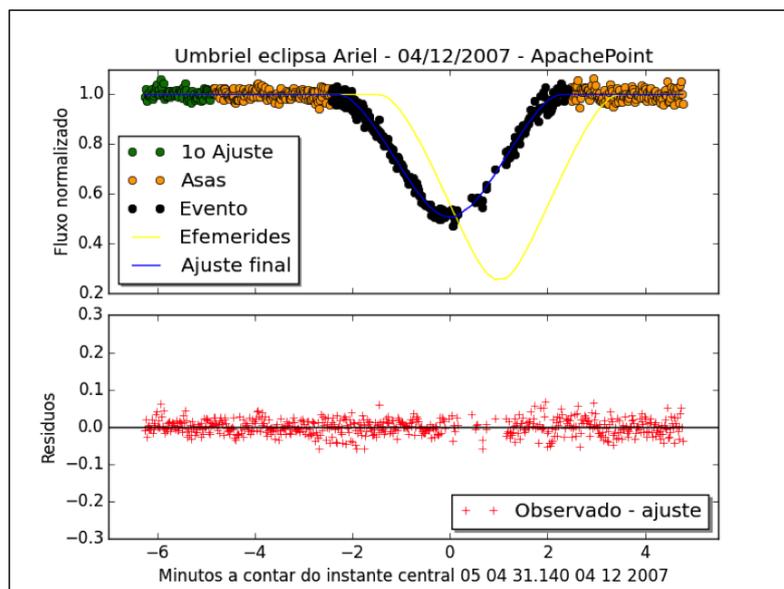


Figura 37 – Eclipse de Ariel por Umbriel, observado em 04/12/2007 em Apache Point, Novo México, USA.

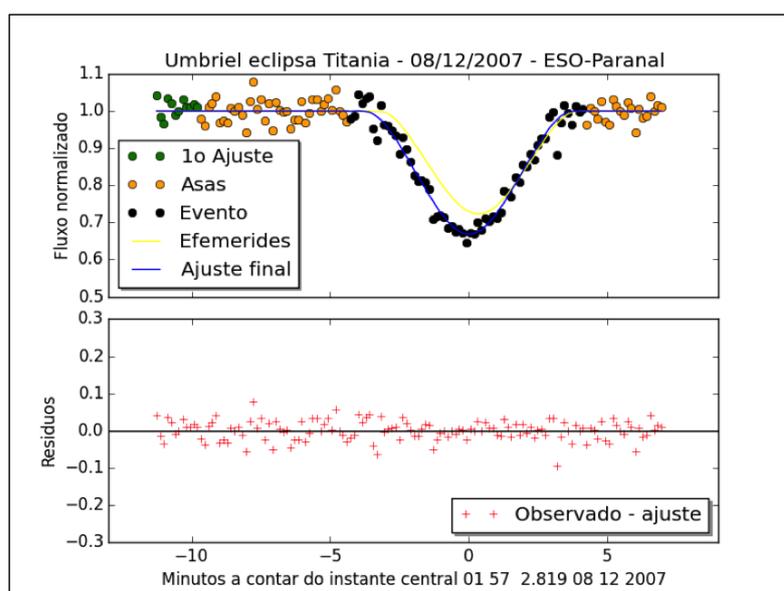


Figura 38 – Eclipse de Titânia por Umbriel, observado em 08/12/2007 no observatório ESO-VLT Paranal, no Chile.

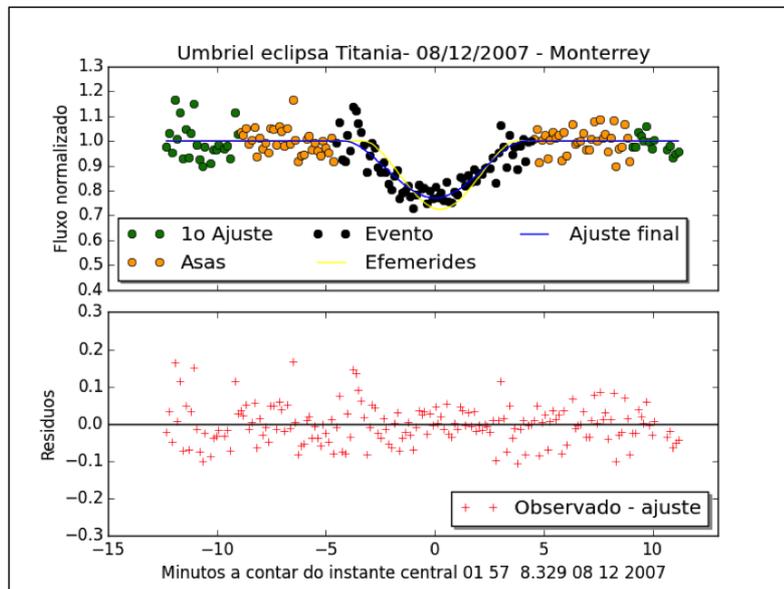


Figura 39 – Eclipse de Titânia por Umbriel, observado em 08/12/2007 no observatório de Monterrey, no México.

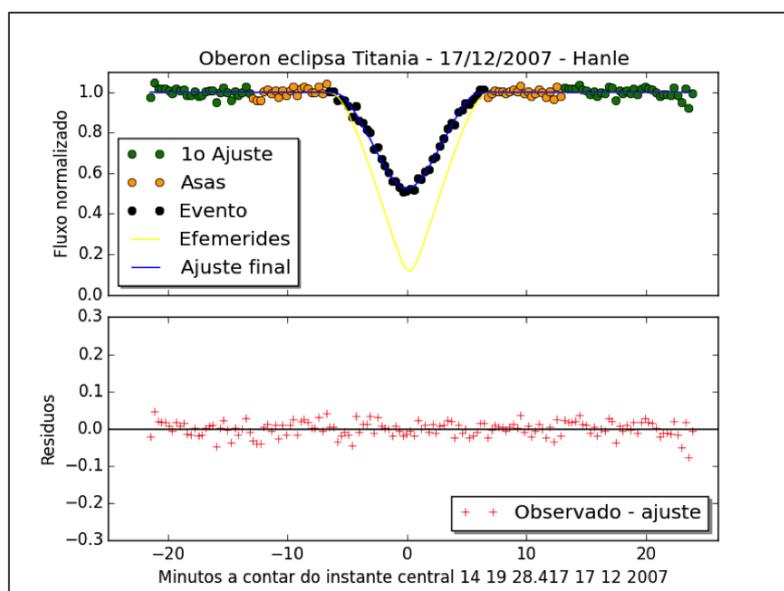


Figura 40 – Eclipse de Titânia por Oberon, observado em 17/12/2007 no observatório de Hanle, na Índia.

APÊNDICE B – Curvas de distância das aproximações mútuas

A seguir, apresentamos para cada um dos 23 eventos descritos no capítulo 4 os gráficos da evolução no tempo da distância relativa aparente entre os satélites no plano do céu, afetada pelos efeitos do ângulo de fase solar, deflexão da luz, tempo de luz, aberração e refração atmosférica.

No painel superior de cada figura apresentamos os valores observados e os respectivos ajustes, e no painel de baixo as diferenças entre cada ponto e o ajuste (os resíduos). O tempo está representado em minutos em relação ao instante central em UTC.

Os plotes estão apresentados em ordem cronológica, e exemplo do apresentado na tabela 8.

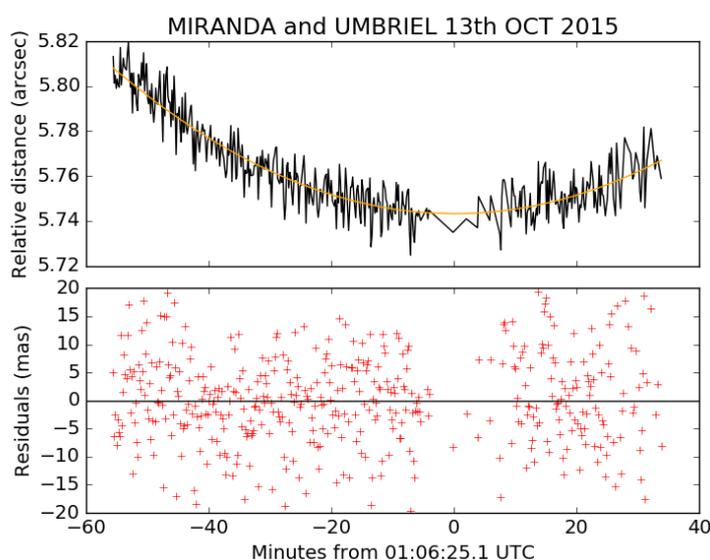


Figura 41 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 13/10/2015. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

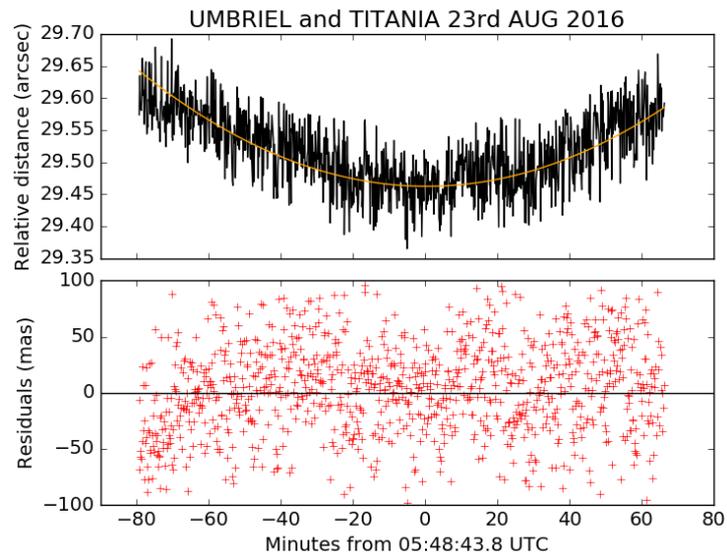


Figura 42 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

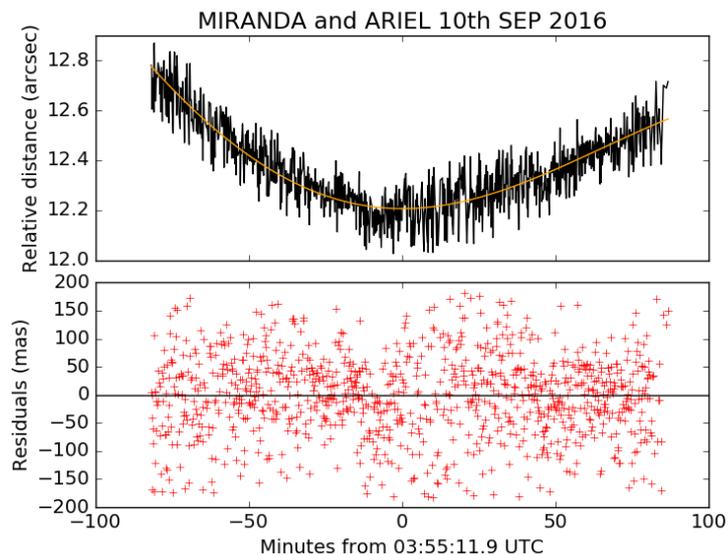


Figura 43 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

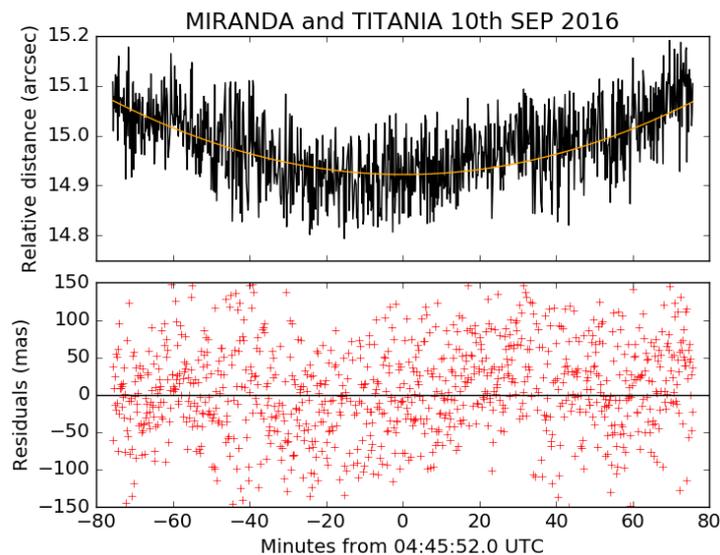


Figura 44 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

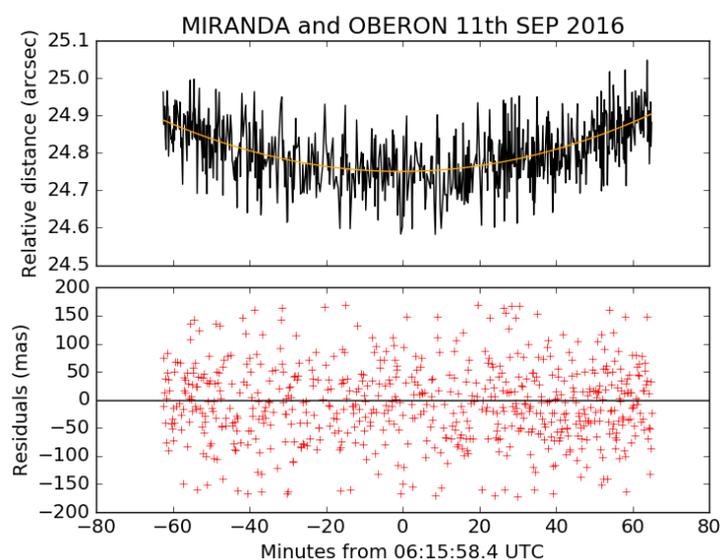


Figura 45 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 11/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

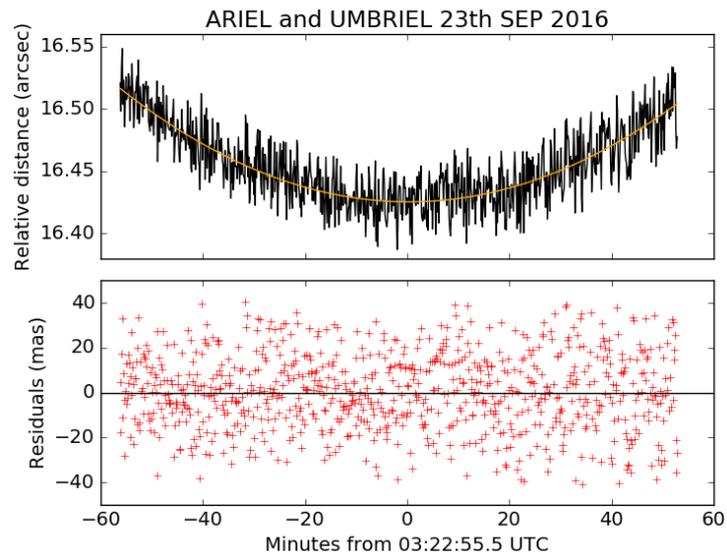


Figura 46 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Umbriel em 23/09/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

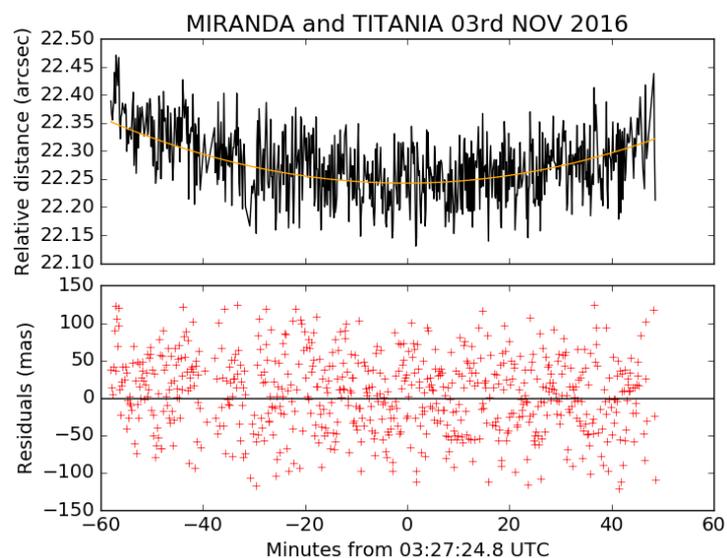


Figura 47 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 03/11/2016. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

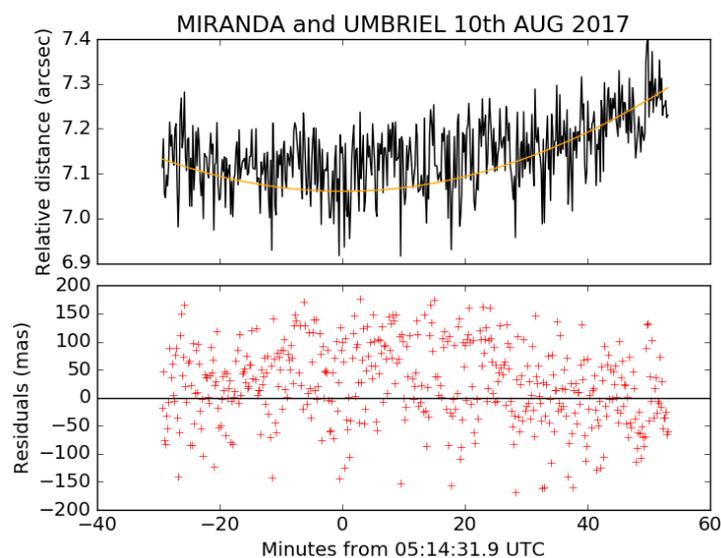


Figura 48 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

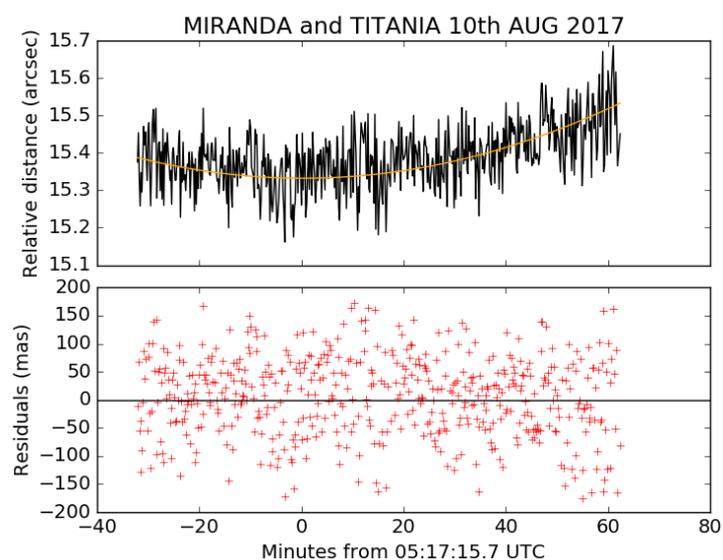


Figura 49 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

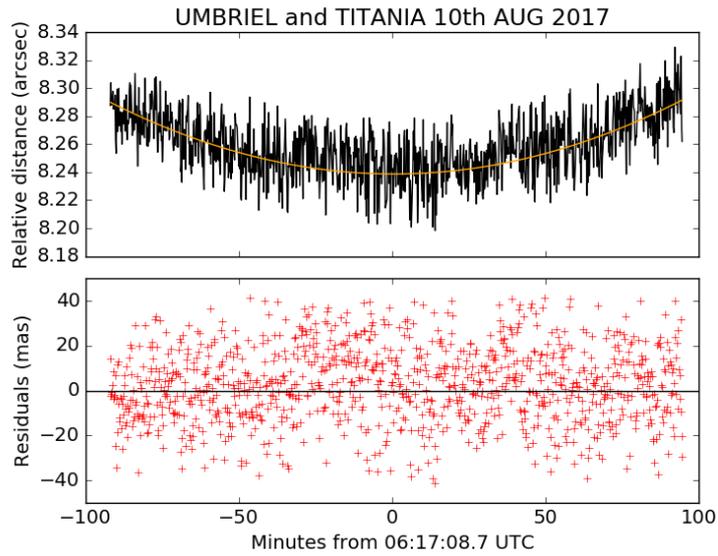


Figura 50 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

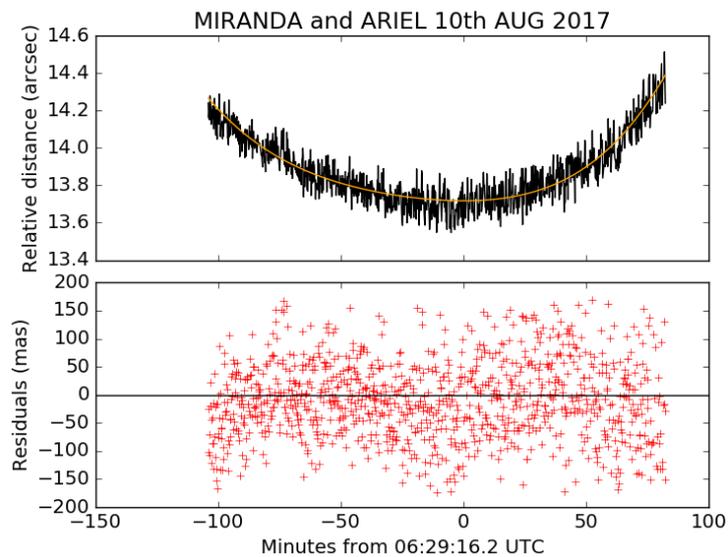


Figura 51 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

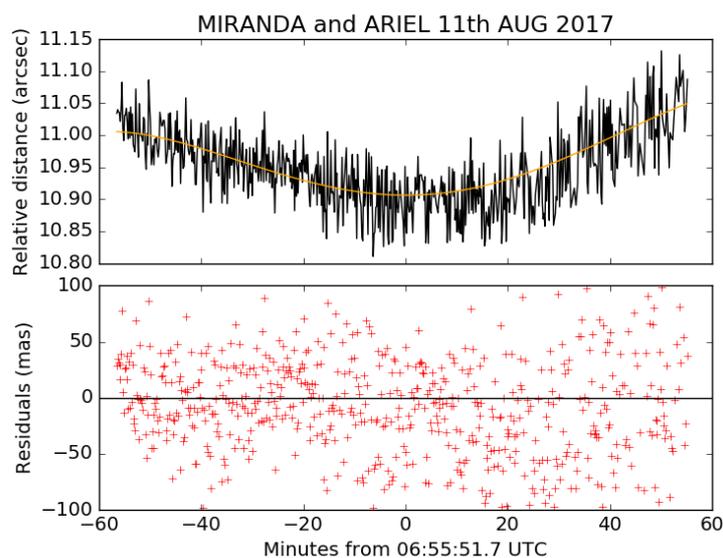


Figura 52 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 11/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

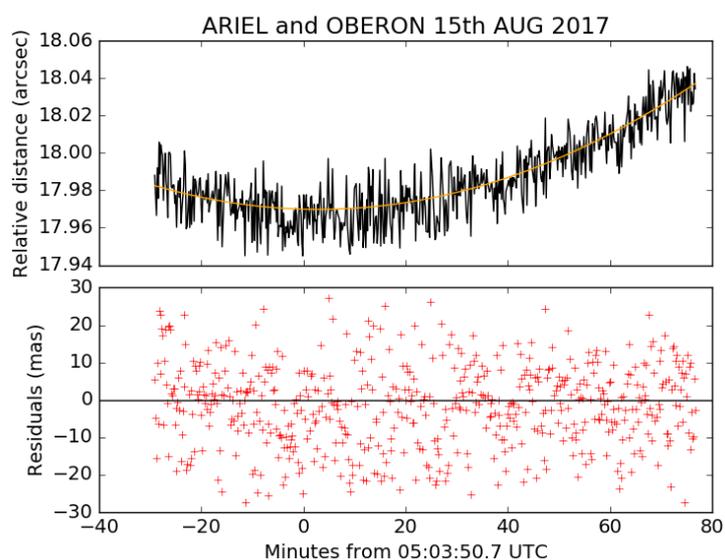


Figura 53 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Oberon em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

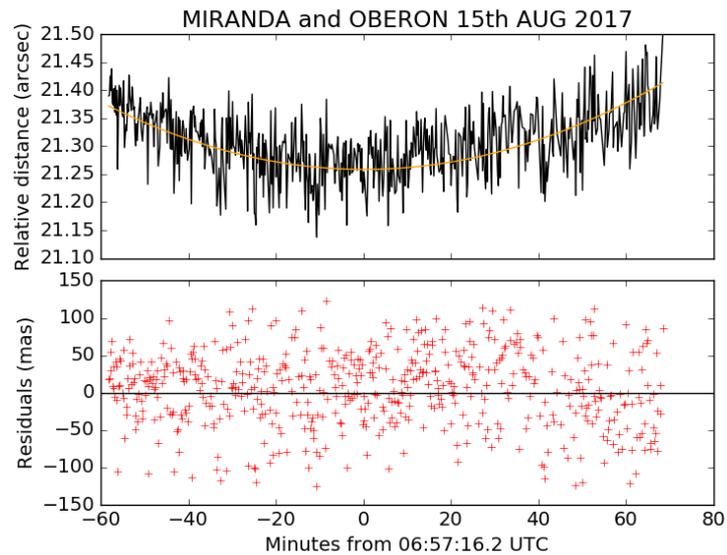


Figura 54 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

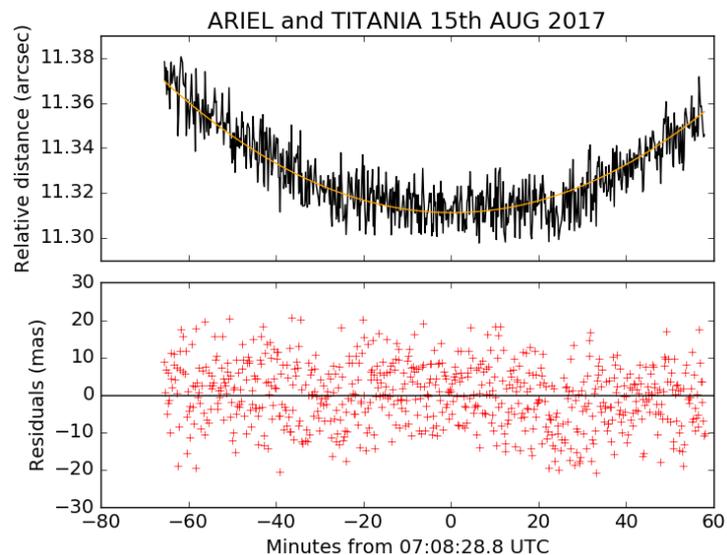


Figura 55 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 15/08/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

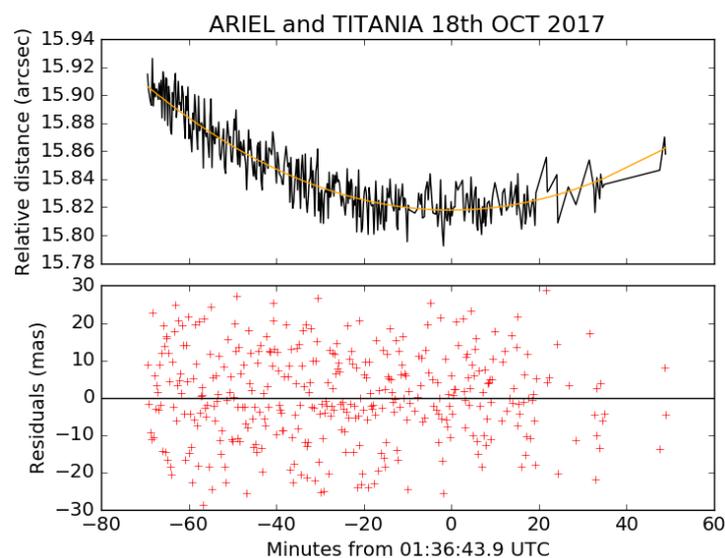


Figura 56 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/10/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

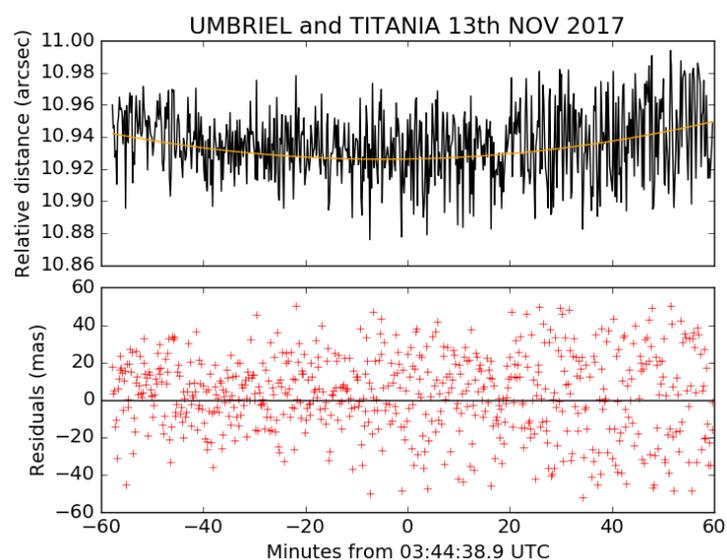


Figura 57 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 13/11/2017. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

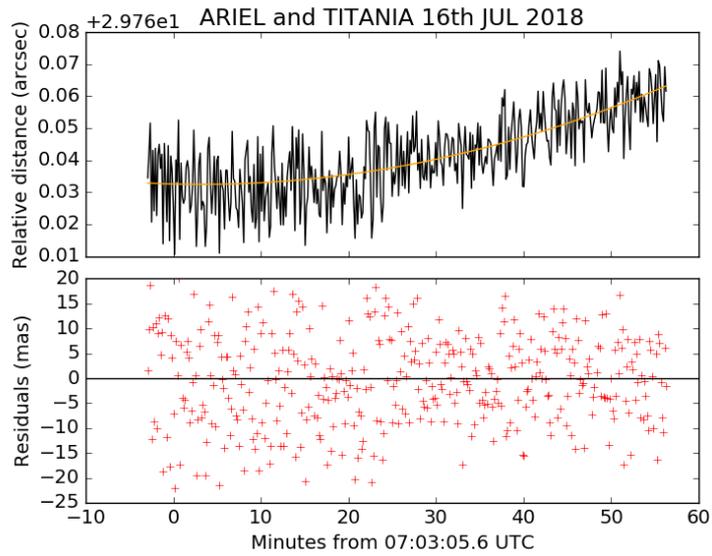


Figura 58 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 16/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

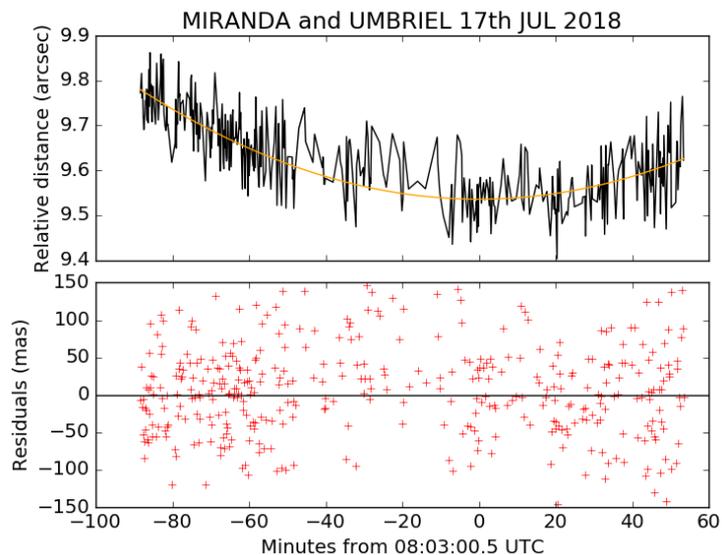


Figura 59 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 17/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

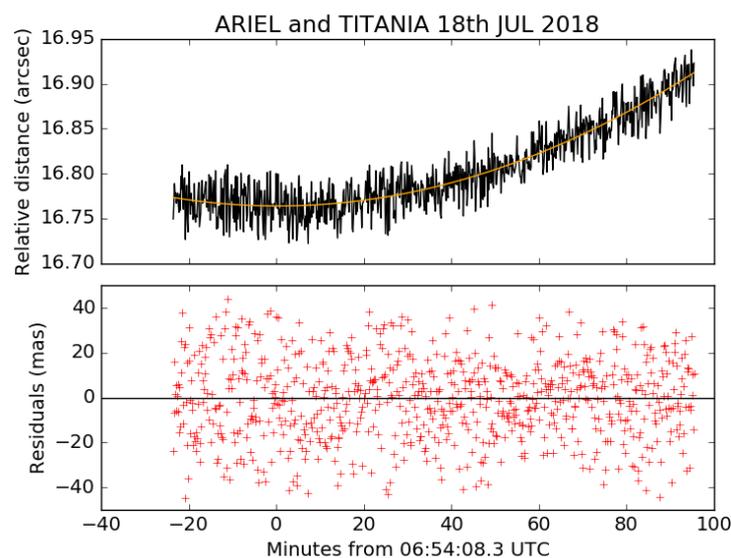


Figura 60 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/07/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

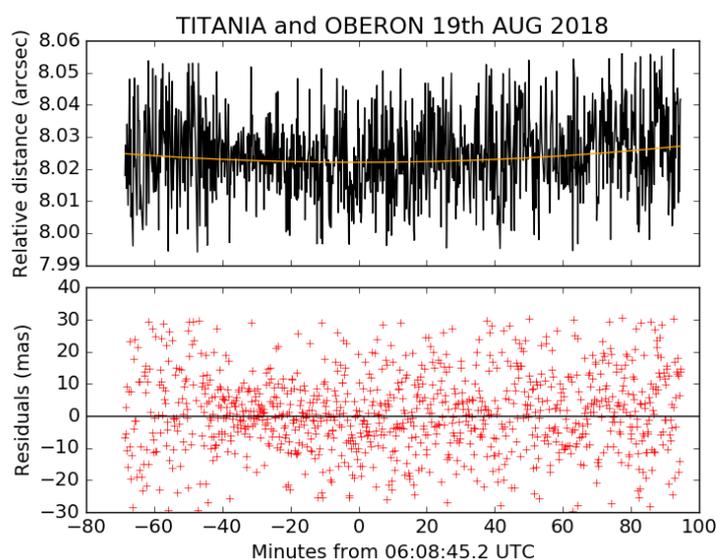


Figura 61 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Titânia e Oberon em 19/08/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

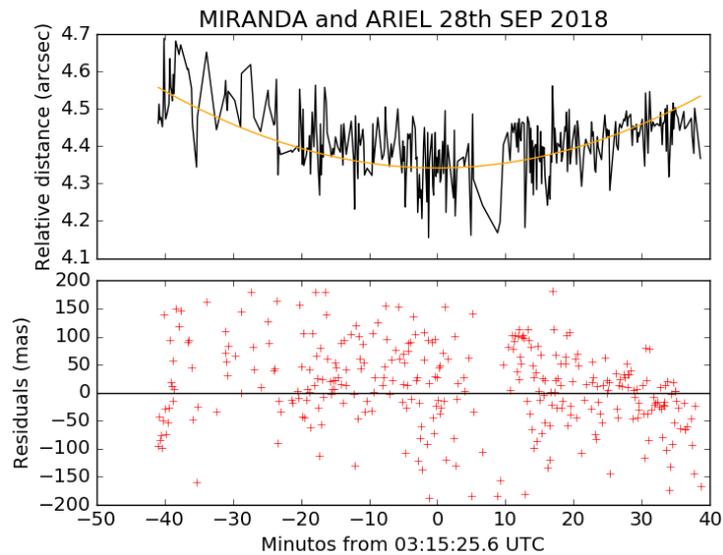


Figura 62 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 28/09/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

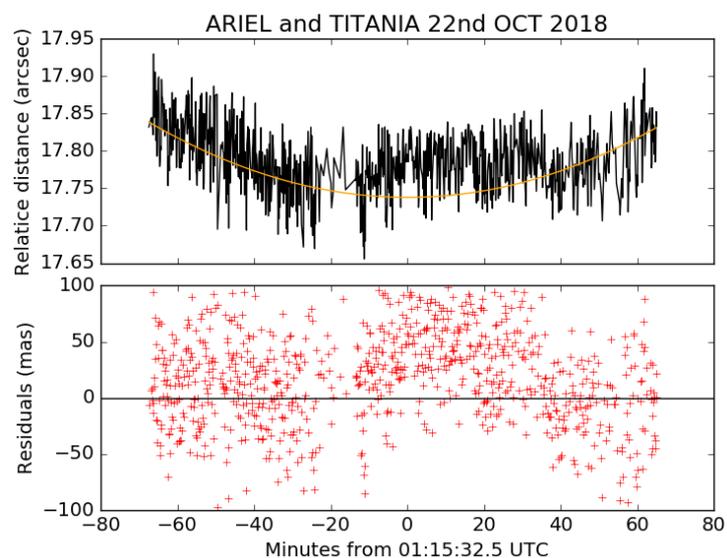


Figura 63 – Curva de distâncias da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 22/10/2018. As distâncias relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em amarelo. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

APÊNDICE C – Curvas de velocidade das aproximações mútuas

Apresentamos aqui para cada um dos 23 eventos descritos no capítulo 4 os gráficos da evolução temporal da velocidade relativa aparente entre os satélites no plano do céu, afetada pelos efeitos do ângulo de fase solar, deflexão da luz, tempo de luz, aberração e refração atmosférica.

No painel superior de cada figura apresentamos os valores observados e os respectivos ajustes, e no painel de baixo as diferenças entre cada ponto e o ajuste (os resíduos). O tempo está representado em minutos em relação ao instante central em UTC.

Os plots estão apresentados em ordem cronológica, e exemplo do apresentado na tabela 9.

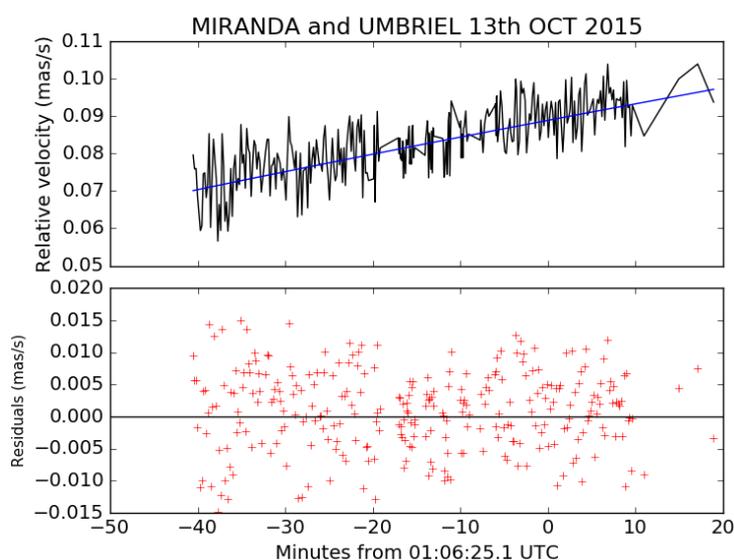


Figura 64 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 13/10/2015. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

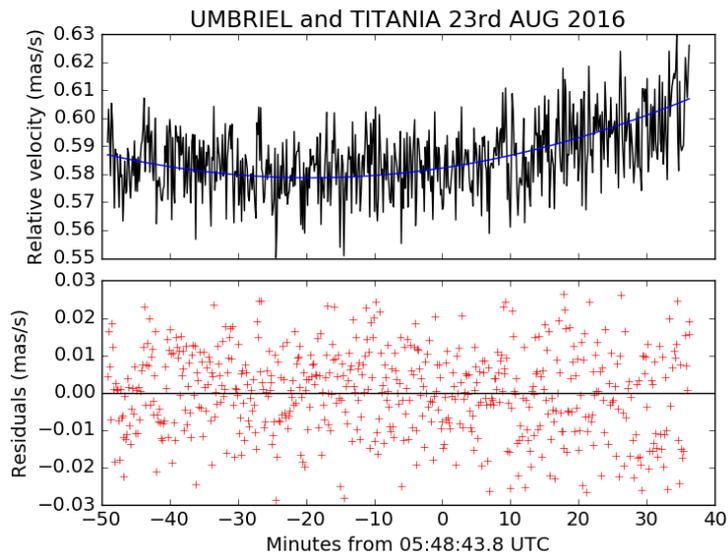


Figura 65 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 23/08/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

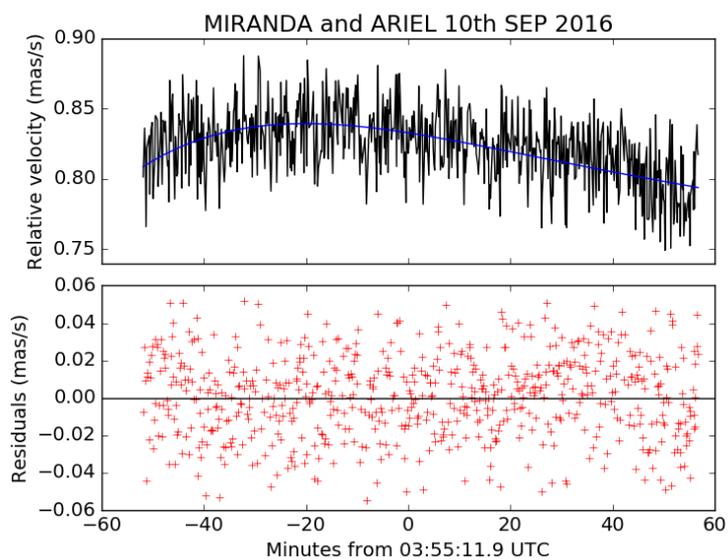


Figura 66 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

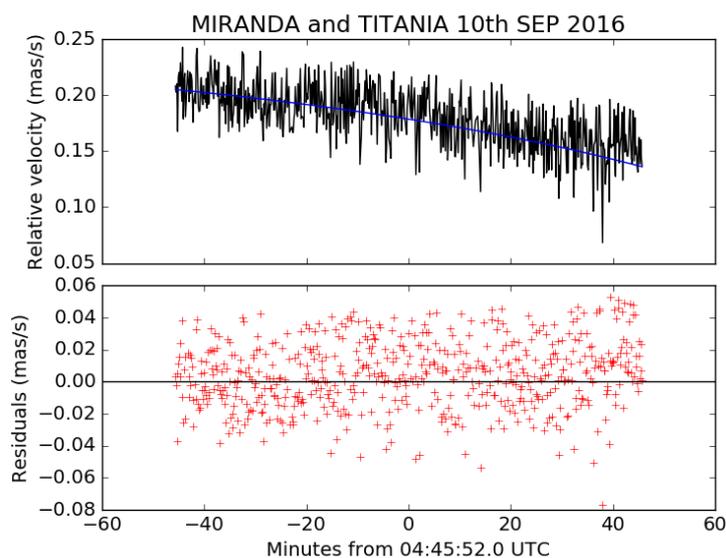


Figura 67 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

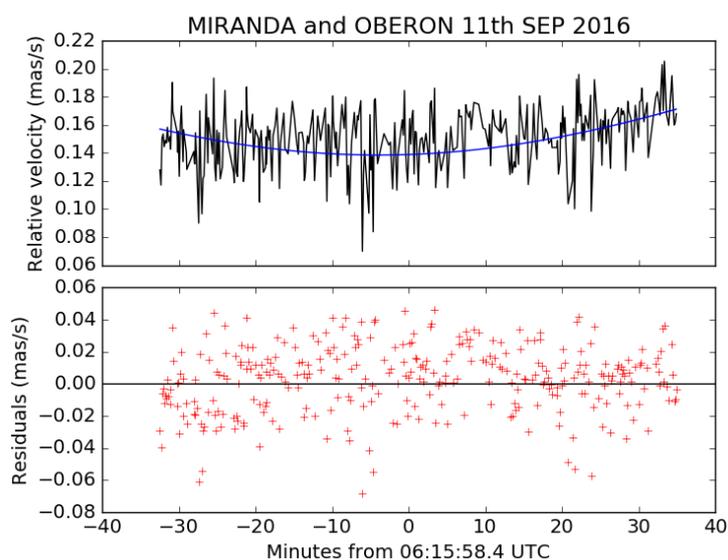


Figura 68 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 11/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

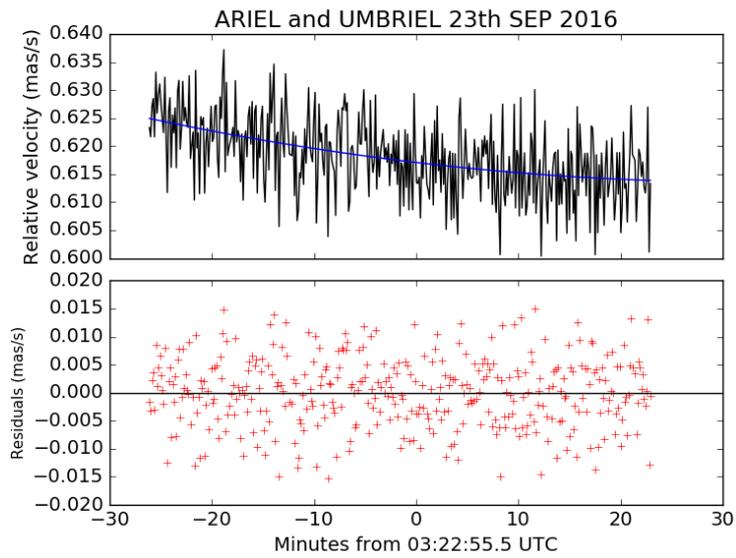


Figura 69 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Umbriel em 23/09/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

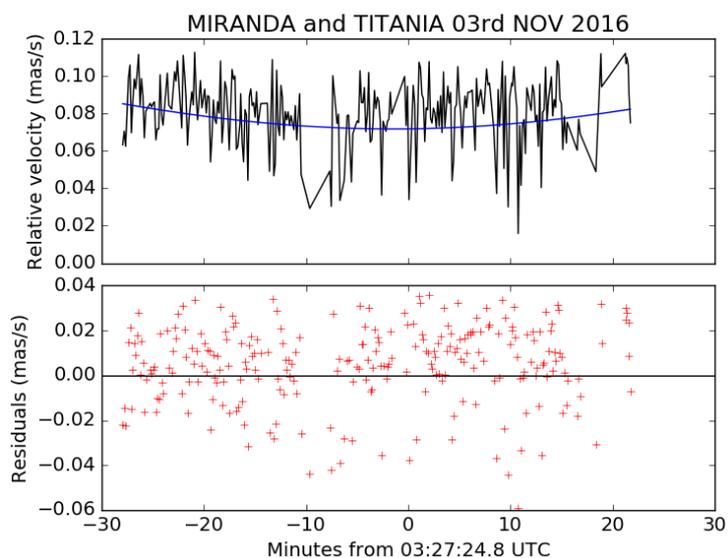


Figura 70 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 03/11/2016. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

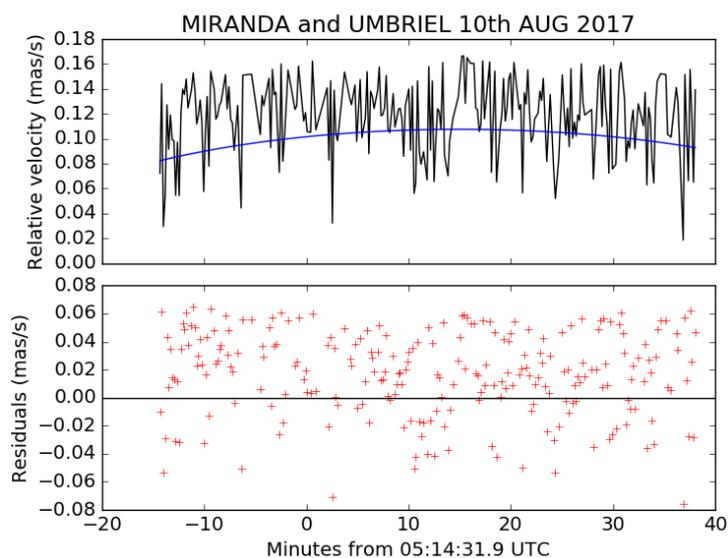


Figura 71 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

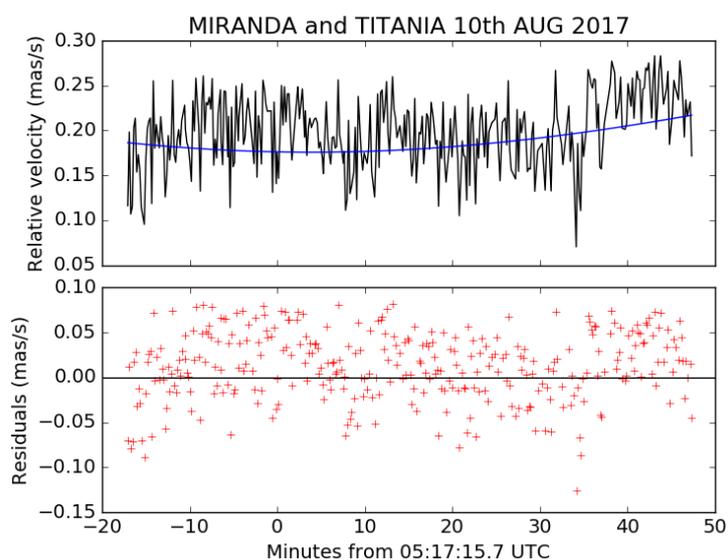


Figura 72 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Titânia em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

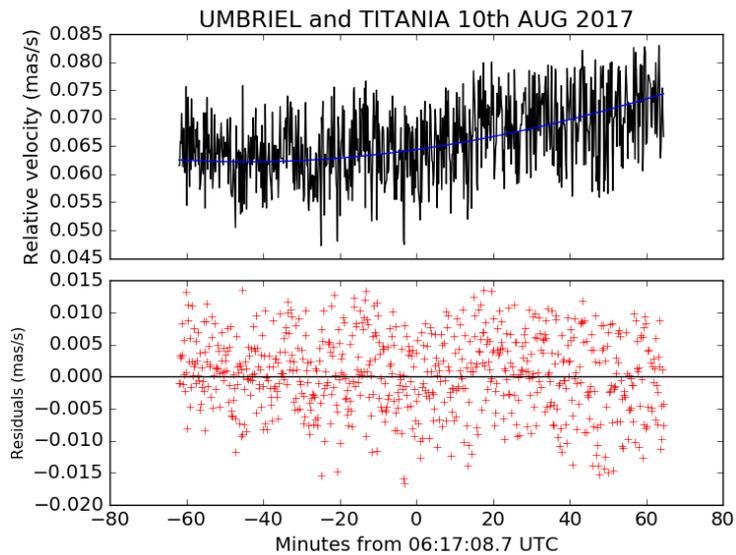


Figura 73 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

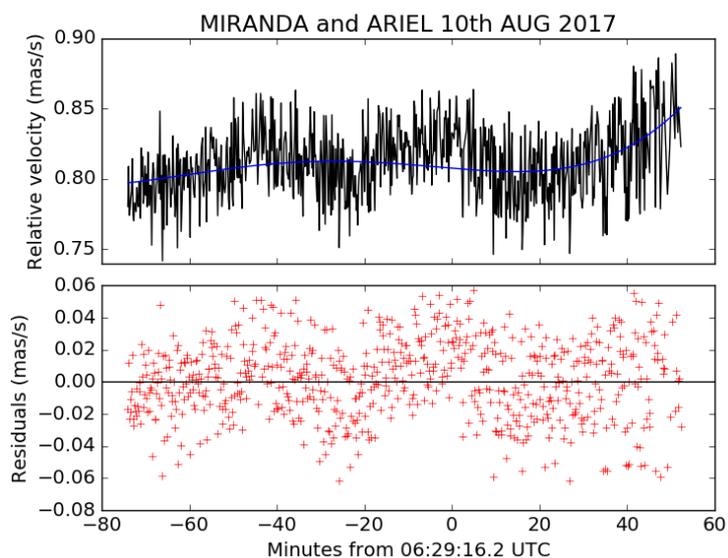


Figura 74 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 10/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

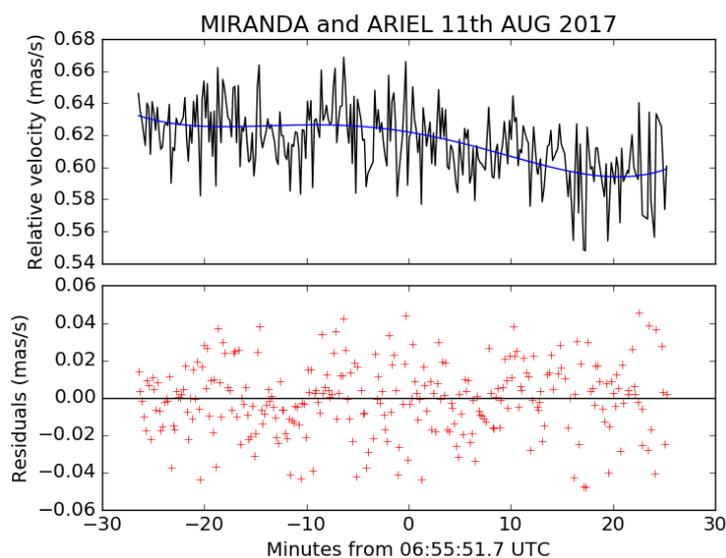


Figura 75 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 11/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

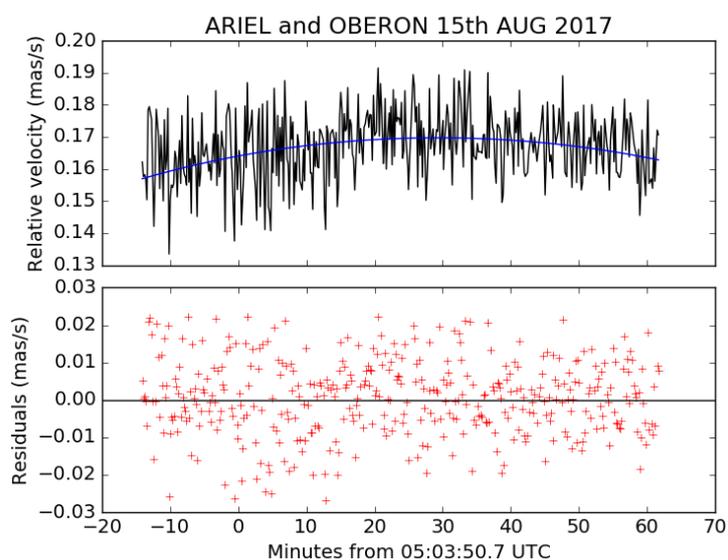


Figura 76 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Oberon em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

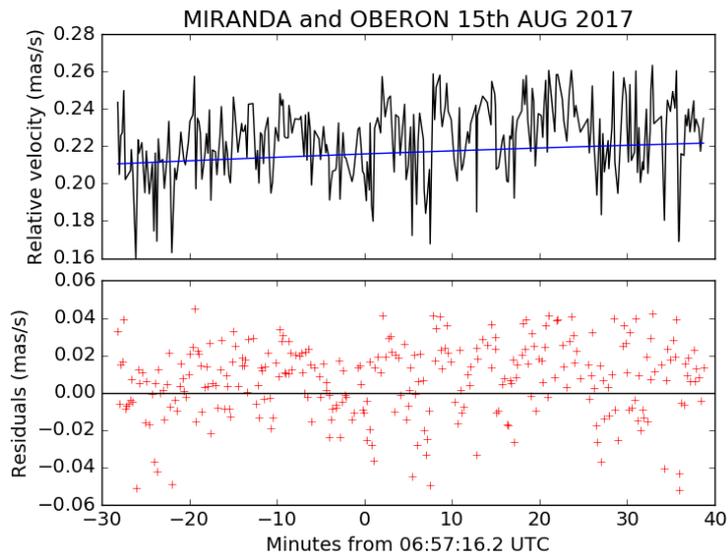


Figura 77 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Oberon em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

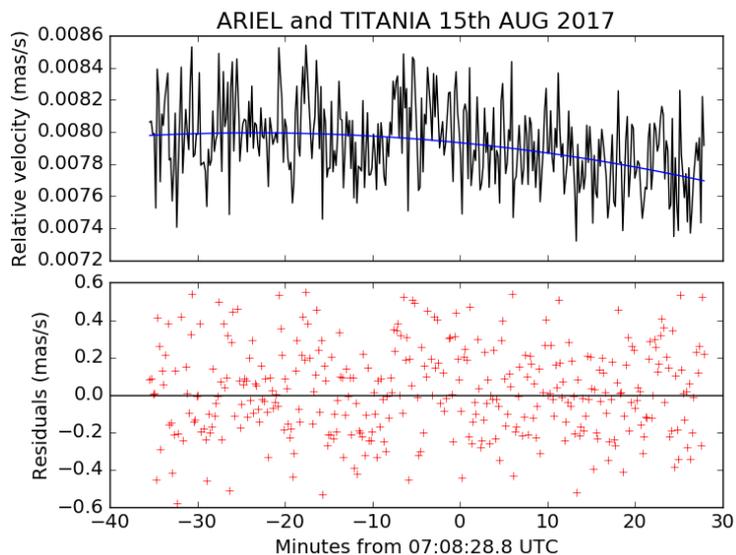


Figura 78 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 15/08/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

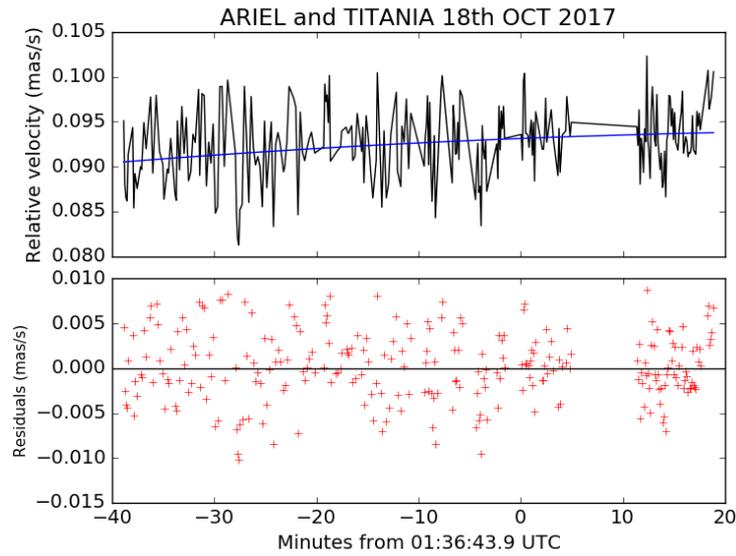


Figura 79 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/10/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

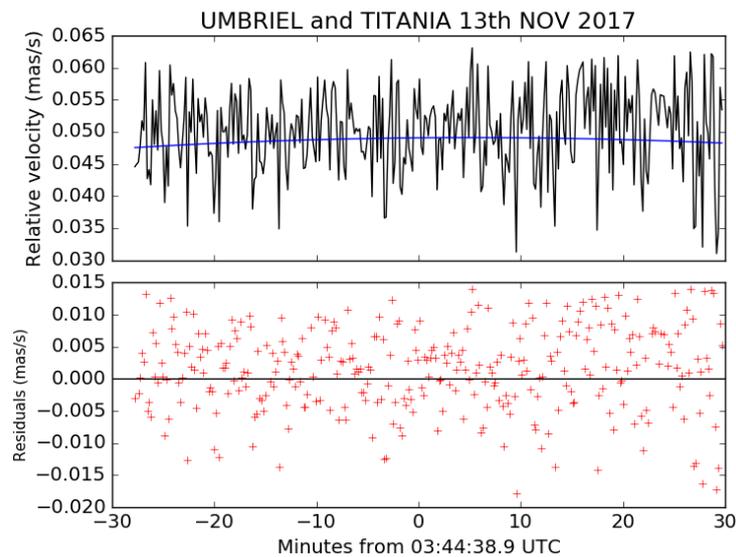


Figura 80 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Umbriel e Titânia em 13/11/2017. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

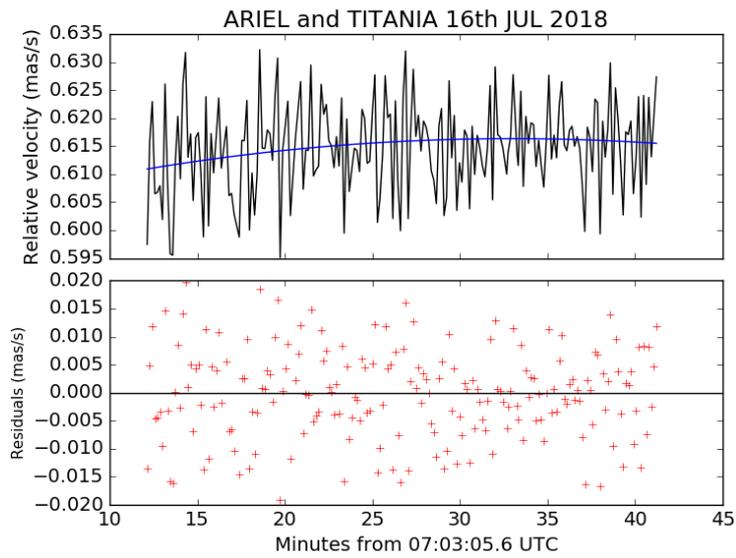


Figura 81 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 16/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

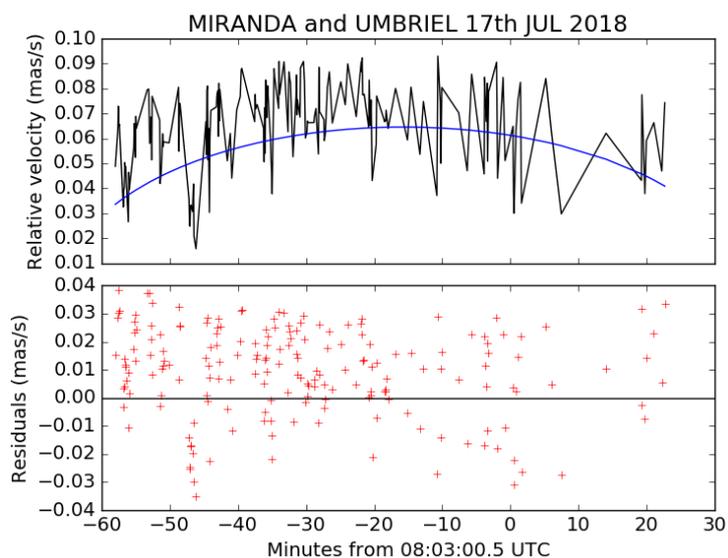


Figura 82 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Umbriel em 17/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

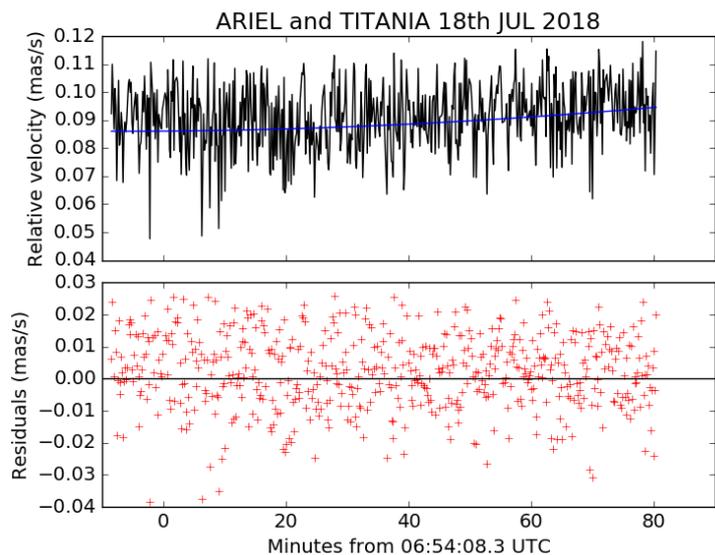


Figura 83 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 18/07/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

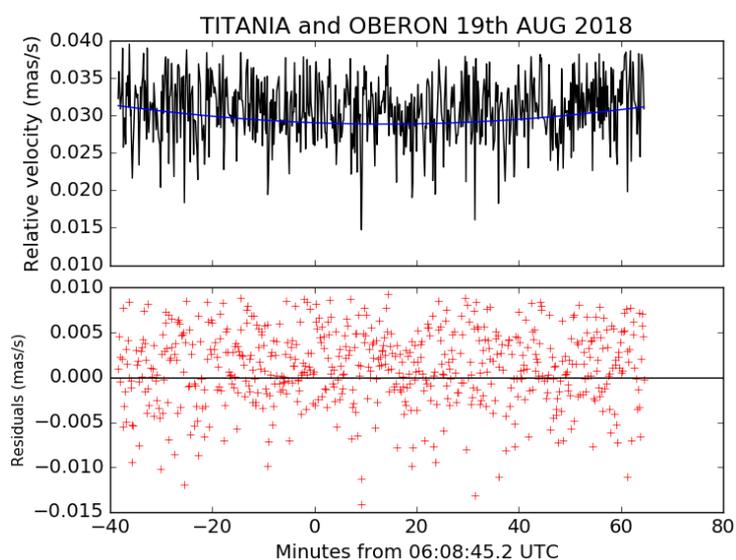


Figura 84 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Titânia e Oberon em 19/08/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

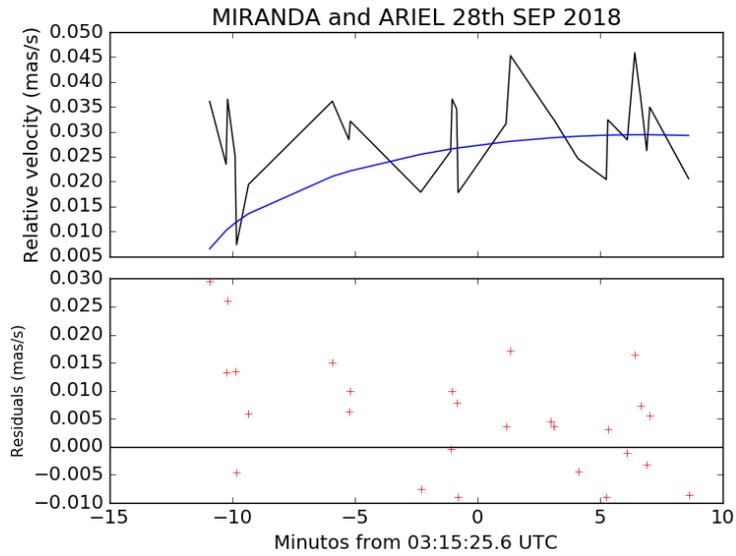


Figura 85 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Miranda e Ariel em 28/09/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.

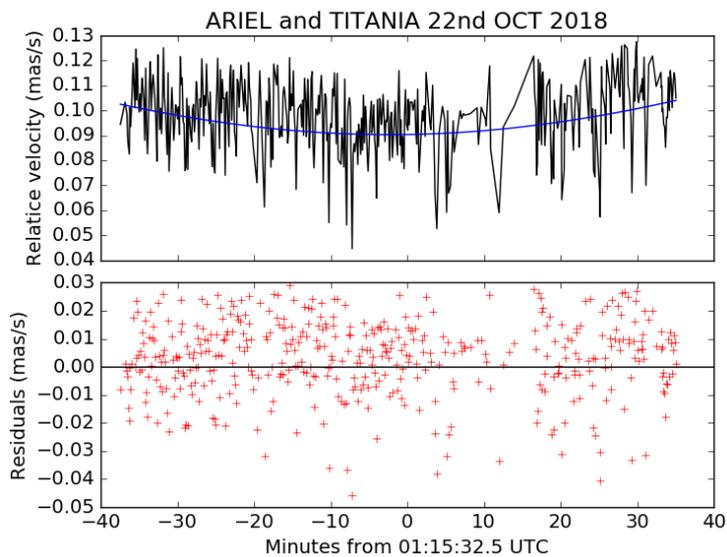


Figura 86 – Curva de velocidades da aproximação mútua entre Ariel e Titânia em 22/10/2018. As velocidades relativas medidas estão em preto e a curva ajustada está em azul. No painel inferior apresentamos em vermelho os resíduos em relação ao ajuste.