

# Um Modelo para Colaboração Síncrona em Geometria Dinâmica

Thiago Guimarães Moraes  
Orientadora: Flávia M. Santoro

UFRJ

2006

# **Um Modelo para Colaboração Síncrona em Geometria Dinâmica**

por

**Thiago Guimarães Moraes**

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Instituto de Matemática e Núcleo de Computação Eletrônica da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Ciência da Computação

Orientadora: Flávia Maria Santoro

Rio de Janeiro

2006

M827 Moraes, Thiago Guimarães.

Um modelo de colaboração síncrona em geometria dinâmica /  
Thiago Guimarães Moraes. Rio de Janeiro : UFRJ/IM/NCE, 2006.  
130 f. ; il.

Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do  
Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. Núcleo de Computação  
Eletrônica.

Orientadores: Flávia Maria Santoro, Luís Carlos Guimarães.

1. Informática 2. Groupware 3. Aprendizado colaborativo de  
matemática 4. Geometria dinâmica 5. Modelo de colaboração I.  
Santoro, Flávia Maria (Orient.) II. Guimarães, Luís Carlos III.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática.  
Núcleo de Computação Eletrônica IV. Título.

CDD

# Um Modelo para Colaboração Síncrona em Geometria Dinâmica

por

**Thiago Guimarães Moraes**

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Instituto de Matemática e Núcleo de Computação Eletrônica da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Ciência da Computação

Aprovada por:

---

Flávia Maria Santoro, D.Sc. - NCE/UFRJ  
(Orientadora)

---

Luiz Carlos Guimarães, Ph.D - IM/UFRJ  
(Co-orientador)

---

Claudia Lage Rebello da Motta, D.Sc. - NCE/UFRJ

---

Rosa Maria Esteves Moreira da Costa, D.Sc. - UERJ



*Aos meus pais.*

## Agradecimentos

A Deus, aquele que sempre norteia minha vida.

A professora Flávia Maria Santoro, por sua dedicação exemplar ao me acompanhar durante todo esse laborioso período de estudo.

Ao professor Luiz Carlos Guimarães, pela sua atenção e confiança. Pela amizade que já perdura desde a minha iniciação na vida acadêmica. Por suas sugestões e críticas que me ajudaram muito a trilhar o caminho até aqui.

Ao Francisco Mattos, que me ajudou a aplicar a teoria desenvolvida nesta dissertação. Pelo seu esforço, companheirismo, paciência e apoio.

Ao professor Marcos Borges agradeço pela valiosa oportunidade de desenvolver minha pesquisa e por sua hospitalidade.

Aos meus pais que me ensinaram a ver o trabalho duro, a perseverança e a honestidade como ferramentas ideais para atingirmos nossas metas.

A Justine Monnerat, que esteve ao meu lado em todos os momentos. Pela sua compreensão e incentivo, pois sempre acreditou na minha capacidade.

Aos funcionários do Colégio Pedro II, que apostaram nesta iniciativa e contribuíram disponibilizando a infra-estrutura necessária para realização das experimentações.

Agradecimentos especiais ao Rafael Barbastefano, a Beth Belford, ao Daniel Kling, ao Vinícius Almendra e ao Luiz Antônio Kowada por me ajudarem com material e/ou opiniões sobre este trabalho.

E, ainda, a todos aqueles que se entusiasmaram com os assuntos tratados aqui e que me deram apoio, críticas e sugestões.

## Resumo

Uma maneira de encorajar os estudantes a pensarem sobre seus próprios modelos mentais em Matemática, especialmente em Geometria, é permitindo-os investigar e manipular variáveis, mudar seus valores e tentar observar como elas se comportam.

Além disso, o compartilhamento de perspectivas individuais ajuda os estudantes a convergirem para um entendimento comum sobre os assuntos discutidos. Neste trabalho é proposto um modelo fundamentado na combinação de dois enfoques, experimentação e colaboração, os quais fornecem um rico ambiente que permite interações entre um estudante e construções geométricas e entre estudantes ou grupos de estudantes.

É descrito também o Serviço Tabulæ, um ambiente computacional colaborativo que permite o ensino-aprendizado síncrono de matemática. Ao final são apresentados os resultados preliminares de um estudo piloto utilizando este ambiente para ensino de geometria com estudantes do ensino fundamental.

## Abstract

One way to encourage students to think about their own mental models in Mathematics, especially in Geometry, is allowing them to investigate and manipulate variables, changing their values and trying to observe how they behave.

Besides, the sharing of individual perspectives helps students to converge to a common understanding about the subjects discussed. In this work is proposed a model based on the combination of the two approaches, learn by experimentation and collaborative learning, which provides a rich environment that allows interactions between a student and an object; among students or among groups of students.

It is also described the Tabulæ Service, a computacional collaborative environment that allows the synchronous teaching-learning of mathematics. Finally, are presented the preliminaries results of a pilot study using this environment for geometry teaching with students of a high school.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
1.1	Contexto do Trabalho . . . . .	3
1.1.1	Tecnologia Educacional para Matemática . . . . .	3
1.1.2	CSCL . . . . .	5
1.2	Apresentação do problema . . . . .	5
1.3	Objetivo . . . . .	6
1.4	Proposta de Solução . . . . .	7
1.4.1	O Modelo e o Ambiente . . . . .	7
1.4.2	Experimentação . . . . .	9
1.5	Estrutura da Dissertação . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Conceitos de Geometria Dinâmica</b>	<b>10</b>
2.1	Fundamentos da Geometria Dinâmica . . . . .	11
2.1.1	Métodos de Aprendizado . . . . .	13
2.1.2	Benefícios da Geometria Dinâmica . . . . .	15
2.2	O Tabulæ . . . . .	16
2.2.1	Composição do Tabulæ . . . . .	18
2.2.2	O núcleo matemático e a representação geométrica . . . . .	19
2.2.3	Representando as relações de dependência entre as figuras geométricas . . . . .	20
2.3	Implicações para o Ensino-Aprendizagem . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Aprendizado Colaborativo Apoiado por Computador em Matemática</b>	<b>23</b>
3.1	Aprendizagem Colaborativa Apoiada por Computadores . . . . .	24
3.1.1	Elementos básicos da aprendizagem colaborativa . . . . .	25

---

3.1.2	Vantagens da aprendizagem colaborativa . . . . .	25
3.2	Fundamentação Teórica para CSCL . . . . .	26
3.2.1	Construtivismo . . . . .	29
3.2.2	Teoria Sociocultural . . . . .	29
3.2.3	Aprendizado baseado em problemas . . . . .	30
3.2.4	Flexibilidade Cognitiva . . . . .	30
3.2.5	Aprendizado Cognitivo . . . . .	31
3.2.6	Cognição Situada . . . . .	32
3.2.7	Cognição Distribuída . . . . .	32
3.3	Aprendizagem Colaborativa de Matemática . . . . .	33
3.4	Modelos de Colaboração . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Modelo de Colaboração para Geometria Dinâmica</b>	<b>44</b>
4.1	Compartilhamento do Conteúdo Matemático: a Seção Colaborativa . . . . .	44
4.2	O Processo de Trabalho . . . . .	47
4.2.1	Aspecto de colaboração . . . . .	49
4.2.2	Aspectos de coordenação . . . . .	49
4.2.3	Aspectos de comunicação . . . . .	50
4.2.4	Aspectos de percepção . . . . .	51
4.3	Algumas Considerações . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Arquitetura da Solução</b>	<b>53</b>
5.1	O Serviço Tabulæ . . . . .	53
5.2	Persistência de Dados . . . . .	54
5.3	Gestão do Ambiente Virtual . . . . .	56
5.4	Servidor do Serviço Tabulæ . . . . .	59
5.4.1	O mecanismo de compartilhamento . . . . .	60
5.5	A Colaboração através do Tabulæ . . . . .	62
5.5.1	Sincronização e Consistência . . . . .	65
5.6	Ambiente de Gerenciamento de Aprendizado . . . . .	66
5.7	Considerações sobre a Implementação de Suporte ao Modelo Teórico . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Aplicação do modelo de colaboração</b>	<b>70</b>
6.1	Cenário do Estudo de Caso . . . . .	71
6.1.1	O Ambiente de realização . . . . .	72

---

6.2	Familiarização com a Tecnologia . . . . .	73
6.3	Experimento I - A vanguarda da colaboração . . . . .	74
6.4	Experimento II - Constatando a colaboração . . . . .	79
6.5	Análise dos Resultados . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>89</b>
7.1	Contribuições . . . . .	89
7.2	Trabalhos Futuros . . . . .	93
7.3	Considerações Finais . . . . .	94
<b>A</b>	<b>Plano de Aprendizado</b>	<b>96</b>
<b>B</b>	<b>Lista de Procedimentos</b>	<b>101</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>114</b>

# Lista de Figuras

1.1	Tela em Geometria Dinâmica. . . . .	4
1.2	Uma Sessão colaborativa . . . . .	7
2.1	O Tabulæ. . . . .	17
2.2	Lugares Geométricos próximos de degeneração, no Cabri e no Tabulæ. . . . .	18
2.3	Grafo de dependência da relação de ponto médio. . . . .	19
2.4	Construção geométrica e seu respectivo Grafo de dependência. . . . .	20
3.1	Psicologia, Educação e Ciência da Computação - O papel fundamental da Psicologia. . . . .	27
3.2	Etapas do desenvolvimento cognitivo. . . . .	27
3.3	PBL - Esquema de Rede do modelo conceitual de <i>Miao</i> . . . . .	38
3.4	Single Display Groupware. . . . .	40
3.5	Sistema de CAD 3D Colaborativo. . . . .	41
4.1	Mini-sessões de uma Sessão. . . . .	45
4.2	Área de trabalho do Aluno. . . . .	46
4.3	Exemplo de uma sessão colaborativa . . . . .	48
5.1	O serviço Tabulæ . . . . .	54
5.2	Modelo físico do banco de dados do Serviço Tabulæ. . . . .	55
5.3	Sessões de discussão da disciplina Geometria. . . . .	56
5.4	Detalhes da sessão colaborativa. . . . .	57
5.5	Detalhes da mini-sessão colaborativa. . . . .	58
5.6	Participantes da mini-sessão colaborativa. . . . .	58
5.7	Definindo papéis dos membros de uma mini-sessão colaborativa. . . . .	59
5.8	Definindo papéis durante a sessão colaborativa. . . . .	59

---

5.9	Esquema do Mecanismo de Comunicação. . . . .	61
5.10	Conectando no servidor do Serviço Tabulæ. . . . .	62
5.11	Detalhamento dos controles da mini-sessão. . . . .	63
5.12	Disposição dos controles da mini-sessão de acordo com o papel do participante. . . . .	64
5.13	Disposição dos controles da mini-sessão de acordo com o papel do participante. . . . .	64
5.14	Percepção dos participantes de uma mini-sessão. . . . .	65
6.1	Atividade proposta pelo professor e o resultado obtido pela aluna Raíssa. . . . .	76
6.2	Imagens da primeira atividade colaborativa utilizando o Tabulæ no laboratório do Colégio Pedro II. . . . .	78
6.3	Disposição dos estudantes em grupos menores para realização de uma atividade. . . . .	79
6.4	Diálogo entre os alunos do Grupo D - Helder, Ingrid, Jonathan e Igor. . . . .	82
6.5	Diálogo entre os alunos do Grupo A - Amanda, Artur, Arnould e Ana Clara. . . . .	83
6.6	Diálogo entre os alunos do Grupo C - Guilherme, Gustavo Patê, Fernanda e Gustavo Aquino. . . . .	84
6.7	Imagens de uma atividade colaborativa utilizando o Tabulæ no laboratório do Colégio Pedro II. . . . .	85
7.1	Fotografia inserida pela aluna Aline no fórum do Moodle. . . . .	91

# Capítulo 1

## Introdução

As teorias de aprendizado nos dão indícios de como estimular pessoas a terem um melhor desempenho no processo ensino-aprendizagem. Algumas dessas teorias influenciam o uso da Tecnologia da Informação (TI) na educação. Dentre elas está o Construtivismo (Rodrigues & Jablonski, 1992), que se baseia na premissa de que todos nós construímos nossa própria perspectiva do mundo relacionada a experiências e modelos individuais. De acordo com a visão construtivista, o aprendizado não é visto como um processo passivo no qual o aluno meramente responde à demanda do ambiente, pois pretende-se esquecer a tradicional “memorização” para investir na capacidade de raciocínio dos alunos, de forma que eles mesmos encontrem as respostas para os problemas apresentados.

Algumas iniciativas têm sido realizadas na tentativa de encontrar combinações entre essas propostas e as novas tecnologias, especialmente quando o objeto de estudo é a Matemática. Uma dessas iniciativas, que fará parte da discussão deste trabalho, refere-se a uma classe de aplicações conhecida por *softwares* de Geometria Dinâmica (GD)<sup>1</sup>. Este tipo de aplicação, que tem sido utilizada por professores que seguem a abordagem construtivista, permite aos usuários construir, medirem e manipularem formas geométricas na tela do computador. Esses objetos mudam dinamicamente à medida que os usuários interagem com eles através do *mouse*.

Desta forma a tecnologia de computador pode ser usada para ressaltar alguns tópicos da Matemática proporcionando um enfoque mais concreto e experimental. Acredita-se que com este enfoque, o estudante possivelmente terá maior êxito ao lidar com simbologias e abstrações numa fase posterior do processo de aprendizagem.

---

<sup>1</sup>O conceito de Geometria Dinâmica surgiu a partir de 1988, em decorrência de avanços nas características de interatividade dos computadores pessoais.

Por outro lado, promover o aprendizado, principalmente fomentando a interação entre os estudantes tem se mostrado bastante útil no processo autônomo de exploração e descoberta da Matemática (Hannafin, Burruss, & Little, 2001).

Se considerarmos que o processo de aprendizado colaborativo (CL)<sup>2</sup> pode proporcionar melhores resultados do que o aprendizado individualizado e que existe uma necessidade eminente de meios para apoiar a comunicação de conteúdo matemático ((Kortenkamp, 2001) e (Barbastefano, 2001)), então o desenvolvimento de ferramentas para compartilhamento de informações matemáticas merece ser estudado e avaliado.

A aprendizagem colaborativa beneficia o estudante porque ele observa o que os outros estão fazendo e assim, pode fazer “ajustes” no seu modelo mental sobre determinado conhecimento, ou então adquirir um novo conceito através da interação e entendimento do ponto de vista dos outros participantes do grupo. Pesquisadores (Marjanovic, 1999), (Vasconcelos, Kimble, & Gouveia, 2000) e (Blosser, 1992) propõem que um estudante aprende mais quando interage com outros estudantes e/ou professores, principalmente através da discussão de suas atividades.

Embora o uso do *software* de GD e da técnica colaborativa já sejam amplamente enfatizadas no processo de aprendizagem de Matemática, não foi encontrada na literatura nenhuma proposta que combine esses dois enfoques.

## 1.1 Contexto do Trabalho

### 1.1.1 Tecnologia Educacional para Matemática

A aprendizagem em Geometria pode ser facilitada pelo uso de programas de Geometria Dinâmica (GD). Nesse tipo de aplicação o usuário tem ao seu dispor uma construção geométrica precisa e interativa, algo inatingível antes do aparecimento deste tipo de *software*: todas as instâncias de uma determinada construção são alcançáveis pelo simples expediente de “arrastar” (com o “mouse”) um elemento apropriado dessa construção, visível na tela. Como as propriedades geométricas da construção se mantêm e são visíveis durante o processo, isto incentiva o aluno em atividades exploratórias e investigativas com respeito a essas mesmas propriedades, o que faz destes programas ferramentas poderosas para o ensino e mesmo para a

---

<sup>2</sup>Collaborative Learning, do inglês.

iniciação em investigação científica em Matemática.

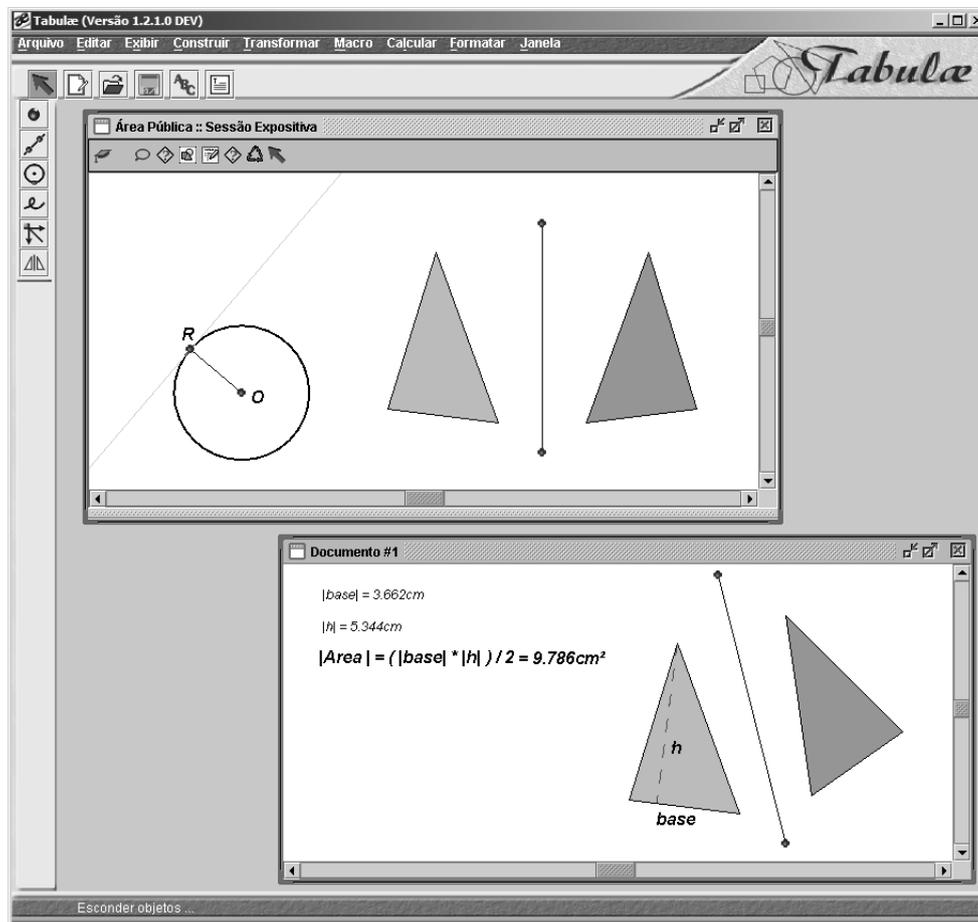


Figura 1.1: Tela em Geometria Dinâmica.

Diferentemente de programas de desenho no computador (como o “paint”, e os programas tipo “cad”), quando movemos os objetos na tela, em um *software* de Geometria Dinâmica, respeitamos propriedades geométricas. Por exemplo, ao movermos o ponto R da Figura 1.1 sobre o círculo, a reta tangente ao círculo por este ponto acompanhará esse movimento, sempre tangente ao círculo e sempre perpendicular ao raio OR. Da mesma forma, se movermos os vértices do triângulo do lado esquerdo do segmento, modificando-o, sua imagem refletida se modificará de maneira a ser a imagem do “novo” triângulo desenhado na tela. Estas características são únicas de um *software* de Geometria Dinâmica, e outros programas de desenho em computador, mesmo aqueles voltados para aplicações em arquitetura, não são capazes deste tipo de mobilidade.

### 1.1.2 CSCL

O *Aprendizado Colaborativo Apoiado por Computador*<sup>3</sup> é um campo de pesquisa que estuda como a tecnologia de computador pode ser utilizada para auxiliar o aprendizado em grupo.

Adaptar o ambiente de computador para apoiar a interação colaborativa apropriadamente pode trazer mudanças positivas na motivação e produtividade dos aprendizes.

De um modo geral, sistemas de grupo propiciam o trabalho paralelo de forma que todos os participantes podem trabalhar simultaneamente sem ter que esperar a sua vez. A utilização deste tipo de ambiente de ensino pretende dar interatividade às aulas e estimular a participação dos alunos para a construção do seu próprio conhecimento.

A forma tradicional de ensino em que um professor passa os seus conhecimentos para um conjunto de alunos é a metodologia utilizada há tempos. No entanto, trabalhos na área cognitiva tendem a mostrar que os alunos podem se beneficiar muito se participarem de um ambiente colaborativo de ensino (por exemplo em (Clancey, 2002) e (Choi & Hannafin, 1995) ). Nesses ambientes procura-se estabelecer uma atmosfera de colaboração e ajuda mútua entre os participantes, promovendo a interação entre estudantes e seus conhecimentos, além de estimulá-los a explorar soluções alternativas para as tarefas-problemas propostas.

A criação de *softwares* que permitam o ensino colaborativo exige a resolução de questões associadas ao modo de interação entre os participantes. Algumas destas questões estão relacionadas ao controle de concorrência ao espaço de trabalho compartilhado, sincronização, distribuição das informações, etc, além de outros problemas específicos inerentes ao processo de ensino, que precisam ser estudados e avaliados também.

## 1.2 Apresentação do problema

Os *softwares* de Matemática, especificamente os de Geometria Dinâmica, justificam-se como uma alternativa tecnológica para apoiar o processo ensino-aprendizagem. Sua relevância na área é defendida principalmente por Kortenkamp (Kortenkamp,

---

<sup>3</sup>CSCL - Computer Supported Collaborative Learning, do inglês.

2001), que convida todos os matemáticos a participarem de um processo de criação de melhores ferramentas computacionais para comunicação de Matemática.

No entanto, a aprendizagem de Matemática é muitas vezes vista como uma atividade isolada, individualista, uma vez que o aluno, com apenas papel e lápis, e talvez uma calculadora, senta para tentar entender e resolver o problema a ele alocado. Esse processo pode algumas vezes ser frustrante. Talvez não seja surpresa que muitos estudantes e adultos tenham medo da Matemática: eles acreditam que só com muito talento individual pode-se ter sucesso no reino da Matemática.

Uma alternativa para tratar desse problema é a aprendizagem colaborativa, pois a atividade de grupo, além de favorecer o aprendizado, também facilita a articulação de idéias. Problemas matemáticos muitas vezes podem ser resolvidos por diversas maneiras. Estudantes em grupo podem discutir o mérito de uma solução diferente e aprender outras estratégias para resolver o mesmo problema (Davidson, 1990).

Desta forma, colocamos a seguinte questão:

**Que modelo poderia ser adotado no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Dinâmica para suportar interação e comunicação entre os estudantes, promovendo a aprendizagem colaborativa?**

Tendo verificado a inexistência de métodos e ferramentas que compreendam esses dois conceitos, GD e CL, cabe então a discussão, desenvolvimento e experimentação de uma ferramenta colaborativa de GD objetivando verificar a suposição de que é viável a construção do ambiente em questão e que as vantagens inerentes à utilização individual deste tipo de aplicação se estenderão a grupos de alunos em cursos presenciais e/ou à distância.

## 1.3 Objetivo

A proposta deste trabalho é desenvolver um ambiente virtual para promover o aprendizado, especificamente de Geometria, colaborativa e interativamente, não apenas através da comunicação, mas também colaboração mediada por computador. O desenvolvimento deste trabalho tem como principal público alvo os estudantes do ensino fundamental, muito embora possa ser aplicado também no aprendizado de estudantes do ensino médio, superior ou até mesmo a professores que visam sua contínua formação.

Vislumbramos a tecnologia computacional como um sustentáculo para o desen-

volvimento de atividades centrada nos alunos, fazendo com que eles deixem de ser simples receptores de informação e assumam o papel de elemento ativo dentro desse domínio de aprendizagem.

## 1.4 Proposta de Solução

O objetivo central do modelo para aprendizado colaborativo proposto e do ambiente computacional que o implementa, a ser discutido e implementado neste trabalho, é permitir que múltiplos usuários em diferentes locais participem de sessões virtuais colaborativas de aprendizado trocando construções geométricas.



Figura 1.2: Uma Sessão colaborativa

Dentro de cada sessão poderão ser instanciadas mini-sessões nas quais as atividades colaborativas serão desenvolvidas. O aprendizado colaborativo é vivenciado dentro dessas mini-sessões, e os participantes interagem uns com os outros utilizando um aplicativo de Geometria Dinâmica denominado *Tabulæ*. Esse *software* é especialmente utilizado para o estudo da Geometria plana e se apóia na construção de figuras geométricas na tela do computador.

Uma sessão virtual colaborativa é um processo orientado por um plano de aprendizado. Nesta sessão, todos os participantes trabalham simultaneamente sobre uma mesma atividade de aprendizado.

### 1.4.1 O Modelo e o Ambiente

O ambiente virtual em questão é composto por um banco de dados, um servidor que irá gerenciar a troca de informações entre os membros cadastrados, uma aplicação para gerir este ambiente virtual e aplicativos para a prática das atividades propostas para os membros.

O módulo de gestão desse ambiente de aprendizado é um aplicativo baseado na web por onde o administrador irá realizar o cadastro dos cursos e disciplinas, bem como o cadastro dos alunos e grupos, podendo vinculá-los a disciplinas. É também

por esse aplicativo que serão criadas as sessões colaborativas, definindo o período de vigência e que grupos ou membros estão autorizados a participar desta.

Esse aplicativo de gestão pode ser acessado por qualquer membro do sistema, embora apenas os membros que tem perfil de administrador possam efetuar algum cadastro. Caso o usuário não esteja vinculado a tal perfil, a este só será permitido consultar conteúdos referentes às sessões colaborativas realizadas ou em andamento, aos materiais de apoio colocados no ambiente por algum administrador, e dar contribuições nos fóruns de discussão. Por se tratar de uma área comum de informações, onde os membros do ambiente de aprendizado podem colocar e consultar dados, sem simultaneidade, chamamos esse módulo de assíncrono.

Convencionamos chamar por “membro” cada integrante deste ambiente, visto que terá que estar previamente cadastrados no ambiente para poder participar dos eventos de aprendizado colaborativo.

Para estabelecer uma sessão colaborativa, é necessário que algum membro que tenha privilégios de administrador cadastre previamente a sessão e informe seu período de vigência. O período de vigência é uma informação importante porque a sessão só estará ativa durante este intervalo de tempo.

Estamos considerando que em princípio o professor é quem teria os privilégios de administrar o sistema. Então, quando for criada uma sessão colaborativa, e conseqüentemente a mini-sessão onde acontecerá uma interação síncrona entre os membros, ele descreverá a atividade a ser desenvolvida e quais membros podem participar desta mini-sessão.

Na mini-sessão colaborativa, construções geométricas são compartilhadas entre os membros de tal maneira que eles podem interagir simultaneamente uns com os outros, em tempo real, dentro de um ambiente amigável e não necessariamente situado em um mesmo local físico.

Também é possível aos participantes trocarem mensagens textuais, como num *chat*, facilitando a comunicação entre os membros do sistema e tornando possível um *feedback* imediato.

Os registros das intervenções dos participantes durante uma sessão colaborativa são armazenados no banco de dados do ambiente e podem ser usados para avaliar a contribuição e participação destes, baseando-se no número de comentários, questões levantadas, etc.

### 1.4.2 Experimentação

Este trabalho concentra-se nas questões que envolvem a colaboração dentro deste ambiente de aprendizado, com o intuito de avaliar o uso da tecnologia e observando principalmente os aspectos positivos e negativos no estímulo à colaboração segundo o modelo proposto.

As questões pedagógicas relacionadas às teorias de grupo, e que têm como objetivo analisar a qualidade e a quantidade de aprendizado dos estudantes, não são contempladas aqui. Esse interessante campo de pesquisa será deixado para ser tratado em algum trabalho futuro.

## 1.5 Estrutura da Dissertação

Os dois primeiros capítulos a seguir pretendem contextualizar e justificar a relevância e singularidade do tema deste trabalho. O Capítulo 2 levanta alguns dos principais conceitos e trabalhos que tratam sobre Geometria Dinâmica. Já no Capítulo 3, é feita uma revisão de literatura sobre o Aprendizado Colaborativo Apoiado por Computador, além de apresentar uma visão geral de como esta tecnologia pode ser adicionada a um *software* de Geometria Dinâmica. Também é feita uma descrição sucinta de alguns modelos de colaboração para construção de conhecimento.

No Capítulo 4 é proposto um modelo teórico fundamentado nesses dois conceitos: Geometria Dinâmica e Aprendizagem Colaborativa. As questões tecnológicas e arquiteturais relacionadas à ferramenta computacional desenvolvida para suportar esse modelo são abordadas no Capítulo 5. Ainda, no Capítulo 5, são fornecidos detalhes da implementação e da modelagem de dados utilizada.

Os resultados e a análise de um experimento controlado utilizando alguns grupos de usuários no ambiente de aprendizado proposto neste trabalho, é o objeto de discussão do Capítulo 6. Por fim, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões e contribuições desta dissertação.

## Capítulo 2

# Conceitos de Geometria Dinâmica

A partir da década de 70, o poder da computação automatizada tornou-se amplamente acessível para pesquisas científicas não-militares. Isso ofereceu novas possibilidades para a comunidade acadêmica, principalmente para os matemáticos mais experientes, devido à velocidade e exatidão dos cálculos provenientes da tecnologia de computador.

Com o aparecimento dos computadores gráficos e trabalhos realizados com relação às técnicas de visualização, durante a década de 80, o desenvolvimento de *software* de Matemática ganhou força. Esses avanços tornaram-se evidentes com o surgimento no mercado do tão popular pacote de *software* dos nossos dias, o **Maple**<sup>1</sup> e posteriormente o **Mathematica** (Wolfram Research, 2004).

A conferência de Grenoble (Grenoble Conference, 1989), em 1989, foi um marco histórico para educação matemática ao discutir um novo conceito na área, a Geometria Dinâmica (GD). Este conceito surgiu em decorrência de avanços nas características de interatividade dos computadores pessoais.

Através da Geometria Dinâmica, o estudante tem a seu dispor uma construção geométrica precisa com a qual ele pode interagir “arrastando” (com o “mouse”) um elemento apropriado dessa construção. As propriedades geométricas da construção sempre se mantêm e são visíveis durante o processo. Por isso, este tipo de aplicação incentiva o estudante em atividades exploratórias e investigativas com respeito a essas mesmas propriedades geométricas. Ferramentas computacionais de GD destacam-se como aplicativos poderosos para o ensino-aprendizado e mesmo para a iniciação em investigação científica em Matemática.

---

<sup>1</sup>Waterloo Maple - Product Timeline. Disponível em: [http://www.maplesoft.com/corporate/product\\_time/product\\_time.html](http://www.maplesoft.com/corporate/product_time/product_time.html). Acesso em: julho de 2004

Distribuições comerciais de aplicativos de GD, como **Cabri Géomètre**<sup>2</sup> e **Geometer's Sketchpad**<sup>3</sup> tornaram disponíveis no mercado. Esses pacotes de *softwares* tiveram um impacto significativo no processo de educação matemática, porque através desta iniciativa pioneira é que foi possível realizar verdadeiras interações com objetos matemáticos em um meio matemático, isto é, um ambiente adequado para estudo deste assunto (Kortenkamp, 2001). Atualmente existem diversos *softwares* de GD disponíveis no mercado, mas o **Cabri Géomètre** e o **Geometer's Sketchpad** destacam-se como os mais comumente utilizados entre alunos, professores e pesquisadores.

## 2.1 Fundamentos da Geometria Dinâmica

A Geometria é uma disciplina que sempre exerceu um papel importante para o aprendizado de Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Devido à sua natureza, a habilidade para o desenho é aparentemente mandatária, visto que o desenho correto é útil para o raciocínio correto.

Isso pode ser observado quando, por exemplo, um professor tenta explicar para seus alunos um conhecido teorema matemático, que diz que as três alturas de qualquer triângulo sempre se encontram num único ponto, denominado ortocentro. Nota-se que na tentativa de verificar experimentalmente esse conceito da Geometria através da prática manual, as alturas de um dado triângulo por ventura podem vir a não se encontrarem num único ponto. Isso porque o desenho manual nem sempre tem a precisão que uma ferramenta computacional pode fornecer.

A utilização de programas de computador para apoiar o desenho geométrico pode ajudar neste problema. Especialmente os *softwares* de Geometria Dinâmica onde a característica **dinâmica** aparece pela possibilidade de se passar de um desenho a um outro pelo deslocamento quase contínuo dos objetos com “graus de liberdade”, isto é, objetos que podem ter a sua posição alterada pela intervenção direta do estudante. Com o dinamismo, as propriedades geométricas da figura aparecem como propriedades mecânicas dos desenhos. Assim, a percepção deste estudante age sobre as características dinâmicas dos desenhos geométricos. As propriedades geométricas

---

<sup>2</sup>Cabri Géomètre - Disponível em: <http://www.cabri.net>. Acesso em: agosto de 2004

<sup>3</sup>Geometer's Sketchpad - Disponível em: <http://www.keypress.com/sketchpad>. Acesso em: agosto de 2004

aparecem dinamicamente como invariantes durante o deslocamento dos elementos básicos.

Kortenkamp (Kortenkamp, 1999) enumera as características chaves presentes nos *softwares* de Geometria, que os tornam adequados às atividades voltadas para a educação e pesquisa:

- **“Arrastar” objetos** - a interatividade é a parte mais importante dos *software* de GD. Através da movimentação, observação e exploração das construções geométricas, é possível conjecturar sobre propriedades geométricas.
- **Macro-operações** - tarefas repetitivas como a construção da mediatriz (reta perpendicular a um segmento) usando apenas os pontos que compõem o segmento podem ser encapsuladas em uma macro. Esta por sua vez, automatiza os passos para criar a mediatriz.
- **Lócus** - uma ferramenta investigativa onde se representa graficamente a trajetória do movimento de um ponto enquanto movimenta-se um objeto livre. Sofisticadas técnicas e uma teoria matemática muito sólida são utilizadas nesta funcionalidade, para lidar com as ambigüidades e descontinuidades.
- **Interfaces inteligentes** - detecção automática de incidentes entre pontos e retas ou cônicas, interseções, etc.
- **Exportação em alta resolução dos artefatos** - a utilização de construções geométricas em publicações requer uma imagem de alta qualidade, sendo necessária a geração desses artefatos em uma resolução que seja muito superior à da tela do monitor.

Num *software* de Geometria Dinâmica, o desenho é visto como uma entidade dinâmica. Nesses aplicativos é fornecido não apenas o acesso a esses objetos geométricos, como, por exemplo, à interseção de retas, mas também a memorização de todos os passos que conduziram à figura final.

A verificação de uma propriedade matemática torna-se possível através da prática porque o estudante pode movimentar um único ponto e observar a sua influência no resto do desenho. Por exemplo, na explicação sobre o ortocentro, descrita anteriormente, após a criação de um triângulo e suas respectivas alturas, através da movimentação de um dos vértices o estudante irá notar que esta propriedade geométrica realmente acontece para qualquer triângulo.

### 2.1.1 Métodos de Aprendizado

A disponibilidade de utilização em sala de aula de *softwares* de Geometria Dinâmica deu um novo ímpeto à exploração matemática, e em particular trouxe um novo estímulo para o aprendizado e ensino de Geometria. Esses *softwares* ajudam os estudantes a entenderem as proposições feitas por seus professores, lhes permitindo realizar construções geométricas com um alto grau de precisão. De fato, torna-se mais fácil para os estudantes verem o significado de tais proposições, pois eles podem facilmente testar suas conjecturas através da exploração de determinadas propriedades das construções que eles mesmos produziram, ou mesmo “descobrir” novas propriedades.

Algumas estratégias de aprendizado utilizando a Geometria Dinâmica podem ser encontradas no livro de atividades do **Geometer’s Sketchpad** <sup>4</sup> entre outros <sup>5</sup>, os quais discutem a exploração dessas construções geométricas e a utilização do computador como instrumento auxiliador e facilitador da aprendizagem matemática. Nesses livros são explorados diversos assuntos: Funções (Afim, Quadrática, Modular, Exponencial e Logarítmica), Trigonometria, Geometria Plana e Espacial entre outros. Com esse tipo de material os estudantes, de maneira autônoma, podem desenvolver passo a passo as atividades propostas - bastando apenas ler e executar o que está escrito.

Um exemplo deste tipo de atividade é proposta por *Hannafin* (Hannafin et al., 2001), onde ele pretende com ela conduzir o aluno a perceber através da experimentação os conceitos de ângulos adjacentes e complementares:

#### Exemplo de uma Atividade em GD

1. Crie três pontos **A**, **B** e **C**.
2. Desenhe dois segmentos utilizando estes três pontos de modo a formarem o ângulo  $\widehat{BAC}$ .
3. Mude  $\widehat{BAC}$  de forma que seja um ângulo reto.
4. Desenhe um segmento entre os dois lados de ângulo.

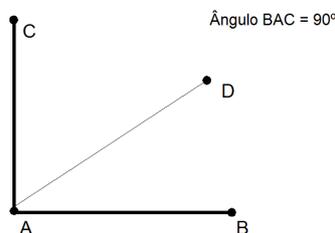
---

<sup>4</sup>Sketchpad *workbook*

<sup>5</sup>Aprendendo Matemática com o Cabri-Géomètre II (volumes I e II) - 2ª edição

5. Quantos ângulos você vê agora? .....

Seu esboço deve ser semelhante a este aqui:



6. Meça os dois ângulos menores.

Agora, você deve ver três medidas de ângulos em seu desenho. Uma representando o ângulo maior e uma para cada um dos dois ângulos menores.

7. Arraste o ponto **D** do segmento (dentro do ângulo maior).

O que aconteceu com as medidas dos três ângulos? .....

O ângulo de  $90^\circ$  mudou? .....

8. Some os dois ângulos menores juntos.

Qual é a soma desses dois ângulos? .....

O que você pode dizer sobre o relacionamento entre os dois ângulos menores e o ângulo maior? .....

9. Nomeie os dois ângulos adjacentes.

Os dois ângulos formados entre o ângulo reto original são adjacentes e complementares. Os dois ângulos menores que você tem em seu desenho são adjacentes e complementares não importa como você mova o ponto **D** do segmento.

10. O que você entende por ângulos **adjacentes** ? .....

O que você entende por ângulos **complementares** ? .....

Para saber mais sobre os termos adjacentes e complementares olhe a sessão Ângulos do seu programa de Geometria.

De um modo geral, a utilização de uma ferramenta de GD é baseada no desenvolvimento de atividades que o estudante é orientado a executar. Cada atividade

consiste em uma sucessão de tarefas, que juntas, compõem uma atividade global coerente.

Na literatura podem ser encontradas outras maneiras de se trabalhar com a Geometria Dinâmica. Pesquisadores têm investigado modos através dos quais os *softwares* de Geometria Dinâmica podem ser utilizados para melhorar a compreensão dos estudantes a respeito da natureza da prova matemática e assim melhorar o seu entendimento e sua respectiva habilidade de prova (Hadas, Hershkowitz, & Schwarz, 2000) (Borwein, Morales, Polthier, & Rodrigues, 2002). *Laborde* (Laborde, 2000), por exemplo, desenvolveu uma discussão abordando a aprendizagem baseada no uso de ferramentas de Geometria Dinâmica e os possíveis papéis da GD no ensino e aprendizado. Pesquisas empíricas neste assunto também podem ser encontradas, como em (Hanna, 2000), que discute três aplicações dos *softwares* de Geometria Dinâmica: heurísticas, exploração e visualização.

### 2.1.2 Benefícios da Geometria Dinâmica

A estratégia de aprendizado apoiado em GD pode realmente contribuir para a evolução do entendimento pelo estudante. Pesquisadores em educação matemática têm procurado investigar os novos caminhos para aprendizado de Matemática proporcionado pela Geometria Dinâmica.

*Hadas* (Hadas et al., 2000) enumera seis possíveis benefícios que os ambientes de Geometria Dinâmica podem proporcionar ao processo de ensino-aprendizagem de matemática:

- para servir como um ambiente de aprendizado adequado para a proposição de conjecturas.
- para refutar (ou confirmar) uma conjectura inicial (formulada com ou sem a ferramenta de Geometria Dinâmica), e em casos de refutação, criar uma contradição entre os resultados esperados e os encontrados.
- para “mover” os estudantes de uma conjectura para outra em casos onde ela não é refutada e nem confirmada, isto é, em situações de incerteza.
- para conduzir os estudantes a se convencerem de que uma conclusão é correta, baseado em tentativas indutivas.

- para habilitar a construção de um exemplo, onde um axioma ou conjectura possa ser confirmado ou refutado.
- para fornecer uma fonte adicional de explicação.

*Marrades & Gutiérrez* (Marrades & Gutiérrez, 2000) resumem as contribuições da utilização de ferramentas de Geometria Dinâmica em dois pontos: Primeiro, porque elas provêem um ambiente no qual os estudantes podem experimentar livremente. Eles podem facilmente confirmar as suas intuições e conjecturas no processo de procura por padrões, propriedades gerais, etc. Segundo, porque permitem modos não-tradicionais para os estudantes aprenderem e entenderem os conceitos matemáticos.

Sem dúvida o ambiente de Geometria Dinâmica deu novo ímpeto à interação entre construção e prova, entre fazer no computador e justificar, por meio de argumentos teóricos. A presença do computador proporciona a criação de uma atmosfera experimental, que o professor e o aluno podem explorar para introduzir provas formais ou simplesmente facilitar a inferência de axiomas e propriedades da Matemática. Na próxima seção será apresentado um *software* de GD nacional, totalmente desenvolvido na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

## 2.2 O Tabulæ

O Tabulæ (Figura 2.1) é um programa de Geometria Dinâmica plana<sup>6</sup>, que está em desenvolvimento há três anos através do projeto **EnIBaM**<sup>7</sup> (Oliveira & Guimarães, 2003). Financiado inicialmente pelo governo federal, este projeto tem como objetivo especificar e desenvolver ferramentas computacionais adequadas à confecção de materiais de ensino a serem utilizados na formação básica em Matemática de alunos de primeiro ano em diversos cursos das áreas tecnológicas, bem como estudantes de Licenciatura em Matemática. O projeto também fornece instrumentos para programas de reciclagem de professores de Matemática da rede pública de nível médio.

---

<sup>6</sup>O Tabulæ permite apenas trabalhar com objetos matemáticos no plano. Embora a Geometria espacial não seja contemplada nesta ferramenta, existem atualmente algumas iniciativas para tratar deste assunto, como por exemplo, o **Cabri 3D**, uma aplicação desenvolvida pelo mesmo grupo responsável pelo **Cabri Géomètre**, e o **Mangaba**, em desenvolvimento pelo Instituto de Matemática da UFRJ (IM/UFRJ).

<sup>7</sup>**EnIBaM** - Ensino Informatizado em Tópicos Básicos de Matemática.

Inteiramente programado em Java<sup>8</sup>, a versão atual do Tabulæ contém as funcionalidades geométricas e vetoriais, além de uma calculadora, similares as do Cabri ou a do Sketchpad. Ainda estão em desenvolvimento facilidades do tipo *macro* - sub-rotinas que automatizam atividades repetitivas - e a possibilidade de utilização de sistemas de coordenadas. Estas facilidades são interessantes porque a primeira favorece o desenvolvimento de construções complexas, consistindo de várias sub-construções, enquanto que a segunda permite o estudo analítico dessas construções.

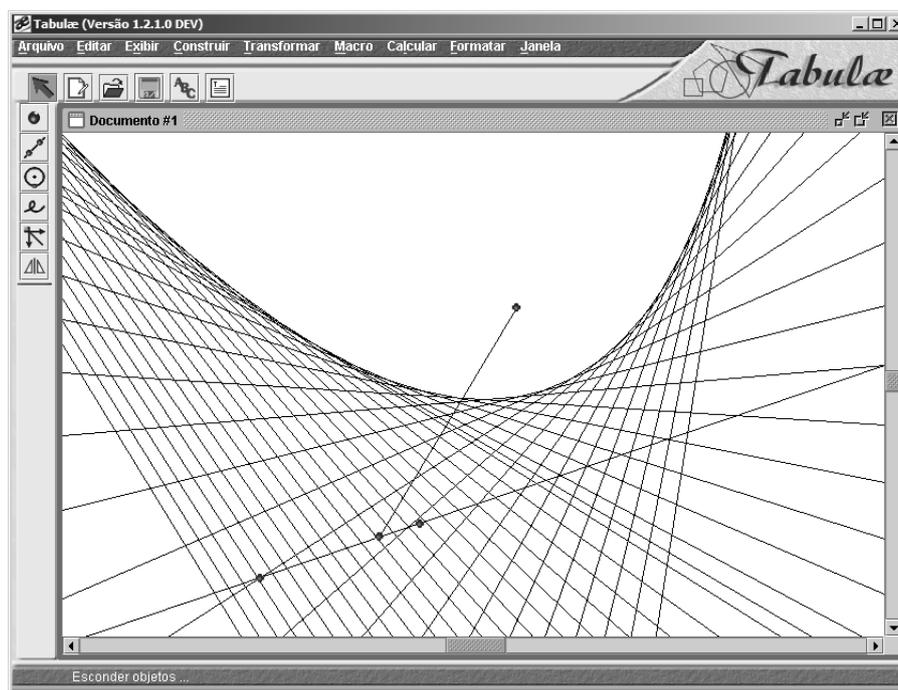


Figura 2.1: O Tabulæ.

O Tabulæ permite ao usuário requerer a construção de lugares geométricos usando um algoritmo adaptativo, que é especialmente útil quando nos aproximamos de uma situação de degeneração, quando os pontos relevantes para a construção correta tendem a se acumular em um intervalo muito pequeno do domínio do parâmetro. Pode-se observar na Figura 2.2, duas situações equivalentes desenhadas, respectivamente, no Cabri II (usando o máximo permitido de 5000 pontos de amostra) e no Tabulæ (usando 200 pontos no algoritmo adaptativo). A versão corrente do Sketchpad não apresenta esta possibilidade adaptativa, algo que já é encontrada no Cinderella (Kortenkamp, 1999).

<sup>8</sup>Disponível em: <http://www.javasoft.com/>. Acesso em: outubro de 2004

A interface gráfica do Tabulæ permite que o usuário escolha, a cada passo, entre os modos de construção adotados pelo Cabri e pelo Sketchpad, e denominados por (Bellemain, 1992) de “verbo-nome” e de “nome-verbo”. Ou seja: primeiro define-se a ação, e depois se escolhem os objetos (Cabri) ou vice-versa (Sketchpad). Muito embora haja discussões sobre qual destas formas é mais amigável para o usuário, acreditamos que, dependendo da situação, pode haver vantagens em cada opção, e é transferida ao usuário a opção.

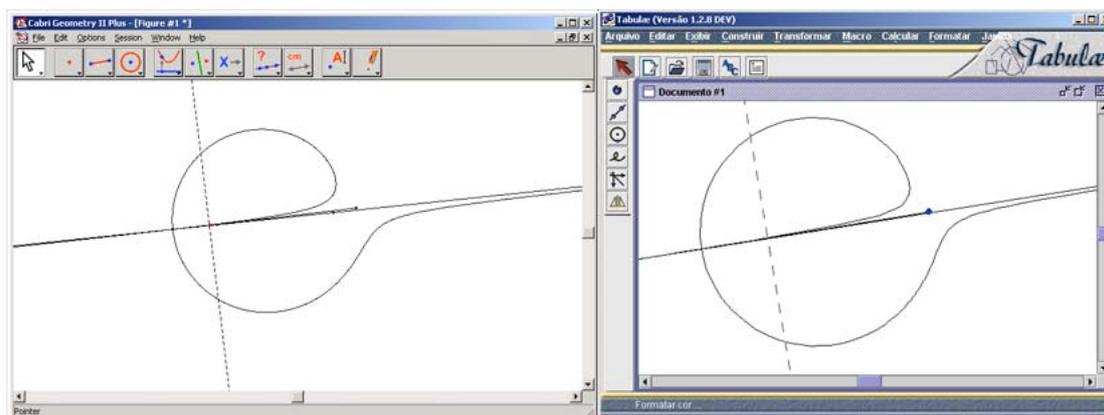


Figura 2.2: Lugares Geométricos próximos de degeneração, no Cabri e no Tabulæ.

A programação do Tabulæ é inteiramente orientada a objeto, com o núcleo matemático e a interface gráfica completamente separadas no programa. Este *design* permite fácil adição de novos componentes, e mesmo a substituição de rotinas matemáticas.

Tabulæ permite gravar o trabalho realizado de diferentes formas, incluindo a possibilidade de gerar arquivos gráficos (formato gif). O professor pode, ainda, gerar um relatório dos comandos usados durante uma seção de trabalho de seus alunos, que informa também o tempo gasto em cada tarefa. Acredita-se que esta é uma característica importante para o desenvolvimento de pesquisas em usos de novas tecnologias em educação matemática.

### 2.2.1 Composição do Tabulæ

Um *software* de Geometria Dinâmica pode ser entendido como um conjunto de módulos, cada qual com responsabilidades e desafios próprios. Entre os módulos de uma ferramenta de Geometria Dinâmica, podem-se destacar alguns como o módulo responsável pela interação com o usuário (GUI - Graphical User Interface), que por

sua vez se subdivide em módulos menores com responsabilidade de gerenciar as ações do usuário, desenhar as figuras geométricas na tela do computador e outras. Outros módulos importantes são os responsáveis pela comunicação em rede - caso exista - e seus protocolos e pela gravação em disco e posterior recuperação de construções geométricas.

No entanto, apesar de tantos módulos, há um que justifica a existência de todos os outros. Esse módulo é o responsável pela representação interna das figuras geométricas e pela manutenção das propriedades dessas figuras. A esse módulo foi dado o nome de núcleo matemático (ou *kernel*).

### 2.2.2 O núcleo matemático e a representação geométrica

O núcleo matemático é o responsável por toda a abstração matemática em um *software* de Geometria Dinâmica. Cabe a ele representar as figuras geométricas internamente, mantendo as propriedades geométricas associadas a essas figuras.

A representação interna de figuras geométricas não constitui grande desafio, uma vez que algumas poucas variáveis do tipo ponto flutuante conseguem, a menos de erros devidos a limitações de precisão, representar a maior parte delas.

Tomando como exemplo o círculo, que pode ser representado por algumas poucas variáveis em ponto flutuante. Pode-se utilizar uma variável para representar o raio e mais um par para armazenar as coordenadas no plano referentes ao ponto central do círculo.

No entanto, a tarefa mais desafiadora do núcleo matemático é a manutenção das propriedades matemáticas associadas a uma figura geométrica. Essas propriedades são associadas a essas figuras no momento de sua criação e estabelecem relações de dependência entre elas.

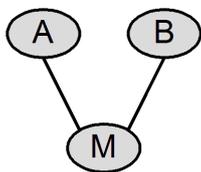


Figura 2.3: Grafo de dependência da relação de ponto médio.

Quando, em um *software* de Geometria Dinâmica, cria-se o ponto médio (M) de outros dois pontos A e B, é então criada uma relação (Figura 2.3) onde M depende de A e B. Dessa forma, se, por algum motivo, A ou B ou ambos mudarem de posição

(no plano),  $M$  tem que ser manipulado de forma a manter a propriedade de ser o ponto médio de  $A$  e  $B$ .

### 2.2.3 Representando as relações de dependência entre as figuras geométricas

Um *software* de Geometria Dinâmica dá ao usuário, no momento da criação de uma figura geométrica, a chance de estabelecer uma relação de dependência entre essa figura e as figuras já construídas em um momento anterior.

Desse modo, uma construção geométrica pode ser vista como um conjunto de relações de dependência estabelecida entre as diferentes figuras geométricas ao longo do tempo. É fácil provar que esse conjunto de relações de dependência forma um grafo bidirecional acíclico, denominado de grafo de dependências. Nesse grafo de dependências são denominados por “pais” ou antecessores de uma figura  $F$ , as figuras nas quais  $F$  se baseia, ou seja, as figuras que são utilizadas por  $F$  em sua definição.

Assim, considerando um cenário onde uma reta  $R$  é perpendicular a um segmento  $S$  passando por um ponto  $P$ , pode-se notar, conforme Figura 2.4, que as entidades geométricas  $S$  e  $P$  são pais de  $R$ , na medida em que  $R$  foi definida em função de  $S$  e  $P$ .

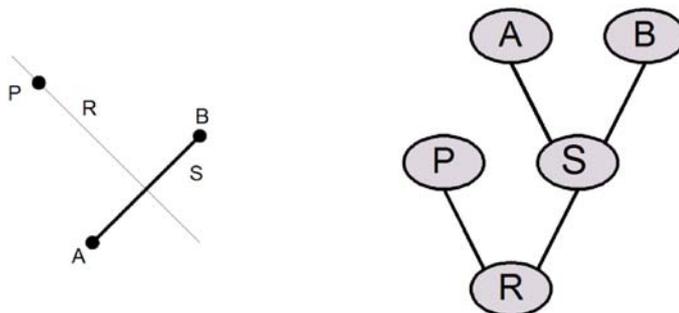


Figura 2.4: Construção geométrica e seu respectivo Grafo de dependência.

Ao manter as propriedades das figuras em um *software* de Geometria Dinâmica, é necessário responder a duas perguntas básicas cada vez que alguma figura da construção mude de posição. São elas:

- Que figuras geométricas precisam de atualização, ou seja, precisam também mudar de posição para manter suas propriedades?

- Sabendo quais objetos devem ser atualizados, como deve ocorrer essa atualização? Para qual posição cada elemento que compõe a construção geométrica deve ser movimentado?

E nesse momento é possível perceber as vantagens de manter internamente um grafo de dependências, podendo seguramente utilizá-lo para obter as informações que são necessárias, de modo a atualizar apenas as figuras que precisam ser atualizadas e fazendo isso de maneira correta, de acordo com as relações de dependência que definem o comportamento de uma figura.

## 2.3 Implicações para o Ensino-Aprendizagem

O grupo de professores da Universidade Federal do Rio de Janeiro envolvidos com o desenvolvimento do Tabulæ vem realizando diversas experiências usando este tipo de material em formação de professores, relatados, por exemplo, em (Belfort, Guimarães, & Barbastefano, 2001), (Guimarães & Belfort, 1999) e (Guimarães, Moraes, & Mattos, 2005) e que resultaram na publicação de um livro voltado para formação em Geometria integrada com a utilização destes programas (Belfort, Guimarães, & Barbastefano, 1999). Além disso, em parceria com professores do ensino fundamental e médio, outras experiências estão sendo desenvolvidas e analisadas (Gani & Belfort, 2000), (Gani & Belfort, 2001), (Moraes, Guimarães, & Barbastefano, 2004), (Barbastefano, Moraes, & Mattos, 2004) e (Mattos, Moraes, & Guimarães, 2005).

Algumas escolas na cidade do Rio de Janeiro estão iniciando, em caráter experimental, o uso do Tabulæ como uma das ferramentas para o processo ensino aprendizagem de Matemática. Os professores que realizam estas experiências estão ligados ao projeto **EnIBaM** do IM/UFRJ, e existe a preocupação de integrar estas atividades com as demais atividades didáticas realizadas em sala de aula. No ensino fundamental, a estratégia principal tem sido a de estimular o aluno a conjecturar resultados, e os professores relatam que este trabalho vem resultando em um entendimento mais profundo dos resultados matemáticos abordados, que se reflete em uma maior facilidade para transferir estes conhecimentos para novas situações-problema. Nota-se um maior interesse pela Geometria por partes dos alunos, visto que estes se sentem desafiados e curiosos quando defrontados com comportamentos apresentados em construções geométricas dinâmicas, e que podem ser justificados

por resultados matemáticos.

Os *softwares* de Geometria Dinâmica já se consagraram em todo o mundo como uma das ferramentas computacionais de maior importância para o ensino de Matemática. Pesquisas feitas internacionalmente mostram as vantagens do uso destes materiais e diversas sugestões didáticas para todos os níveis de ensino de Matemática têm sido propostas e analisadas criticamente. Publicações sobre o tema são feitas por associações, como por exemplo, a Mathematical American Association (Borwein et al., 2002) e livros didáticos para apoiar a tarefa do professor são encontrados associados aos produtos líderes no mercado.

O desenvolvimento de uma tecnologia deste tipo, com certeza, traz benefícios para o ensino de Matemática. A utilização deste ferramental permite uma visão mais focada na resolução de problemas, fazendo com que o ensino da Matemática, em particular da Geometria, se torne mais estimulante e cheio de desafios.

No entanto, estas ferramentas ainda não contemplam suporte para outra importante componente muito utilizada no processo ensino-aprendizagem de Matemática: a colaboração. Através das técnicas de aprendizado colaborativo os estudantes podem observar o que outros colegas estão fazendo, e assim ajustar o seu modelo mental para aquele objeto de estudo, de modo a construir o conceito (Davidson, 1990).

No Capítulo 3, serão apresentados os conceitos e benefícios desta técnica no processo de ensino-aprendizagem de Matemática com vistas à elaboração de um modelo adequado para apoiar a colaboração através da troca e compartilhamento de objetos matemáticos.

## Capítulo 3

# Aprendizado Colaborativo Apoiado por Computador em Matemática

O suporte ao trabalho colaborativo surgiu em meados dos anos 70, quando se percebeu a necessidade de aumentar a produtividade das organizações. Já que uma grande parte do trabalho é feita em grupo era preciso integrar aplicações monousuárias como processadores de textos e planilhas eletrônicas em um sistema coletivo. A área de pesquisa que apresentou os primeiros esforços neste sentido foi a chamada automação de escritório (OA)<sup>1</sup> que permitiu mais tarde o desenvolvimento de estudos sobre o comportamento dos grupos ao desempenharem uma atividade (Grudin, 1994).

A necessidade de realizar estudos sobre o comportamento dos grupos ao desempenharem uma atividade surgiu mais tarde e criou base para sistemas de suporte mais apropriados. Cada vez mais a solução de problemas complexos exige multidisciplinariedade. Pessoas com diferentes formações, como por exemplo, sociólogos, psicólogos, antropólogos e educadores são requisitados a colaborar para que os resultados esperados da realização de uma tarefa sejam atingidos (Borges, Cavalcanti, & Campos, 1995).

Assim, técnicos aliaram-se a profissionais de áreas humanas e neste ínterim o termo automação de escritório deu lugar à sigla *CSCW*<sup>2</sup>. A publicação desta sigla como título de conferência deu-se em 1986 pela ACM e desde então o tema tem ganhado espaço crescente no mundo tecnológico.

---

<sup>1</sup>Office Automation, do inglês.

<sup>2</sup>Computer Supported Collaborative Work, do inglês.

### 3.1. APRENDIZAGEM COLABORATIVA APOIADA POR COMPUTADORES

---

Os trabalhos realizados nessas conferências científicas têm contribuído com novas descobertas tecnológicas para a área. Sistemas “mais recentes” oferecem o equivalente eletrônico a blocos de notas e *whiteboards* compartilhados, através dos quais é possível armazenar, recuperar e manipular as informações. Adicionando um pouco mais de sofisticação, alguns sistemas suportam o *brainstorm*, organização de agendas compartilhadas e a tomada de decisão (Singley, Singh, & Fairweather, 2000). Outros sistemas são ainda mais sofisticados, permitindo que os membros de um grupo realizem reuniões remotas, utilizando canais de vídeo interativos, para que todos possam ver e falar, além de compartilhar documentos.

Através das investigações sobre trabalho colaborativo apoiado por computador nasceu um campo de pesquisa restrita ao domínio de ambientes educativos cuja finalidade é sustentar uma eficaz aprendizagem em grupo. Essa área, denominada por *CSCL*<sup>3</sup>, trata principalmente das estratégias educativas em que dois ou mais sujeitos constroem o seu conhecimento através da discussão, da reflexão, do compartilhamento e tomada de decisões, e onde os recursos tecnológicos atuam como mediadores do processo de ensino-aprendizagem.

A *CSCL* tende a concentrar a sua atenção muito mais no que está a ser comunicado do que nas técnicas de comunicação.

## 3.1 Aprendizagem Colaborativa Apoiada por Computadores

O processo educativo em que grupos de alunos trabalham em conjunto tendo em vista uma finalidade comum é denominado por Aprendizagem Colaborativa (CL)<sup>4</sup>.

O computador é visto como um recurso para a aprendizagem colaborativa, pois ajuda os alunos a se comunicarem e colaborarem em atividades comuns, fornecendo também auxílio nos processos de coordenação e organização de atividades. Este papel de mediador enfatiza a possibilidade de usar o computador não somente como uma ferramenta individual, mas como um meio com o qual e através do qual os indivíduos e os grupos podem colaborar uns com os outros.

---

<sup>3</sup>Computer Supported Collaborative Learning, do inglês.

<sup>4</sup>Collaborative Learning, do inglês.

### 3.1.1 Elementos básicos da aprendizagem colaborativa

Na literatura é possível encontrar numerosos artigos e livros sobre aprendizagem colaborativa ((Johnson & Johnson, 1991),(Baker, Hansen, Joiner, & Traum, 1999), (Dillenbourg, 1999), (Suthers, 2001)). Em geral, métodos de aprendizagem colaborativa compartilham das seguintes características:

- estudantes trabalham juntos nas mesmas tarefas ou em atividades de aprendizado que são melhor desenvolvidas através de trabalhos de grupo.
- estudantes trabalham juntos em pequenos grupos contendo de dois a cinco membros.
- estudantes comportam-se social e colaborativamente para realizar suas tarefas em comum ou atividades de aprendizado.
- as atividades são estruturadas de maneira que os estudantes necessitem uns dos outros para realizarem as tarefas em comum ou atividades de aprendizado, estabelecendo dessa forma uma interdependência positiva entre eles.
- os estudantes são individualmente responsáveis por seu próprio trabalho ou aprendizado.

### 3.1.2 Vantagens da aprendizagem colaborativa

Resultados de pesquisas (Soller, Goodman, Linton, & Gaimari, 1998) realizadas no campo da aprendizagem colaborativa mostraram contribuições com relação à dinâmica de grupo bem como no âmbito pessoal do indivíduo. A seguir estão enumeradas algumas das vantagens eminentes do processo de aprendizagem colaborativa, segundo a Universidade de Évora (UE/Minerva, 2004):

- Em se tratando da dinâmica do grupo:
  - possibilita alcançar objetivos qualitativamente mais ricos em conteúdo, na medida em que reúne propostas e soluções de vários alunos do grupo.
  - baseia-se na interdependência positiva entre os alunos, o que requer que cada um se responsabilize mais pela sua própria aprendizagem e pela

aprendizagem dos outros membros do grupo (aprender partilhando permite que os alunos se integrem na discussão e tomem consciência da sua responsabilidade no processo de aprendizagem).

- incentiva os alunos a aprenderem entre eles, a valorizarem os conhecimentos dos outros e a tirarem partido das experiências de aprendizagem de cada um.
  - propicia aproximação entre os alunos e uma maior troca ativa de idéias no seio dos grupos, faz aumentar o interesse e o compromisso entre eles.
  - transforma a aprendizagem numa atividade eminentemente social.
  - aumenta a satisfação pelo próprio trabalho.
- Quanto ao âmbito pessoal:
    - aumenta as competências sociais, de interação e comunicação efetivas.
    - incentiva o desenvolvimento do pensamento crítico.
    - permite conhecer diferentes temas e adquirir nova informação.
    - reforça a idéia que cada aluno é um professor (a aprendizagem emerge do diálogo ativo entre professores e alunos).
    - diminui o sentimento de isolamento e de temor à crítica.
    - aumenta a confiança em si mesmo, a auto-estima e a integração no grupo.
    - fortalece o sentimento de solidariedade e respeito mútuo, baseado nos resultados do trabalho em grupo.

## 3.2 Fundamentação Teórica para CSCL

Algumas teorias da psicologia tiveram profunda influência no uso da tecnologia da informação (TI) na educação. A Figura 3.1 (Blosser, 1992) ilustra como os desenvolvimentos no campo da psicologia preponderaram para o uso da tecnologia na educação.

A psicologia basicamente apresentou idéias que afetaram o campo da tecnologia instrutiva (CAI<sup>5</sup>, ITS<sup>6</sup>, Logo-As-Latin - Learning with LOGO, CSCL) e as principais contribuições vieram através da escola cognitivista.

<sup>5</sup>Computer Aided Instruction, do inglês.

<sup>6</sup>Instructional Tutoring Systems, do inglês.

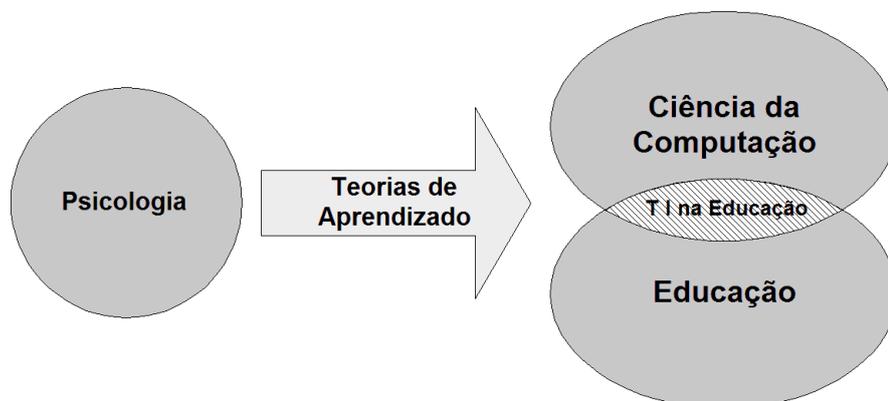


Figura 3.1: Psicologia, Educação e Ciência da Computação - O papel fundamental da Psicologia.

Para os cientistas cognitivistas, o ser humano manipula símbolos em seus processos mentais. Isso porque o sistema nervoso humano é capaz de armazenar informação e de codificar estímulos, atribuindo-lhes significados.

O cognitivismo busca a introspecção com instrumentos objetivos. A vertente mais atual do cognitivismo é a psicologia cognitiva estruturalista de Vigotsky e Skinner, também conhecida como psicologia do tratamento da informação, a qual se baseia na idéia de que o ser humano processa informação e a transforma em conhecimento através da organização.

Após a segunda guerra mundial, estudos sobre as atividades cognitivas foram trazidos para experiências em laboratórios. Estas experiências ganharam força principalmente com o advento da ciência da computação, pois a tecnologia de computador se apresentou como uma ferramenta muito útil para apoiar esse processo.

O precursor do tratamento da informação foi Piaget (Schultz, 1975) que concentrou seus estudos nas áreas de aquisição de conhecimento, principalmente em crianças, genética aliada a hereditariedade, modificação do conhecimento através do tempo e tempo mental, o que varia de acordo com a experiência.

Segundo Piaget, a evolução do conhecimento humano ocorre de acordo com as seguintes etapas (Figura 3.2):

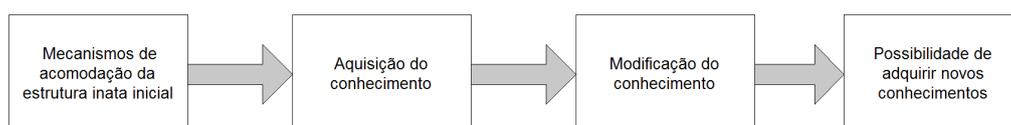


Figura 3.2: Etapas do desenvolvimento cognitivo.

Através de suas pesquisas, Piaget formulou a Teoria do Desenvolvimento Cognitivo, onde segmentou o grau de maturidade intelectual segundo marcos cronológicos: quatro grandes períodos, vivenciados necessariamente em seqüência, conforme determinação biológica. Cada período estabelece alicerces para o seguinte, de modo que as aquisições ocorridas em um, constituem pré-condições para o seguinte (Cunha, 2002). A indicação desses períodos é apresentada a seguir:

- **Período sensório-motor (0 a dois anos):** a criança experimenta através do toque, sucção e poucos movimentos. Começa a falar, expressar intencionalmente. Esboço de espacialidade e percepção de causa e efeito.
- **Período pré-operacional (dois a sete anos):** não ocorre abstração de propriedades. Estágio de conservação. Ocorre um amplo desenvolvimento da linguagem e o desenvolvimento se forma com a interação com o mundo. Importância do aspecto perceptivo. Conservação da área e volume dos líquidos, peso, etc.
- **Período de operações concretas (7 a 12 anos):** as crianças começam a abstrair o conhecimento. Emparelham o estímulo e mentalmente reproduzem o processo.
- **Período de representações formais (12 anos em diante):** abstrações sem que haja objetos. Formulação de hipóteses. Maior grau de abstração. Para Piaget, nem todas as pessoas chegam a esse grau de abstração.

Piaget mostrou que o desenvolvimento cognitivo e o desenvolvimento da socialidade constituem um mesmo processo e que as pessoas inferem coisas principalmente quando estão participando de atividades cognitivas. A interação do *Sujeito* com *Objetos* da realidade e com outros *Sujeitos* é a única fonte do verdadeiro conhecimento e do pleno desenvolvimento psicológico, o que quer dizer partilhar competências cognitivas, em condições de igualdade com o grupo social, para compreender objetivamente a realidade (Cunha, 2002).

As teorias que amparam a aprendizagem colaborativa apoiada por computador consideram fundamentalmente os indivíduos como agentes ativos que constroem o conhecimento dentro de um contexto significativo. Dentre elas destacam-se o construtivismo e a teoria sociocultural.

### 3.2.1 Construtivismo

Para o construtivismo o conhecimento é construído com base na sua inter-relação com o indivíduo e ocorre relativo à sua experiência pessoal bem como a forma como ele organiza e orienta a sua aprendizagem. Dessa maneira, visto por diversos prismas, os objetos da realidade oferecem informações inúmeras que poderão ser combinadas ou desenvolvidas quando existe uma participação ativa de um grupo de pessoas (Sherman, 1995).

Os princípios fundamentais do paradigma construtivista são (Savery & Duffy, 1995):

- o entendimento vem da interação dos estudantes com o ambiente,
- conflitos cognitivos estimulam o aprendizado, e
- o conhecimento evolui através da negociação social e avaliação da viabilidade de compreensão do indivíduo.

O construtivismo propõe que os indivíduos sejam agentes ativos que estão comprometidos com a construção de conhecimento. O estudante constrói sua própria estrutura cognitiva interna para representar o conhecimento. Dessa forma, o aprendizado acontece quando o estudante agrega informação nova a esta estrutura cognitiva, construindo associações com conhecimento existente.

Seguindo a linha do aprendizado construtivista, Perkins (Perkins(1991), 1991) indica a sugestão de uma aprendizagem guiada, de modo a facilitar a colocação do aluno no centro do processo de aprendizagem, e fornecer a orientação e o ensino concreto sempre que necessário, procurando sempre envolvê-lo no processo de tomada de decisão e avaliar a sua capacidade de construir conhecimento.

### 3.2.2 Teoria Sociocultural

Em sua teoria sociocultural, Vigotsky deduz que a inteligência humana é influenciada pelo meio, sendo o compartilhamento de informações com indivíduos mais experientes um fator importante no processo de aprendizado.

Um dos aspectos desta teoria consiste no que o autor convencionou chamar por *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZPD) <sup>7</sup>. Este conceito é definido como

---

<sup>7</sup>Zone of Proximal Development, do inglês.

a distância entre o nível real e atual de conhecimentos de uma criança, determinado pela resolução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial determinado pela resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capacitados.

### 3.2.3 Aprendizado baseado em problemas

Do ponto de vista do construtivismo social, o aprendizado ocorre dentro de um contexto social. A cognição é socialmente compartilhada por membros de uma comunidade, e o conhecimento é socialmente construído e situado dentro de atividades, ferramentas e pessoas na comunidade. De acordo com *Vygotsky* (Vygotsky, 1981), as funções psicológicas humanas desenvolvem-se através da participação em atividades culturalmente organizadas.

O aprendizado baseado em problemas (PBL)<sup>8</sup> é consistente com a visão filosófica do construtivismo social, pois se utiliza de pequenos grupos e problemas autênticos, e é aplicado no contexto do domínio.

O propósito do aprendizado baseado em problemas é adquirir competência para se adaptar a mudanças, lidar com problemas, raciocinar criticamente, observar os pontos de vistas dos outros, colaborar em grupo e auto avaliar-se (Aspy, Aspy, & Quimby, 1993).

Em PBL, professores não transmitem simplesmente as informações para o estudante. Ao invés disso, eles intermediam o aprendizado do estudante através da interação social. Os próprios estudantes buscam ativamente os recursos para aprendizagem (materiais de apoio, pessoas que detêm conhecimento do assunto) e trocam e/ou negociam suas perspectivas. Eles colaboram para encontrar uma solução viável.

### 3.2.4 Flexibilidade Cognitiva

Assim como o construtivismo, a teoria da flexibilidade cognitiva está baseada na capacidade individual de reestruturar o próprio conhecimento, adequando às diversas situações vivenciadas.

A teoria da flexibilidade cognitiva enfoca a natureza do aprendizado em domínios complexos e mal estruturados. *Spiro & Jehng* (Spiro & Jehng, 1990) afirmam: “*Por flexibilidade cognitiva, queremos dizer capacidade para reestruturar o conhecimento*

---

<sup>8</sup>Problem-based learning, do inglês.

*de alguém, de muitas maneiras, em uma resposta adaptável para mudar radicalmente as exigências situacionais... Esta é uma função do modo pelo qual o conhecimento é representado (por exemplo, dimensões múltiplas, em vez de unicamente conceituais) e dos processos que operam estas representações mentais (por exemplo, processos de montagem de esquemas, em vez de recuperação intacta dos esquemas)”*.

Esta teoria trata principalmente da transferência do conhecimento e das habilidades para além das suas situações iniciais de aprendizado. Por esta razão, uma ênfase é colocada na apresentação das informações de perspectivas diferentes e no uso de muitos estudos de casos que apresentam diversos exemplos. A teoria também afirma que o aprendizado efetivo é dependente do contexto, portanto a instrução precisa ser muito específica. Além disso, a teoria acentua a importância do conhecimento construído. Precisa ser dada aos aprendizes uma oportunidade para que eles desenvolvam suas próprias representações de informação, para que aprendam efetivamente (Spiro & Jehng, 1990).

### **3.2.5 Aprendizado Cognitivo**

Aprendizado cognitivo é o termo utilizado para representar o processo instrutivo onde professores fornecem os meios e apóiam os estudantes a desenvolverem suas estratégias cognitivas. Define-se aprendizado cognitivo como o compartilhamento de experiências na resolução de problemas entre o professor e o estudante. O professor é responsável por direcionar e encorajar, fornecendo uma assistência inicial enquanto o estudante adquire habilidades críticas e experiência.

Gradualmente, o professor diminui seu apoio, apenas encorajando e desafiando o estudante a seguir sozinho durante suas atividades de aprendizado. Wilson e Cole (Wilson & Cole, 1994) descrevem as características principais do modelo de aprendizado cognitivo: heurísticas, cognição situada, modelagem, treinamento, articulação, reflexão, exploração e ordenação em complexidade crescente.

Aprendizado cognitivo é uma cultura que permite aos estudantes aprenderem através das suas próprias interações, construir histórias sobre experiências comuns, e compartilhar o conhecimento construindo experiências com o grupo.

### 3.2.6 Cognição Situada

A teoria da cognição situada considera que o conhecimento humano é dinamicamente re-configurado e não pode ser visto como algo que existe independentemente de uma interação ou de um ambiente (Clancey, 2002).

Cognição situada diz que as atividades das pessoas e seu ambiente são partes de um todo, mutuamente construído e não entidades separadas (Bredo, 1995). *Brown, Collins & Duguid* (Brown, Collins, & Duguid, 1989) resumizam o conceito dizendo que o conhecimento é situado, uma vez que é em parte um produto da atividade, contexto e cultura nas quais é desenvolvido e é usado.

*Choi & Hannafin* (Choi & Hannafin, 1995) afirmam que a aquisição de conhecimento está associada a situações de aprendizagem, através das quais as pessoas podem agir de certo modo que lhes permita interagir, colaborar e aprender.

Nesta teoria os estudantes usam generalizações para ajudar a transferir o conhecimento de uma situação para outra. Ambientes de aprendizagem situados possibilitam aos estudantes a “habilidade de recobrar informação pertinente quando for preciso”. Enriquece o processo de aprendizagem provendo experiências práticas de situações reais (Choi & Hannafin, 1995).

A meta principal da cognição situada é permitir aos estudantes aplicarem novos conhecimentos a situações reais do dia-a-dia. A cognição situada encoraja os estudantes a fazerem mais do que memorizar informações efetivas e encoraja habilidades de pensamento mais abstratos (Choi & Hannafin, 1995).

Um modo para utilizar a cognição situada é prover modelos que os estudantes possam copiar e observar. Outro método é encorajar atividades com problema e resolução, que potencializarão o processo de aprendizagem.

### 3.2.7 Cognição Distribuída

Cognição distribuída é uma nova dissidência das ciências cognitivas. Embora não tenha uma teoria bem definida, o conceito de cognição distribuída enfatiza a interação entre indivíduos, o ambiente e artefatos culturais. Esta teoria considera que o desenvolvimento e o ganho de conhecimento pelos indivíduos não devem ser eventos isolados, e sim um processo recíproco. Por um lado, a meta da cognição distribuída é estudar representações de conhecimento interno e externo do indivíduo. Por outro lado, interessa-se pela propagação de conhecimento entre eles.

Esse novo enfoque permite estudar não só o fenômeno cognitivo observável a nível individual, como também o trabalho cooperativo em que a tarefa é distribuída socialmente.

É provável que indivíduos que trabalham juntos em uma tarefa colaborativa possuam tipos diferentes de conhecimento e assim podem se ocupar de interações que lhes permitam combinar o conhecimento próprio com o alheio para realizar suas tarefas. O conhecimento é compartilhado pelos indivíduos, que adotam várias práticas comunicativas.

Outra propriedade importante é a distribuição de acesso à informação no sistema cognitivo. Este processo inicia-se na mente do indivíduo e através do ensino recíproco, orientando e qualificando uns aos outros. As competências melhoradas podem então ser internalizadas e distribuídas entre os indivíduos (Oshima, Bereiter, & Scardamalia, 1995).

À luz das teorias descritas, serão discutidas questões específicas da aprendizagem colaborativa de Matemática e os modelos de colaboração que podem apoiá-la nesse processo, pois a aprendizagem colaborativa representa uma alternativa didática às aulas expositivas e à aprendizagem individual tradicionalmente encontrada no processo ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos.

### 3.3 Aprendizagem Colaborativa de Matemática

Tradicionalmente a aprendizagem de conteúdos matemáticos é vista como uma atividade individual, onde os alunos acompanham aulas expositivas e estabelecem uma rotina individual, isolados uns dos outros. A aprendizagem colaborativa representa uma alternativa didática às aulas expositivas e à aprendizagem individual, pois a atividade de grupo além de favorecer o aprendizado também facilita a articulação de idéias. *Johnson* (Johnson, 1991) relata algumas condições para que o esforço do grupo em entender os princípios matemáticos se torne mais produtivo do que os esforços individuais:

- O professor deve claramente estruturar uma interdependência positiva entre os elementos grupo. A interdependência positiva é a percepção de que cada participante está ligado com os outros de modo que um não pode ter sucesso a menos que os outros façam e, entretanto, que o trabalho dos outros beneficie a ele, e o trabalho dele beneficie aos outros. A interdependência positiva pode

ser estruturada através de objetivos comuns, atribuindo papéis específicos a cada membro, ou com uma divisão do trabalho.

- Estudantes devem interagir enquanto completam a atividade. Promover a interação inclui orientar, ajudar, apoiar e encorajar o outro. Existem processos cognitivos e dinâmicas interpessoais que ocorrem apenas quando o estudante está envolvido nas explicações do raciocínio matemático. Isto inclui a explicação de como resolver o problema e a natureza dos conceitos que estão sendo aprendidos.
- O professor deve garantir que todos os estudantes são individualmente responsáveis por completar a tarefa matemática, e promover o aprendizado de seus companheiros de grupo.
- Grupos de aprendizado não são produtivos se os membros não apresentarem características que favoreçam a colaboração como: liderança, segurança na tomada de decisões, responsabilidade, comunicação e gerenciamento de conflitos.

*Dees* (Dees, 1998) defende a necessidade de estimular o trabalho em grupo ao perceber, em seus experimentos com colegiais e com universitários, que a aplicação de métodos colaborativos é mais favorável ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso porque, trabalhando em grupo, não apenas ocorre um desenvolvimento coletivo mas também ajuda cada um individualmente a entender exatamente o que está acontecendo ao se tratar de um problema, especialmente quando se expõe ao outro o trabalho individual.

*Davidson* (Davidson, 1990) apresenta algumas razões para investirmos no aprendizado colaborativo de Matemática

- Problemas matemáticos são idealmente adequados para discussão em grupo porque eles têm soluções que podem ser objetivamente demonstradas. Estudantes podem persuadir um ao outro pela lógica de seus argumentos.
- Problemas matemáticos muitas vezes podem ser resolvidos por diversas maneiras. Estudantes em grupo podem discutir o mérito de uma solução diferente e aprender outras estratégias para resolver o mesmo problema.

- O campo da Matemática é cheio de situações que podem levar a discussões. Um estudante aprende pela conversa, escuta, explicação e pensando com outros estudantes.
- A Matemática oferece muitas oportunidades para estimular o pensamento criativo através de exploração de problemas em aberto, construção de conjecturas e seu teste com dados, pela formulação de questões intrigantes e sua resolução. Estudantes em grupo podem muitas vezes lidar com questões desafios que estão acima das capacidades individuais para um determinado estágio de desenvolvimento mental.
- Estudantes em grupo não estão competindo entre eles para resolver os problemas. A interação do grupo é projetada para ajudar todos os membros a aprenderem os conceitos e estratégias para resolver problemas.
- Grupos pequenos favorecem um mecanismo social para aprendizado de matemática. Estudantes têm a chance de trocar idéias, fazer perguntas livremente, explicar um ao outro, clarificar suas idéias e conceitos, ajudar o outro a entender uma idéia e expressar seu sentimento sobre seus aprendizados. Esta é parte da dimensão social do aprendizado de Matemática.

A aprendizagem colaborativa beneficia o estudante porque ele observa o que os outros estão fazendo e assim, pode fazer “ajuste” no seu modelo mental sobre determinado conhecimento ou então adquirir um novo conceito através da interação e entendimento do ponto de vista dos outros participantes do grupo.

A atividade colaborativa normalmente é viabilizada por um modelo que determina de certa forma a interação entre os indivíduos participantes. Esse modelo, comumente chamado de modelo de colaboração, define o que cada um tem que fazer, como e em que momento. Apoiando-se nas principais teorias e/ou *insights* que tentam explicar o processo de aprendizado e da construção de conhecimento, foram desenvolvidos diversos modelos de colaboração favoráveis à aquisição, evolução e troca de conhecimento. De maneira geral, observa-se que o *aprendizado baseado em problemas (PBL)* e o *construtivismo* são algumas destas teorias que melhor se aplicam ao processo ensino-aprendizagem de Matemática, pois são comumente contempladas pelos modelos de colaboração destinados a este assunto. Na sessão a seguir, serão

apresentados alguns destes modelos, bem como os sistemas computacionais que os apóiam.

### 3.4 Modelos de Colaboração

A estratégia colaborativa parece ser aceita quase universalmente como um caminho válido a fim de estimular o aprendizado nas salas de aula. Embora o termo **co-laborar** seja quase sempre usado de modo tanto ambíguo quanto vago, a literatura indica que existe um significativo grau de desacordo.

A posição dada por *Brna* (Brna, 1998) é vista como um jogo de possíveis relações entre os participantes. O termo colaboração então se torna um conceito genérico que deve ser instanciado para definir a relação desejada entre os participantes. Em suas pesquisas, *Brna* trata diferentes aspectos de colaboração fundamentados sobre a óptica de quatro questões chaves que precisam ser consideradas:

- a divisão de trabalho pode fazer parte da colaboração;
- colaboração é um estado e um processo (e conseqüentemente é necessário ter atenção para distinguir os dois);
- o objetivo educacional para o qual a colaboração é projetada tem um efeito significativo em sua natureza;
- é válido considerar a proposta de um contrato entre os participantes durante a execução das atividades colaborativas.

Assim, *Brna* definiu um espaço de possíveis modelos de colaboração e formalizou estes princípios, entendidos por ele como essenciais em um modelo. Continuando em sua argumentação, não encerra o assunto, pois alega que o apoio computacional à colaboração pode ser melhorado se existir uma melhor percepção do modelo de colaboração que está sendo utilizado. Esta melhoria depende de uma melhoria correspondente na nossa compreensão das formas diferentes de colaboração que são possíveis, seu custo e benefícios.

Segundo *Stahl* (Stahl, 1998), um dos estágios do ciclo de construção do conhecimento é a reflexão. Esse estágio de reflexão pode ser favorecido caso se esteja inserido em uma boa comunidade, que tenha conhecimento sobre determinado assunto, ou

através de um apoio computacional efetivo para trazer as informações relevantes para ajudar no problema. A reflexão resulta na articulação de uma solução em uma linguagem ou numa representação simbólica. A articulação deste novo conhecimento pode ser compartilhada dentro de uma comunidade de prática.

Dentro do contexto colaborativo, *Stahl* considera que esse aprendizado pode ser apoiado por sistemas computacionais de modo que esse conhecimento articulado pode ser capturado. A informação pode então ser armazenada e organizada em uma representação simbólica que facilite sua subsequente recuperação e identificação. Assim, propõe que o aprendizado deve ser desenvolvido dentro de um contexto colaborativo, mais precisamente dentro de Ambientes de Informação Colaborativos (CIE)<sup>9</sup>, que facilitam o processamento da informação nova pelos membros desta comunidade, bem como propiciam a construção de uma memória organizacional.

A construção colaborativa do conhecimento é descrita por *Stahl* (Stahl, 2000) sob uma perspectiva do aprendizado como um processo social. Este modelo de processo de construção de conhecimento evidencia o uso da tecnologia de computador e baseia-se em um *framework* conceitual para projetar, usar e validar sistemas para apoiar o aprendizado colaborativo. Esse suporte computacional deve fornecer uma área de trabalho onde idéias possam ser articuladas, haja possibilidade de interação com idéias de outros participantes com pontos de vistas variados, e onde se possam desenvolver essas idéias e se aproximar de um consenso.

O modelo conceitual de *Miao* (Miao, Holst, & Holmer, 2000), o compartilhamento de um canal único de saída de dados proposto por *Stewart* (Stewart, 1997) e os espaços de trabalho compartilhado e individuais elaborado por *Nam & Wright* (Nam & Wright, 2001) são exemplos de pesquisas focadas no apoio computacional à colaboração e à troca de conhecimento.

*Miao* (Miao et al., 2000) elaborou um modelo conceitual de aprendizagem colaborativa consistente com o paradigma construtivista e o princípio da aprendizagem situada (Lave & Wenger, 1991), isto é, o processo de aprendizagem é ancorado dentro de cenários reais. Esse modelo foi projetado para enfatizar o modo pelo qual o conhecimento individual e compartilhado evolui durante atividades de aprendizagem colaborativas.

O modelo é derivado da análise de vários experimentos de aprendizagem baseada em problemas. Cada nó do esquema da Figura 3.3 representa os tipos de informação

---

<sup>9</sup>Collaborative Information Environments, do inglês.

e/ou conhecimento que uma particular contribuição faz dentro da estrutura de conhecimento compartilhada global.

Para cada tarefa em PBL, deve-se escolher os nós apropriados e os tipos de link. Todos os tipos de nós e tipos de links para cada tarefa orientada a problema são representáveis pelo esquema de rede ilustrado na Figura 3.3 (Miao et al., 2000). Nesta Figura, os retângulos representam os tipos de nó, enquanto as setas representam tipos de link.

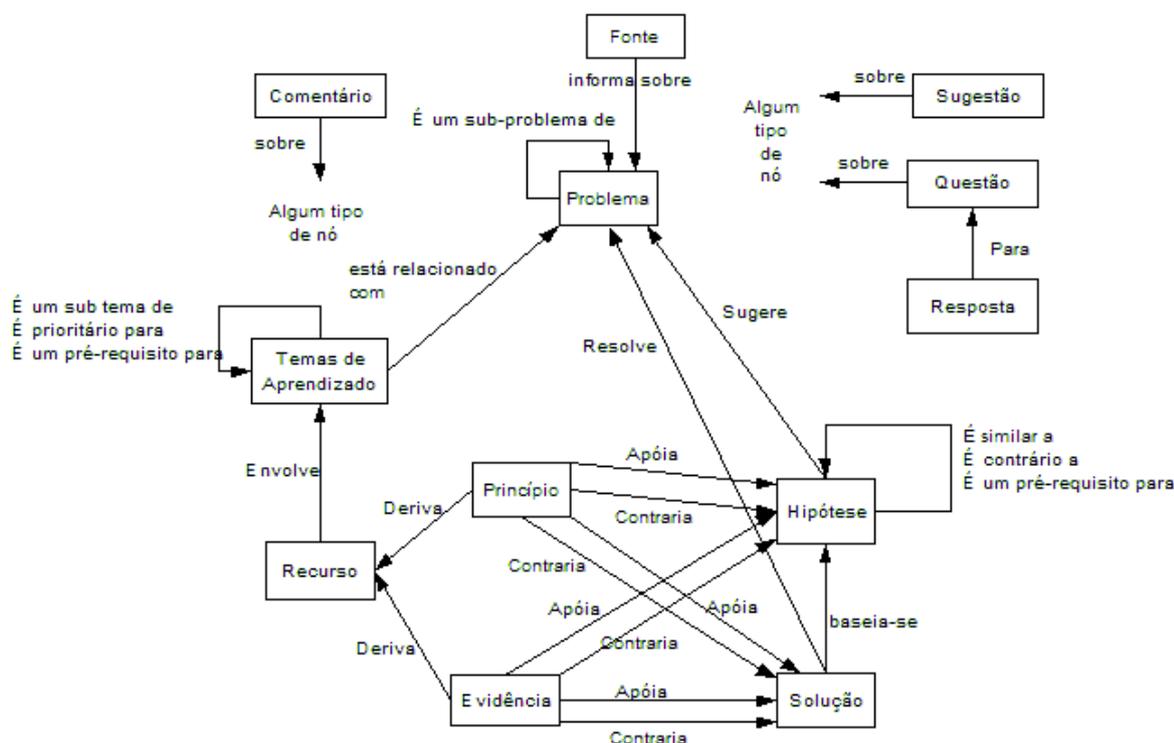


Figura 3.3: PBL - Esquema de Rede do modelo conceitual de *Miao*.

Os resultados esperados de uma atividade desenvolvida sobre o prisma do aprendizado baseado em problema são (1) adquirir conhecimento e competência que possam ser transferidos para resolver problemas similares em um nível individual, e (2) construir um conhecimento compartilhado promovendo um entendimento mútuo no âmbito do grupo. Para atingir este objetivo, uma variedade de atividades cognitivas devem ser desempenhadas. Guiados por um tutor, os estudantes que participam deste tipo de atividade, identificam o **problema**, identificam os **temas de aprendizado**, determinam os objetivos, buscam e trocam conhecimentos que são necessários para entender e resolver o problema, levantam **hipóteses** e possíveis

**soluções** com base em **evidências** e **princípios**, refletem e avaliam suas **hipóteses** e **soluções**, levantam **questões**, encontram **respostas**, dão **sugestões** e fazem **comentários**.

As atividades de GD são normalmente desenvolvidas de maneira análoga ao modelo conceitual proposto por *Miao*, o qual compreende a tutoria, a investigação e exploração de problemas por parte dos estudantes. Esse estímulo a participar ativamente do processo de ensino-aprendizagem transfere ao estudante parte da responsabilidade pelo seu entendimento.

No intuito de demonstrar o seu modelo, *Miao* desenvolveu um ambiente virtual para apoiar atividades de aprendizado baseado em problemas, denominado CROCODILE<sup>10</sup>. Este *software* é uma metáfora de um campus universitário (que o autor convencionou chamar de instituto virtual) para modelar o ambiente de aprendizado virtual. Neste ambiente, é permitida apenas a troca de mensagens textuais síncrona e assincronamente. Por não haver preocupação com **Temas de Aprendizado** específicos, não existe nesta aplicação ferramentas para tratar adequadamente de assuntos como a Matemática ou qualquer outro que exija a transcendência de uma comunicação puramente textual.

Pesquisadores têm estudado a construção do conhecimento e o processo de aprendizado, e a comunicação como um aspecto central do aprendizado humano. *Enyedy & Gifford* (Enyedy, Vahey, & Gifford, 1997) tentam responder como o computador pode ser usado eficientemente para iniciar e apoiar conversas com conteúdo matemático, especialmente no domínio de probabilidades. Representações gráficas e textuais são utilizadas para ajudar os estudantes a articularem suas intuições sobre probabilidades e estimulá-los no processo de construção do raciocínio probabilístico.

Estes autores defendem que os ambientes de aprendizado colaborativo devem ser baseados em um modelo de comunicação que apóie práticas que permitam aos estudantes participarem ativa e autenticamente das situações de aprendizado, refletindo e articulando seus entendimentos. O uso da tecnologia deve então mediar o processo de aprendizado da seguinte forma:

- Estimular os estudantes a discutirem os aspectos relevantes do domínio durante as investigações.

---

<sup>10</sup>CROCODILE: CReative Open COoperative DItributed Learning Environment.

- Deixar os estudantes empregarem espontaneamente os aspectos da teoria matemática, vivenciando as situações-problema.
- Fornecer recursos que possam produtivamente apoiar discussões matemáticas através da disponibilização de artefatos físicos ou simbólicos de modo a possibilitar a criação de um entendimento compartilhado através da discussão e manipulação desses artefatos por parte dos estudantes.

*Enyedy & Gifford* (Enyedy et al., 1997) reconhecem a prática de discussão como uma componente central do aprendizado humano e usam a tecnologia para apoiar essa prática chave da sala de aula tradicional e melhorar o aprendizado.

Um modelo para apoiar o trabalho colaborativo entre pessoas que estão fisicamente próximas uma das outras é discutido por *Stewart* (Stewart, 1997). Nesse modelo, denominado por Single Display Groupware (SDG), um canal de entrada é disponibilizado para cada usuário através de dispositivos separados de entrada de dados (teclado e mouse), mas compartilham o único canal de saída de dados.

Embora essa abordagem seja considerada interessante em algumas situações (Stewart, 1997), observa-se que se apenas um usuário puder controlar os artefatos na tela do computador por vez, os usuários que não estão contribuindo podem perder o interesse e o foco na tarefa.

Neste modelo, o estudante não exerce sua individualidade em totalidade, pois todas as suas contribuições são apresentadas ao grupo, ficando este a todo o momento exposto à análise crítica dos elementos do grupo.

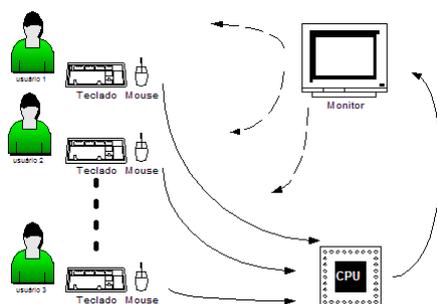


Figura 3.4: Single Display Groupware.

Numa atividade de GD é importante que haja, inicialmente, interação do estudante com a figura geométrica. E essa interação deve acontecer de maneira espontânea de modo a tornar natural a formulação de conjecturas. Considerando a

Geometria Dinâmica, o modelo de *Stewart* é adequado em se tratando de aulas expositivas onde o professor utiliza a ferramenta de GD para ilustrar uma propriedade geométrica. Em se tratando de uma atividade colaborativa de GD, esse modelo não permite a interação simultânea dos estudantes com os mesmos objetos geométricos.

Dentre as abordagens encontradas na literatura para apoiar o desenvolvimento síncrono de aplicações de groupware, destaca-se o modelo proposto por *Nam & Wright* (Nam & Wright, 2001), que se baseia na definição de áreas individuais de trabalhos e áreas compartilhadas.

Esse modelo é aplicado num sistema <sup>11</sup> de CAD <sup>12</sup> colaborativo que permite projetistas trabalharem juntos em pequenos grupos na construção e edição de um modelo virtual tridimensional. Uma área compartilhada é incorporada na interface convencional de CAD e fornece um conjunto de ferramentas para apoiar a colaboração síncrona. Assim é possível aos projetistas trocarem suas idéias e comunicá-las aos outros profissionais envolvidos no desenvolvimento do projeto.

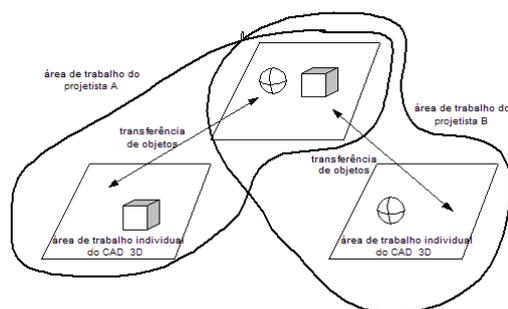


Figura 3.5: Sistema de CAD 3D Colaborativo.

Essa estratégia baseada em espaços públicos e privados parece ser bastante adequada também para aplicativos de GD, pois dessa forma é permitido ao estudante um espaço de trabalho individual onde ele pode desenvolver seu raciocínio, esboçando e analisando suas idéias antes de compartilhá-las com o grupo. Por outro lado, através do conteúdo compartilhado, é possível ter a percepção do ponto de vista dos outros elementos do grupo, sendo este um recurso adicional para apoiar seus entendimentos sobre o assunto em discussão e favorecer a interação e colaboração.

Com o apoio da tecnologia de computador, os resultados da atividade de grupo podem ser preservados em formas convenientes. Através dela, pode se ter um meio

<sup>11</sup>Syco3D - Copyright © 2001 Elsevier Science Ltd.

<sup>12</sup>Computer Aided Design, do inglês.

adequado para formular, representar, comunicar e rever essas idéias, de modo a favorecer a reflexão e a aquisição do conhecimento. Para isso é necessário um modelo de interação conveniente para viabilizar essa dinâmica do grupo e o aprendizado desejado.

Considerando os modelos de colaboração apresentados, foram analisadas as características favoráveis para apoiar a atividade colaborativa em GD. Por exemplo, do modelo de *Nam & Wright* entende-se que a utilização de espaços públicos e individuais é importante para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois dessa forma conseguimos preservar a individualidade e também promover a troca de pontos de vista. Em se tratando do espaço compartilhado, o modelo de *Stewart* ressalta a necessidade de viabilizar a percepção comum e a manipulação ordenada dos conteúdos nele disponível. Assim, um modelo de colaboração que compreenda múltiplos espaços individuais e apenas um espaço público, sendo este último, um espaço de trabalho onde a alteração de seus conteúdos está sujeita as regras que favoreçam o desenvolvimento organizado da atividade de grupo, apresenta-se como uma estratégia interessante e que merece ser avaliada.

Uma representação conceitual que fundamenta a aprendizagem colaborativa sobre a óptica do paradigma construtivista é dada pelo modelo de *Miao*. Com este reforço teórico, pode-se notar que este modelo é adequado para apoiar a atividade de GD. Através de atividades-problemas, o estudante é estimulado a interagir na busca por **recursos**, **evidências**, **hipóteses** e **soluções** para a tarefa a ele atribuída.

No capítulo a seguir será apresentado um modelo de colaboração aplicável à aprendizagem de Matemática, especificamente de Geometria. Esse modelo é fundamentado fortemente na vertente construtivista e cognição situada, de modo que os estudantes participam ativamente na construção do seu próprio conhecimento, conjecturando sobre as atividades vivenciadas. Baseando-se em atividades-problema, os estudantes colaboram trocando e/ou negociando suas perspectivas do problema, são encorajados em atividades com problemas e resolução, sendo possível a eles copiarem e observarem as representações geométricas. A aprendizagem baseada em problemas apresenta-se como um método de aprendizagem adequado para o desenvolvimento de atividades apoiadas por *software* de Geometria Dinâmica. As tarefas propostas em cada atividade de GD são desenvolvidas à luz do paradigma construtivista, onde estudantes constroem ativamente seus próprios conhecimentos através da interação com o ambiente. O aprendizado então acontece através de conflitos e negociações

com os outros.

## Capítulo 4

# Modelo de Colaboração para Geometria Dinâmica

Um modelo de colaboração define o que cada participante de uma determinada atividade em grupo tem que fazer, como e em que momento. É o protocolo de trabalho através do qual, pretende-se estimular a interação entre os membros do grupo e com isso favorecer o processo colaborativo.

A proposta de um modelo para apoiar o ensino-aprendizado de matemática baseado na **Geometria Dinâmica** e na **Colaboração**, é apresentada agora. Este modelo considera as características presentes nos modelos do capítulo anterior, que se apresentam como favoráveis à comunicação de conteúdo matemático.

Após a descrição desta proposta de interação entre os estudantes, serão levantadas as devidas considerações sobre o planejamento das atividades dos alunos, aspectos de colaboração, coordenação, comunicação e percepção. São apresentados também, dois cenários reais de como esse modelo teórico pode ser aplicado.

### 4.1 Compartilhamento do Conteúdo Matemático: a Seção Colaborativa

As tarefas de grupo serão realizadas no que convencionamos chamar de sessões colaborativas e os estudantes participam desempenhando várias atividades de aprendizado mediadas por computador. Durante o processo de grupo os alunos sugerem idéias ou comentários sobre idéias de outros estudantes. O papel do professor é guiar/orientar os estudantes através do processo e ajudá-los a encontrar a solução final, isto é, alcançar o objetivo proposto ao grupo.

A sessão colaborativa é a designação utilizada para identificar a reunião dos participantes, em um determinado período de tempo, em uma sala de aula virtual. Para flexibilizar o desenvolvimento das atividades, foi identificada a necessidade de agrupar os membros de uma sessão colaborativa em pequenos grupos. Para atender esse quesito, idealizou-se o conceito de mini-sessão.

Dentro de cada sessão poderão ser instanciadas mini-sessões, nas quais as atividades colaborativas serão desenvolvidas. Portanto, o aprendizado colaborativo é vivenciado dentro dessas mini-sessões, e é nelas que os participantes interagem uns com os outros trocando conteúdo matemático.

O modelo proposto contempla dois cenários. O primeiro cenário descreve a situação de interação livre entre os membros. Para apoiar este cenário é definida uma sessão colaborativa com uma única mini-sessão e é também informada a atividade a ser desenvolvida. Esse é um modelo que se encaixa adequadamente em situações fora de sala de aula, pois o professor cria uma atividade-problema e a disponibiliza dentro de uma mini-sessão, para que membros a ela vinculados possam discutir, analisar e explorá-la livremente entre eles. Podemos fazer uma analogia deste modo de interação com as atividades de grupo, muito comuns nas escolas brasileiras, onde o professor passa para seus alunos um trabalho a ser desempenhado em conjunto, fora do horário de sala de aula.

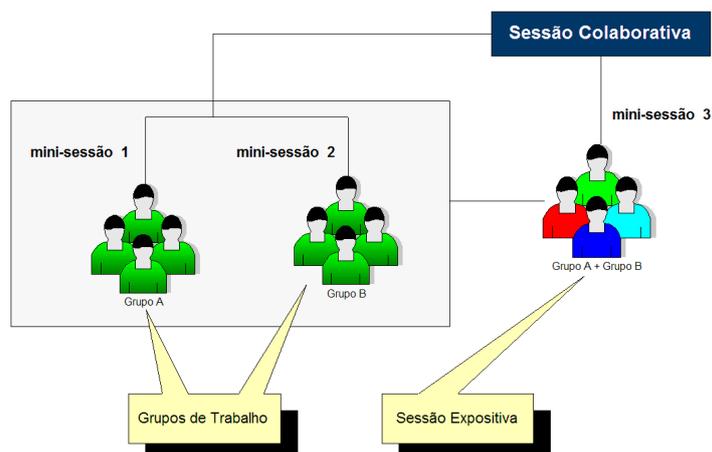


Figura 4.1: Mini-sessões de uma Sessão.

O segundo cenário é composto de duas etapas, onde o professor pode inicialmente definir uma sessão criando apenas uma mini-sessão, a ser utilizada por ele para exposição de conteúdos. Numa segunda etapa, mini-sessões podem ser criadas dentro

desta sessão: após a sessão expositiva, o professor pode definir atividades a serem desenvolvidas por pequenos grupos, cada um deles vinculados a uma mini-sessão específica. A Figura 4.1 apresenta uma representação dessa abordagem.

Quando um aluno participa de uma mini-sessão colaborativa é definida uma área de trabalho para que ele possa observar, interagir e colaborar com os demais membros da sessão. Essa área de trabalho é composta por um espaço público, que representa a visão do contexto de uma mini-sessão, e um ou mais espaços privados. Cada membro pode criar quantas áreas privadas desejar. A área privada é o espaço individual onde o membro pode trabalhar independentemente do que esteja acontecendo na área pública.

Na Figura 4.2 é apresentada a área de trabalho de um participante de uma mini-sessão colaborativa. Através deste modelo conseguimos enriquecer o processo de troca de conhecimento entre os participantes da sessão colaborativa visto que a abordagem transcende o “*whiteboard*” típico de programas como o *NetMeeting*<sup>1</sup> ou *SameTime*<sup>2</sup>, comumente utilizados em nossos dias para troca de informação.

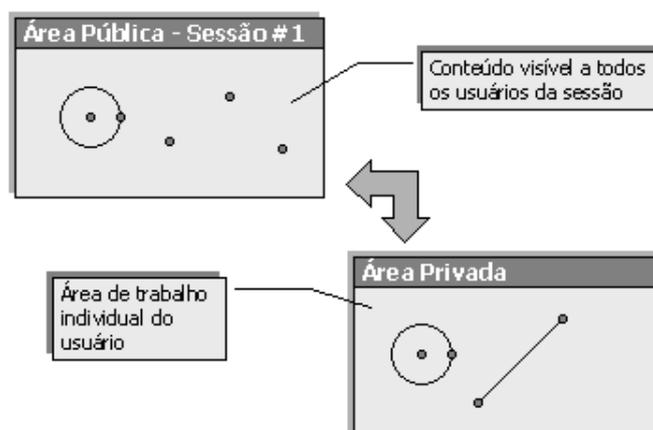


Figura 4.2: Área de trabalho do Aluno.

O artefato compartilhado é um componente importante em processos de aprendizagem colaborativa. Em ambientes de aprendizagem presenciais os estudantes têm um rico canal de comunicação para trocar suas idéias e negociar conhecimento através da interação face a face. Porém, em ambientes de aprendizagem mediados

<sup>1</sup>NetMeeting - Disponível em: <http://www.microsoft.com/windows/netmeeting/>. Acesso em: setembro de 2004.

<sup>2</sup>SameTime - Disponível em: <http://www.lotus.com/products/product3.nsf/wdocs/homepage>. Acesso em: setembro de 2004.

por computador, por causa da distribuição geográfica dos estudantes, e a limitação do canal de comunicação, a troca de conhecimento fica confinada principalmente ao artefato compartilhado que é representado em uma forma eletrônica.

O requisito básico para apoiar a troca de conhecimento em tais ambientes virtuais é prover um espaço de trabalho compartilhado onde os estudantes possam construir os artefatos comuns a eles de forma colaborativa.

## 4.2 O Processo de Trabalho

A dinâmica de uma atividade de aprendizado aderente ao modelo teórico apresentado deve ser estruturada de acordo com as seguintes fases: planejamento, execução e análise.

A fase de planejamento é o momento para definir os objetivos que efetivamente pretende-se que sejam atingidos assim como os assuntos que serão apresentados e/ou discutidos. Nesse momento também se elabora o plano da atividade que irá orientar e instruir o estudante durante a realização da tarefa com o seu grupo.

Os membros deste grupo são orientados a desenvolverem a atividade (objetivo do grupo) definida por um plano de aprendizado. Este plano apresenta-se como um roteiro que representa a descrição de uma atividade de maneira estruturada. Ele é composto por instruções para orientar o processo exploratório. Questões propostas também podem fazer parte deste roteiro. O objetivo é tentar conduzir o aluno a fazer conjecturas manipulando as formas geométricas. Além disso, o aluno é estimulado a trabalhar colaborativamente para formular hipóteses e descrever e/ou desenhar suas próprias conclusões.

Em se tratando de geometria, diversas atividades podem ser formuladas seguindo este modelo de aprendizado, como por exemplo, o estudo das propriedades geométricas.

No apêndice A é apresentado um exemplo de atividades que podem fazer parte de um plano de aprendizado destinado ao estudo sobre retas tangentes que ilustra o uso da geometria dinâmica em disciplinas iniciais do curso de licenciatura em Matemática.

Após a fase de planejamento, segue-se a fase execução, onde os estudantes irão acompanhar o plano construído para a atividade e possivelmente interagir no intuito de realizar a atividade proposta. Na Figura 4.3 é apresentado o desenrolar de

uma sessão colaborativa hipotética, onde apenas dois membros, aluno A e aluno B, participam e compartilham construções geométricas.

Quando o aluno A cria um objeto círculo em sua área privada de trabalho e o transfere para a área pública da sessão, instantaneamente esse objeto aparece na área compartilhada. Qualquer modificação do estado ou características deste objeto bem como sua possível remoção também é atualizada em tempo real. Quando o aluno B cria um segmento e também o transfere para a área compartilhada, a mesma seqüência de atualização irá acontecer. Como ambos os alunos enxergam a área pública comum, é então possível para eles conhecerem a contribuição do seu parceiro. Então, utilizando o canal de comunicação, podem discutir sobre as construções criadas e os caminhos para desempenharem melhor a tarefa proposta, pois eles compartilham uma mesma representação.

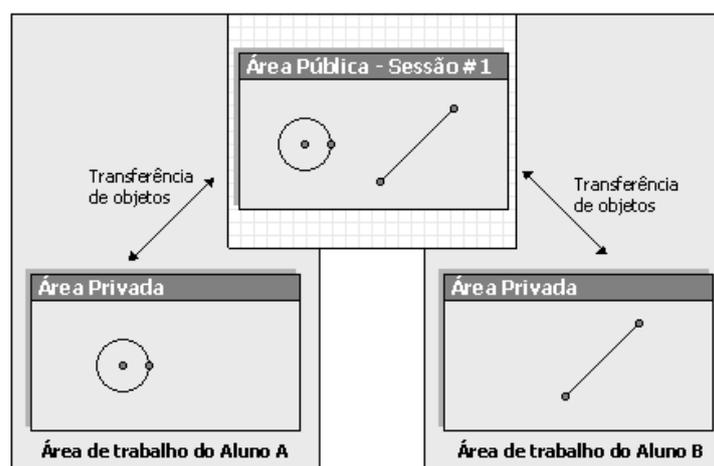


Figura 4.3: Exemplo de uma sessão colaborativa

Observe que à medida que os participantes fazem intervenções na área pública, os outros envolvidos no processo de aprendizagem são remetidos a pensarem sobre aquela intervenção. Assim, desenvolve-se um processo de negociação dos diferentes pontos de vistas e conseqüentemente uma reorganização de idéias.

Após a execução da atividade, pode-se iniciar uma fase de análise sobre as interações dos participantes. As ações realizadas por cada um e as interações através do canal de comunicação representam uma memória do grupo com relação à atividade desenvolvida. Esses dados podem ser utilizados como insumos para viabilizar uma possível avaliação sobre o conteúdo aprendido.

Esse cenário hipotético representa, a grosso modo, a viabilidade de aplicação

do modelo numa situação do dia a dia. Obviamente, variações poderão ocorrer em virtude da quantidade, qualidade e maturidade dos participantes da sessão. Um caso real da aplicação deste modelo de colaboração para apoiar o estudo de Matemática será apresentado no capítulo 6.

### 4.2.1 Aspecto de colaboração

As atividades de grupo aderentes ao modelo proposto neste trabalho não necessariamente irão se desenvolver pelo caminho da colaboração, pois poderá acontecer dos participantes procurarem uma estratégia individualista para executar a tarefa proposta. Portanto, é necessário que os envolvidos no processo estejam pré-dispostos a interagirem entre si.

A interação entre os participantes, seja através do espaço compartilhado ou do canal de comunicação entre eles, viabiliza a negociação dos seus diferentes pontos de vistas. Dessa forma a colaboração acontece e os participantes vão naturalmente reforçando ou reestruturando seus entendimentos sobre os assuntos tratados durante a interação.

As idéias agregadas pelos estudantes através de suas respectivas experiências com a atividade-problema proposta e a percepção das contribuições dos outros participantes decorrente da interação entre eles, são meios favoráveis para a construção de conhecimento.

As contribuições individuais quando disponibilizadas no espaço compartilhado, tornam-se parte do conhecimento em desenvolvimento pelo grupo. Representam subsídios adicionais para fomentar a discussão e negociação. Assim, a combinação desses conhecimentos individuais apóia fortemente na construção do conhecimento coletivo.

### 4.2.2 Aspectos de coordenação

A área pública é o espaço de trabalho compartilhado entre os membros da sessão. Os objetos criados neste local tornam-se instantaneamente comuns a todos os participantes da sessão colaborativa.

A manipulação desses objetos compartilhados, ou a transferência de elementos da área privada para o domínio público é controlada através da atribuição de papéis. O modelo utilizado para administrar a manipulação dos objetos no espaço público da

sessão contém um conjunto de três papéis que cada membro pode assumir durante o desenvolvimento da tarefa. O privilégio para acrescentar bem como remover objetos da área pública é concedido quando um membro assume um papel que chamamos de *expositor*. Esse papel especial é dado apenas a um único usuário por vez, inibindo dessa forma potenciais problemas de concorrência decorrentes do acesso simultâneo a informação.

A qualquer instante, o papel de *expositor* poderá ser transferido a um outro membro, para que este possa expor suas idéias a todos os participantes da sessão. Para isso, está definido o papel de *coordenador* da sessão, que é aquele que cuida de redefinir o *expositor* sempre que for conveniente. Dessa forma, o *coordenador* pode controlar o acesso à construção compartilhada, permitindo a participação de mais alunos de forma organizada.

Existe ainda um terceiro papel o qual é denominado por *aluno*. Todos os membros de uma sessão colaborativa assumem normalmente esse papel. O aluno sempre poderá modificar e interagir com as construções geométricas apresentadas na área pública, através da transferência destes objetos para sua área privada. Embora se pudesse omitir essa caracterização, devido ao fato de que todos os membros sempre serão alunos, torna-se relevante considerá-lo no modelo, pois dessa forma, evitam-se ambigüidades decorrentes de interpretações equivocadas das permissões de cada participante.

No processo de ensino-aprendizagem é ser importante ter papéis definidos porque assim se atribui responsabilidades, direitos e deveres. Com o rodízio desses papéis, cada um pode expor seu ponto de vista de acordo com o papel assumido.

O modelo em questão contempla o rodízio de papéis e essa variação de privilégios é perceptível não apenas aos envolvidos no processo, mas a todos os participantes da mini-sessão colaborativa. A transparência com relação a quem recebe ou deixa de possuir determinado papel torna-se necessária para que cada participante possa direcionar sua atenção ao membro correto de acordo com o papel que este esteja assumindo.

### 4.2.3 Aspectos de comunicação

Considerando que as interações entre os participantes serão realizadas pelo intermédio de um meio computacional, torna-se importante a existência de um canal de comunicação de fácil acesso e que minimize a ausência da interação através de

gestos ou pela comunicação verbal. Portanto, neste modelo é previsto que a comunicação entre os participantes de uma mini-sessão colaborativa acontecerá através de ferramentas de *chat* e de desenho.

Com a ferramenta de *chat*, os estudantes podem trocar mensagens textuais, de modo a negociar suas estratégias e/ou justificar seus respectivos pontos de vistas. Através do desenho compartilhado, é possível esboçar as idéias utilizando a representação gráfica que a notação Matemática exige, principalmente quando lidamos com Geometria. O desenho facilita a comunicação entre os estudantes e, conseqüentemente, o entendimento.

A comunicação síncrona apresenta-se, então, como uma característica essencial para apoiar esse processo, pois sempre que um novo conteúdo for adicionado ao espaço compartilhado, todos os participantes terão, em tempo real, a visibilidade a essas mudanças.

#### 4.2.4 Aspectos de percepção

Concordando com *Nam & Wright* (Nam & Wright, 2001), entendemos que é importante fornecer a percepção apropriada do ambiente colaborativo. O trabalho pode ser desempenhado mais efetivamente se cada membro conhecer com quem está trabalhando, onde cada membro está trabalhando, o que eles criaram ou modificaram e o que eles estão fazendo na área de trabalho compartilhada.

Para isso é necessária a presença de meios adequados para apoiar a percepção dos participantes de modo a tornar o processo de interação em uma atividade colaborativa mais rico.

Assim, este modelo propõe que os participantes de uma atividade colaborativa tenham claramente a percepção sobre: (1) os papéis cada um está assumindo, (2) quais os participantes da sessão colaborativa e quem está *on-line*, (3) qual o plano da atividade e (4) quais são os objetos compartilhados.

### 4.3 Algumas Considerações

O modelo colaborativo proposto neste trabalho fundamenta-se em algumas das teorias apresentadas no Capítulo 3. Através da definição de espaços individuais e de uma área de trabalho compartilhada os estudantes participam de situações de aprendizagem onde é possível, copiar e observar, e também, interagir, colaborar

e aprender. Conforme a teoria da Cognição Situada o processo de aprendizagem através de experiências práticas de situações reais torna-se muito mais rico.

A interação entre os participantes viabiliza o compartilhamento do conhecimento e construção de experiências com o grupo. A exploração e reflexão presentes neste modelo apresentam-se como algumas das características principais da teoria de Aprendizado Cognitivo.

Seguindo a linha do Aprendizado Baseado em Problemas (PBL), o modelo proposto prevê a definição de um plano de aprendizado, o qual coloca o estudante em contato com o problema e o induz a raciocinar criticamente. Com o rodízio de papéis e a comunicação síncrona, os estudantes podem trocar e/ou negociar suas perspectivas, colaborando para encontrar uma solução viável para a atividade proposta.

No modelo apresentado, o aprendizado é estimulado pelos conflitos cognitivos e o conhecimento evolui à medida que acontece o processo de negociação das respectivas perspectivas sobre os tópicos em discussão, durante a atividade proposta conforme o paradigma construtivista.

A discussão sobre o modelo de colaboração poderia remeter a temas como “o que é conhecimento”, como ocorre o seu processo de construção pelo homem e como a interação e colaboração contribui com este processo. Não é um dos focos deste trabalho discutir sobre os fundamentos filosóficos do conhecimento, pois isso conduziria para uma modelagem que contemplasse aspectos pedagógicos como a qualidade e/ou quantidade de conhecimento adquirido. O escopo do trabalho é apresentar um modelo de colaboração que permite o aprendizado de Geometria e aplicar esse mecanismo para mediar a interação entre os alunos através da ferramenta *Tabulæ*.

A discussão do aspecto tecnológico será abordada no capítulo a seguir, onde será detalhada a implementação de referência que dá suporte a esse modelo, denominada **Serviço *Tabulæ***. Através dela, o estudante tem acesso a um ambiente síncrono destinado ao aprendizado colaborativo de Geometria.

## Capítulo 5

# Arquitetura da Solução

Para aplicar, em um cenário real, o modelo de colaboração para Geometria Dinâmica proposto neste trabalho, foi desenvolvida uma tecnologia denominada **Serviço Tabulæ**. Esse serviço viabiliza um ambiente de colaboração destinado ao aprendizado de Geometria. Baseado numa arquitetura cliente/servidor, esse ambiente enfatiza a comunicação síncrona de conteúdo matemático. Ele provê mecanismos para interação de grupo, armazenamento e recuperação de informações referentes a estas interações, e contempla todas as características relacionadas aos aspectos de colaboração, coordenação, comunicação e percepção do modelo teórico em questão.

Por tratar especificamente da Matemática, ferramentas adequadas estão disponíveis neste ambiente para favorecer a comunicação deste tipo de conteúdo, indo além da comunicação puramente textual.

### 5.1 O Serviço Tabulæ

A dinâmica das atividades de ensino-aprendizado dentro do ambiente de colaboração proposto neste trabalho leva em consideração situações onde os alunos são incentivados a interagirem com as formas geométricas de modo independente e/ou colaborativamente com o intuito de fortalecer o aprendizado através de conjecturas formuladas por eles próprios.

Objetivando consolidar a aprendizagem através de atividades individuais e em grupo, validando a aplicação do modelo proposto, foi desenvolvida uma tecnologia denominada *Serviço Tabulæ*. A arquitetura deste serviço contempla um conjunto de funcionalidades para incentivar a comunicação entre os estudantes através da utilização de espaços de discussão on-line.

- o programa cliente Tabulæ, através do qual os participantes de uma sessão colaborativa irão trabalhar sobre as construções geométricas.
- um servidor de aplicação que será responsável por refletir as construções geométricas e registrar as interações dos membros das mini-sessões colaborativas.
- um banco de dados com as informações mínimas necessárias sobre os grupos de usuários, sessões colaborativas e permissões de acesso.
- uma interface Web para manipulação do banco de dados do sistema.
- e, uma integração com um sistema de controle de e-learning.

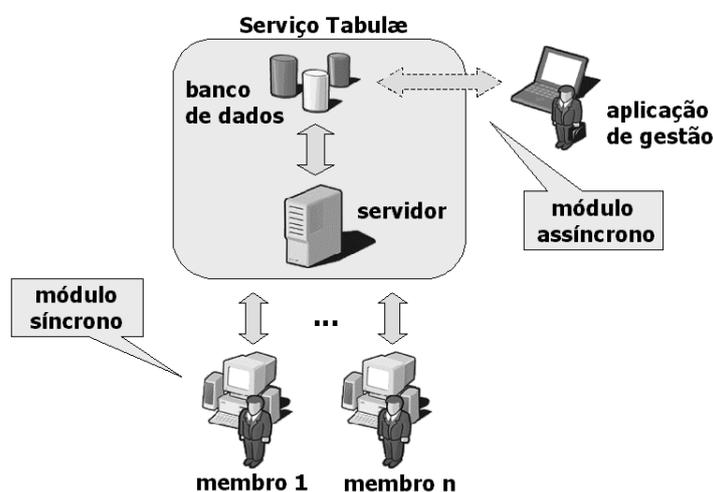


Figura 5.1: O serviço Tabulæ

A arquitetura do *Serviço Tabulæ* é composta pela combinação dos seguintes elementos:

As informações necessárias para suportar o Serviço Tabulæ, assim como o modelo de colaboração discutido no Capítulo 4, são armazenadas em um banco de dados. Esse banco de dados é acessado tanto pelo programa do Serviço Tabulæ, que mantém as conexões dos participantes de uma sessão colaborativa, quanto pela aplicação de gestão deste ambiente virtual.

## 5.2 Persistência de Dados

A modelagem do repositório de dados é apresentada na Figura 5.2. Pode-se observar, por exemplo, a existência de uma representação para armazenar informações

sobre cursos e disciplinas, de modo que uma disciplina está necessariamente vinculada a um curso <sup>1</sup>.

Todos os usuários que podem participar de uma sessão colaborativa são armazenados na tabela *MEMBRO*. É esta tabela que contém informações como nome do usuário e sua respectiva identificação de acesso ao sistema.

As sessões de colaboração são mantidas na tabela *SESSAO\_DISCUSSAO*, enquanto que as mini-sessões estão na tabela *MINI\_SESSAO*. Essas duas tabelas compreendem os conceitos de sessão e mini-sessão discutidos no capítulo anterior.

Cada instância da tabela *SESSAO\_DISCUSSAO* tem um relacionamento com a tabela *DISCIPLINA*. Isto porque a sessão de colaboração pertence a uma disciplina, que por sua vez faz parte de um curso.

As instâncias de mini-sessões armazenadas na tabela *MINI\_SESSAO* relacionam-se com as sessões colaborativas. Como já apresentado, uma sessão de colaboração pode conter uma ou mais mini-sessões. Para cada mini-sessão deve existir uma atividade definida. A descrição desta atividade é mantida na tabela *ATIVIDADE*.

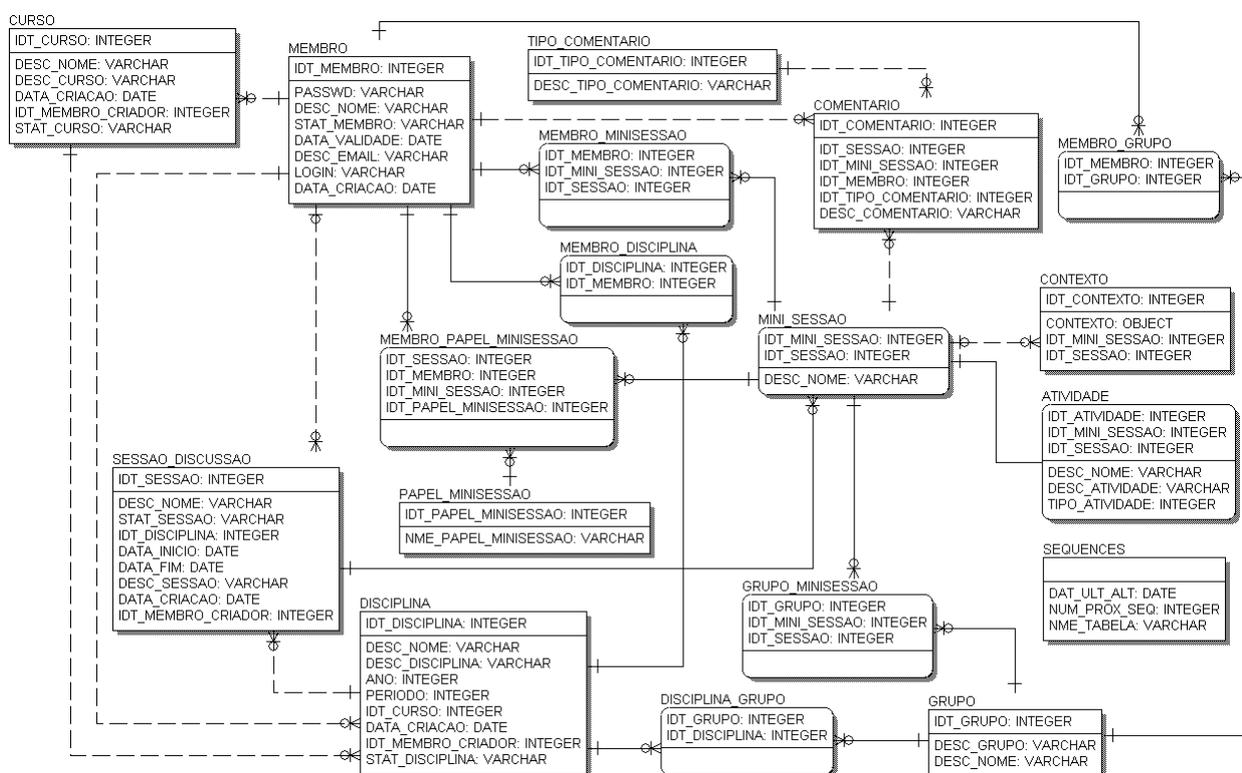


Figura 5.2: Modelo físico do banco de dados do Serviço Tabulæ.

<sup>1</sup>vide tabelas *CURSO* e *DISCIPLINA*.

Durante uma sessão colaborativa, as interações entre os participantes de uma mini-sessão também ficam registradas neste banco de dados. Esses registros compreendem basicamente as mensagens de *chat*, manipulação e construção dos objetos geométricos. Todas essas informações representam um contexto. Assim, sempre que um participante acessar a mini-sessão, é possível colocá-lo a par do contexto de modo dar a ele a percepção de tudo o que aconteceu anteriormente ao seu acesso.

### 5.3 Gestão do Ambiente Virtual

A monitoração e o gerenciamento do ambiente virtual são realizados através de um aplicativo Web desenvolvido para esse fim. Foi utilizada a tecnologia J2EE<sup>2</sup> da Sun Microsystems para implementação deste sistema.

Conceitualmente, foi utilizado um modelo muito próximo ao já observado em escolas tradicionais, onde cursos são oferecidos e cada um é composto por suas respectivas disciplinas.

Tomando como exemplo o curso de Ciência da Computação de uma escola de ensino superior fictícia, poder-se-ia observar como parte deste curso a disciplina de Geometria. De acordo com o modelo de interação descrito no capítulo anterior, podem-se definir sessões colaborativas dentro desta disciplina.

Detalhe Disciplina			
<b>Nome:</b>	Geometria	<b>Data Criação:</b>	10/02/2004
<b>Curso:</b>	Ciência Da Computação	<b>Responsável:</b>	thiago
<b>Período:</b>	1	<b>Ano:</b>	2004
<b>Qtd. de Membros:</b>	60	<b>Qtd. de Grupos:</b>	1
<b>Status:</b>	não ativo		
<b>Descrição:</b>	Estudo da geometria Euclidiana		
<a href="#">Ativar</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Excluir</a>   <a href="#">Membros</a>   <a href="#">Adicionar Sessão Discussão</a>			
Sessões de Discussão			
	Nome	Data Criação	
 	Paralelismo E Perpendicularidade	10/02/2004	

Figura 5.3: Sessões de discussão da disciplina Geometria.

<sup>2</sup>Padrão para desenvolvimento de aplicações corporativas baseado em componentes. Disponível em: <http://java.sun.com/j2ee/>. Acesso em: março de 2004.

Conforme observado na Figura 5.3, que apresenta detalhes da disciplina Geometria, dentro deste aplicativo de gestão, existe uma sessão colaborativa denominada *Paralelismo e Perpendicularidade* agendada. Considerando o conceito de sessão colaborativa já desenvolvido, entende-se que ela representa um evento no tempo durante o qual poderão ser reunidas pessoas para desempenharem atividades de aprendizado. Cada uma dessas atividades será por sua vez realizada dentro de mini-sessões.

De acordo com o detalhamento apresentado na Figura 5.4, o acesso a esta sessão colaborativa estará disponível no período de 10/02/2004 a 10/02/2005. Dentro deste intervalo de tempo, mini-sessões poderão ser criadas pelo responsável pela sessão colaborativa.

**Detalhe Sessão de Discussão**

---

<b>Nome:</b>	Paralelismo E Perpendicularidade	<b>Data Criação:</b>	10/02/2004
<b>Disciplina:</b>	Geometria	<b>Responsável:</b>	thiago
<b>Início da Sessão:</b>	10/02/2004 às 0 h : 00 min	<b>Fim da Sessão:</b>	10/02/2005 às 0 h : 00 min
<b>Status:</b>	ativo	<b>Tipo:</b>	aberta
<b>Descrição:</b>	Discussão sobre Paralelismo e Perpendicularidade.		

**Desativar | Editar | Excluir | Adicionar Mini-Sessão**

---

**Mini-Sessão**

	Nome
 	Apresentação dos Conceitos Básicos

Figura 5.4: Detalhes da sessão colaborativa.

Nota-se que uma mini-sessão denominada por *Apresentação dos Conceitos Básicos* foi criada (Figura 5.5). Nesta mini-sessão está definida uma atividade a ser desempenhada pelos participantes.

Vale a pena salientar que é justamente na definição da atividade que estará descrito o roteiro através do qual o participante da sessão colaborativa será instruído e orientado para executá-la adequadamente. O cadastro de uma atividade também inclui um texto para representar o nome da atividade. Isto facilita a sua identificação e compreensão por parte dos participantes, pois a utilização de nomes sugestivos podem explicitar o objetivo da atividade.

Os participantes serão também definidos dentro deste ambiente de gestão. É tarefa do responsável pela administração da sessão colaborativa (o professor, por

exemplo) vincular membros ou grupos a uma mini-sessão (Figura 5.6) bem como atribuir papéis a cada um dos participantes.

**Detalhe Mini-Sessão de Discussão**

---

**Nome:** Apresentação dos Conceitos Básicos  
**Disciplina:** Geometria **Responsável:** thiago  
**Início da Sessão:** 10/02/2004 às 0 h : 00 min **Fim da Sessão:** 10/02/2005 às 0 h : 00 min

[Editar](#) | [Excluir](#) | [Membros/Grupos](#) | [Papéis](#)

**Atividade**

---

**Nome:** Criação de Retas  
**Tipo:** análise  
**Descrição:**

1. crie um ponto que chamaremos de **A**.
2. crie um segundo ponto denominado por **B**.
3. Trace uma reta **R** por **A** e **B**.
4. crie um ponto **P**.
5. Trace a reta **R'** paralela a **R** e que passa por **P**.

Figura 5.5: Detalhes da mini-sessão colaborativa.

É importante observar que somente os membros associados à mini-sessão é que terão direito aos respectivos conteúdos e poderão participar e colaborar nas atividades nela definidas.

**Detalhe Mini-Sessão de Discussão**

---

**Nome:** Apresentação dos Conceitos Básicos  
**Disciplina:** Geometria **Responsável:** thiago  
**Início da Sessão:** 10/02/2004 às 0 h : 00 min **Fim da Sessão:** 10/02/2005 às 0 h : 00 min

[Adicionar Membros](#) | [Adicionar Grupos](#)

Total de Membros/Grupos da Sessão Colaborativa: 3

	Nome	Tipo
	Abc	Grupo
	Thiago Guimarães Moraes	Membro
	José Da Silva	Membro

Figura 5.6: Participantes da mini-sessão colaborativa.

De acordo com o modelo proposto, espera-se que seja atribuído para cada membro participante o papel de *expositor*, *coordenador* e/ou *aluno*. Essas atribuições poderão ser realizadas em um momento anterior ao início da sessão colaborativa

(Figura 5.7), através do acesso à funcionalidade disponibilizada dentro do sistema web de gestão do ambiente virtual.

**Detalhe Mini-Sessão de Discussão**

---

**Nome:** Apresentação dos Conceitos Básicos  
**Disciplina:** Geometria **Responsável:** thiago  
**Início da Sessão:** 10/02/2004 às 0 h : 00 min **Fim da Sessão:** 10/02/2005 às 0 h : 00 min

---

Total de Membros da Sessão Colaborativa: 2

Nome	Coordenador	Expositor	Aluno
Thiago Guimarães Moraes	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
José Da Silva	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 5.7: Definindo papéis dos membros de uma mini-sessão colaborativa.

Uma outra alternativa é durante o desenvolvimento da sessão, através da janela de gerenciamento de papéis disponibilizada no Tabulæ. Neste último caso, vale notar que apenas o membro participante que estiver associado ao perfil de *coordenador* poderá desempenhar esta tarefa. Detalhes desta funcionalidade são apresentados na Figura 5.8.

**Papéis**

Nome do Membro	Coordenador	Expositor	Aluno
Thiago	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Francisco	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Rafael	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

OK

Figura 5.8: Definindo papéis durante a sessão colaborativa.

O modo pelo qual os membros cadastrados no sistema têm acesso à sessão colaborativa assim como o mecanismo que viabiliza troca do conteúdo matemático entre eles será discutido mais adiante.

## 5.4 Servidor do Serviço Tabulæ

O servidor do Serviço Tabulæ é uma aplicação **Java** independente que executa em *background* em uma máquina conectada na internet. Desenvolvido à luz do

modelo *cliente/servidor*, esse aplicativo (*servidor*) gerencia as conexões de usuários (*clientes*) que participam de uma sessão colaborativa.

Para se conectar a esse serviço, é necessária uma fase inicial de autenticação. Um usuário informa a sua identificação e senha de acesso. O servidor tentará então localizar este usuário na base de dados. Neste momento é verificada a existência do usuário, validada a senha de acesso, além do status do usuário, podendo este ser **Ativo**, **Inativo** ou **Pendente** de aprovação pelo usuário administrador do ambiente. Apenas usuários ativos podem acessar o sistema. Essa ativação é realizada através do aplicativo de gestão, já discutido na sessão anterior.

Após a autenticação é possível solicitar ao servidor informações como: as sessões colaborativas disponíveis para este usuário, os usuários ativos, todos os usuários de uma determinada mini-sessão, bem como o seu respectivo contexto, além dos papéis (Aluno, Expositor, Coordenador) que cada usuário está assumindo durante uma mini-sessão.

Eventualmente, o servidor envia informações para os clientes conectados sem necessariamente haver alguma solicitação anterior. Isso acontece no caso de um usuário se conectar ou desconectar do servidor, ou caso alguma sessão colaborativa tenha sido encerrada, ou então quando se tratar de mensagens para verificar se um dado usuário ainda está conectado.

De maneira geral, o servidor utiliza o repositório de dados já apresentado para gerenciar o acesso dos usuários a cada mini-sessão colaborativa. É ele também o responsável por manter consistentes as informações das aplicações clientes, pois os usuários conectados numa mesma mini-sessão têm que ter a mesma percepção da área pública. Para isso é utilizada uma estratégia chamada de *mímica de comportamento*, na qual o mecanismo de compartilhamento está fundamentado.

### 5.4.1 O mecanismo de compartilhamento

Na comunicação síncrona dos objetos geométricos a necessidade de se estabelecer um processo eficiente de comunicação de colaboração das construções é imperativa.

Foi desenvolvido um mecanismo de mímica de comportamento que permite a transferência das construções. A complexidade dos objetos a serem compartilhados pelos usuários via rede foi determinante na escolha de implementação. Ao invés de distribuir os objetos, o servidor envia apenas informações sobre o comportamento destes. Esta decisão permitiu um passo significativo na direção da otimização do

sistema, e está esquematizada na Figura 5.9.

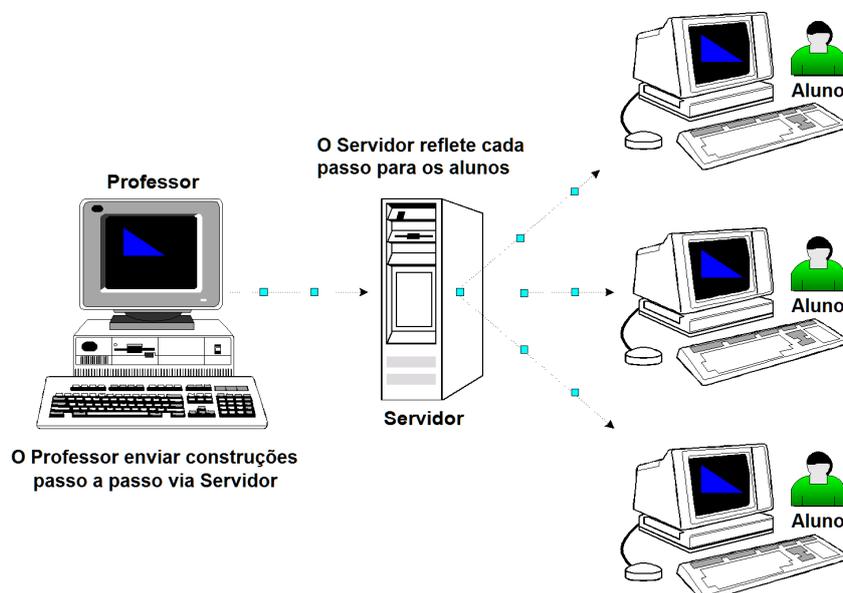


Figura 5.9: Esquema do Mecanismo de Comunicação.

A principal inovação do Tabulæ, no que tange à comunicação de informação matemática, reside na possibilidade de comunicação síncrona dos objetos construídos pelo programa. No Tabulæ, cada construção passa a ser representada por uma expressão que contém as informações sobre as posições de cada objeto, bem como suas restrições (por ex. quais pontos definem uma reta ou círculo, se um ponto se encontra sobre uma reta, etc.). Esta informação é enviada a um programa servidor que a reflete para os endereços dos programas clientes. As expressões são então interpretadas pelos programas dos alunos e apresentadas aos mesmos.

O fato de se enviar uma expressão que representa o objeto geométrico pela rede representa um grande ganho em termos de uso de banda. Cada objeto matemático no Tabulæ pode ser transferido em pacotes com um tamanho médio de 50 bytes. Pacotes de aplicações semelhantes, como o *ping*, por exemplo, trafegam na Internet com velocidades na ordem de décimos de segundo de um computador a outro, mesmo com conexões discadas.

A estrutura das mensagens utilizadas para comunicação entre as aplicações clientes e o servidor do Serviço Tabulæ é baseado na *serialização* de objetos que representam o comportamento de uma construção geométrica. A preocupação com a concepção desta tecnologia foi mandatória. Ficando relegado a pesquisas fu-

turas, a estruturação e formalização de um padrão para comunicação de informação matemática. De fato, pode-se vislumbrar uma oportunidade para definição de um protocolo de comunicação de conteúdo matemático de maneira a viabilizar uma interoperabilidade entre os diversos *softwares* matemáticos existentes no mercado.

## 5.5 A Colaboração através do Tabulæ

O acesso aos conteúdos de uma sessão colaborativa é realizado através do aplicativo Tabulæ. Nele, o estudante poderá entrar numa mini-sessão, manipular os objetos matemáticos presentes na área pública, transferi-los para uma área privada ou vice-versa, enviar e receber mensagens de *chat* dos integrantes do grupo.

Para participar de uma sessão colaborativa é necessário estar cadastrado no sistema. Através do Tabulæ o estudante informa o endereço do servidor que está fornecendo o serviço juntamente com sua identificação e senha de acesso ao sistema.

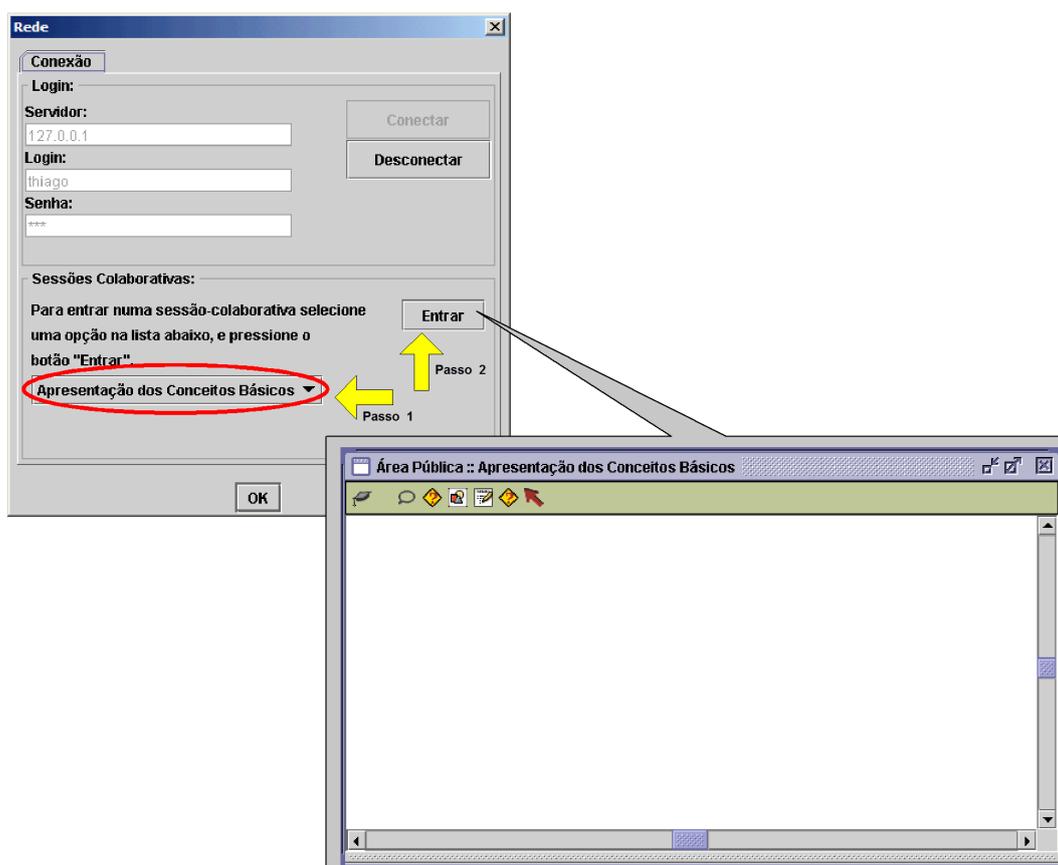


Figura 5.10: Conectando no servidor do Serviço Tabulæ.

Ao efetuar a conexão (Figura 5.10), o Tabulæ tentará autenticar esse usuário no servidor. Após o sucesso da autenticação, a aplicação cliente solicita ao servidor a lista de mini-sessões que o usuário pode participar. Assim, o estudante pode escolher uma mini-sessão de interesse dentre as disponíveis a ele e então clicar no botão **Entrar** para abrir a área pública desta mini-sessão.

Conforme pode ser observado na Figura 5.10, quando o estudante se conecta no servidor do Serviço Tabulæ, é então disponibilizada uma área de trabalho que representa a *viewport* comum a todos os participantes desta mini-sessão.

Diferentemente de qualquer outra *viewport* do Tabulæ, esta janela contém alguns controles adicionais (Figura 5.11) através dos quais é possível enviar mensagens a outros participantes da mini-sessão, obter informações sobre a atividade programada, transferir o conteúdo presente na área pública para a área privada e redefinir os papéis destes participantes, além de ser possível também fazer apontamentos na área pública de modo a transmitir a todos a percepção da posição aproximada do *mouse*.

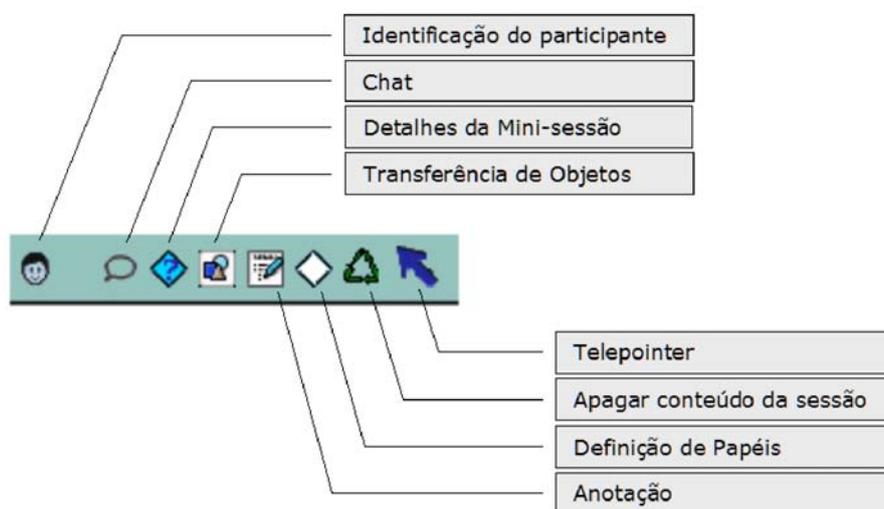


Figura 5.11: Detalhamento dos controles da mini-sessão.

Os controles (Figura 5.12) disponibilizados para cada participante da mini-sessão dependem do papel que este está assumindo durante determinado instante. Ao longo da mini-sessão, caso o papel do participante seja alterado, o conjunto de controles também se modificará.

Assim, pode-se observar (Figura 5.12) que todos os participantes de uma mini-sessão podem trocar mensagens de *chat*, transferir os objetos geométricos que es-

tiverem presentes na área pública para serem manipulados em sua área privada, fazer anotações, bem como ter a percepção do seu usuário que está conectado no servidor.

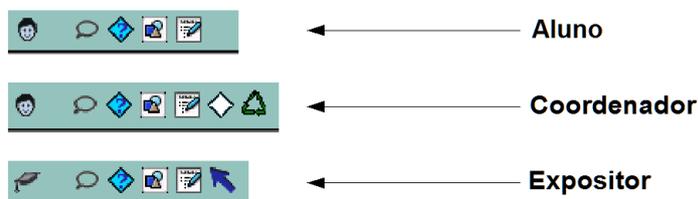


Figura 5.12: Disposição dos controles da mini-sessão de acordo com o papel do participante.

O *Coordenador* tem duas funcionalidades adicionais, através das quais é permitido a ele redefinir os papéis de todos os participantes e também apagar todo o conteúdo da mini-sessão, caso seja de seu interesse. Para o *Expositor* existe a funcionalidade de *telepointer*, através da qual ele consegue apontar um objeto na área compartilhada e todos os participantes conseguem ter a percepção do objeto apontado. À medida que acontece o acúmulo de papéis, as funcionalidades associadas a cada um destes também são adicionadas ao conjunto de controles do membro da mini-sessão.

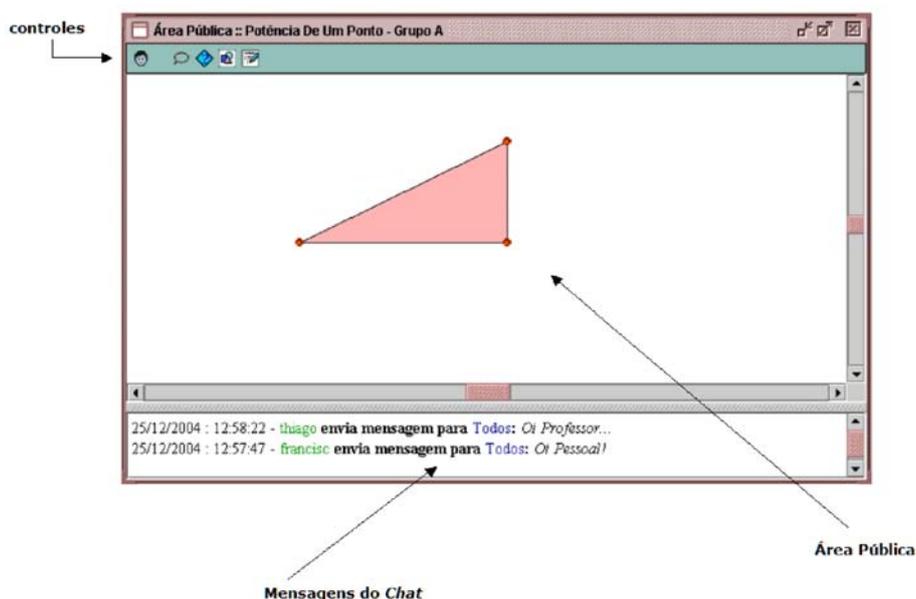


Figura 5.13: Disposição dos controles da mini-sessão de acordo com o papel do participante.

Na Figura 5.13 é apresentada a área pública de um participante durante uma mini-sessão colaborativa. O estudante tem à sua disposição uma área de trabalho comum a todos os participantes através da qual acontecerá o compartilhamento de conteúdo matemático. O participante com papel de *Expositor* poderá sempre que desejar colocar construções geométricas nesta área comum.

Vinculadas à mini-sessão estão as mensagens de *chat* trocadas entre os participantes. Sempre que alguém recebe uma mensagem, esta aparece sob sua respectiva área de desenho. Toda mensagem nova é adicionada acima de todas as outras (pode-se notar isso na data do envio da mensagem). Essa estratégia foi utilizada para facilitar ao participante a localização da última mensagem enviada, evitando que ele tenha que utilizar a barra de rolagem para chegar até ela.

### 5.5.1 Sincronização e Consistência

É extremamente importante que o conteúdo compartilhado visível aos participantes da mini-sessão seja o mesmo. Isso porque qualquer distorção das informações compartilhadas pode influenciar na estratégia desenvolvida pelo estudante para executar a atividade proposta nesta mini-sessão. Conceitualmente, a área pública deve representar (Figura 5.14) uma janela para o espaço matemático comum a todos os participantes da mini-sessão colaborativa.

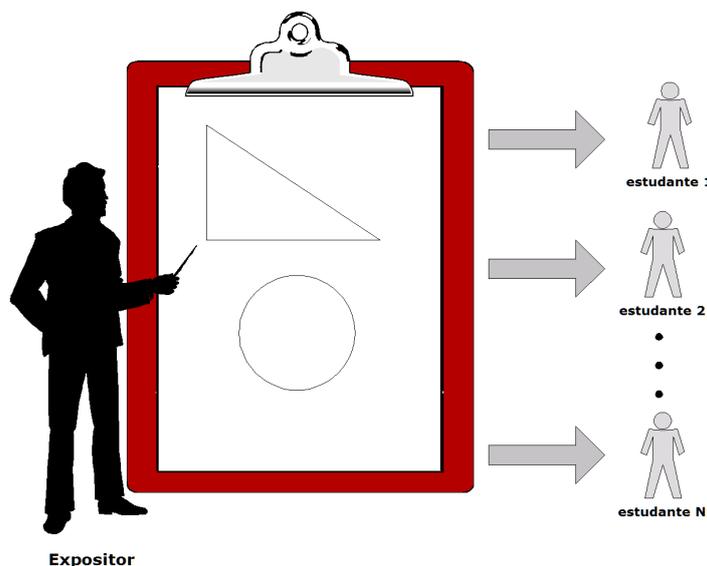


Figura 5.14: Percepção dos participantes de uma mini-sessão.

Todos os estudantes devem ter a mesma percepção do que é adicionado, alte-

rado ou removido da área pública. Para isso, é necessário que toda intervenção do *Expositor* na área compartilhada seja enviada para o servidor do Serviço Tabulæ. Este por sua vez é responsável por sincronizar as aplicações clientes conectadas a esta mini-sessão e assim manter a consistência destes dados.

## 5.6 Ambiente de Gerenciamento de Aprendizado

A integração do Serviço Tabulæ com Ambientes de Gerenciamento de Aprendizagem (LMS) <sup>3</sup> é um requisito desejável, porque este tipo de aplicação está voltada ao planejamento, implementação e gestão do aprendizado presencial e/ou a distância, permitindo ao instrutor obter informações sobre o aproveitamento e produtividade do aluno.

Num LMS também é oferecida aos aprendizes a oportunidade de estudar a qualquer hora, e de interagir com seus colegas e tutores, estimulando a criação de comunidades virtuais de aprendizagem (CVAs). Estas consistem em grupos de pessoas com objetivos comuns e experiências diferenciadas que, através da troca e da colaboração, constroem um conhecimento significativo.

Hoje existem disponíveis no mercado várias aplicações de LMS. Dentre estas ferramentas encontra-se o TelEduc <sup>4</sup>, que é um ambiente para a criação, participação e administração de cursos na Web, cujo desenvolvimento é feito de forma participativa, isto é, todas as ferramentas são idealizadas, projetadas e reformuladas segundo necessidades relatadas por seus usuários.

Uma outra aplicação bastante interessante é o Moodle <sup>5</sup>. Este é um sistema de gerenciamento de cursos (CMS) <sup>6</sup>. É um pacote de *software* projetado para ajudar educadores a criarem cursos de qualidade baseados na Internet e em páginas web. Assim, como sistemas de e-learning, são muitas vezes também chamados de Sistemas de Gerenciamento de Aprendizado (LMS) ou Ambientes Virtuais de Aprendizado (VLE) <sup>7</sup>.

Moodle é um sistema de e-Learning baseado em *software* livre, o que significa que se pode fazer o download, usar, modificar e até mesmo distribuí-lo (sob os termos

---

<sup>3</sup>Learning Management System, do inglês.

<sup>4</sup>TelEduc - Disponível em: <http://www.primalis.com.br>. Acesso em: março de 2004.

<sup>5</sup>Moodle - Disponível em: <http://moodle.org/>. Acesso em: outubro de 2004.

<sup>6</sup>Course Management System, do inglês.

<sup>7</sup>Virtual Learning Environments, do inglês.

da licença GNU<sup>8</sup>). Atualmente é usado em milhares de instituições de ensino, em mais de 92 países<sup>9</sup>.

Atualmente estão sendo realizadas experiências de utilização do Moodle juntamente com o Serviço Tabulæ<sup>10</sup>. A escolha pela sua utilização ocorreu justamente por ser um ambiente para educação a distância disponível no mercado e por apresentar facilidade de uso por pessoas não especialistas em computação, flexibilidade quanto ao modo de utilização (desenvolvimento de metodologias e configuração das ferramentas do ambiente) e existência de um conjunto enxuto de funcionalidades para apoiar o trabalho de grupo, como por exemplo: *chat*, fórum de discussão, painel de recados. Esta ferramenta também apresenta algumas funcionalidades interessantes para apoiar a administração e acompanhamento dos alunos, como: percepção dos alunos conectados num determinado momento, mapeamento das últimas intervenções de cada aluno no sistema e o tempo em que cada um deles dedicou para navegar através dos conteúdos presentes no Moodle.

## 5.7 Considerações sobre a Implementação de Suporte ao Modelo Teórico

A construção do ambiente virtual promovido pelo Serviço Tabulæ foi totalmente baseada no modelo de colaboração descrito no Capítulo 4. A seguir são apresentados os aspectos importantes deste modelo e como eles foram contemplados pela arquitetura do Serviço Tabulæ:

- **espaços públicos e privados** - cada área de trabalho do estudante é representada por uma *viewport* no aplicativo Tabulæ. Apenas a *viewport* que representa uma área pública, isto é, o contexto de uma mini-sessão, contém controles adicionais para facilitar o desenvolvimento da atividade colaborativa.
- **comunicação síncrona** - As discussões entre os alunos e entre estes e o professor sobre a atividade proposta são desenvolvidas em tempo real. A comunicação professor-aluno e aluno-alunos ocorre através da ferramenta de

---

<sup>8</sup>General Public License, do inglês.

<sup>9</sup>Pode-se consultar uma lista de instituições que utilizam o Moodle. Disponível em: <http://moodle.org/sites/>. Acesso em: outubro de 2004.

<sup>10</sup>A aplicação do Moodle que está sendo utilizada nessas experimentações. Disponível em: <http://www.tabulae.net/moodle/>.

*chat* acoplada a *viewport* do aplicativo Tabulæ que representa a área pública de uma mini-sessão. Através desta ferramenta o professor monitora todo o processo de discussão além de obter feedback acerca de cada etapa do processo, em um ritmo semelhante ao vivenciado em uma sala de aula tradicional.

- **rodízio de papéis** - Todo participante de uma sessão colaborativa é associado previamente a um ou mais papéis. A cada um dos três papéis (*coordenador*, *expositor* e *aluno*) definidos no modelo é associado um conjunto de funcionalidades. Através de um controle presente na *viewport* do aplicativo Tabulæ que representa a área pública da mini-sessão, é possível ao participante com o papel de *coordenador* atribuir e/ou remover o papel de *expositor* de qualquer outro participante.
- **definição das sessões colaborativas e das atividades de grupo** - Utilizando a interface web para manipulação do banco de dados, o professor poderá cadastrar cursos, estudantes e grupos, além de criar as sessões colaborativas, definir o período de validade relativo à participação do aluno, ou grupo de alunos, em uma determinada mini-sessão, descrever a atividade do grupo e definir previamente os papéis que cada um irá assumir no início da mini-sessão. Através de um controle presente na *viewport* do aplicativo Tabulæ que representa a área pública da mini-sessão, é possível ao participante ter acesso à atividade proposta, detalhes da mini-sessão, aos papéis que está assumindo naquele instante e também aos participantes presentes e ausentes associados a esta mini-sessão.
- **a memória do grupo** - os registros das intervenções dos participantes durante uma sessão colaborativa são armazenados no banco de dados e podem ser usados para avaliar a contribuição e participação dos membros.

Com o Serviço Tabulæ é possível participar de sessões virtuais manipulando construções geométricas, atuando localmente em rede ou em diferentes lugares através da *internet*.

A organização dessas sessões apresenta um contexto de ensino e para cada um podem ser criadas mini-sessões nas quais os estudantes participantes podem ser organizados em grupos. O aprendizado colaborativo ocorre nas mini-sessões onde os participantes interagem usando o Tabulæ.

A dinâmica das atividades de ensino-aprendizagem no ambiente colaborativo do Tabulæ foi projetada de modo a estarem os alunos conectados a uma mesma mini-sessão. Desse modo ela funciona como uma exposição em quadro negro no processo tradicional de ensino. Os alunos podem copiar as construções realizadas pelo professor para sua área privada que comporta inúmeros documentos, de modo similar, ao que alunos copiam o quadro negro para o seu caderno numa situação tradicional.

O modelo teórico, proposto neste trabalho, foi aplicado em uma escola de ensino fundamental. Este estudo de caso piloto perdurou por todo o segundo semestre do ano letivo dos estudantes de uma única turma desta escola. O Capítulo a seguir descreve o desenvolvimento deste estudo de caso e apresenta uma análise dos resultados encontrados pela utilização desta tecnologia.

## Capítulo 6

# Aplicação do modelo de colaboração

Uma avaliação preliminar do modelo de colaboração proposto neste trabalho foi feita através da realização de um estudo de caso. O objetivo deste estudo foi obter indícios sobre a viabilidade de utilização do ambiente colaborativo desenvolvido e se as vantagens inerentes à utilização individual de uma aplicação de GD se estenderia a grupos de alunos, seja em cursos presenciais e/ou à distância. Desta forma, procurou-se observar fundamentalmente se houve ou não colaboração entre os participantes na realização das tarefas propostas.

O estudo de caso foi realizado em um ambiente real, com alunos de uma escola pública brasileira. Devido ao aspecto qualitativo desta pesquisa, não é possível generalizar os resultados obtidos. Essa experimentação procurou conduzir os estudantes a buscarem a colaboração entre eles, à medida que ocorria a convergência para um entendimento comum dos tópicos estudados.

Durante o desenvolvimento de uma atividade de grupo, informações foram coletadas através de monitoração feita pelo professor da disciplina, pelo autor do presente trabalho e também pela ferramenta de colaboração, e que foram matéria de estudos para análises e avaliações, num segundo momento, sobre a participação e colaboração dos estudantes. O resultado final da tarefa e todas ou a maior parte das informações que levaram ao resultado final foram reunidas e organizadas de modo a tornar possível a construção de uma memória de grupo.

Cabe ressaltar que o foco deste trabalho não foi decifrar questões pedagógicas que uma tal fórmula ou teoria de grupo poderia sugerir, portanto a análise realizada esta concentrada nas questões que envolvem a colaboração dentro deste ambiente

de aprendizado.

## 6.1 Cenário do Estudo de Caso

Os ensaios científicos para a verificação do modelo descrito no Capítulo 4 foram realizados no Colégio Pedro II <sup>1</sup> com o apoio do professor de matemática Francisco Mattos <sup>2</sup>. A introdução da tecnologia colaborativa foi realizada com os alunos da oitava série desta instituição. As atividades de aprendizagem ocorreram em aulas realizadas em laboratório com computadores interligados à rede interna.

Participaram das atividades colaborativas um total de 40 alunos, divididos em dois grupos de 20. Inicialmente, os alunos utilizaram a versão do *software* Tabulæ para uso pessoal durante dois meses, por um tempo de 45 minutos a cada 15 dias. Assim teve-se a oportunidade de observar semanalmente 20 alunos interagirem com a ferramenta, no intuito de torná-los aptos a trabalharem posteriormente numa tarefa colaborativa.

As atividades de laboratório compreenderam uma etapa preliminar, onde os estudantes tiveram um contato inicial com a ferramenta de geometria dinâmica. Na etapa posterior, o professor propôs atividades que estimulassem a interação e a colaboração entre eles.

O Moodle, um CMS, foi utilizado para apoiar as aulas em laboratório. Os conteúdos matemáticos abordados em cada atividade de laboratório tiveram um desdobramento assíncrono através do uso dos fóruns referentes a cada tópico. Nestes fóruns os alunos podiam livremente externar suas idéias e dúvidas a respeito de cada assunto abordado.

Utilizou-se também a ferramenta de *chat* do Moodle para promover discussões a respeito dos temas desenvolvidos durante os cinco meses de aulas no laboratório. Foram marcados horários especiais para sessões de *chat* (síncronos) para desenvolver, em tempo real, discussões entre os alunos e entre estes e o professor sobre as atividades em geral, o desenvolvimento do curso e dúvidas relativas aos tópicos estudados. O procedimento de tutoria procurava a menor intervenção possível por parte do professor Francisco Mattos.

---

<sup>1</sup>Unidade Centro - Rio de Janeiro

<sup>2</sup>Professor de matemática do Colégio Pedro II e interessado no desenvolvimento de ferramentas computacionais para apoiar o aprendizado presencial e/ou à distância. Doutorando em Otimização de Sistemas pela COPPE/UFRJ, com ênfase em ferramentas aplicadas ao ensino.

Todas as atividades de laboratório foram realizadas em conjunto entre o professor da disciplina (Francisco Mattos) e o autor do presente trabalho de modo que o primeiro foi o responsável por definir os tópicos a serem estudados, atribuir atividades aos seus alunos, tirar as dúvidas, orientar e desenvolver os assuntos programados, enquanto que o segundo assumiu apenas um papel de observador das atividades, não interferindo de maneira alguma durante o seu desenvolvimento no laboratório, além de orientar o professor sobre as funcionalidades presentes na ferramenta, como deveria ser o procedimento para organização das sessões colaborativas e dos grupos. Teve também participação na concepção das atividades propostas aos estudantes.

Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram as observações sobre o comportamento dos estudantes no decorrer das atividades de grupo (pois estávamos em um mesmo local físico) e a análise posterior dos registros armazenados no banco de dados do servidor do Serviço Tabulæ, o que viabilizou a recuperação das ações realizadas pelos estudantes.

De maneira geral, as análises das atividades de grupo foram feitas baseada em pontos de interesse apontados para cada atividade. Basicamente foi observado o comportamento do estudante no local físico e suas contribuições dentro do ambiente virtual durante a realização de uma sessão de discussão. Sua postura com relação a tecnologia em uso e a interação do grupo quando desenvolveu a atividade atribuída pelo professor, também foram considerados como insumos para análise do ambiente virtual e do modelo de colaboração apresentado neste trabalho.

### 6.1.1 O Ambiente de realização

Todos os experimentos aconteceram no laboratório do Colégio Pedro II, com microcomputadores conectados em um ambiente de rede local. A especificação de *hardware* desses equipamentos era a seguinte:

- Máquinas utilizadas pelos alunos:
  - 20 máquinas K6 II - 500 MHz
  - 128 MB Ram DIM 233
  - HD 20 GB
- Máquina Servidora:

- 1 máquina Duron 1.4 Gz
- 128 MB Ram DDR PC 266
- HD 40 GB.

Em todas as máquinas foram instalados a versão do SDK 1.4 (Sun Microsystems) e o aplicativo Tabulæ. Apenas na máquina servidora é que foram instalados o servidor do Serviço Tabulæ e o banco de dados. A tecnologia de banco de dados utilizada foi o HSQLDB versão 1.7.1, da Apache Software Foundation<sup>3</sup>.

Não foi utilizado nenhum recurso adicional, além dos disponíveis pelo aplicativo Tabulæ, para estimular a comunicação entre os estudantes. Muito embora os participantes trabalhassem de maneira síncrona no mesmo local físico, foram orientados para que evitassem a comunicação face-a-face, e que utilizassem a ferramenta sempre que fosse necessário interagir com alguém. Só assim poderíamos ter o registro completo das interações dos estudantes.

## 6.2 Familiarização com a Tecnologia

O contato preliminar dos estudantes aconteceu nas aulas de laboratório onde o professor utilizava a ferramenta para demonstrar dinamicamente as propriedades matemáticas apresentada em sala de aula. Durante as atividades de laboratório o professor conduziu os alunos a realizarem algumas construções geométricas e em seguida apresentarem suas respectivas conclusões relativas ao comportamento desses objetos matemáticos.

Pode-se notar que a presença desse ferramental tecnológico teve uma boa aceitação, devido a alguns comentários como o da aluna Érica da turma 801:

*A vantagem de você fazer no Tabulæ, no laboratório, é que você pode fazer testando, apagando e depois no papel fica mais fácil.*

Após essa fase de familiarização com essa tecnologia de apoio ao aprendizado de Matemática, foi apresentada aos alunos, sem nenhum anúncio preliminar, a versão colaborativa.

---

<sup>3</sup>Apache Software Foundation - Disponível em: <http://www.apache.org>. Acesso em: janeiro de 2005.

### 6.3 Experimento I - A vanguarda da colaboração

O primeiro contato dos alunos com o modelo colaborativo proposto neste trabalho aconteceu numa atividade cujo objetivo era apresentar ao estudante noções sobre semelhança de triângulos. A utilização de uma ferramenta de geometria dinâmica para explorar o aspecto geométrico desta propriedade matemática é oportuna em virtude do interessante potencial de interação entre o estudante e o objeto matemático que esse ferramental pode fornecer.

A estratégia utilizada nesta primeira experiência colaborativa consistiu na criação de uma sessão colaborativa onde o professor pudesse expor os conceitos inerentes à propriedade de semelhança de triângulos. A partir de uma tela em branco, o professor introduziu objetos matemáticos na área pública enquanto os alunos observavam e interagiam entre si utilizando a funcionalidade de *chat* disponível na ferramenta.

Participaram desta atividade um total de 20 estudantes distribuídos aleatoriamente pelo laboratório. A cada um deles foi atribuído um nome de usuário no sistema, de maneira que inicialmente nenhum deles soubesse quem é quem. Por exemplo, a aluna Mara utilizou o usuário **aluno20**.

Na listagem a seguir são apresentados os pontos que se procurou observar para esta primeira experiência:

- Nível de dispersão dos alunos em relação ao *chat* e ao que está ocorrendo na área pública durante a “explicação” do professor.
- Freqüência com que os alunos abandonam o seu equipamento para tentar comunicar-se presencialmente com o professor.
- Freqüência com que os alunos abandonam o seu equipamento para tentar comunicar-se presencialmente com o colega que está ao lado.
- Quantidade de alunos que conseguiram acompanhar a aula e realizar as tarefas sem intervenções presenciais do professor.
- Influência da estratégia colaborativa no processo de aprendizado.
- Verificação se alguém tentou usar alguma ferramenta não prevista para a aula, entre as que estão implementadas na ferramenta.

Através destes pontos de observação pretendia-se verificar (1) se os alunos estavam atentos às atividades e se conseguiam acompanhar as intervenções uns dos outros, (2) o impacto desta tecnologia na relação aluno-professor e aluno-aluno, (3) se os estudantes conseguiam executar, autonomamente, as tarefas propostas, (4) se os estudantes interagem com a pretensão discutir sobre os tópicos tratados nas atividades, planejando estratégias, tirando dúvidas e contribuindo para a construção do conhecimento coletivo e (5) a necessidade de outras funcionalidades (além das implementadas) para apoiar o processo de aprendizado dos estudantes.

Com esses quesitos assim definidos foi possível inferir se os alunos colaboraram ou não, além de permitir analisar o impacto da inclusão desta tecnologia no processo de ensino/aprendizado.

Por se tratar de uma mudança no processo de aprendizado, os estudantes inicialmente não seguiram pelo caminho da colaboração. Nessas primeiras atividades pôde-se verificar muito mais os aspectos relacionados à tecnologia do que os aspectos relacionados à colaboração.

No primeiro experimento, de fato, pôde-se perceber que a existência de uma funcionalidade de *chat* acoplado ao Tabulæ causou um clima de euforia entre os estudantes de maneira que eles interagiram muito mais uns com os outros. Algo diferente do que ocorre em uma atividade tradicional de laboratório, onde a interação entre os participantes se resume basicamente às conversas paralelas.

Durante a atividade o professor construiu na área comum aos estudantes um triângulo genérico com os seus respectivos vértices identificados por uma letra do alfabeto (ex.: vértices A, B e C). Em seguida foi pedido aos alunos que copiassem para sua respectiva área privada os vértices e os lados do triângulo que estava disponível na área pública. Pôde-se notar que alguns exploraram as funcionalidades presentes no espaço de compartilhamento e perceberam que era possível exportar os objetos matemáticos nele contido para uma outra área de trabalho. Em contrapartida, alguns alunos se detiveram apenas em repetir a figura na área privada, utilizando as ferramentas de criar pontos e retas, funcionalidade que já era familiar a eles.

Como a atividade foi desenvolvida em um ambiente físico comum a todos os estudantes e o professor, notou-se que freqüentemente alguns estudantes abandonaram o seu equipamento para tentar comunicar-se presencialmente com o professor ou com o colega que estava ao lado. De certa forma, todos os alunos de alguma maneira sempre chamavam o professor para confirmar se o que estavam fazendo estava corre-

to.

A seqüência da atividade consistiu na construção, por cada um dos estudantes, de um triângulo semelhante ao triângulo desenhado pelo professor na área pública, e foi solicitado a eles que calculassem a razão de semelhança e que apresentassem ao final, em uma folha de papel, uma justificativa para a semelhança.

O professor utilizou a área pública da única mini-sessão que reunia todos os alunos presentes no laboratório para fazer construções geométricas e motivar os alunos para a questão proposta na atividade. Durante essa etapa preliminar, os alunos observavam, em seu terminal conectado em rede no laboratório, as construções realizadas pelo professor. Os alunos receberam instruções do professor no laboratório e então copiaram os conteúdos para sua área privada. Não foi utilizado *chat* para comunicação entre professor e os alunos, porém os alunos utilizaram esta ferramenta para se comunicarem entre si. Os alunos fizeram observações e ao final escreveram um relatório sobre as atividades desenvolvidas no laboratório.

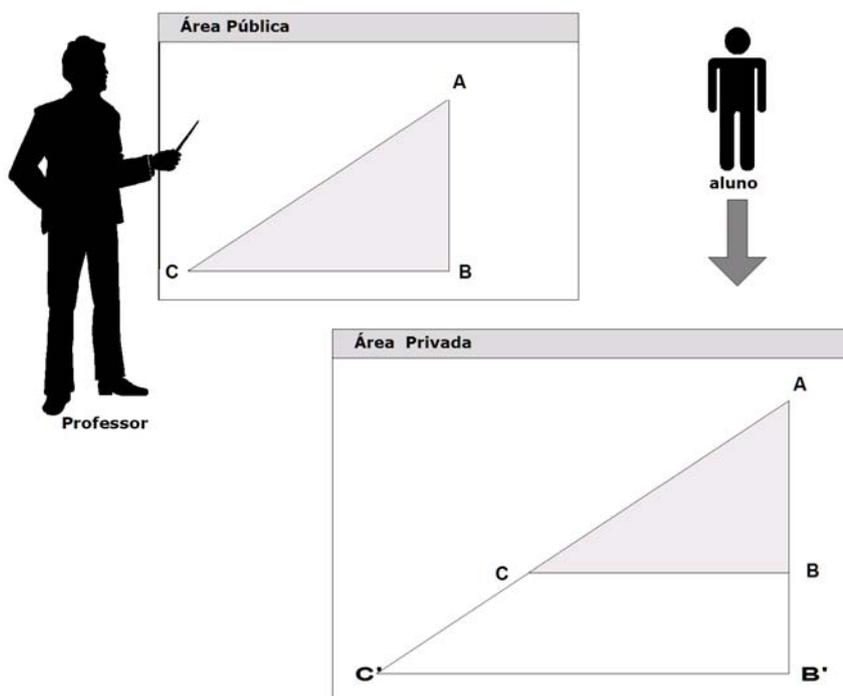


Figura 6.1: Atividade proposta pelo professor e o resultado obtido pela aluna Raíssa.

Na Figura 6.1 é apresentado o conteúdo colocado na área pública pelo professor nesta primeira sessão colaborativa. Também nesta figura está representado o resultado da aluna Raíssa para a tarefa proposta pelo professor. A justificativa desta

mesma aluna para o seu resultado é transcrito a seguir:

*Basta que 2 ângulos correspondentes sejam iguais para que os triângulos sejam semelhantes. Prolongo o segmento AB até B'C' formando AB'. Prolongo o segmento AC até encostar na paralela B' formando o segmento B'C'. O ângulo CAB pertence ao triângulo ABC e AB'C'. Os ângulos AB'C' e B'C'A são correspondentes, portanto, todos os ângulos dos dois triângulos são iguais. Logo, os dois triângulos são semelhantes.*

*No Tabulæ achei os seguintes valores:*

$$AB = 4,339 :: AB' = 6,562$$

$$AC = 9,546 :: AC' = 14,436$$

$$BC = 8,432 :: B'C' = 12,751$$

*Razões:*

$$AB / AB' = 0,661$$

$$AC / AC' = 0,661$$

$$BC / B'C' = 0,661$$

Esta atividade foi repetida na semana seguinte para os outros 20 alunos restantes da turma. Objetivando minimizar a euforia dos estudantes com relação ao *chat*, a versão colaborativa do Tabulæ lhes foi apresentada após um anúncio preliminar e após contato com colegas de classe que já haviam usado a versão colaborativa.

Mesmo sendo orientados a não utilizarem o *chat*, estavam “excitados” para usar esta ferramenta e o fizeram bastante. Resultados análogos ao desenvolvido pela aluna Raíssa durante a primeira utilização da ferramenta colaborativa também foram obtidos pelos alunos que participaram desta sessão colaborativa.

A Figura 6.2 ilustra a realização da primeira atividade colaborativa utilizando o Tabulæ no laboratório do Colégio Pedro II. Pode-se notar a atitude dos alunos nos instantes que compreenderam a sessão colaborativa. Inicialmente atentos à explicação do professor, seguindo pela realização da atividade e finalizando seus trabalhos através do registro de suas respectivas conclusões em uma folha de papel.



Figura 6.2: Imagens da primeira atividade colaborativa utilizando o Tabulæ no laboratório do Colégio Pedro II.

## 6.4 Experimento II - Constatando a colaboração

Após realizações sucessivas de atividades pelo professor no laboratório utilizando o Tabulæ colaborativo, passou o período de euforia e os estudantes começaram a interagir mais uns com os outros, de modo a tentar resolver a questão apresentada pelo professor.

Em uma destas atividades o professor organizou os estudantes de maneira a estarem reunidos em grupos de quatro. Dessa forma, cada estudante só poderia se comunicar com outros três integrantes do grupo. Na Figura 6.3 é apresentada a organização dos estudantes para realização desta atividade:

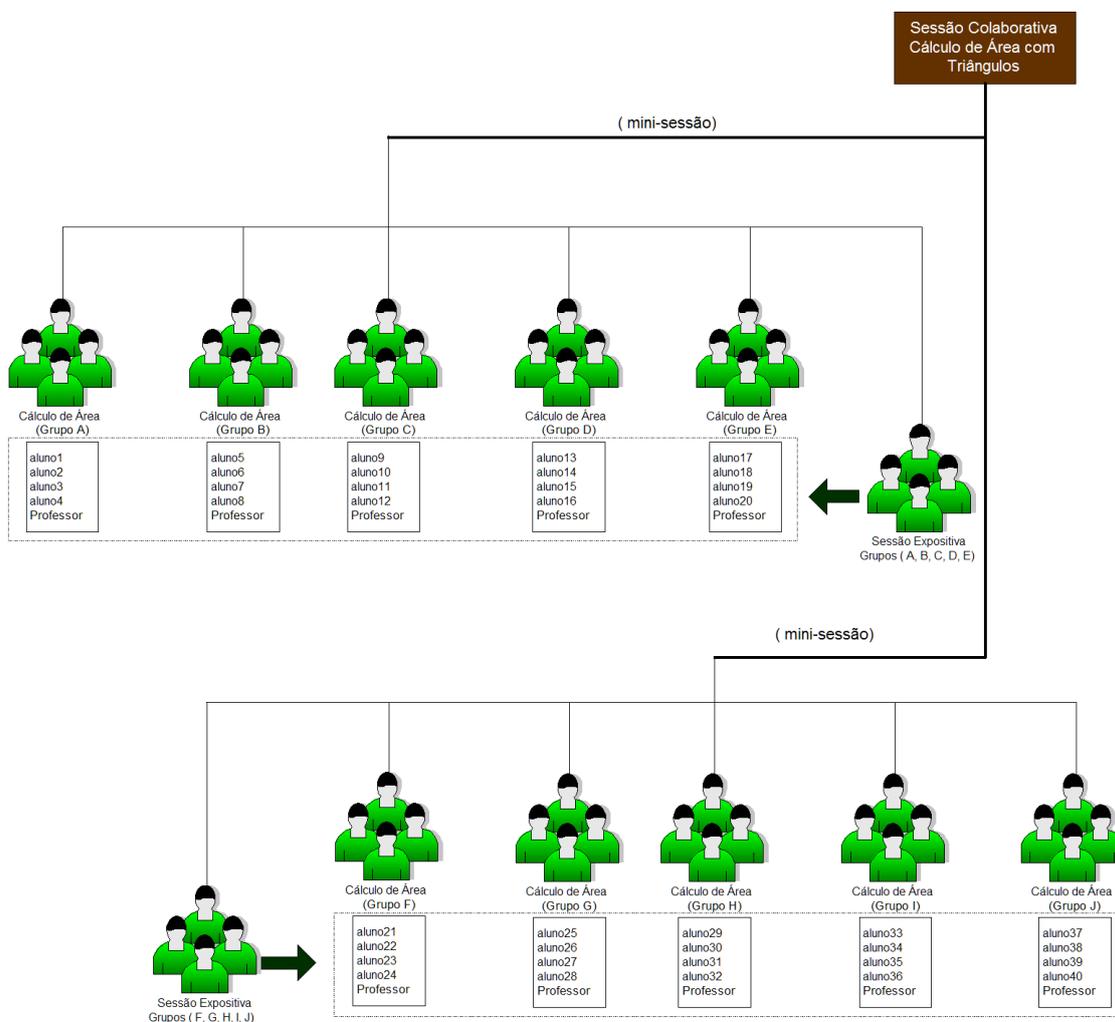


Figura 6.3: Disposição dos estudantes em grupos menores para realização de uma atividade.

A cada semana metade da turma de 40 alunos participou de uma atividade colaborativa. Para cada um desses dois conjuntos, uma outra divisão foi feita de forma a organizar os estudantes em grupos de quatro alunos. O objetivo principal era tentar estimular a colaboração entre esses estudantes trabalhando em grupo.

Então foram construídas sessões e mini-sessões para esse experimento, que foi organizado da seguinte forma:

- 1 sessão colaborativa compreendendo os 40 alunos.
- 10 mini-sessões contendo 4 estudantes e o professor. Nesta sessão os estudantes interagem entre si de modo a resolver a tarefa passada pelo professor.
- 2 mini-sessões contendo cada uma 20 alunos que participam da sessão colaborativa da semana. Através destas sessões o professor consegue chegar a todos os alunos. Será também através dela que ele irá fazer a exposição de conceitos e dos conteúdos necessários para os estudantes realizarem suas atividades de grupo.

A atividade proposta nesta sessão colaborativa diz respeito ao cálculo de áreas de um polígono genérico utilizando apenas a fórmula clássica para calcular a área de um triângulo qualquer:  $(\text{Base} \times \text{Altura}) / 2$ . Assim, o seguinte roteiro foi definido para esta atividade:

**Roteiro da atividade:**

1. Observe a Figura disponível na sua área pública de trabalho.
2. Copie a Figura disponível na sua área pública de trabalho para sua área privada para que você possa efetuar operações como: criar, mover, medir e apagar.
3. Usando apenas a fórmula:  $A_t = (\text{base} \times \text{altura}) / 2$ , desenvolva uma estratégia para calcular a área da Figura disponível na sua área pública de trabalho.
4. Ao final da atividade, utilize a folha de papel entregue pelo professor para justificar o resultado encontrado.

Inicialmente, 20 alunos da turma 801 foram inscritos em mini-sessões que formavam grupos de quatro alunos cada, além do professor. Cada uma dessas mini-sessões recebeu o nome *Cálculo de Áreas*.

Foi criada uma sessão geral com nome *Sessão Expositiva* na qual todo o grupo de 20 alunos estava inscrito. Através da sessão geral o professor fez a construção de alguns triângulos e polígonos de forma a ilustrar a questão do cálculo de áreas através da triangulação do polígono, assunto este já trabalhado em sala de aula.

Após esta primeira introdução cada aluno entrou em sua mini-sessão *Cálculo de Áreas* onde havia uma figura levemente similar à construída pelo professor na sessão expositiva. Como todos os alunos estavam em um mesmo ambiente físico, foi colocada em cada mini-sessão uma construção diferente, de modo a evitar que os alunos de grupos distintos se comunicassem verbalmente na tentativa de ajudar e/ou ser ajudado em sua atividade. Essa abordagem teve como consequência o direcionamento dos estudantes para a interação com os outros integrantes da sua mini-sessão.

Os alunos de cada grupo podiam se comunicar em cada mini-sessão, com seu grupo e com o professor. Ao final, os alunos escreveram um pequeno relatório sobre as atividades da aula.

Durante a atividade, os alunos procuravam identificar quem fazia parte de seu grupo o que implicava muitas vezes na comunicação oral entre os membros. A tarefa de localização era facilitada pelo uso do *chat*, pois em uma desta mini-sessão só é possível a comunicação entre os seus membros.

Os registros das intervenções dos participantes durante a sessão foram armazenados no banco de dados. Analisando a contribuição e participação dos membros do Grupo D, por exemplo, podemos notar que os alunos Ingrid e Helder têm soluções diferentes para resolver o problema. Durante a interação do grupo para se definir a estratégia de resolução, esses dois alunos tentam passar um ao outro a sua respectiva idéia.

Nota-se (Figura 6.4) que Helder optou por dividir o seu polígono em dois triângulos enquanto que Ingrid dividiu em dois triângulos e um retângulo. Ambos tiveram sucesso em suas abordagens.

No Grupo D, pode-se observar que os estudantes planejam sua estratégia e discutem entre si a solução idealizada para atacar o problema.

Assim como na maioria dos grupos, a primeira mensagem que aparece no *chat* é justamente uma iniciativa para tentar descobrir quais os integrantes que estão junto deles. Isso também aconteceu com o Grupo A, conforme ilustrado na Figura 6.5 quando o aluno Artur inicia a discussão da seguinte forma: *Quem eh A?*

Esse grupo, embora também fosse composto por quatro alunos, para esta atividade em especial teve apenas dois integrantes, Artur e Amanda, participando da mini-sessão, pois os outros membros deste grupo não estavam presentes nesta aula.

helder envia mensagem para Todos: quem estah no grupo D?  
 ingrid envia mensagem para Todos: eu, helder  
 helder envia mensagem para Todos: quem mais?  
 ingrid envia mensagem para Todos: como copia a figura p o documento?  
 helder envia mensagem para Todos: vc seleciona a figura depois clica em exportar  
 ingrid envia mensagem para Todos: valeu.....  
 ingrid envia mensagem para Todos: como eu faço 1 reta perpendicular?  
 helder envia mensagem para Todos: acho q tem q selecionar um ponto e depois vai em contruir reta perpendicular  
 ingrid envia mensagem para Todos: helder, o q vc tah fazendo?  
 helder envia mensagem para Todos: tracei uma reta passando pelo ponto lah em cima na esquerda e  
 helder envia mensagem para Todos: lah em baixo na direita  
 ingrid envia mensagem para Todos: vc vai fazer a area de 2 triangulos e do retangulo?  
 helder envia mensagem para Todos: nao, soh de 2 triangulos.....eu tracei apenas uma diagonal q dividiu a figura toda  
 ingrid envia mensagem para Todos: deu 51.044?  
 ingrid envia mensagem para Todos: hein?  
 ingrid envia mensagem para Todos: eu dividi em 2 triangulos e 1 retangulo....  
 helder envia mensagem para Todos: no meu deu 45.054  
 ingrid envia mensagem para Todos: o trapezio todo?  
 helder envia mensagem para Todos: eh, eu achu q nao pode dividir deixando um trapezio...  
 helder envia mensagem para Todos: soh pode usar a formula do triangulo  
 ingrid envia mensagem para Todos: n, eu perguntei....mas eu n uzei a formula do trapezio...  
 ingrid envia mensagem para Todos: eu useei a formula do retangulo...  
 helder envia mensagem para Todos: eu fiz diferente....soh usei formula do triangulo...  
 helder envia mensagem para Todos: dividi a figura em 2 triangulos apenas  
 ingrid envia mensagem para Todos: era p a area c a mesma neh...  
 helder envia mensagem para Todos: axu q sim...ih, agora me confundiu legal  
 ingrid envia mensagem para Todos: eu refiz e deu 44....  
 jonathan envia mensagem para Todos: Presunto, como se faz a altura?  
 igor envia mensagem para Todos: clik no ponto depois na reta usando o shift!!! depois vai em construir "reta"...  
 igor envia mensagem para Todos: perpendicular

Figura 6.4: Diálogo entre os alunos do Grupo D - Helder, Ingrid, Jonathan e Igor.

Observa-se que com esta dupla a interação aconteceu justamente quando os estudantes tentaram comparar seus respectivos resultados. Neste grupo aparentemente não houve muita interação para planejar a estratégia de resolução. Cada membro trabalhou em sua solução e posteriormente comparou com o outro integrante para verificar se a sua solução estava correta.

Diferentemente dos grupos apresentados anteriormente, no Grupo C nota-se claramente (Figura 6.6) o processo de colaboração entre os estudantes. Neste grupo o aluno Guilherme destaca-se como o líder da discussão, pois transmite segurança com relação ao assunto em questão e apresenta-se aparentemente confortável e familiarizado com a tecnologia em uso.

Observa-se isto justamente pelo fato de que os outros integrantes do Grupo C, Fernanda e Patê, recorrerem a ele ajuda para entender e resolver a atividade.

```

arthur envia mensagem para Todos: quem eh A?!
amanda envia mensagem para Todos: eeu!!!
arthur envia mensagem para Todos: flw!
amanda envia mensagem para Todos: por acaso a gente pode medir pra poder saber a área???
arthur envia mensagem para Todos: vou perguntar
arthur envia mensagem para Todos: se puder eh só fazer base menor + bas maior vezes altura dividido por 2
amanda envia mensagem para Todos: tipo...eu já tô fazendo aqui!
amanda envia mensagem para Todos: a gente divide em dois triângulos e depois vai vendo as medidas
arthur envia mensagem para Todos: eh..tipo, pode medir as retas?
amanda envia mensagem para Todos: eu acho que sim...pelo menos eu tô começando a medir
amanda envia mensagem para Todos: vou perguntar pro professor se pode modificar a figura
amanda envia mensagem para Todos: eu dividi o trapézio em dois e depois eu vou medir
arthur envia mensagem para Todos: tenque fazer 2 triagulos retangulos e um quadrado!
amanda envia mensagem para Todos : o professor acabou de dizer que tá certo!!!!
arthur envia mensagem para Todos: amanda num se isquece de nomear os pontos!
amanda envia mensagem para Todos: já nomeei
arthur envia mensagem para Todos: naum c esquec d fazer a altura! seleciona ponto e arte aoposta a ele
arthur envia mensagem para Todos: faz uma reta perpendicular e depois esconde a reta...
arthur envia mensagem para Todos: e faz c/ o outro também e deixa só a reta da altura!
arthur envia mensagem para Todos: a area do trapezio deu 31.09!! c axo issuu??
arthur envia mensagem para Todos: ops! 31.079
arthur envia mensagem para Todos: a area do triangulo ACB deu 21.306
arthur envia mensagem para Todos: e do BDC deu 9.774
amanda envia mensagem para Todos: vou fazer agora
arthur envia mensagem para Todos: blz, c precisar d ajuda fala!!
arthur envia mensagem para Todos: demus sorte de pegar uma das figuras mais faceis...
arthur envia mensagem para Todos: nomeio td certinhu tipow... Area do triangulo 1 =
arthur envia mensagem para Todos: e etc...
arthur envia mensagem para Todos: amanda o qq ehpra escrever na folha de papel??
amanda envia mensagem para Todos: todos os passos do trab
amanda envia mensagem para Todos: os dados...td

```

Figura 6.5: Diálogo entre os alunos do Grupo A - Amanda, Artur, Arnould e Ana Clara.

Durante a atividade colaborativa, o aluno Guilherme ajuda o aluno Patê enquanto que a aluna Fernanda faz intervenções demonstrando estar aparentemente confusa, como por exemplo: *o q eu faço primeiro?*

Pode-se perceber que Patê assimilou a idéia justamente quando ele toma a iniciativa para tentar sanar a dúvida de Fernanda, ainda com dificuldades para entender o assunto.

Durante a mini-sessão, Guilherme solicita verbalmente ao professor permissão para escrever na área pública, fato este acontecido após a tentativa dele de representar o objeto matemático, através do *chat*, no intuito de tornar mais clara a sua explicação. Ao final, Fernanda também consegue terminar sua atividade.

Nota-se neste grupo que, diferente dos anteriores, não acontece aquele diálogo inicial sobre quem está ou não no grupo. Talvez isso não tenha acontecido justamente pelo fato de que os participantes deste grupo já estivessem familiarizados com a tecnologia, buscando esta informação no detalhe da sessão, controle este disponível na área pública para consulta do estudante.

guilherme envia mensagem para Todos: E aew.. faz oq?  
 guilherme envia mensagem para Todos: nomeie os lados do paralelogramo...  
 gustavop envia mensagem para Todos: guilherme como eu fasso essas retas  
 guilherme envia mensagem para Todos: primeiro dse tudo... janela alinhamento vertical  
 guilherme envia mensagem para Todos: depois clica na setinha vermelha e seleciona todo o paralelogramo  
 guilherme envia mensagem para Todos: agora CLICA NO ICONE DE TRANSPORTAR  
 gustavop envia mensagem para Todos: e como vou transportar?  
 guilherme envia mensagem para Todos: EH O DO LADO DO BLOCO DE NOTAS... E DO ?  
 guilherme envia mensagem para Todos: agora nomeie os lados  
 gustavop envia mensagem para Todos: como eu fasso as retas verticais?  
 fernanda envia mensagem para Todos: o q eu faço primeiro?  
 gustavop envia mensagem para Todos: como nomeio os lados?  
 fernanda envia mensagem para Todos: COMO EU FAÇO AS PERPENDICULARES? (GUILHERME)  
 guilherme envia mensagem para Todos: clica nas vertices, depois clica com shift nas retas  
 guilherme envia mensagem para Todos: dpois vai em constriur; criar retas; perpendicular...  
 fernanda envia mensagem para Todos: GUILHERME, EU Ñ TÔ CONSEGUINDO ACHAR A MEDIDA DO QUADRADO  
 fernanda envia mensagem para Todos: já sei  
 guilherme envia mensagem para Todos: eu sabia... se liga, crie segmentos de retas sobre os lados tipo:  
 guilherme envia mensagem para Todos: cria aki vv e aki vv \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ /// depois mede  
 gustavop envia mensagem para Todos: eu tenho q falar que construi tb as perpendiculares?  
 guilherme envia mensagem para Todos: faz primeiro a area dos triangulos depois a area do retangulo...  
 guilherme envia mensagem para Todos: depos soma tudo... sacaram????  
 guilherme envia mensagem para Todos: axo q soh no papel...  
 fernanda envia mensagem para Todos: GUILHERME, VC Ñ ME AJUDOU EM NADA...  
 fernanda envia mensagem para Todos: O MEU RELATÓRIO VAI FIKAR BEM DIFERENTE DO SEU.  
 guilherme envia mensagem para Todos: ueh, q eu falei num ta certinho  
 fernanda envia mensagem para Todos: VC SÓ QUER SABER DE AJUDAR O PATÊ E EU Q ME VIRE  
 guilherme envia mensagem para Todos: se liga.. PATÊ.... faz as Áreas dos Triangulos primeiro.... a dos dois  
 guilherme envia mensagem para Todos: dpois faz a do quadrado, dpois fala comigo, msg me!!  
 gustavop envia mensagem para Todos: po eh facil Fernanda....ta tudo no quadro....o complicado eh soyh o texto  
 gustavop envia mensagem para Todos: eu ja fiz tudo isso  
 fernanda envia mensagem para Todos: COM O GHUILHERME FAZENDO PRA VC ATÉ EU PATÊ  
 guilherme envia mensagem para Todos: pega a base do triang, e a altura... multiplica e divide por dois...  
 guilherme envia mensagem para Todos: sabe qual eh a base??  
 fernanda envia mensagem para Todos: GUI COMO EU FAÇO A ÁREA DO TRIÂNGULO?  
 fernanda envia mensagem para Todos: EU ACHEI AS MEDIDAS DOS LADOS  
 guilherme envia mensagem para Todos: achou a perpendicular??  
 gustavop envia mensagem para Todos: agora eh soh somar as 3 areas...mais naum esquece de botar cm quadrados!!!!  
 fernanda envia mensagem para Todos: PÔ GUILHERME VALEU... AGORA CONSEGUI ACHAR A ÁREA DA FIGURA.

Figura 6.6: Diálogo entre os alunos do Grupo C - Guilherme, Gustavo Patê, Fernanda e Gustavo Aquino.

As imagens referentes a esta atividade realizada no Colégio Pedro II estão ilustradas na Figura 6.7. De fato, observa-se a concentração e o foco dos estudantes

para realizarem suas atividades.

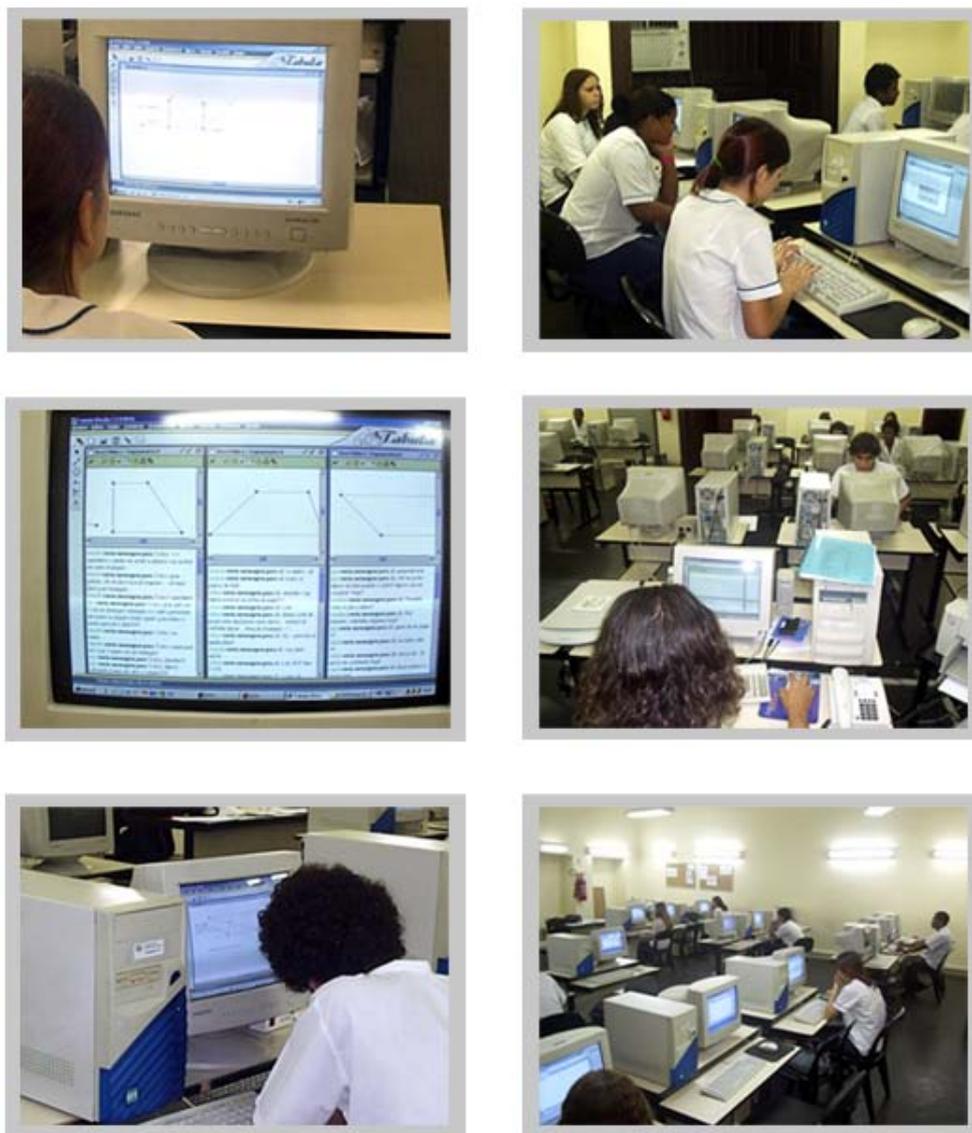


Figura 6.7: Imagens de uma atividade colaborativa utilizando o Tabulæ no laboratório do Colégio Pedro II.

## 6.5 Análise dos Resultados

Em se tratando desta nova tecnologia, de fato pode-se enumerar possibilidades de sistematização, classificação e organização para sua utilização. Portanto, apresentou-se aqui uma situação que se assemelha a um caso comumente visto nas salas de aula

tradicionais brasileiras.

Considerando os dois cenários discutidos para o uso desta tecnologia, houve destaque para a situação onde a atividade de aprendizagem é monitorada pelo professor.

Assim, o planejamento utilizado para realização das atividades com os alunos do Colégio Pedro II aconteceu de acordo com as seguintes etapas:

- Aula teórica sobre um assunto específico;
- Aula com resolução de exercícios pelo professor, no estilo professor resolve no quadro com o chamado de alunos a participar (como normalmente acontece numa situação presencial com quadro negro);
- Exercícios para serem resolvidos pelos alunos atuando colaborativamente, com possibilidade de intervenção do professor para tirar dúvidas durante as sessões;

Nas duas primeiras etapas desse planejamento os alunos apenas observavam o professor e atentavam ao conteúdo por ele apresentado. Na etapa seguinte, os alunos trabalharam em grupos, de modo a enveredarem em busca de uma estratégia para resolverem as atividades propostas. Justamente neste momento, a colaboração aconteceu. A interação entre os estudantes tentando encontrar uma estratégia para resolverem a atividade proposta pelo professor foi provavelmente o motivador que promoveu a colaboração.

Quando a sessão colaborativa tinha apenas uma mini-sessão, ou então quando tinha uma mini-sessão que agrupasse todos os alunos, notaram-se alguns problemas para manter a atenção dos estudantes no professor. Nessas situações, a funcionalidade de *chat* foi muito utilizada, e muitas vezes o estudante perdia o foco nas atividades. Com isso, pôde-se perceber, principalmente nas sessões expositivas, que os alunos se dispersavam, procurando sempre que possível “brincar” com algum outro participante. Esse comportamento aconteceu provavelmente por causa da nova tecnologia e metodologia de trabalho e também devido ao tipo de público envolvido, compreendido em sua totalidade por adolescentes.

Nas atividades preliminares com esta tecnologia, os estudantes, após se conectarem na sessão colaborativa tinham acesso ao espaço compartilhado. Após lerem a atividade proposta, muitos tentavam realizá-la através da manipulação dos objetos de domínio público. Muitos deles reclamavam dizendo que a ferramenta estava com

algum problema, pois não era possível trabalhar diretamente sobre esses objetos. Naturalmente, com o decorrer das atividades de laboratório, os estudantes foram entendendo o conceito de espaços públicos e privados, passando a se sentir mais confortáveis com a tecnologia.

Como qualquer estudo de caso real, houve algumas limitações que impediram um melhor desenvolvimento deste trabalho. São elas:

- o tempo alocado para o desenvolvimento de cada atividade no laboratório não era suficiente. Devido a restrição do tempo de aula, algumas atividades ficaram prejudicadas, pois tiveram que ter o seu escopo reduzido. Também não havia disponibilidade de horário do laboratório para que fosse possível agendar atividades com os alunos fora do horário normal.
- término do período letivo justamente quando os estudantes estavam começando a se sentir confortáveis com este tipo de tecnologia. Como toda mudança de metodologia exige um período de adaptação, este estudo de caso não foi diferente. Nas atividades finais deste estudo piloto, pôde-se notar o estabelecimento de uma atmosfera de colaboração, pois estes se apresentavam muito mais dedicados e focados nas atividades, procurando sempre interagir trocando os seus pontos de vistas e apresentando seus resultados.
- problemas de *hardware* em algumas máquinas e problemas na rede intranet do colégio. Algumas atividades foram prejudicadas e até mesmo abortadas devido ao mau funcionamento da intranet.

Obviamente, existem algumas variáveis que podem levar a distorções nos resultados. Algumas dessas variáveis são listadas abaixo:

- a proximidade das provas finais.
- o interesse por uma melhor avaliação individual.
- o desinteresse do aluno por estar em uma situação “de que não há mais nada a fazer”.
- o desinteresse do aluno por se achar “um caso perdido”.

No entanto, pôde-se notar que a utilização de um *software* de Geometria Dinâmica despertou bastante interesse entre os estudantes. Esse interesse se transformou em euforia justamente quando a comunicação entre eles foi facilitada.

Com isso, pode-se inferir que a ferramenta de GD adicionada à componente de colaboração provê um ambiente no qual os estudantes podem experimentar livremente, interagindo em grupo, discutindo e negociando suas perspectivas sobre o problema e convergindo para um entendimento comum sobre o assunto. O aprendizado neste tipo de aplicação aparenta ser muito mais motivante e interessante.

Assim, acredita-se que este trabalho possa contribuir para que os alunos passem a perceber a Matemática como um conteúdo onde a compreensão é mais importante que a memorização, respondendo aos anseios de seus professores.

# Capítulo 7

## Conclusão

O objetivo deste trabalho foi definir um modelo para apoiar o ensino-aprendizagem de Matemática através da união de dois conceitos interessantes: a **Geometria Dinâmica** e a **Aprendizagem Colaborativa**.

Para isso, foi feito um estudo das características do processo de ensino-aprendizagem de GD, das principais ferramentas existentes hoje para apoiar esse processo, bem como as abordagens comumente utilizadas por professores quando fazem uso dessa tecnologia para desenvolver os seus trabalhos e ajudar os estudantes em suas atividades de aprendizado. As questões inerentes ao processo de aprendizagem colaborativa também foram estudadas, assim como as implicações decorrentes da utilização da tecnologia de computador.

Este trabalho relatou também uma implementação de referência que suporta esse modelo teórico - o **Serviço Tabulæ**. Esse serviço viabiliza um ambiente de colaboração destinado ao aprendizado de Geometria, através da comunicação síncrona de conteúdo matemático.

Por último, mas não menos importante, foi apresentado um estudo de caso controlado, realizado de modo a validar o modelo teórico e a utilização desta ferramenta tecnológica. Foi feita também uma análise dos resultados e das dificuldades encontradas para aplicar a proposta em um cenário real.

### 7.1 Contribuições

De acordo com O'Malley (O'Malley & Scanlon, 1990), uma maneira de incentivar os estudantes a pensarem seus próprios modelos mentais é proporcionar oportunidades de manipular as variáveis, conjecturar sobre seus valores e observar o comportamento

dos objetos que delas dependem. Acreditamos que, a partir de técnicas colaborativas acopladas a *softwares* de GD, é possível contribuir com professores e alunos neste processo.

Técnicas investigativas executadas em processos colaborativos capacitam melhor os estudantes na construção de um conhecimento comum aos membros envolvidos. Durante um diálogo realizado no *chat* do Moodle entre o professor e a aluna Érica, ela reconhece as vantagens do uso do *software* para sua melhor aprendizagem:

- ...
- Érica: A vantagem de você fazer no Tabulæ, no laboratório, é que você pode fazer testando, apagando e depois no papel fica mais fácil.
- Érica: Já reparei isso. Fica mais fácil para tirar conclusões.
- ...

Foi observado que o uso em conjunto do Tabulæ Colaborativo com o curso de suporte e apoio através dos fóruns de discussões e comunicação “on-line” através de *chat* parece ser muito interessante, pois neste ambiente é notória a colaboração entre estudantes.

Um outro ponto observado foi a real carência de ferramentas que promovam a colaboração matemática, acopladas a ambientes CMS. Isto aparece claramente neste diálogo travado numa sessão de *chat* do Moodle, entre a estudante Aline e o professor, a respeito de uma construção geométrica que a estudante fez pra responder a uma dúvida de outro estudante, Carlos.

- ...
- Aline: Professor, onde eu posso colocar o “desenho” que fiz pro Carlos?
- Aline: Professor, eu posso colocar o “desenho” num tópico de discussão em algum fórum?
- ...
- Aline: Professor, eu posso publicar a figura que eu fiz para quem está com dúvidas em achar a raiz na reta real?

- ...
- Carlos: Caramba! Entendi mesmo aquela “parada” de raiz!!! Valeu Aline.
- ...

A solução encontrada por Aline, que não possuía o Tabulæ Colaborativo em casa, foi fotografar com máquina digital a solução que fez no papel A4. Em seguida inseriu a imagem em um fórum de discussão juntamente com sua explicação para a construção feita.

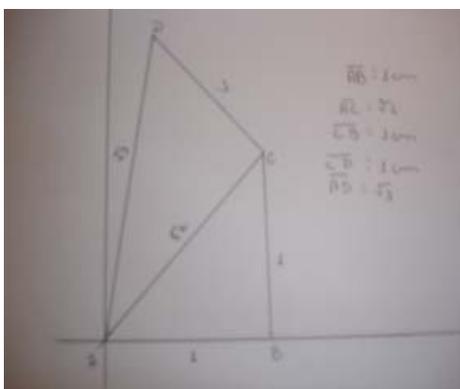


Figura 7.1: Fotografia inserida pela aluna Aline no fórum do Moodle.

A combinação desses dois enfoques, experimentação e colaboração, fornece um ambiente onde as interações ocorrem das seguintes formas: entre um estudante e um objeto ou construção geométrica, entre estudantes ou entre grupos de estudantes. O modelo de colaboração apresentado é flexível o suficiente para permitir que o professor planeje suas aulas propondo situações-problemas que devem ser resolvidos em grupo.

Os estudantes entram em sessões colaborativas e cada um é capaz de construir sua solução em áreas privadas, apresentar sua própria perspectiva sobre o problema descrevendo-o para seus colegas e discutindo suas idéias na área pública, além de se comunicarem através do *chat*. Finalmente, os grupos podem expor seus resultados para outros grupos e para o professor.

Considerando tudo que foi descrito até o presente momento, as reais contribuições deste trabalho foram:

- a definição de um modelo de colaboração para apoiar o ensino/aprendizado de

Geometria. Esse modelo é suficientemente flexível para ser implementado em outras ferramentas disponíveis atualmente no mercado.

- uma implementação de referência que suporta o modelo teórico. Através dela, o estudante pode enviar em tempo real sua construção para outro usuário através de uma rede Intranet ou Internet. Dessa forma, um aluno pode colaborar com seus colegas de maneira a resolver problemas em conjunto ou solucionar dúvidas com um professor. O serviço colaborativo encontra-se em fase de experimentação, com uso restrito a grupos de controle.
- a ferramenta *Tabulæ* em sua forma “standalone”, para uso individual, com um conjunto completo de funcionalidades equivalente a um *software* convencional de Geometria Dinâmica. Essa ferramenta, sem as funcionalidades de colaboração, já se encontra em uso por diversas escolas na cidade do Rio de Janeiro. Devido a estabilidade atual da ferramenta, esta foi utilizada sem problemas no estudo de caso;
- um instrumento adicional de avaliação para o professor, pois é possível obter relatórios detalhados das interações dos alunos. A memória do grupo é mantida e pode ser recuperada de uma forma que é possibilitada a percepção, passo a passo, das ações desempenhadas pelos estudantes. Foi utilizado a tecnologia de banco de dados, como meio de armazenamento permanente destes dados. O acesso aos relatórios é viabilizado pelo ambiente administrativo do **Serviço Tabulæ**.
- os resultados de um estudo de caso em um cenário real, e a análise do autor contemplando o contato preliminar dos estudantes com a tecnologia e sua posterior adaptação. Este relato poderá servir como base para outros pesquisadores ou mesmo professores que desejam implantar esta tecnologia em ambientes similares.

O compartilhamento de construções geométricas constitui-se na grande inovação desta tecnologia desenvolvida. É possível vislumbrar o uso desse ferramental (1) como veículo de comunicação em aulas ministradas ao vivo em uma rede Intranet/Internet, e/ou (2) como veículo de trabalho colaborativo e de estudo em grupo, sem impor qualquer restrição seja à localização geográfica ou largura de banda de comunicação disponível para qualquer participante.

## 7.2 Trabalhos Futuros

O Tabulæ tem sido utilizado em escolas públicas e privadas e seus benefícios são conhecidos a partir de agora. Os próximos passos serão experimentar mais o modelo de colaboração proposto e a aplicação construída de modo a descobrir novas oportunidades para melhorar ainda mais o processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Outros caminhos de pesquisa podem ser desenvolvidos considerando o presente trabalho. Algumas dessas oportunidades são listadas abaixo:

- elaboração de um protocolo para comunicação de objetos matemáticos de modo a viabilizar a integração com outros aplicativos de Matemática como Maple, Cabri Géomètre, Geometer's Sketchpad, Cinderella, Mathematica.
- uso da memória do Tabulæ para definir ferramentas de avaliação para o professor e de auto-avaliação para os alunos.
- evolução desse modelo colaborativo através da definição de outros papéis com responsabilidades específicas. Alguns destes papéis poderiam ser o de *Mediador* para guiar as discussões ou então um *Inquisidor* para instigar os participantes através de questionamentos sobre o tópico em questão, possa dar mais dinâmica e incentivar ainda mais a participação colaborativa.
- desenvolvimento de ferramentas similares adequadas a outros domínios como Física, Química e demais áreas onde a interação de grupo mediada pelo computador possa enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.
- generalização do **Serviço Tabulæ**, de modo a transformá-lo em uma plataforma de trabalho colaborativo e de estudo em grupo. Através da transformação do servidor do **Serviço Tabulæ** num veículo exclusivamente para mediar a comunicação entre ferramentas, teríamos então um ambiente verdadeiramente colaborativo, onde seria possível integrar planilhas, calculadoras, editores de textos, *softwares* em geral, deixando a cargo da aplicação cliente, a preocupação com o tratamento adequado da mensagem enviada e/ou recebida por cada uma delas. A definição deste serviço atrelada a um protocolo único de colaboração, parametrizável de tal forma a viabilizar integrações de

qualquer ordem, daria origem a uma nova classe de aplicações: as *aplicações intercomunicáveis*.

Essas são apenas algumas opções de pesquisas futuras. Espera-se que esse estudo não termine por aqui, e sim, que se torne um motivador para incentivar novas descobertas.

### 7.3 Considerações Finais

Apesar do grande interesse existente por novas ferramentas de ensino, verifica-se um número muito reduzido de iniciativas de desenvolvimento de ferramentas para o ensino de Matemática. Em geral restringe-se a programas isolados, muito específicos como o **Algebra Jam** (Singley et al., 2000), um ambiente de aprendizado colaborativo que possibilita aos estudantes colaborarem sincronamente para resolverem problemas envolvendo modelagem algébrica.

Este trabalho apresentou uma alternativa tecnológica fundamentada em um modelo teórico para apoiar a colaboração no processo de ensino/aprendizado de Geometria. Foram apresentadas também, as principais características desta tecnologia, como programa de Geometria Dinâmica e como está estruturado para prover o compartilhamento de construções e seu conseqüente uso como ferramenta de colaboração.

Espera-se que os resultados e as análises apresentadas aqui possam auxiliar em futuras pesquisas na área de Ciência da Computação e de Aprendizado Colaborativo, pois o sistema educacional brasileiro vem vivendo um processo de reestruturação em que fica cada vez mais clara a necessidade de investimento em tecnologias de comunicação e informação no sentido de promover a efetiva inclusão digital.

A relevância social, neste momento, do desenvolvimento de ferramentas computacionais de ensino para o sistema educacional brasileiro é indiscutível, pois a disponibilidade, nas escolas, de boas ferramentas para o ensino em disciplinas específicas é fundamental para garantir que o investimento em facilidades computacionais renda os benefícios esperados pela sociedade, de melhorar as condições de ensino.

O desenvolvimento do modelo teórico e o ambiente virtual que o suporta, para auxiliar o processo ensino/aprendizagem de Geometria, com certeza, está beneficiando as condições de ensino em Matemática, em Desenho e em Geometria Des-

critiva. A utilização desta ferramenta vai permitir uma visão mais focada na resolução de problemas, fazendo com que o ensino destas disciplinas possa se tornar mais estimulante.

# Apêndice A

## Plano de Aprendizizado

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM GEOMETRIA DINÂMICA

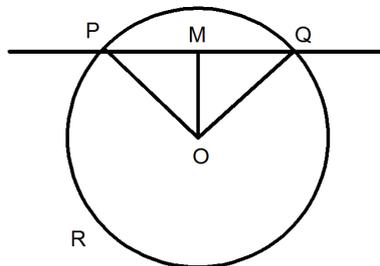
Luiz Carlos Guimarães <sup>1</sup> e Elizabeth Belfort <sup>2</sup>

Instituto de Matemática da UFRJ

Nesta oficina, estamos utilizando o Tabulæ, um programa de Geometria Dinâmica desenvolvido pelo nosso grupo no Instituto de Matemática da UFRJ. Durante seu trabalho, você vai precisar aprender a usar o programa, para realizar uma série de construções. Anexado a este texto, você encontrará uma Lista de Procedimentos <sup>3</sup>, elaborada para ajudar você nesta tarefa. Consulte-a sempre que achar necessário.

### **ATIVIDADE 1: TANGENTES A UMA CIRCUNFERÊNCIA POR UM PONTO DA CURVA.**

Na Tela 1, encontramos a figura abaixo onde:



---

<sup>1</sup>lcg@labma.ufrj.br

<sup>2</sup>beth@im.ufrj.br

<sup>3</sup>vide apêndice B

1. O ponto M é o ponto médio do segmento PQ. Qual a propriedade das cordas de círculo envolvendo seus pontos médios que está sendo destacada nesta figura?
2. Usando o mouse (“agarre” Q, e “arraste”), aproxime os pontos P e Q e observe o que acontece com a reta secante e com o ponto M.
3. Explique o título da tela: “Tangente como limite de secantes por um ponto”.
4. A partir de suas conclusões nos itens anteriores, trace uma reta tangente a esta circunferência pelo ponto R. Após decidir o que é necessário fazer, consulte a lista de procedimentos ao final deste texto.
5. Após construir a reta tangente, clique sobre o ícone  (mover objetos) e movimente o ponto R. Se sua construção tiver explorado as propriedades matemáticas corretamente, a reta que você construiu no item anterior acompanhará o movimento do ponto, e permanecerá sempre tangente à curva.

## **ATIVIDADE 2: TANGENTES A UMA CIRCUNFERÊNCIA POR UM PONTO EXTERIOR À CURVA.**

Crie uma nova tela de trabalho (ver procedimento O\_3). Construa um círculo, e um ponto livre, exterior a este círculo (procedimentos C\_0 e P\_0). Chame o ponto de P (procedimento O\_1). Peça para que o Tabulæ construa as retas tangentes à circunferência passando pelo ponto P (procedimento C\_4). Retorne ao ícone  (mover objetos) e movimente o ponto P, e verifique que as retas criadas permanecerão sempre tangentes. Discuta o que acontecerá se o ponto P for movido para: (a) uma posição sobre a curva. (b) para o interior do círculo.

**OBSERVAÇÃO:** Este procedimento, embora muito prático, não nos permite explorar as propriedades das retas tangentes, da mesma forma que fizemos na Atividade 1. Se já conhecemos bem estas propriedades, não há problemas em utilizar este recurso. Porém, se não estivermos suficientemente familiarizados com elas, isso poderá interferir na nossa capacidade de resolver novos problemas. Teste seu conhecimento sobre as propriedades das tangentes resolvendo a próxima atividade.

**ATIVIDADE 3: PROBLEMAS DE TANGÊNCIA.** Abra a Tela 2 (procedimento O\_2). Você encontrará uma tela com os três problemas abaixo:

1. Construa uma circunferência, com raio igual ao segmento  $r$ , que seja tangente à reta azul no ponto  $P$ . Discuta o número de soluções. (Para aprender a traçar uma circunferência dado seu raio, veja o procedimento C\_1.)
2. Construa uma circunferência passando pelo ponto  $Q$ , que tenha raio igual ao segmento  $r$ , e que seja tangente à reta azul.
3. Construa uma circunferência tangente à reta verde no ponto  $M$ , e que passe pelo ponto  $N$ . Discuta o número de soluções.

Abra a Tela 3 (O\_2). Você encontrará uma tela com os problemas abaixo:

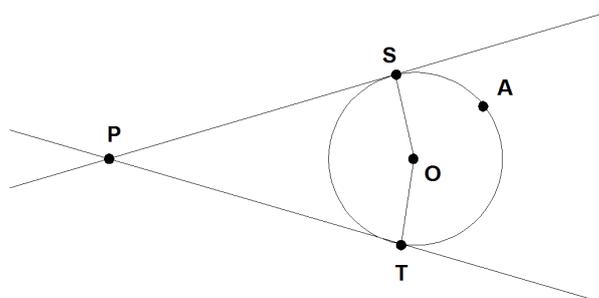
4. Construa uma circunferência tangente, simultaneamente, às retas azul e verde, e que passe pelo ponto  $P$ . Discuta o número de soluções para este problema.

OBSERVAÇÃO: Você vai provavelmente sentir dificuldade em encontrar estratégias para resolver este problema. Seria interessante que, antes de explorar esta tela, você estudasse um pouco mais o traçado das tangentes ao círculo. Trabalhe em seguida as ATIVIDADES COMPLEMENTARES 1 e 2.

5. Construa uma circunferência com raio igual ao segmento  $r$ , que seja tangente, simultaneamente, às retas azul e verde. Discuta o número de soluções para este problema.

### ATIVIDADE COMPLEMENTAR 1: TANGENTES A UM CÍRCULO POR UM PONTO EXTERIOR.

Abra a Tela Comp1 (procedimento O\_2). A figura que você encontra aqui é igual à que você construiu na ATIVIDADE 2. Vamos explorar as propriedades geométricas desta figura, através do estudo de dois triângulos congruentes:  $PSO$  e  $PTO$ .



---

Inicie seu estudo verificando que esses triângulos são realmente congruentes, pois se trata de dois triângulos retângulos (como sabemos disso?), com um cateto igual (qual e por que?) e hipotenusa comum, o segmento PO. Esta congruência nos dá uma série de propriedades interessantes. Responda as perguntas abaixo, justificando suas respostas (construa novas linhas na tela, se você achar que estas vão lhe ajudar a verificar as propriedades):

- O que podemos afirmar sobre os segmentos PS e PT?
- Qual a distância do ponto O à reta PT? E à reta PS?
- Qual é a projeção ortogonal do ponto O sobre a reta PT? E sobre a reta PS?
- O que podemos afirmar sobre a posição do ponto O relativamente ao ângulo SPT?
- Os quatro pontos P, S, O e T pertencem a uma mesma circunferência (ou seja: P, S, O e T são concíclicos)? Qual o diâmetro desta circunferência? Onde está o seu centro? (\*)

Agora, realize a seguinte construção:

- Construa o ponto Q, interseção do segmento OP com a circunferência (procedimento P.4).
- Construa a reta tangente à circunferência passando por Q (procedimento R.3).
- Construa uma circunferência de centro O passando por P. Esta circunferência encontra a reta tangente que você acabou de construir em dois pontos.
- Construa estes pontos (procedimento P.4 outra vez) e
- Chame-os de T' e S', respectivamente (O.1).
- Construa os triângulos QOT' e QOS'. Responda as seguintes perguntas:
- Compare os triângulos QOT' e POT. O que podemos afirmar sobre eles ?
- Os pontos O, T e T' são colineares? Por que? E os pontos O, S e S'? (\*\*)

Observação: esta é a construção que Euclides adota para a tangente por um ponto exterior ao círculo.

### **ATIVIDADE COMPLEMENTAR 2: TANGENTES A UM CÍRCULO POR UM PONTO EXTERIOR.**

As duas propriedades assinaladas na página anterior com (\*) e (\*\*) nos fornecem duas maneiras diferentes de construir as retas tangentes a uma circunferência passando por um ponto P, fora do círculo.

1. Usando a afirmativa (\*), temos que os pontos de tangência (S e T) são os pontos de interseção de duas circunferências. Conhecidos os pontos S e T, basta traçar as retas PT e PS para termos as tangentes (procedimento P\_0). Crie uma tela nova, construa uma circunferência e um ponto P exterior a ela e faça esta construção. Quando terminar, clique sobre o ícone  (mover objetos) e movimente diversos elementos em sua construção. As propriedades matemáticas devem ficar inalteradas.
2. Usando a afirmativa (\*\*), temos que cada um os pontos de tangência (S e T) é o ponto de interseção de um segmento com a circunferências. Da mesma forma que em 2.1, uma vez conhecidos os pontos S e T, o problema estará resolvido. Crie uma tela nova, construa uma circunferência e um ponto P exterior a ela e faça esta construção. Quando terminar, clique sobre o ícone  (mover objetos) e movimente elementos de sua construção, que deve preservar suas propriedades matemáticas.

# Apêndice B

## Lista de Procedimentos

Luiz Carlos Guimarães <sup>1</sup> e Elizabeth Belfort <sup>2</sup>  
Instituto de Matemática da UFRJ

	<p>Ao abrir uma tela do Tabulæ, você observa à esquerda uma coluna de botões, similar à figura ao lado. Cada uma destes botões executa um conjunto de procedimentos. Ao pressionar um deles com o mouse, abrem-se diversas opções na área livre abaixo desses botões.</p> <p>Os botões contém uma parcela importante das funcionalidades do Tabulæ, mas tenha presente que existem funcionalidades além destas!</p> <p>O primeiro botão, , é usado sempre que você precisa marcar ou arrastar objetos com o mouse. <u>É conveniente adquirir o hábito de retornar a ele após executar qualquer outro procedimento</u>, como criar pontos, etc.</p>
	<p>Os demais botões concentram funções assemelhadas:  se desdobra em diversos tipos diferentes de ponto,  em funções que têm a ver com objetos retilíneos,  engloba funcionalidades relativas a círculos,  a lugares geométricos,  funções relativas a medida e direção, e  a transformações.</p>

<sup>1</sup>lcg@labma.ufrj.br

<sup>2</sup>beth@im.ufrj.br



## BOTÕES RELATIVOS A PONTOS

	<p>Nesta, como nas seções seguintes, a primeira instrução vai se referir a um dos seis botões na coluna abaixo da seta vermelha, na figura à esquerda. Indicamos com uma seta preta o botão que deve ser acionado toda vez que desejamos alguma ação referente a ponto. Indicamos por “P_0”, abaixo, a função que se torna ativa no momento em que acionamos este botão. Ao mesmo tempo, sete outros botões, com funções diversas, se tornarão visíveis nessa coluna, abaixo do botão , referente a transformações. A função de cada um deles será descrita nas subseções P_1, P_2, etc.</p>
--	---

**P\_0. CRIAR UM PONTO NA TELA :** Clique sobre o ícone  (criar ponto). Retorne à área de trabalho. Clique em um espaço vazio, e um ponto livre será criado. Se você, em vez disso, clicar sobre uma reta, círculo, etc., um ponto será criado sobre este objeto. No caso em que você clicar sobre a interseção de dois objetos, um ponto sobre essa interseção será criado.

**P\_1. CRIAR UM PONTO LIVRE NA TELA :** Clique sobre o ícone  (criar ponto) e, em seguida, sobre o ícone  (criar ponto livre). Retorne à área de trabalho. Clique onde desejar na tela, e um ponto livre será criado. mesmo quando você clicar sobre uma reta, círculo, etc.

**P\_2. CRIAR UM PONTO SOBRE UM OBJETO NA TELA :** Clique sobre o ícone  (criar ponto) e, em seguida, sobre o ícone  (criar ponto sobre objeto). Retorne à área de trabalho. Clique sobre uma reta, círculo, etc., e um ponto será criado sobre este objeto.

P\_3. CRIAR UM PONTO NO INTERIOR DE UM CÍRCULO NA TELA : Clique sobre o ícone



(criar ponto) e, em seguida, sobre o ícone  (criar ponto no interior de círculo). Retorne à área de trabalho. Clique sobre uma circunferência, e um ponto que se movimenta livremente apenas no interior desse círculo será criado.

P\_4. CRIAR UM PONTO DE INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS NA TELA :

Clique sobre o ícone  (criar ponto) e, em seguida, sobre o ícone  (criar ponto de interseção). Retorne a área de trabalho. Clique sobre a interseção que você deseja construir e o ponto será criado.

P\_5. CONSTRUIR O PONTO MÉDIO ENTRE DOIS PONTOS DADOS: Clique sobre o ícone 

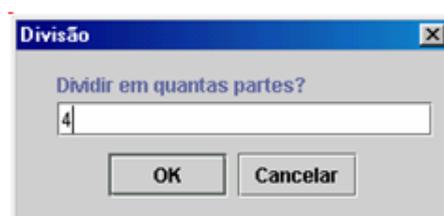
(ponto) e, a seguir, sobre o ícone  (ponto médio). Retorne para a área de trabalho e clique sobre um dos pontos e, logo a seguir, sobre o outro. O ponto médio entre os dois pontos é construído, independentemente do segmento entre os dois pontos estar ou não traçado.

P\_6. CONSTRUIR O PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO: Clique sobre o ícone 

(ponto) e, a seguir, sobre o ícone  (ponto médio de segmento). Retorne à área de trabalho e clique sobre o segmento (mas não sobre suas extremidades). O ponto médio é construído automaticamente, independentemente das extremidades (que podem, inclusive, estar escondidas).

P\_7. DIVIDIR UM SEGMENTO (OU CIRCUNFERÊNCIA, OU ARCO) EM PARTES IGUAIS:

Clique sobre o ícone  (ponto) e, a seguir, sobre o ícone  (divisão de segmentos, circunferências ou arcos em partes iguais). Retorne à área de trabalho e clique sobre o segmento a ser dividido. Uma pequena janela aparecerá (como na figura abaixo) perguntando em quantas partes você deseja dividir o segmento. Preencha o espaço usando o teclado de seu computador, e clique OK. O segmento será automaticamente dividido no número de partes que você escolheu.





### BOTÕES RELATIVOS A RETAS

**R\_0 TRACAR UMA RETA QUE PASSA POR DOIS PONTOS DADOS:** Clique com o mouse sobre o ícone . Retorne à área de trabalho, movimente o cursor até o primeiro ponto, e clique sobre ele com o botão esquerdo do mouse. Movimente em seguida o cursor até coincidir com o segundo ponto. Clique o botão. (Você pode também clicar em um espaço vazio e, neste, caso, o programa criará o ponto extremo do segmento para você.)

**R\_1. TRACAR UMA SEMI-RETA UNINDO DOIS PONTOS DADOS:** Clique com o mouse sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar semi-reta).

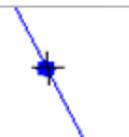
Retorne à área de trabalho, movimente o cursor até o primeiro ponto (origem da semi-reta) e clique sobre ele com o botão esquerdo do mouse. Movimente em seguida o cursor sobre o segundo ponto. Clique o botão. (Você pode também clicar em um espaço vazio e, neste, caso, o programa criará o ponto extremo da semi-reta para você.)

**R\_2. TRACAR UM SEGMENTO UNINDO DOIS PONTOS DADOS:** Clique com o mouse sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar segmento).

Retorne à área de trabalho, movimente o cursor até o primeiro ponto e clique sobre ele com o botão esquerdo do mouse. Movimente em seguida o cursor sobre o segundo ponto. Clique o botão. (Você pode também clicar em um espaço vazio e, neste, caso, o programa criará o ponto extremo do segmento para você.)

**R\_3. TRACAR UMA RETA PERPENDICULAR À UMA RETA (OU SEGMENTO OU SEMI-RETA), PASSANDO POR UM PONTO:** Clique com o mouse sobre o ícone  (criar reta) e, em seguida, sobre o ícone  (criar reta perpendicular). Retorne à área de trabalho e clique sobre a reta (ou semi-reta ou segmento) para a qual você deseja construir uma perpendicular. Uma

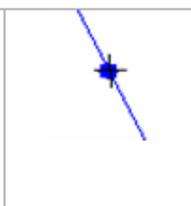
reta será criada, e o seu mouse estará posicionado sobre um ponto nesta reta, que pode se mover livremente, como ilustrado ao lado. Escolha o ponto pelo qual você quer passar a perpendicular, e leve o ponto marcado sobre a reta para esta posição. Clique sobre o ponto escolhido para fixar sua reta.



(Se você clicar sobre um espaço vazio, o programa criará aí o ponto pelo qual a reta perpendicular deve passar.)

R\_4. TRAÇAR UMA **RETA PARALELA** À UMA RETA (OU SEGMENTO OU SEMI-RETA) POR UM PONTO: Clique com o mouse sobre o ícone  (criar reta) e, em seguida, sobre o ícone  (criar reta paralela). Retorne à área de trabalho e clique sobre a reta (ou semi-reta ou segmento)

para a qual você deseja construir uma paralela. Uma reta será criada, e o seu mouse estará posicionado sobre um ponto nesta reta, que pode se mover livremente, como ilustrado ao lado. Escolha o ponto pelo qual você quer passar a reta paralela, e leve o ponto marcado sobre a



reta para esta posição. Clique sobre o ponto escolhido para fixar sua reta (você pode também clicar sobre um espaço vazio e, neste caso, o programa criará para você o ponto pelo qual a reta paralela irá passar).

R\_5. TRAÇAR A **BISSETRIZ** DE UM ÂNGULO DETERMINADO POR TRÊS PONTOS: Clique com o mouse sobre o ícone  (criar reta) e, em seguida, sobre o ícone  (criar bissetriz). Retorne à área de trabalho e clique sobre um ponto em um dos lados do ângulo do qual você quer a bissetriz. Clique em seguida sobre o vértice, e finalmente sobre um ponto no segundo lado desse ângulo.

Uma semi-reta será criada.

R\_6. TRAÇAR A **MEDIATRIZ** DE UM SEGMENTO DE RETA: Clique com o mouse sobre o ícone  (criar reta) e, em seguida, sobre o ícone  (criar mediatriz). Retorne à área de trabalho e clique sobre um ponto entre os vértices do segmento do qual você quer a mediatriz. Uma reta será criada.



BOTÕES RELATIVOS A CÍRCULOS.

C\_0. CRIAR UM **CÍRCULO** A PARTIR DE SEU CENTRO E DE UM PONTO SOBRE A CURVA:

Clique sobre o ícone  (criar círculo). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que será o centro do círculo, mova o cursor até o ponto pelo qual a curva deve passar e, em seguida, clique novamente. (Você pode também clicar sobre espaços vazios e, neste caso, o programa criará os pontos para você.)

C\_1. **TRAÇAR UMA CIRCUNFERÊNCIA COM CENTRO E RAIOS DADOS:** Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (compasso). Retorne à área de trabalho e clique sobre o ponto que será o centro do círculo e, em seguida, sobre o segmento a ser usado como raio (atenção: não clique sobre uma extremidade).

C\_2. **TRAÇAR UM ARCO DE CÍRCULO POR TRÊS PONTOS DADOS:** Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (criar arco). Retorne à área de trabalho e clique sucessivamente sobre três pontos que irão determinar o arco desejado: primeiro sobre um dos extremos, depois sobre um ponto sobre o arco, e finalmente sobre o segundo extremo.

C\_3. **TRAÇAR UM CÍRCULO DETERMINADO POR TRÊS PONTOS DADOS:** Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (criar círculo). Retorne à área de trabalho e clique sucessivamente sobre os três pontos que irão determinar o círculo desejado.

C\_4. **CRIAR AS RETAS TANGENTES A UMA CIRCUNFERÊNCIA POR UM PONTO DADO:**

Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (criar reta tangente). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o círculo ao qual as retas serão tangentes e, em seguida, sobre o ponto por onde estas tangentes devem passar (que pode estar no exterior ou sobre a curva). Se você clicar sobre um espaço em branco, o ponto será criado para você. Se você clicar sobre a curva, o ponto criado poderá se mover apenas sobre esta e não de forma livre).

C\_5. **TRAÇAR UMA CÔNICA DETERMINADA POR CINCO PONTOS DADOS:** Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (criar cônica). Retorne à área de trabalho e clique sucessivamente sobre os cinco pontos que irão determinar a cônica desejada.

C\_6. **DETERMINAR O CENTRO DE UM CÍRCULO (OU ARCO) DADO:** Clique sobre o ícone  (criar círculo) e, em seguida, sobre o ícone  (criar centro). Retorne à área de trabalho e clique sucessivamente sobre o círculo ou arco do qual se deseja o centro.



### BOTÕES RELATIVOS A LUGARES GEOMÉTRICOS

**L\_0. CRIAR O LUGAR GEOMÉTRICO DAS POSIÇÕES POSSÍVEIS DE UM PONTO QUE SE MOVE EM FUNÇÃO DE OUTRO:** Clique sobre o ícone  (criar lugar geométrico). Retorne à área de trabalho e clique sobre o ponto subordinado, que irá descrever o lugar geométrico desejado. Em seguida, clique sobre o ponto que determina as posições possíveis do ponto subordinado. Este último ponto deverá ser um ponto que se move sobre um objeto linear (reta, segmento, círculo, arco, etc.).

**L\_1. CRIAR O LUGAR GEOMÉTRICO DAS POSIÇÕES POSSÍVEIS DE UM OBJETO LINEAR (RETA, SEGMENTO, CÍRCULO) QUE SE MOVE EM FUNÇÃO DE UM PONTO:** Clique sobre o ícone , e em seguida sobre o ícone  (criar lugar geométrico). Retorne à área de trabalho e clique sobre o objeto subordinado, que irá descrever o lugar geométrico desejado. Em seguida, clique sobre o ponto que determina as posições possíveis do ponto subordinado. Este último ponto deverá ser um ponto que se move sobre um objeto linear (reta, segmento, círculo, arco, etc.).

**L\_2. CRIAR UM POLÍGONO:** Clique sobre o ícone , e em seguida sobre o ícone  (criar polígono). Retorne à área de trabalho e clique, em ordem, sobre cada um dos pontos que serão vértices do polígono que deseja criar, retornando ao primeiro vértice marcado.

**L\_3. CRIAR O INTERIOR DE UM CÍRCULO:** Clique sobre o ícone , e em seguida sobre o ícone  (criar interior do círculo). Retorne à área de trabalho e clique sobre o círculo cujo interior deseja criar.

**L\_4. CRIAR UM SEGMENTO CIRCULAR:** Clique sobre o ícone , e em seguida sobre o ícone  (criar segmento). Retorne à área de trabalho e clique sobre o arco cujo interior deseja criar.

L\_5. CRIAR UM SETOR CIRCULAR: Clique sobre o ícone , e em seguida sobre o ícone  (criar polígono). Retorne à área de trabalho e clique sobre o arco cujo interior deseja criar.



BOTÕES RELATIVOS A OBJETOS VETORIAIS, OU MEDIDAS.

V\_0. CRIAR UM VETOR COM ORIGEM E PONTO FINAL DADOS: Clique sobre o ícone  (criar vetor). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que será a origem, mova o cursor até o ponto final do vetor desejado e, em seguida, clique novamente. (Você pode também clicar sobre espaços vazios e, neste caso, o programa criará os pontos para você.)

V\_1. MULTIPLICAR UM VETOR POR UM ESCALAR: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre o vetor que será multiplicado e, em seguida, clique sobre o escalar.

V\_2. SOMAR DOIS VETORES: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre cada um dos vetores que serão somados.

V\_3. RETA NA DIREÇÃO DE UM VETOR DADO: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre o vetor que será multiplicado e, em seguida, clique sobre o escalar.

V\_4. MEDIR A RAZÃO ENTRE DOIS SEGMENTOS DADOS: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre o vetor que será multiplicado e, em seguida, clique sobre o escalar.

V\_5. MEDIR A RAZÃO ORIENTADA DE TRÊS PONTOS COLINEARES: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que será a origem dos segmentos que determinam a razão a ser medida, mova o

cursor até o ponto que vai determinar o denominador dessa razão e, em seguida, clique sobre o ponto que determinará o numerador. (Você pode também clicar sobre espaços vazios e, neste caso, o programa criará os pontos para você.)

**V\_6. MEDIR O ÂNGULO ORIENTADO DETERMINADO POR TRÊS PONTOS:** Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone . Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que determinará o lado inicial do ângulo a ser medido, mova o cursor até o ponto que vai determinar o vértice desse ângulo e, em seguida, clique sobre o ponto que determinará o segundo lado. (Você pode também clicar sobre espaços vazios e, neste caso, o programa criará os pontos para você.)



#### BOTÕES RELATIVOS A TRANSFORMAÇÕES.

Todas as transformações (exceto inversões e projetividades) podem ser efetuadas tanto sobre pontos como sobre retas, segmentos, círculos, etc.

**T\_0.** EFETUAR A **REFLEXÃO** COM RESPEITO A UM EIXO DADO: Clique sobre o ícone  (criar reflexão). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o segmento, reta ou semi-reta que vai ser o eixo de reflexão. Em seguida, clique sobre o objeto que você quer refletir.

**T\_1.** EFETUAR A **TRANSLAÇÃO** DETERMINADA POR UM VETOR DADO: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar translação). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o vetor que vai determinar a translação. Em seguida, clique sobre o objeto que você quer transladar.

**T\_2.** EFETUAR A **ROTAÇÃO** DETERMINADA POR UM CENTRO E UM ÂNGULO DADOS: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar rotação). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que vai determinar o centro de rotação, em seguida sobre o objeto a ser rodado, e finalmente sobre o valor do ângulo vai determinar a rotação.

**T\_3.** EFETUAR A **SIMETRIA PONTUAL** DETERMINADA POR UM CENTRO DADO: Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar simetria). Retorne à área de

trabalho. Clique sobre o ponto que vai determinar o centro de simetria, em seguida sobre o objeto a ser transformado.

**T\_4.** EFETUAR A **HOMOTETIA** DETERMINADA POR UM CENTRO E UMA RAZÃO DADOS:

Clique sobre o ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar homotetia). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o ponto que vai determinar o centro de homotetia, em seguida sobre o objeto a ser transformado, e finalmente sobre o valor da razão que vai determinar a homotetia.

**T\_5.** EFETUAR A **INVERSÃO** DETERMINADA POR UM CÍRCULO DADO: Clique sobre o

ícone  e, em seguida, sobre o ícone  (criar inversão). Retorne à área de trabalho. Clique sobre o círculo que vai determinar a inversão, e em seguida sobre o *ponto* a ser transformado.



Editando Uma Tela

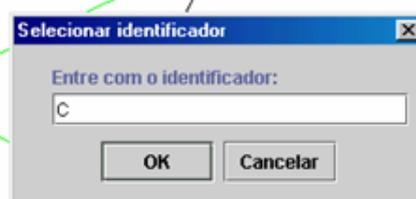
**E\_1.** DAR NOME A UM OBJETO NA TELA:

Use o ícone  (selecionar objetos) para marcar o objeto que você deseja nomear.

Clique sobre o ícone  (nomear objetos) no alto de sua tela. Uma caixa de comando aparecerá

na tela, como ilustrado ao lado.

Use a tecla “←” (ou backspace) do seu teclado para apagar o nome que já aparece neste espaço (se for o caso). Usando o teclado, escreva no espaço o nome escolhido, e clique .



Você pode movimentar o rótulo que aparecerá para diferentes posições próximas ao objeto. Escolha a que lhe for mais conveniente.

Se você deseja nomear diversos objetos (por exemplo, se quiser que três pontos sejam sucessivamente nomeados A, o seguinte B, e finalmente o último C), marque-os na ordem desejada. Em seguida clique sobre o ícone  (nomear objetos), no alto da tela.

Digite o nome desejado para o primeiro objeto no local correspondente da caixa de comando, e pressione a tecla “Enter”. Repita essa operação tantas vezes quantos tiverem sido os objetos selecionados anteriormente.

## **E\_2. ESCONDER UM OBJETO NA TELA:**

Use o ícone  (selecionar objetos) para marcar o objeto que você deseja esconder.

Clique

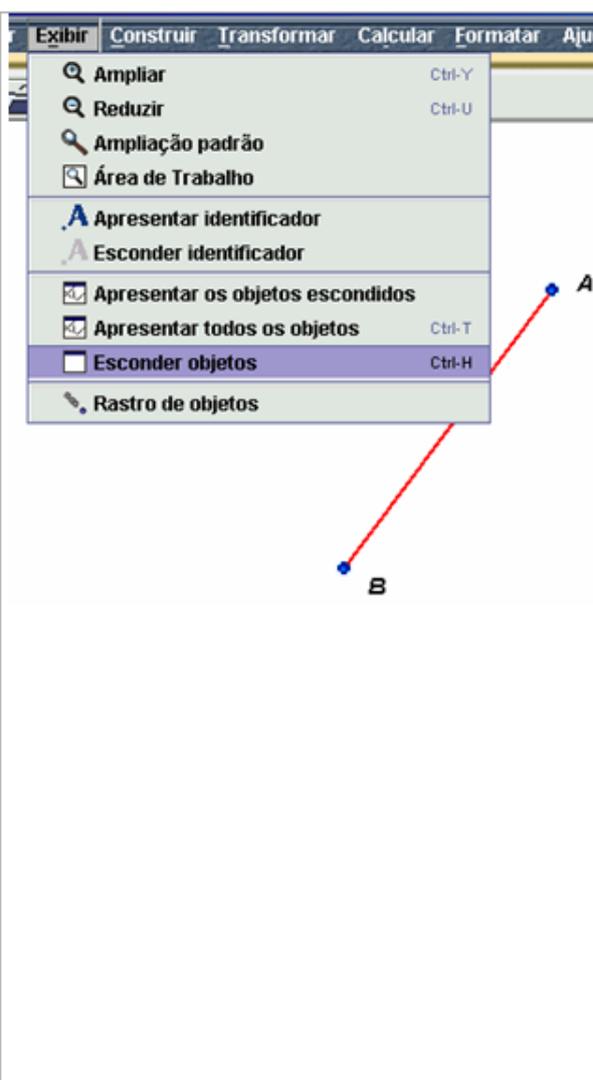


sobre o menu *Exibir*, no alto de sua tela. Um menu de opções aparecerá em seguida, como ilustrado ao lado.

Clique sobre a opção “Esconder objetos”, que aparece realçada abaixo. Todos os objetos que estiverem marcados (e que estarão realçados em vermelho na sua tela) serão escondidos pelos Tabulæ.

Observação 1: para marcar mais de um objeto, mantenha a tecla “shift” pressionada, enquanto marca os diversos objetos desejados.

Observação 2: para tornar um objeto escondido visível novamente, proceda como acima, mas escolha a opção “Apresentar os objetos escondidos”. O Tabulæ apresentará uma lista com todos os objetos que foram anteriormente escondidos. Ao selecionar um deles, ele se tomará visível novamente.



É recomendável escolher nomes convenientes para os objetos antes de escondê-los, para facilitar a sua busca se quiser torná-los novamente visíveis.

Outra opção para tornar diversos objetos visíveis é selecionar a opção “Apresentar todos os objetos”. Mas atenção: todos os objetos ocultos aparecerão selecionados em sua tela!

Mantenha a tecla “shift” pressionada enquanto escolhe os que deseja! Do contrário, todos os objetos se tornarão visíveis.

**E\_3.** AMPLIAR/REDUZIR UMA TELA: Escolhendo estas opções, no Menu acima, todos os objetos em sua tela serão ampliados ou reduzidos. A opção “Ampliação padrão” retoma às dimensões originais.

**E\_4.** ÁREA DE TRABALHO: Escolhendo esta opção, no Menu acima, você verá toda a área de trabalho disponível, que é várias vezes maior do que a tela apresentada em seu computador. Arrastando o pequeno retângulo visível na tela que será apresentada, você pode selecionar uma região particular para se posicionar. Use para navegar em trabalhos grandes.

**E\_5.** APRESENTAR/ESCONDER IDENTIFICADORES: Escolhendo estas opções, no Menu acima, os identificadores dos objetos marcados em sua tela (como o segmento acima) serão tomados visíveis ou escondidos.

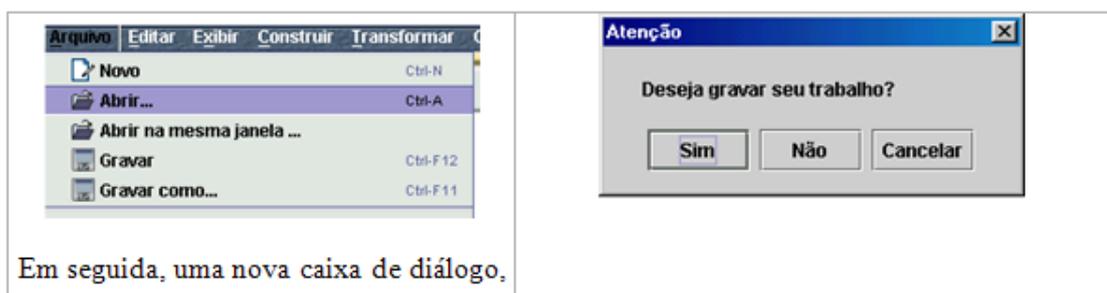
**E\_6.** RASTRO DE OBJETOS: Escolhendo estas opções, no Menu acima, os objetos marcados em sua tela (como o segmento acima) deixarão um “rastro” visível quando movimentados. Para desfazer, repita novamente os mesmos passos.

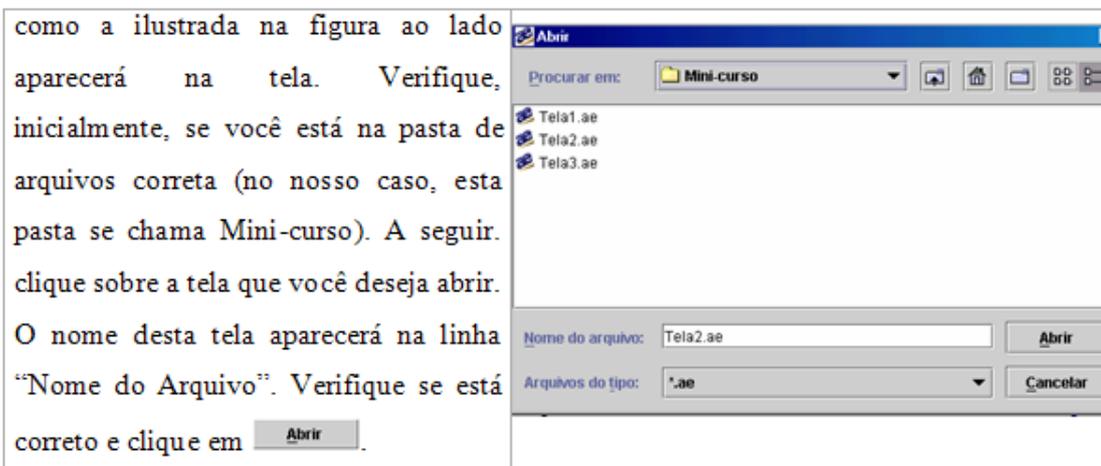
#### PROCEDIMENTOS DE ORGANIZAÇÃO (MENU ARQUIVO)

**O\_1.** GRAVAR EM ARQUIVO UMA TELA DE TRABALHO:

**O\_2.** ABRIR UMA TELA GRAVADA EM ARQUIVO:

Clique sobre o menu **Arquivo**, no canto superior esquerdo de sua tela. Um menu como o ilustrado abaixo, à esquerda, vai se abrir. Selecione **Abrir**. Uma caixa de diálogo aparecerá na tela, como ilustrado abaixo, à direita. Responda não à pergunta “Deseja gravar seu trabalho?”





### **O\_3** CRIAR UMA NOVA TELA DE TRABALHO:

Clique sobre o ícone  (nova tela) no canto superior esquerdo de sua tela. Uma caixa de comando aparecerá em sua tela. Responda sim ou não, conforme o caso, à pergunta “deseja gravar seu trabalho?”.

## Referências Bibliográficas

- Aspy, D. N., Aspy, C. B., & Quimby, P. M. (1993). What doctors can teach teachers about problem-based learning. *Educational Leadership*, 50, 22-24.
- Baker, M., Hansen, T., Joiner, R., & Traum, D. (1999). The role of grounding in collaborative problem solving tasks. In P. Dillenbourg (ed.), *Collaborative-learning: cognitive and computational approaches. Advances in Learning and Instruction Series Pergamon, Elsevier*, 31-64.
- Barbastefano, R., Moraes, T. G., & Mattos, F. (2004). Tabulæ, um programa de geometria dinâmica destinado à aprendizagem colaborativa. *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*.
- Barbastefano, R. G. (2001). *Ferramentas síncronas de ensino à distância em matemática*. Unpublished doctoral dissertation, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- Belfort, E., Guimarães, L. C., & Barbastefano, R. (1999). Geometria dinâmica e demonstrações na formação continuada de professores. *Em Anais do Cabri World 99, eletrônico*.
- Belfort, E., Guimarães, L. C., & Barbastefano, R. (2001). Using computers in mathematics teacher training programs: a reflection upon an experiment. *Annals of The 5th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*.
- Bellemain, F. (1992). *Conception, réalisation et utilisation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre*. Unpublished doctoral dissertation, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Blosser, P. E. (1992). *Using cooperative learning in science education* (Tech. Rep.). Clearinghouse of Science, Mathematics and Environmental Education.

- Borges, M. R. S., Cavalcanti, M. C. R., & Campos, M. L. M. (1995). Suporte por computador ao trabalho cooperativo. *XV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação - Jornada de Atualização em Informática*.
- Borwein, J., Morales, M. H., Polthier, K., & Rodrigues, J. F. (2002). *Multimedia tools for communicating mathematics: Compression, simplification, and multiresolution*. Hardcover - ISBN: 3-540-42450-4: Springer-Verlag.
- Bredo, E. (1995). Reconstructing educational psychology: Situated cognition and deweyian pragmatism. *Educational Psychologist, 29(1)*, 7-6.
- Brna, P. (1998). Collaborative virtual learning environments for concept learning. *International Journal of Continuing Engineering Education and Life-Long Learning, 8(2)*.
- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher, 18(1)*, 32-42.
- Choi, J.-I., & Hannafin, M. (1995). *Situated cognition and learning environments: roles, structures, and implications for design* (Vol. 43). Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Clancey, W. J. (2002). *Situated cognition: On human knowledge and computer representations*. Cambridge University Press, Forthcoming.
- Cunha, M. V. da. (2002). *Psicologia da educação*. DP&A.
- Davidson, N. (1990). *Cooperative learning in mathematics - a handbook for teachers*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Dees, R. L. (1998). *Using hand-held and computer-based graphing calculators in elementary calculus* (Tech. Rep.). University of South Florida.
- Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning? In P. Dillenbourg (ed) Collaborative-learning: cognitive and computational approaches. *Advances in Learning and Instruction Series. Pergamon, Elsevier*, 1-20.
- Enyedy, N., Vahey, P., & Gifford, B. R. (1997). Active and supportive computer-mediated resources for student-to-student conversations. *CSCL '97*.

- Gani, D. C., & Belfort, E. (2000). Painéis em geometria dinâmica: Novas possibilidades. *Em Livro do Congresso - Primeiro CEC*, 102-110.
- Gani, D. C., & Belfort, E. (2001). Cabri and descriptive geometry: Integrating different representations. *Selected Articles from Cabri World 99*.
- Grenoble Conference. (1989). *Workshop on modelling the student knowledge*. (The case of geometry, Grenoble (France), 13-16 Nov, 1989)
- Grudin, J. (1994). Computer supported cooperative work: History and focus. *Computer*.
- Guimarães, L. C., & Belfort, E. (1999). Roteiros de laboratório de geometria. *Annals of The 5th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*.
- Guimarães, L. C., Moraes, T. G., & Mattos, F. (2005). Cooperative distance learning in mathematics. *3rd International Conference on multimedia and Information & Communication Technologies in Education*.
- Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics*, 1(44), 127-150.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 1(44), 5-23.
- Hannafin, R. D., Burruss, J. D., & Little, C. (2001). Learning with dynamic geometry programs: Perspectives of teachers and learners. *The Journal of Education Research*, 94(3).
- Johnson, D. W. (1991). *Learning mathematics and cooperative learning lesson plans*. Interaction Book Company.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1991). So what's new about cooperative learning in science?. *Cooperative Learning*, 11(3), 2-3.
- Kortenkamp, U. H. (1999). *Foundations of dynamic geometry*. Unpublished doctoral dissertation, ETH Zürich, Institut für Theoretische Informatik.

- Kortenkamp, U. H. (2001). *The future of mathematical software* (Tech. Rep.). Institut für Theoretische Informatik.
- Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, 1(44), 151-161.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.
- Marjanovic, O. (1999). Learning and teaching in a synchronous collaborative environment. *Journal of Computer Assisted Learning*, 15(1), 129-138.
- Marrades, R., & Gutiérrez Ángel. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 1(44), 87-125.
- Mattos, F., Moraes, T. G., & Guimarães, L. C. (2005). Tabulæ, um software para um modelo colaborativo de ensino. *VII Simpósio de Educação Matemática*.
- Miao, Y., Holst, S., & Holmer, T. (2000). *An activity-oriented approach to visually structured knowledge representation for problem-based learning in virtual learning environments*.
- Moraes, T. G., Guimarães, L. C., & Barbastefano, R. (2004). Tabulæ, colaboração síncrona em geometria dinâmica. *I WorkComp Sul*.
- Nam, T. J., & Wright, D. (2001). The development and evaluation of Syco3d: a real-time collaborative 3D CAD system. *Design Studies*, 22(6).
- Oliveira, A., & Guimarães, L. C. (2003). *Relatório do Projeto Enibam*. (Disponível em <ftp://ftp.cnpq.br/pub/protem/workshop2001/educacao/relatorios/ENIBAM.rtf>. Acesso em: Janeiro de 2003)
- O'Malley, C. E., & Scanlon, E. (1990). Computer-supported collaborative learning: Problem solving and distance education. *Computer Education*, 15(1-3), 127-136.

- Oshima, J., Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1995). Information-access characteristics for high conceptual progress in a computer-networked learning environment. *In proceedings CSCL'95 conference*.
- Perkins(1991). (1991). What constructivism demands of the learner. *Educational Technology, 39*, 9-21.
- Rodrigues, H., & Jablonski, B. (1992). *Introdução à psicologia - Última edição*. Artes Médicas.
- Savery, J. R., & Duffy, T. M. (1995). Problem based learning: An instructional model and its constructivist framework. *Educational Technology, 35*(5), 31-37.
- Schultz, D. (1975). *A history of modern psychology*. Academic Press, Inc.
- Sherman, L. W. (1995). A postmodern, constructivist and cooperative pedagogy for teaching educational psychology, assisted by computer mediated communications. *In Proceedings of CSCL'95 Conference*.
- Singley, M. K., Singh, M., & Fairweather, P. (2000). Algebra jam: Supporting teamwork and managing roles in a collaborative learning environment. *In Proceedings of CSCW 00' Philadelphia*, 145-154.
- Soller, A., Goodman, B., Linton, F., & Gaimari, R. (1998). Promoting effective peer interaction in an intelligent collaborative learning system. *In Proceedings of ITS'98. Springer-Verlag*.
- Spiro, R. J., & Jehng, J. (1990). *Cognitive flexibility and hypertext: Theory and technology for the non-linear and multidimensional traversal of complex subject matter*. Spiro (eds.), Cognition, Education, and Multimedia. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stahl, G. (1998). *Collaborative information environment for innovative communities of practice* (Tech. Rep.). University of Colorado at Boulder, USA: Center for LifeLong Learning and Design.
- Stahl, G. (2000). *A model of collaborative knowledge-building* (Tech. Rep.). Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Stewart, J. (1997). Single display groupware, in adjunct proceedings of CHI'97. *ACM Press*, 71-72.
- Suthers, D. (2001). Learning by constructing collaborative representations: an empirical comparison of three alternatives. *In Proceedings of European conference on computer-supported collaborative learning (in press), Maastricht, The Netherlands.*
- UE/Minerva. (2004). *Disponível em: <http://www.minerva.uevora.pt>. acesso em: Janeiro de 2004* (Tech. Rep.). Núcleo UE/Minerva da Universidade de Évora.
- Vasconcelos, J., Kimble, C., & Gouveia, F. R. (2000). *A design for a group memory system using ontologies*. Proceedings of 5th UKAIS Conference, University of Wales Institute, Cardiff, McGraw Hill.
- Vygotsky, L. S. (1981). The instrumental method in psychology. *In J. V. Wertsch, (Ed.), The concept of activity in Soviet psychology*, 134-143.
- Wilson, B., & Cole, P. (1994). An instructional-design review of cognitive teaching models. *Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association.*
- Wolfram Research. (2004). (The History fo Mathematics, Disponível em: <http://www.wolfram.com/company/history/>. Acesso em: Janeiro de 2004)