An abstract graphic consisting of numerous thin, parallel lines that converge from the left side towards the right, creating a sense of depth and movement. The lines are arranged in a way that they appear to be part of a curved surface or a perspective view of a grid. The overall effect is a dynamic, geometric composition.

A Geometria no Ensino da Arquitetura na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ

Pedro Raphael Valcarce
Universidade Federal do Rio de Janeiro

2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
PROARQ – Programa de Pós-Graduação em Arquitetura

**A Geometria no
Ensino da Arquitetura na
Faculdade de Arquitetura e
Urbanismo - UFRJ**

Pedro Raphael Valcarce

2016

CIP - Catalogação na Publicação

V141g Valcarce, Pedro Raphael Azevedo
A Geometria no Ensino da Arquitetura na
Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ /
Pedro Raphael Azevedo Valcarce. -- Rio de
Janeiro, 2016.
113 f.

Orientadora: Maria Angela Dias.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal
do Rio de Janeiro, Faculdade de Arquitetura e
Urbanismo, Programa de Pós-Graduação em
Arquitetura, 2016.

1. Ensino de Arquitetura. 2. Geometria e
Arquitetura. 3. Fundamentos de Arquitetura &
Urbanismo. 4. Educação do Olhar. I. Dias, Maria
Angela, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
PROARQ – Programa de Pós-Graduação em Arquitetura

A Geometria no Ensino da Arquitetura na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ

Pedro Raphael Valcarce

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Arquitetura, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Arquitetura, Linha de pesquisa Teoria e Ensino da Arquitetura.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Angela Dias

Rio de Janeiro

MARÇO 2016

A Geometria no Ensino da Arquitetura na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ

Pedro Raphael Valcarce

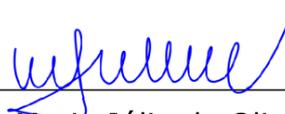
Orientadora
Profa. Dra. Maria Angela Dias

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Arquitetura, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Arquitetura, Linha de pesquisa Teoria e Ensino da Arquitetura.

Aprovada por:



Presidente, Profa. Dra. Maria Angela Dias



Profa. Dra. Maria Júlia de Oliveira Santos



Prof. Dr. Daniel Wyllie Lacerda Rodrigues

Rio de Janeiro
MARÇO 2016

soli Deo gloria

AGRADECIMENTOS

À minha amada noiva Raiane por sempre estar presente ao meu lado, pelas suas orações, apoio e carinho em todos os momentos, sendo por muitas das vezes o raio de Sol que me dava forças para continuar.

Aos meus pais, Pedro e Leda, por me fornecerem alento e incentivo para eu alcançar mais esta etapa.

À Professora Maria Angela Dias, pela orientação do trabalho e o carinho durante essa nossa jornada.

Às funcionárias Maria da Guia Monteiro, Rita Frazão e Vanda Moreira, pela prontidão em colaborar sempre que possível, pelo carinho, atenção e competência com que sempre me atenderam.

À Professora Nádia Maria Fatorelli pela amizade e incentivo.

Ao Professor Daniel Wyllie L. Rodrigues, pela disponibilidade em participar das bancas de qualificação e defesa, além de sempre compartilhar suas experiências e a paixão pela Geometria.

À Professora Maria Júlia de Oliveira Santos, pela disponibilidade em participar das bancas de qualificação e defesa.

Aos colegas Rafael F. Diniz Gomes e Natália Mafra pelas conversas a respeito de ensino e educação gráfica.

RESUMO

A Geometria no Ensino da Arquitetura na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo - UFRJ

Pedro Raphael Valcarce

Orientadora: Profa. Dra. Maria Angela Dias

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Arquitetura, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Arquitetura.

Fundamental para a representação gráfica na arquitetura, a Geometria é a ciência que trabalha com o estudo das formas e suas relações no espaço. Seu conhecimento permite compreender elementos básicos e com isso fornecer ao graduando em arquitetura uma série de conceitos e ferramentas capazes de auxiliá-lo no desenvolvimento acadêmico e futuramente profissional. Esta dissertação busca evidenciar a importância do estudo de Geometria para o arquiteto urbanista, levantando qual a situação atual do ensino de Geometria, nos níveis da Educação Básica e Ensino Superior em Arquitetura e Urbanismo das faculdades federais situadas no estado do Rio de Janeiro e identificando os conceitos geométricos presentes no atual currículo do curso de graduação da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Rio de Janeiro (FAU-UFRJ). O trabalho baseou-se em duas técnicas de pesquisa. A bibliográfica, para o referencial teórico, em livros, teses e dissertações, que tratam da geometria não apenas pela ótica da arquitetura e das artes, mas também no campo da educação matemática. E a pesquisa documental para o levantamento da legislação educacional em vigor, ementas, planos de aulas e bibliografia básica das disciplinas do curso. Através da análise dos dados foi observado que a Geometria não é trabalhada na Educação Básica e esta lacuna traz um significativo impacto no decorrer da graduação em Arquitetura e Urbanismo, onde estas competências são requisitos para o desenvolvimento dos primeiros trabalhos propostos ao aluno. Além disso, foi possível verificar que os conhecimentos de geometria trabalhados durante o curso não se restringem a apenas uma abordagem, estando distribuídos por diversas disciplinas, como a geometria elementar, desenho geométrico, geometria projetiva, analítica, descritiva e trigonometria.

Palavras-chave: Ensino de Arquitetura, Geometria e Arquitetura, Fundamentos de Arquitetura & Urbanismo, Educação do Olhar.

Rio de Janeiro
MARÇO 2016

ABSTRACT

The Geometry in Teaching of Architecture at School of Architecture and Urbanism - UFRJ

Pedro Raphael Valcarce

Advisor: Profa. Dra. Maria Angela Dias

Abstract of the Master's Thesis submitted to the Architecture Post Graduate Program, School of Architecture and Urbanism, at the Federal University of Rio de Janeiro – UFRJ, as part of necessary requirements to obtain the title of Master in Architecture Science.

Fundamental to the graphic representation of architecture, Geometry is the science that works with the study of shapes and their relations in space. Their knowledge allows us to comprehend the basic elements and thereby provide to architecture students a series of concepts and tools that can assist them in academic and professional future. This thesis seeks to demonstrate the importance of Geometry studies for urban architects, surveying the current Geometry teaching in Basic Education and undergraduate in Architecture and Urbanism of federal universities located in the state of Rio de Janeiro and identifying which geometry concepts are being contemplated in current curriculum of Architecture and Urbanism undergraduate of Federal University of Rio de Janeiro (FAU-UFRJ). The study was based on two research techniques. The first one, Literature for the theoretical framework in books, theses and dissertations that dialogue with geometry, not only from the perspective of architecture and arts, but also by mathematics education field. And documentary research for data collection to education law in course, menus, lesson plans and basic bibliography. Through collected data analysis it was observed that Geometry is not developed in Basic Education and this gap brings a significant impact on the undergraduate in Architecture and Urbanism, where these skills are prerequisites for the development of the first chore proposed to the student. Besides that, it was possible to verify that the geometry of knowledge developed during the course are not restricted to just one approach, being spread over several disciplines, like elementary geometry, geometric design, projective geometry, analytic, descriptive and trigonometry.

Keywords: Teaching of Architecture, Geometry and Architecture, Architecture & Urbanism Fundamentals, Teaching Observation.

Rio de Janeiro
MARCH 2016

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	01
I. A Geometria e suas aplicações na Arquitetura	07
A Geometria e suas aplicações	07
O arquiteto e a Geometria	30
II. A Geometria no Ensino	33
Panorama da Estrutura de Ensino no Brasil	34
A Geometria no Ensino Brasileiro de Artes	36
A Geometria no Ensino Brasileiro de Matemática	37
A Geometria e o Ensino Superior de Arquitetura e Urbanismo ..	43
A Geometria nas Faculdades de Arquitetura e Urbanismo	46
Modelos para o ensino/aprendizado da Geometria	50
III. A Geometria na FAU-UFRJ	56
História e Teoria	59
Representação da Forma	61
Geometria Descritiva	63
Análise e Concepção da Forma Urbana	66
Análise e Concepção da Forma Arquitetônica	71
Conforto Ambiental	76
Ventilação	77
Iluminação	78
Acústica	80
Sistemas Estruturais	83
Processos Construtivos e Sistemas Prediais	87
Processos Construtivos	88
Sistemas Prediais	90
A Geometria para a Arquitetura	92
CONSIDERAÇÕES FINAIS	97

REFERÊNCIAS

103

ANEXOS

ANEXO 1: Ementa da Disciplina de <i>SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE REPRESENTAÇÃO</i> (UFF)	107
ANEXO 2: Ementa das Disciplinas de Geometria da UFRRJ	108
ANEXO 3: Ementa das Disciplinas de Geometria da UFRJ	109
ANEXO 4: Ementa das Disciplinas de Geometria do IFF	110

APÊNDICES

APÊNDICE 1: Relação de questões do Exame Nacional do Ensino Médio que abordara conceitos geométricos (2009/2015)	112
--	-----

LISTA DE FIGURAS

01.	Operários egípcios na confecção dos blocos das pirâmides.	8
02.	Aplicações da semelhança de triângulos.....	10
03.	Padrões geométricos dos números	10
04.	Demonstração gráfica do Teorema de Pitágoras.....	11
05.	Cristais na forma dos sólidos platônicos e Radiolários	11
06.	Sólidos platônicos	12
07.	Análise das Fachadas do Parthenon.....	13
08.	Aproveitamento da topografia e Planta do Teatro de Epidauro	14
09.	Planta das cidades de Olinto e Alexandria	15
10.	Esquema de distribuição de forças no arco	16
11.	Planta do Coliseu Romano.....	16
12.	Planta da cidade romana Firenze	17
13.	Catedral de St. Denis - Vista interior, detalhe de Vitrais e Rosácea.....	19
14.	Efeito de focalização sonora e Eco em cúpulas	19
15.	Geometrização da cúpula da catedral de Santa Maria del Fiore	20
16.	Corte e Planta baixa da Vila Capra	21
17.	Planta da cidade ideal de Sforzinda, do Tratado de Filarete	21
18.	Seções no Toro Circular	23
19.	Disco de Poincaré	25
20.	Geometria esférica.....	25
21.	Geometrias não-Euclidianas	26
22.	Modernismo - Cadeira Barcelona e Villa Stein	27
23.	Plataformas digitais de <i>software</i> de modelagem e simulação	28
24.	Museu Guggenheim - Bilbao (Espanha) - 1997.....	28
25.	Topologia e Fractais	29
26.	Topologia e Fractais na Arquitetura.	30
27.	Architectural Geometry.....	31
28.	Divisão do Sistema de Ensino no Brasil.....	34
29.	Questões do ENEM - 2009/2015	42
30.	Análise do Edifício Sede da Petrobrás - Rio de Janeiro/RJ.....	54
31.	Triedro e Épura do Edifício Sede da Petrobrás.....	55
32.	Análise da fachada de edifício histórico	60
33.	Etapas de desenvolvimento de um Desenho de Observação	62
34.	Desenho de Arquitetura	62
35.	Caderno de Exercícios de GD1 da FAU-UFRJ	65
36.	Caderno de Exercícios de GD2 da FAU-UFRJ	65
37.	Topografia - Planos Cotados.....	67

38.	Declividade em vias de tráfego	68
39.	Declividade de um plano	69
40.	Interseção de Vias	69
41.	Divisões de Lotes Urbanos	70
42.	Exercícios desenvolvidos na disciplina de CFA1.	72
43.	Operações Booleanas Básicas	73
44.	Barra de Ferramentas - AutoCAD	73
45.	Traçado de Curva de Visibilidade.	74
46.	Curva Fotométrica	75
47.	Esquemas de ventilação em planta baixa	77
48.	Diagrama Solar	78
49.	Estudos de Insolação.....	79
50.	Reflexão sobre uma superfície plana e parabólica	80
51.	Propagação do som – 2D	81
52.	Propagação do som – 3D	81
53.	Aplicação do conceito de reflexão no projeto acústico	82
54.	Modelo de demonstração da Rigidez pela forma	84
55.	Seções Transversais e Centro de Gravidade	84
56.	Operações Vetoriais e Demonstração do Método de Maxwell.....	85
57.	Treliças Espaciais aplicadas em cobertura	86
58.	Alinhamento, Esquadro e Prumada.....	88
59.	Traçado de Curvas	89
60.	Divisão dos degraus de uma escada	90
61.	Distribuição das forças atuantes em reservatório	91
62.	Dinâmica de fluido no interior de conduto	91
63.	Corte esquemático de sistema de ventilação e iluminação natural	94
64.	Análise geométrica dos elementos estruturais de uma edificação	94
65.	Edifício curvo em Londres	101

LISTA DE TABELAS

01. Percentuais de acertos em matemática por habilidade, segundo série e área de conteúdo	39
02. Faculdades de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro	46
03. Carga Horária das Geometrias das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro	47
04. Comparativo das ementas das disciplinas de Geometria das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro ...	48
05. Comparativo da bibliografia recomendada para as disciplinas de Geometria das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro	49
06. Parâmetros de Audibilidade	81

LISTA DE QUADROS

01. Distribuição de Carga Horária por Área nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Universidades públicas do Rio de Janeiro	38
02. Grupos Disciplinares.....	58

INTRODUÇÃO

A presente dissertação foi desenvolvida no contexto do grupo de pesquisa *A Educação do Olhar: apreensão dos atributos geométricos da forma dos lugares*, inserindo-se na linha de pesquisa Teoria e Ensino da Arquitetura do Programa de Pós-Graduação em Arquitetura da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PROARQ/FAU-UFRJ) e como questão principal investiga quais são os conhecimentos geométricos necessários para o arquiteto urbanista durante a sua formação na FAU-UFRJ.

Iniciar um estudo científico nos faz refletir a respeito de termos que muitas das vezes são utilizados de forma equivocada, ou ainda sem considerar a amplitude que estes termos evocam. Comumente a Geometria é definida como sendo a ciência que estuda as formas e suas relações no espaço, entretanto, de acordo com Usiskin (1994, p.29) a abordagem dada a este estudo é capaz de definir significativas diferenças entre os resultados que desejamos obter.

Para Allendoerfer (1969, p.165) um grande desafio ao tentar se estabelecer um currículo para o estudo da Geometria reside no fato de não haver uma concordância entre os estudiosos do assunto quanto aos tópicos que devem ser estudados. Além disso, é fundamental definir qual abordagem será utilizada, ou seja, sob qual estrutura lógica este conteúdo será analisado.

Deste modo nos deparamos com a questão de qual seria a melhor "abordagem" a ser utilizada. Buscando estruturar o estudo da Geometria podemos considerar duas abordagens distintas, segundo Felix Klein (1948), são elas:

Geometria pura, sintética ou axiomática: assim denominada quando tratada de modo lógico-dedutivo, ou seja, construída a partir de uma cadeia de raciocínio sustentada em um sistema de axiomas ou postulados.

Geometria de coordenadas ou analítica: quando fazemos o uso de coordenadas e da álgebra – onde os problemas geométricos são representados e desenvolvidos de acordo com o vocabulário algébrico.

A respeito destas abordagens é possível dizer que, em seu caráter sintético, a Geometria exige uma visualização prévia do objeto a ser representado, enquanto no processo analítico as propriedades dos elementos são conhecidas na fase final, após a manipulação dos dados. Tendo em vista o processo de projeto em arquitetura, o sistema sintético parece apresentar maior aplicação. Entretanto, ambas as abordagens de estudo não são opostas, muito pelo contrário, entendendo-se suas especificidades é possível potencializar o processo de projeto, cooperando com o arquiteto.

Além destas abordagens podemos considerar qual o tipo de discurso geométrico empregado: formal ou informal. Onde a abordagem formal exige um maior nível de abstração e pureza de pensamento, ao passo que a informal nos permite um contato mais próximo com o mundo físico.

"A distinção que muitas vezes se faz entre geometria formal e geometria informal leva-nos a pensar que só há dois níveis de discurso e que esses níveis são distintos. Essas supersimplificações tornam mais difícil dar sequência a experiências geométricas de maneira produtiva. "
(USISKIN, 1994, p.30)

Analisando as várias maneiras de se gerar conceitos em Geometria, e sob a ótica curricular, Usiskin aponta distintas "maneiras de considerar a geometria", sendo por ele denominadas DIMENSÕES, são elas:

1. A Geometria como estudo da visualização, do desenho e da construção de figuras;
2. A Geometria como estudo do mundo real, físico;
3. A Geometria como veículo para representar conceitos matemáticos, ou outros, cuja origem não é visual ou física;
4. A Geometria como exemplo de um sistema matemático.

A partir destas dimensões, ou "caminhos" possíveis para se estruturar os conceitos em Geometria, podemos trilhar de acordo com diferentes visões que nos levam a diferentes objetivos e justificações, induzindo a critérios distintos para a compreensão dessa ciência. Aplicado ao Ensino de Arquitetura e Urbanismo destacamos os seguintes aspectos dessas dimensões:

A primeira dimensão se refere aos aspectos ligados diretamente ao desenho, onde a Geometria é capaz de fornecer subsídios para a representação gráfica, meio de comunicação fundamental para os agentes envolvidos no processo de projeto. Tendo em vista a comunicação entre diferentes pessoas é necessário que este tipo de desenho seja feito segundo regras e padrões, de modo que seja possível a sua interpretação, independente do idioma.

Ao se trabalhar com a segunda dimensão proporciona-se um entendimento do mundo que nos cerca e que será intervisto. Mais adiante veremos que a origem dos conceitos geométricos deu-se baseada na observação do mundo físico, entretanto, vemos que essa relação de teoria e abordagem prática é muita das vezes negligenciada nos livros didáticos, demonstrando ser "um problema curricular não resolvido" (USISKIN, 1994, p.33).

A terceira e quarta dimensão trabalham de modo desenvolver conceitos teóricos de alto nível de abstração, mais próximo dos anseios matemáticos, e que não se aplicariam, em princípio, ao processo de formação do arquiteto urbanista.

É importante salientar que, embora a Geometria não seja atividade fim do arquiteto, a capacidade de abstração geométrica é fundamental para a resolução de problemas práticos que apresentem um considerável nível de complexidade. E por mais que esta seja uma ciência consolidada, observamos que o seu ensino vem perdendo espaço nas escolas de Arquitetura e Urbanismo em detrimento do uso das novas tecnologias digitais. Entretanto, segundo Batlle (2011, p.162) "nada adianta um 'software' gráfico com grande tecnologia agregada, na mão de um profissional que não tenha conhecimentos espaciais e geométricos suficientes e seguros para operá-lo e assim, responder minimamente às exigências de mercado".

Tendo em vista este contexto, formula-se a seguinte questão: Quais os conceitos de Geometria permanecem no ensino de arquitetura e quais deveriam ser introduzidos, considerando a prática do arquiteto urbanista?

É possível perceber que o conteúdo de Geometria, onde ainda é ministrado, compreende abstrações e teoremas que exigem conhecimentos prévios os quais não são abordados nas fases anteriores da formação do aluno. Os conhecimentos de geometria plana, geometria espacial, geometria descritiva e analítica são necessários ao desenvolvimento da prática arquitetônica, onde a forma de pensar e se comunicar ocorrem por meios não verbais.

Entretanto as contribuições da Geometria nem sempre estão evidentes no ensino de arquitetura. Portanto, destacar a sua importância no ensino para a prática arquitetônica, mesmo em face ao desenvolvimento das novas tecnologias digitais, justifica a identificação dos conhecimentos espaciais e geométricos que motivaram este trabalho.

Observando estas questões, o objetivo geral desse trabalho é: apontar quais conceitos de Geometria são necessários no processo de ensino/aprendizado em Arquitetura e Urbanismo. Como objetivos específicos buscamos: evidenciar a importância do estudo de Geometria para o arquiteto urbanista; levantar a situação atual do ensino de Geometria, nos níveis da Educação Básica e Ensino Superior em Arquitetura e Urbanismo; e identificar os conceitos geométricos presentes/envolvidos nas disciplinas da FAU-UFRJ.

Visando alcançar estes objetivos, a primeira etapa da pesquisa constituiu-se do embasamento teórico, feito por intermédio da **revisão bibliográfica** de livros, dissertações, teses e artigos científicos que abordam o tema principal deste trabalho. Por se tratar de uma área com campo de aplicação muito vasto, recorreremos a autores que tratam o assunto pelo viés da educação matemática, e não apenas àqueles que discorrem sob a ótica da arquitetura e das artes.

Concomitantemente a esta etapa foi realizado o **levantamento documental** da legislação educacional nos níveis Fundamental, Médio e Superior – sendo analisadas as Leis de Diretrizes e Bases; os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental/Médio; as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica e as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Arquitetura e Urbanismo.

A partir do sistema cadastral *online* do MEC (Ministério da Educação) foram compilados dados a respeito de todas as Instituições de Ensino Superior que estavam autorizadas a oferecer a graduação em Arquitetura e Urbanismo no estado do Rio de Janeiro e em consulta aos seus respectivos sites foram obtidas, quando possível, as ementas das disciplinas de Geometria, os planos de curso e a bibliografia básica.

O estudo de caso desta pesquisa foi a Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UFRJ por ser a mais antiga faculdade de Arquitetura do Brasil; possuir reconhecimento internacional devido ao seu alto nível acadêmico; e oferecer acesso fácil à documentação e aos dados disponibilizados pelo grupo de pesquisa "Educação do Olhar: apreensão dos atributos geométricos da forma dos lugares", vinculado à linha de pesquisa Teoria e Ensino da Arquitetura do Programa de Pós-graduação em Arquitetura – PROARQ/FAU-UFRJ. Este estudo de caso buscou conhecer com uma maior proximidade um sistema educativo representativo, pretendendo-se estabelecer os pontos de contato que a Geometria poderia colaborar com as diversas áreas que compõe a Arquitetura e o Urbanismo, identificando o que há de essencial e característico no processo de ensino/aprendizado.

Para facilitar o levantamento dos conceitos geométricos presentes na formação em Arquitetura e Urbanismo da FAU-UFRJ criaram-se os seguintes grupamentos disciplinares, tendo por diretrizes os itens estabelecidos pelo MEC como habilidades mínimas a serem desenvolvidas pelos alunos: História e Teoria; Representação da Forma; Análise e Concepção da Forma Arquitetônica; Análise e Concepção da Forma Urbana; Conforto Ambiental; Sistemas Estruturais; Processos Construtivos e Sistemas Prediais.

A partir destes grupos foram analisadas as ementas das disciplinas, planos de aula e bibliografia básica. E então apontados quais conceitos geométricos estão presentes nas disciplinas.

Esta dissertação se estrutura em três capítulos:

No **Capítulo I** abordamos a Geometria no contexto da história, buscando demonstrar sua importância através de suas aplicações, principalmente no campo da Arquitetura e Urbanismo; sua relevância nos tratados de

arquitetura da antiguidade e nos estudos mais recentes de experimentação arquitetônica, apontando a importância do seu conhecimento para o arquiteto.

Em seguida, no **Capítulo II**, tratamos desta ciência no contexto do ensino, discorrendo sobre a sua presença nos currículos, por meio da legislação específica do Ensino Fundamental/Médio para depois abordarmos o ensino de Geometria nas Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo situadas no estado do Rio de Janeiro. Finalizando o capítulo são apresentados alguns modelos para o ensino/aprendizado de Geometria sendo exemplificados por meio de um objeto arquitetônico.

No **Capítulo III**, analisamos a atual estrutura do ensino de graduação da FAU-UFRJ identificando os conceitos geométricos presentes nas suas disciplinas observando suas ementas, planos de curso e bibliografia recomendada. É dado um destaque maior à disciplina de Geometria Descritiva, onde estes conceitos são trabalhados de modo mais evidente.

Nas Considerações Finais os objetivos da pesquisa são retomados e apresentados os desdobramentos para futuros trabalhos. Ao final do trabalho encontram-se as Referências Bibliográficas, Anexos e Apêndices, material que embasou teoricamente esta dissertação.

CAPÍTULO 1: A GEOMETRIA E SUAS APLICAÇÕES NA ARQUITETURA

Segundo Platão: "Por toda a parte existe Geometria"
Euler concordou, dizendo: "Mas é preciso olhos para vê-la"
E Malba Tahan completou: "E alma de artista para admirá-la"

Para onde quer que olhemos nos deparamos com a Geometria. Na arquitetura ela aparece da criação até a construção das formas e dos espaços pensados pelo homem; como resultado da combinação de vários elementos geométricos. Também nos desenhos e modelos, formas de expressão do arquiteto, encontramos a Geometria em informações objetivas, tais como dimensões, escalas e construção de figuras.

Mesmo em exemplares arquitetônicos com formas consideradas complexas, onde a Geometria é pouco definida, são utilizados novos conceitos geométricos auxiliados pela tecnologia digital.

Este capítulo relata, em uma abordagem cronológica, algumas das aplicações de Geometria ao longo da história apontando a importância do seu conhecimento para o arquiteto.

A Geometria e suas aplicações

Segundo retrata Garbi (2011, p.10) "... foram os arquiteto e construtores primitivos os pioneiros na solução das questões básicas da Geometria". Para Leonard Mlodinow (2010, p.19), é bem provável que a cobrança de tributos tenha sido o fator impulsionador para o desenvolvimento dessa ciência, tendo em vista que o imposto cobrado sobre a propriedade da terra, pago ao Faraó, era proporcional à área das propriedades. Os egípcios desenvolveram métodos "precisos" para calcular a área dos terrenos, em geral quadriláteros. Para elementos circulares utilizavam a equivalência de um quadrado com lados iguais a $\frac{8}{9}$ do diâmetro, o que corresponde a um erro de apenas 0,6%.

A realização dos levantamentos em campo era feita pelo *harpedonopta* (que significa literalmente "um esticador de corda"). De forma curiosa, porém não ao acaso, a palavra *hipotenusa* em grego significa "o que foi esticado contra" (MLODINOW, 2010, p.20). Ainda segundo Mlodinow, o 'topógrafo' egípcio conduzia três escravos que seguravam uma corda cujas extremidades encontravam-se unidas e com nós situados em distâncias conhecidas. Ao esticar a corda, e tendo os nós como vértices, obtém-se um triângulo com os lados e, principalmente, os ângulos conhecidos. Por exemplo, ao armarmos um triângulo com distâncias 3, 4 e 5 metros; sabemos que o ângulo de 90° estará entre os lados de 3 e 4 metros.

O conhecimento de Geometria pelos egípcios pode ser observado ainda na construção das pirâmides. O rigor geométrico da construção pode ser constatado se olharmos o conjunto, onde, segundo Strickland (2004), a base de 52km^2 é um quadrado perfeito, sendo a diferença entre os lados de apenas 1cm e os blocos que constituem as pirâmides conferem às suas faces uma inclinação constante de 51° .

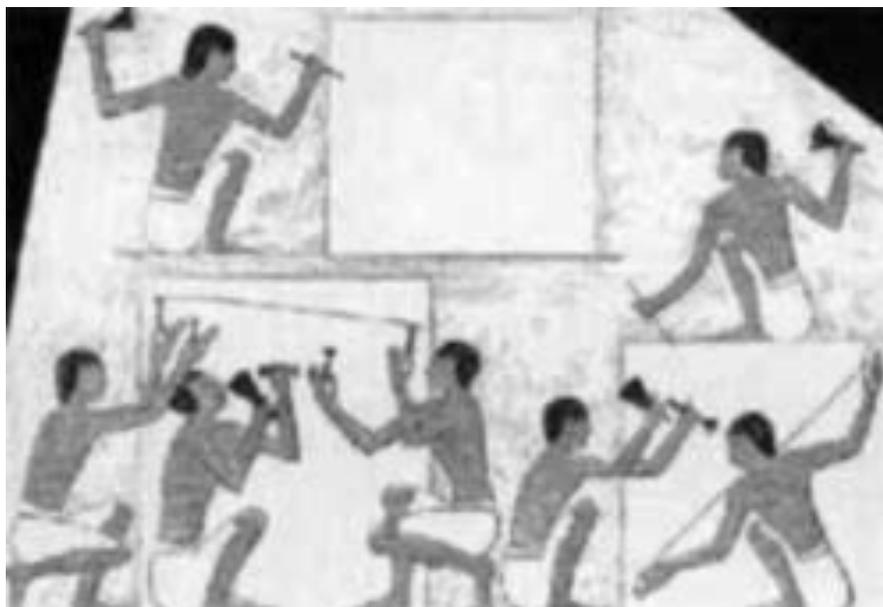


Figura 1. Operários egípcios na confecção dos blocos das pirâmides.

FONTE: <http://teste.planetaeducacao.com.br/historia/piramides.asp> Acesso em 03.01.2016

A civilização babilônica também demonstrou um amplo conhecimento empírico no cálculo de áreas e volumes, tal como os egípcios também utilizando as relações existentes entre os lados de um triângulo retângulo, o que foi constatado em vestígios arqueológicos em forma de "tabuinhas de

argila com tabelas impressionantes de sequencias de trincas exibindo essa relação.” (MLODINOW, 2010, p.21). Observa-se ainda que a construção deste conhecimento se deu, em princípio, pela necessidade de resolução de problemas cotidianos, sendo desenvolvido através da **observação** e com base em **experimentações** e tentativas. Conforme relata Garbi, vemos que:

“... as primeiras soluções de problemas aritméticos e geométricos deram-se de maneira prática, sem preocupações com formalidades teóricas. Tentativas, erros e experimentações seguramente aconteciam, até que fossem, um a um, sendo superados os problemas que surgiam. Tratava-se, pois, de um aprendizado indutivo (ou empírico), em um processo de observação de padrões que se repetiam e que, por indução, levavam os pioneiros a crer que se estava diante de verdades gerais.” (GARBI, 2011, p.11)

Muito embora as civilizações que antecederam os gregos tivessem realizado notórias descobertas, foi graças a eles que as regras práticas dos egípcios e babilônicos foram aperfeiçoadas, desenvolvendo-se um nível de abstração tal que possibilitou a aplicação dos conceitos geométricos em muitas outras circunstâncias diferentes.

Os gregos foram os primeiros a perceber que a natureza poderia ser entendida usando-se a matemática - que a geometria poderia ser aplicada para revelar, não apenas para descrever. Desenvolvendo a geometria a partir de descrições simples de pedra e areia, os gregos extraíram as ideias de ponto, linha e plano. (MLODINOW, 2010, p.15)

O primeiro teórico da Geometria foi Tales de Mileto (por volta de 600 a.C.) e seu trabalho consistiu em atribuir fundamentação teórica aos fatos descobertos pelos egípcios, e a partir disso **empregar técnicas de deduções para “roubar” a solução de um problema para o outro**, tais como a semelhança de triângulos sendo utilizada para determinar a distância de um navio do mar ou a altura de uma pirâmide [Figura 2]. Além disso, Tales passou a denominar a sua matemática de GEOMETRIA, equivalente grego para aquilo que os egípcios chamavam de “medida da terra”.

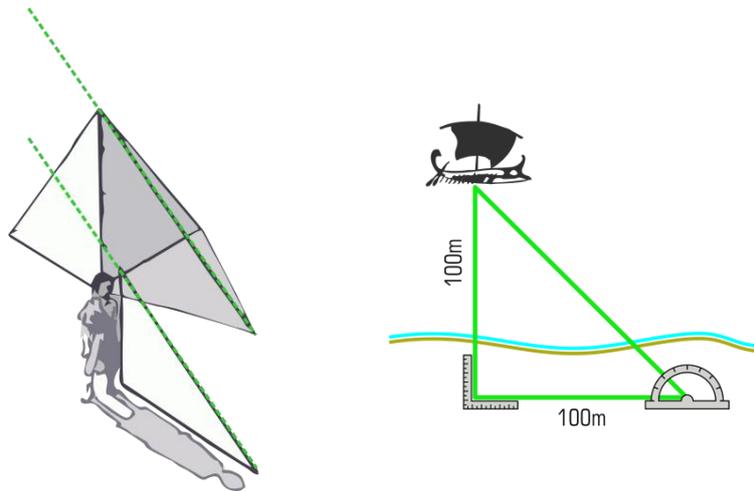


Figura 2. Aplicações da semelhança de triângulos

FONTE: Arquivo do Autor

Seguindo a linha de Tales, para Pitágoras de Samos (cerca de 570 a.C.) a característica mais intrigante da matemática era a existência de padrões numéricos associados a modelos geométricos, o que podemos considerar uma das primeiras associações da Geometria com a álgebra. “Os pitagóricos imaginaram os números inteiros como pedrinhas ou pontos, dispondo-as em certos padrões geométricos” (MLODINOW, 2010, p.30), conforme ilustrado na Figura 3.

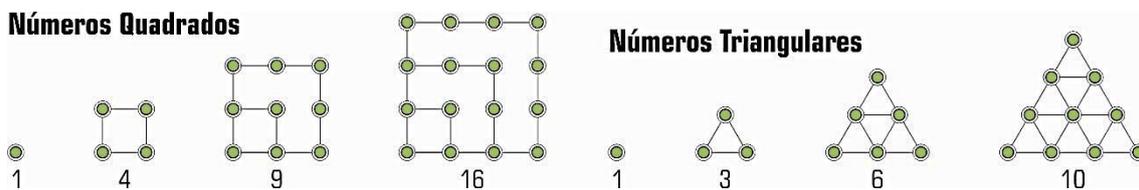


Figura 3. Padrões geométricos dos números

FONTE: Arquivo do Autor

Observando o tratamento dado aos números, por Pitágoras, conferindo a eles uma notação geométrica, não é muito difícil perceber a demonstração do famoso teorema de Pitágoras, que trata da relação métrica entre os lados de qualquer triângulo retângulo, sendo por definição, a hipotenusa o lado oposto ao ângulo reto e os catetos os dois lados que o formam. O teorema conhecido como o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos, pode ser lido como “a área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa é igual à área dos quadrados desenhados sobre os catetos” [Figura 4].

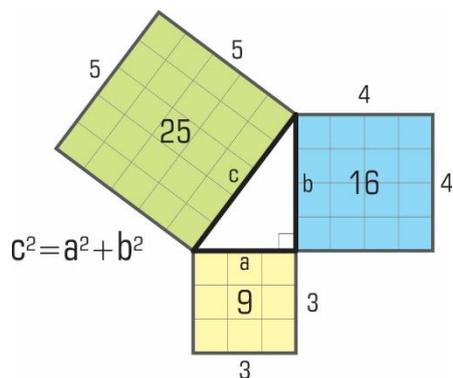


Figura 4. Demonstração gráfica do Teorema de Pitágoras

FONTE: Arquivo do Autor.

É válido ressaltar que muitas outras civilizações já haviam se deparado com este fenômeno geométrico e, segundo Garbi (2011, p.27) existiriam 367 maneiras diferentes de demonstrar este teorema, motivo pelo qual alguns autores afirmam que Pitágoras não foi o seu autor.

Algumas décadas após Pitágoras surgiu um dos maiores geômetras de todos os tempos - Euclides, que no seu famoso livro "Os Elementos" (por volta de 300 a.C.), colaborou com o desenvolvimento desta ciência reunindo os conhecimentos que estavam dispersos e os tratando com um raciocínio puro, sem nenhuma referência ao mundo físico, o que possibilitava transpor estes saberes para diversas outras aplicações. Esta obra foi precursora em estabelecer definições precisas e tornar claros os termos geométricos, formulando "23 definições, cinco postulados geométricos e cinco postulados adicionais que chamou de "noções comuns". A partir dessa base, ele demonstrou 465 teoremas [...]" (MLODINOW, 2010, p.43).

Os 13 livros que compõem a obra de Euclides não se limitavam às duas dimensões do plano. Como grandes observadores da natureza, os gregos identificaram diversos padrões encontrados em formações minerais e em esqueletos de animais marinhos (os radiolários), como vemos na Figura 5.



Figura 5. Cristais na forma dos sólidos platônicos e Radiolários

FONTE: <http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html> Acesso em 03.01.2016

No Livro XIII, Euclides fala sobre os sólidos de Platão [Figura 6], advertindo que são assim denominados de forma errada, pois três deles (o tetraedro, o cubo e o dodecaedro) se devem aos pitagóricos e dois deles (octaedro e o icosaedro) se devem a Teeteto, discípulo ateniense de Teodoro.

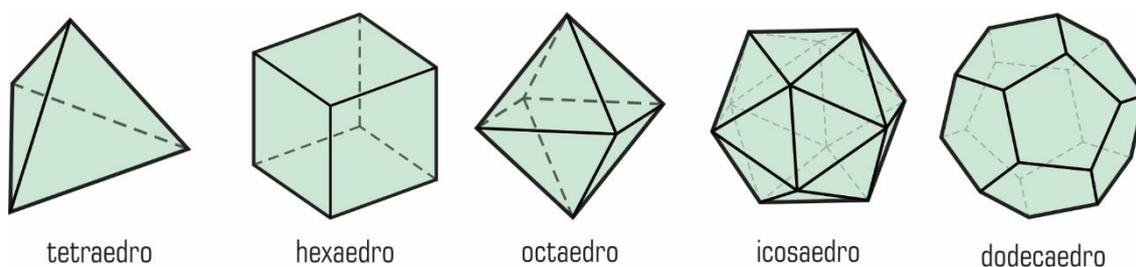


Figura 6. Sólidos platônicos

FONTE: Arquivo do Autor

Entretanto, tradicionalmente estes sólidos são assim chamados por haverem sido descritos por Platão em *Timeu* – um diálogo que especula a respeito da natureza, do mundo físico e dos seres humanos. Neste texto é apresentada uma descrição dos cinco poliedros regulares e enunciado como construí-los (juntando triângulos, quadrados e pentágonos para formar suas faces). Além disso, Platão os associa, misticamente, aos quatro “elementos” primordiais *empedoclianicos* de todos os corpos materiais — fogo, terra, ar e água; e o dodecaedro representava o universo que nos cerca.

Segundo Howard Eves (2008) *Os Elementos* de Euclides exerceu tanta influência sobre o pensamento científico que sua importância quase se equipara à Bíblia, em função de ter sido tão amplamente estudado. Ainda, para Eves, outras obras de Euclides merecem destaque, como *Os Fenômenos*, que trata da **geometria esférica**, base para a astronomia de observação e a Óptica, além de se tratar de um estudo embrionário de perspectiva.

A partir destas compreensões geométricas básicas, muitas outras ciências puderam ser desenvolvidas, como a Astronomia, onde foi possível, por exemplo, determinar o diâmetro da Terra e até mesmo o tamanho da Lua e sua distância até nós. Outra obra importante de Euclides, entretanto dada como perdida, foi um estudo das curvas cônicas (resultante da seção de um cone por um plano), cujo produto serviu como base do trabalho de Apolônio, colaborando para o progresso da navegação e da astronomia.

Chamado de "o pai da trigonometria", Hiparco (190 a.C.) foi um astrônomo grego, construtor de máquinas, cartógrafo e matemático. A ele é creditada a sistematização de uma tabela trigonométrica para uma série de ângulos, possivelmente tomando-se como base o trabalho dos babilônios e mesopotâmicos, que mais tarde viria a dar origem à **trigonometria esférica**.

Essa compreensão grega do mundo visto através da matemática se aplicou nas mais diversas áreas, não apenas nas ciências exatas, mas também no campo das artes. Na arquitetura grega, além da preocupação com o estudo das proporções nas fachadas, podemos também observar o cuidado com a percepção da obra. No Parthenon, por exemplo, sua perfeição se dá devido a desvios quase imperceptíveis de suas linhas retas, onde:

[...] as colunas se inclinam ligeiramente para dentro, enquanto o entablamento e a projeção da plataforma são levemente arqueados. Esses 'refinamentos', como eram chamados, curvam a linha reta para dar a ilusão de um impulso para cima e de um suporte sólido para a massa central. (STRICKLAND, 2004, p.14)

Na Figura 7 podemos observar, à esquerda, o traçado de composição e as suas proporções harmônicas da fachada principal do Parthenon e à direita um trecho da Fachada Lateral que evidencia, exageradamente, as deformações da colonata para melhorar o efeito ótico como descrito por Strickland (2004).

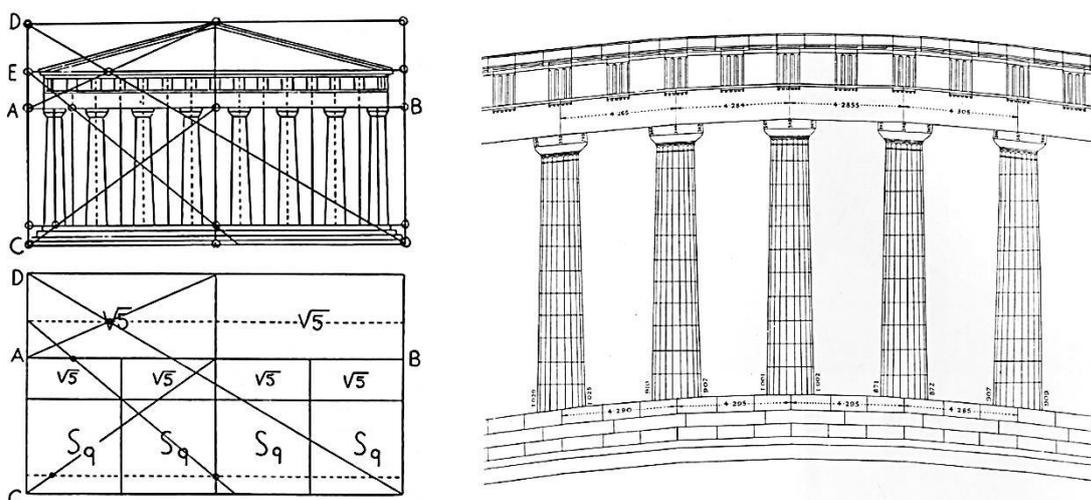


Figura 7. Análise das Fachadas do Parthenon

FONTES: <http://pnld.moderna.com.br/2012/08/21/o-numero-de-ouro/> Acesso em 03.01.2016 e BENEVOLO, 2007, p.93

Além das questões ligadas à estética arquitetônica, os gregos deixaram uma grande contribuição para o campo da acústica tendo em vista a engenhosidade dos projetos de seus teatros.

Com os gregos foi possível aprender sobre a eficiência da distribuição da plateia em formas semicirculares e aproveitamento da topografia, tendo como resultado a aproximação do público ao palco e, conseqüentemente, a maior captação sonora do espectador.
(SOUZA et al, 2012, p.16)



Figura 8. Aproveitamento da topografia e Planta do Teatro de Epidauro – Grécia
FONTES: SOUZA et al, 2012, p.17 e BALLANTYNE, 2012, p.267.

Pensando na concepção geral das cidades-estados gregas, Hipódamo de Mileto é considerado o primeiro urbanista da história por conceber um planejamento urbano e estruturar a cidade de modo privilegiar a funcionalidade. Contratado por Péricles para reestruturar a cidade portuária de Pireu, por volta do ano 450 a.C., ele desenvolveu o denominado sistema ou malha hipodâmica.

As ruas são traçadas em ângulo reto, com poucas vias principais no sentido do comprimento, que dividem a cidade em faixas paralelas, e um número maior de vias secundárias transversais [...] Daí resulta uma grade de quarteirões retangulares e uniformes, que pode variar nos casos concretos para adaptar-se ao terreno e às outras exigências particulares [...] (BENEVOLO, 2007, p.114)

Este sistema foi adotado em diversas outras cidades, como em Olinto e Alexandria [Figura 9], bem como em maior parte das colônias gregas.

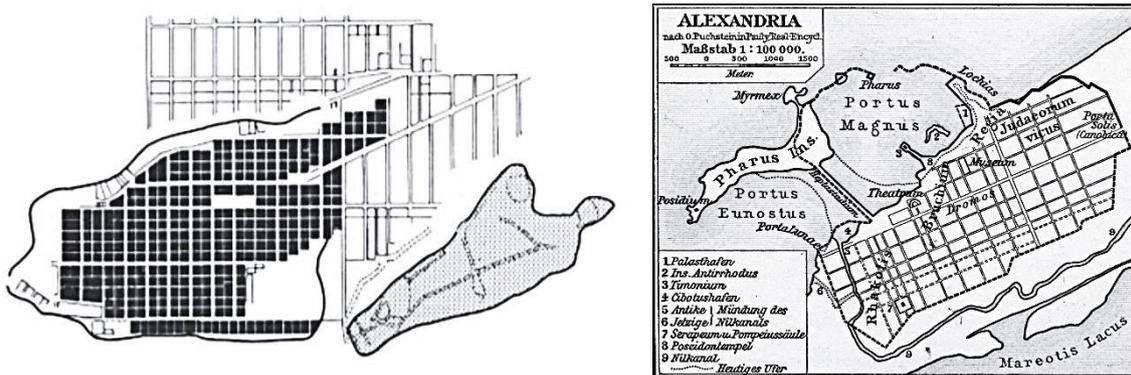


Figura 9. Planta das cidades de Olinto e Alexandria

FONTES: BENEVOLO, 2007, p.114 e

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/28.html> Acesso em 03.01.2016

O nível de compreensão de Geometria pelos gregos era tal que, segundo Leonardo Mlodinow:

Se a Idade de Ouro tivesse continuado sem diminuir seu ímpeto [...]. Poderíamos ter chegado à Lua no ano de 969 em vez de 1969. Poderíamos ter uma grande compreensão do espaço e da vida que atualmente nem podemos imaginar. Em vez disso, aconteceram eventos que atrasaram o progresso iniciado pelos gregos durante um milênio. (MLODINOW, 2010, p.53)

A respeito do Império Romano, embora seja possível verificar uma Geometria de caráter prático e aplicado, não se encontram relatos de algum desenvolvimento neste campo. Por exemplo, é comum encontrar alguns livros-textos romanos que propunham ao leitor determinar a largura de um rio quando “o inimigo” estivesse ocupando uma das margens. Para alguns autores, sob o ponto de vista teórico, houve uma estagnação, tendo em vista que a contribuição literária mais significativa dos romanos foi feita por Boécio entre o IV e V século, tratando-se, praticamente de um resumo do primeiro dos treze livros de *Os Elementos* de Euclides. Esta obra acabou sendo utilizada pelos monges dos mosteiros católicos e alguns poucos leigos que tinham acesso à educação durante a Idade Média.

Em termos funcionais, a arquitetura romana fez um grande uso do chamado arco pleno, ou arco de meia volta, que devido a sua forma curvilínea “transforma os esforços verticais de uma carga aplicada em componentes inclinados, transmitindo-os para contrafortes em ambos os seus lados”

(CHING et al, 2010, p.240), o que coopera para a solidarização¹ de cada um dos elementos que compõe o arco.

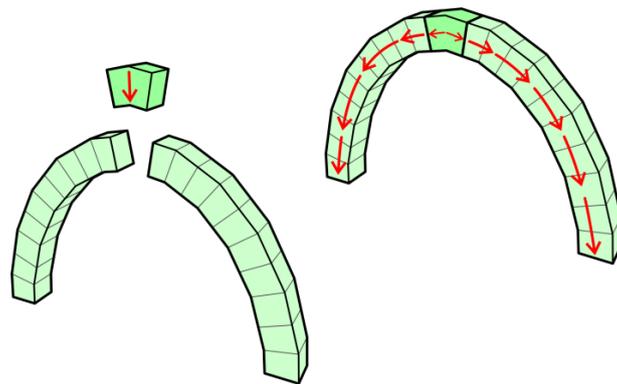


Figura 10. Esquema de distribuição de forças no arco
FONTE: Arquivo do Autor

Com relação a aspectos arquitetônicos funcionais podemos ressaltar o exemplo de um conhecido edifício romano – o Coliseu [Figura 11]. Projetado para abrigar batalha de gladiadores, execução de criminosos, lutas de animais e até mesmo batalhas navais, o posicionamento de suas 80 escadarias permitia que o local fosse evacuado em menos de 3 minutos. Muito provavelmente isso ocorria em decorrência da relação existente entre os esses elementos de escape com a forma da arena.

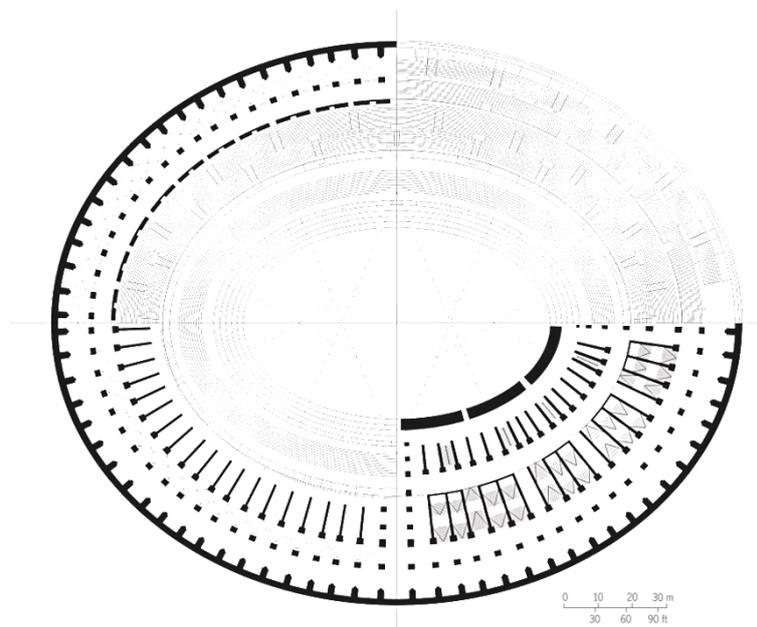


Figura 11. Planta do Coliseu Romano
FONTE: BALLANTYNE, 2012, p.19.

¹ Uma estrutura é dita solidária quando há uma relação de auxílio mútuo entre os elementos que a compõe, sendo as suas partes interdependentes.

No campo do Urbanismo observamos que a concepção das cidades romanas baseava-se em uma malha ortogonal, proposta por Hipódamo da Grécia e orientada pelos eixos norte-sul/leste-oeste, onde o “No projeto [...] se faz a referência a dois eixos principais, o *decumanus maximus* e o *cardo maximus*, que têm comprimento maior e se cruzam num ponto, considerado o centro ideal da colônia” (BENEVOLO, 2007, p.197).

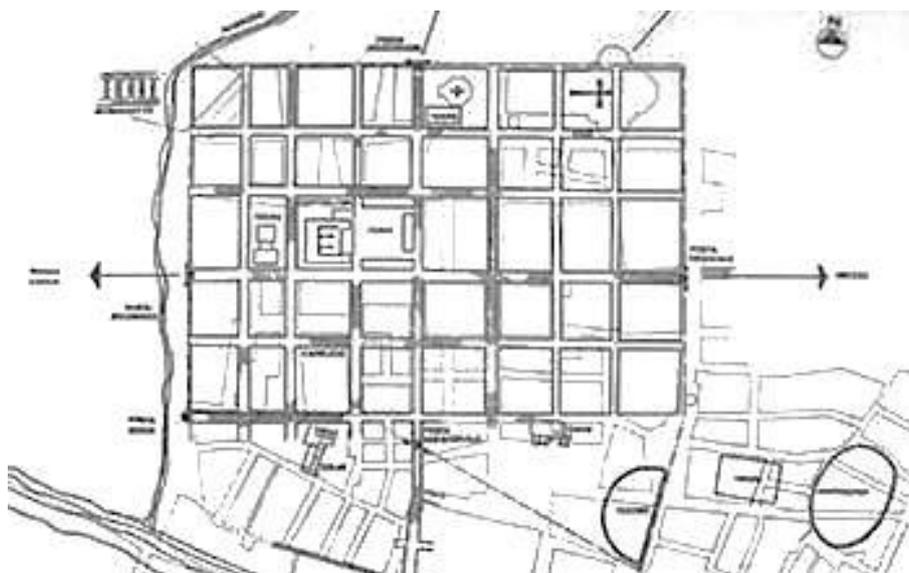


Figura 12. Planta da cidade romana Firenze

FONTE: <http://www.tuscanyiloveyou.com/it/citta/firenze/la-firenze-romana.html> Acesso em 03.01.2016

No que se refere ao campo das artes Roma foi o berço do primeiro tratado de Arquitetura. Marcos Vitrúvio Polião, em sua obra *De Architectura*, busca orientar o Imperador Augusto a respeito de quais seriam os preceitos balizadores que deveriam estar presentes nas construções e as boas regras da arte, uma vez que os edifícios vinham sendo considerados objetos palpáveis que personificavam o Império.

A conhecida tríade vitruviana estabelecia que:

[...] as qualidades da **firmitas** (solidez), **utilitas** (utilidade) e **venustas** (beleza) não são passíveis de dissociação em uma obra. As qualidades plásticas da obra apenas são plenamente consumadas quando estão em sintonia com a boa execução da obra sob o ponto de vista estrutural e da adequação do uso. (PEDRO, 2014, p.49, grifo nosso)

O conceito por de trás de **venustas** se baseia nos princípios de ordenação, disposição, euritmia, comensurabilidade, decoro e disposição, todos eles gerados pela aritmética e Geometria, tais como a simetria e as proporções entre as partes e o todo. Para Pierre Gros a simetria seria o único elemento que se encontra presente na maioria dos livros de Vitrúvio, sendo ela considerada como "chave da unidade orgânica da arte do construtor" e que possibilita ao edifício um salto qualitativo crucial.

Ainda nesta obra de Vitruvius, no Livro I, podemos observar que o autor expõe quais seriam os conhecimentos necessários para a formação do arquiteto, dentre eles:

[...] o **desenho**, "a fim de que disponha de capacidade para mais facilmente representar a forma que deseja para suas obras"; **geometria, para que saibam manusear os instrumentos de desenho, saibam orientar os vãos de iluminação a partir da óptica**, "e, por último, porque, através da aritmética, se calculam as despesas dos edifícios, se define a lógica das medidas e se encontram soluções para difíceis questões de symmetria através da lógica e **métodos geométricos**". (PEDRO, 2014, p.45, grifo nosso)

Após a queda do Império Romano o ocidente não apresentou um desenvolvimento significativo da Geometria. Em contrapartida, a matemática dos chineses evoluía a passos largos, "produzindo resultados que a Europa só iria redescobrir muito mais tarde, durante ou após o Renascimento" (EVES, 2008, p.246). O mais impressionante feito dos chineses foi o desenvolvimento da geometria descritiva, relatado no livro *Shi Xue* (Desenho em Perspectiva) por *Nian Xi-yao*. Esta obra foi publicada em **1729** e revisada em 1735, setenta anos antes do *Géométrie Descriptive* de Gaspard Monge (EVES, 2008, p.247).

No campo da arquitetura podemos destacar o uso da Geometria nas catedrais góticas. A adoção de um novo sistema estrutural, aliado à rigidez pela forma permitiu aos construtores medievais alçarem grandes alturas. O sistema de contrafortes em conjunto com um complexo sistema de abóbadas ogivais permitiu a abertura de grandes vãos verticais. A Geometria ainda pode ser observada nos ornamentos destas catedrais, presente nos vitrais e nas rosáceas [Figura 13].



Figura 13. Catedral de St. Denis - Vista interior, detalhe de Vitrais e Rosácea

FONTE: https://docs.google.com/file/d/0B-5HPkNdPuiPYmNINGFiMzctZWJmZC00OGIOLThIMzQtZDUzY2I4OTZjOTA0/edit?ddrp=1&hl=en_US#

Outro aspecto muito importante a ser ressaltando nas catedrais e no uso dos arcos é o seu impacto nas questões acústicas do ambiente [Figura 14]. Nos templos bizantinos a presença da cúpula gerava uma focalização sonora, enquanto o edifício gótico, dada a sua altura, fazia com que o caminho percorrido pelo som refletido fosse maior e com isso provocava a percepção de eco. É válido ressaltar que os fenômenos acústicos encontram-se intimamente ligados à forma e esta relação era conhecida, sendo utilizada intencionalmente pelos projetistas.



Figura 14. Efeito de focalização sonora e Eco em cúpulas

FONTE: SOUZA et al, 2012, p.19

Por volta do ano 1200, no campo da matemática, aparece em Pisa a figura de Fibonacci – que desenvolve o *Practica Geometriae*, um material sobre

trigonometria, moldado nos padrões euclidianos e apresentando algumas inovações.

Quase 1400 anos depois do tratado de Vitrúvio, Leon Battista Alberti, em seu livro *De re Aedificatoria*, também discorre sobre “aquilo que é útil ao arquiteto em seu ofício” e ao mencionar Vitrúvio diz que é fundamental o conhecimento da pintura (entendida como desenho) e a matemática (circunscrevendo geometria e aritmética).

O Renascimento significou um marco para muitas áreas do conhecimento; com o resgate e revalorização da cultura greco-romana a Geometria voltou a ganhar evidência. A grande inovação deste período para o campo da representação gráfica foi o desenvolvimento da perspectiva no qual dois nomes se destacaram: Filippo Brunelleschi e Leon Battista Alberti, através do livro *Trattato della Pittura*, onde são trabalhados e definidos os conceitos da perspectiva, pautadas na Geometria de Euclides.

Além de sua contribuição para o desenvolvimento da perspectiva, Brunelleschi também merece destaque pelo projeto para a cúpula da catedral de Santa Maria del Fiore [Figura 15], situada em Florença. Sua construção só foi possível pela geometrização e engenhosidade construtiva de Brunelleschi.

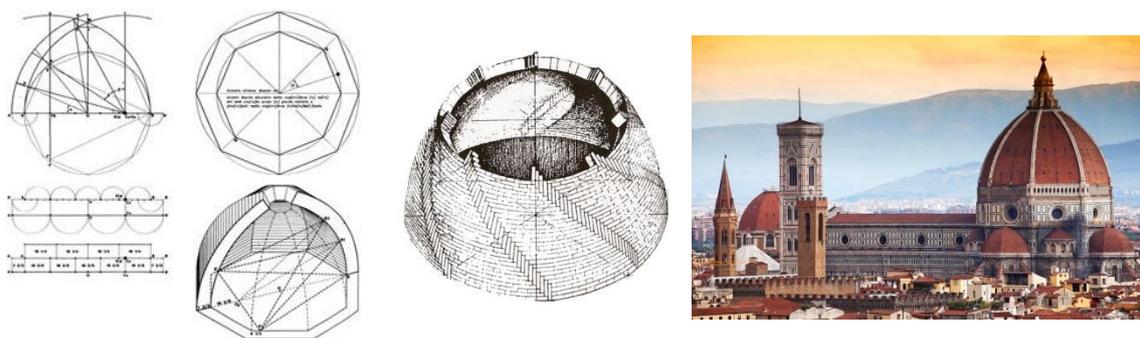


Figura 15. Geometrização da cúpula da catedral de Santa Maria del Fiore

FONTE: http://www.edatlas.it/scarica/galleria_disegno/Chiese2/chiese02.html Acesso em 03.01.2016

Sobre a produção arquitetônica deste período destaca-se a figura de Andrea Palladio. Segundo Mitchell (2008, p.161), Palladio foi um dos precursores na experimentação de variações de plantas por meio do desenho de inúmeras alternativas. Conforme podemos ver na Figura 16, no projeto da Vila Capra

(Vicenza/Itália – 1566), Palladio faz uso da simetria como procedimento projetual, explorando a reflexão, rotação e translação dos elementos arquitetônicos.

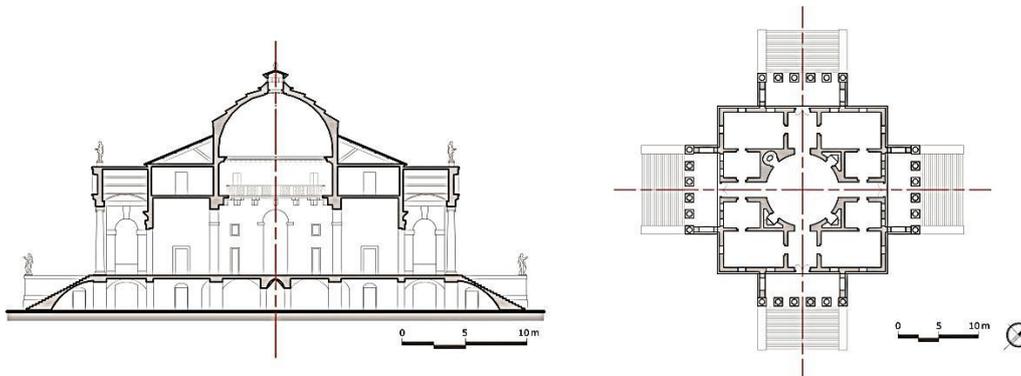


Figura 16. Corte e Planta baixa da Vila Capra

FONTE: Acervo do autor.

Do mesmo modo que os antigos gregos e os romanos, os renascentistas também concebiam suas cidades de acordo com padrões geométricos bem definidos [Figura 17]. De acordo com Benevolo (2007, p.425) “o novo método de projeção estabelecido no início do século XV se aplica teoricamente a todo gênero de objetos, desde os artefatos menores à cidade e ao território”.

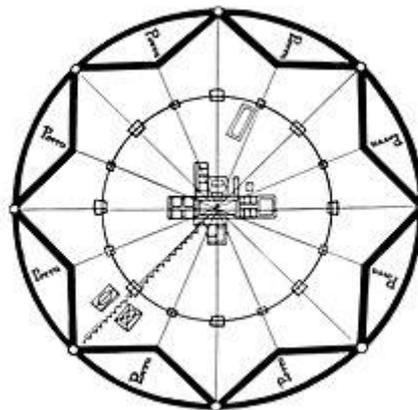


Figura 17. Planta da cidade ideal de Sforzinda, do Tratado de Filarete

FONTE: BENEVOLO, 2007, p.425

Em meados do **século XVII**, o engenheiro e arquiteto Gérard Desargues, seguido posteriormente por Blaise Pascal, desenvolveu as bases da **geometria projetiva**. Como pioneiro Desargues encontrava-se interessado em fornecer para artistas e arquitetos uma sistematização científica para a

confeção de perspectivas, trabalhando com os conceitos de *ponto de fuga* e *linha do horizonte*, por exemplo.

A geometria projetiva tinha como objetivo trabalhar com as propriedades descritivas das figuras, não havendo interesse pelos seus aspectos métricos. Cabe ressaltar que estas ideias não foram bem aceitas e somente no início do **século XIX**, através do livro *Propriétés Projectives des Figures* (1822), Poncelet, junto com outros nomes, fez com que a geometria projetiva ganhasse mais prestígio.

Em paralelo ao nascimento da geometria projetiva, Descartes e Fermat concebiam a **geometria analítica moderna**. Dizemos moderna, pois é possível perceber a presença da orientação pelo sistema de coordenadas em diversos momentos na Antiguidade, em especial nos traçados urbanos.

Com uma álgebra mais desenvolvida Descartes pôde aprofundar os fundamentos da geometria analítica. De acordo com a sua opinião a geometria é “difícil” e a álgebra “fácil” (AVRITZER, 2009), e com a proposição deste seu método era possível resolver os difíceis problemas geométricos elaborados pelos gregos utilizando a álgebra, um modo mais claro e fácil de manipular. Deste modo, para Hobert Eves “O cálculo, apoiado pela geometria analítica, foi o maior instrumento matemático descoberto no século XVII” e na visão de Sophie Germain (1808), “A álgebra não é senão a geometria escrita e a geometria não é senão a álgebra figurada”.

O **século XVIII** foi marcado por inúmeros geômetras, entre eles o ítalo-francês Giovanni Cassini (1680), que durante seus estudos sobre os movimentos relativos da Terra e Sol, elaborou a *oval de Cassini*², e a *lemniscata de Bernoulli*³; ambas obtidas pela seção de um toro circular por planos paralelos ao eixo do mesmo [Figura 18].

² Lugar geométrico dos pontos cujo produto das distâncias a dois pontos fixos é constante.

³ Lugar geométrico dos pontos cujo produto das distâncias a dois pontos fixos é constante e igual ao quadrado da metade do segmento que liga os dois pontos dados.

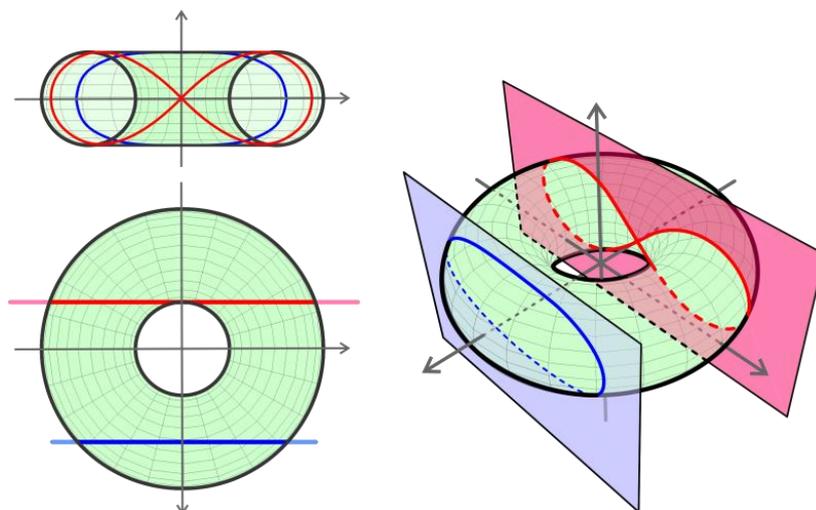


Figura 18. Seções no Toro Circular

FONTE: Arquivo do Autor

Próximo ao final do século XVIII, em meio à Revolução Francesa, Gaspard Monge estrutura a **geometria descritiva**, desenvolvida justamente em uma aplicação prática, onde Monge deveria:

[...] desenhar a planta de um forte com os canhões em lugares a serem determinados por certos dados experimentais, Monge contornou o tedioso procedimento aritmético da época substituindo-o por um outro, geométrico, mais rápido. Seu método, que consistia em inteligentemente representar objetos tridimensionais por meio de projeções convenientes sobre um plano bidimensional, foi adotado pelos militares e considerado segredo absoluto. Posteriormente veio a se tornar matéria amplamente ensinada com o nome de geometria descritiva. (EVES, 2008, p.489)

As aulas de Monge foram fonte de inspiração para outros geômetras, como Charles Dupin (1784-1873), que atuava na área da geometria diferencial e Jean Victor Poncelet (1788-1867), no campo da geometria projetiva. Por isso para muitos Monge é considerado o pai da geometria diferencial.

Ao final do **século XIX** Émile Lemoine desenvolveu a "arte das construções geométricas". Denominada por ele como **geometrografia** (escrita da geometria), este método permite a representação e solução de problemas geométricos com o menor número possível de traçados.

Para tanto Lemoine considerou as seguintes cinco operações:
S1: Fazer a régua passar por um ponto dado.
S2: Traçar uma reta com uma régua.
C1: Fazer um braço do compasso coincidir com um ponto dado.
C2: Fazer um braço do compasso coincidir com um ponto qualquer de um lugar dado.
C3: Descrever uma circunferência.
(EVES, 2008, p.590)

Tendo em vista estas operações é possível escrever o algoritmo que sistematizasse quais seriam os processos necessários para a resolução de um problema. Mesmo considerado por alguns como sendo apenas um conjunto de procedimentos sequenciados é possível enxergarmos nessa abordagem da Geometria uma potencialidade para a sua aplicação como ferramenta de análise e reflexão teórica de composições geométricas em geral e, por meio desta decodificação, passá-las para o computador. Deste modo poderíamos definir um vocabulário de formas (linhas, superfícies e volumes) que represente os elementos arquitetônicos de uma edificação existente, num procedimento lógico como sugere William Mitchell (2008) e em estudos de Gramática da Forma desenvolvidos pela Prof.^a Terry Knight do MIT (Massachusetts Institute of Technology).

No **século XX** houve uma grande revolução no campo da Geometria. O trabalho de Euclides buscou “reduzir toda a geometria a um sistema unificado de axiomas básicos dos quais todos os teoremas geométricos pudessem ser demonstrados” (MLODINOW, 2010, p.152). Entretanto alguns matemáticos começaram a questionar algumas das preposições de Euclides, tais como o “postulado das paralelas”⁴ e descartar a infinitude da reta.

Gauss e Riemann, por exemplo, mostraram que o espaço podia ser curvo e forneceram a matemática necessária para descrevê-lo. (MLODINOW, 2010, p.157). Deste modo, outros matemáticos também desenvolveram outras, denominadas, **geometrias não euclidianas**; batizadas por Klein, em 1871, como: **geometria hiperbólica** (a de Bolyai e Lobachevsky),

⁴ Sinteticamente, segundo Nelson Hein (2009), este postulado diz que: por um ponto que não pertence a uma reta dada existe apenas uma reta paralela à reta dada.

geometria parabólica (a de Euclides) e **geometria elíptica** (a de Riemann) (EVES, 2008, p.544). Entende-se o espaço hiperbólico como:

[...] o espaço que resulta substituindo-se o postulado das paralelas pela suposição de que, para qualquer reta, não existe apenas uma, mas muitas retas paralelas passando por qualquer ponto externo dado. (MLODINOW, 2010, p.127)

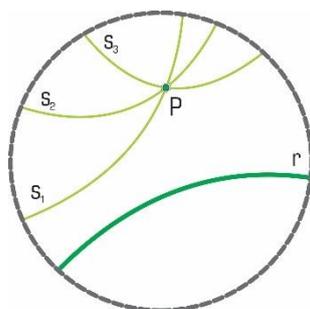


Figura 19. Disco de Poincaré
FONTE: Arquivo do Autor

A Geometria dos espaços elípticos, também conhecida como geometria esférica [Figura 20], já era conhecida e aplicada na Antiguidade, onde se trabalhava com os conceitos de triângulos esféricos e círculos máximos, aplicados na elaboração de mapas.

O espaço elíptico é o espaço que obtemos se assumirmos outra violação do postulado das paralelas: que as retas paralelas não existem (isto é, que todas as retas de um plano devem se cruzar).
(MLODINOW, 2010, p.131)

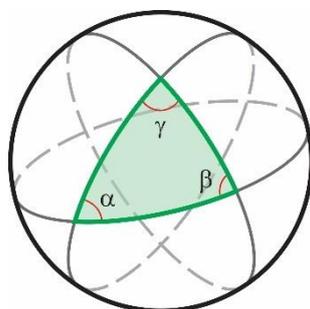


Figura 20. Geometria esférica
FONTE: Arquivo do Autor

De modo resumido podemos entender que o espaço euclidiano (plano) não possui curvatura, enquanto o elíptico e o hiperbólico trabalham em curvaturas positiva e negativa, respectivamente.

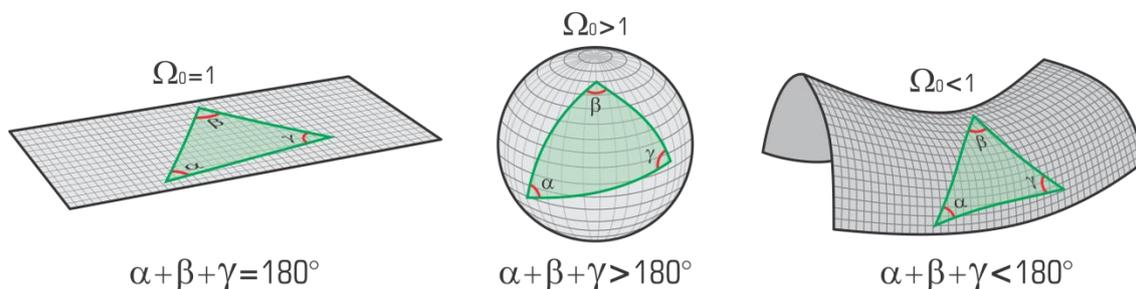


Figura 21. Geometrias não-Euclidianas

FONTE: Arquivo do Autor

Em meio a esses **novos paradigmas geométricos** foi possível enxergarmos muito além dos preceitos euclidianos. Segundo Eves (2008, p.660) essas novas geometrias forneceram ao físico alemão Albert Einstein (1910) subsídios para a elaboração da sua teoria da relatividade. Mesmo “totalmente remodelada, **a geometria** continuou sendo a **janela para a compreensão do nosso Universo**” (MLODINOW, 2010, p.153, grifo nosso).

Concomitante a estes acontecimentos no mundo das ciências, na arquitetura também ocorria um movimento de grandes proporções e que mudou radicalmente o modo de se fazer arquitetura. De acordo com Carol Strickland (2004, p.146) até o século XX a arquitetura de “prestígio” se baseava numa releitura do passado. O chamado Estilo Internacional dos anos 1920 rejeitava qualquer espécie de ornamento histórico e baseava-se em formas simples tratando a casa como a “máquina de morar”, dando força à pureza do volume arquitetônico.

Um grande expoente deste período foi o arquiteto franco-suíço Charles-Edouard Jeanneret-Gris, mais conhecido como Le Corbusier. No seu livro *Vers une Architecture* (1923), declara que a Geometria é de fato a **linguagem do arquiteto**, pois se trata de um instrumento neutro e condição necessária e essencial para a busca de boas proporções. Deste modo os arquitetos desse período estabeleceram uma idealização abstrata

geométrica denominada **traçado regulador** – uma lógica ou regras que ordenam a disposição dos elementos em uma composição.

Este traçado pode ser definido como um sistema de proporcionalidade que estabelece um esqueleto estrutural determinante para o posicionamento dos elementos geradores da composição. Esta retícula, ou grade, imaginária não consiste um esquema fechado em si mesmo ou ainda uma receita rígida. Trata-se de um meio pelo qual o artista irá guiar sua criação, sendo o que Le Corbusier diz ser “uma **geometria contra o arbitrário**”, proporcionando a satisfação do espírito, pois segundo ele “As formas primárias são belas formas porque são lidas claramente”. Na Figura 22 vemos esta metodologia aplicada, desde a escala de um objeto, o caso do projeto da **Cadeira Barcelona** (Mies Van der Rohe – 1929), até a escala arquitetônica, como vemos na **Villa Stein** (Garches/Paris - Le Corbusier – 1927).

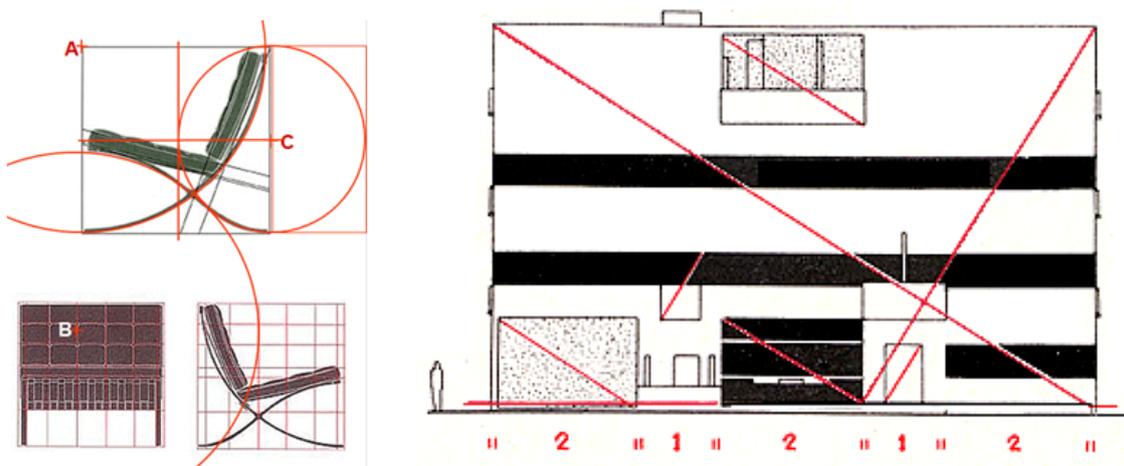


Figura 22. Modernismo - Cadeira Barcelona e Villa Stein

FONTES: <http://www.aarquitectura.com.br/blog/casa-e-jardim/cadeira-barcelona/> e <http://www.puntaweb.com/artexarte/feb2000/pintura4.htm> Acesso em 03.01.2016

Segundo Cristina Buery (2013, p.31, grifo nosso):

A aceleração do crescimento, a partir da segunda metade do século XX, assistiu a um processo de mudanças sem precedentes, na história do pensamento, da técnica e das artes, no mundo inteiro. Baseada na relação com os novos sistemas comunicacionais e informacionais, e com as **novas tecnologias eletrônicas**, surge uma nova cultura de massa. Devido ao surgimento, em 1984, do primeiro computador com recursos gráficos da história, um

Macintosh7, o registro da arquitetura, engenharia e design associado à tecnologia digital, passa a ser realidade concreta e a ter inesgotáveis soluções.

No final dos anos 1960, o sistema CAD (Computer Aided Design) dava os seus primeiros passos mais firmes e seu uso começava a se intensificar nos escritórios de arquitetura. Cerca de duas décadas depois os programas de modelagem paramétrica [Figura 23] começavam a surgir, juntamente com uma nova geração de *software*, o BIM (Building Information Modeling). Estas ferramentas digitais proporcionaram novas experiências formais.



Figura 23. Plataformas digitais de *software* de modelagem paramétrica e simulações de desempenho ambiental da edificação

FONTE: <http://www.autodesk.com.br/products/simulation/features/gallery-view>
Acesso em 03.01.2016

Para a arquitetura estas novas tecnologias colaboravam com os movimentos que faziam crítica ao Modernismo e, segundo Buery (2013, p.34, grifo nosso), “O início do **século XXI** é marcado pelas construções de formas arquitetônicas complexas, na Europa e América do Norte, mais especialmente nos países árabes e asiáticos [...]”.



Figura 24. Museu Guggenheim - Bilbao (Espanha) – 1997

FONTE: <http://eye4design.com.br/top-10-museus-com-arquiteturas-poderosas-espalhados-pelo-mundo/>
Acesso em 03.01.2016

No campo da matemática, o final do século XX consolidou a **topologia** como campo disciplinar autônomo, que então deixou de ser apenas um ramo da geometria. O matemático alemão Félix Hausdoff define esta nova área como “um ramo matemático qualitativo, uma disciplina que trata de coisas que podem ser expressas sem medida ou número”. Na topologia trabalha-se com os conceitos de convergência, conexidade e continuidade, o que permite gerar e manipular superfícies de alto nível de complexidade.

Outra área da matemática que se encontra em expansão é o estudo dos **fractais**. Esta nova geometria, também não euclidiana trabalha “[...] construções diversas, tanto nas ditas formas abstratas como nas formas inerentes à natureza, que são objeto de estudo da Física, enquanto forma e leis de formação e de escala” (ASSIS et al, 2008, p.2304-3). A principal característica dessas estruturas é a ‘auto semelhança’, identificada quando um módulo menor pode ser entendido como uma réplica do todo.



Figura 25. Topologia e Fractais

FONTE: <http://www.rinusroelofs.nl/rhinoceros/rhinoceros-m13.html> e <https://wiilianbolori.files.wordpress.com/2011/09/fractal-images45.jpg> Acesso em 03.01.2016

Estes conceitos geométricos podem ser observados em algumas obras da arquitetura contemporânea. Na Figura 27 vemos uma série de transformações topológicas para a geração do volume da Biblioteca Nacional do Cazaquistão (projeto do escritório dinamarquês BIG) e a aplicação de fractais na fachada do edifício The Cube, construído em 2010 no Reino Unido e projetado pelo escritório *Make Architects*.

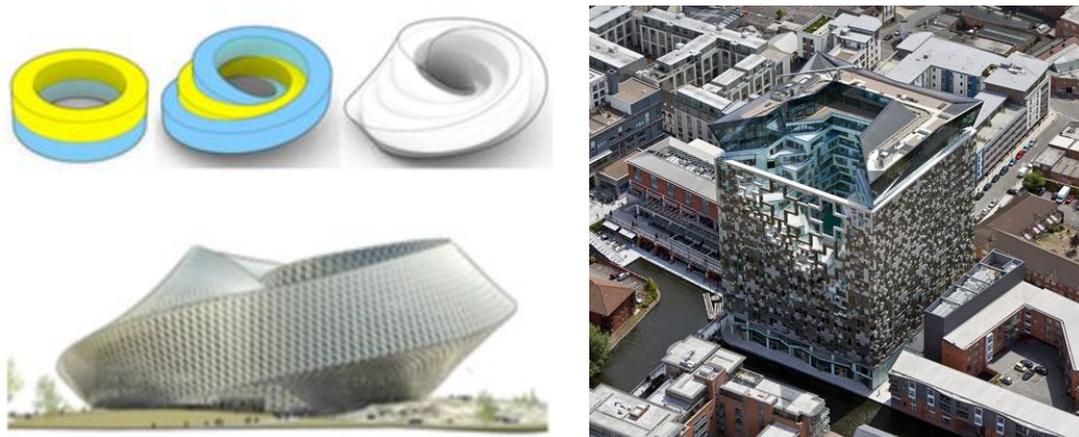


Figura 26. Topologia e Fractais na Arquitetura.

FONTE: <http://www.big.dk/#projects-anl> Acesso em 03.01.2016 e <https://it.pinterest.com/pin/103371753919045853> Acesso em 11.04.2016.

O arquiteto e a Geometria

Podemos definir a Geometria como sendo a ciência que estuda as formas e suas relações no espaço. Este ramo da matemática é capaz de desenvolver o que Howard Gardner chama de “inteligência espacial”:

Centrais à inteligência espacial estão as capacidades de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações sobre as percepções iniciais e ser capaz de recriar aspectos da experiência visual, mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes. Pode-se ser solicitado a produzir formas ou simplesmente manipular as que foram fornecidas. (GARDNER, 1994)

Outras competências desenvolvidas pela Geometria encontram-se referenciadas no trabalho do professor Nilson Machado da Universidade de São Paulo (USP). Trabalhando a partir da teoria de Gardner, Machado chega ao que ele chama de “Inteligência Pictórica”; caracterizada pela habilidade de **expressar ideias por meio do desenho**. Nas crianças, essa habilidade revela-se antes mesmo das competências linguística e lógico-matemática.

Estas capacidades são fundamentais para o arquiteto, pois segundo Leonardo Bueno (2013, p.29) “na Arquitetura, ainda é possível considerar o desenho como o principal meio de comunicação entre todos os agentes

envolvidos nas diversas etapas de produção”. E para José Barki (2004, p.43) “A geometria é fundamental tanto para o desenho como para a reflexão projetual do arquiteto [...]”.

Segundo Helmut Pottmann, a “Geometria se encontra no âmago do processo de projeto da arquitetura. É onipresente, da concepção da forma até a construção (do edifício)” (POTTMANN et al, 2007, p.1, tradução nossa). Indo mais além, Pottmann diz que atualmente a Arquitetura tem trabalhado com novas possibilidades proporcionadas pela tecnologia digital, e com isso ele se diz convencido que tais desafios podem ser vencidos de forma mais eficaz com uma sólida compreensão da Geometria [Figura 27]. E para avançar neste campo emergente, uma estreita cooperação entre a Geometria e arquitetura é da mais alta importância. Esta abordagem de Pottmann olha para o projeto, análise e processos de fabricação; de modo a promover uma reflexão sobre a prática arquitetônica da era digital, contando ainda com conceitos que permeiam a geometria diferencial, topologia, geometria fractal, autômatos celulares, sistemas generativos de projeto, prototipagem, fabricação digital etc.

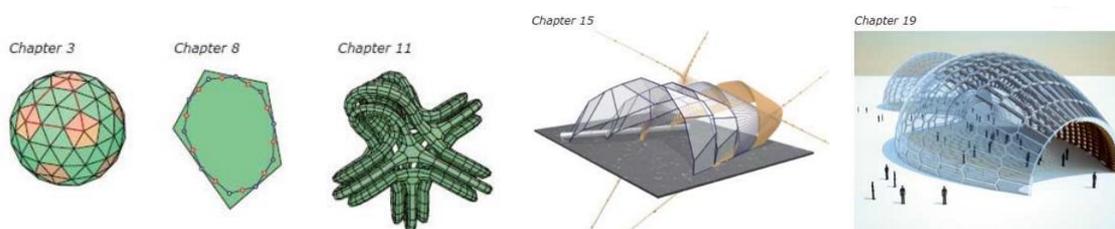


Figura 27. Architectural Geometry
FONTE: POTTMANN, 2007, p.III

Neste capítulo pudemos delinear um panorama cronológico da história da Geometria juntamente com a arquitetura. Verificamos que enquanto ciência a Geometria nasceu de questões práticas, onde a partir de situações pragmáticas do cotidiano foi possível o desenvolvimento de conceitos abstratos que poderiam ser aplicados em outras circunstâncias diferentes.

Verificamos que, ao longo da história, a Geometria pôde colaborar no trabalho do arquiteto, seja no registro do sítio onde o edifício seria implantado (caso dos egípcios), seja em questões estruturais que possibilitaram criar espaços e formas mais complexas tirando-se proveito

dos atributos geométricos das formas (uso dos arcos góticos), ou ainda aplicada no estudo da acústica dos espaços e nos traçados reguladores da forma no modernismo.

Tendo em vista que este conjunto de conhecimentos é indispensável para o arquiteto na sua prática profissional, e tal como sugere Vitrúvio, Alberti e Pottmann, deve estar presente no seu processo de formação; no próximo capítulo será feita uma análise da atual situação da Geometria nos níveis de Ensino Básico e Ensino Superior, investigando como as leis que regulamentam o ensino abordam este conhecimento.

CAPÍTULO 2: A GEOMETRIA NO ENSINO

Neste capítulo trataremos da Geometria no contexto do ensino, identificando a sua presença nos currículos do Ensino Básico e no curso Superior de Arquitetura e Urbanismo.

Observando as leis nacionais que regulamentam o ensino de desenho na Educação Básica, constata-se a inexistência de um programa federal compulsório para as disciplinas as quais deverão ser lecionadas em cada um dos ciclos da educação. Deste modo, cada instituição oferece uma formação dentro das suas possibilidades e de acordo com o que julga mais importante.

Especificamente no Ensino Médio, seu currículo é diretamente influenciado pelos mecanismos de seleção para o ingresso ao Ensino Superior. Criado em 1998 com o objetivo de avaliar o desempenho do estudante ao fim da educação básica, o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), a partir de 2009 também passou a ser utilizado como um instrumento no Vestibular de muitas Instituições de Ensino Superior (IES), sendo assim, o seu conteúdo é utilizado como balizador dos programas de Ensino Médio.

Na minha experiência acompanhando o ensino da Geometria Descritiva na FAU-UFRJ pude perceber, ao longo de 7 anos (2008-2015) e juntamente com a orientação dos docentes da disciplina, que os alunos recém chegados na graduação apresentam grande dificuldade por não saberem manusear instrumentos de desenho ou mesmo por não possuírem conhecimentos geométricos elementares. Tal situação também foi constatada após acompanhar algumas turmas do curso de Licenciatura em Educação Artística – Habilitação em Desenho, da mesma instituição.

Ao final do capítulo será feita uma aproximação maior do objeto de estudo deste trabalho, o Ensino da Geometria na Arquitetura e Urbanismo, onde serão analisadas as ementas, programas e bibliografia básica das disciplinas de Geometria oferecidas pelas universidades públicas do Rio de Janeiro.

Panorama da Estrutura de Ensino no Brasil

Desde 2013, por meio da lei Nº 12.796, o Ministério da Educação (MEC) estabelece que a educação básica obrigatória seja dividida em três níveis⁵, sendo elas: a pré-Escola; Ensino Fundamental e Ensino Médio. Segundo o artigo 22 desta lei:

A educação básica tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em **estudos posteriores**.

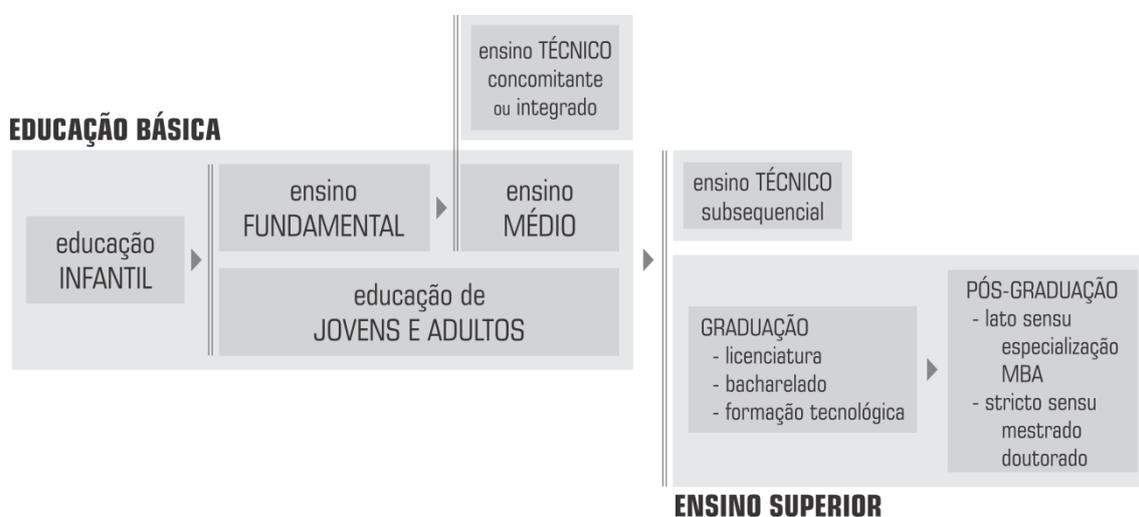


Figura 28. Divisão do Sistema de Ensino no Brasil

FONTE: Arquivo do Autor

As Leis de Diretrizes e Bases (LDBs) determinam quais são os princípios gerais da educação básica, bem como a sua finalidade e parâmetros norteadores. Desde a sua primeira publicação já foram realizadas inúmeras atualizações, sendo a última realizada em abril de 2013. Estas alterações, feitas no decorrer dos anos, buscam, segundo os profissionais da educação, atualizá-la de acordo com a conjuntura vigente na sociedade.

No escopo das LDBs vemos que, no artigo 29, a Educação Infantil, se encarrega da instrução das crianças de até 5 anos, enquanto o Ensino Fundamental (regido pelo artigo 32), desenvolve-se a formação básica do

⁵ O artigo 37 da LDB define a *Educação de Jovens e Adultos*, como sendo aquela destinada aos que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria.

cidadão, mediante, entre outras, o desenvolvimento e domínio da leitura, escrita e cálculo.

O artigo 35 informa que o Ensino Médio deve: consolidar os conhecimentos adquiridos anteriormente; possibilitar o **prosseguimento dos estudos**; fornecer preparação básica para o trabalho e cidadania; desenvolver autonomia intelectual e crítica. Além de fornecer a **compreensão dos fundamentos** científico-tecnológicos, **relacionando teoria e prática**, no ensino das disciplinas. Cabe ressaltar a existência do Ensino Técnico, que pode ser realizado concomitante ou de modo posterior ao Ensino Médio, e visa preparar o educando para o exercício profissional em determinada área técnica.

Tomando como base os objetivos estabelecidos pelas LDBs, o MEC, por meio de um grupo de trabalho estabeleceu Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para os dois segmentos finais da Educação Básica. Estas considerações se propõem, entre outras coisas, a orientar o professor na **busca de novas abordagens e metodologias** para os seus respectivos conteúdos programáticos, visando um ensino mais contextualizado e interdisciplinar.

Os PCNs são divididos em volumes, cada qual correspondendo a uma área do conhecimento e temas transversais. No que diz respeito à Geometria, buscamos informações nas recomendações feitas para o campo das Artes e da Matemática, tendo em vista que na licenciatura em Educação Artística é possível se fazer a habilitação em Desenho (sendo esse geométrico, técnico e artístico), e no caso da matemática, esta ser o campo disciplinar responsável pelo estudo da Geometria.

A Geometria no Ensino Brasileiro de Artes

Sobre o ensino das Artes é feito o relato que até a primeira metade do século XX:

[...] as disciplinas Desenho, Trabalhos Manuais, Música e Canto Orfeônico faziam parte dos programas das escolas primárias e secundárias [...] [onde] a disciplina Desenho, apresentada sob a forma de Desenho Geométrico, Desenho do Natural e Desenho Pedagógico, era considerada mais por seu aspecto funcional do que uma experiência em arte; ou seja, todas as orientações e conhecimentos visavam uma aplicação imediata e a qualificação para o trabalho.
(PCN – Ensino Básico, Livro 6, 1997, p.22)

A partir dos anos de 1970, as escolas brasileiras, influenciadas pelo movimento modernista nas artes e nas renovações de ideias e práticas pedagógicas pregadas pela “Escola Nova”, passaram a utilizar modelos de ensino e aprendizagem da arte que exploravam mais o processo criativo do aluno em vez de explorar aspectos mais funcionais.

Em detrimento disso as “aulas de Desenho e Artes Plásticas assumem concepções de caráter mais expressivo” (PCN – Ensino Básico, Livro 6, 1997, p.23), perdendo o seu caráter de representação. Em seguida podemos observar que a LDB, revisada em 1971, determina que a Arte passe a ser incluída no currículo escolar como Educação Artística, entretanto sendo considerada “atividade educativa” e não uma disciplina. Neste contexto as atividades desenvolvidas pelos professores de artes passaram a “equacionar um elenco de objetivos inatingíveis, com atividades múltiplas, envolvendo exercícios musicais, plásticos, corporais”; ou seja, uma gama de linguagens artísticas que não incluía o Desenho, sobretudo o geométrico.

A Geometria no Ensino Brasileiro de Matemática

No campo da matemática os PCNs definem 4 blocos de conteúdos, sendo eles: Números e Operações; **Espaço e Forma**; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação. Entretanto para Lima (2007, p.178) podemos definir que “Matemática se ocupa primordialmente de dois tipos de objetos: números e espaço (figuras geométricas)”.

Voltando-se para os conteúdos relativos ao conhecimento geométrico, os Parâmetros Curriculares dizem que esses conceitos são importantes, pois permitem que o aluno desenvolva “**um tipo especial de pensamento** que lhe possibilita compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (PCN – Ensino Básico, Livro 3, 1997, p.39, grifo nosso).

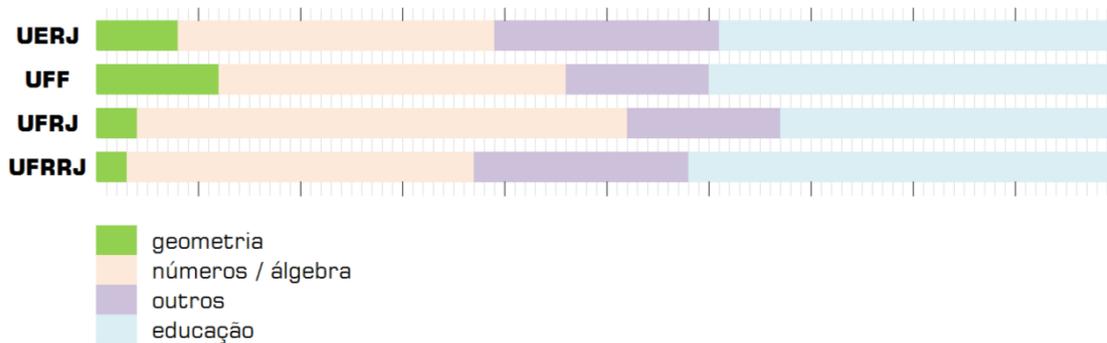
Ainda tratando deste assunto é dito que este é “um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente”. Este trabalho contribui para o aprendizado de outros conteúdos, como noções numéricas, medidas, percepção de semelhanças, diferenças e regularidades, além de aguçar e estimular a criança a observar. Sendo, por meio dessa exploração, possível estabelecer ligações de objetos do mundo físico com as abstrações propostas no estudo da matemática e em outras áreas do conhecimento.

Mesmo tendo em vista todas estes predicados a Geometria não é abordada com a mesma ênfase que as outras áreas da matemática. Tal realidade é decorrente de problemas na formação dos professores e alguns outros fatores que iremos abordar.

Analisando a grade dos cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Públicas situadas no estado do Rio de Janeiro, observamos que a carga horária destinada à Geometria chega no máximo a 8% da carga horária total do curso e em alguns casos a 5% [Quadro 1]. Deste modo constata-se uma lacuna na formação desses futuros professores. Mesmo sendo possível enxergarmos a Geometria presente em outros campos da matemática, como no cálculo, álgebra linear e análise numérica, maior parte desse conteúdo não é transmitido para um aluno de Ensino Médio.

É válido ainda ressaltar que em apenas uma das universidades foi possível verificar a existência de alguma disciplina que trabalhe com Geometria Sintética (Construções Geométricas - UFRRJ – 4º período).

Quadro 1. Distribuição de Carga Horária por Área nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Universidades públicas do Rio de Janeiro



FONTE: Elaborado pelo Autor

Esta realidade é admitida pelo próprio MEC ao relatar que:

Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. (PCN – Ensino Básico, Livro 3, 1997, p.22)

Não possuindo uma formação sólida, em muitos dos casos, os professores tomam como base de suas aulas os livros didáticos, que nem sempre possuem uma qualidade satisfatória. No livro “Exame de Textos”, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática e coordenado pelo professor Elon Lima, é possível verificar que nos livros destinados ao Ensino Fundamental não são apresentados erros graves, entretanto:

[...] falta em todos os casos motivação, justificativa para a introdução desses assuntos, problemas interessantes que os requeiram ter suas soluções e contribuam para desenvolver nos alunos a criatividade, a imaginação e a capacidade de raciocínio. [...] outro defeito sério que os livros de matemática da 5ª à 8ª série [apresentam] é a falta de alguns exemplos simples de proposições demonstradas em Geometria. A isto se acrescenta a **ausência de construções geométricas** com régua e compasso.

(LIMA, 2007, p.184, grifo nosso)

Outra questão a ser considerada, ainda sobre os livros didáticos, é que em sua maioria adotam-se os preceitos estabelecidos pelo movimento conhecido como “Matemática Moderna”⁶.

Para Lima (2007, p.164, grifo nosso) a adoção desse método resultou no “**abandono da geometria** e dos cálculos numéricos”, sendo estes substituídos por pseudo-formalismo vazio e desassociado da realidade. Ainda na opinião de Lima, a Matemática Moderna abordava os conteúdos de modo muito conceitual, não havendo muito espaço para a manipulação ou aplicações. Assim o estudo desta disciplina tornou-se um “um vago e inútil exercício de generalidades, incapaz de suprir as necessidades das demais disciplinas científicas e mesmo do uso prático no dia-a-dia” (LIMA, 2007, p.155). Dada estas condições o conteúdo geométrico ministrado restringia-se a conceitos abstratos sem relação com as aplicações que, em alguns casos, lhe deram origem.

Podemos ainda constatar o descaso do ensino da Geometria refletido no resultado de exames. Segundo o relatório da Diretoria de Avaliação do Ensino Básico, na tabela abaixo vemos que o desempenho geral em matemática situa-se abaixo de 50%. A situação da Geometria, no campo “Aplicação ou Resolução de Problemas”, apresenta níveis ainda piores.

Tabela 1. Percentuais de acertos em matemática por habilidade, segundo série e área de conteúdo

Área de Conteúdo	Série	Compreensão de Conceitos	Conhecimento de Procedimentos	Aplicação ou Resolução de Problemas
Números e Operações	4ª	41,0 %	31,0 %	31,0 %
	8ª	41,4 %	46,8 %	38,6 %
Medidas	4ª	51,0 %	43,0 %	30,0 %
	8ª	58,7 %	34,5 %	29,1 %
Geometria	4ª	48,0 %	41,0 %	23,0 %
	8ª	40,2 %	31,3 %	22,7 %
Análise de Dados	4ª	-	-	42,5 %
	8ª	59,7 %	41,9 %	
Álgebra e Funções	4ª	-	-	-
	8ª	48,5 %	35,0 %	28,1 %

FONTE: MEC/SEDIAE/DAEB – Consolidação dos Relatórios Preliminares da Avaliação do SAEB/1995.

⁶ Iniciado na década de 1960, este movimento propôs uma reformulação radical dos currículos, dando ênfase a métodos abstratos e gerais com o objetivo de aproximar a matemática escolar da matemática pura, fazendo uso de uma linguagem unificadora - a Teoria dos Conjuntos.

As considerações feitas até o momento também se estendem ao Ensino Médio, entretanto acrescentam-se outras condicionantes. Por se tratar de uma etapa de aprofundamento dos conteúdos disciplinares já apresentados, as LDBs fazem algumas ponderações mais específicas. No item de "Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias" é elencado, dentre as habilidades e competências a serem estimuladas no aluno, a de "Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade" (PCN – Ensino Médio, Parte I, 2000, p.105).

No caso específico do Rio de Janeiro foi elaborado o chamado Currículo Mínimo, desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação. Neste documento são apresentados os conteúdos curriculares que deveriam estar presentes nas aulas. O seu objetivo é de orientar o processo de ensino-aprendizagem de cada disciplina, visando estabelecer uma unidade à rede de ensino, propondo um programa mínimo.

O Currículo Mínimo para a Matemática é dividido nos Campos: Numérico Aritmético, **Geométrico**, Tratamento da Informação e Algébrico Simbólico; estando os dois primeiros presentes em quase todos os bimestres de todas as séries do ensino. Ainda por este documento é possível perceber que não há nenhuma referência a construções básicas utilizando régua e compasso. Entretanto, se o conteúdo previsto fosse de fato ministrado, mesmo que sob a ótica analítica ou algébrica, já seriam úteis como uma base mínima para o seguimento dos estudos na graduação em Arquitetura e Urbanismo.

Infelizmente essa realidade é retratada por Alexandre Battle, enquanto professor de projeto de arquitetura, que afirma que:

Os alunos ingressantes nos cursos de Arquitetura, na maior parte das vezes, não são capacitados no Ensino Médio [...] (e apresentam) diversas dificuldades para desenvolver os trabalhos nas disciplinas [...], onde o desenho, seus registros e formas de operação e conhecimento são fundamentais.

(BATTLE, 2011, p.2)

Esta situação também é observada em outros cursos de Ensino Superior que também precisam destes conhecimentos, assim como ironiza o Prof. Paulo Rabello:

Salvo raras exceções, os alunos que ingressam no ciclo básico, especialmente os do curso de engenharia, não distinguem os ângulos de um esquadro ou um elipsoide de um rinoceronte. (RABELLO, 2005, p.50)

De fato são poucas as escolas que ainda ministram aulas de desenho geométrico. Somando-se às poucas exceções temos as escolas de Ensino Técnico que nas especialidades de caráter mais tecnológico, fazem uso do Desenho Técnico e Desenho Geométrico Básico, sobretudo nos eixos de: Controle e Processos Industriais; Infraestrutura; Militar; Produção Cultural e Design e Produção Industrial⁷.

Conforme já mencionado, a partir de 2009, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) reformulou o ENEM visando a sua adoção como instrumento de seleção unificado às vagas oferecidas pelas Instituições Federais de Ensino Superior (IFES). Outra diretriz dessa reformulação do exame foi induzir a reestruturação dos currículos do Ensino Médio.

Analisando as últimas edições do ENEM, observamos que na área de *Matemática e suas Tecnologias*, o assunto mais cobrado tem sido a Geometria. De acordo com o nosso levantamento, cerca de 1/5 das 65 questões da prova de matemática cobram conhecimentos puramente geométricos, como cálculo de área, volumes, reconhecimento de sólidos de revolução e noções de Geometria projetiva [Figura 29]. Além disso, é possível reconhecer a presença desses e outros conceitos em questões de outros ramos da matemática; como álgebra, trigonometria e até mesmo topologia associada à análise combinatória e probabilidade - onde o raciocínio espacial é necessário para o desenvolvimento da questão [consultar Apêndice 01].

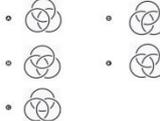
⁷ Dados do Catálogo Nacional de Cursos Técnicos, disponíveis em: <http://pronatec.mec.gov.br/cnct/eixos_tecnologicos.php> Acesso em 21.04.2015.

ENEM - 2009

Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um ponto em que aparecem as arcos de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: esculptura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.



Qual dos esboços a seguir melhor representa os arcos de Borromeo?



Questão 138 [ENEM - 2010 - 1ª aplicação]

Alguns tipos de panelinhas por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, cuja altura é 60 cm e o diâmetro da base superior é 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicírculo, com 50 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.



Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?



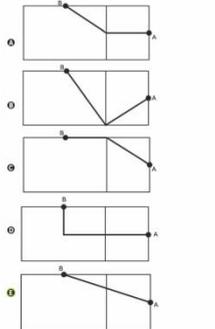
Questão 140 [ENEM - 2010 - 2ª aplicação]

A figura seguinte ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.



Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. A fim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabotamento que seguirá na parte interna da parede e do teto.

O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser dado por meio da seguinte representação no plano:



ENEM - 2011

QUESTÃO 151



O polígono que dá forma a essa calçada é divalante por rotações, em torno de seu centro, de

- A) 45°
- B) 60°
- C) 90°
- D) 120°
- E) 180°

ENEM-2011

QUESTÃO 147

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- A) pirâmide
- B) semiesfera
- C) cilindro
- D) tronco de cone
- E) cone

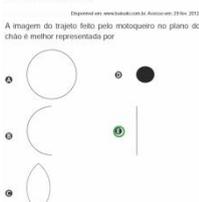
QUESTÃO 153 [ENEM - 2012]

O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde mosquiteiros andam com seus moscos por dentro. A seguir, tem-se, na Figura 1, uma foto de um globo da morte e, na Figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.



Na Figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um mosquiteiro foge um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

A imagem do trajeto feito pelo mosquiteiro no plano do chão é melhor representada por



QUESTÃO 136 [ENEM - 2013]

As Torres Puma de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madrid, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 74 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

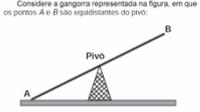


Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descenda-se que a área da base desse prisma ocupa na avenida um espaço

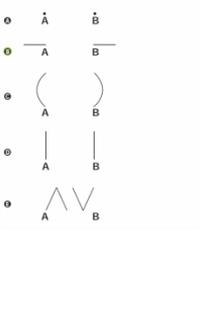
- A) menor que 100 m²
- B) entre 100 m² e 300 m²
- C) entre 300 m² e 500 m²
- D) entre 500 m² e 700 m²
- E) maior que 700 m²

QUESTÃO 180 [ENEM - 2013]

Carregada é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.



A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:



QUESTÃO 160 [ENEM - 2014]

O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto A até o ponto D.

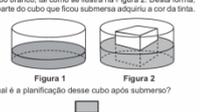


A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

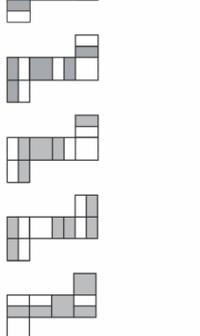


QUESTÃO 166 [ENEM - 2015 - 2ª aplicação]

Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulha-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquire a cor da tinta.



Qual é a planificação desse cubo após submerso?

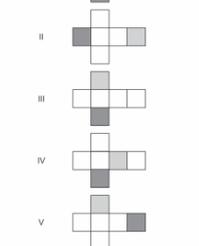


QUESTÃO 173 [ENEM - 2015 - 2ª aplicação]

Uma empresa que embala seus produtos em caixas de papelão, na forma de hexágonos regulares, deseja que seu logotipo seja impresso nas faces opostas pontadas de cima, conforme a figura:



A gráfica que fará as impressões dos logotipos apresentou as seguintes sugestões planificadas:



Que opção sugerida pela gráfica atende ao desejo da empresa?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

Figura 29. Questões do ENEM - 2009/2015

FONTE: Elaborado pelo Autor, baseado em

<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antiores/provas-e-gabaritos> Acesso em 03.01.2016

A Geometria e o Ensino Superior de Arquitetura e Urbanismo

*À entrada da academia de Platão lia-se:
"Que não entre quem não souber Geometria"*

Pondo em foco o Ensino da Arquitetura e Urbanismo, nos voltamos, primeiramente, para as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), sendo a sua versão mais recente a de junho de 2010. De acordo com esta resolução o projeto pedagógico do curso de graduação, além de outras coisas, deve prever interdisciplinaridade entre os seus componentes curriculares e de um modo geral promover ao futuro egresso sólida formação de profissional **generalista** e aptidão de compreender e **traduzir as necessidades de indivíduos**.

Em seu artigo 5º as DCNs determinam quais as competências e habilidades que deverão, por meio da formação profissional fornecida pela Unidade de Ensino, ser inculcadas no graduando em Arquitetura e Urbanismo. Estes tópicos serão oportunamente analisados com mais detalhes no próximo capítulo, por ora iremos ressaltar o item XI:

XI - as habilidades de desenho e o **domínio da geometria**, de suas aplicações e de outros meios de expressão e representação, tais como perspectiva, modelagem, maquetes, modelos e imagens virtuais;

Além do seu caráter aplicado às outras áreas do saber dentro dos campos disciplinares da Arquitetura e Urbanismo, observa-se enunciado no item acima que o domínio da Geometria é reconhecido como componente fundamental na formação do arquiteto urbanista. Este conteúdo disciplinar encontra-se no núcleo de Conhecimentos de Fundamentação, composto pelos saberes que fornecem o embasamento teórico necessário para a futura prática profissional.

Como já mencionado no Capítulo 1, para Le Corbusier, a Geometria, enquanto instrumento neutro de busca pelas boas proporções configurava a linguagem do arquiteto. Conforme retratado por Barki (2004, p.43) desde o Renascimento muitos arquitetos confiavam no 'poder ilimitado' da

Geometria, onde por meio da sua manipulação e experimentos era possível se chegar a um resultado ideal. Entretanto o autor adverte que há diferenças entre o pensamento matemático e o pensamento arquitetônico a respeito da forma.

A geometria é fundamental tanto para o desenho como para a reflexão projetual do arquiteto, todavia, o que difere, por exemplo, um tetraedro, que se encontra no pensamento do arquiteto, daquele que se encontra no pensamento matemático do geômetra, é o seu tamanho; portanto é a noção de escala que estabelece a diferença fundamental entre as duas linhas de pensamento.
(BARKI, 2004, p.43, grifo do autor)

E para Souza:

É na fase de desenvolvimento do projeto arquitetônico que a geometria se revela como uma indispensável ferramenta e uma inseparável aliada na determinação e construção dos volumes e espaços concebidos, através da combinação das suas variadas figuras geométricas.
(SOUZA, 2006, p.106)

Além do seu papel para o desenvolvimento da capacidade visual a Geometria é a ferramenta que fornece base para a representação gráfica. O desenho é a técnica, por excelência, utilizada pelo arquiteto urbanista para registrar e apreender o mundo físico existente e comunicar as suas ideias de intervenção para a transformação do espaço. Assim como Manuel Caetano Andrade⁸ poeticamente retrata:

Dá-se, à geometria descritiva, a noção de um tranquilo lago onde preguiçosamente se banha, quando necessário, o desenho. Como toda água parada é passível de deterioração, está a descritiva relegada àquele estado de decomposição que repugna naturalmente a todo espírito sequioso de investigação.

⁸ Tese de concurso para provimento da cadeira de Geometria Descritiva, Projetiva e Aplicações Técnicas na Escola de Engenharia de Pernambuco da Universidade de Recife. Recife: Inery, 1955. (p.XXII).

Além da Geometria Descritiva, outros conhecimentos são necessários para o desenho, como define Battle:

A representação gráfica na arquitetura envolve uma série de conhecimentos distribuídos por diversas disciplinas, como a geometria plana e espacial, o desenho geométrico, o desenho técnico, o desenho artístico, a descritiva, a perspectiva, etc. (BATTLE, 2011, p.2)

De fato estes conhecimentos são importantes para o arquiteto urbanista e, como foi possível constatar, a legislação vigente não os contempla em uma disciplina específica, ficando a cargo de cada unidade de ensino prover ou não a sua permanência. Não sendo o Ensino Técnico, onde comumente trabalha-se com a linguagem gráfica como meio de expressão, obrigatório para o ingresso nos cursos superiores de arquitetura e urbanismo, fica a cargo da graduação suprir esta carência no processo de formação do aluno.

A Geometria nas Faculdades de Arquitetura e Urbanismo

Com o objetivo de traçar um panorama atual do ensino da Geometria nas Faculdades de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro, foi feita uma consulta à plataforma e-MEC das Instituições de Educação Superior e Cursos Cadastrados. No primeiro levantamento foi possível constatar a existência de 18 instituições credenciadas que oferecem a graduação em Arquitetura e Urbanismo, entretanto uma não foi considerada por encontrar-se inativa.

Na Tabela 2 podemos observar a lista das universidades autorizadas pelo MEC a oferecerem o curso, quantas vagas dispõem, seu ano de abertura e quais disciplinas trabalham, especificamente, com o ensino da Geometria.

Tabela 2. Faculdades de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro

INSTITUIÇÃO	VAGAS	ANO	DISCIPLINAS
UCP UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PETRÓPOLIS	80	2012	Des. Técnico Geométrico Geometria Descritiva
UNESA UNIVERSIDADE ESTÁCIO DE SÁ (4 unidades)	1370	1996	-
USU UNIVERSIDADE SANTA ÚRSULA	240	1969	NÃO DISPONÍVEL
UNISUAM CENTRO UNIVERSITÁRIO AUGUSTO MOTTA	160	2006	Geometria Descritiva Composição Geom. I Composição Geom. II
UNIGRANRIO UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO	280	2012	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
UNIAN CENTRO UNIVERSITÁRIO ANHANGUERA DE NITERÓI	240	1999	INFORMAÇÃO NÃO DISPONÍVEL
PUC-RIO PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO	130	2002	Matemática, Espaço e Formas Geometria Descritiva
UFF UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE	74	1970	Sistemas Geométricos de Representação
UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RJ	50	2000	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
UFRJ UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO	240	1820	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
FAU FACULDADES INTEGRADAS SILVA E SOUZA	200	1971	Geometria Plana Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
IFF INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE	40	2006	Des. Técnico e Construções Geom. Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
UGB CENTRO UNIVERSITÁRIO GERALDO DI BIASE	120	1968	Geometria Descritiva
ITCSAS/CENSA INSTITUTO TECNOLÓGICO DO CENTRO EDUCACIONAL NOSSA SENHORA AUXILIADORA	90	2006	Desenho Geometria
FACREDENTOR FACULDADE REDENTOR	220	2009	Geometria Descritiva
UNIFLU CENTRO UNIVERSITÁRIO FLUMINENSE	100	2005	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II Geometria Descritiva III
UVA UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA	240	2015	INFORMAÇÃO NÃO DISPONÍVEL

Podemos perceber, sob uma análise imediata, que em uma das faculdades, sequer, há uma disciplina voltada ao estudo dos aspectos geométricos da forma. E justamente a que, pelo MEC, tem autorização para formar uma quantidade maior de profissionais.

De modo a proceder com um estudo mais minucioso, selecionamos as propostas das disciplinas (ementa, conteúdo programático e bibliografia) ministradas pelas universidades federais localizadas no estado do Rio de Janeiro e as comparamos.

Tabela 3. Carga Horária das Geometrias das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro

INSTITUIÇÃO	CH total	CH geometria		DISCIPLINAS
UFF UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE	4545	75	2%	Sistemas Geométricos de Representação
UFRRJ UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO	4640	120	3%	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
UFRJ UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO	4710	180	4%	Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II
IFF INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA FLUMINENSE	5812	160	3%	Des. Téc. e Constr. Geom. Geometria Descritiva I Geometria Descritiva II

Na próxima tabela os itens das ementas foram ordenados de acordo com suas proximidades temáticas e instituição [Tabela 4]. Podemos perceber que o item comum a todos os programas é o de “Fundamentos da Geometria Descritiva”, que dizem respeito ao conteúdo de “ponto, reta, plano, suas posições relativas e métodos descritivos”. Outro item que demonstra uma recorrência significativa é o estudo de “superfícies de revolução, seções e interseções”, além de “aplicação à arquitetura”, entretanto este item não aparece de forma clara nos conteúdos programáticos, quando eventualmente aparece, este tópico diz respeito apenas à sua aplicabilidade no Desenho Arquitetônico.

Tabela 4. Comparativo das ementas das disciplinas de Geometria das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro

UFF	UFRRJ	UFRJ	IFF
Geometria euclidiana (SGR)	-	-	Geometria Plana (DTCG)
-	Desenho geométrico plano (GD1)	-	Desenho Geométrico Básico (DTCG)
Desenho técnico (SGR)	-	-	Normas aplicadas ao Desenho Técnico (DTCG)
-	Sistemas de projeção (GD1)	-	Projeções Ortográficas (DTCG)
Geometria descritiva básica (SGR)	Poliedros (GD1)	Introdução à Geometria Descritiva (GD1)	Fundamentos da Geometria Descritiva (GD1/2)
Desenho Arquitetônico (SGR)	Aplicações à arquitetura (GD2)	Sólidos com referências arquitetônicas (GD1) Aplicações práticas em arquitetura (GD2)	Aplicações na Arquitetura (GD1/2)
-	Superfícies de revolução (GD1/2)	Superfícies Geométricas Desenvolvíveis (GD2)	Representação de poliedros e sólidos de revolução (GD2)
-	Seções planas e interseções (GD2)	Seções e Interseções (GD2)	Seção plana em poliedros e sólidos de revolução (GD2)
-	-	-	Representações gráficas aplicadas ao desenho urbano (DTCG) Equipamentos Urbanos (DTCG) Levantamento gráfico (DTCG) Aplicações no Urbanismo (GD1/2)
-	-	Superfícies Geométricas Reversas (GD2)	-
-	Curvas planas e Hélices (GD2)	-	-
Modelos reduzidos (SGR)	-	-	-

(DTCG) = *Desenho Técnico e Construções Geométricas*

(GD1) = *Geometria Descritiva I*

(GD2) = *Geometria Descritiva II*

(SGR) = *Sistemas Geométricos de Representação*

Ao analisarmos a bibliografia [Tabela 5] observamos que grande parte refere-se ao estudo da Geometria, em geral a Descritiva, sob um alto teor abstrato. No que se refere à integração da Geometria com as outras áreas do saber na Arquitetura e no Urbanismo, constata-se o mesmo que vimos acima, a aplicação da Geometria só é demonstrada por meio do Desenho de Arquitetura.

Tabela 5. Comparativo da bibliografia recomendada para as disciplinas de Geometria das Faculdades Federais de Arquitetura e Urbanismo do Rio de Janeiro

BIBLIOGRAFIA	UFF	UFRRJ	UFRJ	IFF
ABNT. Coletânea de normas para desenho arquitetônico.				
ASENSI, I.F. Geometria descritiva superior y aplicada. Madrid: Dossat, 1975.				
BANDEIRA, J. S. Desenho para o curso científico: 1ª a 3ª série. Rio de Janeiro: Editora Aurora, 1952.				
BORGES, G.C.de M.; BARRETO, D.G.O.; MARTINS, E.Z. Noções de Geometria Descritiva: teoria e exercícios. Porto Alegre: Sagra, 2012.				
CARVALHO, B. A. Desenho geométrico. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1986.				
CHING, F.D.K. Representação Gráfica em Arquitetura. Porto Alegre: Bookman, 1996.				
FARRELLY, L. Técnicas de representação em arquitetura. Porto Alegre: Bookman, 2011.				
FERNANDEZ, A.T. Tratado de geometria descritiva. Buenos Aires: Libreria y Editorial El Ateneo, 1947.				
FRENCH, T. E. & VIERK, C. J. Desenho técnico e tecnologia gráfica. Rio de Janeiro: Globo, 1985.				
LACOURT, H. Noções e fundamentos de geometria descritiva. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.				
MACHADO, A. Geometria descritiva. São Paulo: Editora Atual, 2000.				
MONTENEGRO, G.A. Desenho Arquitetônico. São Paulo: E. Blücher, 2001.				
PINHEIRO, V.A. Noções de geometria descritiva I. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 2000.				
PINHEIRO, V.A. Noções de geometria descritiva II. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 2000.				
PRINCIPE JUNIOR, A. dos R. Noções de geometria descritiva I. São Paulo: Nobel, 1983, 7ª ed.				
PRINCIPE JUNIOR, A. dos R. Noções de geometria descritiva II. São Paulo: Nobel, 1983, 7ª ed.				
RODRIGUES, A. Geometria descritiva: operações fundamentais e poliedros. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1941.				
RODRIGUES, A. Geometria descritiva: projetividades, curvas e superfícies. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1953.				
ROUBAUDI, C. Traité de géométrie descriptive. Paris: Masson et Cie., 1948.				
WAGNER, E.; CARNEIRO, J.P.Q. Construções Geométricas. Rio de Janeiro: SBM, 2000.				

Modelos para o ensino/aprendizado da Geometria

A partir dos dados acima, podemos observar que o ensino da Geometria nas faculdades de Arquitetura e Urbanismo consta, em sua maior parte, de um estudo puramente abstrato e quando aplicado restringe-se ao desenho de arquitetura, não se explorando todas as outras habilidades que a Geometria é capaz de desenvolver. Como vimos no Capítulo 1, pela inteligência espacial e com o raciocínio abstrato somos capazes de perceber o mundo visual com precisão e também trabalhar mentalmente, transformando e modificando o espaço sem a necessidade de elementos físicos.

Na visão de Machado (2002, p.137) a meta principal da escola não deve ser o ensino de conteúdos disciplinares, “mas sim o desenvolvimento das competências pessoais”. Outra ideia defendida pelo autor diz respeito aos conceitos de **interdisciplinaridade** e contextualização, onde o objeto estudado e aquele que o observa coexistam de modo a ser possível o “enraizamento na construção dos significados. Constitui-se por meio do aproveitamento e da incorporação de relações vivenciadas e valorizadas no contexto em que se originam na trama de relações em que a realidade é tecida; em outras palavras, trata-se de uma **contextualização**”. (MACHADO, 2002, p.150, grifo nosso)

De modo explorar ao máximo todos os benefícios da Geometria, podemos considerar as três componentes fundamentais no Ensino da Matemática proposto por Lima (2007, p.154): conceituação, manipulação e aplicação. Segundo o autor, estes três pilares possuem igual valor e devem ser explorados ao mesmo tempo.

A **conceituação** compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem [...]. (LIMA, 2007, p.154)

Este componente permite a sistematização correta dos conceitos, que podem ser definidos de maneiras diferentes, porém contendo a mesma essência. É importante sob o ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio dedutivo partindo do pressuposto que toda conclusão deva advir

de uma premissa. Por mais paradoxal que possa parecer, Lima (2007) afirma que a conceituação é mais importante para aplicação do que a manipulação, tendo em vista que para a determinação de qual instrumento ou ferramenta será mais adequada é necessário uma compreensão correta do problema.

A **manipulação** [...] está para o ensino e o aprendizado da Matemática assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a música (ou mesmo como o repetido treinamento dos chamados "fundamentos" está para certos esportes, como o tênis e o voleibol). (LIMA, 2007, p.154)

No que diz respeito à manipulação podemos associá-la à prática repetida de modo fixar um conteúdo previamente exposto por meio de um procedimento sistemático. Sobre isso é conveniente salientar o importante papel que as tecnologias digitais podem desempenhar nesta etapa. Entretanto, o uso dessas ferramentas no nosso ensino, encontra-se andando em passos lentos.

A grande contribuição que a tecnologia tem a oferecer no processo de ensino-aprendizado é o seu caráter exploratório, permitindo auxiliar a conceituação, no momento em que formas podem ser experimentadas sem a necessidade de procedimentos gráficos trabalhosos; e, principalmente, contribuindo para a aplicação, entretanto reiteramos que, de acordo com Batlle (2011, p.162):

[...] nada adianta um 'software' gráfico com grande tecnologia agregada, na mão de um profissional que não tenha conhecimentos espaciais e geométricos suficientes e seguros para operá-lo e assim, responder minimamente às exigências de mercado.

Sobre o terceiro componente do Ensino da Matemática:

As **aplicações** são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis que surgem noutras áreas [...]. (LIMA, 2007, p.155, grifo nosso)

A aplicação, ainda segundo Lima (2007, p.205) é a parte 'ancilar' da Matemática, pois permite conectar o mundo das abstrações com a realidade. Como vimos anteriormente, no início do desenvolvimento da Geometria, ocorria o contrário, a partir de experiências cotidianas foram desenvolvidos os conceitos que permitiam 'roubar' a solução de um problema para o outro.

Este aspecto é bastante importante, tendo em vista que, ao tratar a Geometria exclusivamente pelo viés da conceituação e da manipulação, estaremos delegando que o aluno, sozinho, efetue a transposição do abstrato para a situação prática na qual ele deverá usar determinado conhecimento. Regina Kopke afirma que:

No ensino da Geometria Descritiva, quanto mais se trouxerem, para a sala de aula, exemplos concretos, permitindo aos alunos raciocinarem do todo para as partes, percebendo as aplicações da teoria e conceituação no mundo que o cerca, através de seus objetos, mais facilmente eles irão aprender a raciocinar espacialmente. (KOPKE, 2000, p. 8)

Trabalhando de uma forma mais contextualizada, o modelo de van Hiele, desenvolvido em meados do século XX pelo casal de professores de matemática Pierre & Dina van Hiele, divide o processo do ensino/aprendizado em quatro níveis, com o objetivo de desenvolver o pensamento geométrico, constando de:

Nível 1. **Reconhecimento**

Os alunos reconhecem as figuras visualmente por sua aparência global. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, mas não identificam as propriedades de tais figuras explicitamente.

Nível 2. **Análise**

Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a terminologia técnica adequada para descrevê-las, mas não correlacionam figuras ou propriedades das mesmas.

Nível 3. **Ordenação**

Os alunos realizam a ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e

compreendem as correlações entre as figuras (por exemplo, inclusões de classe).

Nível 4. **Dedução**

Os alunos começam a desenvolver sequências mais longas de enunciados e a entender a significância da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas.

(VILLIERS, 2010, p.401)

Esta metodologia permite uma transição gradual do nível concreto para o mais abstrato, possibilitando ao aluno reconhecer figuras diferenciadas pelo seu aspecto físico, até níveis mais complexos em que são capazes de compreender os sistemas axiomáticos⁹.

Conforme já mencionado, o ensino de Geometria na arquitetura não possui uma diretriz teórica consolidada, o que ocasiona na adoção de estratégias desenvolvidas, especificamente, para outras áreas. Indo ao encontro dos referenciais teóricos acima, o grupo de pesquisa *A Educação do Olhar*, com o objetivo de renovar as estratégias de aprendizagem de Geometria Descritiva e alicerçar novas propostas pedagógicas para o Ensino de Arquitetura, vem elaborando uma série de estudos que visam o desenvolvimento da capacidade visual, a análise da forma e suas possibilidades de representação, aproximando, assim, os conceitos abstratos à vivência dos alunos da FAU-UFRJ.

Uma possível aplicação destes conceitos pode ser observada no exemplo abaixo, baseado em Dias (2012), onde o estímulo ao aprendizado se dá por meio da aproximação com objeto de estudo e sua inclusão no contexto urbano vivenciado pelo aluno. O exercício apresentado teria como objetivo a representação bidimensional de uma edificação existente, sendo baseado no Edifício Sede da Petrobrás (EDISE) – localizado no centro da cidade do Rio de Janeiro.

A primeira etapa deste processo seria o **reconhecimento** do objeto de estudo – sendo realizado por meio de uma visita de campo. Este contato inicial com a forma se realiza de modo informal, sendo adotado nesta fase o

⁹ Sistema baseado em premissas consideradas, necessariamente, evidentes e verdadeiras – originada de princípios inatos da consciência ou de generalizações da observação empírica.

desenho de observação, instrumento que possibilita a especulação das proporções e demais conceitos espaciais de maneira menos formal e mais rápida.

Em seguida, a **análise** se constitui da simplificação volumétrica do edifício. Onde a sua tridimensionalidade é capturada e compreendida por meio dos poliedros que compõe a massa do objeto, representada na Figura 30. Análise do Edifício Sede da Petrobrás - Rio de Janeiro/RJ pela perspectiva paralela da edificação.



Figura 30. Análise do Edifício Sede da Petrobrás - Rio de Janeiro/RJ

FONTE: <http://exposicao60anos.agenciapetrobras.com.br> Acesso em 26.04.2014 e croqui produzido pela *designer* Mara Martins.

Partindo para as etapas de maior abstração chegamos à **ordenação**, onde é realizada a projeção do sólido em planos de referência e posteriormente a representação em *épura* [Figura 31. Triedro e *Épura* do Edifício Sede da Petrobrás]. Finalmente, chegando à etapa de maior rigor formal, o aluno poderá compreender o valor da **dedução**, por meio de um raciocínio ocorrido oriundo das generalizações feitas pelo processo de observação concluindo, por exemplo, que toda reta paralela à um plano de projeção aparecerá em Verdadeira Grandeza no referido plano.

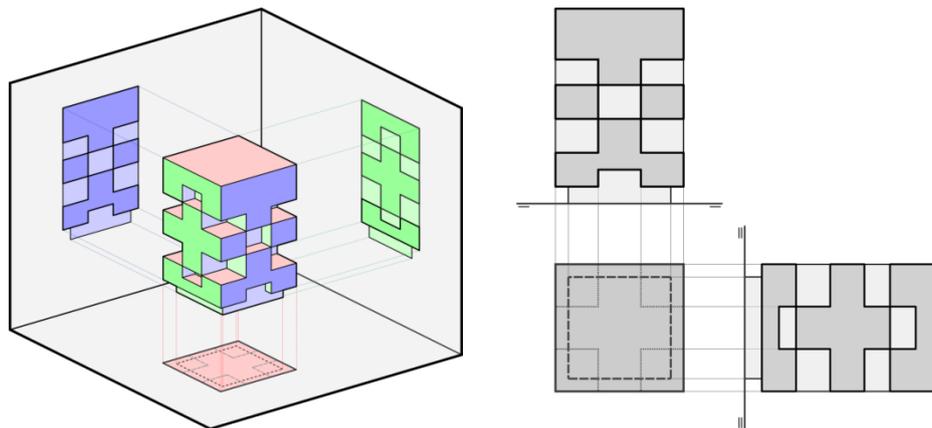


Figura 31. Triedro e Épura do Edifício Sede da Petrobrás

FONTE: Arquivo do Autor

Conforme demonstrado, é possível substituímos as práticas tradicionais de ensino, que utiliza o ponto, a reta e o plano como elementos iniciais de abstração, e adotar a visualização do sólido a partir de exemplos reais, próximos da vivência do aluno, de modo a instigar e intensificar seu raciocínio espacial. E assim, apresentar a Geometria como estudo da visualização, do desenho e do mundo real/físico (USISKIN, 1994, p.30).

Como vimos neste capítulo o estudo da Geometria, segundo a legislação educacional apresentada, é pouco abordado no Ensino Básico e no Ensino Superior de Arquitetura e Urbanismo, nas Faculdades Federais do Rio de Janeiro, por meio das ementas e bibliografias, observamos que sua abordagem se concentra em temas abstratos que se distanciam da realidade prática do arquiteto. No próximo capítulo identificaremos como a Geometria aparece nas disciplinas do curso de Arquitetura e Urbanismo da FAU-UFRJ.

CAPÍTULO 3: A GEOMETRIA NA FAU-UFRJ

Acredito que a Geometria seja fundamental para entender Arquitetura. Meu trabalho é feito por meio da Geometria. No mundo da arquitetura, a linguagem geométrica é tão importante quanto a linguagem estrutural. As duas são importantes meios de inspiração para mim, junto com as propriedades dos materiais e o mundo da natureza.

Arquiteto Santiago Calatrava.
Revista AU nº103 – setembro/2002

Consolidada em 2006, a grade curricular da graduação em Arquitetura e Urbanismo da FAU-UFRJ se estrutura em três ciclos, sendo eles: **Fundamentação**, com duração de dois anos; **Aprofundamento**, de igual período e **Síntese**, corresponde ao último ano do curso. Permeando estas etapas da formação do aluno, temos quatro eixos de conhecimento que congregam disciplinas de temáticas afins. O eixo de **Discussão** apresenta os aspectos históricos, teóricos, conceituais e socioeconômicos da arquitetura e do urbanismo. As disciplinas do eixo de **Representação** se encarregam de fornecer ao aluno os meios de representação e expressão gráfica, desenvolvendo as habilidades de análise e os princípios de criação projetual. No eixo de **Concepção**, temos as disciplinas encarregadas das atividades projetuais propriamente ditas, nas suas mais diversas escalas. E responsáveis pelas questões das tecnologias e processos construtivos, temos os componentes curriculares do eixo de **Construção**.

Segundo o Projeto Pedagógico do curso¹⁰, “Os ciclos objetivam promover uma integração vertical, cabendo aos eixos a coesão horizontal”. Deste modo, esta estrutura curricular propõe uma formação generalista, conforme recomendado pelo MEC nas DCNs. Visando a interdisciplinaridade, ao final de cada um dos ciclos é proposto, através dos Ateliês Integrados I e II e do Trabalho Final de Graduação, três momentos de conexão entre os diversos campos de atuação do arquiteto urbanista, onde diversas disciplinas focam em um produto único desenvolvido pelo aluno.

¹⁰ Disponível em: <http://nova.fau.ufrj.br/uploads/71-Projeto%20Pedagógico.pdf>

Tendo em vista a estrutura curricular da FAU-UFRJ e com o objetivo de identificar quais são os conteúdos geométricos indispensáveis para o arquiteto urbanista, contribuindo assim para a definição de novos parâmetros específicos para o ensino de arquitetura, neste capítulo iremos pontuar o uso da Geometria nas disciplinas de graduação da FAU-UFRJ.

Para tal agruparemos as disciplinas do curso tendo como referência a grade curricular da FAU-UFRJ e as DCNs¹¹ estabelecidas pelo MEC. No caso do curso de Arquitetura e Urbanismo, no artigo 5º, são enumeradas 13 competências e habilidades que deverão, por meio da formação profissional fornecida pela Unidade de Ensino, ser inculcidas no graduando. Baseados nestes itens foram criados os seguintes grupos disciplinares: História e Teoria; Representação da Forma; Análise e Concepção da Forma Arquitetônica; Análise e Concepção da Forma Urbana; Conforto Ambiental; Sistemas Estruturais; Processos Construtivos e Sistemas Prediais.

Cabe ressaltar que não seguimos a ordem dos itens de acordo com o MEC, pois os mesmos foram reordenados de modo constituir um panorama mais coeso.

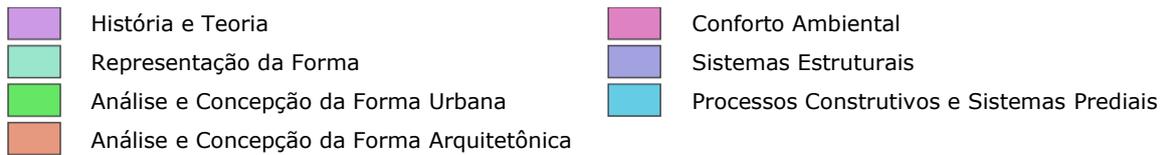
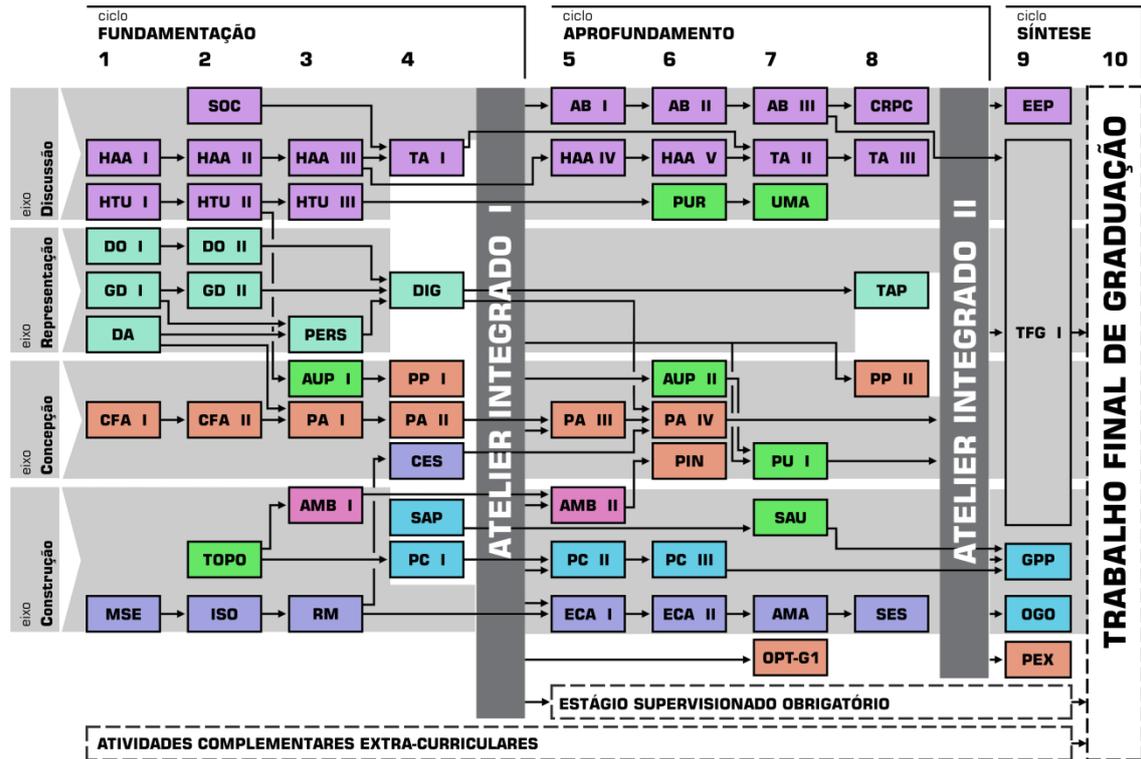
Após esta divisão, apresentada no Quadro 2, analisamos as ementas¹² e planos de aula¹³ das disciplinas que compõe os grupos e, tendo como base a bibliografia¹³ recomendada por elas, destacamos os conceitos geométricos que aparecem no decorrer dos respectivos cursos. Dentro do grupo de *Representação da Forma* é dado um maior destaque à disciplina de Geometria Descritiva, onde conceitos são trabalhados de modo mais explícitos.

¹¹ Diretrizes Curriculares Nacionais - instrumento legal discutido pelo Conselho Nacional de Educação que orienta o planejamento curricular dos cursos de Ensino Superior.

¹² Ementário disponível em: nova.fau.ufrj.br/uploads/27-Disciplinas%20FAU-UFRJ.doc

¹³ Disponível no site da FAU-UFRJ: <http://www.fau.ufrj.br/>

Quadro 2. Grupos Disciplinares



FONTE: Elaborado pelo Autor

HISTÓRIA E TEORIA

a) o conhecimento dos aspectos antropológicos, sociológicos e econômicos relevantes e de todo o espectro de necessidades, aspirações e expectativas individuais e coletivas quanto ao ambiente construído; (MEC, 2010, p.2)

Disciplina: ESTUDOS SOCIAIS (SOC)

d) o conhecimento da história das artes e da estética, suscetível de **influenciar a qualidade da concepção** e da prática de arquitetura, urbanismo e paisagismo; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: HISTÓRIA DA ARQUITETURA E DAS ARTES (HAA)

HISTÓRIA E TEORIA DO URBANISMO (HTU)

ARQUITETURA NO BRASIL (AB)

e) os conhecimentos de teoria e de história da arquitetura, do urbanismo e do paisagismo, considerando sua produção no contexto social, cultural, político e econômico e tendo como objetivo a reflexão crítica e a pesquisa; (MEC, 2010, p.3)

Disciplina: TEORIA DA ARQUITETURA (TA)

j) as práticas projetuais e as soluções tecnológicas para a preservação, conservação, restauração, reconstrução, reabilitação e reutilização de edificações, conjuntos e cidades; (MEC, 2010, p.3)

Disciplina: CONSERVAÇÃO E RESTAURAÇÃO DE PATRIMÔNIO CULTURAL (CRPC)

Quatro itens das DCNs dizem respeito aos conhecimentos na área da História e Teoria da Arquitetura e do Urbanismo. Como demonstramos no Capítulo 1, podemos estabelecer diversas ligações da História da Arquitetura e do Urbanismo com o desenvolvimento da Geometria.

Para Pessoa (1996, p.5), abordar uma ciência sob seu aspecto histórico “torna o curso interessante”, pois contribui para o aprendizado ajudando o aluno a entender para que estudar determinado conteúdo.

Outra contribuição importante que a Geometria pode fornecer a história é pela compreensão do seu vocabulário. Muitos elementos arquitetônicos fazem alusão a termos geométricos, como por exemplo: frontão triangular, arco pleno, arco ogival, catenária, etc. Sendo assim fundamental o

conhecimento desse vocabulário geométrico básico para que o arquiteto se comunique com os seus pares.

Uma etapa recorrente no estudo projetual é a análise de referências, onde o aluno buscará, em projetos de arquitetura ou urbanismo já executados, situações onde podem ser observados problemas parecidos com o que ele ira enfrentar. Nesta etapa é muito comum a chamada “Análise Gráfica”, realizada nas disciplinas de História da Arquitetura e das Artes, onde é estudada, entre outras coisas, a relação existente entre os elementos da composição.

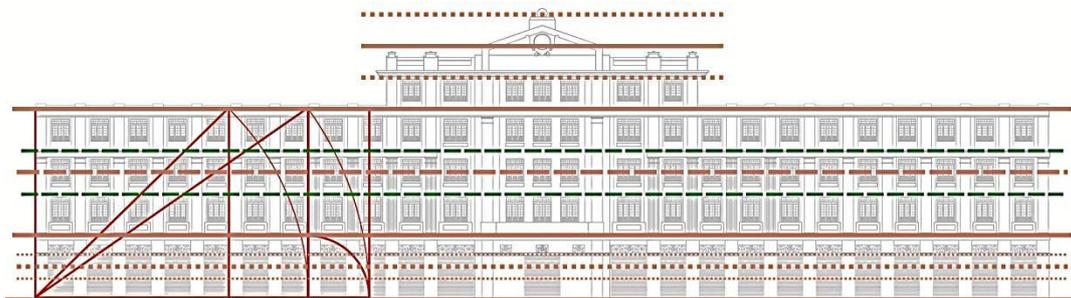


Figura 32. Análise da fachada de edifício histórico

FONTE: Arquivo do Autor

Na grade da FAU-UFRJ é possível perceber que estas disciplinas se concentram no eixo de Discussão, responsável por exercitar a capacidade de reflexão crítica e auxiliar na construção de um discurso conceitual sobre a prática projetual.

REPRESENTAÇÃO DA FORMA

k) as habilidades de **desenho** e o domínio da geometria, de suas aplicações e de outros **meios de expressão e representação**, tais como perspectiva, modelagem, **maquetes**, modelos e imagens virtuais; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: CONCEPÇÃO DA FORMA ARQUITETÔNICA (CFA)

DESENHO DE OBSERVAÇÃO (DO)

DESENHO DE ARQUITETURA (DA)

GEOMETRIA DESCRITIVA (GD)

PERSPECTIVA (PERS)

TÉCNICAS DE APRESENTAÇÃO DE PROJETO (TAP)

l) o conhecimento dos **instrumentais de informática** para tratamento de informações e **representação** aplicada à arquitetura, ao urbanismo, ao paisagismo e ao planejamento urbano e regional; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: GRÁFICA DIGITAL (DIG)

TÉCNICAS DE APRESENTAÇÃO DE PROJETO (TAP)

As disciplinas deste grupo correspondem a todas do eixo de Representação, que estudam tanto os atributos geométricos da forma quanto os meios de representá-la. Além da direta ligação da Geometria com o Desenho de Arquitetura e a Perspectiva é possível perceber, também, a sua importância para o Desenho de Observação. De imediato é possível constatar que ambas trabalham uma questão comum, traduzir o mundo físico segundo uma linguagem gráfica.

O desenho a partir da observação aguça nossa consciência do contexto, melhora nossa capacidade de reter memórias visuais e ajuda a compor nosso vocabulário de desenho. (CHING, 2011, p.221)

Do ponto de vista mais prático, a Geometria serve ao desenho à mão livre como meio estruturador, por intermédio da identificação de elementos básicos e no reconhecimento de proporções.

Montar um desenho de maneira sistemática é um conceito importante. Devemos avançar em estágios progressivos e construí-lo passo-a-passo. Cada intervenção ou ciclo

sucessivo ao longo do processo de desenho deve, antes de tudo, estabelecer as relações entre as partes principais, para depois resolver as relações intrínsecas a cada parte [...] (CHING, 2012, p.97)

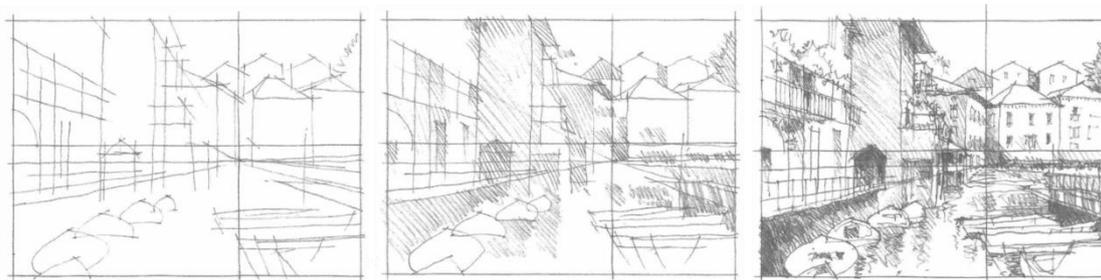


Figura 33. Etapas de desenvolvimento de um Desenho de Observação

FONTE: CHING, 2012, p.97

Aplicada diretamente no Desenho de Arquitetura, a Geometria é utilizada em sua plenitude na representação gráfica, por excelência, a linguagem do arquiteto. Os conhecimentos necessários para o desenvolvimento deste tipo de desenho se encontram espalhados em diversas disciplinas, como a geometria euclidiana, plana e espacial. Além desses conteúdos básicos é fundamental a compreensão dos conceitos da geometria projetiva, muito importantes para a perspectiva, pois a partir desses conhecimentos é fundamentada a geração das representações bidimensionais de planta baixa, cortes, fachadas e as perspectivas paralelas e cônicas.

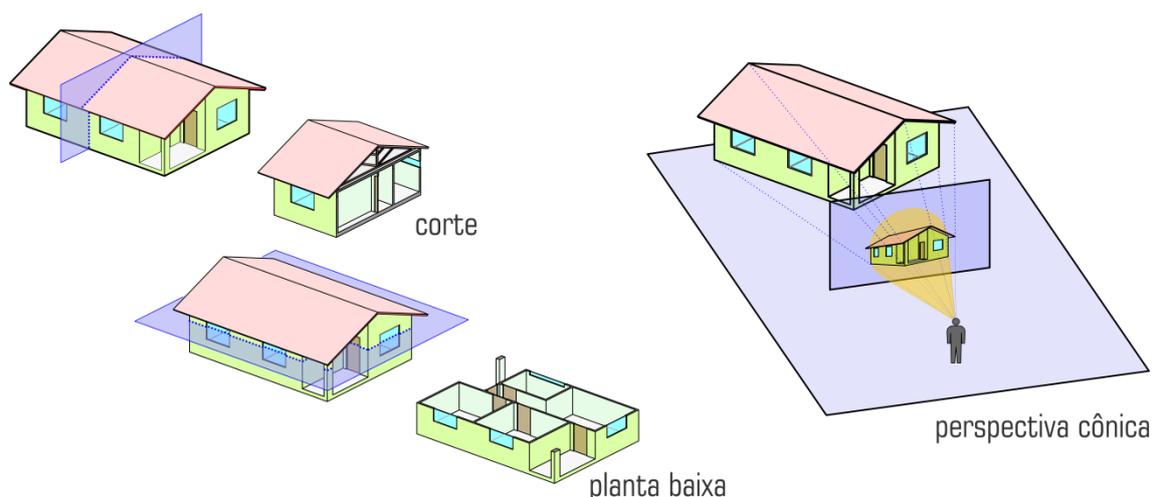


Figura 34. Desenho de Arquitetura

FONTE: Arquivo do Autor

Ocorre que, como não são capacitados no Ensino Básico, os alunos acabam apresentando, inicialmente, uma série de dificuldades para desenvolver os trabalhos cobrados pelas disciplinas deste grupo. Deste modo, esta lacuna em sua formação atrapalha o progresso adequando no aprendizado destas técnicas de representação.

O mesmo ocorre nas disciplinas que buscam introduzir os aplicativos gráficos e as ferramentas digitais direcionadas à apresentação e representação de projetos. Por sua vez, estas plataformas digitais também exigem, além dos conhecimentos, necessários para a manipulação da forma (como veremos mais adiante), algum conhecimento de Geometria Analítica, pois o sistema de referência presente nesse tipo de *software* é baseado na orientação por eixos cartesianos.

Geometria Descritiva

Segundo retrata Gani (2004, p.90), no ano de 1895, a Geometria Descritiva passou a integrar, explicitamente, o programa do Colégio Pedro II, que deveria servir, conforme um decreto de abril de 1879, “de modelo às instituições secundárias que viessem a se organizar no país” (GANI, 2004, p.90).

Entretanto, como vimos no Capítulo 2, as LDBs revisadas em 1971 passaram a denominar Arte e outras disciplinas como “atividade educativa” e não matriz curricular obrigatória. Somando-se a este fato, nesta mesma década, foi retirada do Vestibular a prova de Desenho Projetivo, conforme retrata Bueno (2013, p.19). Em meio a estes acontecimentos e buscando mitigar essas perdas, “o Curso de Geometria da FAU (UFRJ), a partir de 1973, ficou dividido em três períodos, a saber: Introdução à Geometria Descritiva, Geometria Descritiva I e Geometria Descritiva II” (Dias, 1983, p.16).

Até então o curso possuía duas disciplinas de GD e a criação desta nova buscava, em um curso de 90 horas, fornecer aos alunos os fundamentos que deveriam ter sido aprendidos em 3 anos de estudo. Segundo Dias:

Os programas de Geometria Descritiva para cursos de Arquitetura até 1972, não incluíam o Desenho Projetivo, isto é, a parte da matéria que abrangia o conhecimento de ponto, reta, plano, suas relações, métodos descritivos, problemas métricos, polígonos, poliedros e interseção de poliedros. Isto porque [...] estes conhecimentos faziam parte do currículo do 2º grau e da prova de seleção no vestibular.

(DIAS, 1983, p.27)

Em 1992, após uma reforma curricular a disciplina de Introdução à GD foi eliminada e as duas disciplinas restantes ficaram encarregadas de abordar todo o conteúdo, que antes, era abordado em três. Evidentemente houve a necessidade de se fazer um corte nos tópicos teóricos e práticos. De modo complementar à formação nesta área foi criada a disciplina eletiva Geometria Descritiva Aplicada à Arquitetura, que absorveu uma parte do que havia saído do programa. Porém, por questões departamentais e dado o alto índice de reprovação na GD1, atualmente esta disciplina não vem sendo ministrada.

Deste relato podemos perceber que a GD consistia numa continuação da Geometria dada no Ensino Básico. As aulas partiam do tópico de geração de superfícies e trabalhavam-se bastante com os exemplos de aplicação em arquitetura, como escadas, telhados, rampas etc. Com a retirada da Geometria do Ensino Básico coube aos professores da graduação prover estes conhecimentos, situação esta que permanece até hoje.

Por meio das pesquisas do grupo Educação do Olhar, a disciplina de GD1 da FAU-UFRJ, em uma primeira etapa, tem sido alvo de recentes mudanças. Refletindo sobre novas possibilidades para o processo ensino/aprendizado, envolvendo o aluno de arquitetura e urbanismo, a metodologia da disciplina tem procurado substituir, gradualmente, aulas puramente teóricas e expositivas por um espaço participativo entre aluno/professor, onde, por descoberta, determinados assuntos complexos são explorados por meio de exercícios práticos que estabelecem ligação com formas arquitetônicas [Figura 35].

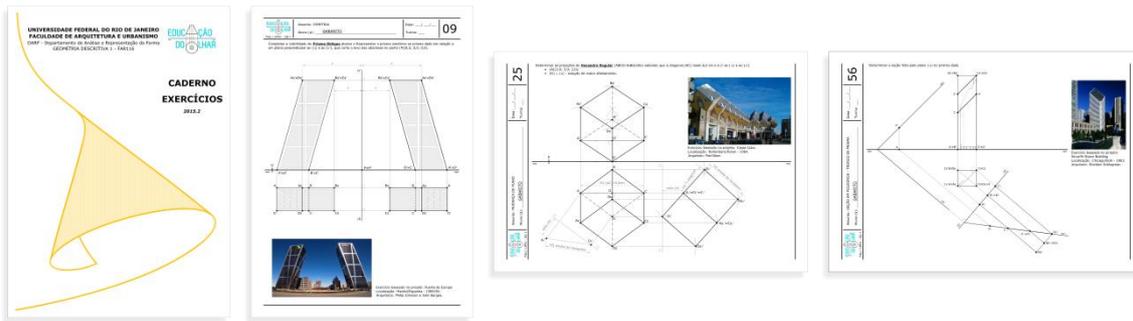


Figura 35. Caderno de Exercícios de GD1 da FAU-UFRJ

FONTE: Acervo do Grupo *Educação do Olhar*

Devido a sua recente implantação não há como mensurar os resultados desta nova metodologia, entretanto, tem sido verificado uma boa receptividade por parte dos alunos, que costumam se envolver mais com a disciplina, chegando até mesmo a ficar em sala após o término das aulas, sobretudo daqueles que cursaram a disciplina antes das modificações serem feitas. Além do aumento da procura pelo programa de monitoria na disciplina.

A GD2, que dá continuidade aos conteúdos ministrados na GD1, aborda os assuntos de interseção de poliedros e seguindo no estudo de superfícies de revolução e revessas. Identificamos que cerca de um terço do curso é dedicado às aplicações na arquitetura – interseção de planos utilizada no fechamento de telhados e superfícies helicoidais empregadas em escadas e vigas [Figura 36].

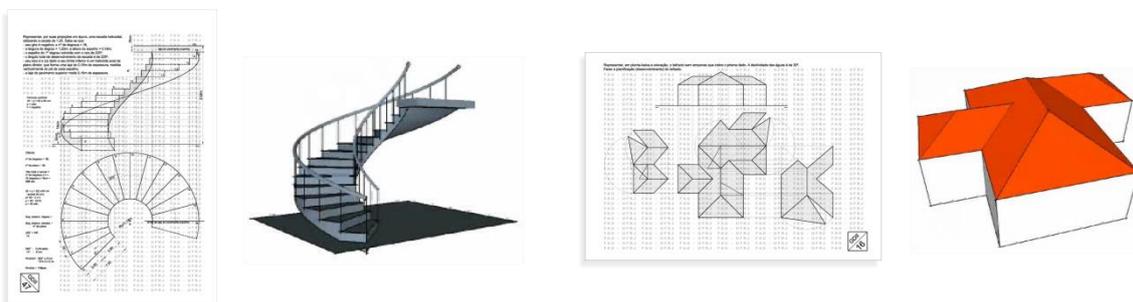


Figura 36. Caderno de Exercícios de GD2 da FAU-UFRJ

FONTE: <http://www.fau.ufrj.br/gd/exercicios.htm> Acesso em 03.01.2016

ANÁLISE E CONCEPÇÃO DA FORMA URBANA

b) a compreensão das questões que informam as ações de preservação da paisagem e de avaliação dos impactos no meio ambiente, com vistas ao equilíbrio ecológico e ao desenvolvimento sustentável; (MEC, 2010, p.2)

Disciplinas: ANÁLISE DA FORMA URBANA E DA PAISAGEM (AUP)
URBANISMO E MEIO AMBIENTE (UMA)

f) o domínio de técnicas e metodologias de pesquisa em **planejamento urbano e regional**, urbanismo e desenho urbano, bem como a compreensão dos sistemas de infraestrutura e de trânsito, necessários para a concepção de estudos, análises e planos de intervenção no espaço urbano, metropolitano e regional; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: PLANEJAMENTO URBANO E REGIONAL (PUR)
PROJETO URBANO (PU)
SANEAMENTO URBANO (SAU)

m) a habilidade na elaboração e instrumental na feitura e interpretação de **levantamentos topográficos**, com a utilização de aerofotogrametria, fotointerpretação e sensoriamento remoto, necessários na realização de projetos de arquitetura, urbanismo e paisagismo e no planejamento urbano e regional. (MEC, 2010, p.3)

Disciplina: TOPOGRAFIA

Responsável pelas disciplinas que se dedicam ao estudo urbano-paisagístico, o Departamento de Urbanismo e Meio Ambiente se encarrega das questões teóricas e práticas a respeito desta temática projetual. Mediante a análise da forma urbana são apresentados os sistemas responsáveis pelo funcionamento da cidade, como os eixos de circulação, infraestrutura, parcelamento, uso e ocupação do solo. A partir desses elementos, são exploradas as relações existentes entre cheios e vazios em diferentes escalas, levando-se em consideração, ainda, outros aspectos, como memória coletiva, identidade do lugar e questões ambientais de sustentabilidade.

O primeiro desafio que as disciplinas deste grupo enfrentam é justamente o mesmo que impulsionou o desenvolvimento da Geometria. Conforme descrevemos no Capítulo 1, a demarcação de terras no antigo Egito

estimulou a criação de técnicas agrárias capazes de efetuar o levantamento dos lotes para a sua representação e, posteriormente, a cobrança de impostos.

Segundo Mascaró (2005, p.13) uma das principais características de um sítio é o seu relevo, pois em termos de projeto, este condiciona diretamente qualquer traçado urbano que lhe será proposto. Por se tratar de uma forma complexa, de geometria não regradada, é necessário o emprego de técnicas capazes de representar, da melhor forma possível, esse tipo de superfície. Para isso utiliza-se a Topografia - ramo da cartografia responsável pela representação gráfica da superfície terrestre sobre um plano horizontal de projeção, com dimensão máxima de 80km (ALVAREZ et al, 2003, p.12), pois a partir deste limite deve-se considerar a curvatura da Terra.

Devido a sua alta complexidade, a representação do relevo terrestre é realizada por meio da aferição das alturas de cada um de seus pontos em relação a um plano de referência. Depois de feito este levantamento os pontos de mesma altura são agrupados, de modo obtermos o lugar geométrico dos pontos de mesma cota. Geometricamente esta representação se baseia em "seccionar a superfície terrestre por planos paralelos equidistantes, cujas interseções projetadas ortogonalmente num plano horizontal irão determinar as **curvas de nível**" (ALVAREZ et al, 2003, p.18, grifo do autor), conforme podemos ver na Figura 37.

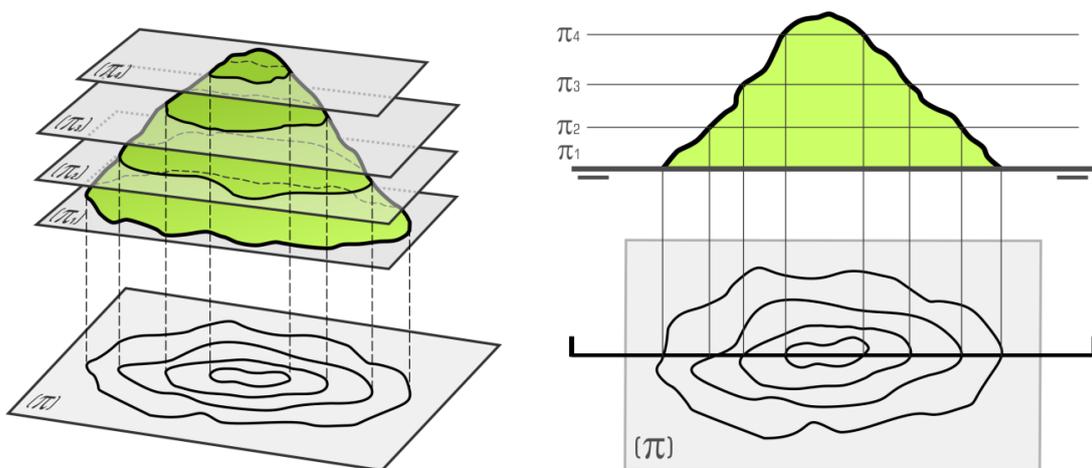


Figura 37. Topografia - Planos Cotados

FONTE: Arquivo do Autor

Mediante o registro do local torna-se possível realizar os primeiros estudos de ocupação do sítio. O desenho do traçado urbano se inicia pela definição do sistema de circulação, e este deve considerar, sobretudo, a condição topográfica do terreno. Sempre que possível as vias devem se acomodar ao relevo, pois, deste modo, evita-se a necessidade de grandes deslocamento de terra.

Visando contribuir para as questões de drenagem, as ruas devem estar dispostas "... de forma a ter declividade suficiente para fluir as águas da chuva. Para isso, obviamente, deverão ser posicionadas, cortando as curvas de nível." (MASCARÓ, 2005, p.15). Entretanto, considerando os efeitos de erosão é necessário evitar que as mesmas fiquem perpendiculares às curvas, pois deste modo as águas pluviais, ao escoarem, tomariam uma alta velocidade, o que prejudica a rede coletora (MASCARÓ, 2005, p.28).

Além das questões levantadas acima, é necessário que a declividade dos eixos de circulação permita um tráfego confortável e seguro, evitando situações como a ilustrada na Figura 38, atolamento do veículo ou criação de pontos cegos.

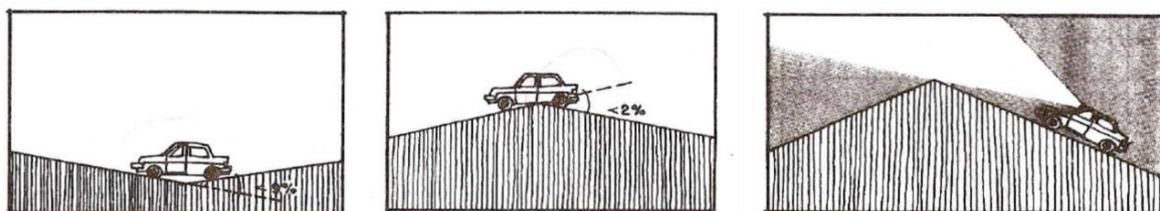
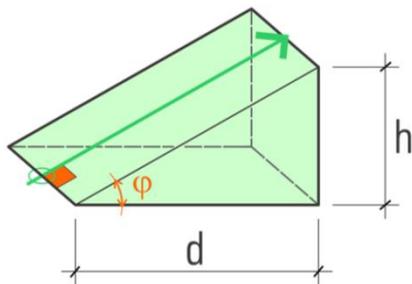


Figura 38. Declividade em vias de tráfego

FONTE: MASCARÓ, 2005, p.108

Para aferirmos a inclinação do plano das vias é necessário traçarmos uma reta perpendicular ao encontro deste plano com o solo. Esta reta, que fornece o ângulo que um plano faz com o plano horizontal de referência, é denominada, segundo a GD, como Reta de Máximo Declive. É válido ainda ressaltar que este conceito é o mesmo utilizado para a determinação de inclinações de rampas e telhados. Em geral a amplitude deste ângulo é descrita simplesmente pelo seu valor em graus, ou ainda, por uma fração que indica a razão existente entre, a distância percorrida horizontalmente

(d) e a altura alçada pelo plano (h) – nada mais do que a tangente do ângulo em questão.



$$tg \varphi = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{h}{d}$$

Figura 39. Declividade de um plano

FONTE: Arquivo do Autor

Ainda a respeito da definição dos arruamentos, é indispensável observar os raios de curvatura dos entroncamentos, existentes por conta da manobra dos veículos. Para a realização deste tipo de traçado de forma harmônica é preciso determinar os pontos de tangência entre as curvas ou entre os trechos curvos e retos das vias. A este ponto denominamos de “ponto de concordância”. No caso das interseções entre de planos secantes [Figura 40] esta conexão deve ocorrer por meio de uma superfície cilíndrica, que através da determinação dos planos tangentes à esta, define a curva de compensação.

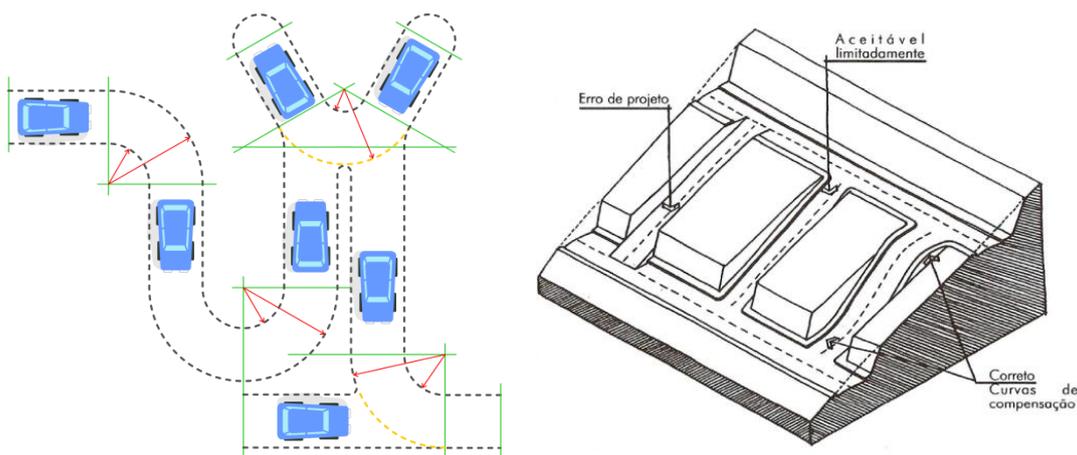


Figura 40. Interseção de Vias

FONTE: Arquivo do Autor e MASCARÓ, 2005, p.110

Definidas as vias passamos às considerações a respeito do lote. Neste caso é preciso considerar as relações entre largura e profundidade do mesmo, pois esta razão influencia no custo de urbanização. Recomendam-se razões

que variem em torno de 1:1 e 1:6, privilegiando proporções mais próximas para a forma do quadrado, pois assim, as edificações podem ser projetadas com mais liberdade e privilegiando a orientação solar mais adequada.

Na Figura 41 vemos alguns arranjos de lotes em quadras de mesma dimensão. Além da área do terreno é interessante ressaltar o que ocorre com o seu perímetro. Em determinadas disposições é possível promover um maior número de testadas de lote¹⁴, aproveitando, assim, uma mesma rede de infraestrutura para um número maior de unidades.



Figura 41. Divisões de Lotes Urbanos

FONTE: Arquivo do Autor

¹⁴ Face do lote voltada para a via.

ANÁLISE E CONCEPÇÃO DA FORMA ARQUITETÔNICA

c) as habilidades necessárias para **conceber projetos de arquitetura, urbanismo e paisagismo** e para realizar construções, considerando os fatores de custo, de durabilidade, de manutenção e de especificações, bem como os regulamentos legais, de modo a satisfazer as exigências culturais, econômicas, estéticas, técnicas, ambientais e de acessibilidade dos usuários; (MEC, 2010, p.2)

Disciplinas: CONCEPÇÃO DA FORMA ARQUITETÔNICA (CFA)

PROJETO DE ARQUITETURA (PA)

PROJETO DE INTERIORES (PIN)

PROJETO DE PAISAGISMO (PP)

PROJETO URBANO (PU)

PROJETO EXECUTIVO (PEX)

As disciplinas deste grupo correspondem ao eixo de concepção, que congregam as atividades sintetizadoras de projeto em suas diferentes escalas. Como já foram feitas algumas considerações a respeito do urbanismo, nesta seção, iremos tratar o objeto arquitetônico e as questões pertinentes ao seu interior.

Acompanhando toda a trajetória acadêmica do aluno, as disciplinas de projeto transpassam toda a formação do aluno. A cada período é proposto um programa diferente, como por exemplo: residencial (uni/multifamiliar), comercial, institucional, educacional, etc. De acordo com a fase de sua formação e temática proposta, são exigidos diferentes níveis de aprofundamento no processo de projeto, desenvolvendo, assim, as habilidades relativas à compreensão da forma, seus princípios de organização, estruturação e composição do espaço.

A fase projetual recorrente na maior parte das disciplinas desse grupo é a de concepção. Trabalhada de modo mais apurado nas disciplinas de *Concepção da Forma Arquitetônica* (CFA) onde, no ciclo de Fundamentação, o aluno é apresentado à alguns princípios básicos de análise e sintaxe da forma. Os exercícios propostos são desenvolvidos por meio de modelos físicos, nos quais são trabalhados conceitos e métodos conceptivos distintos que, futuramente, serão aperfeiçoados nas posteriores disciplinas de

projeto, onde o repertório compositivo/conceitual do aluno e os aspectos teóricos acerca dos mecanismos projetuais serão aprofundados.

Abaixo temos alguns exemplos dos exercícios desenvolvidos nessas disciplinas [Figura 42]. Além do conhecimento necessário para a confecção dos modelos (determinação de verdadeiras grandezas, planificação, etc) é exigido do aluno o reconhecimento dos elementos geométricos que estruturam as suas composições e ainda, operações que podem ser realizadas entre eles – interseção de sólidos e seções planas.

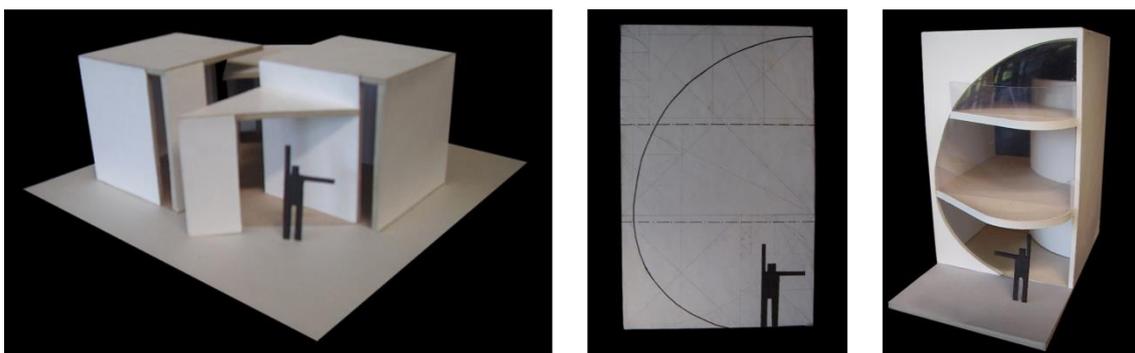


Figura 42. Exercícios desenvolvidos na disciplina de CFA1.

FONTE: http://www.forma.fau.ufrj.br/dados_visual.asp?ficha=368 Acesso em 03.01.2016.

De acordo com Mitchell (2008), “projetar é executar um procedimento lógico-matemático em uma álgebra de formas” onde o projetista faz uso de ‘regras’ que irão efetuar determinadas transformações. Assim como sugere este autor, a composição arquitetônica, em seu nível atômico, é composta de primitivas geométricas e modificadas em um mundo projetual onde é possível se definir uma álgebra (MITCHELL, 2008, p.248). Estes processos de arranjo formal se assemelham às operações booleanas básicas¹⁵ [Figura 43], que se trata de uma estrutura que busca capturar a essência das operações lógicas - similar às operações presentes na Teoria dos Conjuntos.

¹⁵ A Álgebra Booleana é uma estrutura lógico-matemática utilizada nos computadores, tratando-se de uma linguagem estruturada, com um conjunto de regras e operações bem definidas e que viabilizam a análise apropriada de proposições e o gerenciamento de argumentações de forma rigorosa.

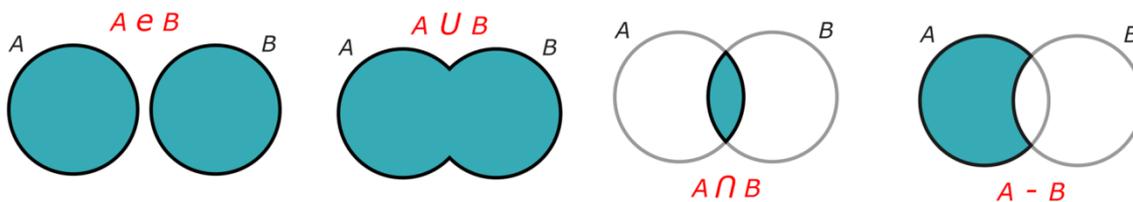


Figura 43. Operações Booleanas Básicas

FONTE: Arquivo do Autor

A compreensão desta lógica compositiva se faz necessária, pois grande parte das tecnologias digitais de modelagem, utilizadas nas disciplinas de *Gráfica Digital* e *Técnicas de Apresentação de Projeto*, já mencionadas no grupo de Representação, faz uso dessa linguagem. Conforme podemos ver na barra de ferramentas de um dos programas gráficos mais utilizados no curso da FAU-UFRJ¹⁶, o *software AutoCAD* [Figura 44]. Além das operações booleanas, já mencionadas, podemos observar, ainda, comandos que trabalham com as transformações euclidianas básicas: Translação (*move/copy*), Rotação (*rotate*) e Reflexão (*mirror*).



Figura 44. Barra de Ferramentas - AutoCAD

FONTE: Arquivo do Autor

Ainda se tratando das metodologias compositivas apresentadas aos alunos no ciclo de Fundamentação, observamos o artifício do Traçado Regulador, como já visto no Capítulo 1, bem explorado a partir do século XX pelo Movimento Moderno. Neste procedimento gráfico busca-se o equilíbrio da composição por meio da relação existente entre as proporções da parte com o todo, definidas por um vocabulário de formas (linhas, superfícies e volumes) que irão constituir o objeto arquitetônico. Observam-se, ainda neste assunto, as relações de modulação, ritmo e as relação de cheios e vazios.

¹⁶ Conforme levantamento realizado em: MARTINS, Mara. *A Capacitação para Integração entre o Desenho Manual e o Digital Aplicada ao Ensino de Projeto na FAU-UFRJ*. Dissertação de Mestrado em Arquitetura. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.

Conforme já informado, as disciplinas de projeto trabalham apoiadas sobre um programa arquitetônico específico. Especificamente no 7º e 9º período o aluno tem a oportunidade de escolher qual o tema ele desejará trabalhar¹⁷.

Dadas estas circunstâncias nem todos os alunos chegam a trabalhar com determinadas peculiaridades de alguns temas, entretanto, mesmo tratando-se de questões específicas, estas deveriam ser de conhecimento de qualquer arquiteto. A seguir iremos destacar alguns desses conteúdos.

Nos projetos de salas de cinema, teatros e auditórios, além da preocupação com o desempenho acústico, é imperativo o traçado da Curva de Visibilidade. Baseando-se no cone gerado pelas visuais que partem dos olhos do observador, este estudo procura evitar a presença de obstáculos no campo visual do espectador. Os parâmetros para este desenho são retirados de normas e manuais específicos, pois variam de acordo com o tipo de espaço a ser projetado.

Além dos conhecimentos de ângulos e bissetrizes, o conceito de arco capaz é muito importante para este tipo de traçado, pois, por se tratar do lugar geométrico dos pontos do plano do qual um segmento é visto sob um mesmo ângulo, estaremos tratando este conjunto de pontos como a posição adequada para que todos os espectadores de uma determinada fileira assistam o palco sob um mesmo ângulo de visão.

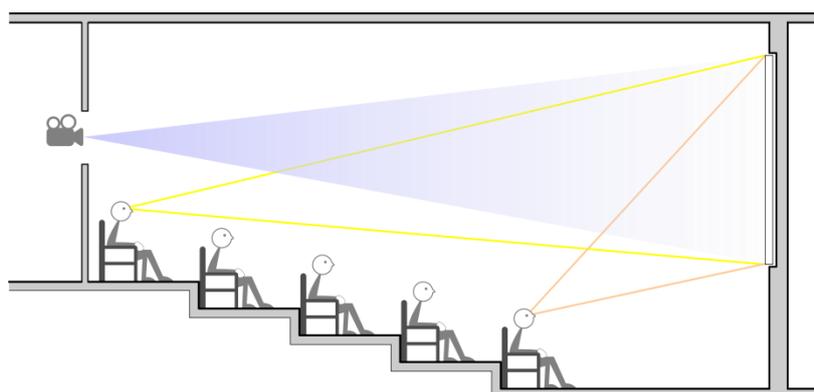


Figura 45. Traçado de Curva de Visibilidade.

FONTE: Arquivo do Autor

¹⁷ Atualmente são oferecidas as disciplinas de Projeto Arquitetura Desporto e Lazer; Espaços para Cultura; Espaço para Saúde e Habitação Interesse Social - referente às optativas do "Grupo1" (7º período). E como tema para o estudo de Projeto Executivo os temas de Habitação, Interiores (em geral residencial) e Restauo - referentes às optativas do "Grupo2" (9º período).

Se estendendo a outras escalas e possuindo semelhanças com o estudo descrito acima, os projetos luminotécnicos também fazem uso dos mesmos conceitos. Além de se trabalhar com o cone gerado pela distribuição e direcionamento dos raios luminosos, dependendo do formato da lâmpada e/ou da luminária, teremos outras superfícies de revolução, que irão gerar as mais variadas seções e perfis. Os catálogos de fabricante costumam fornecer, baseadas em coordenadas polares, o perfil de distribuição luminosa de cada tipo de luminária mediante seções produzidas por planos verticais, conforme podemos ver nos exemplos da Figura 46.

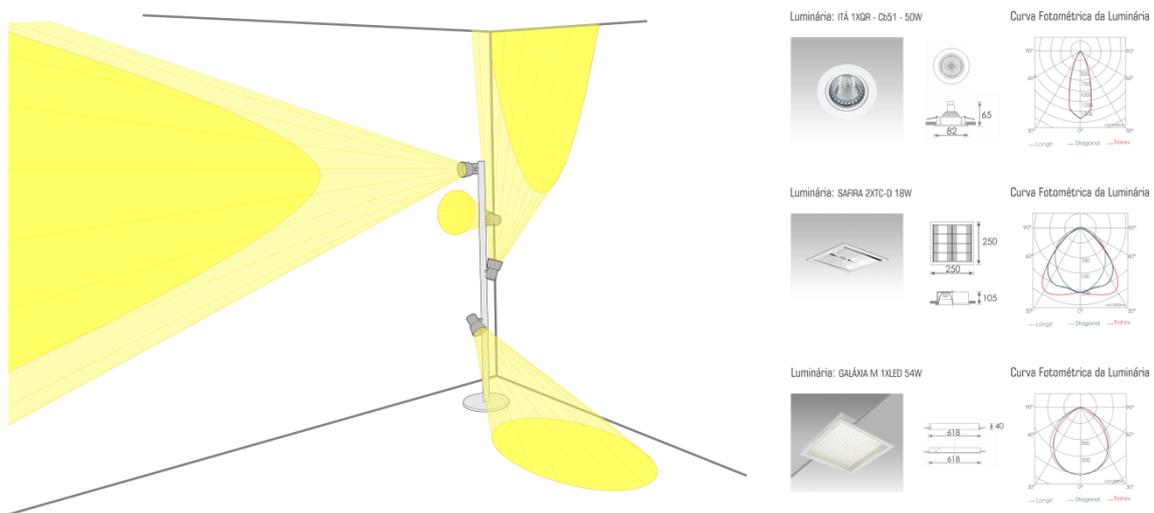


Figura 46. Curva Fotométrica

FONTE: Arquivo do Autor

CONFORTO AMBIENTAL

i) o entendimento das condições climáticas, **acústicas**, **lumínicas** e energéticas e o domínio das técnicas apropriadas a elas associadas; (MEC, 2010, p.3)

Disciplina: CONFORTO AMBIENTAL (AMB)

Ambas as disciplinas de Conforto Ambiental (AMB) se encontram no eixo de construção, que tratam dos aspectos tecnológicos da edificação e da cidade, tanto do ponto de vista prático quanto o de fundamentação destes conceitos.

Podemos constatar que estas duas disciplinas possuem a mesma ementa (sendo que AMB II possui 30h a mais de carga horária). Entretanto há uma significativa diferença em suas abordagens de acordo com o site das disciplinas, acessado em 06.05.2015 e disponível em <http://www.fau.ufrj.br/apostilas/conforto_claudia/nova/index.htm>.

AMB I: “propõe uma **abordagem qualitativa** do tema que considere o projeto arquitetônico desde o seu início, mantendo uma ligação estreita com o lugar, seu entorno, clima e os hábitos locais construtivos.”

AMBII: “2 semestres depois [da realização da disciplina AMB I], o aluno, já de posse de parte do instrumental teórico necessário, buscará, nos instrumentos de avaliação oferecidos a avaliação que lhe permita **refinar as estratégias** já aprendidas.”

Deste modo a primeira disciplina se preocupa em fornecer ao aluno um embasamento teórico para a fase de concepção do projeto, enquanto a segunda se atém em um refinamento quantitativo. Levando em consideração que para este ‘ajuste numérico’ são utilizados *software* específicos da área, na nossa análise consideraremos as questões geométricas que condicionam qualitativamente os parâmetros ambientais.

Observando a ementa e os planos de aula, identificamos alguns temas centrais que são abordados: Meio Ambiente; Noções de conforto térmico e **ventilação** natural; Radiação Solar e noções de **iluminação** natural e artificial; Noções de **acústica**.

Antes de tratarmos das questões específicas deste grupo disciplinar é necessário salientar que os elementos de conforto ambiental devem ser considerados na concepção do edifício. E para isso o projetista deverá ter a noção destes conceitos para, então, aplicá-los no projeto. A seguir iremos observar algumas das condicionantes ambientais que dizem respeito à Geometria.

VENTILAÇÃO

Mesmo sendo considerado pelos projetistas como um parâmetro muito instável, é possível adotar uma série de medidas que colaborem para o conforto térmico do ambiente. Estas diretrizes projetuais encontram-se diretamente relacionada à forma do edifício e à disposição de suas aberturas. Analisando o ambiente interno vemos esquematicamente representado na Figura 47, que a área de entrada e saída do vento interfere na sua dinâmica. Ao alterar estes parâmetros (área da esquadria e sua posição), influirá diretamente na velocidade e vazão do vento (esquemas **a** e **b**), do mesmo modo que a distribuição dos demais elementos internos (esquemas **c** e **d**).

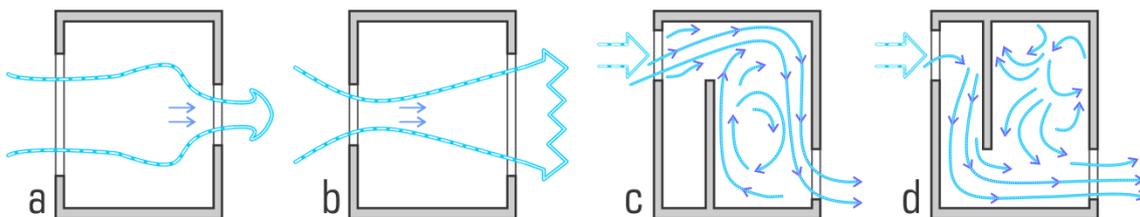


Figura 47. Esquemas de ventilação em planta baixa

FONTE: Arquivo do Autor

ILUMINAÇÃO

Uma das etapas iniciais e mais importantes do projeto de arquitetura é o estudo de implantação do edifício. Muitas das vezes a posição da edificação no terreno é condicionada pelas questões de insolação, ou seja, da sua interação com o Sol. Para isso fazemos uso de algumas ferramentas de projeto que nos permitem tomar decisões que tire partido da luminosidade e evite a incidência direta de carga térmica.

[...] para determinar o ângulo de incidência do Sol sobre uma superfície específica, utilizam-se as **cartas solares**, que consistem na representação gráfica das trajetórias aparentes do Sol, projetadas no plano do horizonte do observador, para cada latitude específica. (FROTA, 2001, p.85)

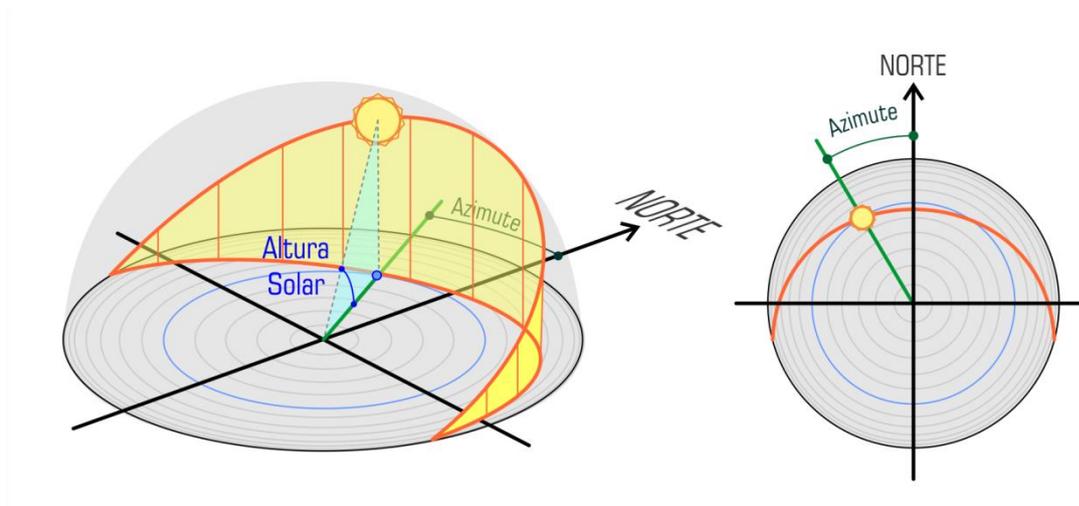


Figura 48. Diagrama Solar

FONTE: Arquivo do Autor

Baseada na trajetória aparente do Sol, as cartas solares nos informam qual será o azimute e altura solar de acordo com o dia do ano e horário. A estrutura suporte deste diagrama se baseia na abóbada celeste, geometricamente representada como uma semiesfera, onde o observador encontra-se no centro. As circunferências concêntricas do diagrama na realidade são os meridianos desta semiesfera, e cada um deles o Lugar Geométrico dos pontos com a mesma altura solar. Esta "altura" na realidade é o ângulo de incidência dos raios solares com o chão. Além da informação da altura do Sol o diagrama também fornece o chamado

“azimute solar”, o ângulo formado, em projeção horizontal, do Sol com o eixo Norte-Sul.

Em posse desses dados o projetista poderá determinar o efeito que o Sol terá sobre a edificação, e assim, dimensionar corretamente os elementos de proteção da pele do edifício ou ainda um estudo das sombras geradas por ele em seu entorno.

Além do conhecimento geométrico necessário para ler o diagrama solar a aplicação destes dados no projeto envolve os conhecimentos de paralelismo entre os raios solares, a sua interseção com o plano horizontal, além do emprego de métodos, ou o uso de artifícios, para que seja possível traçar estes ângulos com a sua medida real (em verdadeira grandeza).

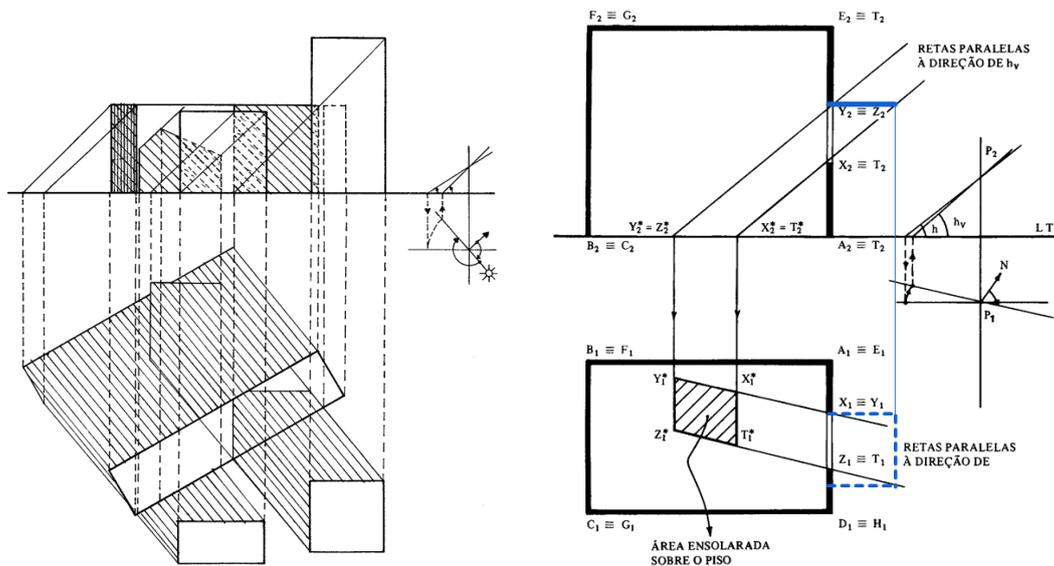


Figura 49. Estudos de Insolação

FONTE: FROTA, 2001

ACÚSTICA

Ao dar forma e volume aos espaços, o arquiteto tem como elemento básico de trabalho a superfície. As **formas** e os materiais adotados **têm influência no comportamento do som**, determinando o desempenho acústico do ambiente. (SOUZA et al, 2012, p.34, grifo nosso)

Analisando o comportamento geométrico da propagação sonora é possível observar que a mesma se dá de forma esférica (SOUZA, 2012) e o ângulo de incidência de uma onda sonora em uma superfície será igual ao seu ângulo de reflexão. Cabe salientar que este princípio é válido para sons de pequeno comprimento de onda e “quando a menor dimensão da superfície refletora for igual a, no mínimo, quatro vezes o comprimento da onda sonora incidente” (NIEMEYER, 1998).

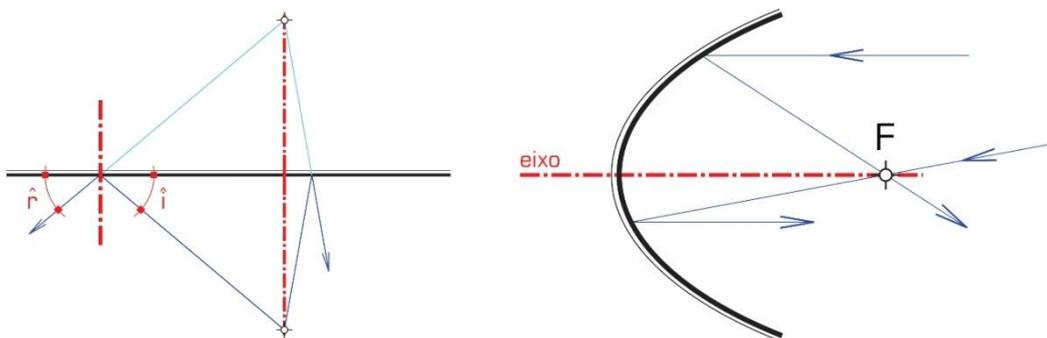


Figura 50. Reflexão sobre uma superfície plana e parabólica

FONTE: Arquivo do Autor

A reflexão, quando explorada arquitetonicamente, por meio de formas e direcionamento apropriados de espelhos acústicos é um excelente instrumento para permitir o reforço e a distribuição sonora, aumentando a intensidade e a homogeneidade do som no ambiente. Em auditórios, esse recurso é muito utilizado [...] principalmente para os lugares mais afastados da fonte, os espelhos acústicos colaboram na intensificação do nível sonoro. (SOUZA et al, 2012, p.36)

Os parâmetros de audibilidade [Tabela 6] e entendimento do som também obedecem a razões geométricas, ficando em função da diferença entre a distância percorrida pelo som direto, emitido pela fonte, e o som refletido. Caso esta diferença seja superior a 22 metros ocorrerá o efeito de eco.

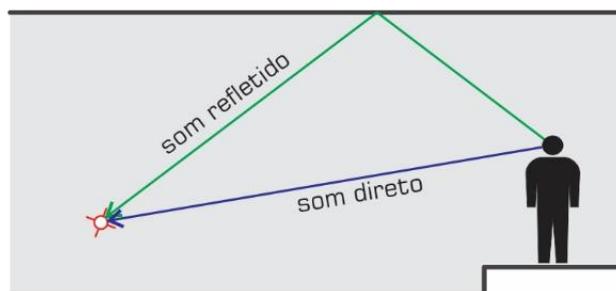


Figura 51. Propagação do som – 2D
 FONTE: Arquivo do Autor

Tabela 6. Parâmetros de Audibilidade

DISTÂNCIA fonte - receptor		SOM Refletido – SOM Direto	Audibilidade
até 15m	Excelente	< 8,5m	Excelente
de 15m a 20m	Boa audibilidade	8,5m – 13,0m	Bom para fala Razoável para música
de 20m a 25m	Satisfatório	12,0m – 16,5m	Razoável
30m	Limite máximo sem amplificação eletrônica	16,5m – 22,0m	Negativa
		> 22,0m	Eco Forte

FONTE: Elaborado pelo Autor, baseado em SOUZA, 2012, p.118 .

Entretanto é comum, neste tipo de análise, esquecer a tridimensionalidade do espaço e a propagação esférica da onda sonora. Levando em consideração estas premissas e, analisando tridimensionalmente, observamos que o som refletido que percorrerá o maior caminho será o trajeto laranja, conforme vemos na Figura 52.

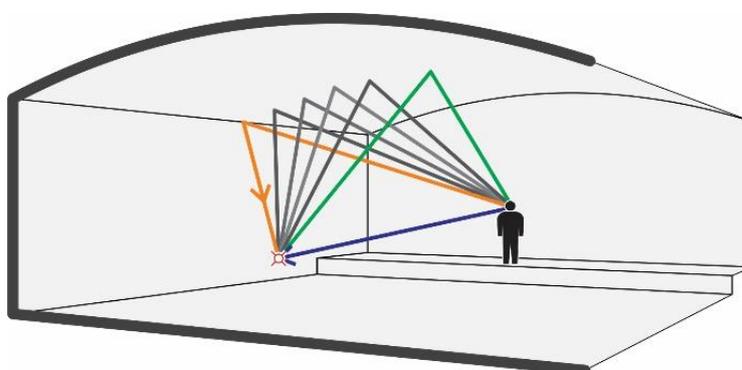


Figura 52. Propagação do som – 3D
 FONTE: Arquivo do Autor

No exemplo da Figura 53 podemos ver que a dinâmica do som no ambiente é alterada na medida em que, ao se rebaixar o teto, a diferença entre o som direto e o som refletivo diminuirá, melhorando a audibilidade da voz fonte sonora e acabando com o efeito de eco.

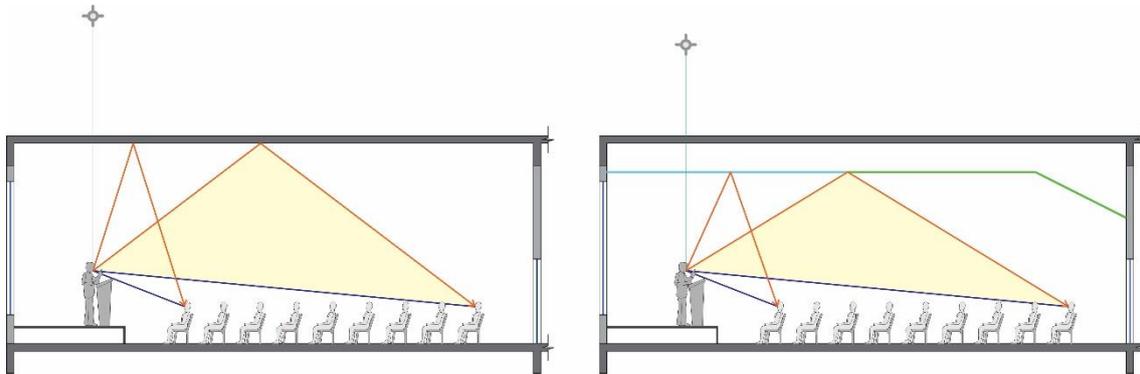


Figura 53. Aplicação do conceito de reflexão no projeto acústico

FONTE: Arquivo do Autor

Outro fator muito importante que diz respeito à qualidade acústica de um ambiente se baseia na 'regulagem' do seu tempo de reverberação, que por definição é "o tempo necessário para que o nível de pressão sonora diminua 60dB, depois que a fonte cessar" (NIEMEYER, 1998). Para este ajuste é feito uso de alguns cálculos que levam em consideração o tipo de uso da sala e os materiais de revestimento da mesma. Entretanto é importante ressaltar que uma variável significativa deste cálculo é o **volume** do ambiente e das **áreas** dos revestimentos internos da sala, abaixo temos a fórmula de Sabine, utilizada para determinar o tempo de reverberação do som.

$$T_R = \frac{0,061 \cdot V}{\sum S \cdot \alpha}$$

T_R = tempo de reverberação [s]
 V = volume da sala [m³]
 S = área dos revestimentos internos da sala [m²]
 α = coeficiente de absorção dos materiais.

SISTEMAS ESTRUTURAIS

h) a compreensão dos **sistemas estruturais** e o domínio da concepção e do **projeto estrutural**, tendo por fundamento os estudos de resistência dos materiais, estabilidade das construções e fundações; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: MODELAGEM DE SISTEMAS ESTRUTURAIS (MSE)

ISOSTÁTICA (ISO)

RESISTENCIA DOS MATERIAIS (RM)

CONCEPÇÃO ESTRUTURAL (CES)

ESTRUTURA DE CONCRETO ARMADO (ECA)

ESTRUTURAS DE AÇO E MADEIRA (AMA)

SISTEMAS ESTRUTURAIS (SES)

As disciplinas deste grupo se encontram no eixo de Construção e lidam com as questões de segurança e composição estrutural, sendo ministradas pelo Departamento de Estruturas da FAU-UFRJ. A organização geral do ensino de estruturas segue as diretrizes estabelecidas pelo professor Adolpho Polillo (1968), sendo organizado em três etapas.

A primeira fase deste processo explora a análise qualitativa do comportamento de barras, lâminas, blocos e sistemas estruturais, por intermédio do contato com modelos físicos. Seu objetivo é apresentar as primeiras noções de equilíbrio e fenômenos físicos (a ação de forças, solicitações, tensões, deformações e o comportamento elástico dos materiais) de modo intuitivo.

Para realizar estas observações são utilizados modelos reduzidos, que por meio da escolha de materiais, ampliam os efeitos de deformação, pois não há, neste primeiro momento, preocupação com a exatidão quantitativa. Um conceito bastante explorado é o de *rigidez pela forma*, onde apenas pela mudança da configuração da seção transversal de determinado elemento, este passa a suportar cargas adicionais, como ilustrado na Figura 54. Vemos que na primeira imagem a folha de papel sofre uma pequena deformação causada apenas pela atuação de seu peso próprio, ao passo que após ser dobrada é possível suportar o peso do livro.



Figura 54. Modelo de demonstração da Rigidez obtida pela modificação da forma
 FONTE: <http://www.fau.ufrj.br/apostilas/mse/PlacasAs.htm> Acesso em 03.01.2016

Após esta fase de livre avaliação dos elementos estruturais Polillo sugere que seja realizado um processo de **Análise Estrutural** por meio da discretização que “consiste em desmembrar uma estrutura complexa, cujo comportamento global seria de difícil previsão, em elementos menores cujos comportamentos possam ser admitidos já conhecidos e de fácil estudo” (VARELLA, 2009). Deste modo são identificadas as cargas atuantes, calculado os esforços resultantes no sistema e, finalmente, dimensionado cada um dos elementos que o constituem. Muito embora esse processo seja feito de modo estritamente analítico é considerado, em muitas das etapas do cálculo, as proporções e a forma dos elementos estruturais. Como exemplo, podemos citar a configuração da seção transversal de vigas e pilares Figura 55. A forma do perfil escolhido influencia diretamente o Momento de Inércia da peça, pois este depende, necessariamente, da distribuição da massa em torno do seu eixo, e que, por sua vez, modifica o centro de gravidade do elemento a ser dimensionado.

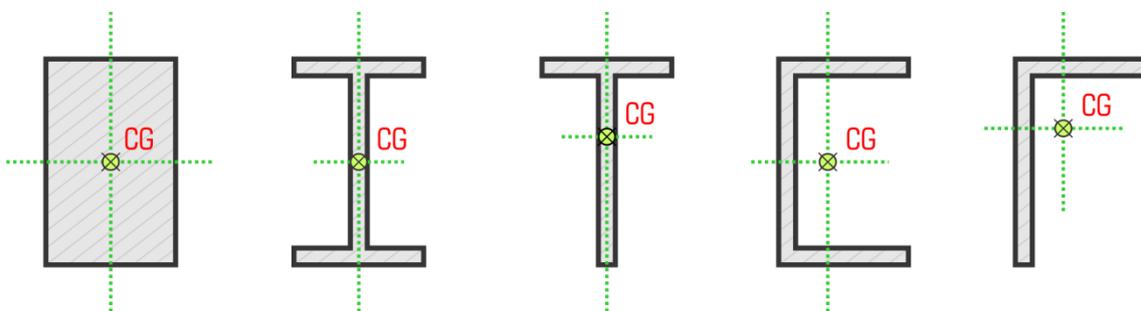


Figura 55. Seções Transversais e Centro de Gravidade
 FONTE: Arquivo do Autor

Ainda se tratando das questões de cálculo estrutural, por este assunto se tratar, inicialmente, de um estudo de vetores¹⁸ de forças atuando em determinado elemento, torna-se fundamental a compreensão de operações vetoriais [Figura 56]. Estes fenômenos, mesmo sendo representados e até mesmo podendo ser “calculados” de forma gráfica, utiliza-se, para este fim, processos que trabalham com relações trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Segundo relato de alguns professores do departamento era usual apresentar aos alunos o diagrama de Maxwell - método gráfico pelo qual é possível determinar os esforços atuantes sobre as peças de uma treliça¹⁹ plana.

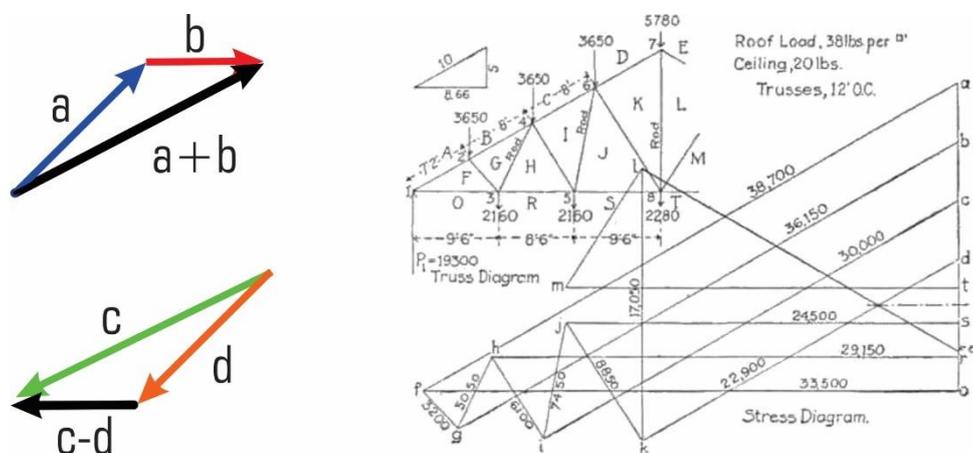


Figura 56. Operações Vetoriais e Demonstração do Método de Maxwell

FONTE: <http://chestofbooks.com/architecture/Construction-Superintendence/images/Table-XII-Factors-For-Computing-Stresses-In-End-Pa-300286.jpg> Acesso em 03.01.2016.

Rodrigues (2003) sugere, ainda, que o ensino de estruturas para o curso de arquitetura deve ser incrementado com exemplos de edificações do passado e do presente, de modo estimular no aluno a capacidade de **observação**. Deste modo é muito comum que as disciplinas deste grupo evidenciem os casos de aplicação onde o projetista tirando partido da estabilidade estática das formas geométricas, como em cascas de concreto ou utilizando os sólidos platônicos.

Observarmos o seu emprego em estruturas treliçadas, sobretudo em coberturas, pois são capazes de vencer grandes vãos sem a necessidade de

¹⁸ Segmento de reta orientado utilizado para representar uma grandeza, que além de seu valor associado a determinada unidade de medida, necessita de direção e sentido para ser totalmente definida.

¹⁹ Conjunto de barras esbeltas conectadas umas as outras pelas suas extremidades.

tantos apoios verticais. Na Figura 57 temos o exemplo do Terminal Central de Criciúma – Santa Catarina, onde é possível visualizar um octaedro no ponto de descarregamento da cobertura no pilar.



Figura 57. Trelças Espaciais aplicadas em cobertura

FONTE: <http://www.astc.sc.gov.br/web/princ.php?pg=noticia&id=154> Acesso 03.01.2016

A fase final do ensino de estruturas dedica-se à integração das disciplinas de estruturas com o atelier de projeto de arquitetura, onde se buscaria a **concepção** definitiva do sistema estrutural. Neste aspecto a Geometria, além de possibilitar a compreensão dos atributos métricos e formais do objeto, torna possível o entendimento das relações espaciais existentes entre os elementos estruturais e suas interações, sobretudo na distribuição das forças.

PROCESSOS CONSTRUTIVOS E SISTEMAS PREDIAIS

g) os conhecimentos especializados para o emprego adequado e econômico dos **materiais de construção** e das **técnicas** e **sistemas construtivos**, para a definição de instalações e equipamentos prediais, para a **organização de obras e canteiros** e para a implantação de infraestrutura urbana; (MEC, 2010, p.3)

Disciplinas: PROCESSOS CONSTRUTIVOS (PC)

SANAMENTO PREDIAL (SAP)

GESTÃO NO PROCESSO DO PROJETO (GPP)

ORÇAMENTO E GERENCIAMENTO DE OBRAS (OGO)

Também do eixo de Construção, as disciplinas deste grupo abordam as tecnologias referentes à execução dos objetos arquitetônicos e da cidade. Além de explorar as propriedades físicas e mecânicas dos materiais, são suscitadas as questões referentes a diversos Sistemas Construtivos. Em um primeiro momento são apresentados as suas características, vantagens e desvantagens, para que, posteriormente, sejam aplicadas no projeto. Estas reflexões a respeito da relação Forma x Tectônica são observadas, pela ótica geométrica, a partir do momento em que a adoção de um determinado material e/ou sistema construtivo lhe oferecerá limitações ou possibilidades formais. Deste modo, é imperativo considerar estes fatores na etapa de concepção do projeto, pois, deste modo, é possível otimizar custos, explorar as propriedades do material e suas potencialidades plásticas, associando o conceito do edifício à sua materialidade.

Antes ainda da materialização de um projeto deve ser realizado um levantamento minucioso de todos os insumos necessários para a construção do edifício. Neste momento os conceitos geométricos se fazem presentes no cálculo de áreas das superfícies, perímetros dos ambientes e nos volumes dos materiais de construção.

PROCESSOS CONSTRUTIVOS

Observa-se, pelas ementas e planos de curso, que é realizado um estudo mais aprofundado acerca dos procedimentos na execução de estrutura de concreto armado e os chamados sistemas construtivos convencionais²⁰. Neste contexto observamos que os conceitos mais recorrentes são os de Geometria plana.

Neste tipo de sistema construtivo é possível enxergarmos a construção do edifício por meio das operações de Alinhamento, Esquadro e Prumada [Figura 58]. O alinhamento consiste em enfileirar determinado elemento em linha reta, esta, definida por dois pontos; sendo utilizado no alçamento das vedações verticais e assentamento de revestimentos. O procedimento de esquadro serve para realizar as marcações dos ângulos retos dentro da obra. Em geral, utilizado para pequenos vãos, como esquadrias e portas. Para dimensões maiores estrutura-se o ângulo de 90° baseando na proporção do triângulo pitagórico - 3:4:5, em geral com as dimensões 60x80x100cm. Visando alinhar os elementos construtivos perpendiculares ao plano horizontal, a prumada também é utilizada no levante das alvenarias, revestimentos e elementos estruturais.

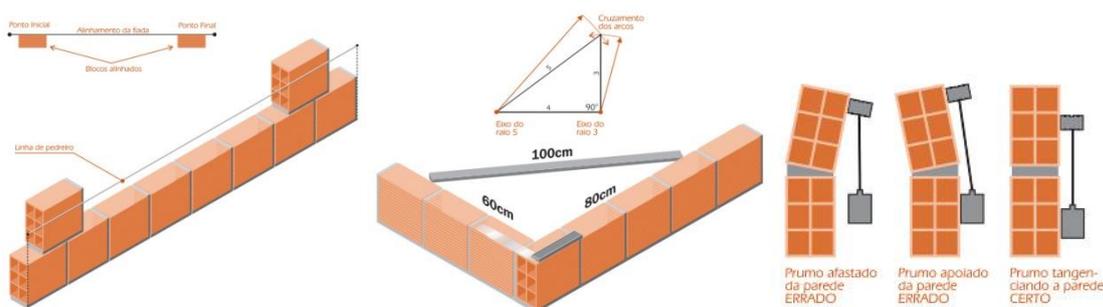


Figura 58. Alinhamento, Esquadro e Prumada

FONTE: <http://construfacilrj.com.br/profissao-pedreiro-nocoas-basicas/> Acesso em 03.01.16

No processo de construção, a primeira marcação a ser feita no canteiro de obras é a locação dos limites e elementos principais da edificação. Esta orientação, em geral feita por meio de uma malha ortogonal, é realizada

²⁰ Sistema de laje, viga e pilar em concreto armado moldado *in loco* e vedações em alvenaria de bloco cerâmico.

pela combinação dos processos de alinhamento e esquadro - lembrando o sistema cartesiano, base da Geometria Analítica.

Ainda é possível percebermos outros processos gráficos presentes na execução de outros elementos no canteiro de obras. Temos, por exemplo, o conhecido "processo do jardineiro" [Figura 59], onde, para realizar o desenho de uma elipse, duas estacas são fixadas no chão, nas quais, é amarrada uma corda. Ao manter a corda esticada e marcar a trajetória de uma terceira estaca móvel, temos o lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos (focos da elipse) é constante. De modo análogo, se fixarmos apenas um ponto teremos o lugar geométrico dos pontos equidistantes a um ponto fixo - a circunferência.

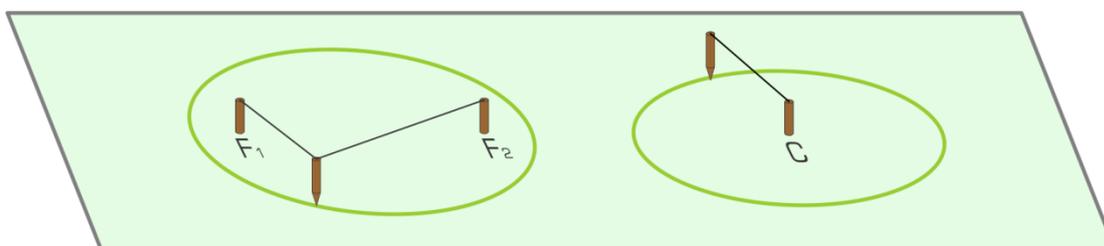


Figura 59. Traçado de Curvas

FONTE: Arquivo do Autor

Outra aplicação direta de traçados geométricos é para a construção de escadas pelo emprego do Teorema de Tales. Mesmo seguindo as dimensões estabelecidas em projeto é comum haver uma margem de erro entre o projetado e o executado na obra. Devido a isto, algumas vezes, torna-se necessário readequar as alturas dos degraus em função das novas distâncias entre as lajes de piso.

A relação entre a altura (espelho) e a profundidade da pisada (piso) do degrau é dada pela fórmula de Blondel: $2e + p = 63cm$. A NBR 9050:2015²¹ recomenda que o valor desta soma esteja entre 63 e 65cm.

Para realizar esta divisão deve ser considerada a dimensão prevista em projeção horizontal para a escada (conforme o projeto e em função da profundidade dos degraus) e a altura existente no local. A aplicação do

²¹ ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9050: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos. Rio de Janeiro, 2015, p.62.

Teorema de Tales se dá ao utilizarmos um gabarito graduado com uma medida conhecida tantas vezes quanto a quantidade de degraus. Ao traçarmos paralelas ao chão determinamos a nova altura dos degraus.

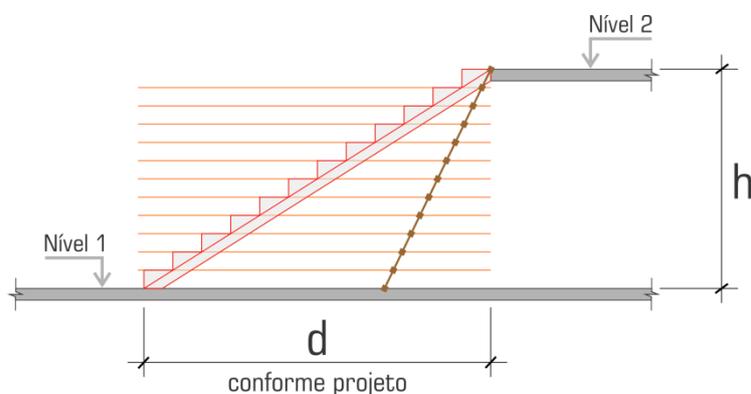


Figura 60. Divisão dos degraus de uma escada
FONTE: Arquivo do Autor

SISTEMAS PREDIAIS

Ainda dentro deste grupo disciplinar encontra-se o estudo dos sistemas que, integrados à edificação, dão suporte às atividades dos usuários, promovendo o suprimento de água potável, energia elétrica, comunicação, descarte das águas servidas, resíduos sólidos e sistema de prevenção contra incêndios. Dentro destas instalações destacamos as hidrossanitárias, pois a dinâmica deste tipo de fluido encontra-se condicionada pelas características geométricas de seus receptáculos ou condutores.

Uma das primeiras etapas referentes ao projeto hidráulico de uma edificação é a definição dos volumes dos reservatórios de armazenamento de água. Após este cálculo são definidas as dimensões dos mesmos. Segundo Fonseca (2011, p.14), estas medidas devem obedecer a uma série de relações de modo promover uma melhor distribuição das cargas atuantes dentro do reservatório, oriundas da pressão gerada pela água. No caso de um reservatório prismático, a largura e comprimento devem possuir uma razão de 3:4 e sua profundidade deverá ser metade da largura. Para reservatórios cilíndricos a profundidade deverá ser metade do diâmetro. (FONSECA, 2011, p.15).

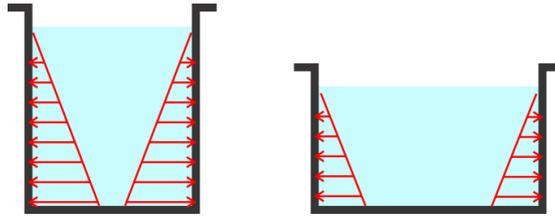


Figura 61. Distribuição das forças atuantes em reservatório
FONTE: Arquivo do Autor

Na condução da água do reservatório até o ponto de consumo observa-se o efeito de perda de carga, que corresponde “fisicamente à perda de energia devido à turbulência provocada no escoamento pelas peças do sistema hidráulico transformando energia cinética em calor” (FONSECA, 2011, p.23).

Este efeito de perda é atenuado por diversos fatores, como a configuração da seção dos dutos - onde quanto menor seu diâmetro maior a velocidade do fluido, ou a existência de peças que alteram a direção do encanamento - onde quanto mais agudo o ângulo maior será a perda de carga.

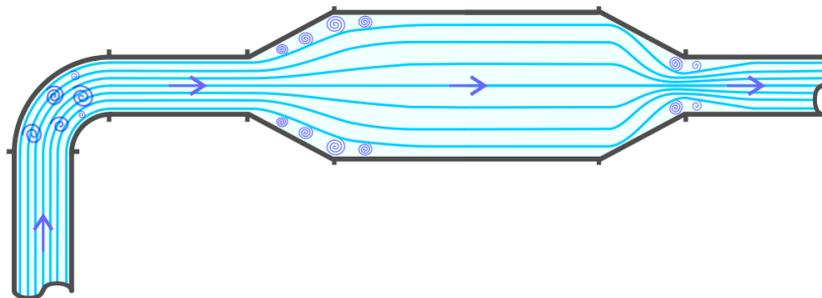


Figura 62. Dinâmica de fluido no interior de conduto
FONTE: Arquivo do Autor

A Geometria para a Arquitetura

Conforme vimos neste capítulo, mediante a análise de ementas, planos de aula e bibliografia recomendada das disciplinas da FAU-UFRJ, a Geometria se faz presente em diversos momentos da formação do arquiteto urbanista. Observamos, ainda, que não há apenas uma área específica da Geometria que forneça os conceitos que dão suporte à prática da arquitetura e do urbanismo.

Vimos que, em grande parte dos casos se faz necessário, primeiramente, o conhecimento de Geometria Elementar, como a compreensão e o reconhecimento de figuras básicas (polígonos e sólidos), as relações existentes entre suas partes, conceitos de paralelismo e perpendicularidade, reconhecimento de proporções etc. Estas noções básicas permitem ao arquiteto se expressar e transmitir as suas ideias, viabilizando a sua comunicação. Além disso, lhe dá subsídios para compreender o mundo que o cerca e ser capaz, também de representá-lo. Como observamos nas análises de edificações existentes feitas nas disciplinas de História e o estudo de referências projetuais realizadas em projetos urbanos e arquitetônicos.

Ainda considerando estes conhecimentos preliminares vemos que os cálculos de perímetro, área e volume também se fazem imprescindíveis para levantamentos de quantitativo de materiais, dimensionamento de reservatórios e, de um modo mais sutil, na divisão e parcelamento de lotes.

Partindo para conceitos mais apurados de Desenho Geométrico, vemos a aplicação do conceito de lugar geométrico nos casos, por exemplo, de estudo de curva de visibilidade, acústica e iluminação, onde muitas das vezes se faz necessário definir conjunto de pontos que atendam a determinada condição.

O traçado geométrico de figuras bidimensionais tanto nos dá suporte ao desenho manual, feito utilizando esquadros e o compasso, quanto a sua realização no meio digital. Conforme demonstrado, as plataformas digitais também fazem uso dessa linguagem, apresentando em alguns casos, como operações básicas, as mesmas do desenho feito de modo analógico.

Operações mais complexas, como a concordância de elementos curvos, que exigem o conhecimento de tangência, são observadas no traçado de vias. Ainda a respeito deste assunto vemos que ele é bastante explorado na disciplina de processos construtivos, onde, a locação de elementos na obra, aferição de alinhamentos e ângulos são realizadas de modo muito similar a como desenhamos no papel.

Seguindo uma abordagem mais algébrica, temos o emprego da Geometria Analítica e da Trigonometria nas análises vetoriais de forças, realizadas nas disciplinas do grupo de Sistemas Estruturais.

No âmbito da Geometria Projetiva, vemos os seus conceitos aplicados nas representações topográficas de relevos e no desenvolvimento de plantas, cortes, elevações e nas perspectivas paralelas e cônicas.

Fazendo uso de boa parte dos conceitos até agora mencionados, temos a disciplina de Geometria Descritiva, que busca desenvolver o raciocínio gráfico na tridimensionalidade do espaço. Os tópicos trabalhados na GD fornecem subsídios para disciplinas posteriores, como por exemplo, a determinação de inclinação entre planos – utilizada para medir a angulação de rampas e telhados, planificação de poliedros e superfícies – aplicada na confecção de maquetes, realização de composições tridimensionais por meio da interseção e seções em sólidos.

Articulado com o projeto de arquitetura, vemos nas disciplinas de Conforto Ambiental que os conceitos da Geometria Descritiva são amplamente empregados, seja para a compreensão dos fenômenos acústicos, que se propagam de forma esférica ou no entendimento da trajetória do Sol e determinação da verdadeira grandeza do ângulo de incidência dos raios solares com o solo.

De modo prático, podemos observar o projeto do Sarah Brasília Lago Norte - Centro de Apoio à Paralisia Cerebral, Brasília/DF [Figura 63]. Neste caso o Arquiteto João Filgueiras Lima (Lelé) trabalha com a ventilação natural através da forma do edifício, dispondo de aberturas de entrada e saída de ar, estrategicamente posicionadas.

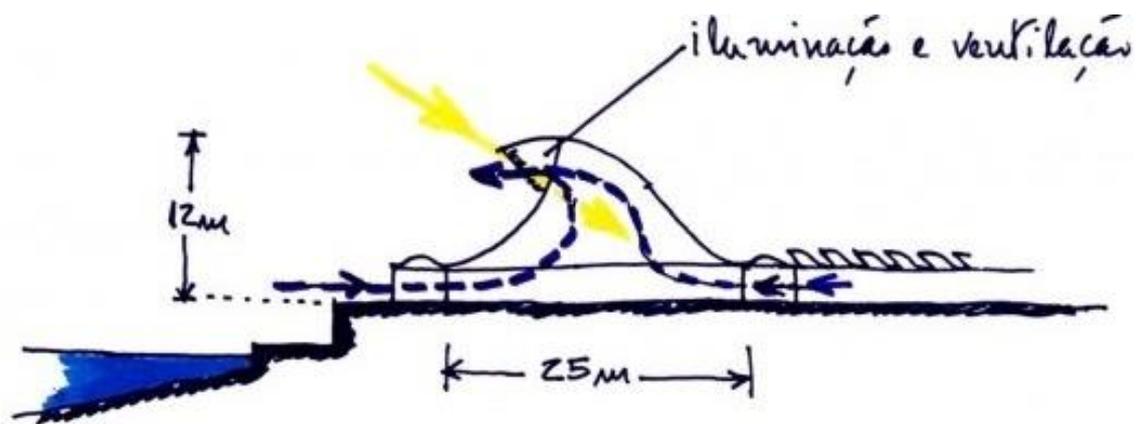


Figura 63. Corte esquemático de sistema de ventilação e iluminação natural

FONTE: <http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/projetos/13.153/4865> Acesso em 03.01.2016.

Vale ressaltar que além de fornecer subsídios para a resolução de problemas práticos, os conceitos apresentados pela Geometria Descritiva também se aplicam como ferramentas de criação de formas. Principalmente ao considerarmos operações de reflexão, rotação e translação. Entretanto, este tipo de experiência não é tão explorado nestas disciplinas.

Observa-se que a sua aplicação durante o curso de graduação de Arquitetura e Urbanismo é bastante recorrente, porém de modo fraccionado e muitas vezes discreto. Neste sentido, a adoção de estratégias de ensino/aprendizado que explorem as propriedades geométricas dos elementos que constituem a edificação, pode colaborar com outras disciplinas do curso. Por exemplo, nas disciplinas de cálculo estrutural, que exigem um alto teor de abstração. Nesta perspectiva, a modelagem geométrica destes elementos [Figura 64] tende a contribuir para a sua visualização e no processo de projeto estrutural.

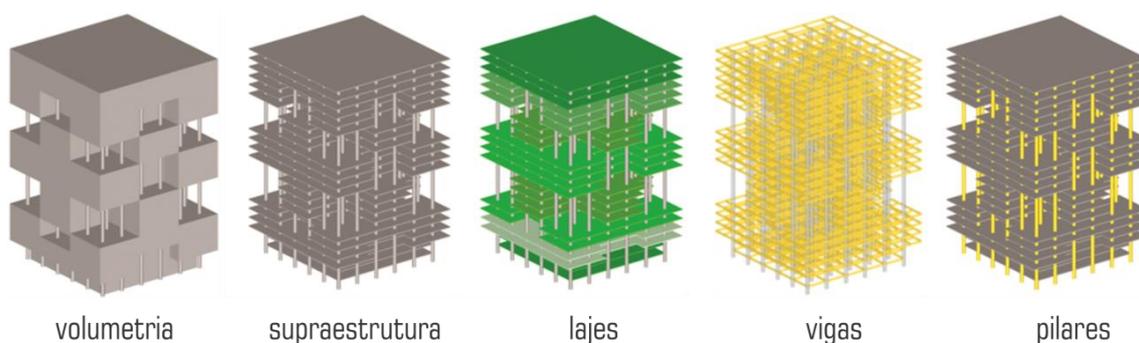


Figura 64. Análise geométrica dos elementos estruturais de uma edificação

FONTE: Arquivo do Autor

Tendo em vista os dados levantados, nos cabe uma reflexão a respeito do Ensino de Geometria no curso de Arquitetura e Urbanismo. Como vimos, não apenas na FAU-UFRJ, mas em outras IES, há um predomínio da abordagem geométrica pelo viés da Geometria Descritiva, entretanto, os conteúdos por ela trabalhados não são os únicos utilizados durante a formação do aluno.

Muito embora esta seja uma disciplina que desenvolva o raciocínio espacial e a capacidade criativa, uma lógica de pensamento muito importante para o arquiteto, tradicionalmente percebe-se que o ensino da GD se atém a questões fechadas em si mesmas, que segundo Gani:

[...] ao invés de servir para resolver os problemas do espaço tridimensional, a Geometria descritiva passou a ser, ela própria, um grande problema. E por mais incrível que possa parecer, um problema essencialmente plano.
(GANI, 2004, p.12)

Entretanto, ao se fixar nos aspectos de representação a Geometria é subutilizada, desconsiderando a existência das tecnologias digitais.

O fato é que o advento da computação gráfica substituiu significativos paradigmas acerca das novas formas de perceber e representar o mundo. Tratarmos, pedagogicamente, a computação gráfica como mais uma técnica separada e à parte das técnicas de representação tradicionais é aumentarmos a indesejada fragmentação do conhecimento. Precisamos integrar transdisciplinarmente e na justa medida todos estes processos, mesmo que isto exija significativos esforços no sentido de reavaliar e reaprender tudo o que sabemos sobre os métodos de representação/expressão da forma e do espaço.
(PANISSON, 2007, p.23)

Contudo, na visão de Barki (2004, p.43) "os arquitetos não são matemáticos ou geômetras, são 'consumidores' de geometria". Panisson (2007, p.17) também adverte que ao se abordar a GD no contexto da Arquitetura é necessário que seja feita "uma busca da fundamentação epistemológica da representação arquitetônica e a realização de um minucioso estudo crítico [...]" (PANISSON, 2007, p.17).

Neste contexto sugerimos que os conceitos trabalhados pelo curso de Geometria no Ensino de Arquitetura sejam ampliados, sendo incorporadas, além das tecnologias digitais, outras abordagens geométricas como, por exemplo, a Topologia. Articulando, assim, novos saberes e abrindo caminhos para o processo criativo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer deste trabalho apresentamos a importância da Geometria para a Arquitetura. Vimos, no Capítulo 1, sob o panorama da história, que esta ciência, oriunda de experimentações empíricas, serviu ao arquiteto como uma ferramenta, tanto compositiva – na busca por proporções harmônicas e equilibradas; quanto para a resolução de problemas de ordem prática – auxiliando em aspectos técnicos construtivos. Atualmente observamos que outras áreas da Geometria têm sido exploradas e demonstram grande potencial para a criação e manipulação de formas mais complexas, associando-se ao desenvolvimento de novos materiais e possibilidades dos meios de fabricação.

Em seguida, observamos, por meio da Legislação Educacional em vigor, o desprestígio da Geometria no Ensino Básico. Constatamos que, devido a diversos fatores, os currículos do Ensino Fundamental e Médio, não exploram o seu potencial no desenvolvimento de competências gráficas e, também, da criatividade.

Recentemente vemos que, por meio do ENEM, é proposto um indicativo de mudança neste cenário. O discurso oficial dos órgãos que elaboram esse exame é de promover, além de um sistema nacional de seleção para o ensino Superior, uma revisão no currículo do Ensino Básico e de modo mais específico do Ensino Médio. Entretanto, o que se observa é a cobrança de conteúdos que não são trabalhados com os alunos, seja por não serem contemplados nos currículos das escolas ou por não serem de domínio dos professores.

Neste sentido, torna-se imperativo o investimento em programas de aperfeiçoamento e formação de professores que busquem o seu aprimoramento e atualização, sobretudo no que se diz respeito às novas tecnologias. De forma pontual podemos citar o curso promovido, desde 1990, pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que oferece treinamento para os professores de Matemática do Ensino Médio do Estado do Rio de Janeiro.

Outro fator a ser considerado é a aceitação, por parte das instituições de Ensino, da legislação educacional. Conforme declarado pelas Leis de Diretrizes e Base, a Educação Básica deve assegurar a formação indispensável para a cidadania e fornecer subsídios para que o indivíduo prossiga em estudos posteriores.

Entretanto, o que temos visto, sobretudo a respeito do ensino do Desenho Geométrico, é uma lacuna na formação básica dos estudantes, justamente devido a sua não obrigatoriedade. Além de desenvolver o raciocínio lógico, espacial e interpretativo visual; vemos que a não aquisição destes conceitos básicos geram um impacto significativo para os cursos de Ensino Superior que necessitam deste tipo de conhecimento. Pois, no caso da graduação em Arquitetura e Urbanismo, estas competências são requisitos para o desenvolvimento dos primeiros trabalhos propostos ao aluno.

Deste modo, vemos que a universidade, que deveria se encarregar de promover o fechamento do ciclo de formação do indivíduo e sua capacitação profissional, muitas das vezes torna-se refém de políticas educacionais ineficazes. Sendo assim, de forma passiva, absorve conteúdos curriculares que deveriam ser contemplados nas etapas anteriores.

Observando as disciplinas que abordam os conceitos geométricos nas faculdades federais de Arquitetura e Urbanismo, situadas no estado do Rio de Janeiro, vimos, por meio de suas ementas, planos de curso e bibliografia, que estas matérias se afastam de questões práticas e encontram-se distante da realidade do aluno, ao passo que lhe são exigidos conceitos prévios e trabalhados conteúdos que exigem um elevado nível de abstração.

Ao pesquisarmos modelos para o ensino da Geometria nos deparamos com pouca literatura a respeito das demandas específicas para o Ensino de Arquitetura. Deste modo foi feita uma busca na área de ensino de matemática e, juntamente com acervo de pesquisas do Grupo *Educação do Olhar*, buscou-se apontar alguns possíveis caminhos para o ensino desta disciplina.

Tal como sugere Machado (2002), o ensino deve ser contextualizado e, no caso específico da Geometria Descritiva, para Kopke (2000), deve estar envolto, sempre que possível, de exemplos práticos. Além dos aspectos de ordem técnica, para Pessoa (1996), tornar explícito os atributos geométricos presentes em outras áreas do saber, como a História, por exemplo, torna o curso provocativo, fortalecendo ambos os conteúdos trabalhados.

Analisando as disciplinas da graduação em Arquitetura e Urbanismo da FAU-UFRJ observa-se a importância da Geometria para a formação do aluno. Os conceitos geométricos encontram-se presentes em diversos momentos do curso, entretanto, enquanto disciplina formalizada aparece concentrada no início do ciclo de fundamentação, formatada pelos moldes da Geometria Descritiva.

Deste modo, é apresentada ao aluno uma grande quantidade de informações e conteúdos, em um curto espaço de tempo, o que dificulta a assimilação destes conceitos e conseqüentemente os benefícios de sua aplicação.

Com relação ao questionamento de quais seriam os conceitos de Geometria que estão presentes no Ensino de Arquitetura e quais deveriam ser introduzidos, considerando a prática do arquiteto urbanista, vimos no Capítulo III que apenas a Geometria Descritiva não é capaz de fornecer todos os recursos que serão necessários durante a formação do aluno.

Levando em consideração as duas grandes abordagens de estudo da Geometria proposta por Klein (1948): sintética e analítica, vemos que para o arquiteto urbanista, a abordagem sintética fornece os conceitos necessários para a manipulação de formas e compreensão do espaço, desenvolvendo o raciocínio lógico essencial para a representação e realizar operações tridimensionais.

Conforme evidenciado, grande parte dos conhecimentos requisitados é proveniente da **Geometria Elementar**. A identificação de elementos geométricos básicos, suas relações e proporções são fundamentais para que o arquiteto possa reconhecer o espaço que o cerca e se expressar. Esta

habilidade lhe permite analisar projetos existentes, ampliando assim o seu repertório compositivo.

Associando o conhecimento das propriedades geométricas das figuras com outros saberes, como as operações booleanas e transformações euclidianas, torna-se possível abrir novos caminhos e possibilidades que instigam o processo criativo. É possível perceber que, muitas das vezes, a capacidade criadora cerceia-se pelo desconhecimento deste vocabulário e operações.

Pela abordagem do Desenho Geométrico, temos os procedimentos utilizados tanto na representação gráfica quanto nos processos construtivos em obra. Ao considerarmos traçados mais complexos, podemos ordenar, na escala urbana, o traçado de vias ou ainda, na escala do edifício, definir as fenestrações em função dos parâmetros de conforto ambiental - iluminação, ventilação e acústica.

Pela Geometria Projetiva são respaldadas as representações topográficas e os demais Desenhos de Arquitetura. Estes conceitos se encontram presentes tanto nas representações bidimensionais das Plantas Baixas e Fachadas, quanto na Perspectiva, que busca a representação das três dimensões de um objeto em um único plano que só possui duas dimensões.

Considerando um enfoque mais numérico, vemos a aplicação do cálculo de áreas, perímetros e volumes diretamente no levantamento de quantitativo de insumos ou de modo indireto no estabelecimento das proporções de lotes e nas relações entre os diâmetros de um sistema hidráulico. Oferecendo suporte para o cálculo estrutural, a Geometria Analítica e a Trigonometria fornecem os conceitos necessários para o trabalho com as grandezas vetoriais envolvidas neste tipo de projeto.

Sob esse ponto de vista, constatamos que o uso da Geometria é recorrente durante as etapas de formação do arquiteto urbanista. Além disso, averiguamos que não há uma abordagem específica que contemple todas as atividades envolvidas no processo de ensino de arquitetura.

Neste contexto, torna-se recomendável que a disciplina de Geometria seja reestruturada. Muito além de uma revisão de metodologia, é necessário que sejam incorporados novos conteúdos e estes sejam distribuídos de um

modo menos pontual, não se concentrando apenas nos períodos iniciais do curso. Neste sentido o conhecimento adquirido pelo aluno se daria de forma gradual e articulada com outras disciplinas do curso.

Desconsiderar a importância do estudo da Geometria pelo arquiteto é negar a importância da Forma na Arquitetura, pois o desconhecimento de suas propriedades geométricas pode causar impactos significativos em um projeto. Veiculado pela imprensa em setembro de 2013, temos o caso da construção de um edifício, em Londres, que possui uma fachada curva com cerca de 180 metros de altura em vidros espelhados. Conforme podemos observar na Figura 65, esta superfície reflexiva se tornou um gigantesco espelho côncavo, concentrando os raios solares em uma faixa da calçada, cuja temperatura chegava a 92°C.



Figura 65. Edifício curvo em Londres

FONTE: <http://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2013/09/predio-reflete-luz-do-sol-e-jornalista-frita-ovo-na-calcada-em-londres.html> Acesso em 03.01.2016

Supomos que o produto desta pesquisa poderá vir a contribuir com o planejamento curricular dos cursos de Arquitetura e Urbanismo, em especial no que diz respeito à área da Geometria, na medida em que evidenciamos a sua importância e como o seu conhecimento é importante para o arquiteto urbanista.

Além disso, imaginamos haver um grande potencial de fortalecimento mútuo da integração da Geometria com outras áreas do saber arquitetônico, contribuindo, assim, para um rompimento da compartimentação do processo do ensino-aprendizado em disciplinas estanques e sem conexões umas com as outras.

A realização desta pesquisa suscitou uma série de questões a respeito deste tema, incitando investigações a respeito da adoção de novas práticas pedagógicas e desenvolvimento de material de apoio didático. Tendo em vista o grande potencial para a concepção e manipulação da forma, vemos na Topologia e do estudo de Fractais conceitos legais a serem incorporados no Ensino de Arquitetura.

REFERÊNCIAS

- ALLEUDOERFER, Carl B. The Dilemma in Geometry. **Mathematics Teacher**62, p.165, march/1969.
- ALVAREZ, Adriana; BRASILEIRO, Alice; MORGADO, Cláudio; RIBEIRO, Rosina Trevisan M.. **Topografia para Arquitetos**. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Book link, 2003.
- ASSIS, Thiago A., MIRANDA, José G., MOTA, Fernando de B., ANDRADE, Roberto F. S., CASTILHO, Caio M. C. de. Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.30, n.2, p.2304, 2008.
- AVRITZER, Dan. **Geometria analítica e álgebra linear: uma visão geométrica**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.
- BALLANTYNE, Andrew. **As + Importantes Edificações da Pré-História à Atualidade**: Plantas, Cortes e Elevações. Porto Alegre: Bookman, 2012.
- BARKI, José. **O Risco e a Invenção**: Um Estudo Sobre as Notações Gráficas de Concepção no Projeto. Tese de Doutorado em Urbanismo. Programa de Pós-Graduação em Urbanismo. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.
- BATLLE, Alexandre Orzakauskas. **O papel do Desenho na formação e no exercício profissional do arquiteto – conceitos e experiências**. Dissertação de Mestrado em Arquitetura e Urbanismo. Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo, 2011.
- BENEVOLO, Leonardo. **História da Cidade**. 4ª Edição. (tradução Silvia Mazza) São Paulo: Perspectiva, 2007.
- BRASIL, **LEI Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. (LDB)
- BRASIL, **LEI Nº 12.796, de 04 de abril de 2013**. Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. (LDB)
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Arquitetura e Urbanismo**. Resolução CNE/CES nº 2, de 17 de junho de 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **DCN: Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. 2013.
- BUENO, Leonardo Costa. **Sólidos dinâmicos e o desenvolvimento da concepção espacial – o caso da disciplina de Geometria Descritiva no curso de Arquitetura e Urbanismo da FAU-UFRJ**. Dissertação de Mestrado em Arquitetura. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- BUERY, Cristina Cerqueira. **O Ensino da Representação Gráfica Digital Aplicada ao Desenvolvimento de Projeto: O Caso da FAU-UFRJ**. Dissertação de Mestrado em Arquitetura. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.

CHING, Francis D.K. **Representação Gráfica em Arquitetura**. 5ª Edição. Porto Alegre: Bookman, 2011.

CHING, Francis D.K.; JUROSZEK, Steven P. **Desenho para Arquitetos**. 2ª Edição. Porto Alegre: Bookman, 2012.

CHING, Francis D.K.; ONOUYE, Barris; ZUBERBUHLER, Douglas. **Sistemas Estruturais Ilustrados: padrões, sistemas e projeto**. (tradução Alexandre Salvaterra) Porto Alegre: Bookman, 2010.

DIAS, Maria Angela. **Geometria Descritiva nas Faculdades de Arquitetura: Uma questão de Ensino?** Dissertação de Mestrado em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1983.

DIAS, Maria Angela. Morphological and Structural Categories: Geometric Attributes of the form of Places. In: **Journal of Civil Engineering and Architecture**, USA, Nov. 2012, volume 6, No. 11, p.138.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. São Paulo: Editora UNICAMP, 2008.

FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO. **Ementário das disciplinas do curso de Arquitetura e Urbanismo - Currículo 2006/1**. Disponível em: <nova.fau.ufrj.br/uploads/27-Disciplinas%20FAU-UFRJ.doc>. Acesso em 30.03.2015.

FONSECA, Paiter Adriano. **Instalações Hidrossanitárias Prediais**. Apostila da disciplina de Saneamento Predial FAU-UFRJ: Rio de Janeiro, 2011.

FROTA, Anésia Barros; CHIFFER, Sueli Ramos. **Manual de Conforto Térmico**. 5ª Edição. São Paulo: Studio Nobel, 2001.

GANI, Danusa Chini. **As Lições de Gaspard Monge e o ensino subsequente da geometria descritiva**. Dissertação de Mestrado em História da Ciência e das Técnicas e Epistemologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A Rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática**. 5ª Edição. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

GARDNER, H. **Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

HEIN, N.; VALCANIA, E. **Escólios Geométricos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

KLEIN, Felix. **Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint/Geometry**. New York: Dover, 1948.

KOPKE, Regina Coeli Moraes. Ensino de geometria descritiva: inovando na metodologia. **Revista Escola de Minas**, Ouro Preto, v.54, n.1, Jan/Mar, 2000.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino**. 3ª Ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.

MACHADO, Nilson José. **Sobre a Idéia de Competência**. In: PERRENOUD, Philippe et al. As Competências para ensinar no século XXI – formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: ARTMED, 2002.

MASCARÓ, JUAN Luis. **Loteamentos urbanos**. 2ª Edição. Porto Alegre: Masquatro, 2005.

MITCHELL, William. **A lógica da arquitetura; projeto, computação e cognição**. (Tradução Gabriela Celani) Campinas: Editora da Unicamp, 2008.

- MLODINOW, Leonard. **A Janela de Euclides: A história da geometria: das linhas paralelas ao hiperespaço.** (Tradução de Enézio de Almeida) 6ª Edição. São Paulo: Geração Editorial, 2010.
- NIEMEYER, M.L. **Ruído Urbano e Arquitetura em Clima Tropical Úmido.** 1998.154f. Dissertação (Mestrado em Arquitetura) – Programa de Pós-Graduação em Arquitetura da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.
- PANISSON, Eliane. **Gaspard Monge e a Sistematização da Representação na Arquitetura.** Tese de Doutorado em Arquitetura. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.
- PEDRO, Ana Paula Giardani. **A Ideia de Ordem: Symmetria e Decor nos Tratados de Filarete, Francesco Di Giorgio e Cesare Cesariano.** São Paulo, editora da Universidade de São Paulo. FAPESP, 2014.
- PESSOA JR, Osvaldo. Quando a Abordagem Histórica deve ser usada no Ensino de Ciências? **Ciência e Ensino**, UNICAMP, Piracicaba, n.1, setembro, 1996.
- Polillo, Adolpho. **Considerações sobre o Ensino de Estruturas nos Cursos de Formação de Arquitetos.** Rio de Janeiro: Sedegra-Rio, 1968.
- POTTMANN, Helmut; ASPERL, Andreas; HOFER, Michael; KILIAN, Axel. **Architectural Geometry.** 1ª Edição. Exton: Bentley Institute Press, 2007.
- RABELLO, Paulo Sérgio Brunner. ENSINO DE GEOMETRIA DESCRITIVA NO BRASIL. **Revista Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, v. 37, p. 49-51, 2005.
- RODRIGUES, P.F.N. **Aspectos do Ensino de Sistemas Estruturais nos cursos de formação de arquitetos uma estrutura para a Faculdade de Arquitetura da UFRJ.** Arquitetura e ensino – Reflexões para uma reforma curricular. FAU/UFRJ, pp.156-161, Rio de Janeiro, 2003.
- SOUZA, Edson Eloy de. **As formas arquitetônicas e suas geometrias: análises de obras da arquitetura moderna e contemporânea. Dissertação de Mestrado em Arquitetura.** Universidade São Judas Tadeu, São Paulo, 2006.
- SOUZA, Léa Cristina Lucas de; ALMEIDA, Manuela Guedes de; BRAGANÇA, Luís. **Bê-á-bá da acústica arquitetônica.** 4ª Reimpressão. São Carlos: EDUFSCAR, 2012.
- STRICKLAND, Carol. **Arte Comentada.** 14ª Edição. Rio de Janeiro: Ediouro, 2004.
- USISKIN, Zalman. **Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar.** In: LINDQUIST, Mary; SHULTE, Albert P. (organizadores). *Aprendendo e Ensinando Geometria.* São Paulo: Atual, 1994. p. 21-39.
- VARELLA, W.D.; SOUSA, J.R.M. **Estruturas de Concreto Armado I** – Notas de Aula. 3ª Edição Revista e Ampliada, Rio de Janeiro, 2009.
- VILLIERS, Michael de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n.3, p. 400-431, 2010.

ANEXOS

ANEXO 1

Ementa da Disciplina de SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE REPRESENTAÇÃO (UFF)

SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE REPRESENTAÇÃO

OBJETIVOS DA DISCIPLINA: Conhecer os principais instrumentos da representação gráfica. Desenvolver o raciocínio espacial a partir da geometria. Adaptar-se ao ambiente de trabalho sobre a prancheta e material de desenho. Compreender as noções básicas da geometria euclidiana e da geometria descritiva. Aprender o sistema de projeções ortogonais. Representar no plano o objeto tridimensional. Praticar a construção de volumes, por modelos reduzidos, a partir de representações ortogonais nos planos horizontal e vertical. Realizar desenhos técnicos, plantas, cortes e elevações, a partir de um modelo reduzido. Conhecer normas de representação utilizadas no desenho arquitetônico em suas etapas principais. Conhecer os principais sistemas de representação do objeto arquitetônico em perspectivas paralelas e cônicas.

EMENTA: Materiais do desenho técnico. Fundamentos da geometria aplicada à organização tridimensional do espaço. Noções básicas da geometria euclidiana: lugar geométrico, divisões de retas e de circunferências e cálculo de áreas. Geometria descritiva. Sistema de representação ortogonal em arquitetura: plantas, cortes e elevações. Normas de representação em arquitetura. Perspectivas paralelas e cônicas.

ANEXO 2

Ementa das Disciplinas de Geometria da UFRRJ

GEOMETRIA DESCRITIVA I

OBJETIVO DA DISCIPLINA: Além de oferecer os conhecimentos básicos para as disciplinas posteriores, objetiva-se desenvolver no aluno o raciocínio lógico e gráfico nas três dimensões do espaço, a coordenação motora e a habilidade manual para as construções gráficas.

EMENTA: Desenho geométrico plano. Sistemas de projeção, diedros, épura. Ponto, reta e plano. Pertinência, traços. Posições relativas. Interseções. Métodos descritivos. Problemas métricos. Poliedros regulares e irregulares. Superfícies de revolução.

GEOMETRIA DESCRITIVA II

OBJETIVO DA DISCIPLINA: A disciplina tem o objetivo de orientar os alunos para construção de formas geométricas utilizadas em composições arquitetônicas; motivar a criação de formas e arranjos arquitetônicos e habilitar o aluno para disciplinas posteriores.

EMENTA: Poliedros: seções planas e interseções. Curvas planas. Hélices. Superfícies de revolução. Aplicações à arquitetura.

ANEXO 3

Ementa das Disciplinas de Geometria da UFRJ

GEOMETRIA DESCRITIVA I

EMENTA: Introdução à geometria descritiva e seus elementos, ponto, reta e plano, figuras, posições relativas, interseções, métodos descritivos. Sólidos com referências arquitetônicas.

GEOMETRIA DESCRITIVA II

OBJETIVO DA DISCIPLINA: A Disciplina aprofunda o que foi visto em GD1, procurando desenvolver o raciocínio espacial ao trabalhar com elementos geométricos em 3D, através de sua representação em 2D. Esse exercício é feito de forma lógica, mas também intuitiva, visando à desenvoltura do aluno ao tratar das formas tridimensionais e suas articulações, habilidade absolutamente indispensável ao arquiteto.

EMENTA: Problemas métricos, representação de poliedros e superfícies geométricas (desenvolvíveis e revessas), seções e interseções em geral. Aplicações práticas em arquitetura.

ANEXO 4

Ementa das Disciplinas de Geometria do IFF

DESENHO TÉCNICO E CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

EMENTA: Instrumentos de desenho. Morfologia e nomenclatura dos elementos básicos e das formas geométricas planas. Construção dos elementos básicos das formas geométricas planas. Construção das principais figuras planas. Escalas numéricas e gráficas. Normas aplicadas ao desenho técnico. Projeções ortográficas e representações gráficas aplicadas ao desenho urbano. Equipamentos Urbanos. Levantamento gráfico

GEOMETRIA DESCRITIVA I

EMENTA: Fundamentos da Geometria Descritiva e suas aplicações na Arquitetura e Urbanismo. Estudos do ponto, da reta e do plano. Paralelismo e perpendicularismo entre retas e pontos. Métodos descritivos: mudança de planos, rotação, rebatimento e alçamento.

GEOMETRIA DESCRITIVA II

EMENTA: Fundamentos da Geometria Descritiva e suas aplicações na Arquitetura e Urbanismo. Métodos descritivos. Problemas métricos: distâncias e ângulos entre elementos geométricos. Representação de poliedros e sólidos de revolução. Seção plana em poliedros e sólidos de revolução.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

Relação de questões do Exame Nacional do Ensino Médio que abordara conceitos geométricos (2009/2015)

OBS: Foi adotada a numeração das provas de cor Azul.

2009

- Q.137 – perímetro.
- Q.140 – perímetro e área.
- Q.147 – rotação.
- Q.149 – simplificação volumétrica.
- Q.153 – geometria espacial de posição.
- Q.154 – teorema de Pitágoras.
- Q.157 – volume.
- Q.158 – escala.
- Q.159 – aplicação em álgebra.
- Q.164 – área do setor circular
- Q.166 – ângulos.
- Q.169 – cálculo de área aplicado à vazão.
- Q. 173 – volume de pirâmide regular.
- Q.174 – trigonometria.
- Q.177 – seção em poliedros.
- Q.179 – área e volume.

2010 – 1ª aplicação

- Q.136 – divisão proporcional.
- Q.137 – escala.
- Q.138 – planificação de sólidos.
- Q.139 – volume prisma reto.
- Q.146 – volume prisma reto.
- Q.147 – topologia aplicada.
- Q.149 – perímetro e álgebra.
- Q.151 – volume do cilindro.
- Q.153 – volume do cilindro.
- Q.160 – trigonometria.
- Q.161 – área e semelhança de triângulos.
- Q.162 – equivalência de áreas.
- Q.163 – perímetro da circunferência.
- Q.164 – pontos notáveis do triângulo.
- Q.168 – volume da esfera e do cone.
- Q.173 – topologia.
- Q.178 – volume do hexaedro regular.

2010 – 2ª aplicação

- Q.136 – geometria espacial.
- Q.137 – geometria espacial.
- Q.140 – sólidos de revolução.
- Q.142 – geometria analítica espacial.
- Q.151 – escala.
- Q.153 – volume do cilindro.
- Q.159 – volume do cilindro.
- Q.164 – teorema de Pitágoras.
- Q.168 – cone.
- Q.172 – tangente.
- Q.173 – área superficial do cilindro.
- Q.177 – volume do cilindro.

2011

- Q.139 – rotação.
- Q.140 – perímetro.
- Q.143 – escala.
- Q.144 – seção em poliedros.
- Q.146 – escala.
- Q.147 – sólidos de revolução.
- Q.149 – perímetro da circunferência.
- Q.150 – geometria analítica.
- Q.151 – rotação.
- Q.155 – trigonometria.
- Q.165 – perímetro.
- Q.167 – volume do cilindro.
- Q.172 – topologia.

2012

- Q.136 – escala.
- Q.137 – perímetro.
- Q.143 – álgebra e geometria.
- Q.145 – escala.
- Q.149 – planificação.
- Q.152 – perímetro.
- Q.153 – geometria projetiva.
- Q.158 – volume.
- Q.159 – área.
- Q.160 – área.
- Q.165 – geometria projetiva.

2013

- Q.136 – trigonometria.
- Q.141 – tangência.
- Q.143 – perímetro e escala.
- Q.147 – perímetro.
- Q.151 – geometria analítica.
- Q.152 – geometria analítica.
- Q.157 – área do setor circular.
- Q.164 – reflexão.
- Q.167 – perímetro e área.
- Q.174 – escala.
- Q.175 – geometria analítica.
- Q.176 – sólidos de revolução.
- Q.179 – semelhança de triângulos.
- Q.180 – geometria projetiva.

2014

- Q.139 – área e perímetro.
- Q.142 – volume.
- Q.143 – sólido de revolução.
- Q.144 – planificação de tronco de cone.
- Q.147 – semelhança de triângulos.
- Q.150 – perímetro.
- Q.151 – volume.
- Q.156 – escala.
- Q.160 – geometria projetiva.
- Q.167 – volume de sólidos de revolução.
- Q.169 – escala.
- Q.170 – perímetro da circunferência.
- Q.177 – volume.

2015 – 1ª aplicação

- Q.137 – pontos notáveis do triângulo.
- Q.144 – área.
- Q.146 – volume cilindro.
- Q.148 – volume, área, perímetro.
- Q.153 – área de polígonos.
- Q.155 – área da circunferência.
- Q.160 – escala.
- Q.165 – setor circular.
- Q.167 – reflexão.
- Q.171 – volume cilindro.
- Q.172 – geometria analítica.

2015 – 2ª aplicação

- Q.136 – organização espacial.
- Q.143 – perímetro da circunferência.
- Q.144 – perímetro.
- Q.153 – escala.
- Q.156 – volume.
- Q.158 – coordenadas polares.
- Q.159 – área.
- Q.161 – volume cone e cilindro.
- Q.163 – escala.
- Q.166 – seção em poliedro e planificação.
- Q.172 – volume do cilindro.
- Q.173 – planificação.