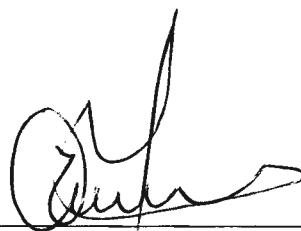


O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO NO SETOR ELÉTRICO: UMA  
ABORDAGEM PELA TEORIA NEBULOSA

Nathalie Vera Mouron

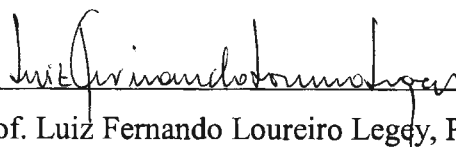
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM  
PLANEJAMENTO ENERGÉTICO.

Aprovada por:



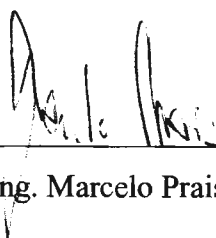
---

Prof. Lucio Guido Tapia Carpio, D.Sc.



---

Prof. Luiz Fernando Loureiro Legey, PhD



---

Eng. Marcelo Prais, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2003

MOURON, NATHALIE VERA

O Planejamento da Operação no Setor Elétrico:  
Uma Abordagem Pela Teoria Nebulosa [Rio de  
Janeiro] 2003

X, 105 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Planejamento Energético, 2003)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE

1. Modelos Energéticos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

À Minha Mãe.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Lucio Guido Tapia Carpio pela sugestão do tema, orientação, apoio e incentivo para a realização desta tese.

À COPPE/UFRJ em especial aos professores do Programa de Planejamento Energético, pelos ensinamentos no decorrer do curso.

Ao Engenheiro Marcelo Prais, Supervisor do Planejamento da Operação Energética do ONS, pelo incentivo para a conclusão desta tese.

A Enise Maria Salgado Valentini, Professora do Programa de Engenharia Oceânica da COPPE/UFRJ, pelos oportunos comentários feitos a este trabalho.

Aos amigos do ONS que direta ou indiretamente contribuíram para esta tese, especialmente Alex Nunes de Almeida, André Millions Coutinho, Angela Regina Livino de Carvalho, Fernando Andréa Cordeiro, Luana Sabatha de Souza Pereira, Luis Guilherme Ferreira Guilhon, Manoel Vieira Júnior, Marcele Medeiros Monteiro de Barros, Marcia Pires Cleto, Maria Elisa Pimenta, Mônica Cristina Gallo Davis, Nicolau Cascão Nassar, Paulo Gerson Cayres Loureiro, Paulo Roberto da Silva e Wellington Anastácio da Silva.

A André Modenesi pela amizade, apoio e incentivo sempre dispensados a mim.

A meu irmão Christian André Mouron pela grande ajuda e compreensão durante a realização deste trabalho.

Além de dedicar não posso deixar de agradecer em especial a minha mãe Helene Ruth Mouron pelo imenso carinho e incentivo com que sempre acompanhou os meus estudos.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO NO SETOR ELÉTRICO: UMA  
ABORDAGEM PELA TEORIA NEBULOSA

Nathalie Vera Mouron

Março/2003

Orientador: Lucio Guido Tapia Carpio

Programa: Planejamento Energético

Este trabalho propõe a aplicação da Lógica Fuzzy na solução do problema de planejamento da operação ótima de um sistema interligado de geração hidrotérmico. A abordagem nebulosa proposta permite representar, manipular e modelar as imprecisões das afluências e do comportamento da carga elétrica.

Para que se consiga modelar a operação ótima de um sistema hidrotérmico em um ambiente nebuloso, é necessário representar o custo da operação, as cargas e as afluências incrementais na forma de conjuntos nebulosos. Em cada estágio do modelo, é usada a Programação Linear Nebulosa para determinar a solução do problema de Programação Dinâmica.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THE ENERGY PLANNING OF POWER SYSTEMS: AN APPROACH USING  
FUZZY SETS

Nathalie Vera Mouron

March/2003

Advisor: Lucio Guido Tapia Carpio

Department: Energy Planning

This thesis proposes an approach for using fuzzy sets in solving the hydroelectric generation scheduling problem in an interconnected power system. The fuzzy approach allows for representing, manipulating and modeling the imprecise natural inflows and loads.

To reach an optimal generation schedule under an uncertain environment, it is necessary to express operation costs, load demands and natural inflows in fuzzy set terms. In each stage of the model, Fuzzy Linear Programming is used to obtain the solution of the Dynamic Programming problem.

## ÍNDICE

<b>Capítulo I</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
I.1	O Setor Elétrico .....	1
I.2	O Despacho do Sistema.....	4
I.3	Objetivos e Contribuições deste Trabalho.....	6
I.4	A Organização da Tese.....	9
<b>Capítulo II</b>	<b>Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Mínimo Custo .....</b>	<b>10</b>
II.1	Operação de Sistemas Hidrotérmicos.....	10
II.2	Formulação do Problema de Médio Prazo .....	16
II.2.1	Função de Custo Imediato .....	20
II.2.2	Função de Custo Futuro.....	23
II.3	Solução do Problema da Operação de Médio Prazo.....	25
II.3.1	Programação Dinâmica Estocástica (PDE) .....	25
II.3.2	Representação do Sistema Equivalente .....	27
II.3.3	Programação Dinâmica Estocástica Dual.....	28
II.3.4	Planejamento da Operação com Programação Linear (PL).....	30
<b>Capítulo III</b>	<b>Teoria dos Conjuntos Nebulosos.....</b>	<b>35</b>
III.1	Introdução .....	35
III.2	Conceitos Básicos .....	37
III.3	Processo de Decisão Nebulosa .....	43
III.4	Programação Linear Nebulosa.....	48
<b>Capítulo IV</b>	<b>Aplicação da Programação Linear Nebulosa ao Problema do Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo .....</b>	<b>53</b>
IV.1	Introdução .....	53
IV.2	A Modelagem Imprecisa.....	54
IV.2.1	Função de Pertinência Associada ao Custo Total de Operação .....	56
IV.2.2	Funções de Pertinência Associadas às Demandas do Sistema.....	57
IV.2.3	Funções de Pertinência Associadas às Afluências aos Reservatórios do Sistema ...	59
IV.3	O Algoritmo de Solução .....	61
<b>Capítulo V</b>	<b>Estudos de Caso.....</b>	<b>65</b>
V.1	Caso Teste Simplificado.....	65
V.2	Caso Teste Expandido .....	72
<b>Capítulo VI</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>84</b>
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>87</b>

<b>Anexo I</b>	<b>Caso Teste Simplificado.....</b>	<b>90</b>
<b>Anexo II</b>	<b>Caso Teste Expandido – Resultados da Análise Determinística .....</b>	<b>91</b>
<b>Anexo III</b>	<b>Caso Teste Expandido – Análise Nebulosa .....</b>	<b>97</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Processo de Decisão em Sistemas Hidrotérmicos. ....	11
Figura 2 – Uso Ótimo da Água em Sistemas Hidrotérmicos. ....	12
Figura 3 – Cálculo do Custo Marginal de Operação por Região do Sistema Interligado Nacional. ....	14
Figura 4 – Evolução do Custo Marginal de Operação para as Regiões do Sistema Interligado Nacional de Março/1997 a Março/2002. ....	15
Figura 5 – Evolução da Energia Armazenada para as Regiões do Sistema Interligado Nacional de Março/1997 a Março/2002. ....	16
Figura 6 – Comportamento do Custo Marginal de Operação em Função da Energia Armazenada na Região Sudeste/Centro-Oeste de Março/1997 a Março/2002. ....	16
Figura 7 – Intercâmbio entre Subsistemas no Sistema Interligado Nacional. ....	17
Figura 8 – Representação do Custo de Geração Térmica. ....	21
Figura 9 – Função Característica de um Conjunto Ordinário. ....	39
Figura 10 – Função de Pertinência de um Conjunto Nebuloso. ....	39
Figura 11 – Função de Pertinência Triangular. ....	40
Figura 12 – União, Interseção e Complemento de Conjuntos Nebulosos. ....	41
Figura 13 – Conjunto Nebuloso Convexo. ....	42
Figura 14 – Conjunto Nebuloso Normal. ....	42
Figura 15 – Decisão Nebulosa ( $D = O \cap R$ ). ....	45
Figura 16 – Função de Pertinência de formato Z. ....	51
Figura 17 – Função de pertinência para o custo de operação. ....	57
Figura 18 – Função de pertinência para a demanda. ....	58
Figura 19 – Função de pertinência para as aflúências. ....	60
Figura 20 – Função de pertinência para os valores de erro percentual de previsão na aflúência. ....	67
Figura 21 – Função de pertinência para os valores de erro percentual de previsão na demanda. ....	67
Figura 22 – Função de pertinência para os valores de custo de operação. ....	68
Figura 23 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Sudeste/Centro-Oeste. ....	79
Figura 24 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Sul. ....	79
Figura 25 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Nordeste. ....	80
Figura 26 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Norte. ....	80
Figura 27 – Intercâmbios praticados (MWmed), VA (R\$/MWh) e CMO (R\$/MWh) no primeiro ano para ambos os modelos. ....	82

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Dados relacionados com a usina hidroelétrica.....	65
Tabela 2 – Dados relacionados com as usinas térmicas 1, 2 e 3.....	66
Tabela 3 – Previsões de aflúências ao reservatório e demandas por ano.....	66
Tabela 4 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa (em MWh).....	69
Tabela 5 – Resultado da Operação Ótima por Programação Dinâmica Dual Determinística.....	69
Tabela 6 – Demandas e aflúências usadas pelos modelos nebuloso e determinístico .....	70
Tabela 7 – Custo de operação maximizante ( $\alpha_i$ ) e grau de pertinência correspondente ( $\psi$ ) para diferentes parâmetros das funções de pertinência. ....	71
Tabela 8 – Função Custo do Déficit de Energia. ....	72
Tabela 9 – Mercado de Energia Anual para Cada Subsistema (MWmed). ....	72
Tabela 10 – Capacidades Máximas de Intercâmbio entre Subsistemas (MWmed). ....	73
Tabela 11 – Custo de Operação.....	73
Tabela 12 – Geração Térmica Máxima em MWmed. ....	74
Tabela 13 – Geração Térmica Mínima em MWmed. ....	74
Tabela 14 – Geração Hidráulica Máxima em MWmed. ....	75
Tabela 15 – Defluência Mínima em MWmed. ....	75
Tabela 16 – Energia Armazenável Máxima em MWmed. ....	75
Tabela 17 – Energia Armazenável Mínima em MWmed. ....	75
Tabela 18 – Energia Natural Afluyente (MWmed). ....	76
Tabela 19 – Energia Natural Afluyente (%MLT).....	76
Tabela 20 – Energia Armazenada Inicial.....	76
Tabela 21 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Sudeste/Centro-Oeste (MWmed). ....	77
Tabela 22 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Sul (MWmed). 77	
Tabela 23 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Nordeste (MWmed). ....	78
Tabela 24 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Norte (MWmed). ....	78
Tabela 25 – Intercâmbios entre Regiões (MWmed).....	81
Tabela 26 – Análise de Sensibilidade.....	82

# Capítulo I

## Introdução

### **I.1 O Setor Elétrico**

O setor elétrico brasileiro possui quatro segmentos: geração, transmissão, distribuição e comercialização. As atividades do segmento de geração podem ser classificadas em três categorias principais: planejamento da expansão, planejamento da operação e operação em tempo real. Os estudos deste segmento são decompostos em cadeias, as quais utilizam diferentes horizontes de planejamento (longo, médio, curto e curtíssimo prazo) e graus de detalhamento na representação do sistema. A etapa de planejamento da expansão abrange as decisões de investimento, dentro de um horizonte de até vinte anos, em nova capacidade a ser instalada no sistema visando atender a uma demanda prevista. O planejamento da operação tem como objetivo estabelecer uma estratégia de operação para um horizonte de até cinco anos. Esta etapa subdivide-se ainda em um planejamento da operação energética, no qual se analisa a melhor estratégia para a utilização dos recursos disponíveis, e um planejamento da operação elétrica, no qual as metas energéticas são adaptadas à capacidade real do sistema de transmissão, visando garantir um nível adequado de confiabilidade. A partir das metas de geração fixadas pelo planejamento da operação de médio prazo, a etapa de operação do sistema em tempo real tem como objetivo atender a demanda a cada instante, com desvios mínimos em relação às tensões e frequências nominais e minimizando as interrupções no fornecimento de energia elétrica.

O segmento de transmissão se encarrega das funções de transporte da energia gerada nas usinas hidroelétricas e termoeletricas até os centros consumidores. Assim como o segmento de geração, as atividades de transmissão subdividem-se em operação e expansão. O transporte final da energia, a partir dos pontos de entrega na

rede de alta tensão até os consumidores finais, é realizado pelo segmento de distribuição.

Por sua vez, o segmento de comercialização se refere às atividades de contratação da energia produzida para atender à demanda, medição e cobrança do consumo das cargas e demais procedimentos necessários para a remuneração dos agentes de geração e transmissão.

Nos últimos anos, o setor elétrico brasileiro vinha passando por um processo de privatização e reestruturação, iniciado em meados da década de 90, cuja principal característica foi a desverticalização das empresas de energia elétrica. Antes da reforma, praticamente todos os segmentos eram de propriedade pública: federal e estadual, no caso de geração e transmissão, e estadual e municipal, no caso de distribuição. O processo de reforma institucional teve duas motivações principais: a auto-sustentação do setor, direcionada para atrair capitais privados e liberar o governo dos pesados investimentos necessários à expansão do sistema; e a eficiência econômica do setor, utilizando os recursos energéticos para garantir um suprimento confiável de energia elétrica ao menor custo possível para o consumidor final.

Para atingir estes objetivos, foram adotados dois princípios básicos, semelhantes aos que orientaram o processo de reestruturação em outros países do mundo, iniciado na década de 80 no Reino Unido: competição nos segmentos de geração e comercialização para consumidores livres, com o objetivo de estimular o aumento da eficiência e redução dos preços; e estabelecimento de monopólios regulados nas atividades de transmissão, distribuição e comercialização para consumidores cativos.

A coexistência de setores competitivos e regulados foi um dos grandes desafios na implementação de reformas no setor elétrico. A transmissão e distribuição, por serem monopólios naturais, continuaram reguladas de maneira a permitir um ambiente competitivo para empresas de geração e comercialização. As empresas de transmissão e distribuição foram obrigadas a permitir o acesso ao seu sistema, mediante a cobrança de um serviço de transmissão (pedágio), possibilitando as transações de energia entre quaisquer empresas de geração e comercialização.

O novo modelo institucional se fundamentou na privatização do setor de geração, com exceção das usinas nucleares e de Itaipu. Alguns projetos de construção de novas usinas se iniciaram com a participação da iniciativa privada. A principal motivação para

a desestatização foi a separação entre atividades empresariais e atividades típicas de governo.

Dentro do processo de reestruturação, várias instituições foram criadas entre as quais destacam-se: Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE), Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos (CCPE).

A ANEEL é uma autarquia em regime especial, vinculada ao Ministério de Minas e Energia (MME). Dentre suas atribuições destacam-se: regular e fiscalizar a geração, a transmissão, a distribuição e a comercialização da energia elétrica; mediar os conflitos de interesses entre os agentes e entre estes e os consumidores; conceder, permitir e autorizar instalações e serviços de energia; garantir tarifas justas; zelar pela qualidade do serviço; exigir investimentos; estimular a competição entre os operadores e assegurar a universalização dos serviços. Além disso, cabe a ANEEL determinar as regras de funcionamento do MAE, previstas na Convenção de Mercado, e autorizar as atividades do ONS.

O MAE é uma empresa de direito privado responsável pelo mercado de compra e venda de energia no Sistema Interligado Nacional (SIN). O MAE é regido por uma Assembléia Geral, composta por representantes de geração e consumo, e por um órgão colegiado denominado Conselho de Administração, cujos cinco membros são eleitos pela Assembléia Geral, sendo um indicado pelo MME. Cabe a ANEEL homologar quaisquer decisões ou alterações das Regras de Mercado que venham a ser aprovadas pelo Conselho de Administração.

O ONS é uma entidade que atua como sociedade civil de direito privado, sem fins lucrativos, composta por empresas de geração, transmissão, distribuição, importadores e exportadores de energia elétrica, e consumidores livres, e opera o SIN mediante autorização da ANEEL. O ONS é responsável pelo planejamento e programação da operação do SIN; pelo despacho centralizado da geração; pela contratação e administração de serviços de transmissão de energia elétrica e das respectivas condições de acesso; e pela proposta de ampliações das instalações da rede básica de transmissão, bem como de reforços dos sistemas existentes.

O CCPE é o órgão governamental responsável pelo planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros. Para o cumprimento dos seus objetivos, o CCPE elabora

o planejamento da expansão do setor elétrico; elabora e mantém atualizados os Planos Decenais Indicativos da Expansão da Oferta e Determinativo da Transmissão; estrutura e mantém atualizado o Sistema de Informações Técnicas do planejamento setorial; avalia os investimentos necessários para a expansão da oferta e da transmissão, subsidiando as ações de governo; propõe ao órgão regulador critérios, normas, procedimentos e referências de qualidade e desempenho do sistema elétrico; acompanha as condições de atendimento ao mercado de energia elétrica; e assessora e emite pareceres sobre assuntos técnicos e estratégicos solicitados pelo Conselho Nacional de Política Energética (CNPE).

Em junho de 2001, a Câmara de Gestão da Crise de Energia Elétrica (GCE) criou o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico com o objetivo de encaminhar propostas para corrigir disfuncionalidades e propor aperfeiçoamentos para o referido modelo que favoreçam a expansão da oferta de energia elétrica. Na ocasião da instalação do Comitê, ficou acordado que os trabalhos que viessem a ser desenvolvidos deveriam se pautar pela busca de soluções que preservassem os pilares básicos de funcionamento do modelo do setor. Visando dar eficiência à execução dos trabalhos, foram formados subgrupos no âmbito do Comitê, cada um deles com tarefas específicas. Até o presente momento, as medidas do pacote de reestruturação do setor ainda não foram completamente implementadas.

## **I.2 O Despacho do Sistema**

Atualmente, um ponto central do modelo institucional e comercial do sistema elétrico nacional é a existência de um despacho centralizado com base na minimização dos custos de operação. A alternativa ao princípio de despacho por custos é a chamada oferta de preços. Vale lembrar que o critério de despacho de energia foi um dos principais temas em discussão para a reestruturação do setor.

No caso do despacho com base em custos, o agente operador do sistema procura atender a demanda de energia ao menor custo possível. Dessa maneira, os geradores são acionados em ordem crescente de custo variável de operação (R\$/MWh) até que a oferta se iguale à demanda. O despacho por custo também produz o chamado custo marginal de operação (CMO), que representa o custo de atender um MWh adicional de demanda.

Este despacho é uma decorrência de características específicas do sistema elétrico brasileiro. Atualmente, o SIN é baseado em sua maior parte na geração hidroelétrica, que responde por 86% de toda a eletricidade produzida no país. A existência de diversas usinas e reservatórios em uma única cascata, até mesmo com proprietários diferentes, faz com que a operação de uma hidroelétrica afete o desempenho de outra. Estas características impuseram limitações às alternativas para uma forma de despacho das usinas capaz de maximizar o aproveitamento do potencial hidroelétrico do SIN e, ao mesmo tempo, evitar a formação de cartéis. A opção escolhida envolve o cálculo centralizado dos custos de oportunidade associados à água disponível e prevista para afluir aos reservatórios, em contraposição ao uso de combustível nas usinas térmicas e possível corte de carga (déficit), através do modelo computacional NEWAVE (Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica e Subsistemas). Desta forma, os geradores hidroelétricos não possuem autonomia para fazer ofertas de preços por sua energia para compor o despacho. Em vez disso, a capacidade de produção das usinas hidroelétricas é ofertada com base em custos de oportunidade calculados de forma centralizada.

Há décadas, o sistema elétrico brasileiro vem sendo operado de forma coordenada, visando obter ganhos sinérgicos a partir da interação entre os agentes. A operação coordenada tem como objetivo diminuir os custos totais de operação do SIN, aumentando a confiabilidade do suprimento. O conceito de operação centralizada do SIN está baseado na interdependência operativa entre as geradoras de uma mesma bacia hidrográfica, na interligação dos sistemas de transmissão e na integração dos recursos de geração e transmissão no atendimento ao mercado.

A operação de uma determinada usina depende das vazões liberadas a montante por outras usinas e/ou empresas, assim como, de forma análoga, a sua operação afeta as usinas a jusante. Desta forma, a localização de aproveitamentos em cascata requer a coordenação hidráulica para a otimização do sistema. Por sua vez, o aproveitamento conjunto dos recursos hídricos e a existência de grandes interligações possibilitam a troca de energia entre regiões, permitindo obter benefícios a partir da diversidade de comportamento das vazões entre rios de diferentes bacias hidrográficas.

A utilização coordenada dos recursos de geração e transmissão dos sistemas interligados permite reduzir os custos de operação, minimizando a produção térmica e o consumo de combustíveis sempre que houver superávits hidroelétricos em outros pontos do sistema. Em períodos de condições hidrológicas desfavoráveis, as usinas

térmicas atendem ao mercado como um todo, e não apenas aos consumidores de sua empresa proprietária.

A gestão dos reservatórios das usinas hidroelétricas deve compatibilizar, ainda, uma grande quantidade de atividades relacionadas com o uso múltiplo da água (navegação, controle de cheias, irrigação, saneamento, abastecimento de água, dentre outros). Neste sentido, a Agência Nacional de Águas (ANA), a ANEEL e o ONS devem trabalhar em conjunto para definir condições de aproveitamento dos reservatórios, levando em conta não apenas a geração de eletricidade, mas também outros usos da água, como agricultura, consumo humano, pesca e turismo.

A operação do SIN em 2001 foi marcada pela gestão criteriosa dos escassos recursos energéticos, devido às condições hidrológicas desfavoráveis, principalmente nas bacias hidrográficas onde estão localizados os maiores reservatórios do sistema. A participação da geração térmica na produção total de energia chegou a alcançar 10,4%, com o despacho das usinas em seus níveis máximos de geração. A transferência de energia entre regiões foi intensamente utilizada para recuperar os níveis de armazenamento dos reservatórios das regiões Sudeste/Centro-Oeste e Nordeste, a partir da disponibilidade de excedentes energéticos nas regiões Sul e Norte e da maximização da geração de Itaipu.

### **I.3 Objetivos e Contribuições deste Trabalho**

No planejamento da operação, busca-se segurança operativa e confiabilidade a custo mínimo. Em outras palavras, o despacho dos geradores deve ser não somente viável e econômico como também flexível, de forma a impedir violações de restrições operativas ou rejeições de carga.

Este problema é ainda mais relevante em sistemas como o brasileiro, caracterizado por altíssimo grau de incerteza, associado aos possíveis cenários futuros de operação. Sabe-se que é praticamente impossível determinar, com alta precisão, não só a evolução do crescimento da carga como a sua distribuição espacial, que depende do nível de atividade econômica, leis de incentivo à instalação de empresas, tarifas de energia, conjuntura internacional, dentre outros. Também é extremamente problemática a previsão das vazões naturais afluentes aos reservatórios e, conseqüentemente, da disponibilidade de energia associada. Assim, a especificação

de um cenário futuro único de operação é uma previsão com poucas chances de se concretizar.

Surge então o conceito de despacho sob incertezas, no qual é necessário não apenas atender às restrições de operação do caso base (ou cenário mais provável) com segurança e economia, como também acomodar uma gama de possíveis cenários de operação, derivados, por exemplo, a partir das combinações das diversas possibilidades de evolução da economia e tendências hidrológicas.

O presente trabalho tem como principal objetivo apresentar uma nova metodologia de planejamento da operação ótima de um sistema interligado de geração hidrotérmico a custo mínimo, incorporando as incertezas, tanto na função que se quer otimizar, quanto nos elementos restritivos do problema. A abordagem proposta para a busca do ponto de operação sob incertezas utiliza a teoria dos conjuntos nebulosos (fuzzy sets) (Zadeh, 1965) para definir os conjuntos das demandas e vazões naturais afluentes futuras de forma “possibilística” (não probabilística). Pretende-se mostrar que, sob este enfoque, é eliminada a necessidade da representação de cada possível cenário de operação e o problema pode ser formulado como um único problema clássico de programação linear.

A teoria dos conjuntos nebulosos é um método de inteligência artificial que procura modelar adequadamente as imprecisões inerentes às variáveis que representam inúmeras situações de nosso dia-a-dia. Esta teoria pode ser vista como uma generalização da teoria clássica dos conjuntos. A representação de uma variável que apresenta graus de imprecisão é efetuada considerando a mesma como um conjunto nebuloso.

Neste estudo, a aplicação da teoria dos conjuntos nebulosos ao problema da operação de um sistema hidrotérmico será baseada na programação linear nebulosa proposta por Zimmermann (1996). Esta técnica aplica a metodologia de decisão em ambiente nebuloso ao problema de programação linear. No modelo convencional, objetivos e restrições são representados por funções lineares das variáveis de decisão. Já em ambiente nebuloso, objetivos e restrições não são definidos de forma rígida e precisa.

Sendo assim, para obter a operação ótima em um ambiente nebuloso, o custo de operação, as demandas de energia e as vazões naturais afluentes do sistema são

representados em termos de conjuntos nebulosos. A programação linear nebulosa é então usada para determinar a solução do problema.

Ao longo das últimas décadas, vários modelos têm sido desenvolvidos com o intuito de resolver o problema da operação hidrotérmica. No entanto, muitos desses métodos sofrem limitações em sua aplicação devido aos chamados problemas de maldição da dimensionalidade. Tais problemas, devido à característica explosiva da geração de possibilidades de estados do sistema, levam a grandes esforços computacionais. Uma técnica, baseada na programação dinâmica dual, tem permitido uma diminuição significativa do esforço computacional.

Poucos modelos, no entanto, vêm encarando adequadamente um fato, que negligenciado pode gerar resultados inadequados aos planos de operação, a saber, a existência de parâmetros caracterizados intrinsecamente pelas incertezas. Tais incertezas, quando consideradas nos modelos, têm em muitos casos sua caracterização conceitual deturpada. Existem, basicamente, dois tipos de incerteza: uma delas associada à chamada aleatoriedade, que é relacionada aos aspectos probabilísticos do parâmetro, caracterizados pela obediência a distribuições probabilísticas bem conhecidas e que não são passíveis de mudança num futuro próximo. O outro tipo de incerteza, dita nebulosa, é associado a parâmetros cujos valores futuros são de difícil previsão a partir de observações passadas, sendo que drásticas mudanças futuras podem ocorrer em seus valores. Tais parâmetros podem ser modelados por distribuições possibilísticas, através dos conjuntos nebulosos.

Tem sido bastante discutida a validade dos modelos clássicos para o tratamento de incertezas. Momoh e Tomsovic (1995) efetuaram um extenso estudo acerca da penetração da teoria dos conjuntos nebulosos nas pesquisas referentes aos sistemas de potência. Os autores concluem que os conjuntos nebulosos são um suplemento extremamente útil para os métodos matemáticos convencionais na resolução dos problemas, e que aplicar conjuntos nebulosos não significa “tornar nebuloso” o problema, mas clarear um problema que é “nebuloso” por natureza.

O presente trabalho aborda estas questões através da apresentação da modelagem imprecisa (fuzzy) das incertezas associadas à operação e sua comparação com a modelagem tradicional.

## **I.4 A Organização da Tese**

Este estudo está composto pelas seguintes partes: o capítulo I é uma introdução ao objeto da tese. O capítulo II desenvolve o problema de planejamento da operação ótima de um sistema interligado de geração hidrotérmico, com restrições de transmissão, enfatizando as suas características, em particular, a sua formulação matemática. Este descreve, ainda que brevemente, os conceitos de agregação de reservatórios e de programação dinâmica estocástica dual.

O capítulo III expõe as definições fundamentais da teoria dos conjuntos nebulosos e sua aplicação em processos de decisão.

O capítulo IV trata da metodologia. Nele se faz a descrição detalhada do algoritmo desenvolvido para o planejamento da operação hidrotérmica, levando em consideração os intercâmbios de energia entre subsistemas. É mostrada a adequação da programação linear nebulosa na obtenção de um novo algoritmo de solução para o problema de planejamento da operação energética de médio prazo.

No capítulo V, são levadas a termo discussões sobre o desempenho do algoritmo desenvolvido e são analisados alguns resultados obtidos com a solução de um caso-exemplo adotado. Para a validação do modelo, são apresentados também resultados de custos marginais de operação (CMOs), intercâmbios de energia entre subsistemas e evolução de energia armazenada, referentes a um teste comparativo com o modelo matemático convencional de programação linear.

Finalmente, o capítulo VI apresenta as principais conclusões trabalho e também sugestões para trabalhos futuros. São apontadas as vantagens e limitações da abordagem imprecisa.

## Capítulo II

# Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos a Mínimo Custo

### II.1 Operação de Sistemas Hidrotérmicos

A operação energética de um sistema hidrotérmico pode sofrer limitações na geração hidráulica, devido às afluências incrementais e a capacidade de armazenamento nos reservatórios, sendo necessário recorrer, em algumas situações, às usinas térmicas para atender à demanda. Incorre-se, assim, num custo de operação composto pelos gastos com combustíveis e pelo possível custo do não atendimento da demanda, também chamado de custo do déficit.

Desta forma, o problema da operação consiste em minimizar o custo operativo esperado, atendendo às restrições do sistema. Logo, o objetivo do planejamento da operação energética é determinar uma estratégia que forneça, para cada período de tempo, as metas de geração de cada usina.

A forte predominância da geração de origem hidráulica do sistema brasileiro e a existência de grandes reservatórios, com capacidade plurianual de regularização, permitindo armazenar água para utilização vários anos a frente, faz com que sua operação tenha características bastante complexas e diferentes de outros países de base térmica. O sistema é operado contemplando a gestão de sua energia armazenada no estoque d'água dos reservatórios. Assim sendo, na prática, as soluções encontradas para o problema envolvem algum tipo de simplificação.

A impossibilidade de se ter um conhecimento prévio perfeito das vazões afluentes futuras aos aproveitamentos e, em certa medida, da evolução da demanda do sistema, faz com que o problema do despacho hidrotérmico de mínimo custo seja

essencialmente estocástico. Além disso, a existência de várias bacias interligadas e a necessidade de uma otimização plurianual dos reservatórios caracterizam o problema como de grande porte.

O problema incorpora ainda as não-linearidades das funções de produção das usinas hidroelétricas e de custo de operação das usinas térmicas. Em sistemas exclusivamente térmicos, o custo operativo de cada usina depende basicamente do custo de seu combustível e de seu próprio nível de produção. Em contrapartida, o benefício de uma usina hidroelétrica não pode ser medido diretamente como função da usina somente, mas sim em termos da economia de combustíveis no sistema, ocasionada pelo deslocamento da geração térmica. Com isso, as funções de custo de operação envolvem variáveis não-separáveis.

A característica mais evidente de um sistema hidrotérmico é a possibilidade de usar a capacidade de armazenamento dos reservatórios para transferir energia entre as etapas do horizonte de planejamento. Isto faz com que a gestão destas reservas seja um problema complexo, no qual a decisão operativa de geração térmica ou de desestoque da energia armazenada, tomada no presente, tem influência na garantia do atendimento do mercado e nos custos associados ao longo do período de vários anos. A figura 1 a seguir ilustra a relação entre as decisões operativas de um estágio qualquer e suas conseqüências futuras.

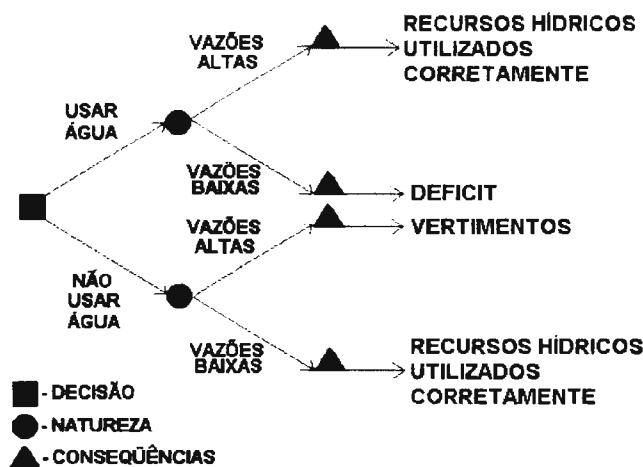


Figura 1 – Processo de Decisão em Sistemas Hidrotérmicos.

Logo, para obter o despacho hidrotérmico ótimo, é necessário comparar o benefício imediato do uso da água e o custo de oportunidade de seu armazenamento. Este

problema é ilustrado na figura 2, através das funções de custo imediato (FCI) e de custo futuro (FCF).

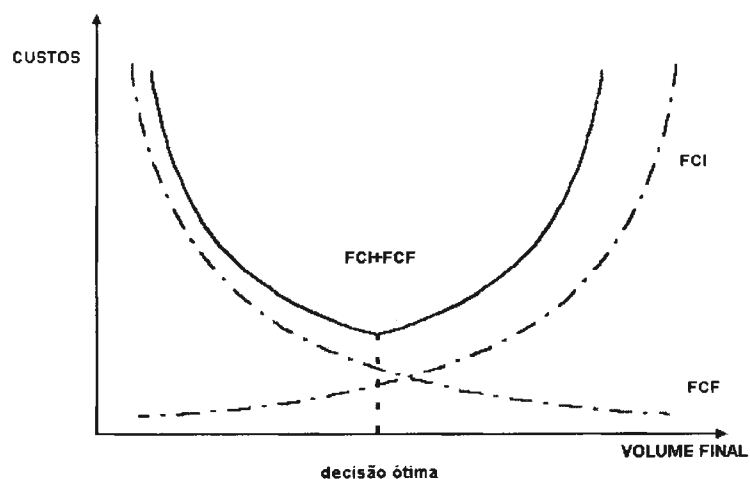


Figura 2 – Uso Ótimo da Água em Sistemas Hidrotérmicos.

A FCI representa o gasto com os combustíveis utilizados pelas usinas térmicas e mais o custo atribuído aos déficits de energia, sendo seu valor dependente dos níveis de armazenamento dos reservatórios. É intuitivo que mais geração térmica preventiva seja necessária quando os níveis de armazenamento estejam baixos do que quando estejam altos. Em outras palavras, o custo imediato aumenta à medida que diminui a utilização de recursos hídricos, isto é, à medida que aumenta o volume armazenado final. Por outro lado, a FCF está associada ao valor do custo esperado de operação no estágio atual até o final do horizonte de estudo, por nível de armazenamento do sistema. Esta função diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidráulica disponível no futuro.

Como a evolução do armazenamento do sistema depende das vazões afluentes aos reservatórios, sobre as quais tem-se um elevado grau de incerteza, a sua avaliação envolve algumas hipóteses sobre cenários hidrológicos futuros. Esta questão pode ser tratada de forma determinística, supondo-se a repetição das afluências verificadas no passado, ou de forma probabilística, contemplando a distribuição de probabilidades das afluências, inferidas com base no registro histórico. Vale lembrar que variáveis sujeitas a incertezas podem ser tratadas ainda de forma possibilística através da teoria dos conjuntos nebulosos. Conforme será visto no capítulo IV, no caso das vazões afluentes, as distribuições de possibilidades podem ser obtidas diretamente dos históricos disponíveis.

A curva de FCF deve ser calculada a partir de diversas simulações operativas do sistema, uma para cada possível nível de armazenamento. Na prática, as simulações são realizadas de forma probabilística, usando um grande número de cenários hidrológicos. Deste modo, a estocasticidade das aflúências é representada por diferentes alternativas de vetores de aflúências em cada estágio. A evolução do sistema de reservatórios apresenta uma estrutura em árvore, na qual cada ramo indica um possível cenário de aflúências.

Em termos matemáticos, o uso ótimo da água armazenada corresponde ao ponto que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Como pode ser visto na figura 2, o ponto de mínimo custo global também corresponde ao ponto onde as derivadas da FCI e da FCF, com relação ao armazenamento, se igualam. Estas derivadas são conhecidas como valores da água. Em outras palavras, o valor da água (VA) é a variação da FCF para um desestoque unitário da energia armazenada. O uso ótimo da água é obtido quando se equilibram os valores imediato e futuro da água.

Como visto anteriormente, nos estudos de planejamento da operação energética, determinam-se os totais de geração térmica e a política de operação do sistema traduzida por funções de custo futuro. Será visto mais adiante que, adotando-se a hipótese de vazões afluentes determinísticas conhecidas, ao invés de uma estratégia que fornece a decisão operativa ótima de custo mínimo, para cada possível nível de armazenamento, é determinada a trajetória que corresponde à evolução ótima dos reservatórios para a seqüência de aflúências pré-estabelecidas. Por sua vez, a formulação imprecisa, que será apresentada no capítulo IV, pode ser vista como uma complementação da abordagem determinística, na qual as incertezas nas aflúências são representadas através da teoria dos conjuntos nebulosos.

Além da decisão operativa ótima, os estudos energéticos fornecem os custos marginais de operação do sistema. O custo marginal de operação (CMO), num dado período de tempo, corresponde ao acréscimo do custo de operação para suprir uma unidade adicional de consumo de energia elétrica, sem considerar, entretanto, alteração no cronograma de implantação de obras. O acréscimo de energia é produzido apenas pela maior utilização dos recursos hídricos e térmicos existentes no sistema. Um valor elevado de CMO está, portanto, associado à alta probabilidade de déficit de energia.

A estratégia de operação energética do sistema baseia-se neste custo. Assim, as unidades térmicas cujo custo incremental de geração (custo para elevar sua geração em uma unidade adicional) é inferior ao CMO devem ser despachadas no máximo: neste caso, é mais econômico elevar a produção dessas unidades do que utilizar a energia armazenada nos reservatórios.

Na operação do SIN, a existência de interligações com os sistemas vizinhos permite uma redução dos custos de operação, através do intercâmbio de energia. Estes intercâmbios se processam no sentido de procurar igualar os respectivos CMOs, respeitadas as restrições de transferência.

Logo, o CMO corresponde ao custo do atendimento de uma unidade adicional da carga de energia pela fonte mais econômica disponível: vertimentos turbináveis (zero), desestoque de armazenamento (VA), geração térmica (custo da térmica mais cara despachada), intercâmbio (CMO da região fornecedora) ou racionamento (custo do déficit). A figura 3 a seguir ilustra o processo de cálculo do CMO no SIN. De posse dos VAs, o CMO por subsistema é obtido por inspeção, através da determinação da fonte de atendimento a um acréscimo de carga local.

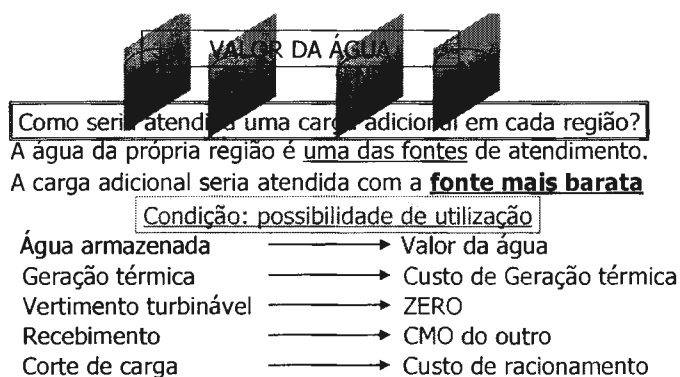


Figura 3 – Cálculo do Custo Marginal de Operação por Região do Sistema Interligado Nacional.

Particularmente, no caso do sistema brasileiro, tem-se uma acentuada volatilidade de médio prazo do CMO devido à incerteza das afluências, em todas as regiões do SIN, tal como apresentado na figura 4, para o período de março de 1997 a março de 2002. Cabe ressaltar que num sistema de produção de base hidroelétrica é comum ter-se CMO muito baixo por muito tempo e CMO alto em pouco tempo (pouca permanência).

A evolução da energia armazenada nos reservatórios equivalentes das regiões do SIN, ao longo de cinco anos, pode ser vista na figura 5. Finalmente, nas simulações

feitas para a região Sudeste/Centro-Oeste, mostradas na figura 6, observa-se que o CMO pode atingir valores muito altos quando os níveis de armazenamento dos reservatórios estão baixos. Pode-se notar que em 2001, em decorrência do racionamento, o CMO se manteve elevado mesmo com níveis de armazenamento crescentes.

Devido às características do parque gerador brasileiro, apresentadas anteriormente, adotou-se um modelo de despacho centralizado, baseado nos custos variáveis dos combustíveis, com capacidade de avaliar as conseqüências futuras das decisões tomadas hoje. Nesta abordagem, a água é considerada um recurso de propriedade do sistema, o que permite um melhor aproveitamento dos recursos hídricos. Desta forma, tem-se um processo no qual os geradores não possuem autonomia para ofertar sua energia e o despacho é determinado com base no custo marginal de curto prazo (CMO).

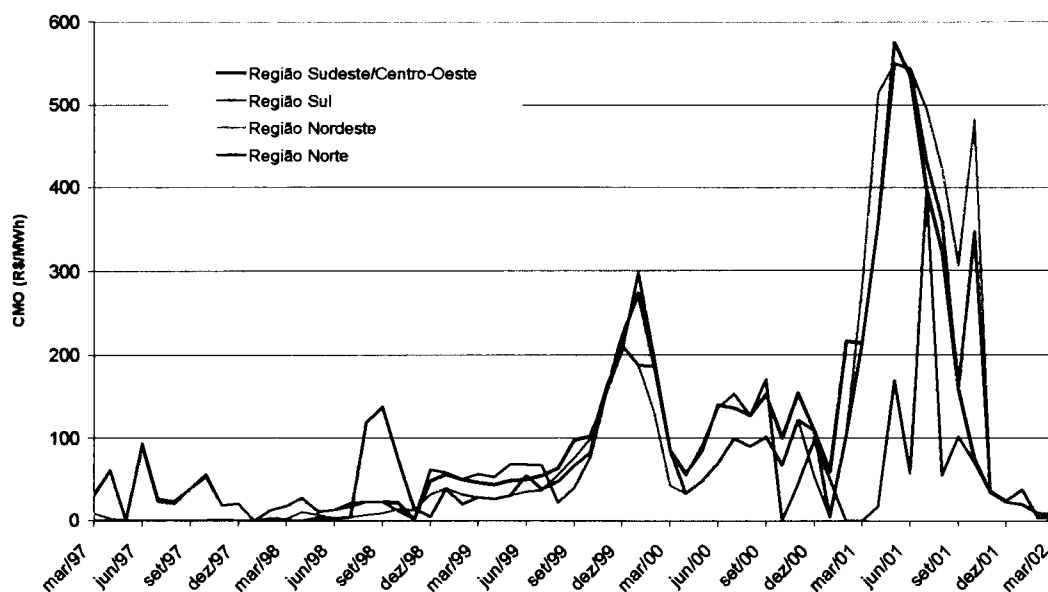


Figura 4 – Evolução do Custo Marginal de Operação para as Regiões do Sistema Interligado Nacional de Março/1997 a Março/2002.

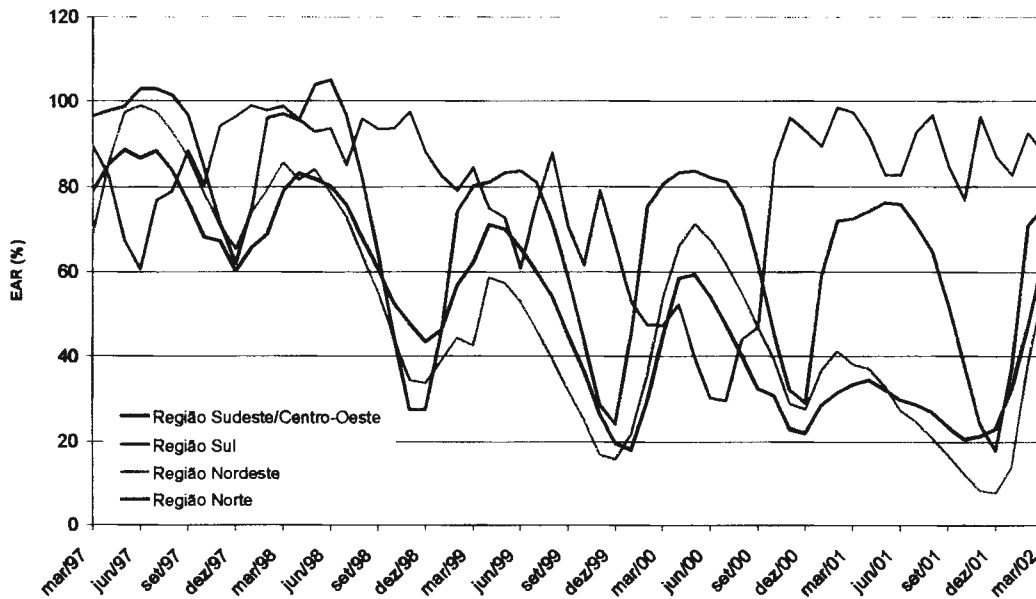


Figura 5 – Evolução da Energia Armazenada para as Regiões do Sistema Interligado Nacional de Março/1997 a Março/2002.

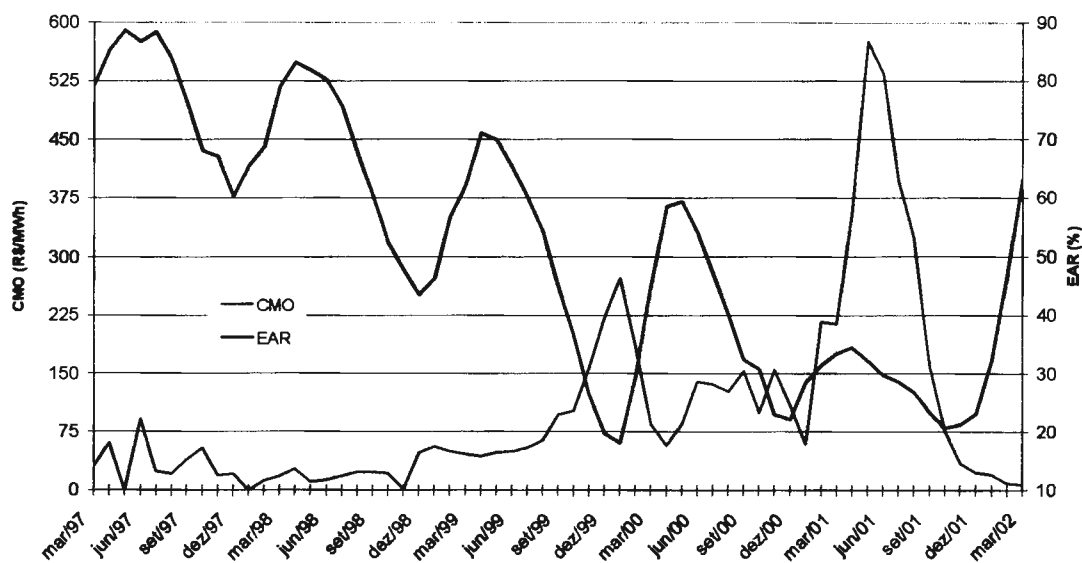


Figura 6 – Comportamento do Custo Marginal de Operação em Função da Energia Armazenada na Região Sudeste/Centro-Oeste de Março/1997 a Março/2002.

## II.2 Formulação do Problema de Médio Prazo

O planejamento de médio prazo da operação energética leva em conta níveis iniciais de armazenamento nos reservatórios, previsões de carga, limitações de intercâmbio inter-regionais, cronogramas de obras de geração, dentre outros. Devido à característica estocástica das afluências, faz-se frequentemente necessário o emprego

de variáveis de estado que representem a tendência hidrológica no sistema. Modelos auto-regressivos de ordem um, nos quais a distribuição de probabilidade de aflúências num dado período é condicionada pela aflúência observada no período anterior, são bastante utilizados devido a sua simplicidade e bom desempenho em geral. Atualmente, no SIN, o modelo auto-regressivo de ordem 6 é utilizado para o planejamento energético de médio prazo.

É usualmente adotada uma representação a subsistemas equivalentes do sistema. Cada subsistema corresponde a um conjunto de usinas geradoras e centros de carga interligados entre si, e caracterizados pela suas cargas e geradores conectados. A figura 7 a seguir mostra a conexão dos subsistemas usualmente adotada no SIN, quando da representação a subsistemas equivalentes. A interligação em Imperatriz é representada através de um subsistema fictício desprovido de geração e carga.

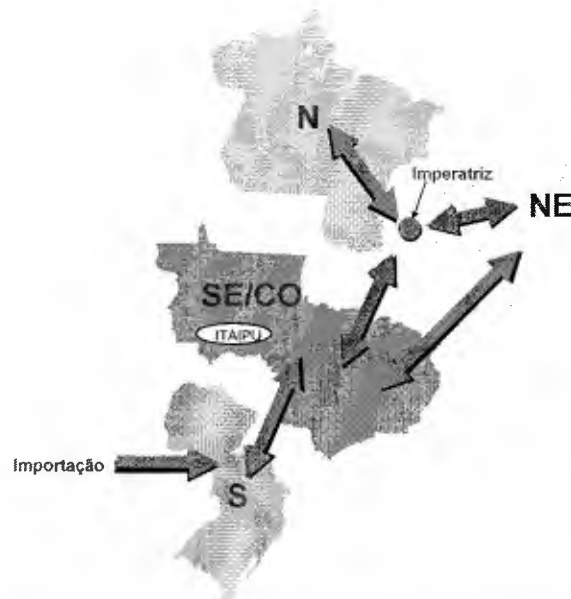


Figura 7 – Intercâmbio entre Subsistemas no Sistema Interligado Nacional.

O objetivo do planejamento é a minimização dos custos esperados de operação ao longo de todo o horizonte. Normalmente, o período de estudo se estende por cinco anos, com discretizações mensais. A solução do problema consiste então na determinação de uma estratégia de operação que forneça as decisões de geração e intercâmbio para cada subsistema equivalente, a cada mês, de modo a atender a demanda.

A estratégia que minimiza os custos é usualmente calculada por um esquema de Programação Dinâmica Estocástica (PDE). Conforme será visto mais adiante, a PDE

decompõe um problema em estágios. Seu objetivo é determinar a melhor decisão a cada estágio, de acordo com o estado do sistema no seu início.

Geralmente, os estados do sistema devem incluir todos os valores que afetariam os custos futuros da operação. No problema de planejamento da operação, pelo menos duas variáveis de estado devem ser representadas: o nível de armazenamento e a tendência hidrológica no sistema. Devido à característica de retenção/esvaziamento da água nos aquíferos subterrâneos, as afluições em etapas sucessivas são estatisticamente correlacionadas. Assim sendo, por exemplo, a afluição observada durante o estágio anterior pode ser um indicador da tendência hidrológica futura. Isto é equivalente a dizer que as afluições seguem um modelo auto-regressivo de ordem 1. É intuitiva a influência destas variáveis de estado nos custos futuros da operação. Quando os níveis de armazenamento nos reservatórios estão altos, pode-se utilizar mais geração hidráulica e economizar o uso de combustível nas térmicas. Por sua vez, se os volumes afluídos no estágio anterior estão acima da média, menos geração térmica preventiva será necessária.

Assim, dada a distribuição de probabilidades das afluições, o problema é tradicionalmente resolvido por PDE, através de uma recursão do tipo acaso-decisão, ou seja, dada uma variável aleatória (acaso), por exemplo, a afluição, passa-se à definição da melhor operação (decisão). Em outras palavras, supõe-se conhecida a afluição no início do mês e toma-se a decisão para esta afluição.

Na prática, o resultado final do algoritmo de PDE é uma tabela com custos marginais para a geração hidráulica, que indica a variação dos custos operativos futuros com um acréscimo de 1 (um) MWh hoje na geração hidráulica. Como discutido anteriormente, a tabela possui duas entradas: a energia hidráulica armazenada, que mede o nível de armazenamento do reservatório, e as afluições anteriores. Uma vez de posse desta tabela, a operação do sistema é imediata:

- a) dado o armazenamento do reservatório no início do mês e a afluição do mês anterior, ler o custo marginal de geração hidráulica correspondente;
- b) carregar as unidades geradoras (hidráulicas e térmicas) pela ordem crescente do custo operativo, até a demanda ser satisfeita.

O problema a ser resolvido, em cada estágio  $t$ , para um número  $NS$  de subsistemas e para o único cenário hidrológico a ser analisado é:

$$z_t = \text{Min } C_t + \frac{1}{1 + \beta} \alpha_{t+1} \quad (2.1)$$

sujeito a

*Equações de Balanço Hídrico:*

$$EA_{t+1}(i) + U_t(i) + EV_t(i) = EA_t(i) + EAF_t(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (2.2)$$

*Limites de Armazenamento:*

$$\underline{EA}_{t+1}(i) \leq EA_{t+1}(i) \leq \overline{EA}_{t+1}(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (2.3)$$

*Limites nos Turbinamentos:*

$$\underline{U}_t(i) \leq U_t(i) \leq \overline{U}_t(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (2.4)$$

onde:

$t$  é o índice dos estágios ( $T$  horizonte de planejamento);

$i$  é o índice dos subsistemas;

$NS$  é o número de subsistemas;

$EA_t(i)$  é a energia armazenada no subsistema  $i$  no início do estágio  $t$ ;

$U_t(i)$  é a energia hidráulica gerada pelo subsistema  $i$  no estágio  $t$ ;

$EV_t(i)$  é a energia vertida no subsistema  $i$  no estágio  $t$ ;

$EAF_t(i)$  é a energia total afluyente ao subsistema  $i$  durante o estágio  $t$  (está incluída a energia de vazão mínima afluyente);

$z_t$  é o valor esperado do custo total de operação do estágio  $t$  até o final do período de planejamento;

$C_t$  é o custo operativo imediato associado à decisão tomada no instante  $t$ ;

$\alpha_{t+1}$  é a variável escalar que representa o valor esperado do custo futuro associado à decisão tomada no instante  $t$ ;

$\beta$  é a taxa de desconto.

A equação (2.2) corresponde à equação de balanço hídrico nos reservatórios equivalentes. Este balanço representa a conservação da energia nos reservatórios equivalentes: a energia armazenada no reservatório no final do estágio  $t$  (início do estágio  $t+1$ ) é igual à energia armazenada no início do estágio, mais a energia total afluyente, menos a energia defluyente do reservatório (gerada e vertida).

A restrição (2.3) representa o vetor de restrições dos estados do problema na forma dos limites máximo e mínimo de armazenamento. Finalmente, a restrição (2.4) impõe limites às variáveis de decisão, tais quais os valores máximos e mínimos de defluência. Estes limites representam, respectivamente, restrições de capacidade de turbinamento em cada estágio e restrições de navegação e/ou irrigação. O vetor de decisões para o estágio representa a energia hidroelétrica produzida pelos volumes turbinados nas usinas.

A função objetivo do problema de otimização (2.1) mostra que o mínimo custo de operação do estágio  $t$  é composto pelo menor valor possível da soma dos custos imediatos ocorridos no mesmo (FCI) mais o valor do custo futuro a partir do estágio seguinte (FCF). As variáveis de decisão do problema em cada etapa  $t$  incluem as energias turbinadas e vertidas nos reservatórios, a geração das unidades térmicas e os intercâmbios de energia. A decisão quantifica os níveis de geração hidráulica e térmica e os intercâmbios de energia entre subsistemas para o estágio, determinando, assim, o volume armazenado ao final do mesmo.

A geração térmica e os intercâmbios são representados de maneira indireta através da FCI. Esta função representa o custo de geração térmica necessário para complementar o atendimento da demanda no estágio  $t$ . Este complemento é a diferença entre a demanda e a energia hidroelétrica produzida  $U_t$ . Observa-se que o custo de complementação térmica diminui à medida que as energias turbinadas aumentam, já que isto implica em esvaziar os reservatórios. Por sua vez, a FCF permite comparar o custo de utilizar os reservatórios na etapa  $t$ , através da energia turbinada  $U_t$  (FCI), ou guardar a água para uma utilização futura. Conforme será visto na seção II.3.1, a recursão do problema (2.1) é feita no sentido inverso, garantindo assim que a FCF tenha sido previamente calculada.

### ***II.2.1 Função de Custo Imediato***

O custo imediato de operação ( $C_t$ ) advém da geração térmica necessária para atender à demanda, sendo seu valor dependente da produção hidráulica durante o estágio. Quando a geração hidráulica isolada não é suficiente, o mercado de energia é suprido pelas usinas térmicas, onde o corte de carga é representado por uma usina térmica fictícia, de custo unitário igual ao custo do déficit. Pode-se, ainda, definir patamares de

déficit em função do percentual da carga não atendida, ou seja, de sua profundidade. A ordem de entrada em operação das unidades térmicas é dada pela ordem de custo unitário. Assim, o custo de operação do sistema no estágio  $t$  é uma função da geração térmica, que pode ser representada por uma função linear por partes, como ilustrado na figura 8 a seguir.

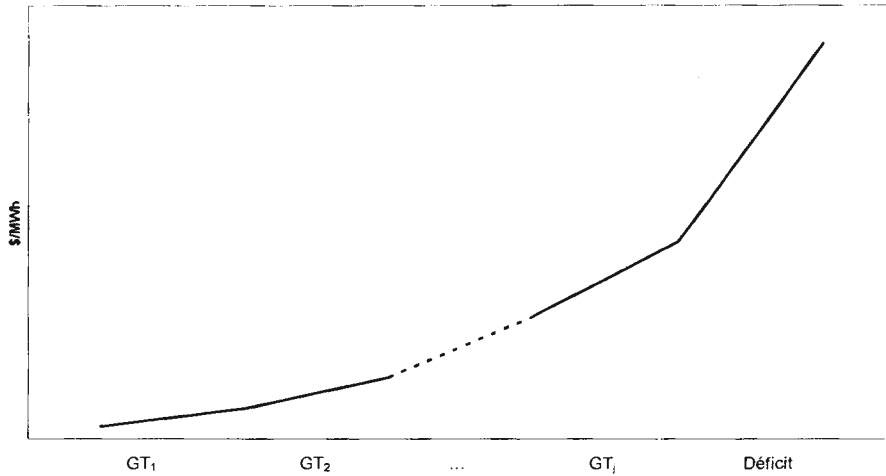


Figura 8 – Representação do Custo de Geração Térmica.

Conceitualmente, o custo do déficit tem caráter social e deveria representar o custo real para a sociedade devido a um corte de fornecimento de energia. A metodologia aceita e implementada no SIN considera a perda marginal do PIB, devida a uma restrição de suprimento de energia elétrica em cada segmento da economia, quantificada pelos custos marginais setoriais. Dispondo-se desses custos, aplica-se uma redução percentual para todos os setores racionados, proporcional à sua participação no mercado de energia elétrica, limitada a um percentual pré-definido. Obtém-se, assim, uma curva em patamares, definida pela média do custo marginal dos setores racionados e agrupados no mesmo patamar.

A curva em quatro patamares, atualmente em uso, vem ao encontro de uma operação do SIN de forma mais otimizada, pois reflete a perda na economia devido ao corte, diferenciado por custo. Na prática, os CMOs obtidos refletem melhor os custos reais, formando então preços coerentes no mercado de curto prazo e se constituindo em um sinal econômico para a decisão quanto à implantação do racionamento preventivo (associado ao primeiro patamar).

A partir destas considerações,  $C_t$  pode ser obtido, a cada estágio  $t$ , resolvendo-se um problema de programação linear:

$$C_i(U_i) = \text{Min} \sum_{j=1}^J C_j(G_j(j)) \quad (2.5)$$

sujeito a

*Equações de Atendimento à Demanda:*

$$U_i(i) + \sum_{j=1}^J G_j(j) + \sum_{r \in \Omega_i} (f_r(r,i) - f_i(i,r)) = D_i(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (2.6)$$

*Limites na Geração Térmica:*

$$\underline{G}_i(j) \leq G_i(j) \leq \overline{G}_i(j) \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (2.7)$$

*Limites na Capacidade de Intercâmbio:*

$$f_i(i,r) \leq \overline{f}_i(i,r) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad \text{para } r = 1, \dots, NS \quad (2.8)$$

onde:

$j$  é o índice das usinas térmicas;

$J$  é o número de usinas térmicas;

$C_j$  é o custo de geração da térmica  $j$  (R\$/MWh);

$G_i(j)$  é a geração da térmica  $j$  (MWh);

$D_i$  é a demanda líquida (descontada a energia a fio d'água) (MWh);

$f_i(i,r)$  é o intercâmbio de energia do subsistema  $i$  para o subsistema  $r$  (MWh);

$\Omega_i$  é o conjunto de subsistemas diretamente conectados ao subsistema  $i$ .

As demais variáveis não relacionadas são as mesmas apresentadas na formulação do problema (2.1). Observa-se que o conjunto de restrições relativas aos subsistemas fictícios é dado por:

$$\sum_{r \in \Omega_i} (f_r(r,i) - f_i(i,r)) = 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (2.9)$$

As equações (2.7) e (2.8) representam, respectivamente, as restrições na capacidade de geração de cada usina térmica e os limites de intercâmbio de energia entre os subsistemas.

Além da decisão operativa ótima, o problema de otimização (2.1) produz ainda as variáveis duais associadas a cada restrição. Em particular, o CMO do sistema é a variável dual associada à restrição de atendimento à demanda (2.6) e o valor da água (VA) é a variável dual associada à equação de balanço hídrico (2.2).

### II.2.2 Função de Custo Futuro

Em termos matemáticos, a FCF é representada como um conjunto de restrições lineares, onde cada uma representa uma aproximação linear por partes do valor esperado da função. Observa-se que o custo de operação depende dos valores das variáveis de estado. A forma da equação linear por partes que representa a aproximação do valor esperado da FCF no problema de otimização (2.1) depende, ainda, da hipótese assumida sobre a estocasticidade das afluições ao sistema de reservatórios. Quando o processo de afluições segue um modelo auto-regressivo de ordem 1 (um), ou seja, as afluições em um estágio qualquer dependem das afluições do estágio anterior, tem-se:

$$\begin{aligned} FCF &= \alpha_{t+1}(EA_{t+1}, H_{t+1}) \\ &= \text{Max}_p \left\{ \delta_p + \sum_{i=1}^{NS} \pi_p(i) \cdot EA_{t+1}(i) + \sum_{i=1}^{NS} \lambda_p(i) \cdot H_{t+1}(i) \right\} \quad \text{para } p = 1, \dots, P \end{aligned} \quad (2.9)$$

ou, equivalentemente,

$$\begin{aligned} FCF &= \text{Min } \alpha_{t+1}(EA_{t+1}, H_{t+1}) \\ \text{sujeito a} & \quad \text{para } p = 1, \dots, P \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \delta_p + \sum_{i=1}^{NS} \pi_p(i) \cdot EA_{t+1}(i) + \sum_{i=1}^{NS} \lambda_p(i) \cdot H_{t+1}(i)$$

onde:

- $p$  é o índice dos cortes ou linearizações;
- $P$  é o número de segmentos da função linear por partes;
- $\delta$  é o termo constante da restrição linear;
- $\pi$  é o coeficiente associado à variação das energias armazenadas, que mede a sensibilidade da função valor esperado do custo futuro do estágio  $t+1$  até  $T$  em relação à variação incremental da energia armazenada no estágio  $t$ ;

$\lambda$  é o coeficiente associado a variação das energias afluentes, que mede a sensibilidade da função valor esperado do custo futuro do estágio  $t+1$  até  $T$  em relação à variação incremental da tendência hidrológica no estágio  $t$ ;

$H_{t+1}$  é a energia natural afluente ao reservatório equivalente no estágio anterior,  $t$ .

As demais variáveis não relacionadas são as mesmas apresentadas na formulação do problema de otimização (2.1).

Na prática, a aproximação da FCF é construída através de uma recursão no sentido inverso do tempo. Como as energias armazenadas só aparecem na equação de balanço hídrico, tem-se que  $\pi(i)$  é a variável dual associada à equação de balanço hídrico (2.2), ou seja, o VA do subsistema  $i$ .

A recursão (2.10) requer como dado de entrada a FCF para a última etapa,  $\alpha_{T+1}(EA_{T+1}, H_{T+1})$ . Como esta função terminal não está disponível, utiliza-se, na prática, o procedimento descrito a seguir:

- a) Adicionam-se  $\Delta T$  anos ao período de estudo. Este número de anos adicionais é um valor aproximado que procura traduzir o período de regulação dos reservatórios do sistema. O período adicional de estudo, com  $\Delta T$  anos, é chamado de período estático final (condição de contorno da programação dinâmica).
- b) A configuração do sistema, os dados de demanda e o modelo estocástico de vazões nestes anos adicionais se mantêm iguais aos da última etapa,  $T$ .
- c) A recursão (2.10) se aplica a este período de estudo estendido, com  $T+\Delta T$  anos. A função de custo terminal para este estudo,  $\alpha_{T+\Delta+1}$ , é inicializada com zero.

Conforme será visto na seção II.3.1, a solução do problema de otimização (2.1) requer a discretização do espaço de estados do problema, o que acarreta um esforço computacional que aumenta exponencialmente com o número de variáveis de estado. Isto implica na impossibilidade da solução explícita do problema (2.1), ou seja, torna-se inviável considerar todas as variáveis envolvidas na formulação do problema de médio prazo.

Assim, torna-se necessário o desenvolvimento de métodos capazes de aproximar a solução. Por exemplo, uma simplificação freqüentemente usada é a redução do número de variáveis de estados, agregando-se o vetor de armazenamento dos reservatórios. Desta forma, são calculadas estratégias globais de geração para o sistema, ao invés de metas individuais para todas as usinas. A forma de se representar o sistema agregado é denominado de representação do sistema equivalente e será apresentado mais adiante.

## **II.3 Solução do Problema da Operação de Médio Prazo**

### ***II.3.1 Programação Dinâmica Estocástica (PDE)***

No horizonte de médio prazo, o problema do planejamento da operação energética possui uma natureza essencialmente estocástica, onde a incerteza quanto aos parâmetros do sistema é muito grande. Aqui se tornam mais importantes as imprecisões relativas às previsões de afluências ao longo do período. Assim, a PDE é uma ferramenta capaz de procurar a solução ótima do problema.

Como visto na figura 1, o problema de planejamento da operação energética é caracterizado por tomadas de decisão seqüenciais, em que a otimalidade de uma decisão atual depende de um conjunto de acontecimentos futuros. Um algoritmo adequado para a resolução de um problema deste tipo pode ser obtido da Programação Dinâmica (PD).

Baseado na PD, o horizonte de estudo é dividido em estágios e através de cálculos recursivos encontra-se, para cada possível estado do sistema, a melhor decisão de acordo com objetivos pré-fixados. A otimalidade em cada decisão é fundamentada no Princípio da Otimalidade de Bellman (Bellman e Zadeh, 1970), segundo o qual uma política ótima deve ser tal que, independentemente da trajetória descrita para se chegar a um determinado estado, as decisões remanescentes devem constituir uma trajetória ótima para sair daquele estado. Assim, para abranger as possíveis seqüências de afluências em decisões futuras, a recursão deve ser realizada no sentido inverso do tempo.

A utilização da PDE na solução do problema de planejamento da operação energética permite representar a característica estocástica das afluições. Na formulação denominada acaso-decisão, para um dado estado ao início do estágio  $t$ , admite-se como conhecida, no início do estágio, a afluição do estágio (acaso). Então, toma-se uma decisão para esta afluição. Desta forma, cada afluição é estudada individualmente, resultando em diversas soluções ótimas, com diversos custos de operação para um mesmo estado. O custo ótimo a ser atribuído ao estágio, cujo valor constitui um ponto da FCF, é o valor esperado total e atualizado dos custos relacionados com cada uma das afluições equiprováveis. A decisão de geração selecionada então, para cada estágio, é aquela de menor custo esperado.

O algoritmo de PDE constrói a FCF, discretizando o espaço de estados do sistema em um conjunto de valores. Logo, a sua grande desvantagem é a necessidade da discretização do espaço de estados. Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as combinações possíveis dos volumes dos reservatórios e afluições do estágio anterior, o número de estados discretizados e, conseqüentemente, o esforço computacional, cresce exponencialmente com o número de variáveis de estado.

Por exemplo, seja  $[EA_t, H_t]$  o vetor de estado de um sistema com  $N$  reservatórios, onde a tendência hidrológica é representada pela energia afluyente no estágio anterior. Se cada componente do vetor de estado é discretizado em  $M$  intervalos, teremos  $M^{2N}$  estados discretizados em cada estágio. Isto implica em que um algoritmo baseado na PDE torna-se inviável computacionalmente, mesmo para sistemas pequenos. Esta é a chamada "Maldição da Dimensionalidade" da PDE.

De modo a evitar esta explosão combinatória, foram desenvolvidos alguns métodos capazes de aproximar a solução do problema de planejamento da operação energética com um esforço computacional menor do que o exigido pelo algoritmo da PDE. Uma estratégia freqüentemente usada no problema de médio prazo é a redução do número de variáveis de estado pela agregação do armazenamento dos vários reservatórios do sistema em um único reservatório equivalente de energia.

Contudo, a agregação do sistema em um único reservatório é inadequada face à diversidade hidrológica entre as regiões em que se encontram os reservatórios. Nestes casos, uma prática comum consiste em adotar uma representação com

múltiplos reservatórios equivalentes, cada um representando um subsistema específico, cada um deles chamado de Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte.

Conforme será visto, uma alternativa para solucionar o problema de planejamento energético, baseada na PDE, é a chamada Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED). A seguir, os conceitos de agregação de reservatórios e da PDED são apresentados.

### ***II.3.2 Representação do Sistema Equivalente***

As características complexas do problema de planejamento da operação energética de um sistema hidrotérmico, apresentadas na seção II.1, dificultam o uso de técnicas de otimização na busca da solução ótima do problema. Os requisitos de memória e tempo de processamento, necessários à implementação de algoritmos específicos, são demasiadamente elevados, fazendo-se, portanto, necessário o uso de várias simplificações na formulação matemática do problema.

A simplificação mais adotada para o planejamento da operação energética de médio prazo é a eliminação da característica de grande porte do problema. O número de variáveis de estado é reduzido pela agregação dos diversos reservatórios de uma região em um único reservatório equivalente de energia. A capacidade agregada de armazenamento do sistema é, então, expressa em termos do conteúdo energético em vez de seu volume d'água.

O princípio da representação do sistema equivalente é baseado no fato que o custo da geração térmica na equação (2.5) é uma função da geração hidráulica total do sistema, ao invés das gerações individuais de cada usina. A representação por reservatório equivalente é baseada na estimativa da energia produzida pelo completo deplecionamento, em paralelo, de todos os reservatórios do sistema para um dado conjunto inicial de volumes armazenados.

A técnica de agregação é eficiente se os reservatórios possuem grande capacidade de regularização e se a região representada for hidrológicamente homogênea. A região precisa também ser eletricamente interligada, de modo que a carga possa ser suprida pela geração de qualquer usina hidroelétrica.

No entanto, alguns aspectos limitam o uso do reservatório equivalente. A agregação não permite, por exemplo, que se represente as características operativas individuais das usinas. Isto faz com que a capacidade de geração hidráulica do sistema não seja corretamente estimada. Cabe ressaltar que a representação a sistema equivalente tem seu universo de aplicação bem definido, servindo, por exemplo, para identificar custos ou probabilidades de déficit.

Se existir somente um reservatório equivalente, a minimização do custo esperado da operação pode ser obtida pela recursão da PDE, uma vez que o número de variáveis de estado é reduzido. Porém, em determinadas situações, a agregação em um único reservatório não é suficiente, pois existe a necessidade de se representar os vários subsistemas e intercâmbios que compõem um determinado sistema. Nestes casos, a aplicação da PDE fica inviável, devido ao problema da Maldição da Dimensionalidade já citado. Então, para tornar possível a otimização estocástica de múltiplos reservatórios, faz-se uso da Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED), cujo conceito é discutido a seguir.

Atualmente, no sistema hidrotérmico brasileiro, a representação do sistema equivalente é utilizada para o planejamento da operação energética de médio prazo. O ONS utiliza o modelo NEWAVE, o qual faz uso dos conceitos de reservatório equivalente e PDED.

### ***II.3.3 Programação Dinâmica Estocástica Dual***

Com o objetivo principal de evitar a explosão combinatória promovida por um algoritmo baseado em PDE, foram desenvolvidas várias técnicas capazes de aproximar a solução do problema. A PDED é uma destas e se baseia na construção analítica das FCF a partir das soluções duais dos problemas de otimização a cada estágio, utilizando para isto o Princípio de Decomposição de Benders (Porto, 1994). A grande vantagem deste método é que não há necessidade de discretização do espaço de estados.

A PDED consiste na decomposição do problema de operação em um conjunto de problemas de otimização menores, cada um associado a um estágio do horizonte de planejamento. A função objetivo de cada problema num determinado estágio minimiza a soma dos custos de operação desse estágio mais o valor esperado do custo futuro

(para os estágios posteriores). O resultado ótimo é alcançado através de um processo de decisão seqüencial no qual o problema do estágio  $t$  envia a sua solução para o problema do estágio  $t+1$  e recebe deste uma restrição relacionando a variação marginal do valor da sua função objetivo (estágio  $t+1$ ) com a variação marginal da solução enviada pelo problema do estágio  $t$ .

Em outras palavras, os vetores de multiplicadores simplex associados ao conjunto de restrições do problema (2.1) na solução ótima, que medem a variação do custo de operação do estágio  $t+1$  até o final do horizonte de estudo, devido a variações marginais nos níveis de armazenamento dos reservatórios no início do estágio  $t+1$  (ou final do estágio  $t$ ) ( $\pi$ ) e nas afluências aos subsistemas no estágio  $t$  ( $\lambda$ ) são usados para formar uma nova restrição (2.10) (corte de Benders), que será adicionada à FCF do estágio  $t$ , obtendo-se uma nova aproximação para a função do estágio  $t+1$ . Em termos matemáticos, este vetor corresponde a um dos vértices do problema dual e pode ser interpretado como a derivada da FCF em torno do ponto ótimo.

Deve-se observar, ainda, que existe uma diferença entre a programação dinâmica convencional e a sua versão dual no tocante à construção da FCF. O algoritmo de programação dinâmica convencional constrói a FCF discretizando o espaço de estados em um conjunto de valores para os quais são calculados os custos futuros que são passados para o estágio anterior como informação. Para a programação dinâmica dual, ao invés disto, resolve-se o problema para um dado estado inicial, obtendo-se como a solução ótima o custo futuro, juntamente com o vetor de multiplicadores simplex associado. Assim, escolhem-se tantos valores de estados quanto for a precisão desejada.

Informações adicionais sobre a teoria e o algoritmo de Programação Dinâmica Dual para os casos determinístico (PDDD) e estocástico (PDED) pode ser encontrada em Maceira (1993), Pereira Jr (2000), Pereira (1989), Pereira e Pinto (1991, 1988), Porto (1994) e Silva e Finardi (1999).

O algoritmo de PDDD considera todos os eventos futuros (tais como as vazões afluentes e demandas de energia) conhecidos previamente. Assim, tem-se apenas uma afluência por estágio para cada reservatório do sistema. Em cada estágio, revolve-se um problema de Programação Linear (PL) com as respectivas afluências pré-estabelecidas. Logo, deve-se ressaltar que a PDDD é apenas um dos recursos

que servem para solucionar o problema de planejamento da operação energética em sua forma determinística. Uma outra maneira consiste em modelar o problema de forma integrada e resolvê-lo, por exemplo, através de PL. Esta técnica é descrita a seguir.

#### ***II.3.4. Planejamento da Operação com Programação Linear (PL)***

Alguns modelos de planejamento da operação hidrotérmica assumem como conhecidas as afluições em todo o período. Desta maneira, ao invés de uma estratégia que fornece a decisão operativa ótima para cada possível estado, é determinada a trajetória que corresponde à evolução ótima para os volumes finais dos reservatórios do sistema para a seqüência de afluições pré-estabelecidas.

Adotando-se a hipótese de afluições determinísticas conhecidas, a questão da dimensionalidade desaparece. O problema resultante pode ser formulado como um problema de otimização não-linear. A principal razão da não-linearidade vem do efeito da variação de queda no coeficiente de produtividade de cada usina. Este efeito é usualmente levado em conta através de uma linearização por partes, permitindo que se apliquem algoritmos de programação linear.

A base teórica para o uso de afluições determinísticas é o Princípio da Equivalência Determinística, segundo o qual a estratégia ótima para solução de certas classes de problemas de controle estocástico pode ser obtida substituindo os componentes estocásticos pelos seus valores esperados (Fortunato et al., 1990). Deve-se notar que este método assume que o problema determinístico equivalente é resolvido novamente, assim que novas medidas de afluições são disponíveis.

Geralmente, os estados do sistema devem incluir todos os valores que podem afetar os custos futuros de operação. Neste caso, considerando conhecida a afluição em um estágio qualquer, o nível de armazenamento no final do estágio  $t$  ( $EA_{t+1}$ ) depende apenas da decisão tomada no estágio  $t$  ( $U_t$ ). Em outras palavras, a ligação com o estágio precedente é feita através de metas para a geração de cada usina ao longo do período ou, alternativamente, através de metas de armazenamento que os reservatórios devem atingir ao final do período. Assim, em sua forma determinística, a função objetivo do problema (2.1) é dada por:

$$\alpha_t(V_t) = \text{Min} \sum_{k \in \mathcal{N}} \left( C_t(V_{t+1}) + \frac{1}{\beta} \cdot \alpha_{t+1}(V_{t+1}) \right) \quad (2.11)$$

Conforme foi visto na seção II.3.1, o problema é resolvido recursivamente no sentido inverso do tempo, isto é, de  $t=T$  até  $t=1$ . Inicialmente, supõe-se ainda que os custos futuros associados ao final do último estágio  $T$  (início do estágio  $T+1$ ) sejam nulos, ou seja,  $\alpha_{T+1}(V_{T+1}) = 0$ . Desta forma, tem-se:

– para  $t=T$ :

$$\begin{aligned} \alpha_T(V_T) &= C_T(V_{T+1}) + \alpha_{T+1}(V_{T+1}) \\ &= C_T(V_{T+1}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

– para  $t=T-1$ :

$$\begin{aligned} \alpha_{T-1}(V_{T-1}) &= C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta} \alpha_T(V_T) \\ &= C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta} C_T(V_{T+1}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

– para  $t=T-2$ :

$$\begin{aligned} \alpha_{T-2}(V_{T-2}) &= C_{T-2}(V_{T-1}) + \frac{1}{\beta} \alpha_{T-1}(V_{T-1}) \\ &= C_{T-2}(V_{T-1}) + \frac{1}{\beta} \left( C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta} C_T(V_{T+1}) \right) \\ &= C_{T-2}(V_{T-1}) + \frac{1}{\beta} C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta^2} C_T(V_{T+1}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

– para  $t=T-3$ :

$$\begin{aligned} \alpha_{T-3}(V_{T-3}) &= C_{T-3}(V_{T-2}) + \frac{1}{\beta} \alpha_{T-2}(V_{T-2}) \\ &= C_{T-3}(V_{T-2}) + \frac{1}{\beta} \left( C_{T-2}(V_{T-1}) + \frac{1}{\beta} C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta^2} C_T(V_{T+1}) \right) \\ &= C_{T-3}(V_{T-2}) + \frac{1}{\beta} C_{T-2}(V_{T-1}) + \frac{1}{\beta^2} C_{T-1}(V_T) + \frac{1}{\beta^3} C_T(V_{T+1}) \end{aligned} \quad (2.15)$$

– para  $t=1$ :

$$\begin{aligned}
\alpha_1(V_1) &= C_1(V_2) + \frac{1}{\beta} \alpha_2(V_2) \\
&= C_1(V_2) + \frac{1}{\beta} C_2(V_3) + \dots + \frac{1}{\beta^{t-1}} C_t(V_{t+1}) \\
&= \sum_{i=1}^T \frac{1}{\beta^{i-1}} C_i(V_{i+1})
\end{aligned} \tag{2.16}$$

onde:

$$C_t(V_{t+1}) = C_t(U_t) = \text{Min} \sum_{j=1}^J C_j(G_t(j)) \tag{2.17}$$

A expressão recursiva genérica, equivalente à equação (2.11), que fornece o valor esperado total e atualizado do custo de operação do estágio  $t'$  até o final do período de planejamento, para um número  $NS$  de subsistemas e para o único cenário hidrológico a ser analisado, é definida por:

$$\alpha_{t'}(V_{t'}) = \text{Min} \sum_{i=t'}^T \frac{1}{(1 + \beta^{t-t'})} C_i \tag{2.18}$$

Logo, o problema de PL completo capaz de minimizar de forma determinística o custo de operação ao longo do horizonte de estudo é formulado da seguinte forma:

$$\alpha_1(V_1) = \text{Min} \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1 + \beta)^{i-1}} C_i = \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1 + \beta)^{i-1}} \left( \sum_{j=1}^J C_j(G_i(j)) \right) \tag{2.19}$$

sujeito a

*Equações de Balanço Hídrico:*

$$\begin{aligned}
EA_{t+1}(i) + U_t(i) + EV_t(i) &= EA_t(i) + EAF_t(i) && \text{para } i = 1, \dots, NS \\
&&& \text{para } t = 1, \dots, T
\end{aligned} \tag{2.20}$$

*Equações de Atendimento à Demanda:*

$$\begin{aligned}
U_t(i) + \sum_{j=1}^{J_t} G_t(j) + \sum_{r \in \Omega_t} (f_t(r,i) - f_t(i,r)) &= D_t(i) && \text{para } i = 1, \dots, NS \\
&&& \text{para } t = 1, \dots, T
\end{aligned} \tag{2.21}$$

*Limites de Armazenamento:*

$$\underline{EA}_{t+1}(i) \leq EA_{t+1}(i) \leq \overline{EA}_{t+1}(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

*Limites nos Turbinamentos:*

$$\underline{U}_t(i) \leq U_t(i) \leq \overline{U}_t(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (2.23)$$

*Limites na Geração Térmica:*

$$\underline{G}_t(j) \leq G_t(j) \leq \overline{G}_t(j) \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

*Limites na Capacidade de Intercâmbio:*

$$f_t(i,r) \leq \overline{f}_t(i,r) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad \text{para } r = 1, \dots, NS \\ \text{para } t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

Neste problema estão representadas as restrições operativas de cada estágio. Além disso, para cada estágio, os CMOs dos subsistemas são as variáveis duais associadas às restrições de atendimento à demanda (2.21) e os VAs são as variáveis duais associadas às equações de balanço hídrico (2.20).

É importante ressaltar que a solução do problema de PL (2.19) não requer a caracterização analítica da FCF. No entanto, neste caso, a FCF pode ser calculada, com um esforço computacional razoável, resolvendo-se o problema de PL para outros níveis iniciais de armazenamento, um para cada ponto desejado da curva. Valores intermediários podem ser obtidos por interpolação. Vale lembrar, ainda, que um ponto da FCF de cada estágio é obtido na resolução do problema. Assim, as FCFs de todos os estágios são construídas no mesmo processo.

O processo é semelhante ao da programação dinâmica dual, descrito na seção anterior. Neste caso, porém, um único problema de PL contempla todos os estágios, uma vez que as afluências futuras são previamente determinadas. Assim, resolve-se o problema de PL, para um dado nível de armazenamento inicial, obtendo-se como solução ótima o custo futuro esperado total ao longo do período ( $\alpha_t^*$ ) associado a este nível. Logo, escolhem-se tantos valores de volumes iniciais quanto for a precisão desejada para a FCF. O custo futuro esperado para os outros estágios, associado ao seu respectivo nível ótimo, pode ser obtido a partir da equação (2.18).

A partir do vetor de multiplicadores simplex associado ao conjunto de restrições (2.20) pode-se, ainda, obter uma aproximação da FCF através da linearização do seu valor ao redor do estado inicial. Pode-se escrever:

$$\frac{\partial \alpha_t}{\partial EA_t(i)} = \pi_t(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

onde cada derivada parcial é o VA do subsistema  $i$ .

A formulação através da PL apresentada anteriormente não está contemplando as características estocásticas do problema de planejamento da operação energética. Logo, uma alternativa de solução, para o problema modelado de forma integrada, incorporando também as incertezas associadas à operação, consistiria em utilizar a teoria dos conjuntos nebulosos para definir os conjuntos das afluências e demandas de forma possibilística, conforme será mostrado no capítulo IV. Será visto que, desta forma, o problema pode ser formulado como um único e simples problema padrão de PL capaz de retratar fielmente a imprecisão das ocorrências futuras, sem implicar em um gasto computacional significativo.

No próximo capítulo são apresentadas as definições fundamentais da teoria dos conjuntos nebulosos, a modelagem do processo de decisão usando essa teoria e uma aplicação clássica ao problema de otimização com múltiplos objetivos.

# Capítulo III

## Teoria dos Conjuntos Nebulosos

### III.1 Introdução

As previsões sobre as condições de atendimento de sistemas de energia elétrica dependem da irregularidade das vazões naturais afluentes, que variam sazonalmente e regionalmente, das incertezas nas previsões de mercado, da indisponibilidade de equipamentos e de eventuais atrasos nos cronogramas de obras de geração e transmissão, dentre outros. Assim, o principal elemento decisor na escolha da estratégia de operação é o planejador/operador, fazendo uso de seus conhecimentos especializados. Desta forma, a operação de sistemas de energia elétrica constitui em sua natureza um sistema humanístico, isto é, um sistema onde o ser humano representa um papel importante em seu desempenho.

A característica mais evidente de um sistema humanístico é a existência de um alto grau de complexidade nas inter-relações de seus elementos constituintes. Observa-se que as técnicas quantitativas tradicionais de análise de sistemas, baseadas em equações integro-diferenciais, não são adequadas para o tratamento de sistemas de alta complexidade (Zadeh, 1973). A base teórica para este fato é o Princípio da Incompatibilidade, segundo o qual a capacidade de obter informações precisas e relevantes sobre a conduta do sistema diminui a medida que a complexidade deste sistema aumenta. No entanto, é indiscutível a capacidade inerente ao processo do pensamento humano de sumarizar informações, ou seja, a habilidade de extrair, a partir de uma massa de dados, aqueles que são relevantes à execução de alguma determinada tarefa, como, por exemplo, operar um sistema de energia elétrica.

A teoria dos conjuntos nebulosos proposta por Zadeh (1965) está baseada na premissa de que os elementos principais do pensamento humano são símbolos do tipo nebuloso, ou seja, classe de objeto nos quais a transição entre a pertinência e a não

pertinência é gradual. O princípio básico da abordagem imprecisa pode ser ilustrado através de um exemplo voltado para a análise das condições de atendimento ao mercado de energia elétrica.

A análise das condições de atendimento deve ser feita levando-se em consideração o risco de não atendimento à carga. Este risco, associado a cada período de tempo, é calculado a partir de diversas simulações operativas do sistema, utilizando-se, para tanto, um grande número de cenários hidrológicos. As séries de vazões afluentes destes cenários são tomadas do registro histórico, ou são produzidas por um modelo estocástico. Desta forma, o risco de déficit é obtido através da relação entre o número de séries hidrológicas com déficit num período e o número total de séries analisadas.

Assim, considerando um cenário para o qual a série de energia afluyente, necessária para suprir a demanda, seria de 100 unidades, uma série com 99 unidades de energia resultaria em déficit quando outra com 101 unidades (praticamente idêntica à anterior) seria suficiente. No primeiro cenário hidrológico (99), apesar do déficit observado ser de pequena magnitude (uma unidade da energia), a série de energia afluyente seria colocada no conjunto das séries críticas (séries com déficit). Vale ressaltar que a repetição freqüente de séries como esta elevaria a probabilidade de cortes de carga preventivos (associados ao primeiro patamar da função custo do déficit). Conseqüentemente, não haveria uma sinalização adequada de risco de qualquer déficit por parte do planejador. Neste caso (dois possíveis cenários com iguais chances de ocorrência), a análise tradicional (crisp) concluiria que o risco de qualquer déficit é de 50%.

A lógica nebulosa (fuzzy) discordaria desta análise. Enquanto que, pela teoria clássica, um elemento pertence ou não a um conjunto, a teoria imprecisa admite que um elemento possa pertencer a um conjunto com um grau de pertinência igual a  $x$ . Este conceito permite assim dizer que a série de energia afluyente correspondente ao primeiro cenário (99) pertence ao conjunto das séries críticas com um grau de 0,01 (1/100 não atendido); analogamente, à correspondente ao segundo cenário (101) pertence ao conjunto das séries críticas com um grau de pertinência igual a 0 (inversamente, a série pertenceria ao conjunto das não críticas com grau de pertinência 1). Nesta análise, as condições de atendimento seriam consideradas satisfatórias, com um grau de exposição de apenas 0,005  $((0,01+0)/2)$ . Assim, a teoria de conjuntos nebulosos permite muitas vezes estabelecer uma relação mais precisa entre um elemento e um conjunto do que a teoria clássica.

A teoria dos conjuntos nebulosos vem sendo desenvolvida há bastante tempo (Zadeh, 1965) e sua formalização é apresentada em diversas publicações (Bellmann; Zadeh, 1970; Jones et al., 1986; Kaufmann; Gupta, 1988; Zadeh, 1973; Zimmermann, 1996). Este capítulo apresenta a teoria básica dos conjuntos nebulosos e algumas derivações, enfoca sua utilização na modelagem de processos de decisão e expõe uma aplicação clássica em problemas de otimização linear.

## III.2 Conceitos Básicos

Seja  $X$  um espaço de objetos onde um elemento genérico de  $X$  é denotado por  $x$ . O conjunto  $X = \{x\}$  é conhecido como universo de discurso. Um conjunto nebuloso  $A$  em um universo de discurso  $X$  é caracterizado por uma função de pertinência  $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$  que associa a cada elemento  $x$  em  $X$  um número escalar  $\mu_A$  no intervalo  $[0, 1]$  representando o grau de pertinência de  $x$  em  $A$ . Assim, o conjunto nebuloso  $A$  em  $X$  pode ser representado como um conjunto de pares ordenados:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in X \text{ e } \mu_A(x) \in [0, 1]\} \quad (3.1)$$

A teoria dos conjuntos nebulosos é uma extensão da teoria clássica dos conjuntos, tendo como diferença básica o fato de não somente considerar uma pertinência inteira (booleana), mas considerar pertinências contínuas no intervalo  $[0, 1]$ . Desta forma, um elemento  $x$ , do universo de discurso  $X$ , pode pertencer a um conjunto nebuloso  $A \subset X$  com um grau de pertinência  $\mu_A(x)$  tal que  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ . Um conjunto clássico é caracterizado por uma função de pertinência, conhecida como função característica, que admite somente dois valores  $\{0, 1\}$ .

Um conceito importante da teoria dos conjuntos nebulosos é aquele referente aos conjuntos de corte (ordinário). Estes conjuntos são caracterizados pela equação abaixo:

$$A^\alpha = \{x \in X / \mu_A(x) > \alpha\} \quad (3.2)$$

com:

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \cdot A^\alpha \quad (3.3)$$

onde:

- $\cup$  representa a união (entre conjuntos nebulosos);
- $\alpha$  é o nível de corte para um dado conjunto nebuloso, a partir do qual se estabelece o conjunto ordinário de corte (com pertinências 0 ou 1 para os elementos de  $X$ );
- $A^\alpha$  é o conjunto de corte para um dado corte  $\alpha$  (ordinário);
- $A$  é o conjunto nebuloso que originou os conjuntos de corte.

Um conjunto de corte  $A^\alpha$  (para  $\alpha=0$ ) é o suporte de um conjunto nebuloso  $A$ . Em particular, o elemento  $x$  em  $X$  no qual  $\mu_A(x)=0,5$  é chamado de ponto de cruzamento em  $A$ .

A representação de uma variável que apresenta graus de incerteza é efetuada considerando-se a mesma como um conjunto nebuloso. Para o conjunto dos números reais, um número qualquer  $a \in \mathfrak{R}$  (conjunto dos números reais), pode ser representado pela seguinte função de pertinência:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases} \quad (3.4)$$

Um número nebuloso qualquer  $A \subset \mathfrak{R}$ , pode ser definido num intervalo de tolerância  $[i,s]$  de acordo com a seguinte função de pertinência:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < i \\ f(x), & i \leq x \leq s \\ 0, & x > s \end{cases} \quad 0 \leq f(x) \leq 1 \quad (3.5)$$

onde:

- $i$  é o valor inferior do número nebuloso;
- $s$  é o valor superior do número nebuloso;

$f(x)$  é uma função contínua (ou ao menos contínua por partes) definida em  $\mathcal{R}$ , para o intervalo de tolerância  $[i, s]$ .

As figuras 9 e 10 ilustram, respectivamente, as funções de pertinência de um conjunto ordinário e de um conjunto nebuloso no universo de discurso  $X$ .

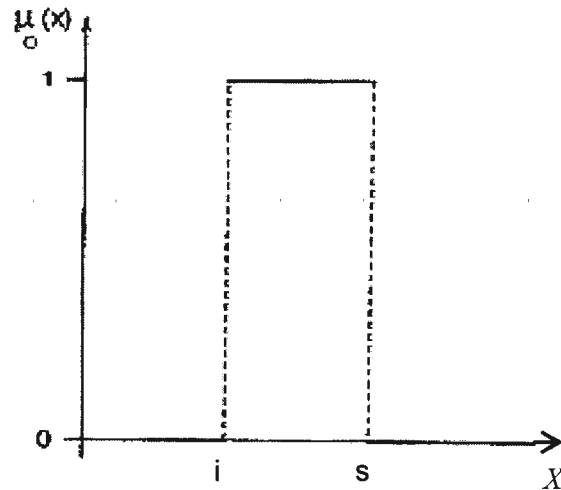


Figura 9 – Função Característica de um Conjunto Ordinário.

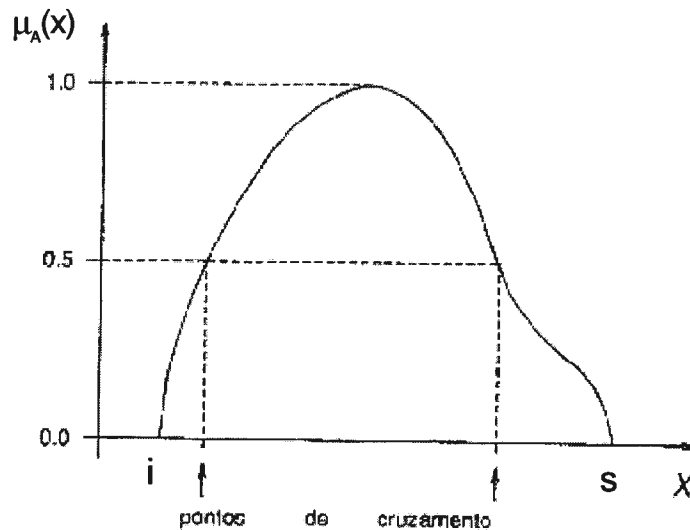


Figura 10 – Função de Pertinência de um Conjunto Nebuloso.

Existem inúmeras maneiras de se representar a função  $f(x)$  para os números nebulosos, entretanto a mais utilizada na representação das variáveis imprecisas é a

dos números nebulosos com função de pertinência triangular (Triangular Fuzzy Numbers – TFN), mostrada na figura 11 a seguir.

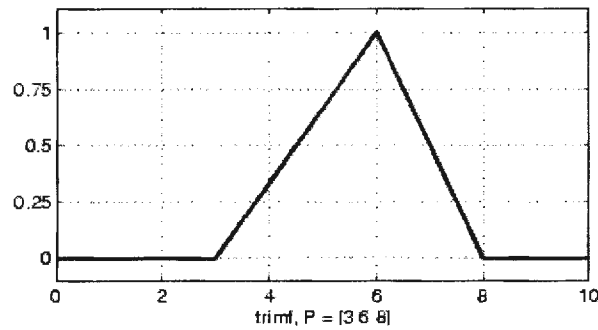


Figura 11 – Função de Pertinência Triangular.

A função de pertinência triangular, ilustrada na figura 11, é uma das mais simples. É possível definir funções de pertinência mais complexas, desde que a complexidade introduzida levar realmente a uma precisão maior. No capítulo IV, as afluições e demandas de energia serão tratadas como TFNs.

O TFN é definido pela terna de números reais  $(i, p, s)$  cuja função de pertinência é dada por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < i \\ \frac{x-i}{p-i}, & i \leq x \leq p \\ \frac{s-x}{s-p}, & p \leq x \leq s \\ 0, & x > s \end{cases} \quad (3.6)$$

onde  $p$  é o valor de maior possibilidade de ocorrência de  $x$  em  $A$ .

Os conjuntos nebulosos são freqüentemente considerados de forma equivocada como uma forma de probabilidade. Embora possam ter valores semelhantes, deve-se ressaltar que os graus de pertinência não são probabilidades. Uma diferença importante é dada pela soma das probabilidades em um universo de discurso, que deve ser igual a 1 (um), fato que nem sempre ocorre com os graus de pertinência. O conceito de conjunto nebuloso é totalmente não estatístico em sua natureza. A incerteza assumida implicitamente pelo raciocínio probabilístico é uma consequência direta do acaso, enquanto que na teoria dos conjuntos nebulosos esta incerteza se

deve à ausência de limites precisos nas classes de objetos no universo de discurso considerado.

Assim como os conjuntos clássicos, os conjuntos nebulosos apresentam propriedades de união, interseção, complemento, dentre outras. Tais propriedades são avaliadas segundo seus graus de pertinência. A seguir são definidas algumas propriedades e operações.

**Identidade** – Dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  em  $X$  são iguais se, e somente se

$$\mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in X \quad (3.7)$$

**Complemento** – O complemento de um conjunto nebuloso  $A$  em  $X$ , denotado por  $\bar{A}$ , é definido pela função de pertinência

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in X \quad (3.8)$$

**União** – A união de dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  em  $X$  resulta em um conjunto nebuloso  $A \cup B$  cuja função de pertinência é definida por

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \quad \forall x \in X \quad (3.9)$$

**Interseção** – A interseção de dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  em  $X$  resulta em um conjunto nebuloso  $A \cap B$  cuja função de pertinência é definida por

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \quad \forall x \in X \quad (3.10)$$

A figura 12 a seguir representa as operações de união, interseção e complemento de dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  em  $X$ .

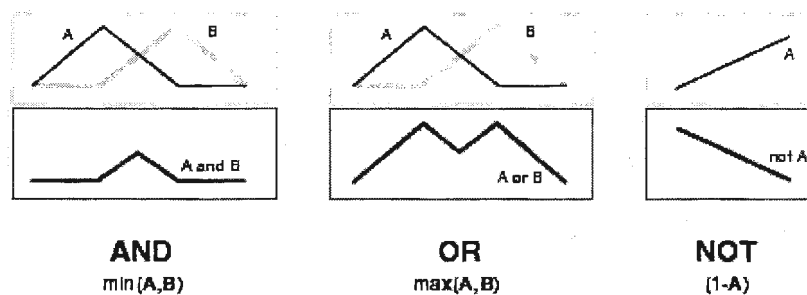


Figura 12 – União, Interseção e Complemento de Conjuntos Nebulosos.

Convexidade – Um conjunto nebuloso  $A$  em  $X$  é convexo se, e somente se,  $\forall x_1, x_2 \in X$  e  $\forall \lambda \in [0, 1]$  tem-se

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2) \quad (3.11)$$

o que significa dizer que os conjuntos clássicos de corte (3.2) são convexos  $\forall \alpha \in [0, 1]$ .

Normalidade – Um conjunto nebuloso  $A$  em  $X$  é normal se, e somente se

$$\max_{x \in X} \mu_A(x) = 1 \quad ..(3.12)$$

As figuras 13 e 14 ilustram, respectivamente, os conceitos de convexidade e de normalidade.

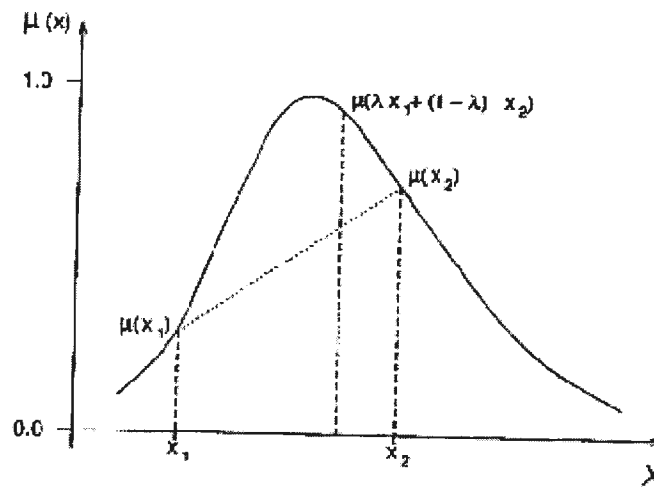


Figura 13 – Conjunto Nebuloso Convexo.

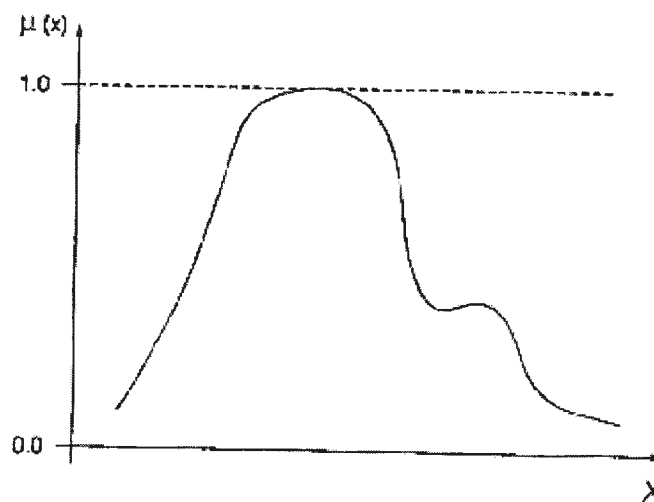


Figura 14 – Conjunto Nebuloso Normal.

Uma propriedade básica dos conjuntos nebulosos convexos é enunciada pelo seguinte teorema:

**Teorema 3.1** – Se dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  são convexos em  $X$ , então sua interseção  $A \cap B$  também é um conjunto nebuloso convexo em  $X$ .

**Convexidade Estrita** – Um conjunto nebuloso  $A$  em  $X$  é estritamente convexo se os conjuntos ordinários de corte  $A^\alpha \forall \alpha \in (0, 1]$  são estritamente convexos, ou seja, o segmento de reta que une quaisquer dois pontos distintos de  $A^\alpha$  pertence completamente a este conjunto  $A^\alpha$ .

**Convexidade Forte** – Um conjunto nebuloso  $A$  em  $X$  é fortemente convexo se  $\forall x_1, x_2 \in X$  e  $\forall \lambda \in (0, 1)$  tem-se

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) > \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2) \quad (3.13)$$

Note-se que convexidade forte não implica em convexidade estrita ou vice-versa. Note-se também que se  $A$  e  $B$  são estritamente (fortemente) convexos, então sua interseção  $A \cap B$  é estritamente (fortemente) convexa.

Seja o conjunto clássico  $\Psi(A) = \{x \in X / \mu_A(x) = \nu\}$  onde  $\nu = \max_{x \in X} \mu_A(x)$ . Este conjunto é referido como o núcleo de  $A$ . Tem-se então as seguintes propriedades:

**Teorema 3.2** – Se  $A$  é um conjunto nebuloso convexo, então seu núcleo é um conjunto convexo em  $X$ .

**Corolário 3.1** – Se  $X \equiv \mathcal{R}$  e  $A$  é um conjunto nebuloso fortemente convexo, então o ponto em que  $\Psi(A)$  é essencialmente atendido é único.

### III.3 Processo de Decisão Nebulosa

A maioria das tomadas de decisão no mundo real são realizadas em um ambiente no qual os objetivos, as restrições e as conseqüentes ações possíveis não são

conhecidos precisamente e isto é bastante aplicado ao problema de otimização da operação de sistemas de energia elétrica.

Para tratar qualitativamente com imprecisão, empregavam-se os conceitos e técnicas de teoria de probabilidades, e mais particularmente, as ferramentas conhecidas pela teoria de decisão, teoria de controle e teoria de informação. Com isso, admitia-se a premissa que imprecisão podia ser equiparada com ao acaso (aleatoriedade) independente de sua natureza (Bellmann; Zadeh, 1970).

Por tomada de decisão nebulosa entende-se o processo de decisão no qual os objetivos e as restrições são imprecisos em natureza, o mesmo não ocorrendo necessariamente com o sistema sob controle. Em outras palavras, as metas e os recursos constituem conjuntos de objetos cujos limites, os quais separam os objetos que pertencem a um conjunto daqueles que não pertencem, não são precisamente definidos. No entanto, as variáveis de decisão, ou controle, são determinísticas.

Uma exposição geral das aplicações da teoria dos conjuntos nebulosos em problemas de tomada de decisão pode ser encontrada em Momoh e Tomsovic (1995). Esta seção apresenta uma abordagem nebulosa aplicada ao problema de decisão com restrições (Bellmann; Zadeh, 1970).

Na abordagem tradicional do problema de tomada de decisão, o processo engloba um conjunto de alternativas, um conjunto de restrições sobre a escolha entre diferentes alternativas, e uma função de preferência que ordena as alternativas segundo suas qualidades.

Bellmann e Zadeh (1970) introduziram três conceitos básicos: objetivo nebuloso, restrição nebulosa e decisão nebulosa, na aplicação dos processos de decisão na presença de incertezas, cuja característica principal é a simetria entre objetivos e restrições. A função objetivo nebulosa e as restrições nebulosas são caracterizadas por suas funções de pertinência. A meta é satisfazer tanto os objetivos quanto as restrições. A decisão nebulosa pode ser definida quando se deseja que tanto o objetivo nebuloso quanto a restrição nebulosa sejam satisfeitos simultaneamente. Desta forma, a decisão nebulosa corresponde à interseção dos objetivos e restrições, definida em termos das respectivas funções de pertinência.

Considerando a similaridade existente entre objetivos e restrições, explícita na abordagem através de conjuntos nebulosos, torna-se possível a aplicação relativamente simples do conceito de decisão. Seja  $X=\{x\}$  o universo de discurso formado pelo conjunto das alternativas possíveis, que contém a solução de um problema de tomada de decisão. Um objetivo nebuloso  $O$  é um conjunto nebuloso em  $X$  caracterizado por sua função de pertinência  $\mu_O: X \rightarrow [0, 1]$ . Por sua vez, uma restrição nebulosa  $R$  é um conjunto nebuloso em  $X$  caracterizado por sua função de pertinência  $\mu_R: X \rightarrow [0, 1]$ . A decisão nebulosa  $D$ , ilustrada na figura 15, representa a satisfação do objetivo nebuloso  $O$  e da restrição nebulosa  $R$ . Note-se que, pelo Teorema 3.1, se  $O$  e  $R$  são conjuntos nebulosos convexos então  $D$  é convexo. Assim,  $D$  é o conjunto nebuloso em  $X$  tal que

$$D = O \cap R \tag{3.14}$$

e é caracterizado pela sua função de pertinência, dada por

$$\mu_D = \min\{\mu_O(x), \mu_R(x)\} = \mu_O(x) \wedge \mu_R(x), x \in X \tag{3.15}$$

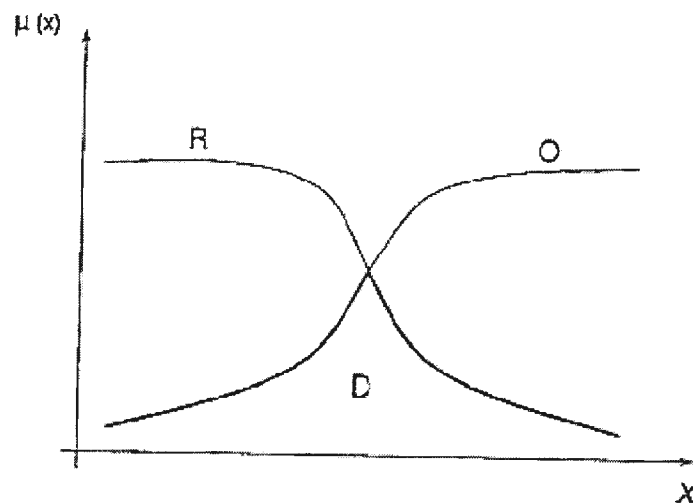


Figura 15 – Decisão Nebulosa ( $D = O \cap R$ ).

Generalizando, a decisão nebulosa para  $m$  objetivos nebulosos  $O_1, \dots, O_m$  e  $n$  restrições nebulosas  $R_1, \dots, R_n$ , será o conjunto nebuloso em  $X$  definido por:

$$D = O_1 \cap O_2 \cap \dots \cap O_m \cap R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n \tag{3.16}$$

o que em termos da função de pertinência significa:

$$\mu_D = \min\{\mu_{O1}(x), \mu_{O2}(x), \dots, \mu_{Om}(x), \mu_{R1}(x), \mu_{R2}(x), \dots, \mu_{Rn}(x)\}, x \in X \quad (3.17)$$

Na definição acima, observa-se que os objetivos e as restrições têm igual participação na expressão da decisão. Nesta formulação, ambos os conceitos de objetivo e restrição, definidos como conjuntos nebulosos no espaço das alternativas, exercem papéis idênticos.

Em contraste, no enfoque tradicional de tomada de decisão, o conjunto de restrições é definido como um conjunto ordinário no espaço das alternativas, enquanto que as funções objetivo mapeiam as alternativas em um outro espaço. Neste processo, a solução do problema é obtida do ordenamento imposto pelo conjunto das funções objetivo, também chamadas de funções de utilidade multi-atributo.

Por sua vez, no processo de decisão nebulosa, a ordenação é ditada pela forma adotada para as funções de pertinência das restrições e dos objetivos, ainda que não apareça uma função utilidade explícita.

É importante notar ainda que o conceito de interseção reflete a interpretação humana do termo lingüístico “e”. É um tanto arbitrário definir a interseção como uma operação de mínimo (3.17) e caracteriza a ausência de interdependência (Bellmann; Zadeh, 1970). Em outras palavras, a medida que  $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$ ,  $x \in X$ , a interseção entre os dois conjuntos nebulosos  $A$  e  $B$  independe do valor da função de pertinência de  $A$ . O conceito de decisão pode ser interpretado, de forma mais abrangente, como uma confluência de objetivos e restrições e o termo confluência adquire o significado matemático mais conveniente ao tipo de modelo de tomada de decisão adotado.

Uma vez definida a decisão nebulosa, é preciso avaliar este conjunto de tal forma a poder fornecer as alternativas de solução para o problema. A maioria dos casos é resolvida através de soluções do tipo nebuloso, mas há aqueles em que a decisão final a ser tomada deve ser bem definida, e, portanto, não-nebulosa. Um modo de avaliar a decisão nebulosa  $D$  é dividir o seu suporte em conjuntos nebulosos ordinários sobre o universo de discurso  $X$ :

$$D^\alpha = \{x \in X / \mu_D(x) \geq \alpha\} \quad (3.18)$$

Desta forma, cada nível  $\alpha$  fornece o grau de satisfação da alternativa  $x \in D^\alpha$  em relação ao conjunto nebuloso decisão. Se adotarmos como solução as alternativas com grau de satisfação máximo em  $D$ , ou seja:

$$\psi = \max_{x \in X} \mu_D(x) \quad (3.19)$$

Então:

$$\Psi(D) \equiv D^\psi = \{x \in X / \mu_D(x) = \psi\} \quad (3.20)$$

onde  $\Psi(D)$  é o conjunto solução, conhecido como decisão ótima, e a alternativa  $x \in \Psi(D)$  é chamada decisão maximizante.

Além dos índices tradicionais de desempenho, os modelos imprecisos fornecem um índice útil na avaliação da qualidade do sistema: o seu grau de robustez  $\alpha$  ou o complemento, o grau de exposição ou fragilidade.

Por enquanto, foram consideradas apenas situações nas quais objetivos e restrições são conjuntos nebulosos definidos sobre um mesmo universo de discurso. Em geral, objetivos e restrições são definidos sobre diferentes espaços. Especificamente, é definido  $f: X \rightarrow Y$  um mapeamento de  $X = \{x\}$  o espaço das decisões (causa), em  $Y = \{y\}$  o espaço dos objetivos (efeito).

Suponhamos que os  $m$  objetivos  $\bar{O}_1, \dots, \bar{O}_m$  são conjuntos nebulosos em  $Y$ , enquanto que as  $n$  restrições  $R_1, \dots, R_n$  são conjuntos nebulosos em  $X$ . Então, dado um objetivo nebuloso  $\bar{O}_i$  em  $Y$ , podemos prontamente construir um conjunto nebuloso  $O_i$  em  $X$  que induz  $\bar{O}_i$  em  $Y$ <sup>1</sup>. A função de pertinência de  $O_i$  é dada por:

$$\mu_{O_i}(x) = \mu_{\bar{O}_i}(y) ; y = f(x) ; i = 1, \dots, m \quad (3.21)$$

---

<sup>1</sup> O procedimento é baseado no princípio da extensão. Este princípio é uma identidade básica que permite a extensão do domínio da definição de um mapeamento ou relação, partindo dos pontos no universo de discurso, em direção aos subconjuntos nebulosos neste universo.

o que reduz o problema ao caso dos conjuntos nebulosos definidos em um mesmo universo de discurso. Assim, o processo de decisão pode ser formulado por (3.17)-(3.20).

### III.4 Programação Linear Nebulosa

A programação linear nebulosa pode ser considerada uma importante área da otimização multi-objetiva na presença de incertezas, quando existe uma equivalência entre decisão nebulosa com funções de pertinência linear e problema de programação linear. A maior parte das aplicações da teoria dos conjuntos nebulosos ao problema de otimização da operação de sistemas de energia elétrica tem sido baseada na programação matemática linear nebulosa proposta por Zimmermann (Jones et al., 1986; Zimmermann, 1996). Este método aplica a metodologia de decisão em ambiente nebuloso, conforme seção III.3, ao problema de programação linear. Neste modelo, objetivos e restrições são representados por funções lineares das variáveis de decisão. Assim, pode-se formular matematicamente o problema como:

$$\begin{aligned} & \text{Min } Cx \\ & \text{s.a. } Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.22}$$

onde cada linha de  $C \in \mathcal{R}^{1 \times n}$  representa os coeficientes de uma função linear.  $A \in \mathcal{R}^{m \times n}$  e  $b \in \mathcal{R}^m$ . As restrições em (3.22) definem a região de factibilidade no espaço das decisões, ou seja:

$$X = \{x \in \mathcal{R}^n \mid Ax \leq b \text{ e } x \geq 0\} \tag{3.23}$$

Seja  $y \in \mathcal{R}^1$  um vetor de níveis de aspiração no sentido de que qualquer decisão  $x \in X$  tal que  $Cx \leq y$  resolve o problema de otimização. Então se pode reescrever (3.22) como

$$\text{Encontre } x \text{ tal que } \begin{cases} Cx \leq y \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Em um ambiente nebuloso, objetivos (metas) e restrições (recursos) são entidades nebulosas que não são definidas de forma rígida e precisa. Assim, o modelo básico para a programação linear nebulosa é:

$$\text{Encontre } x \text{ tal que } \begin{cases} Cx \lesseqgtr y \\ Ax \lesseqgtr b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

onde  $\lesseqgtr$  significa essencialmente menor que ou igual a. O símbolo denota a versão nebulosa da inequação  $\leq$ . Observe-se que  $x$  continua sendo uma variável de decisão precisa. O modelo (3.25) caracteriza-se pela simetria conceitual entre objetivos e restrições.

Define-se

$$B = \begin{bmatrix} C \\ A \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

sendo  $B^i$  a  $i$ -ésima linha de  $B$ ; e

$$d = \begin{bmatrix} y \\ b \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

sendo  $d_i$  a  $i$ -ésima componente de  $d$ .

Então, pode-se reescrever (3.25) em uma forma mais compacta;

$$\text{Encontre } x \text{ tal que } \begin{cases} Bx \lesseqgtr d \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Cada linha  $i = 1, 2, \dots, r = p+m$  de  $B$  pode ser representada por sua função de pertinência  $\mu_i(B^i x)$ . Conforme a equação (3.17), a decisão em um ambiente nebuloso pode ser representada por:

$$\mu_D(Bx) = \min\{\mu_i(B^i x)\} \quad x \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (3.29)$$

Pelas equações (3.19) e (3.20), a decisão ótima correspondente é:

$$\max_{x \geq 0} \min_{i=1, \dots, r} \{\mu_i(B^i x)\} = \max_{x \geq 0} \mu_D(Bx) \quad (3.30)$$

As funções de pertinência devem possuir as seguintes propriedades:

- a)  $\mu_i(B^i x) = 0$       se       $B^i x \geq d_i + \delta_i$ ;
- b)  $0 < \mu_i(B^i x) < 1$       se       $d_i < B^i x < d_i + \delta_i$ ; e
- c)  $\mu_i(B^i x) = 1$       se       $B^i x \leq d_i$

para  $i = 1, \dots, r$ , onde  $\delta_i$  é o intervalo de tolerância para a  $i$ -ésima restrição nebulosa  $B^i x \leq d_i$ .

Utilizando o tipo mais simples de função de pertinência, ou seja, assume-se que ela varia linearmente sobre o intervalo de tolerância, tem-se:

$$\mu_i(B^i x) = \begin{cases} 0 & \text{se } B^i x \geq d_i + \delta_i, \\ 1 - \frac{B^i x - d_i}{\delta_i} & \text{se } d_i < B^i x < d_i + \delta_i, \\ 1 & \text{se } B^i x \leq d_i, \end{cases} \quad (3.31)$$

onde cada  $\delta_i$  é uma constante escolhida subjetivamente expressando o limite da violação admissível da  $i$ -ésima inequação. Se a  $i$ -ésima restrição  $B^i x$  for satisfeita a  $i$ -ésima função de pertinência  $\mu_i(B^i x)$  deve ser 1. Se a  $i$ -ésima restrição  $B^i x$  for violada além do seu limite  $\delta_i$  a  $i$ -ésima função de pertinência  $\mu_i(B^i x)$  deve ser 0. Esta função pode ser ilustrada através da figura 16 que segue:

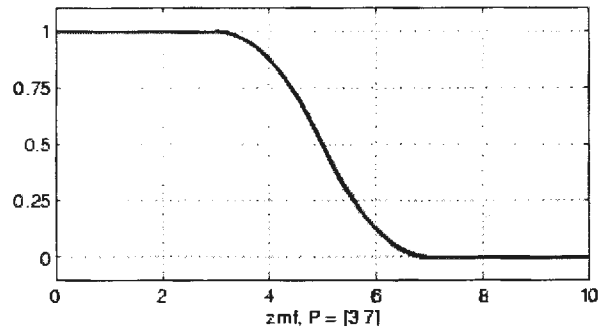


Figura 16 – Função de Pertinência de formato Z.

Sejam

$$\bar{d}_i = \frac{d_i}{\delta_i} \quad (3.32)$$

$$\bar{B}^i = \frac{B^i}{\delta_i} \quad (3.33)$$

Substituindo (3.31) em (3.30) e considerando (3.32) e (3.33), tem-se:

$$\max_{x \geq 0} \min_{i=1, \dots, r} \{ \bar{d}_i - \bar{B}^i x \} \quad (3.34)$$

onde se suprime o 1 (um) da formulação (3.31) devido à propriedade do complemento.

Introduzindo a variável  $\psi$ , correspondendo ao grau de pertinência da decisão nebulosa (3.29), obtém-se o seguinte problema de programação linear:

*Max*  $\psi$

*sujeito a*

$$\begin{aligned} \psi &\leq \bar{d}_i - \bar{B}^i x \\ 0 &\leq \psi \leq 1 \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

A formulação (3.35) é equivalente ao problema de decisão (3.34) no sentido de que se a solução do problema acima é  $(\psi^*, x^*)$ , então  $x^*$  resolve (3.29), ou seja,  $x^*$  é a decisão maximizante.

No capítulo IV a seguir, procede-se à apresentação da metodologia nebulosa proposta para solucionar o problema da operação de um sistema hidrotérmico.

## Capítulo IV

# Aplicação da Programação Linear Nebulosa ao Problema do Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo

### IV.1 Introdução

Na seção II.3.4 do Capítulo II, o problema de planejamento da operação foi formulado como um problema de otimização com restrições. No entanto, existem não-linearidades implícitas ao problema decorrentes das funções de custos de operação das usinas térmicas e de produção de energia das usinas hidroelétricas. Com o intuito de linearizar o problema, são usadas duas aproximações freqüentemente adotadas em estudos de médio prazo. A primeira consiste em aproximar a função custo de geração térmica por segmentos lineares (como foi mostrado na figura 8). A segunda considera a produtividade da usina hidrelétrica constante e igual a valores médios.

As equações de balanço hídrico (2.22) e de atendimento à demanda (2.23) mostram que, para resolver o problema, é necessário que haja o conhecimento prévio das afluências e das demandas de energia que ocorrerão no sistema a cada estágio. No entanto, apenas no caso do planejamento da operação de curto prazo é que se pode aceitar estas previsões como conhecidas. A previsão das demandas e das afluências futuras depende de fatores complexos, tais como o comportamento dos consumidores, as condições meteorológicas, dentre outros. Por conseguinte, podem haver erros ou imprecisões relevantes nestes valores.

Assim, o processo de produzir energia elétrica a um custo mínimo, atendendo às restrições de atendimento da carga e de capacidade hidráulica do sistema, é complexo e não determinístico. Uma abordagem nebulosa, ao invés da estocástica, é proposta

como uma alternativa para resolver o problema, levando em consideração as imprecisões nas demandas de energia e nas afluências incrementais.

O problema pode ser reescrito na forma padrão.

$$\text{Min } \alpha_1 = c u \quad (4.1)$$

sujeito a

$$Au \geq b \quad (4.2)$$

$$u \geq 0 \quad (4.3)$$

onde

$\alpha_1$	função objetivo;
$u = [u_1, \dots, u_n]^T$	vetor das variáveis de decisão;
$c = [c_1, \dots, c_n]$	vetor dos coeficientes da função objetivo;
$b = [b_1, \dots, b_n]^T$	vetor das restrições;
$A = [a_{ij}]$	matriz dos coeficientes tecnológicos das variáveis de decisão.

Na programação linear convencional, os parâmetros  $A$ ,  $b$  e  $c$  possuem valores precisos. Na programação linear nebulosa, a função objetivo e as restrições do problema clássico são remodeladas em termos dos conjuntos nebulosos e substituídos por restrições nebulosas.

## IV.2 A Modelagem Imprecisa

Em um problema de programação linear nebulosa, a função objetivo e as restrições são modeladas como conjuntos nebulosos. Estes se caracterizam por suas funções de pertinência. Assim, a decisão nebulosa corresponde à interseção destes conjuntos, sendo definida por estas funções de pertinência.

Um modelo linear nebuloso será desenvolvido para o problema de planejamento da operação. A abordagem através dos conjuntos nebulosos foi escolhida por ser capaz de fornecer uma solução de um modelo que lide com as imprecisões inerentes ao problema na prática.

Neste modelo, as equações de atendimento à demanda e de balanço hídrico são tratadas como restrições nebulosas, pois contêm demandas e afluências imprecisas. Usa-se uma função objetivo nebulosa caracterizada em termos de um conjunto nebuloso  $\tilde{C}$  relacionado ao custo de operação  $C$ . Sendo o objetivo do problema minimizar o custo de operação, podemos definir uma função de pertinência para o conjunto  $\tilde{C}$  de forma que quanto maior o custo, menor o grau de pertinência. Desta forma, obtém-se uma solução com custo de operação baixo mantendo o grau de pertinência o mais alto possível.

O problema de operação inicialmente formulado através das equações (4.1) a (4.3), sob condições de precisão, é reformulado em ambiente nebuloso.

$$\text{Min } \tilde{C} \quad (4.4)$$

sujeito a

$$A\underline{X} \geq \underline{b} \quad (4.5)$$

$$\underline{X} \geq 0 \quad (4.6)$$

onde  $\tilde{C}$  na equação (4.4) é uma função objetivo nebulosa e a equação (4.5) representa as restrições nebulosas. Na abordagem proposta, a função objetivo na equação (4.4) é reescrita como uma restrição nebulosa. Pretende-se assim, manter o custo de operação abaixo de um valor máximo  $C^M$ . Abaixo de  $C^M$ , o valor com um grau de pertinência elevado corresponde a uma solução melhor para aquele objetivo. Então, as equações (4.4) a (4.6) são reescritas a seguir:

Encontre  $X$  tal que

$$B\underline{X} \geq \underline{d} \quad (4.7)$$

$$\underline{X} \geq 0 \quad (4.8)$$

onde

$$B = \begin{pmatrix} -C^I \\ A \end{pmatrix} \text{ e } \underline{d} = \begin{pmatrix} -C^M \\ \underline{b} \end{pmatrix}$$

É importante notar que  $C^M$  indica o maior custo aceitável como valor da função objetivo e é determinado pelos operadores de acordo com suas experiências, utilizando os históricos disponíveis. Vale também ressaltar que a equação (4.7) engloba três restrições nebulosas.

#### ***IV.2.1 Função de Pertinência Associada ao Custo Total de Operação***

A figura 17 representa a função de pertinência  $\mu_{\tilde{C}}$  para a variável nebulosa correspondente ao custo de operação  $C$ , onde  $P_c$  é o grau de tolerância do custo. Nesta figura, para qualquer custo  $C$  menor do que  $C^M - P_c$ , o grau de pertinência é igual a 1. Se  $C$  for maior do que  $C^M - P_c$  e menor do que  $C^M$ , o grau de pertinência decresce linearmente até zero, onde  $C$  é igual a  $C^M$ . O grau de pertinência é zero para qualquer valor de  $C$  superior a  $C^M$ . Note-se que foi adotada uma função de pertinência linear, pois está sendo usada uma abordagem baseada em programação linear.

A função de pertinência  $\mu_{\tilde{C}}$  é dada a seguir:

$$\mu_{\tilde{C}} = \begin{cases} 0 & C \geq C^M \\ \frac{C^M - C}{P_c} & C^M - P_c \leq C < C^M \\ 1 & C < C^M - P_c \end{cases} \quad (4.9)$$

Para um valor dado de geração térmica, o custo  $C$  é calculado através da equação (2.23). Então, a função de pertinência  $\mu_{\tilde{C}}$  pode ser calculada com a equação (4.9).

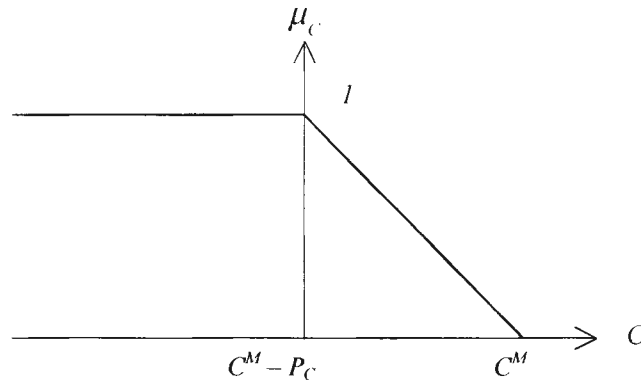


Figura 17 – Função de pertinência para o custo de operação.

#### ***IV.2.2 Funções de Pertinência Associadas às Demandas do Sistema***

Da equação (2.23) de atendimento à demanda, a soma da geração térmica com a geração hidráulica e os intercâmbios de energia deve ser igual à demanda  $D_t(i)$  a cada estágio  $t$ . No problema de planejamento da operação,  $D_t$  representa a demanda futura do estágio  $t$ . Entretanto,  $D_t$  só é obtida por estimação, incorrendo assim em erros de previsão. Como resultado disso, a demanda real ( $D_{t, real}$ ) pode ser escrita como a soma da demanda prevista ( $D_{t, prevista}$ ) e do erro de previsão  $\Delta D_t$ . Em outras palavras, temos a seguinte equação:

$$D_{t, real} = D_{t, prevista} + \Delta D_t \quad (4.10)$$

A demanda  $D_{t, prevista}$  possui um valor preciso enquanto que o erro da previsão  $\Delta D_t$  e a demanda  $D_{t, real}$  são valores imprecisos e representados em termos dos conjuntos nebulosos  $\tilde{\Delta D}_t$  e  $\tilde{D}_{t, real}$ . Com a função de pertinência do conjunto nebuloso  $\tilde{\Delta D}_t$ , podemos determinar a do conjunto nebuloso  $\tilde{D}_{t, real}$  através da equação (4.10). Neste trabalho, para este conjunto, usa-se uma função de pertinência triangular. O grau de pertinência é igual a 1 para todo  $\Delta d=0$ , quando não há erro de previsão observado. Para outros valores de  $\Delta d$ , a função de pertinência decresce com erros de previsão crescentes em valores absolutos. A função de pertinência adotada está ilustrada na figura 18 e é dada a seguir:

$$\mu_{\bar{D}} = \begin{cases} \frac{P_d - \Delta d}{P_d} & 0 \leq \Delta d < P_d \\ \frac{\Delta d + P_d}{P_d} & -P_d < \Delta d \leq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.11)$$

onde

$P_d$  = erro de previsão médio

$\Delta d$  = erro percental na previsão de demanda

$$\begin{aligned} &= \frac{\Delta D_t}{D_{t, prevista}} \times 100\% \\ &= \frac{D_{t, real} - D_{t, prevista}}{D_{t, prevista}} \times 100\% \end{aligned} \quad (4.12)$$

O erro de previsão médio é escolhido com base em dados históricos.<sup>2</sup>

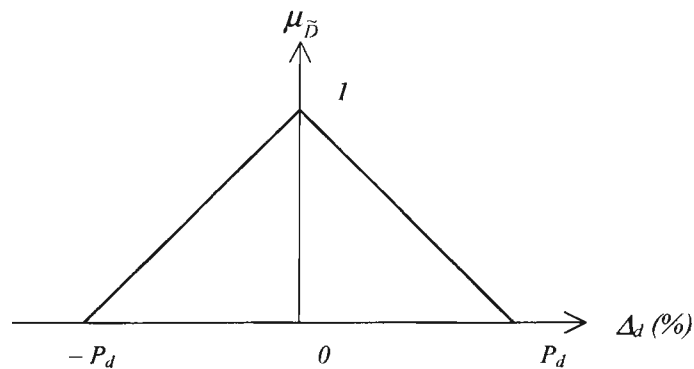


Figura 18 – Função de pertinência para a demanda.

O intervalo de tolerância para  $\Delta d$  é:

$$-P_d \leq \Delta d \leq P_d \quad (4.13)$$

Portanto, o intervalo de tolerância para a demanda real é:

---

<sup>2</sup> Essas funções podem ser obtidas diretamente dos históricos disponíveis ou através da própria experiência do planejador.

$$D_{t,prevista}(1 - P_d) \leq D_{t,real} \leq D_{t,prevista}(1 + P_d) \quad (4.14)$$

Para cada conjunto de demanda  $D_{t,real}(i)$  ( $i=1, \dots, NS; t=1, \dots, T$ ), de acordo com o intervalo de tolerância especificado na equação (4.14), a função de pertinência (relacionada à equação de atendimento à demanda) pode ser calculada através das equações (4.11) e (4.12). Em decorrência, existe um total de  $NS \times T$  funções de pertinência correspondentes às equações de atendimento à demanda.

### ***IV.2.3 Funções de Pertinência Associadas às Afluências aos Reservatórios do Sistema***

A partir da equação (2.20), pode-se reescrever a equação de balanço hídrico nos reservatórios:

$$EA_{t+1}(i) + U_t(i) + EV_t(i) = EA_t(i) + A_t(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, NS \quad (4.15)$$

Como no caso da demanda, também existem erros nos valores previstos para as afluências  $A_t(i)$ . Da mesma forma, uma afluência real  $A_{real}$  é a soma da afluência prevista  $A_{prevista}$  e do erro de previsão  $\Delta A$ , ou seja,

$$A_{atual} = A_{prevista} + \Delta A \quad (4.16)$$

Este erro de previsão também é estimado com base em históricos e experiências anteriores. Tem-se ainda que a previsibilidade do comportamento das afluências é maior no período seco (maio a novembro) do que no úmido (dezembro a abril). Assim, uma função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}$ , como a da figura 19, é usada para representar o conjunto nebuloso  $\tilde{A}_t(i)$ . A função de pertinência é dada por:

$$\mu_{\tilde{A}} = \begin{cases} \frac{P_a - \Delta a}{P_a} & 0 \leq \Delta a < P_a \\ \frac{\Delta a + P_a}{P_a} & -P_a < \Delta a \leq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.17)$$

onde

$P_a =$  erro de previsão médio

$\Delta a =$  erro percental na previsão das afluições

$$\begin{aligned} &= \frac{\Delta A}{A_{previs\tilde{a}}} \times 100\% \\ &= \frac{A_{real} - A_{previs\tilde{a}}}{A_{previs\tilde{a}}} \times 100\% \end{aligned} \quad (4.18)$$

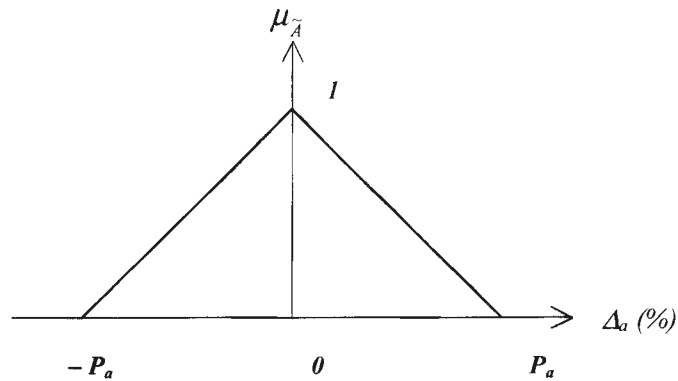


Figura 19 – Função de pertinência para as afluições.

A função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}$  é análoga à função de pertinência  $\mu_{\tilde{D}}$  da figura 18. O intervalo de tolerância para o erro percentual é:

$$-P_a \leq \Delta a \leq P_a \quad (4.19)$$

Assim, o intervalo de tolerância para as afluições é:

$$A_{previs\tilde{a}} (1 - P_a) \leq A_{real} \leq A_{previs\tilde{a}} (1 + P_a) \quad (4.20)$$

Para cada afluição  $A_{t, real}(i)$  ( $i=1, \dots, NS$ ;  $t=1, \dots, T$ ) dentro do intervalo especificado, a função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}_i}$  (relacionada à equação de balanço hídrico na equação 4.15) pode ser calculada através das equações (4.17) e (4.18). O número de funções de pertinência para as equações de balanço hídrico é igual a  $NS \times T$ .

### IV.3 O Algoritmo de Solução

Conhecidas as funções de pertinência das três restrições nebulosas da equação (4.7), procede-se à determinação da solução ótima. Um vetor  $X$  é uma solução factível para o problema de programação linear nebulosa se satisfizer às restrições de não-negatividade (equação 4.6) e aos limites das demandas e afluências, definidos respectivamente nas equações (4.14) e (4.20).

Dentre as diversas soluções factíveis, foi escolhida a que fornece o maior valor à restrição nebulosa definida em (4.7). Podem-se usar funções de pertinência para descrever os graus de satisfação destas restrições relacionadas ao custo de operação, ao atendimento à demanda e ao balanço hídrico. Como o objetivo é atender a estas 3 restrições simultaneamente, usa-se um operador que minimiza a interseção dos conjuntos nebulosos. Em outras palavras, uma função de pertinência global  $\mu_{\tilde{S}}(X)$  de uma decisão nebulosa  $X$  é definida como:

$$\mu_{\tilde{S}}(X) = \text{Min} \left[ \mu_{\tilde{C}}(X), \mu_{\tilde{D}_t}(X) \quad (t = 1, \dots, T), \mu_{\tilde{A}_i}(X) \quad (i = 1, \dots, NS; t = 1, \dots, T) \right] \quad (4.21)$$

Então, para se determinar a solução  $X$ , verifica-se a que possui o maior grau de pertinência  $\mu_{\tilde{S}}(X)$ . Assim, esta solução ótima é obtida através de:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{S}}(X^*) &= \text{Max}_x \mu_{\tilde{S}}(X) \\ &= \text{Max}_x \text{Min} \left[ \mu_{\tilde{C}}(X), \mu_{\tilde{D}_t}(X) \quad (t = 1, \dots, T), \mu_{\tilde{A}_i}(X) \quad (i = 1, \dots, NS; t = 1, \dots, T) \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

Definindo-se  $\psi = \mu_{\tilde{S}}(X)$  e usando  $\mu_i(X)$  para designar  $\mu_{\tilde{C}}(X)$ ,  $\mu_{\tilde{D}_t}(X)$  e  $\mu_{\tilde{A}_i}(X)$ , a equação (4.22) pode ser reescrita na forma padrão do problema de programação linear:

$$\text{Max}_x \psi = \text{Max}_x \text{Min}_i \left[ \mu_i(X) \right] \quad (4.23)$$

*sujeito a*

$$\begin{aligned}
\mu_i(\underline{X}) - \psi &\geq 0 \\
0 \leq \psi &\leq 1 \\
\underline{X} &\geq 0
\end{aligned} \tag{4.24}$$

onde  $\psi \in [0, 1]$  pois todas as funções de pertinência  $\mu_{\tilde{C}}(\underline{X})$ ,  $\mu_{\tilde{D}_i}(\underline{X})$  e  $\mu_{\tilde{A}_i}(\underline{X})$  estão neste intervalo.

A solução ótima das equações (4.23) e (4.24) é o vetor  $(\psi^*, \underline{X}^*)$ , onde  $\underline{X}^*$  é a decisão ótima e  $\psi^*$  a função de pertinência associada a esta decisão. A solução ótima pode ser obtida de maneira eficiente do ponto de vista computacional, resolvendo-se um problema de programação linear.

$$Max \psi \tag{4.25}$$

sujeito a

$$\mu_{\alpha_i} - \psi \geq 0$$

$$\mu_{\Delta a_i}(i) - \psi \geq 0$$

$$\mu_{\Delta d_i}(i) - \psi \geq 0$$

$$0 \leq \psi \leq 1$$

$$\alpha_i(V_1) = \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\beta)^{t-1}} \left( \sum_{j=1}^J C_j(G_t(j)) \right)$$

$$EA_{t+1}(i) - EA_t(i) + U_t(i) + EV_t(i) = EAF_t(i) + \frac{\Delta a_t(i) \times EAF_t(i)}{100}$$

$$U_t(i) + \sum_{j=1}^{J_i} G_t(j) + \sum_{r \in \Omega_i} (f_t(r,i) - f_t(i,r)) = D_t(i) + \frac{\Delta d_t(i) \times D_t(i)}{100}$$

$$\underline{EA}_{t+1}(i) \leq EA_{t+1}(i) \leq \overline{EA}_{t+1}(i)$$

$$\underline{U}_t(i) \leq U_t(i) \leq \overline{U}_t(i)$$

$$\underline{G}_t(j) \leq G_t(j) \leq \overline{G}_t(j)$$

$$f_t(i,r) \leq \overline{f}_t(i,r)$$

para  $\forall t = 1, \dots, T$

*para*  $\forall i = 1, \dots, NS$

*para*  $\forall j = 1, \dots, J$

*para*  $\forall r = 1, \dots, NS$

Pontos das FCFs de cada estágio  $t'$  podem ser calculados através da equação (2.18).

É interessante examinar a interpretação física do problema (4.25). O “grau de viabilidade”  $\psi$  pode ser visto como a “satisfação” do usuário que ficará tão mais satisfeito quanto mais longe a solução obtida estiver do custo máximo admissível ou do limite de disponibilidade de recursos. A função objetivo do problema (4.25) representa, assim, a maximização da mínima satisfação do usuário ao longo das restrições  $i$ .

É importante, entretanto, observar que, embora consistente e elegante, a formulação (4.25) apresenta, na prática, um problema: ao se concentrar na restrição associada à mínima satisfação, todas as satisfações associadas à viabilidade das outras restrições perdem a importância. Esta limitação pode ser superada através da adoção de uma nova função de pertinência: ao invés de tomar a mínima distância do limite ao longo das restrições, será adotada a soma das distâncias ao longo das restrições. A nova função tenta maximizar a soma das satisfações  $\psi_i$  ao longo das restrições.

Uma função também bastante utilizada é a minimização das insatisfações. Tomando a insatisfação  $\nu$  como o negativo da satisfação  $\psi$ . A insatisfação  $\nu$  do usuário é tanto maior quanto os custos associados a cada cenário se distanciam do custo de referência. Em outras palavras, a insatisfação do usuário cresce com o preço da incerteza.

Finalmente, é possível associar a cada satisfação  $\psi_i$  (ou insatisfação) um custo  $c_i$  associado à importância de cada restrição, que penalize mais severamente insatisfações mais críticas.

Observa-se que a variável satisfação  $\psi$  ou insatisfação  $\nu$  não é a mesma para todos os cenários. Isso significa que é possível modelar a busca do ótimo como uma função contínua ao longo dos vários cenários futuros. Isto permite a parametrização das

variáveis de interesse como uma função das variáveis incertas (probabilísticas ou não) sem recorrer a discretizações por cenário.

É importante notar que a representação nebulosa, ao contrário do que o nome pode sugerir, não subtrai qualquer informação relevante dos dados disponíveis. Apenas retrata fielmente a imprecisão dos dados sem tentar associar a cada valor possível uma probabilidade artificial.

É ainda interessante notar que as funções de pertinência podem ser obtidas diretamente através da chamada linguagem natural ao usuário, isto é, através de suas próprias palavras. A idéia é utilizar interfaces gráficas inteligentes para extrair do operador/planejador o dado em estado bruto e, a partir daí, montar as funções matemáticas necessárias. O engenheiro não necessita manipular modelos matemáticos mais sofisticados que nem por isso representam melhor a sua realidade.

A teoria de conjuntos nebulosos foi desenvolvida para uma função de pertinência qualquer. Isto significa que não há, em princípio, nenhum impedimento em sua aplicação a variáveis probabilísticas. Assim como existem operações específicas para o tratamento de incertezas associadas a funções de pertinência triangulares, por exemplo, não há nada que impeça o tratamento de funções normais, exponenciais ou qualquer outra desejada.

# Capítulo V

## Estudos de Caso

### V.1 Caso Teste Simplificado

Para avaliar o potencial da modelagem nebulosa, o algoritmo de solução, apresentado no capítulo IV, é aplicado a um caso exemplo com um sistema hipotético composto por uma usina hidroelétrica e três usinas térmicas. O sistema analisado corresponde ao caso estudo da tese de mestrado de Pereira Jr (2000) que ilustra o uso da programação dinâmica dual determinística na solução do problema. A resolução do mesmo exemplo, a seguir, possibilita a análise comparativa de duas abordagens para a modelagem e solução do problema de planejamento da operação energética: uma tradicional, baseada em decomposição matemática, e outra baseada na teoria dos conjuntos nebulosos.

As características operativas das usinas do caso teste são apresentadas nas tabelas 1 e 2. Admite-se que o reservatório da usina hidrelétrica partiu com uma energia armazenada inicial igual a 570 MWh. O corte de carga é representado por uma térmica fictícia de capacidade de geração infinita com um custo de 50 R\$/MWh. O horizonte de planejamento adotado é de três anos com discretizações anuais. A atualização dos custos futuros é feita através de uma taxa de 10% ao ano.

Tabela 1 – Dados relacionados com a usina hidroelétrica.

ARMAZENAMENTO MÁXIMO (MWh)	ARMAZENAMENTO MÍNIMO (MWh)	TURBINAMENTO MÁXIMO (MWh)
950	190	570

Tabela 2 – Dados relacionados com as usinas térmicas 1, 2 e 3.

TÉRMICA	GERAÇÃO MÁXIMA (MWh)	CUSTO DE OPERAÇÃO (R\$/MWh)
1	100	2
2	150	4
3	200	6

O modelo proposto, nesta tese, considera imprecisões nos valores futuros das afluições ao reservatório da usina hidrelétrica e demandas de energia do sistema. As previsões disponíveis de afluições e demandas anuais são mostradas na tabela 3.

Tabela 3 – Previsões de afluições ao reservatório e demandas por ano.

ANO	AFLUÊNCIA (MWh)	DEMANDA (MWh)
1	475	800
2	285	800
3	142,5	800

Essas imprecisões são modeladas e tratadas através da teoria dos conjuntos nebulosos. Desta forma, os conjuntos nebulosos das afluições e demandas futuras são definidos de forma possibilística através de suas respectivas funções de pertinência. Conforme foi visto no capítulo IV, as afluições e demandas futuras podem ser obtidas dos respectivos erros percentuais das previsões futuras. São consideradas funções de pertinência triangulares cujos parâmetros são obtidos dos históricos disponíveis. Esses parâmetros representam o erro percentual médio de previsão. Assim, a descrição da função de pertinência associada ao conjunto das afluições pode ser descrita da seguinte maneira: “o erro de previsão na afluição deve ser em torno de 0%; com certeza não será menor que -15% ou maior que 15%”. Analogamente, a função de pertinência associada ao conjunto das demandas é triangular com parâmetros de -3%, 0% e 3%. Essas funções são ilustradas nas figuras 20 e 21.

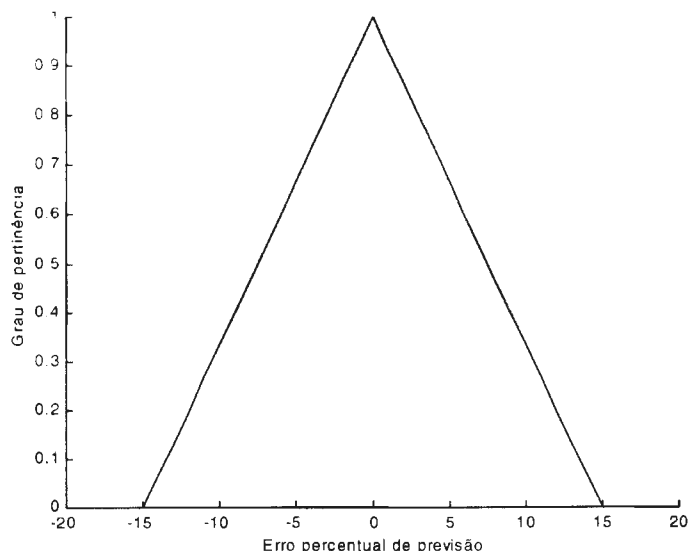


Figura 20 – Função de pertinência para os valores de erro percentual de previsão na afluência.

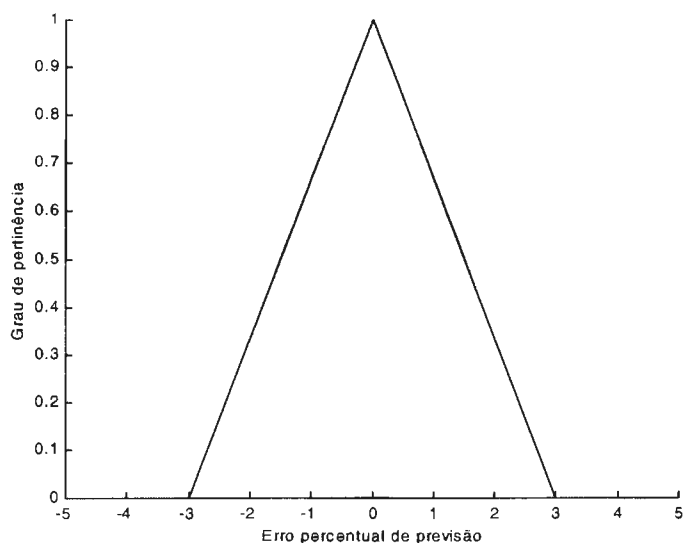


Figura 21 – Função de pertinência para os valores de erro percentual de previsão na demanda.

Em programação linear nebulosa, o custo de operação (função objetivo) também é representado na forma de conjunto nebuloso. Esse custo com certeza não pode ser maior que o valor ótimo encontrado por Pereira Jr (2000) de R\$ 4093,80. Por outro lado, admitiu-se uma tolerância de 0,9% sobre este valor. Logo, o custo é modelado através de uma função de pertinência de formato Z com parâmetros de R\$ 4056,96 e R\$ 4093,80. Essa função é apresentada na figura 22.

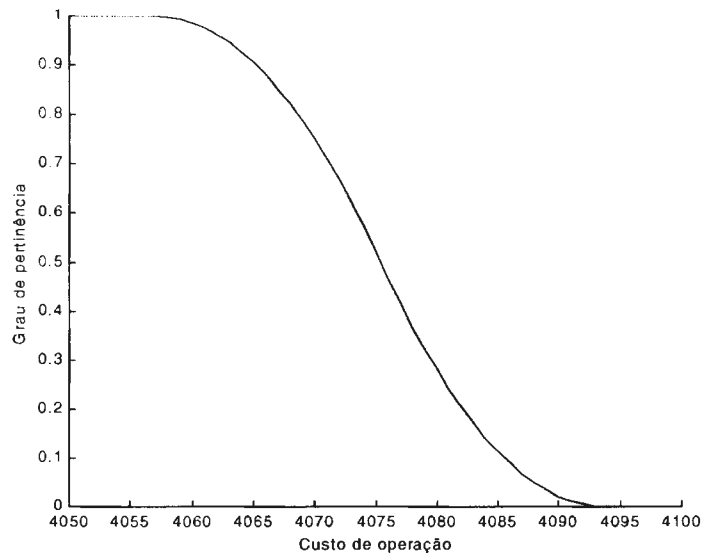


Figura 22 – Função de pertinência para os valores de custo de operação.

Lembrando que a função objetivo do problema de programação linear nebulosa representa a maximização da mínima satisfação do operador ao longo de cada restrição. Assim, o planejador fica tão mais satisfeito quanto mais longe a solução obtida estiver do custo máximo admissível ou dos limites de ocorrência das afluências ou das demandas.

Logo, o problema de programação linear a ser resolvido é dado por:

*Max*  $\psi$

sujeito a

$$\mu_{\alpha_t} - \psi \geq 0$$

$$\mu_{\Delta a_t} - \psi \geq 0$$

$$\mu_{\Delta d_t} - \psi \geq 0$$

$$0 \leq \psi \leq 1$$

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{(1.1)^{i-1}} (2G_{1t} + 4G_{2t} + 6G_{3t} + 50G_{Def_t})$$

$$EA_{t+1} - EA_t + U_t + EV_t = EAF_t + \frac{\Delta a_t \times EAF_t}{100}$$

$$U_t + G_{1t} + G_{2t} + G_{3t} + G_{Def_t} = D_t + \frac{\Delta d_t \times D_t}{100}$$

$$190 \leq EA_t \leq 950$$

$$U_t \leq 570$$

$$G_{1,t} \leq 100$$

$$G_{2,t} \leq 150$$

$$G_{3,t} \leq 200$$

$$\forall t = 1, 2 \text{ e } 3$$

O problema é solucionado com o auxílio do Matlab utilizando o Toolbox Optimization e o Toolbox Fuzzy (vide anexo I). Obtém-se um custo de operação maximizante de R\$ 4061,37 com grau de pertinência de 0,9713. Os valores ótimos do problema são mostrados na tabela 4.

Tabela 4 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa (em MWh).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA_1	GERAÇÃO TÉRMICA_2	GERAÇÃO TÉRMICA_3	DÉFICIT
1	497,73	549,31	0,00	100,00	150,00	0,00	0,00
2	396,20	387,76	0,00	100,00	150,00	161,55	0,00
3	190,00	349,32	0,00	100,00	150,00	200,00	0,00

A tabela 5 apresenta os valores ótimos encontrados por Pereira Jr (2000). Pode-se observar que os despachos são praticamente os mesmos, mas o modelo nebuloso é ordens de grandeza mais eficiente do ponto de vista computacional. O tempo de CPU usado foi de aproximadamente 3 segundos.

Tabela 5 – Resultado da Operação Ótima por Programação Dinâmica Dual Determinística (em MWh).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA_1	GERAÇÃO TÉRMICA_2	GERAÇÃO TÉRMICA_3	DÉFICIT
1	495,00	550,00	0,00	100,00	150,00	0,00	0,00
2	397,50	382,50	0,00	100,00	150,00	167,50	0,00
3	190,00	350,00	0,00	100,00	150,00	200,00	0,00

A tabela 6 apresenta a comparação das demandas e afluências usadas nas duas abordagens. Pode-se observar que os valores anuais utilizados foram diferentes. Na modelagem por programação dinâmica dual determinística, as afluências e demandas futuras são consideradas conhecidas previamente e, portanto, utilizadas diretamente. Não é o caso da modelagem nebulosa que leva em consideração a característica

possibilística do problema – como alternativa à abordagem estocástica – e modifica esses valores de previsão retratando suas imprecisões.

Tabela 6 – Demandas e afluições usadas pelos modelos nebuloso e determinístico (em MWh).

ANO	DEMANDA		AFLUÊNCIA	
	CRISP	FUZZY	CRISP	FUZZY
1	800,00	799,31	475	477,04
2	800,00	799,31	285	286,23
3	800,00	799,31	142,5	143,12

Devido à impossibilidade de se ter um conhecimento preciso das vazões afluentes ao reservatório e da curva de carga do sistema, no instante da tomada de decisão, os estudos de planejamento da operação determinam um valor esperado do custo de operação para as metas de geração resultantes. As afluições e demandas modeladas de forma estocástica ou possibilística são previsões que estão sempre sujeitas a erros. Assim, o custo de operação futuro só é conhecido depois que o planejamento já foi executado. Logo, os custos obtidos são sempre os valores esperados do custo de operação para as afluições e demandas anuais particulares assumidas em cada modelagem. Esses custos não representam de forma alguma os custos de produção futuros.

Comparando os custos de operação obtidos das abordagens determinística e possibilísticas, observa-se que o custo de operação nebuloso (fuzzy) é menor que o tradicional (crisp). A principal razão na diferença dos resultados é que as imprecisões nas afluições e demandas são consideradas na modelagem proposta por programação linear nebulosa. No processo da busca do ponto de operação ótimo, tenta-se reduzir o custo mantendo o seu grau de pertinência o mais alto possível. Então, a redução no custo é obtida tirando proveito das imprecisões nas afluições e demandas com penalização ao não atendimento às demandas e afluições mais prováveis. Esta observação é confirmada pelas diferenças nos valores das afluições e demandas na tabela 6.

O operador representa intuitivamente a imprecisão dos dados através da escolha dos parâmetros das funções de pertinência. Então, é necessário saber as conseqüências que erros percentuais médios de previsão nas afluições e demandas ( $P_{\Delta a}$  e  $P_{\Delta d}$ ) e/ou tolerância sobre o custo ( $P_{\alpha t}$ ) mal definidos podem trazer à solução. A tabela 7

apresenta os resultados da investigação sobre a influência de cada um desses parâmetros no resultado do problema.

Tabela 7 – Custo de operação maximizante ( $\alpha_l$ ) e grau de pertinência correspondente ( $\psi$ ) para diferentes parâmetros das funções de pertinência.

$P_{\alpha_l}$	$P_{\Delta d} = 15\%$				$P_{\Delta d} = 3\%$			
	$P_{\Delta d} = 3\%$		$P_{\Delta d} = 2\%$		$P_{\Delta d} = 10\%$		$P_{\Delta d} = 20\%$	
	$\psi$	$\alpha_l$	$\psi$	$\alpha_l$	$\psi$	$\alpha_l$	$\psi$	$\alpha_l$
0,8%	0,9743	4064,76	0,9712	4064,98	0,9677	4065,21	0,9787	4064,43
0,9%	0,9713	4061,37	0,9678	4061,63	0,9640	4061,90	0,9762	4060,98
1,0%	0,9684	4058,01	0,9645	4058,31	0,9603	4058,63	0,9737	4057,56

Obs.: A solução encontrada anteriormente está destacada na tabela.

Comparando os custos de operação maximizantes obtidos mantendo os mesmos erros percentuais médios de previsão de afluências e demandas, mas usando valores diferentes de tolerância sobre o custo, é observado que o custo de operação pode ser reduzido aumentando os valores de tolerância. Isto é esperado, uma vez que uma tolerância maior implica uma penalidade menor associada à diminuição no custo. Portanto, o problema de programação linear encontra um despacho de custo operativo mais baixo quando uma tolerância maior é usada. É também observado que o grau de pertinência do custo maximizante é menor se a tolerância usada for maior. Desta forma, o custo total maximizante pode ser reduzido usando uma tolerância maior em detrimento de um grau de pertinência menor. Na prática, uma decisão de baixo grau de pertinência é pior, pois isto significa que as afluências e demandas usadas estão mais distantes do valor real.

Por outro lado, sob um erro de previsão médio de 3% na demanda, o custo maximizante pode ser reduzido usando um erro de previsão maior na afluência. É observado também que sob um erro de previsão de 15% na afluência, o custo maximizante pode ser aumentado usando um erro de previsão menor na demanda. Isto é esperado uma vez que o fator econômico é considerado.

A principal limitação da modelagem imprecisa é a influência que as penalidades exercem sobre a solução do problema. É necessário que o planejador/operador seja conscientizado da importância de seu papel na definição destas penalidades e das conseqüências que custos mal definidos podem trazer à solução.

## V.2 Caso Teste Expandido

Ambos os modelos (PDDD e nebuloso) foram aplicados ao sistema brasileiro apresentado na figura 7. A modelagem considera quatro subsistemas, correspondentes às regiões geo-elétricas Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte. A interligação em Imperatriz é representada através de um subsistema fictício, chamado Imperatriz, desprovido de geração e carga. Esse nó fictício liga-se, então, aos subsistemas vizinhos, permitindo a consideração de limites de transmissão nos três segmentos criados. A futura interligação Sudeste/Nordeste é representada explicitamente.

O valor adotado da taxa de desconto é de 10% ao ano. Além disso, foi considerada, conforme Resolução GCE nº 109, de 24 de janeiro de 2002, uma curva de corte de carga em quatro patamares para todos os subsistemas. A tabela 8 contém a função custo do déficit de energia. Este custo é fornecido em R\$/MWh e os respectivos patamares são definidos em percentagem da profundidade do déficit em relação à carga prevista.

Tabela 8 – Função Custo do Déficit de Energia.

PATAMARES (% de redução de carga)	VALORES (R\$/MWh)
0 a 5%	553
5% a 10%	1193
10% a 20%	2493
superior a 20%	2833

A demanda de energia para cada subsistema é dada em MWmed (1 MWmed = 730 MWh) e representa blocos de energia para cada estágio do período de planejamento. Os dados médios anuais de mercado de energia para cada subsistema constam da tabela 9.

Tabela 9 – Mercado de Energia Anual para Cada Subsistema (MWmed).

	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	27322	28959	30226	31951	33972
Sul	7174	7632	8119	8599	9220
Nordeste	5919	6215	6543	6895	7495
Norte	2653	2855	2972	3170	3434

A capacidade de interligação entre os subsistemas é representada através de limites de intercâmbio de energia (MWmed). Esses limites são obtidos a partir de estudos elétricos, utilizando-se o critério de contingência simples, cujos valores são adaptados às necessidades da modelagem a sistema equivalente. Os limites médios anuais de intercâmbio entre subsistemas são mostrados na tabela a seguir.

Tabela 10 – Capacidades Máximas de Intercâmbio entre Subsistemas (MWmed).

	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste – Sul	2925	4631	5200	5200	5200
Sul – Sudeste	1658	4040	4699	4675	4675
Sudeste – Imperatriz	1000	1900	2200	2200	2200
Imperatriz – Sudeste	42	1205	1607	1607	1607
Nordeste – Imperatriz	698	778	940	992	992
Imperatriz – Nordeste	1330	1283	1320	1480	1480
Norte – Imperatriz	1330	2208	3250	3600	3600
Imperatriz – Norte	1306	1527	1600	1600	1600
Sudeste – Nordeste	0	675	900	900	900
Nordeste – Sudeste	0	272	310	295	295

Por simplificação, as térmicas de cada região foram agrupadas em classes térmicas, por tipo de combustível utilizado. Assim, reduziu-se o número de usinas térmicas. Adotou-se um custo médio para cada classe térmica, por região. A tabela 11 apresenta a pilha de despacho das usinas térmicas.

Tabela 11 – Custo de Operação.

SUBSISTEMA	COMBUSTÍVEL	CUSTO DE OPERAÇÃO (R\$/MWh)
Sudeste/Centro-Oeste	Nuclear	8,50
Sudeste/Centro-Oeste	Óleo	146,24
Sudeste/Centro-Oeste	Gás	62,87
Sudeste/Centro-Oeste	Diesel	216,59
Sul	Óleo	159,76
Sul	Gás	47,39
Sul	Carvão	62,51
Nordeste	Gás	42,47
Nordeste	Diesel	319,41
Nordeste	Bagaço de cana	197,28

As tabelas 12 e 13, que se seguem, mostram os montantes máximos de oferta de energia considerados e os mínimos de geração térmica, respectivamente.

Tabela 12 – Geração Térmica Máxima em MWmed.

SUBSISTEMA	COMBUSTÍVEL	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	Nuclear	1561	1553	1553	1553	1553
Sudeste/Centro-Oeste	Óleo	970	995	995	995	995
Sudeste/Centro-Oeste	Gás	2005	3028	3537	3537	2528
Sudeste/Centro-Oeste	Diesel	32	32	32	32	0
Sul	Óleo	62	59	59	59	59
Sul	Gás	2217	2660	2660	2660	2660
Sul	Carvão	963	1010	1010	1010	1010
Nordeste	Gás	101	248	747	747	747
Nordeste	Diesel	20	76	76	76	76
Nordeste	Bagaço de cana	20	20	20	20	0

Obs.: Os valores nulos em 2006 representam o término da contratação da energia emergencial considerada.

Tabela 13 – Geração Térmica Mínima em MWmed.

SUBSISTEMA	COMBUSTÍVEL	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	Nuclear	1329	1440	1440	1440	1440
Sudeste/Centro-Oeste	Óleo	326	338	338	338	338
Sudeste/Centro-Oeste	Gás	689	1499	1898	1898	1898
Sudeste/Centro-Oeste	Diesel	0	0	0	0	0
Sul	Óleo	6	6	6	6	6
Sul	Gás	616	767	767	767	767
Sul	Carvão	417	435	435	435	435
Nordeste	Gás	80	194	582	582	582
Nordeste	Diesel	0	0	0	0	0
Nordeste	Bagaço de cana	0	0	0	0	0

A seguir são apresentadas, nas tabelas 14 e 15, as restrições de geração hidráulica máxima e de defluência mínima por subsistema em MWmed.

Tabela 14 – Geração Hidráulica Máxima em MWmed.

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	28399	28350	29792	30205	30145
Sul	7937	8304	8325	8337	9228
Nordeste	4969	5128	5127	5126	5116
Norte	2513	3009	4210	5376	6321

Tabela 15 – Defluência Mínima em MWmed.

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	5972	6104	6162	6167	6154
Sul	672	694	690	690	738
Nordeste	3692	3702	3697	3696	3690
Norte	1124	1103	1145	1166	1161

Considerou-se a restrição adicional de que o volume mínimo do reservatório equivalente das regiões Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte não poderia ser inferior a 10%, 10%, 5% e 5%, respectivamente. Os níveis máximos e mínimos anuais de energia armazenada por região encontram-se nas tabelas 16 e 17.

Tabela 16 – Energia Armazenável Máxima em MWmed.

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	170141	177457	178714	179010	179010
Sul	15141	15265	15271	15536	18103
Nordeste	49547	49863	50021	50021	50021
Norte	10648	10743	10743	10743	10691

Tabela 17 – Energia Armazenável Mínima em MWmed.

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	17014	17746	17871	17901	17901
Sul	1514	1527	1527	1554	1810
Nordeste	2477	2493	2501	2501	2501
Norte	532	537	537	537	535

Cabe notar que a energia armazenável é uma característica de uma dada configuração e seu valor só será modificado se esta for alterada, por exemplo, pela entrada em operação de uma nova usina hidroelétrica. A energia armazenável mínima representa o nível de armazenamento de energia do subsistema para o qual valores

inferiores ao mesmo resultam em riscos demasiadamente elevados de operação a fio d'água em alguns aproveitamentos.

Foram utilizadas as energias naturais afluentes médias anuais verificadas no período hidrológico 1997-2001 do SIN. As afluências correspondentes são apresentadas nas tabelas 18 e 19 a seguir, respectivamente, em MWmed e % da média dos valores de afluência ocorrido ao longo do período histórico registrado, designado por média de longo termo (MLT).

Tabela 18 – Energia Natural Afluente (MWmed).

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	33386	28428	24828	28099	21946
Sul	6537	8461	3885	5130	7521
Nordeste	7578	5602	5215	7117	4046
Norte	6677	3561	4272	7206	5080

Tabela 19 – Energia Natural Afluente (%MLT).

SUBSISTEMA	2002	2003	2004	2005	2006
Sudeste/Centro-Oeste	120,8	102,9	89,8	101,7	79,4
Sul	147,8	191,3	87,8	116,0	170,0
Nordeste	123,0	90,9	84,6	115,5	65,7
Norte	85,4	45,5	54,6	92,1	65,0

A tabela 20 apresenta as condições de armazenamento inicial por região. As energias armazenadas iniciais para cada subsistema em 01 de janeiro de 2002 constituem o conjunto de estados selecionados para a primeira iteração.

Tabela 20 – Energia Armazenada Inicial.

SUBSISTEMA	EAR inicial (MWmed)	(% EAmáx)
Sudeste/Centro-Oeste	66015	38,8
Sul	14671	96,9
Nordeste	8968	18,1
Norte	1587	14,9

Na resolução do problema, o armazenamento final do sistema é priorizado em detrimento de seu vertimento. Os resultados obtidos para ambos os modelos (PDDD e

nebuloso), nos cinco anos, podem ser encontrados nos anexos II e III. Pode-se notar que as soluções produzidas pelos dois modelos são praticamente iguais, com uma diferença: o modelo nebuloso é direto, não utiliza discretizações. As tabelas 21 a 24 apresentam os valores ótimos do problema nebuloso para as regiões Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte, respectivamente. Vale ressaltar que, no modelo tradicional (PDDD), somente o despacho da usina térmica a gás do Nordeste em 2002 é diferente.

Tabela 21 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Sudeste/Centro-Oeste (MWmed).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA NUCLEAR	GERAÇÃO TÉRMICA ÓLEO	GERAÇÃO TÉRMICA GÁS	GERAÇÃO TÉRMICA DIESEL	DÉFICIT
2002	74324,83	25076,16	0,00	1329,30	325,80	689,40	0,00	0,00
2003	75075,34	27677,50	0,00	1440,00	337,50	1499,40	0,00	0,00
2004	75074,52	24828,82	0,00	1440,00	337,50	1898,10	0,00	0,00
2005	73176,73	29996,80	0,00	1440,00	337,50	1898,10	0,00	0,00
2006	64982,00	30140,72	0,00	1440,00	337,50	1898,10	0,00	0,00

Tabela 22 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Sul (MWmed).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA ÓLEO	GERAÇÃO TÉRMICA GÁS	GERAÇÃO TÉRMICA CARVÃO	DÉFICIT
2002	14171,26	7036,74	0,00	6,30	615,60	416,70	0,00
2003	17446,70	5185,56	0,00	6,30	766,80	434,70	0,00
2004	13006,70	8325,00	0,00	6,30	766,80	434,70	0,00
2005	13216,61	4920,08	0,00	6,30	766,80	434,70	0,00
2006	13617,93	7119,68	0,00	6,30	766,80	434,70	0,00

Obs.: Os valores realçados encontram-se no máximo.

Tabela 23 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Nordeste (MWmed).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA GÁS	GERAÇÃO TÉRMICA DIESEL	GERAÇÃO TÉRMICA BAGAÇO	DÉFICIT
2002	11577,00	4969,00	0,00	80,10	0,00	0,00	0,00
2003	12063,84	5115,17	0,00	193,50	0,00	0,00	0,00
2004	12153,66	5125,18	0,00	582,30	0,00	0,00	0,00
2005	14151,46	5119,20	0,00	582,30	0,00	0,00	0,00
2006	13081,46	5116,00	0,00	582,30	0,00	0,00	0,00

Obs.: (1) Por PDDD, em 2002, a geração térmica a gás é de 90 MWmed; (2) Os valores realçados encontram-se no máximo.

Tabela 24 – Resultado da Operação Ótima por Programação Linear Nebulosa na região Norte (MWmed).

ANO	ENERGIA ARMAZENADA	ENERGIA TURBINADA	ENERGIA VERTIDA	GERAÇÃO TÉRMICA	DÉFICIT
2002	5751,00	2513,00	0,00	0,00	0,00
2003	6307,43	3004,57	0,00	0,00	0,00
2004	6464,13	4115,30	0,00	0,00	0,00
2005	8556,91	5113,22	0,00	0,00	0,00
2006	7358,01	6278,90	0,00	0,00	0,00

Obs.: Os valores realçados encontram-se no máximo.

Neste exemplo específico, não se verificaram déficits de energia no atendimento ao SIN. As figuras 23 a 26 a seguir ilustram a evolução da energia armazenada dos reservatórios equivalentes de cada região. Cabe ressaltar que as energias armazenadas pelos dois modelos são exatamente iguais.

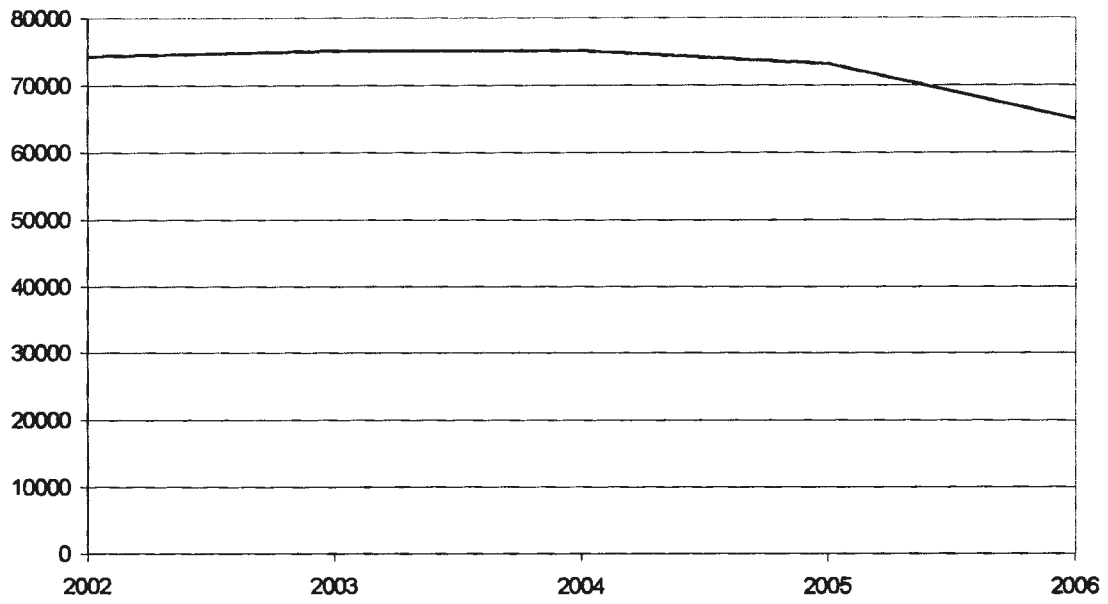


Figura 23 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Sudeste/Centro-Oeste.

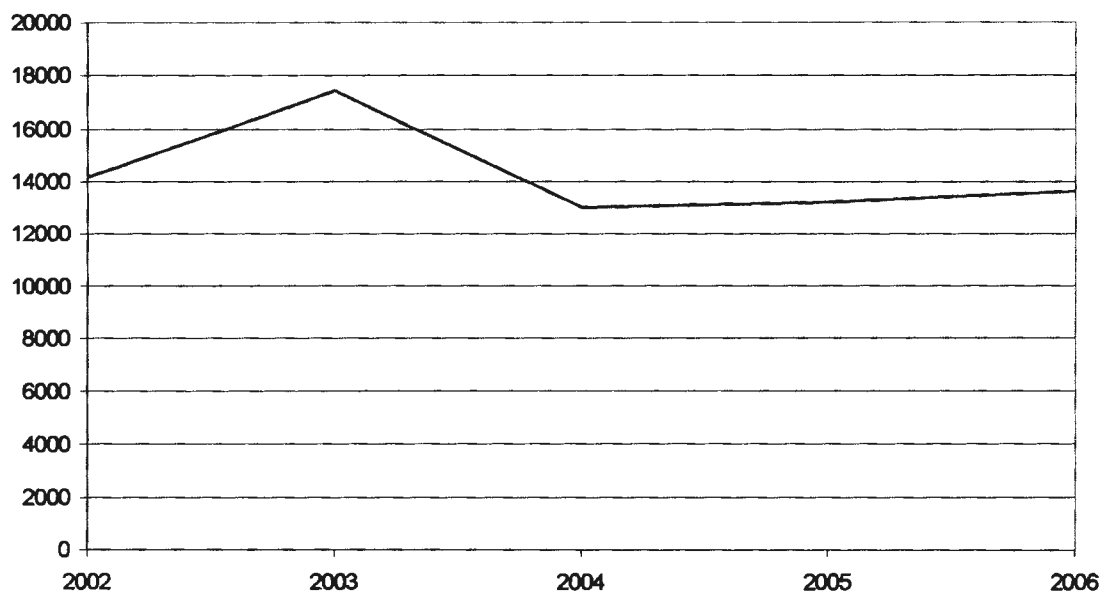


Figura 24 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Sul.

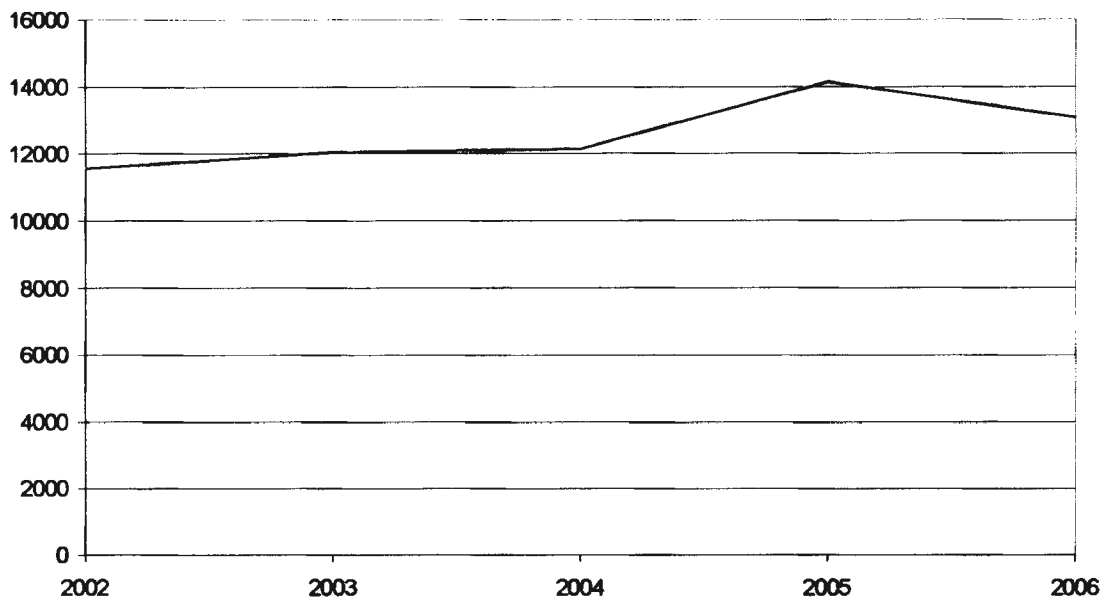


Figura 25 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Nordeste.

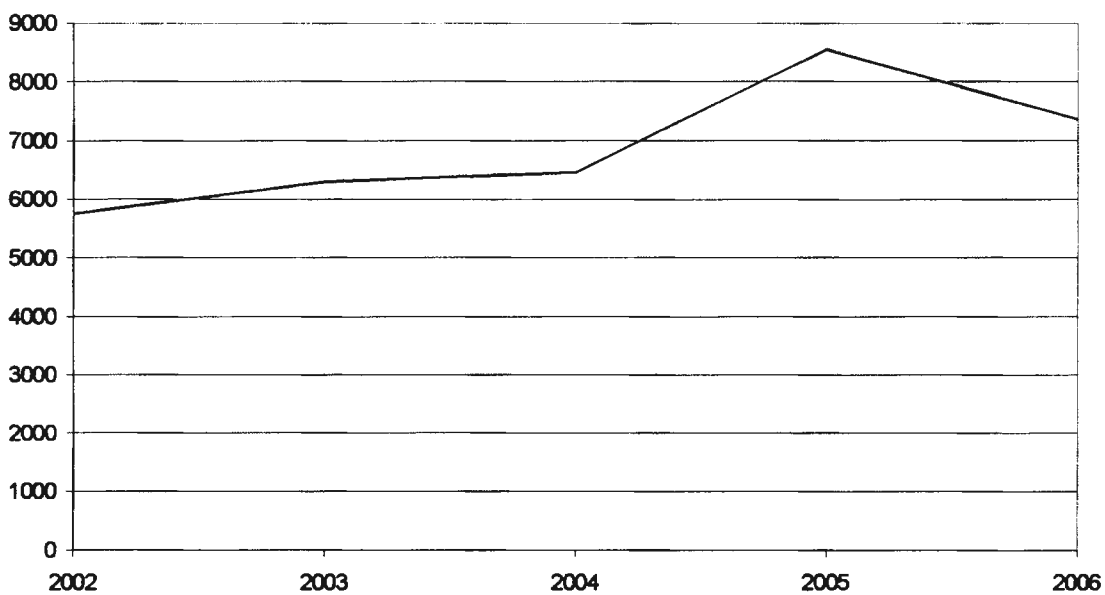


Figura 26 – Energia Armazenada Final (MWmed) – Região Norte.

A tabela 25 a seguir apresenta os intercâmbios de energia médios anuais entre subsistemas. Cabe ressaltar que os intercâmbios praticados pelos dois modelos são exatamente iguais.

Tabela 25 – Intercâmbios entre Regiões (MWmed).

	2002	2003	2004	2005	2006
SIST FICT – SUDESTE	-	-	618,98	1592,14	1491,34
SUDESTE – SIST FICT	1000,00	306,23	-	-	-
SUL – SUDESTE	901,33	-	1413,80	-	-
SUDESTE – SUL	-	1238,64	-	2471,12	892,52
NORDESTE – SUDESTE	0,00	-	-	-	-
SUDESTE – NORDESTE	0,00	450,53	311,20	842,42	443,14
SIST FICT – NORTE	140,00	-	-	-	-
NORTE – SIST FICT	-	149,57	1143,30	1943,22	2844,90
SIST FICT – NORDESTE	860,00	455,80	524,32	351,08	1353,56
NORDESTE – SIST FICT	-	-	-	-	-

A seguir são detalhados os resultados para o primeiro ano do estudo, enfatizando as diferenças entre as duas abordagens. Caso se deseje fazer uma análise para os demais anos é recomendável montar um período estático final de cinco anos por exigência da técnica matemática empregada (condições de contorno da programação dinâmica). O tempo de processamento foi de aproximadamente 180 segundos para o caso determinístico e de 330 segundos para o nebuloso.

Conforme foi visto anteriormente, o custo marginal de operação por subsistema é estimado ao se determinar o custo de atendimento a um acréscimo de uma unidade de carga local. Nos dois enfoques, tradicional e nebuloso, o intercâmbio sentido Sudeste – Imperatriz está no limite máximo (1.000 MWmed). Da mesma forma, as gerações hidráulicas do Norte e do Nordeste estão no máximo (respectivamente, 4.969 MWmed e 2.513 MWmed). Sendo assim, uma unidade adicional de carga no Nordeste será atendida com a sua própria geração térmica. Portanto, o valor do CMO do Nordeste é o custo de sua última térmica despachada, ou seja, 42,47 R\$/MWh. Por outro lado, um acréscimo de carga no Norte será atendido com diminuição do intercâmbio Imperatriz – Nordeste. Então, o valor do CMO do Norte é igual ao CMO do Nordeste, isto é, 42,47 R\$/MWh, conforme ilustrado na figura 27 a seguir.

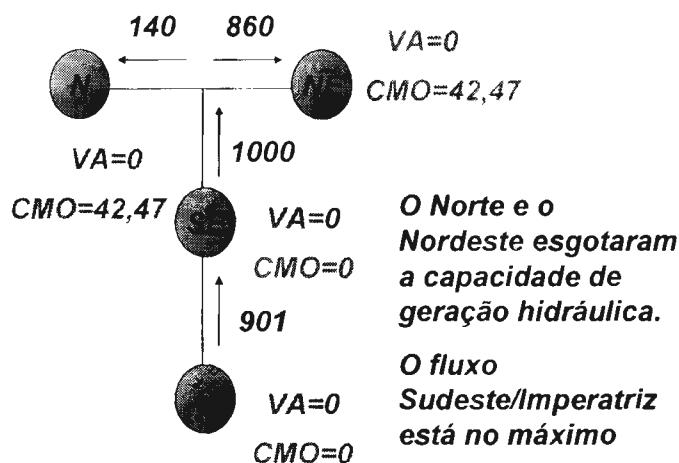


Figura 27 – Intercâmbios praticados (MWmed), VA (R\$/MWh) e CMO (R\$/MWh) no primeiro ano para ambos os modelos.

Na análise nebulosa, a geração térmica no Nordeste é menor (80,10 MWmed ao invés de 90 MWmed), conseqüentemente, o custo total de operação é reduzido de R\$ 716.105.172,39 para R\$ 715.798.241,13 (0,04%). Para tanto, o modelo diminuiu marginalmente a carga do Nordeste em 0,17% (989,72 MWmed). A tabela 26 a seguir apresenta as soluções encontradas para dois parâmetros diferentes de tolerância sobre o custo ( $P_{\alpha 1}$ ) utilizados. Vale lembrar que o custo máximo aceitável corresponde à solução ótima do problema determinístico.

Tabela 26 – Análise de Sensibilidade.

$(P_{\alpha 1})$	$\psi (R\$)$	$\alpha_1$
0,09%	715.798.241,13	0,4536
0,1%	715.798.240,89	0,3674

Vale lembrar que na modelagem por PDDD, as aflúncias e demandas futuras são consideradas conhecidas previamente e, portanto, utilizadas diretamente. Não é o caso da modelagem nebulosa, que leva em consideração a característica possibilística do problema – como alternativa à abordagem estocástica – e modifica esses valores de previsão retratando suas imprecisões. Em outras palavras, o problema nebuloso pode ser visto como uma minimização “determinística” do custo de operação ao longo dos cenários, resolvida uma única vez, sem discretizações ou iterações. A própria função objetivo encarrega-se de varrer os (infinitos) cenários futuros, pesando sua importância através de seu grau de possibilidade de ocorrência.

Vale lembrar ainda que para um dado armazenamento inicial, tem-se um ponto da FCF. Uma aproximação linear pode ser obtida em torno deste ponto. Outras funções lineares por partes são obtidas através da resolução do problema a partir de outros níveis de armazenamento inicial.

Esta análise, se retomada para um horizonte de um ano, com discretizações mensais, considerando, ainda, 12 meses finais para fins de estabilização no cálculo da política, constituiria um instrumento de gestão operativa, que permitiria representar e acompanhar a evolução, ao longo do período, dos requisitos mínimos de armazenamento de energia de cada subsistema, necessários ao atendimento pleno da carga, sob hipóteses pré-definidas de aflúncias e cargas nebulosas, de forma a se garantir níveis mínimos operativos ao longo do período.

Com base nestas curvas, seria possível, então, se acompanhar a evolução do comportamento do sistema e orientar as decisões de despacho de térmica, bem como das necessidades de cortes de carga. A aflúncia deveria corresponder a uma condição hidrológica crítica segundo critérios escolhidos, isto é, ela poderia estar associada ao biênio mais crítico do histórico de aflúncias, ou corresponder a uma frequência de ocorrências pré-definida.

Assim como as Curvas Guias de Segurança Operacional e de Aversão a Risco, este meio de análise nebulosa pode ser extremamente útil tanto para acompanhamento do desempenho do SIN em momentos mais críticos de atendimento, como também como veículo de comunicação, em especial com a sociedade. A principal diferença entre a metodologia empregada atualmente no SIN e a nebulosa, reside no fato da política de intercâmbios entre regiões ser decidida pelo modelo de otimização, com o objetivo de se ter uma operação de mínimo custo.

# Capítulo VI

## Conclusões

Os modelos tradicionais para o planejamento da operação de sistemas de energia elétrica utilizam geralmente modelos probabilísticos para o tratamento de variáveis nem sempre probabilísticas, como, por exemplo, as afluências aos reservatórios e as demandas futuras. Isto tem implicado no desenvolvimento de algoritmos que necessitam, além de requisitos computacionais normalmente pesados, uma base teórica muitas vezes demasiadamente sofisticada.

Neste trabalho, foi apresentado um novo modelo para a representação de incertezas, baseado na teoria de conjuntos nebulosos (fuzzy sets). Além de extremamente simples, o modelo reproduz fielmente, sem perda de precisão, as incertezas na linguagem natural do planejador/operador. A formulação resultante é capaz de acomodar todas as incertezas em um único problema facilmente resolvido por algoritmos específicos, de pleno domínio do setor.

Foi proposto um método capaz de aproximar a solução do problema da operação de um sistema hidrotérmico baseado na programação linear nebulosa. Esta metodologia está fundamentada na teoria dos conjuntos nebulosos e requer um esforço computacional razoável.

A forma padrão de um problema de programação linear pode ser usada em um ambiente nebuloso. Os erros inerentes às previsões, tanto das demandas quanto das afluências, foram incorporados ao modelo através de funções de pertinência. Estas são obtidas a partir de conjuntos nebulosos, nos quais se incluem o custo de operação, as demandas de energia e as afluências incrementais. Conhecidas estas funções, um algoritmo de programação linear nebulosa pode ser utilizado para determinar a solução ótima do problema na presença de incertezas.

Os estudos até agora realizados apontam a teoria dos conjuntos nebulosos como uma das ferramentas mais promissoras no tratamento de incertezas nos sistemas de energia elétrica.

Podemos concluir neste trabalho que a modelagem nebulosa apresenta várias vantagens:

- ✓ A representação das incertezas é simples e intuitiva para o planejador/operador sem perda de precisão;
- ✓ A solução do problema nebuloso é mais eficiente. Enquanto que os modelos tradicionais exigem a análise de um elevado número de cenários (e, portanto, a solução de um elevado número de problemas de operação ótima) por iteração, a solução nebulosa (fuzzy) é obtida diretamente com apenas uma única otimização.
- ✓ É eliminada a necessidade da utilização de modelos estatísticos/probabilísticos. O modelo nebuloso é simples, coerente e, sobretudo, natural ao usuário.
- ✓ Os modelos nebulosos permitem uma eficiente representação do problema multi-objetivo. É possível, assim, combinar diferentes filosofias de planejamento (contemplando aspectos econômicos, ecológicos, sociais, físicos, etc.) sem uma perda substancial de eficiência do algoritmo.
- ✓ Os modelos nebulosos podem ser facilmente combinados com outros tradicionais (por exemplo, probabilísticos) quando necessário. Supondo, por exemplo, que as incertezas sobre as disponibilidades em equipamentos podem ser corretamente representadas por uma distribuição de probabilidades, não há nenhuma dificuldade teórica em combinar as representações mais convenientes a cada tipo de incerteza (Miranda; Pinto, 1991).

Este trabalho investigou, também, a influência de cada uma das funções de pertinência no resultado do problema. A principal limitação do modelo é a influência que as penalidades exercem sobre a solução do problema. É necessário que o planejador/operador seja conscientizado da importância de seu papel na definição

destas penalidades e das conseqüências que parâmetros mal definidos podem trazer à solução.

Vale lembrar que a modelagem nebulosa pode acomodar variáveis probabilísticas, que são encaradas como um caso particular. É importante notar que os modelos nebulosos não podem ser vistos como substitutos dos probabilísticos, ao contrário, eles devem ser combinados de modo a representar o problema da maneira mais adequada.

Finalmente, é importante observar que, em nosso ponto de vista, a pesquisa sobre a aplicação de conjuntos nebulosos ao planejamento da operação de sistemas de energia elétrica está ainda em fase inicial. Longe de pretender apresentar um trabalho fechado, o objetivo desta dissertação foi mostrar a potencialidade desta nova ferramenta, bem como, os possíveis ganhos que pode proporcionar. Os resultados desta aplicação devem ser encarados como um incentivo à continuação deste trabalho, visando a ampliação do leque de aplicações e a realização de testes mais intensivos com diversas configurações do sistema.

Sugestões para trabalhos futuros:

- ✓ Combinar o modelo nebuloso com o algoritmo da PDED, levando em conta cenários de afluências e incertezas sobre as demandas.
- ✓ Retomar a modelagem nebulosa proposta para um horizonte de um ano, com discretizações mensais para acompanhamento da evolução do armazenamento do SIN em momentos críticos de atendimento.
- ✓ Desenvolver um modelo para tratamento de incerteza nos custos de operação das usinas térmicas.

# Referências Bibliográficas

1. BELLMANN, R.E., ZADEH, L.A. Decision Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17:4, December 1970, p.141-164.
2. CARPIO, L.G.T., MOURON, N.V. O Custo Marginal de Operação do Sistema Elétrico: Uma Abordagem pela Teoria Fuzzy. XX-II Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Viçosa, Outubro de 2000, p. 508-519.
3. COOPERS & LYBRAND. ETAPA IV – Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro. Relatório Consolidado Etapa IV – 1. Volume I: Sumário Executivo. Junho de 1997.
4. ECONOMAKOS, E. Application of Fuzzy Concepts to Power Demand Forecasting. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-9, No. 10 October 1979, p. 651-657.
5. FORTUNATO, L.A.M., ARARIPE NETO, T.A., ALBUQUERQUE, J.C.R., PEREIRA, M.V.F. Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica. Editora EDUFF, 1990.
6. HSU, Y.Y., HO, K.L. Fuzzy Expert Systems: An Application to Short-term Load Forecasting. *IEE Proceedings C*, Vol. 139, No. 6, November 1992, p. 471-477.
7. LIANG, R.H., HSU, Y.Y. Fuzzy Linear Programming: An Application to Hydroelectric Generation Scheduling. *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 141, No. 6, November 1994, p. 568-574.
8. JONES, A., KAUFMANN, A., ZIMMERMANN, H.J. *Fuzzy Sets Theory and Applications*. D. Reidel Publishing Company, Netherlands, 1986.
9. KAUFMANN, A., GUPTA, M.M. *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1988.
10. KLIR, G. J. *Fuzzy Sets: An Overview of Fundamentals, Applications, and Personal Views*. Beijing Normal University Press, Beijing, 1999.
11. MACEIRA, M.E.P. Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-regressivos Periódicos. Relatório Técnico CEPEL, No. 237/93, 1993.

12. MIRANDA, V., PINTO, L.M.V.G. Um Modelo para a Consideração de Incertezas na Operação de Sistemas Elétricos. XI SNPTEE, Rio de Janeiro, Outubro de 1991.
13. MIRANDA, V., SARAIVA, J.T. Fuzzy Modeling of Power System Optimal Load Flow. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 2, May 1992, p. 843-849.
14. MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA – COMITÊ DE REVITALIZAÇÃO DO SETOR ELÉTRICO. Relatório Final – Preliminar. Versão 6.4. Janeiro de 2002.
15. MOMOH, J.A., TOMSOVIC, K. Overview and Literature Survey of Fuzzy Set Theory in Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, August 1995, p. 1676-1690.
16. PEREIRA JR, A.O. Modelagem da Operação Ótima da Indústria de Energia Elétrica no Brasil. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Março de 2000.
17. PEREIRA, M.V.F. Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hydroelectric Systems. Electrical Power & Energy Systems, Vol. 11, No. 3, July 1989, p. 161-169.
18. PEREIRA, M.V.F., PINTO, L.M.V.G. Multi-stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning. Mathematical Programming 52, 1991, p. 359-375.
19. \_\_\_\_\_. Operação Ótima a Longo e Médio Prazo de Sistemas Hidrotérmicos. 7º CBA, São José dos Campos, Agosto de 1988.
20. PINTO, L.M.V.G., FONSECA, C.G., VALLE, A.B. Aplicação de Técnicas de Conjuntos Difusos ao Despacho de Geração. XIII SNPTEE, Florianópolis, 1995.
21. PINTO, L.M.V.G., MIRANDA, V. Controle Difuso de Sistemas Elétricos. XIII SNPTEE, Florianópolis, 1995.
22. PIRES, J.C.L. Desafios da Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro. Textos para Discussão do BNDES 76, Março de 2000.
23. PORTO, T.O. Representação de Problemas Estocásticos Multi-estágios em Decomposição: Uma Aplicação ao Planejamento da Expansão de Sistemas Elétricos. Tese de Mestrado, PUC/RJ, 1994.
24. ROSA, L.P., TOLMASQUIM, M.T., PIRES, J.C.L. A Reforma do Setor Elétrico no Brasil e no Mundo. Rio de Janeiro, Editora Relume Dumará, 1998.
25. SARAIVA, J.T., MIRANDA V., PINTO, L.M.V.G. Impact of Some Planning Decisions from a Fuzzy Modeling of Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 2, May 1994, p. 819-825.
26. \_\_\_\_\_. Planejamento da Expansão sob Incertezas: Abordagem Imprecisa x Probabilística. XIII SNPTEE, Florianópolis, 1995.

27. SILVA, E.L., FINARDI, E.C. Curso de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. Projeto CEPEL/ASMAE/UFSC, Novembro de 1999.
28. SU, C.C., HSU, Y.Y. Fuzzy Dynamic Programming: An Application to Unit Commitment. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 3, August 1991, p. 1231-1237
29. TOMSOVIC, K. A Fuzzy Linear Programming Approach to the Reactive Power/Voltage Control Problem. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 1, February 1992, p. 287-293.
30. VALENÇA, M.M. Um Modelo de Decisão baseado em Conjuntos Nebulosos aplicado ao Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica. Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Maio de 1993.
31. WOOD, A.J., WOLLENBERG, B.F. Power Generation Operation and Control. Second Edition, Wiley, New York, 1996.
32. ZADEH, L.A. Fuzzy Sets. Information and Control, Vol. 8, Academic Press, New York, 1965, p.338-353.
33. \_\_\_\_\_. Outline of New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 3, No. 1, January 1973, p. 28-44.
34. ZIMMERMANN, H.J. Fuzzy Set Theory and Its Applications. Third Edition, Kluwer Academic Publishers, 1996.

# Anexo I

## Caso Teste Simplificado

```
clear all; % Excluindo todas as variáveis do espaço de trabalho

type objfun % Definindo a função objetivo

type confuneq % Definindo as restrições

x0 = [523.93 417.05 200 578.22 408.17 367.70 0 0 0 100 150 0 100 ...
      150 161.55 100 150 200 0 0 0 4061.37 0 0 0 0 0 0 0.9713]; % Escolhendo
      uma solução inicial

options = optimset('LargeScale','off');

lb = [200 200 200 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -inf -inf ...
      -inf -inf -inf -inf 0]; % Definindo os limites inferiores da solução

ub = [1000 1000 1000 600 600 600 inf inf inf 100 150 200 100 150 ...
      200 100 150 200 inf inf inf inf inf inf inf inf 1]; % Definindo
      os limites superiores da solução

[x, fval, exitflag, output, lambda] = fmincon(@objfunant, x0, [], [], [], [],
lb, ub, @confuneqant, options);

x % Obtendo a solução ótima

fval % Calculando o valor da função objetivo

lambda % Obtendo os multiplicadores de Lagrange

function f = objfunant(x) % objfun.m

f = -x(29);

function [c, ceq] = confuneqant(x) % confuneq.m

c = [x(29) - zmf(x(22), [4056.96, 4093.80]); ...
     x(29) - trimf(x(23), [-15 0 15]); ...
     x(29) - trimf(x(24), [-15 0 15]); ...
     x(29) - trimf(x(25), [-15 0 15]); ...
     x(29) - trimf(x(26), [-3 0 3]); ...
     x(29) - trimf(x(27), [-3 0 3]); ...
     x(29) - trimf(x(28), [-3 0 3])];

ceq = [- x(22) + 2*x(10) + 4*x(11) + 6*x(12) + (2/1.1)*x(13) + (4/1.1)*x(14) +
(6/1.1)*x(15) + (2/1.1^2)*x(16) + (4/1.1^2)*x(17) + (6/1.1^2)*x(18) + 50*x(19)
+ (50/1.1)*x(20) + (50/1.1^2)*x(21); ...
- x(23) + 0.2*x(1) + 0.2*x(4) + 0.2*x(7) - 220; ...
- x(24) - (1/3)*x(1) + (1/3)*x(2) + (1/3)*x(5) + (1/3)*x(8) - 100; ...
- x(25) - (1/1.5)*x(2) + (1/1.5)*x(3) + (1/1.5)*x(6) + (1/1.5)*x(9) - 100; ...
- x(26) + 0.11875*x(4) + 0.125*x(10) + 0.125*x(11) + 0.125*x(12) + 0.125*x(19)
- 100; ...
- x(27) + 0.11875*x(5) + 0.125*x(13) + 0.125*x(14) + 0.125*x(15) + 0.125*x(20)
- 100; ...
- x(28) + 0.11875*x(6) + 0.125*x(16) + 0.125*x(17) + 0.125*x(18) + 0.125*x(21)
- 100];
```

## Anexo II

# Caso Teste Expandido – Resultados da Análise Determinística

x =

Columns 1 through 5					
74324.83	75075.34	75074.52	73176.73	64982.00	
Columns 6 through 10					
14171.26	17446.70	13006.70	13216.61	13617.93	
Columns 11 through 15					
11577.00	12063.84	12153.66	14151.46	13081.46	
Columns 16 through 20					
5751.00	6307.43	6464.13	8556.91	7358.01	
Columns 21 through 25					
25076.16	27677.50	24828.82	29996.80	30140.72	
Columns 26 through 30					
7036.74	5185.56	8325.00	4920.08	7119.68	
Columns 31 through 35					
4969.00	5115.17	5125.18	5119.20	5116.00	
Columns 36 through 40					
2513.00	3004.57	4115.30	5113.22	6278.90	
Columns 41 through 45					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Columns 46 through 50					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Columns 51 through 55					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Columns 56 through 60					
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Columns 61 through 65					
1329.30	1440.00	1440.00	1440.00	1440.00	
Columns 66 through 70					
325.80	337.50	337.50	337.50	337.50	
Columns 71 through 75					
689.40	1499.40	1898.10	1898.10	1898.10	
Columns 76 through 80					
-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	
Columns 81 through 85					
6.30	6.30	6.30	6.30	6.30	
Columns 86 through 90					
615.60	766.80	766.80	766.80	766.80	
Columns 91 through 95					
416.70	434.70	434.70	434.70	434.70	
Columns 96 through 100					
90.00	193.50	582.30	582.30	582.30	
Columns 101 through 105					
0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	
Columns 106 through 110					
-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	
Columns 111 through 115					
-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	
Columns 116 through 120					
-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	
Columns 121 through 125					
-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	

Columns 126 through 130	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 131 through 135	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 136 through 140	0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 141 through 145	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 146 through 150	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 151 through 155	0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 156 through 160	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 161 through 165	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 166 through 170	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
Columns 171 through 175	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 176 through 180	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 181 through 185	-0.00	-0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 186 through 190	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 191 through 195	-0.00	1000.00	1053.76	152.43	0.00
Columns 196 through 200	0.00	291.09	151.09	860.61	0.61
Columns 201 through 205	119.59	425.82	2979.46	4218.10	218.47
Columns 206 through 210	669.00	1527.00	1676.57	458.79	2.99
Columns 211 through 215	989.58	370.60	1415.29	1.49	310.00
Columns 216 through 220	621.20	417.04	1560.34	1314.75	790.43
Columns 221 through 225	1596.41	4.27	13.31	2484.43	54.28
Columns 226 through 230	896.70	1395.78	3339.00	853.97	502.89
Columns 231 through 235	1606.83	115.49	1829.01	2721.53	0.00
Columns 236 through 240	443.14	6.32	2851.22	1480.00	126.44

fval =  
716105172.39

x(1) é a energia armazenada final do SE/CO no ano 1  
x(2) é a energia armazenada final do SE/CO no ano 2  
x(3) é a energia armazenada final do SE/CO no ano 3  
x(4) é a energia armazenada final do SE/CO no ano 4  
x(5) é a energia armazenada final do SE/CO no ano 5

x(6) é a energia armazenada final do Sul no ano 1  
x(7) é a energia armazenada final do Sul no ano 2  
x(8) é a energia armazenada final do Sul no ano 3  
x(9) é a energia armazenada final do Sul no ano 4  
x(10) é a energia armazenada final do Sul no ano 5

x(11) é a energia armazenada final do NE no ano 1  
x(12) é a energia armazenada final do NE no ano 2  
x(13) é a energia armazenada final do NE no ano 3  
x(14) é a energia armazenada final do NE no ano 4  
x(15) é a energia armazenada final do NE no ano 5

x(16) é a energia armazenada final do Norte no ano 1

x(17) é a energia armazenada final do Norte no ano 2  
x(18) é a energia armazenada final do Norte no ano 3  
x(19) é a energia armazenada final do Norte no ano 4  
x(20) é a energia armazenada final do Norte no ano 5

x(21) é a energia turbinada do SE no ano 1  
x(22) é a energia turbinada do SE no ano 2  
x(23) é a energia turbinada do SE no ano 3  
x(24) é a energia turbinada do SE no ano 4  
x(25) é a energia turbinada do SE no ano 5

x(26) é a energia turbinada do Sul no ano 1  
x(27) é a energia turbinada do Sul no ano 2  
x(28) é a energia turbinada do Sul no ano 3  
x(29) é a energia turbinada do Sul no ano 4  
x(30) é a energia turbinada do Sul no ano 5

x(31) é a energia turbinada do NE no ano 1  
x(32) é a energia turbinada do NE no ano 2  
x(33) é a energia turbinada do NE no ano 3  
x(34) é a energia turbinada do NE no ano 4  
x(35) é a energia turbinada do NE no ano 5

x(36) é a energia turbinada do Norte no ano 1  
x(37) é a energia turbinada do Norte no ano 2  
x(38) é a energia turbinada do Norte no ano 3  
x(39) é a energia turbinada do Norte no ano 4  
x(40) é a energia turbinada do Norte no ano 5

x(41) é a energia vertida do SE no ano 1  
x(42) é a energia vertida do SE no ano 2  
x(43) é a energia vertida do SE no ano 3  
x(44) é a energia vertida do SE no ano 4  
x(45) é a energia vertida do SE no ano 5

x(46) é a energia vertida do Sul no ano 1  
x(47) é a energia vertida do Sul no ano 2  
x(48) é a energia vertida do Sul no ano 3  
x(49) é a energia vertida do Sul no ano 4  
x(50) é a energia vertida do Sul no ano 5

x(51) é a energia vertida do NE no ano 1  
x(52) é a energia vertida do NE no ano 2  
x(53) é a energia vertida do NE no ano 3  
x(54) é a energia vertida do NE no ano 4  
x(55) é a energia vertida do NE no ano 5

x(56) é a energia vertida do Norte no ano 1  
x(57) é a energia vertida do Norte no ano 2  
x(58) é a energia vertida do Norte no ano 3  
x(59) é a energia vertida do Norte no ano 4  
x(60) é a energia vertida do Norte no ano 5

x(61) é a geração da térmica nuclear do SE no ano 1  
x(62) é a geração da térmica nuclear do SE no ano 2  
x(63) é a geração da térmica nuclear do SE no ano 3  
x(64) é a geração da térmica nuclear do SE no ano 4  
x(65) é a geração da térmica nuclear do SE no ano 5

x(66) é a geração da térmica a óleo do SE no ano 1  
x(67) é a geração da térmica a óleo do SE no ano 2  
x(68) é a geração da térmica a óleo do SE no ano 3  
x(69) é a geração da térmica a óleo do SE no ano 4  
x(70) é a geração da térmica a óleo do SE no ano 5

x(71) é a geração da térmica a gás do SE no ano 1  
x(72) é a geração da térmica a gás do SE no ano 2  
x(73) é a geração da térmica a gás do SE no ano 3

x(74) é a geração da térmica a gás do SE no ano 4  
x(75) é a geração da térmica a gás do SE no ano 5

x(76) é a geração da térmica a diesel do SE no ano 1  
x(77) é a geração da térmica a diesel do SE no ano 2  
x(78) é a geração da térmica a diesel do SE no ano 3  
x(79) é a geração da térmica a diesel do SE no ano 4  
x(80) é a geração da térmica a diesel do SE no ano 5

x(81) é a geração da térmica a óleo do Sul no ano 1  
x(82) é a geração da térmica a óleo do Sul no ano 2  
x(83) é a geração da térmica a óleo do Sul no ano 3  
x(84) é a geração da térmica a óleo do Sul no ano 4  
x(85) é a geração da térmica a óleo do Sul no ano 5

x(86) é a geração da térmica a gás do Sul no ano 1  
x(87) é a geração da térmica a gás do Sul no ano 2  
x(88) é a geração da térmica a gás do Sul no ano 3  
x(89) é a geração da térmica a gás do Sul no ano 4  
x(90) é a geração da térmica a gás do Sul no ano 5

x(91) é a geração da térmica a carvão do Sul no ano 1  
x(92) é a geração da térmica a carvão do Sul no ano 2  
x(93) é a geração da térmica a carvão do Sul no ano 3  
x(94) é a geração da térmica a carvão do Sul no ano 4  
x(95) é a geração da térmica a carvão do Sul no ano 5

x(96) é a geração da térmica a gás do NE no ano 1  
x(97) é a geração da térmica a gás do NE no ano 2  
x(98) é a geração da térmica a gás do NE no ano 3  
x(99) é a geração da térmica a gás do NE no ano 4  
x(100) é a geração da térmica a gás do NE no ano 5

x(101) é a geração da térmica a diesel do NE no ano 1  
x(102) é a geração da térmica a diesel do NE no ano 2  
x(103) é a geração da térmica a diesel do NE no ano 3  
x(104) é a geração da térmica a diesel do NE no ano 4  
x(105) é a geração da térmica a diesel do NE no ano 5

x(106) é a geração da térmica a bagaço de cana do NE no ano 1  
x(107) é a geração da térmica a bagaço de cana do NE no ano 2  
x(108) é a geração da térmica a bagaço de cana do NE no ano 3  
x(109) é a geração da térmica a bagaço de cana do NE no ano 4  
x(110) é a geração da térmica a bagaço de cana do NE no ano 5

x(111) é o patamar 1 do déficit no SE no ano 1  
x(112) é o patamar 2 do déficit no SE no ano 1  
x(113) é o patamar 3 do déficit no SE no ano 1  
x(114) é o patamar 4 do déficit no SE no ano 1  
x(115) é o patamar 1 do déficit no SE no ano 2  
x(116) é o patamar 2 do déficit no SE no ano 2  
x(117) é o patamar 3 do déficit no SE no ano 2  
x(118) é o patamar 4 do déficit no SE no ano 2  
x(119) é o patamar 1 do déficit no SE no ano 3  
x(120) é o patamar 2 do déficit no SE no ano 3  
x(121) é o patamar 3 do déficit no SE no ano 3  
x(122) é o patamar 4 do déficit no SE no ano 3  
x(123) é o patamar 1 do déficit no SE no ano 4  
x(124) é o patamar 2 do déficit no SE no ano 4  
x(125) é o patamar 3 do déficit no SE no ano 4  
x(126) é o patamar 4 do déficit no SE no ano 4  
x(127) é o patamar 1 do déficit no SE no ano 5  
x(128) é o patamar 2 do déficit no SE no ano 5  
x(129) é o patamar 3 do déficit no SE no ano 5  
x(130) é o patamar 4 do déficit no SE no ano 5

x(131) é o patamar 1 do déficit no Sul no ano 1  
x(132) é o patamar 2 do déficit no Sul no ano 1

x(133) é o patamar 3 do déficit no Sul no ano 1  
 x(134) é o patamar 4 do déficit no Sul no ano 1  
 x(135) é o patamar 1 do déficit no Sul no ano 2  
 x(136) é o patamar 2 do déficit no Sul no ano 2  
 x(137) é o patamar 3 do déficit no Sul no ano 2  
 x(138) é o patamar 4 do déficit no Sul no ano 2  
 x(139) é o patamar 1 do déficit no Sul no ano 3  
 x(140) é o patamar 2 do déficit no Sul no ano 3  
 x(141) é o patamar 3 do déficit no Sul no ano 3  
 x(142) é o patamar 4 do déficit no Sul no ano 3  
 x(143) é o patamar 1 do déficit no Sul no ano 4  
 x(144) é o patamar 2 do déficit no Sul no ano 4  
 x(145) é o patamar 3 do déficit no Sul no ano 4  
 x(146) é o patamar 4 do déficit no Sul no ano 4  
 x(147) é o patamar 1 do déficit no Sul no ano 5  
 x(148) é o patamar 2 do déficit no Sul no ano 5  
 x(149) é o patamar 3 do déficit no Sul no ano 5  
 x(150) é o patamar 4 do déficit no Sul no ano 5

x(151) é o patamar 1 do déficit no NE no ano 1  
 x(152) é o patamar 2 do déficit no NE no ano 1  
 x(153) é o patamar 3 do déficit no NE no ano 1  
 x(154) é o patamar 4 do déficit no NE no ano 1  
 x(155) é o patamar 1 do déficit no NE no ano 2  
 x(156) é o patamar 2 do déficit no NE no ano 2  
 x(157) é o patamar 3 do déficit no NE no ano 2  
 x(158) é o patamar 4 do déficit no NE no ano 2  
 x(159) é o patamar 1 do déficit no NE no ano 3  
 x(160) é o patamar 2 do déficit no NE no ano 3  
 x(161) é o patamar 3 do déficit no NE no ano 3  
 x(162) é o patamar 4 do déficit no NE no ano 3  
 x(163) é o patamar 1 do déficit no NE no ano 4  
 x(164) é o patamar 2 do déficit no NE no ano 4  
 x(165) é o patamar 3 do déficit no NE no ano 4  
 x(166) é o patamar 4 do déficit no NE no ano 4  
 x(167) é o patamar 1 do déficit no NE no ano 5  
 x(168) é o patamar 2 do déficit no NE no ano 5  
 x(169) é o patamar 3 do déficit no NE no ano 5  
 x(170) é o patamar 4 do déficit no NE no ano 5

x(171) é o patamar 1 do déficit no Norte no ano 1  
 x(172) é o patamar 2 do déficit no Norte no ano 1  
 x(173) é o patamar 3 do déficit no Norte no ano 1  
 x(174) é o patamar 4 do déficit no Norte no ano 1  
 x(175) é o patamar 1 do déficit no Norte no ano 2  
 x(176) é o patamar 2 do déficit no Norte no ano 2  
 x(177) é o patamar 3 do déficit no Norte no ano 2  
 x(178) é o patamar 4 do déficit no Norte no ano 2  
 x(179) é o patamar 1 do déficit no Norte no ano 3  
 x(180) é o patamar 2 do déficit no Norte no ano 3  
 x(181) é o patamar 3 do déficit no Norte no ano 3  
 x(182) é o patamar 4 do déficit no Norte no ano 3  
 x(183) é o patamar 1 do déficit no Norte no ano 4  
 x(184) é o patamar 2 do déficit no Norte no ano 4  
 x(185) é o patamar 3 do déficit no Norte no ano 4  
 x(186) é o patamar 4 do déficit no Norte no ano 4  
 x(187) é o patamar 1 do déficit no Norte no ano 5  
 x(188) é o patamar 2 do déficit no Norte no ano 5  
 x(189) é o patamar 3 do déficit no Norte no ano 5  
 x(190) é o patamar 4 do déficit no Norte no ano 5

x(191) é o limite de intercâmbio SIST FICT - SUDESTE no ano 1  
 x(192) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SIST FICT no ano 1  
 x(193) é o limite de intercâmbio SUL - SUDESTE no ano 1  
 x(194) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SUL no ano 1  
 x(195) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SUDESTE no ano 1  
 x(196) é o limite de intercâmbio SUDESTE - NORDESTE no ano 1  
 x(197) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORTE no ano 1

x(198) é o limite de intercâmbio NORTE - SIST FICT no ano 1  
 x(199) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORDESTE no ano 1  
 x(200) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SIST FICT no ano 1  
  
 x(201) é o limite de intercâmbio SIST FICT - SUDESTE no ano 2  
 x(202) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SIST FICT no ano 2  
 x(203) é o limite de intercâmbio SUL - SUDESTE no ano 2  
 x(204) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SUL no ano 2  
 x(205) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SUDESTE no ano 2  
 x(206) é o limite de intercâmbio SUDESTE - NORDESTE no ano 2  
 x(207) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORTE no ano 2  
 x(208) é o limite de intercâmbio NORTE - SIST FICT no ano 2  
 x(209) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORDESTE no ano 2  
 x(210) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SIST FICT no ano 2  
  
 x(211) é o limite de intercâmbio SIST FICT - SUDESTE no ano 3  
 x(212) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SIST FICT no ano 3  
 x(213) é o limite de intercâmbio SUL - SUDESTE no ano 3  
 x(214) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SUL no ano 3  
 x(215) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SUDESTE no ano 3  
 x(216) é o limite de intercâmbio SUDESTE - NORDESTE no ano 3  
 x(217) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORTE no ano 3  
 x(218) é o limite de intercâmbio NORTE - SIST FICT no ano 3  
 x(219) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORDESTE no ano 3  
 x(220) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SIST FICT no ano 3  
  
 x(221) é o limite de intercâmbio SIST FICT - SUDESTE no ano 4  
 x(222) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SIST FICT no ano 4  
 x(223) é o limite de intercâmbio SUL - SUDESTE no ano 4  
 x(224) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SUL no ano 4  
 x(225) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SUDESTE no ano 4  
 x(226) é o limite de intercâmbio SUDESTE - NORDESTE no ano 4  
 x(227) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORTE no ano 4  
 x(228) é o limite de intercâmbio NORTE - SIST FICT no ano 4  
 x(229) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORDESTE no ano 4  
 x(230) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SIST FICT no ano 4  
  
 x(231) é o limite de intercâmbio SIST FICT - SUDESTE no ano 5  
 x(232) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SIST FICT no ano 5  
 x(233) é o limite de intercâmbio SUL - SUDESTE no ano 5  
 x(234) é o limite de intercâmbio SUDESTE - SUL no ano 5  
 x(235) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SUDESTE no ano 5  
 x(236) é o limite de intercâmbio SUDESTE - NORDESTE no ano 5  
 x(237) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORTE no ano 5  
 x(238) é o limite de intercâmbio NORTE - SIST FICT no ano 5  
 x(239) é o limite de intercâmbio SIST FICT - NORDESTE no ano 5  
 x(240) é o limite de intercâmbio NORDESTE - SIST FICT no ano 5





```

738 - x(50) - x(30); ... % defluência mínima do Sul no ano 5
3692 - x(51) - x(31); ... % defluência mínima do NE no ano 1
3702 - x(52) - x(32); ... % defluência mínima do NE no ano 2
3697 - x(53) - x(33); ... % defluência mínima do NE no ano 3
3696 - x(54) - x(34); ... % defluência mínima do NE no ano 4
3690 - x(55) - x(35); ... % defluência mínima do NE no ano 5
1124 - x(56) - x(36); ... % defluência mínima do Norte no ano 1
1103 - x(57) - x(37); ... % defluência mínima do Norte no ano 2
1145 - x(58) - x(38); ... % defluência mínima do Norte no ano 3
1166 - x(59) - x(39); ... % defluência mínima do Norte no ano 4
1161 - x(60) - x(40); ... % defluência mínima do Norte no ano 5
x(282) - zmf(x(241), [715460677.73, 716105172.39]); ... % CTO
x(282) - trimf(x(242), [-15 0 15]); ... % afluência do SE no ano 1
x(282) - trimf(x(243), [-15 0 15]); ... % afluência do SE no ano 2
x(282) - trimf(x(244), [-15 0 15]); ... % afluência do SE no ano 3
x(282) - trimf(x(245), [-15 0 15]); ... % afluência do SE no ano 4
x(282) - trimf(x(246), [-15 0 15]); ... % afluência do SE no ano 5
x(282) - trimf(x(247), [-15 0 15]); ... % afluência do Sul no ano 1
x(282) - trimf(x(248), [-15 0 15]); ... % afluência do Sul no ano 2
x(282) - trimf(x(249), [-15 0 15]); ... % afluência do Sul no ano 3
x(282) - trimf(x(250), [-15 0 15]); ... % afluência do Sul no ano 4
x(282) - trimf(x(251), [-15 0 15]); ... % afluência do Sul no ano 5
x(282) - trimf(x(252), [-15 0 15]); ... % afluência do NE no ano 1
x(282) - trimf(x(253), [-15 0 15]); ... % afluência do NE no ano 2
x(282) - trimf(x(254), [-15 0 15]); ... % afluência do NE no ano 3
x(282) - trimf(x(255), [-15 0 15]); ... % afluência do NE no ano 4
x(282) - trimf(x(256), [-15 0 15]); ... % afluência do NE no ano 5
x(282) - trimf(x(257), [-15 0 15]); ... % afluência do Norte no ano 1
x(282) - trimf(x(258), [-15 0 15]); ... % afluência do Norte no ano 2
x(282) - trimf(x(259), [-15 0 15]); ... % afluência do Norte no ano 2
x(282) - trimf(x(260), [-15 0 15]); ... % afluência do Norte no ano 4
x(282) - trimf(x(261), [-15 0 15]); ... % afluência do Norte no ano 5
x(282) - trimf(x(262), [-3 0 3]); ... % demanda do SE no ano 1
x(282) - trimf(x(263), [-3 0 3]); ... % demanda do SE no ano 2
x(282) - trimf(x(264), [-3 0 3]); ... % demanda do SE no ano 3
x(282) - trimf(x(265), [-3 0 3]); ... % demanda do SE no ano 4
x(282) - trimf(x(266), [-3 0 3]); ... % demanda do SE no ano 5
x(282) - trimf(x(267), [-3 0 3]); ... % demanda do Sul no ano 1
x(282) - trimf(x(268), [-3 0 3]); ... % demanda do Sul no ano 2
x(282) - trimf(x(269), [-3 0 3]); ... % demanda do Sul no ano 3
x(282) - trimf(x(270), [-3 0 3]); ... % demanda do Sul no ano 4
x(282) - trimf(x(271), [-3 0 3]); ... % demanda do Sul no ano 5
x(282) - trimf(x(272), [-3 0 3]); ... % demanda do NE no ano 1
x(282) - trimf(x(273), [-3 0 3]); ... % demanda do NE no ano 2
x(282) - trimf(x(274), [-3 0 3]); ... % demanda do NE no ano 3
x(282) - trimf(x(275), [-3 0 3]); ... % demanda do NE no ano 4
x(282) - trimf(x(276), [-3 0 3]); ... % demanda do NE no ano 5
x(282) - trimf(x(277), [-3 0 3]); ... % demanda do Norte no ano 1
x(282) - trimf(x(278), [-3 0 3]); ... % demanda do Norte no ano 2
x(282) - trimf(x(279), [-3 0 3]); ... % demanda do Norte no ano 3
x(282) - trimf(x(280), [-3 0 3]); ... % demanda do Norte no ano 4
x(282) - trimf(x(281), [-3 0 3]); ... % demanda do Norte no ano 5

ceq = [- x(241) + 6205*x(61) + 106755.2*x(66) + 45895.1*x(71) + 158110.7*x(76)
+ 116624.8*x(81) + 34594.7*x(86) + 45632.3*x(91) + 31003.1*x(96) +
233169.3*x(101) + 144014.4*x(106) + 403690*x(111) + 870890*x(112) +
1819890*x(113) + 2068090*x(114) + 403690*x(131) + 870890*x(132) +
1819890*x(133) + 2068090*x(134) + 403690*x(151) + 870890*x(152) +
1819890*x(153) + 2068090*x(154) + 403690*x(171) + 870890*x(172) +
1819890*x(173) + 2068090*x(174) + 5640.909*x(62) + 97050.182*x(67) +
41722.818*x(72) + 143737*x(77) + 106022.545*x(82) + 31449.727*x(87) +
41483.909*x(92) + 28184.636*x(97) + 211972.091*x(102) + 130922.182*x(107) +
366990.909*x(115) + 791718.182*x(116) + 1654445.455*x(117) +
1880081.818*x(118) + 366990.909*x(135) + 791718.182*x(136) +
1654445.455*x(137) + 1880081.818*x(138) + 366990.909*x(155) +
791718.182*x(156) + 1654445.455*x(157) + 1880081.818*x(158) +
366990.909*x(175) + 791718.182*x(176) + 1654445.455*x(177) +
1880081.818*x(178) + 5128.099*x(63) + 88227.438*x(68) + 37929.835*x(73) +

```

x =

Columns 1 through 5	74324.83	75075.34	75074.52	73176.73	64982.00
Columns 6 through 10	14171.26	17446.70	13006.70	13216.61	13617.93
Columns 11 through 15	11577.00	12063.84	12153.66	14151.46	13081.46
Columns 16 through 20	5751.00	6307.43	6464.13	8556.91	7358.01
Columns 21 through 25	25076.16	27677.50	24828.82	29996.80	30140.72
Columns 26 through 30	7036.74	5185.56	8325.00	4920.08	7119.68
Columns 31 through 35	4969.00	5115.17	5125.18	5119.20	5116.00
Columns 36 through 40	2513.00	3004.57	4115.30	5113.22	6278.90
Columns 41 through 45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Columns 46 through 50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Columns 51 through 55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Columns 56 through 60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Columns 61 through 65	1329.30	1440.00	1440.00	1440.00	1440.00
Columns 66 through 70	325.80	337.50	337.50	337.50	337.50
Columns 71 through 75	689.40	1499.40	1898.10	1898.10	1898.10
Columns 76 through 80	-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 81 through 85	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30
Columns 86 through 90	615.60	766.80	766.80	766.80	766.80
Columns 91 through 95	416.70	434.70	434.70	434.70	434.70
Columns 96 through 100	90.00	193.50	582.30	582.30	582.30
Columns 101 through 105	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 106 through 110	-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 111 through 115	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 116 through 120	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
Columns 121 through 125	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 126 through 130	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 131 through 135	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 136 through 140	0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 141 through 145	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 146 through 150	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 151 through 155	0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 156 through 160	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 161 through 165	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 166 through 170					

	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
Columns 171 through 175	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 176 through 180	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00
Columns 181 through 185	-0.00	-0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 186 through 190	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	-0.00
Columns 191 through 195	-0.00	1000.00	1053.76	152.43	0.00
Columns 196 through 200	0.00	291.09	151.09	860.61	0.61
Columns 201 through 205	119.59	425.82	2979.46	4218.10	218.47
Columns 206 through 210	669.00	1527.00	1676.57	458.79	2.99
Columns 211 through 215	989.58	370.60	1415.29	1.49	310.00
Columns 216 through 220	621.20	417.04	1560.34	1314.75	790.43
Columns 221 through 225	1596.41	4.27	13.31	2484.43	54.28
Columns 226 through 230	896.70	1395.78	3339.00	853.97	502.89
Columns 231 through 235	1606.83	115.49	1829.01	2721.53	0.00
Columns 236 through 240	443.14	6.32	2851.22	1480.00	126.44
Columns 241 through 245	715798241.13	0.00	-0.00	0.00	0.00
Columns 246 through 250	-0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00
Columns 251 through 255	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Columns 256 through 260	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 261 through 265	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	-0.00
Columns 266 through 270	-0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00
Columns 271 through 275	-0.00	-0.1672	0.00	0.00	0.00
Columns 276 through 280	0.00	-0.00	0.00	0.00	-0.00
Columns 281 through 282	-0.00	0.4536			

fval =  
-0.4536

x(1) a x(240) são as mesmas variáveis do Anexo II.

x(241) é o custo total de operação

x(242) é o erro percentual de previsão na afluência do SE no ano 1  
x(243) é o erro percentual de previsão na afluência do SE no ano 2  
x(244) é o erro percentual de previsão na afluência do SE no ano 3  
x(245) é o erro percentual de previsão na afluência do SE no ano 4  
x(246) é o erro percentual de previsão na afluência do SE no ano 5

x(247) é o erro percentual de previsão na afluência do Sul no ano 1  
x(248) é o erro percentual de previsão na afluência do Sul no ano 2  
x(249) é o erro percentual de previsão na afluência do Sul no ano 3  
x(250) é o erro percentual de previsão na afluência do Sul no ano 4  
x(251) é o erro percentual de previsão na afluência do Sul no ano 5

x(252) é o erro percentual de previsão na afluência do NE no ano 1

x(253) é o erro percentual de previsão na afluência do NE no ano 2  
 x(254) é o erro percentual de previsão na afluência do NE no ano 3  
 x(255) é o erro percentual de previsão na afluência do NE no ano 4  
 x(256) é o erro percentual de previsão na afluência do NE no ano 5

x(257) é o erro percentual de previsão na afluência do Norte no ano 1  
 x(258) é o erro percentual de previsão na afluência do Norte no ano 2  
 x(259) é o erro percentual de previsão na afluência do Norte no ano 3  
 x(260) é o erro percentual de previsão na afluência do Norte no ano 4  
 x(261) é o erro percentual de previsão na afluência do Norte no ano 5

x(262) é o erro percentual de previsão na demanda do SE no ano 1  
 x(263) é o erro percentual de previsão na demanda do SE no ano 2  
 x(264) é o erro percentual de previsão na demanda do SE no ano 3  
 x(265) é o erro percentual de previsão na demanda do SE no ano 4  
 x(266) é o erro percentual de previsão na demanda do SE no ano 5

x(267) é o erro percentual de previsão na demanda do Sul no ano 1  
 x(268) é o erro percentual de previsão na demanda do Sul no ano 2  
 x(269) é o erro percentual de previsão na demanda do Sul no ano 3  
 x(270) é o erro percentual de previsão na demanda do Sul no ano 4  
 x(271) é o erro percentual de previsão na demanda do Sul no ano 5

x(272) é o erro percentual de previsão na demanda do NE no ano 1  
 x(273) é o erro percentual de previsão na demanda do NE no ano 2  
 x(274) é o erro percentual de previsão na demanda do NE no ano 3  
 x(275) é o erro percentual de previsão na demanda do NE no ano 4  
 x(276) é o erro percentual de previsão na demanda do NE no ano 5

x(277) é o erro percentual de previsão na demanda do Norte no ano 1  
 x(278) é o erro percentual de previsão na demanda do Norte no ano 2  
 x(279) é o erro percentual de previsão na demanda do Norte no ano 3  
 x(280) é o erro percentual de previsão na demanda do Norte no ano 4  
 x(281) é o erro percentual de previsão na demanda do Norte no ano 5

x(282) é o grau de pertinência da decisão

zmf(x(241), [715460677.73, 716105172.39]) é o grau de pertinência de x(241)

trimf(x(242), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(242)  
 trimf(x(243), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(243)  
 trimf(x(244), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(244)  
 trimf(x(245), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(245)  
 trimf(x(246), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(246)

trimf(x(247), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(247)  
 trimf(x(248), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(248)  
 trimf(x(249), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(249)  
 trimf(x(250), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(250)  
 trimf(x(251), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(261)

trimf(x(252), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(252)  
 trimf(x(253), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(253)  
 trimf(x(254), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(254)  
 trimf(x(255), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(255)  
 trimf(x(256), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(256)

trimf(x(257), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(257)  
 trimf(x(258), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(258)  
 trimf(x(259), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(259)  
 trimf(x(260), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(260)  
 trimf(x(261), [-15 0 15]) é o grau de pertinência de x(261)

trimf(x(262), [-3 0 3]) é o grau de pertinência de x(262)  
 trimf(x(263), [-3 0 3]) é o grau de pertinência de x(263)  
 trimf(x(264), [-3 0 3]) é o grau de pertinência de x(264)  
 trimf(x(265), [-3 0 3]) é o grau de pertinência de x(265)  
 trimf(x(266), [-3 0 3]) é o grau de pertinência de x(266)

`trimf(x(267), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(267)`  
`trimf(x(268), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(268)`  
`trimf(x(269), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(269)`  
`trimf(x(270), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(270)`  
`trimf(x(271), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(271)`

`trimf(x(272), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(272)`  
`trimf(x(273), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(273)`  
`trimf(x(274), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(274)`  
`trimf(x(275), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(275)`  
`trimf(x(276), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(276)`

`trimf(x(277), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(277)`  
`trimf(x(278), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(278)`  
`trimf(x(279), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(279)`  
`trimf(x(280), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(280)`  
`trimf(x(281), [-3 0 3])` é o grau de pertinência de `x(281)`