



ECONS OU HUMANOS?
UM ESTUDO SOBRE A TOMADA DE DECISÃO EM AMBIENTES DE
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Ivail Muniz Junior

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Samuel Jurkiewicz.

Rio de Janeiro
Dezembro de 2016

ECONS OU HUMANOS?
UM ESTUDO SOBRE A TOMADA DE DECISÃO EM AMBIENTES DE
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Ivail Muniz Junior

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.

Examinada por:

Prof. Samuel Jurkiewicz, Math

Prof. Amarildo Melchiades da Silva, D.Sc.

Prof. Carlos Heitor d'Ávila Pereira Campani, Ph.D.

Prof. Humberto José Bortolossi, D.Sc.

Prof. Maria Agueiras Alvarez de Freitas, D.Sc.

Prof. Paulo Cezar Pinto de Carvalho, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2016

Muniz, Ivail Junior

Econs ou Humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar/ Ivail Muniz Junior. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2016.

XIII, 418 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Samuel Jurkiewicz

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia de Produção, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 397-406.

1. Tomada de decisão. 2. Ambientes de Educação Financeira Escolar. 3. Produção de Significados. 4. Modos de vibração. 5. Ensino de Matemática. 6. Economia Comportamental. I. Jurkiewicz, Samuel. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Produção. III. Título.

DEDICATÓRIA

*Aos meus maiores amores:
Ivanilde, Esther, Arthur e Maria*

AGRADECIMENTOS

Ao autor da Vida. Soli Deo gloria.

Ao meu pai Ivail Muniz (*In memoriam*) e minha mãe Maria, pelo amor exemplar repleto de exemplos de amor.

À minha doce Ivanilde, companheira, amiga e paixão da minha vida. Sem você seria impossível minha chegada aqui. Aos meus filhos Esther e Arthur, fontes infinitas de amor e inspiração.

Ao meu orientador e amigo Prof. Samuel Jurkiewicz pela confiança, incentivo, conselhos (sábios e eternos), admoestações (poucas e serenas), e por todas as experiências que temos compartilhado há tanto tempo.

Aos amigos Profs. Fernando Villar e Andreia Maciel, que compartilharam amizade, ideias, sonhos, tempo e generosidade. Vocês foram fonte de inspiração em diversos momentos dessa caminhada. Obrigado também pelas múltiplas revisões dos múltiplos textos (artigos, seminários e versões de tese) que mandei para vocês. Sintam-se coautores.

Ao professor e amigo Amarildo Melchíades da Silva por tudo o que fez por mim, desde as muitas parcerias acadêmicas às muitas horas de viagem. Obrigado XAM.

Aos amigos Raphael e Mushba. Vocês foram vitais nessa caminhada. Muito obrigado pelo que são. Aos amigos Juliana, Simone, Raphael, Mushba, Marco e Marcelo pela companhia nessa caminhada acadêmica nos momentos alegres e intensos que vivemos.

Aos professores Amarildo, Carlos Heitor, Humberto Bortolossi, Maria Aguietas e Paulo Cezar por aceitarem o convite de participar da Banca, e por inspirarem a minha carreira docente em diferentes fases da vida.

Aos meus alunos da ETEJLN da qual tenho o orgulho de lecionar e ser ex-aluno. Aos meus alunos do Colégio Pedro II. Sem todos vocês esse trabalho não teria me dado o prazer e a alegria que experimentei durante esses três anos. E nem seria do jeito que foi.

Ao Colégio Pedro II, pela concessão de licença em parte do período do doutorado. Ao CPII e à ETEJLN pela concessão do espaço de pesquisa. Aos meus diretores Flávio Norte, Andreia Bandeira e Pedro Wilian pela força, incentivo e paciência nessa caminhada. A todos os amigos e amigas de profissão, incluindo aí todos os meus coordenadores, de que de alguma forma me incentivaram e em alguns momentos trabalharam um pouco mais por minha causa. Obrigado

Às Pesquisadoras Janet Bolite e Cristiane Pessoa pela doce amizade construída na maturidade recente e pelas contribuições em movimento à essa pesquisa.

Aos queridos Andreia, Roberta e Pedro pela parceria nos bastidores da trama.

Ao CNPQ, e em especial à população brasileira, pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ECONS OU HUMANOS?
UM ESTUDO SOBRE A TOMADA DE DECISÃO EM AMBIENTES DE
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Ivail Muniz Junior
Dezembro/2016

Orientador: Samuel Jurkiewicz

Programa: Engenharia de Produção

As iniciativas de Educação Financeira têm crescido em nível mundial, inclusive as voltadas para os espaços escolares, sendo a tomada de decisão um objetivo central. Apesar da importância desse tema, bem como sua conexão com o Ensino de Matemática, os estudos sobre o processo de tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE) são reduzidos. Nesse contexto, o objetivo dessa pesquisa, de natureza qualitativa e do tipo etnográfico, foi o de investigar o processo de tomada de decisão por estudantes de Ensino Médio em AEFE, buscando identificar e categorizar os aspectos matemáticos e não matemáticos que levaram em consideração para analisar e tomar decisões. Adotamos o Modelo dos Campos Semânticos de Romulo Lins como base teórica e instrumento de leitura da produção de significados dos sujeitos da pesquisa, juntamente com as perspectivas da Economia tradicional, dentre elas as de Keynes, Friedman e Savage; da Psicologia Econômica, em especial as de Simon, Kahneman e Thaler; do marketing com Solomon e da neurociência a partir de Damásio. A pesquisa de campo, realizada em duas escolas públicas do Rio de Janeiro de 2014 a 2015, aconteceu em três fases, sendo as duas primeiras de natureza experimental e orientadas para o desenho da terceira, na qual se deu a nossa principal investigação. Os AEFE foram produzidos a partir de tarefas envolvendo trocas intertemporais, que simulavam diferentes cenários e permitiram a coleta de dados capturados em vídeo e registros escritos. A análise evidenciou que os estudantes produziram uma rede de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos, envolvendo aspectos econômicos, financeiros, culturais, sociais e comportamentais, e associados a processos tais como: alternância de campos semânticos, assimetria de fontes e aderência entre os aspectos matemáticos e não matemáticos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ECONS OR HUMAN?
A STUDY ON DECISION MAKING IN SCHOOL FINANCIAL EDUCATION
ENVIRONMENTS

Ivail Muniz Junior

December/2016

Advisor: Samuel Jurkiewicz

Department: Production Engineering

Financial Education initiatives have grown at a global level, including those focused on school spaces, and decision making is a central objective. Despite the feasibility and importance of this subject, as well as its connection with Mathematics Education, studies about the decision-making process in School Financial Education Environments (SFEE) are reduced. In this context, the objective of this qualitative and ethnographic research was to investigate the decision-making process by high school students in SFEE, seeking to identify and categorize the mathematical and non-mathematical aspects that they took into account in order to analyze and make decisions. We adopted the Semantic Fields Model of Lins as a theoretical basis and instrument of reading the production of meanings of the research subjects, along with the perspectives of the traditional Economy, among them Keynes, Friedman and Savage; Of Economic Psychology, especially those of Simon, Kahneman and Thaler; Marketing with Solomon and neuroscience from Damasio. The field research, carried out in two public schools in Rio de Janeiro of 2014 at 2015, took place in three phases, the first two of which were experimental and oriented to the design of the third one, in which our main research was given. The SFEE were produced from tasks involving intertemporal exchanges, which simulated different scenarios and allowed the collection of data, captured in video and written records. The analysis showed that the students produced a network of mathematical and nonmathematical meanings and knowledge, involving economic, financial, cultural, social and behavioral aspects, and associated to processes such as: alternation of semantic fields, asymmetry of sources and adherence between aspects mathematical and nonmathematical

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	01
1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	11
1.1 Delimitação do Estudo e Apresentação do Problema de Pesquisa	11
1.2 Justificativas	22
2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA E AMBIENTE DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR	30
2.1 Educação Financeira	31
2.2 Educação Financeira nas Escolas.....	37
3. NOSSAS CONCEPÇÕES SOBRE EFE E AEFE	45
3.1 Educação Financeira Escolar e Ambientes de Educação Financeira Escolar...45	
3.2 Representações Temporais	51
3.3 Trocas Intertemporais	56
3.4 O papel da matemática na EFE	60
4. REVISÃO DA LITERATURA.....	73
4.1 Um panorama crítico: teses e dissertações	74
4.2 Uma análise dos periódicos nacionais	100
4.3 Um panorama da literatura internacional	106
5. TOMADA DE DECISÃO: MAPEANDO AS PRINCIPAIS ESCOLAS DE PENSAMENTO....	110
5.1 ECONS: Tomada de decisão sob a perspectiva da economia tradicional.....	117
5.2 HUMANOS: Tomada de decisão sob a perspectiva da Psicologia Econômica.....	121
5.3 Visões Contemporâneas sobre a tomada de decisão	127
6. REFERENCIAIS TEÓRICOS EPISTEMOLÓGICOS	143
6.1 Sobre o Modelo dos Campos Semânticos	143
7. METODOLOGIA	153
7.1 Metodologia PQTE	153
7.2 Ciclos da Pesquisa – Fases 1, 2 e 3	155
7.3 Produção de dados	159
7.4 Design de tarefas	164
8. ANÁLISE DAS FASES 1 E 2	168
8.1 Análise da Fase 1	169
8.2 Análise da Fase 2	178
9. ANÁLISE DA FASE 3	193
9.1 Análise da Etapa 1	194

9.2 Análise da Etapa 2.....	203
9.2.1 Análise do Encontro 5.....	205
9.2.2 Análise do Encontro 6.....	231
9.2.3 Análise do Encontro 7.....	254
9.2.4 Análise do Encontro 8.....	288
9.2.5 Análise do Encontro 9.....	305
9.2.6 Análise do Encontro 10.....	336
9.2.7 Análise do Encontro 11.....	361
10. CONSIDERAÇÕES FINAIS	394
REFERÊNCIAS	405
ANEXOS	415
Termos de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE	415

LISTA DE SIGLAS

AEFE – Ambientes de Educação Financeira Escolar
AEF-Brasil – Associação de Educação Financeira do Brasil
AEFE – Ambientes de Educação Financeira Escolar
ANEFAC – Associação Nacional dos Executivos de Finanças
BCB – Banco Central do Brasil
BM&F BOVESPA – Bolsa de Mercadorias e Futuro
BNDES – Banco Nacional de Desenvolvimento Social
CAPM – Capital Asset Pricing model
CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática
CIBEM – Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
CPII – Colégio Pedro II
CONSED - Conselho Nacional de Secretários de Educação
COREMEC – Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiro, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização
CVM – Comissão de Valores Mobiliários
EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática
EFE – Educação Financeira Escolar
ENEF – Estratégia Nacional de Educação Financeira
ENEM-SBEM – Encontro Nacional de Educação Matemática
ENEM – Exame Nacional de Ensino Médio
ETEJLN – Escola Técnica Estadual João Luiz do Nascimento
FGV – Fundação Getúlio Vargas
JIC – Jovens indivíduos consumidores
LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação
MEC – Ministério da Educação
MCS – Modelo dos Campos Semânticos
OCDE – Organização para Coperação do Desenvolvimento Econômico
OPA – Objeto para a Aprendizagem
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PIB – Produto Interno Bruto
PQTE – Pesquisa Qualitativa do Tipo Etnográfico
SEF – Situações econômico financeiras
SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
SIPEMAT – Simpósio de Pesquisas em Educação Matemática
SPC – Secretaria de Previdência Complementar (SPC)
SUSEP - Superintendência de Seguros Privados
TIT – Trocas Intertemporais
TMA – Taxa mínima de atratividade
TUE – Teoria da Utilidade Esperada

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Programa Educação Financeira nas Escolas da ENEF.....	39
Figura 3.1: Os quatro princípios da nossa concepção de EFE.....	47
Figura 3.2: SEF envolvendo a antecipação e quitação de um financiamento	50
Figura 3.3: Representações temporais: eixo das setas e uma tabela dinâmica	51
Figura 3.4: Outra representação temporal: um fluxo analítico	53
Figura 3.5: Solução para o problema em questão via funções financeiras do Excel	55
Figura 3.6: Esquema do Jogo apresentado no material didático	69
Figura 3.7: Taxa de juros embutida nos financiamentos em função do percentual de desconto à vista e do número de parcelas	71
Figura 3.8: Taxas de juros do Crédito consignado para pessoa física em maio/2015.....	72
Figura 4.1: Exemplo de problema resolvido por meio da abordagem visual	85
Figura 4.2: Exemplo de problema envolvendo o processo de tomada de decisão.....	86
Figura 4.3: Situação-problema presente no Caderno e transposta para o OPA	89
Figura 4.4: Representação tabular de um registro de tabelas	91
Figura 4.5: Representação das parcelas no eixo das setas.....	91
Figura 4.6: Multiplicidade de representações da versão final do OPA	92
Figura 4.7: Duas soluções para uma situação financeira.....	93
Figura 4.8: Duas soluções para uma situação financeira	94
Figura 7.1: As 3 Fases da Pesquisa	153
Figura 7.2: Exemplo de transcrição dos dados capturados em vídeo	159
Figura 7.3: Tarefa do Encontro 1, seguida do registro escrito de Gabi (item a)	60
Figura 7.4: Continuação do registro escrito de Gabi para a Tarefa 1 (itens b – f)	161
Figura 7.5: Tarefa 14: O dilema dos irmãos.....	164
Figura 8.1: Fases 1 e 2 da Pesquisa	166
Figura 8.1: Imagem da tarefa 1 e desenvolvimento da aluna DA (E3 da Fase 1)	167
Figura 8.2: Imagem da Tarefa 2 do Encontro 3 da Fase 1	168
Figura 8.3: Solução apresentada pelo Grupo 2 para o item b da tarefa 2 do E3.....	169
Figura 8.4: Solução e comentário da aluna BM para a pergunta do item e da Tarefa2	169
Figura 8.5: Tarefa 3 – SEF envolvendo a evolução do VF de uma série uniforme.....	171
Figura 8.6: Tarefa 3 – SEF envolvendo a evolução do VF de uma série uniforme.....	175
Figura 8.7: Estratégia inicial do Grupo 1 – encontrar o valor da prestação do financiamento	176
Figura 8.8: Síntese da estratégia da solução 1 do Grupo 1.....	178

Figura 8.9: Etapas da segunda estratégia apresentada pelo Grupo 1	179
Figura 8.10: Conclusões da segunda estratégia apresentada pelo Grupo 1	180
Figura 8.11: Conclusão do G1	181
Figura 8.12: Estratégia do G2.....	182
Figura 8.13: Dinâmica da primeira estratégia exposta pelo G2.....	184
Figura 8.14: Conclusão do primeiro caminho do G2.....	184
Figura 8.15: Dinâmica da segunda estratégia apresentada pelo G2.....	185
Figura 8.16: Outros aspectos emergentes dos discursos envolvendo tomada de decisão	187
Figura 8.17: Resumo das tomadas de decisão e justificativas para o item c.....	188
Figura 8.18: Impacto da valorização do imóvel na tomada de decisão	188
Figura 8.19: Quadro comparativo das decisões apresentadas considerando o efeito da valorização do imóvel	189
Figura 8.20: Análise do Grupo 2 sobre o impacto do reajuste do aluguel na tomada de decisão	189
Figura 8.21: Outros aspectos não matemáticos apresentados pelos alunos que podem influenciar na tomada de decisão da situação apresentada	190
Figura 9.1: Diagrama da Fase 3 da Pesquisa	193
Figura 9.2: Tarefa 1 do Encontro 1 da Fase 3.	195
Figura 9.3: Soluções de Sami e Mari para o item a da tarefa 1 do Encontro 1	200
Figura 9.4: Participantes do Encontro 5 da Fase 3.....	205
Figura 9.5: Tarefa 7 aplicada no Encontro 5	206
Figura 9.6: Diferentes formas de operar a partir de uma mesma representação temporal	214
Figura 9.7: Solução final de Sami na representação temporal sugerida	220
Figura 9.8: Caso 3 da Tarefa 7 – Encontro 5	228
Figura 9.9: Dois processos diferentes para obtenção do valor da parcela no caso 3 da Tarefa 7.....	229
Figura 9.10: Participantes do Encontro 6.....	231
Figura 9.11: Tarefa 8 - Taxas de Juros e Tomada de decisão aplicada Encontro 6.....	232
Figura 9.12: Solução de Sami para o item d da Tarefa 8.....	238
Figura 9.13: Uma Representação Temporal para a Solução de Sami	238
Figura 9.14: 4 estratégias diferentes para situação problema da Tarefa 8.....	239
Figura 9.15: Solução de Tom para o item e da tarefa 8	248
Figura 9.16: Participantes do Encontro 7.....	254
Figura 9.17: Tarefa 9 aplicada no Encontro 7.....	255
Figura 9.18 – Tarefa 10 aplicada no Encontro 7	256

Figura 9.19 – Tarefa 10 (itens a e b)	280
Figura 9.20 – Perguntas complementares da Tarefa 10.....	285
Figura 9.21 – Participantes do Encontro 8.....	288
Figura 9.22 – Tarefa 11 realizada no Encontro 8.....	289
Figura 9.23 - Solução de Stahl para a Tarefa 11a – Encontro 8	299
Figura 9.24 – participantes do Encontro 9.....	305
Figura 9.25 – Tarefa 12 aplicada no Encontro 9.....	307
Figura 9.26 - Estratégia de Bril para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9.....	323
Figura 9.27 - Estratégia de Mari para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9	324
Figura 9.28 - Estratégia de Sami para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9.....	324
Figura 9.29 - Estratégia de Send para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9.....	325
Figura 9.30 - Estratégia de Lu para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9.....	325
Figura 9.31 - Estratégia de Sthal para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9	326
Figura 9.32 - Estratégia de Bril e Mari para o Cenário 3 da Tarefa 12 – Encontro 9...328	
Figura 9.33 –Participantes do Encontro 10.....	336
Figura 9.34 - Tarefa 13 aplicada no Encontro 10.....	336
Figura 9.35 – Tarefa 14 aplicada no Encontro 10.....	339
Figura 9.36 - Tarefa 14 aplicada no Encontro 10 - Itens a e b	345
Figura 9.37 - Solução de Stahl para o item a da Tarefa 13.....	348
Figura 9.38 - Soluções de Stahl, Send, Lu,Gabi, Carlos nos itens d e e da Tarefa 14..349	
Figura 9.39 - Imagem gráfica da distribuição das Classes sociais no Brasil	356
Figura 9.40 – Evolução do % da população brasileira situada abaixo da linha da pobreza	
Figura 9.41 – Participantes do Encontro 11	361
Figura 9.42 - Tarefa 15 realizada no Encontro 11.....	362
Figura 9.43 - Infográfico sobre a distribuição dos empréstimos no Brasil em 2015 concedidos apenas às pessoas físicas. Tarefa realizada no encontro 11.....	364
Figura 9.44 - Tarefa 15 aplicada no Encontro 10 - Itens a e b.....	372
Figura 9.45 - Solução e comentários de Gabi - Itens a da Tarefa	373
Figura 9.46 - Soluções I e II apresentadas por Sami para o Item <i>a</i> da Tarefa 15.....	376
Figura 9.47 - Perguntas para os Itens c e d da Tarefa 15.....	383
Figura 9.48 - Aspectos não matemáticos e financeiros envolvidos na compra de um carro segundo os participantes Sami e Gabi no Encontro 11.....	386
Figura 9.49 - Infográfico sobre a distribuição dos empréstimos no Brasil em 2015 concedidos apenas às pessoas físicas, extraído do Jornal O Globo de 11 de abril de 2015.....	390

INTRODUÇÃO

Sabemos que as pessoas tomam decisões o tempo todo, tendo ou não consciência. São muitos os contextos em que os julgamentos e escolhas acontecem, incluindo os de natureza pessoal, familiar, acadêmica, social e profissional. E nem sempre parece que estamos no comando. Podemos ser impulsivos ou reflexivos demais, deixando em alguns casos que a emoção nos guie e em outros ficamos paralisados pela incerteza. Tomamos decisões importantes mobilizando nossa capacidade lógica, a partir de ferramentas analíticas, incluindo as envolvendo matemática, e em outros casos, tomamos uma brilhante decisão quase que instantaneamente, nos perguntando como isso foi possível.

A nossa percepção sobre a importância desse processo aumenta quando pensamos nas consequências das nossas escolhas ao longo da vida, com impactos de curto, médio e muitas vezes de longo prazo. Tal importância talvez explique por que do tópico da tomada de decisão seja partilhado por tantas e diferentes áreas, dentre elas a matemática, estatística, economia, ciência política, sociologia e psicologia, conforme aponta Kahneman (2012).

Dentre os variados contextos e áreas que a tomada de decisão humana se insere, temos as decisões envolvendo o dinheiro e suas consequências. E no século XXI, a capacidade de lidar com situações econômico financeiras¹ (SEF), isto é, situações que envolvam a obtenção, o uso e a distribuição do dinheiro, está se tornando cada vez mais importante, principalmente diante das novas tendências econômicas, sociais e demográficas, como se pode ver, por exemplo, em OCDE (2005), Mandell (2008), Aprea et al (2016), Lusardi (2008) e Lusardi & Mitchel (2011).

É nesse contexto complexo sobre a tomada de decisão em SEF, o qual pode ser lido, investigado e interpretado por múltiplas lentes, que nossa pesquisa se apresenta. Nosso objetivo com este estudo, de natureza qualitativa e do tipo etnográfico, foi investigar o processo de tomada de decisão para situações econômico financeiras (SEF) apresentadas por meio de tarefas inseridas em Ambientes de Educação Financeira

¹ Nesse trabalho, caracterizamos uma situação econômico financeira (SEF) como qualquer situação pertencente a um conjunto de situações que envolvam a obtenção, o uso e a distribuição do dinheiro, tais como as relacionadas ao orçamento doméstico, planejamento financeiro, consumo, renda, poupança, investimentos, como também relacionadas a questões econômicas, tais como inflação, poder de compra, PIB, taxa SELIC, desigualdade econômica, ajuste fiscal, dentre outras.

Escolar (AEFE)² a partir da produção de significados e conhecimentos (LINS, 1999, 2001, 2012) matemáticos e não matemáticos de estudantes de Ensino Médio de duas escolas públicas no Rio de Janeiro.

Como os estudantes de Ensino Médio, participantes da pesquisa, tomaram decisões diante de SEF envolvendo consumo, poupança, financiamentos, planejamento financeiro e de um modo geral situações envolvendo trocas intertemporais³? Que aspectos matemáticos foram levados em consideração por eles para analisar tais situações, a partir de uma experiência inicial com matemática e finanças? Que aspectos não matemáticos emergiram de seus discursos na análise das situações financeiras, em suas escolhas e nos motivos que as justificavam?

Essas são apenas algumas das perguntas com as quais tenho me envolvido desde 1999, em minha atuação como professor de Matemática, toda vez que construí com meus alunos ambientes de educação financeira escolar, principalmente, mas não exclusivamente, quando lecionava o tópico matemática financeira em aulas de Matemática do Ensino Médio de diferentes escolas no Rio de Janeiro.

Desta forma, não vejo como começar esse texto sem dizer que essa tese foi fortemente motivada pelos incontáveis momentos de envolvimento, produção matemática, aulas, seminários, apresentação de trabalhos, dúvidas, questionamentos, assombros, e entusiasmo de estudantes quando diante de situações financeiras que podiam ser analisadas por meio de ideias matemáticas relacionadas aos conteúdos que já haviam ou estavam prestes a estudar, e que, ao mesmo tempo, estavam relacionadas com suas vidas, ou ainda com situações que conversavam com outras variadas áreas, da Geografia à Filosofia, passando sempre pela Economia. As aulas de Matemática Financeira nos remetiam a outras questões, conversas, produções e, portanto, eram diferentes tanto para mim quanto para os meus alunos, segundo seus muitos relatos. Além disso, os aspectos não matemáticos, tais como os comportamentais, culturais e sociais, por exemplo, sempre emergiram dos discursos dos estudantes nesses ambientes

²Usaremos esse termo para representar os momentos de interação entre pessoas quando analisam situações econômico financeiras, em espaços escolares, visando ou envolvendo o ensino aprendizagem, como também visando a pesquisa acadêmica, em especial a educacional. Assim ambiente não se refere a lugares, a espaços escolares, a ambientes físicos e sim a momentos de interação. Essa ideia foi desenvolvida para essa tese e será definida e tratada detalhadamente no capítulo 3.

³ Sinteticamente, as trocas intertemporais são escolhas dentre opções situadas em diferentes momentos no tempo, que estão associadas a sacrifícios e benefícios. Usufruir de um benefício agora, para fazer um ou mais sacrifícios depois, como por exemplo, comprar um pacote de viagens hoje para pagar depois em algumas parcelas, é um dos muitos exemplos de trocas intertemporais. Essa noção vem da perspectiva de Eduardo Giannetti, apresentada em *O Valor do amanhã*, e pode ser considerada uma questão central dessa tese, e como tal, será tratada detalhadamente na seção 3.3

quando diante de temas econômicos e financeiros, e, portanto, já indicavam a relevância de uma leitura mais ampla sobre tais aspectos, mesmo sendo as aulas de matemática. Tais aspectos foram tão importantes e centrais nesses anos de experiência, e em alguns casos até mais intensos que os matemáticos, que não podiam ficar de fora dessa tese. Afinal eles expressam como os alunos realmente pensavam nos ambientes de educação financeira escolar do qual faziam parte e, portanto, estavam imersos.

Um dos muitos exemplos dessa conexão entre aspectos matemáticos e não matemáticos em nossa sala de aula, que tanto nos inspirou, está registrado no Artigo *Uma investigação sobre a abordagem de situações financeiras envolvendo taxas de juros no Brasil em curso pós-médio* (MUNIZ, 2015a) apresentado na XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática, em 2015. Nessa experiência, realizada no final de 2014, os estudantes associaram taxas de juros a velocidade de crescimento de dívidas e investimentos, e puderam entender que geralmente há uma enorme diferença entre as taxas que nos pagam quando investimos, por exemplo na poupança, com as taxas que nos cobram, por exemplo, quando não pagamos o valor total da fatura do cartão de crédito ou usamos o cheque especial.

Além disso, identificamos nessa experiência que os aspectos matemáticos foram conectados aos financeiros e comportamentais, conforme observamos nos diversos significados produzidos pelos estudantes, dentre eles: “O brasileiro gasta mais do que ganha para comprar bens materiais e querer status. Junto com o Capitalismo vem o desejo de que querer mais e mais e com isso acaba se endividando”; “Dessa forma, as pessoas deveriam tomar consciência e passar a refletir sobre as compras e seus meios de pagamento senão ficarão endividados e perderão dinheiro à toa”; “Devemos então saber administrar muito bem nosso dinheiro e não comprar por impulso para não contrairmos uma dívida com juros muito alto que não consigamos pagar”, ou ainda “O aspecto mais importante nesse atividade pra mim foi me deixar mais consciente com relação a juros e cartões e bancos pude perceber o quão perigoso pode ser usar cartões de crédito sem sabedoria/moderação”. (MUNIZ, 2015)

Essa experiência apresentou muitas evidências de que a partir da transformação e comparação da evolução do saldo devedor e do valor aplicado, considerando as taxas reais aplicadas pelas Instituições Financeiras na época da atividade, os estudantes fizeram a leitura dos efeitos dessa situação econômica na vida da sociedade, e em especial, em suas próprias vidas. Ou seja, os aspectos matemáticos ajudaram a perceber as regras do jogo financeiro, e de como tudo isso estava relacionado ao comportamento

dos consumidores nesse jogo, cujas consequências eram geralmente desastrosas, ainda que eventualmente pudessem ser boas em alguns casos.

Nossa pesquisa, portanto, pode ser vista sob vários aspectos como um *amálgame* entre observações e ideias que foram sendo percebidas e construídas a partir dessas experiências em sala de aula, algumas delas registradas em (Muniz, 2007; Muniz 2010; Muniz, 2013; Muniz, 2015a), e muitas outras observações e ideias decorrentes de uma investigação mais sistematizada, fundamentada e reflexiva, realizada nos últimos quatro anos decorrentes do nosso doutorado.

Com a pergunta: “*Econs ou Humanos?*”, pretendemos convidar o leitor à dúvida, ao questionamento, e principalmente, já apontar para uma questão central de nossa pesquisa, fortemente presente nos estudos dos últimos 50 anos sobre o comportamento das pessoas diante da tomada de decisão: qual o papel da racionalidade humana nesse processo?

Para a Economia Clássica, representada por Economistas como John Stuart Mill, Gary Backer, Milton Friedman e J. Savage, dentre outros, o agente da teoria econômica é racional, egoísta e seus gostos não mudam. A hipótese dos Mercados Eficientes, de Eugene Famá (1970), baseada na Teoria da Utilidade Esperada de Von Neumann e Mongenstern (1947) e no Teorema de Bayes, é um exemplo de teoria econômica baseada nessa visão desse agente. Esse é o ECONS criado por alguns economistas para descrever ou considerar como o homem age. Por outro lado, para pesquisadores em comportamento humano e tomada de decisão, dentre eles Herbert Simon, Daniel Kahneman, Amos Tversky, Richard Thaler e Dan Ariely é evidente que as pessoas não são nem completamente racionais, nem completamente egoístas e que seus gostos podem ser tudo, menos estáveis. Segundo Kahneman, os HUMANOS têm uma visão de mundo limitada pela informação que está disponível a um dado momento e, desse modo, não podem ser tão consistentes e lógicos como o Homem (ECONS) definido pela economia. São às vezes generosos, e com frequência estão dispostos a contribuir para o grupo ao qual estão ligados. E normalmente fazem pouca ideia sobre do que irão gostar no próximo ano ou até mesmo amanhã. (KAHNEMAN, 2012, p.335).

Para complicar ainda mais essa questão, temos os estudos da neurociência das últimas décadas, dentre eles os do neurocientista da decisão Alan Safey⁴ e do neurocientista António Damásio, que apontam a importância dos circuitos cerebrais

⁴ Para mais detalhes sobre as pesquisas coordenadas por Safey, ver <http://www.decisionneurosciencelab.com/>

mais antigos associados à emoção, raiva e repulsa (como a ínsula anterior ou o sistema límbico) no processo de tomada de decisão, que ora parecem duelar com regiões cerebrais responsáveis pelo processamento mais elaborado e analítico, como o córtex pré-frontal, e em muitos casos colaborar e ajudar na tomada de decisão racional. Damásio, através de seus estudos⁵, derrubou a tese de que para obter os melhores resultados, a emoção precisa ficar de fora.

Influenciados diretamente pelos resultados dessa batalha épica entre Econs e Humanos, cunhamos nossa forma de olhar para a tomada de decisão ao escrever essa tese. Pretendemos mostrar com os resultados obtidos em nosso estudo quais aspectos matemáticos e não matemáticos foram levados em consideração pelos estudantes na tomada de decisão, bem como quando analisaram possíveis tomadas de decisão, em situações financeiras, no interior dos ambientes de educação financeira escolar. Além disso, mostraremos que identificamos uma rede complexa de objetos matemáticos sendo constituídos, as operações entre esses objetos e as lógicas dessas operações, em que a transformação do dinheiro no tempo, representada através de diferentes significados, contribuiu para a construção de soluções que serviram de apoio à tomada de decisão. E, finalmente, que observamos uma rede de conhecimentos que foi sendo tecida, num processo dinâmico e não linear, levando-se em consideração aspectos financeiros, culturais e comportamentais, os quais, em alguns casos, estavam conectados aos aspectos matemáticos apresentados pelos participantes.

Para isso, temos a tese com uma estrutura em dez capítulos. No capítulo 1 apresentamos o problema de pesquisa, o contexto em que ele foi formulado, os objetivos e as justificativas.

Os capítulos 2 e 3 tratam de Educação Financeira. Optamos por dividir em dois capítulos, para apresentar e reforçar as semelhanças e diferenças entre as concepções e movimentos dessa educação no Brasil e no Mundo com as nossas concepções, construídas nessa pesquisa, que estruturam a nossa visão e na qual essa pesquisa se apoia, uma vez que a tomada de decisão é um dos objetivos centrais de todos os projetos de educação financeira em todo o mundo, conforme podemos ver em OCDE (2005) e Retzmann (2010) e LoerWald & Stemmann (2016).

⁵ António Damásio é neurocientista e diretor do Instituto do Cérebro e da Criatividade nos EUA. Suas principais pesquisas estão associadas ao funcionamento das regiões do cérebro e seus mecanismos de participação no processo de tomada de decisão, como se pode ver em o Erro de Decartes – um dos principais livros deste autor.

No capítulo 2 tratamos do recente movimento de educação financeira em nível mundial (XU & ZIA, 2012; MUNDY, 2008; et al), capitaneado pela Organização para Cooperação do Desenvolvimento Econômico (OCDE) através de seu *Financial Education Project* iniciado em 2003 (OCDE, 2005), bem como as diferentes concepções de educação financeira, e da educação financeira que se volta para a Escola – Educação Básica. Discutimos também os objetivos e intenções desse movimento, que podem ser vistos como grandes oportunidades para melhorar a vida das pessoas, mas, por outro lado, como intencionado a fazer as pessoas aprenderem a responder melhor individualmente aos sinais e crises produzidas pela ganância, corrupção, má gestão e desregulamentação excessiva/desenfreada do mercado financeiro, para que a responsabilidade dos grandes agentes seja reduzida, ou para justificar mais austeridade e ou redução de proteção do coletiva do Estado, conforme apontam Chris Arthur (2012), em *Financial Literacy Education: Neoliberalism, the Consumer and the Citizen*, e Slavoj Zizek (2010), em *A Permanent Economic Emergency*. Aproveitamos ainda para apresentar as diferenças entre Matemática Financeira, Educação Financeira, Literacia Financeira, principalmente quando se voltam para a Educação Básica.

No capítulo 3 apresentamos duas de nossas contribuições de pesquisa, sendo a primeira nossa concepção de Educação Financeira Escolar, e associada a esta, os Ambientes de Educação Financeira Escolar, ambas cunhadas nessa pesquisa, e, portanto, de natureza autoral. Em seguida discutiremos mais uma contribuição autoral dessa pesquisa, que é a noção de representações temporais, as quais estão relacionadas às estratégias de lidar com SEF envolvendo trocas intertemporais. Ainda neste capítulo, tratamos das trocas intertemporais – uma ideia central nesse estudo - baseadas na perspectiva de Eduardo Giannetti (2005), e finalmente discutimos o papel da matemática na EFE.

Os capítulos 4 e 5 trazem uma revisão da Literatura, sendo o capítulo 4 um panorama crítico sobre as pesquisas relacionadas à educação financeira escolar ou a matemática financeira. Já o capítulo 5 é exclusivamente dedicado à tomada decisão, em que realizamos um mapeamento das principais escolas de pensamento, e suas influências na concepção de nossa pesquisa, tanto no design das tarefas como, e principalmente, na ampliação da visão sobre os processos de tomada de decisão.

Os capítulos 6 e 7 tratam basicamente da metodologia, e de uma forma mais ampla trazem os referenciais epistemológicos⁶ e metodológicos utilizados. No capítulo 6 apresentamos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) proposto por Lins (1992, 1997, 1999, 2001, 2012) como referencial teórico e metodológico, bem como descrevemos como foi usado para a investigação dos processos de construção de conhecimento e produção de significados dos estudantes diante das situações financeiras apresentadas por meio de tarefas inseridas em ambientes de educação financeira escolar. Aproveitamos para discutir as noções de significado, conhecimento, objeto, núcleo e atividade, derivadas do MCS.

No capítulo 7 apresentamos a metodologia de Pesquisa qualitativa e do tipo etnográfico (PQTE) escolhida para a construção e reconstrução das tarefas e da condução da pesquisa, abordando as características utilizadas. As três fases da pesquisa são detalhadas em seguida, compostas de seis encontros na primeira fase, um encontro na segunda fase, e 11 encontros na terceira fase, perfazendo um total de aproximadamente 40h, com os respectivos locais e participantes, bem como o papel de cada uma dessas fases na etapa seguinte. Por fim, apresentamos a nossa metodologia de geração de dados, que foram produzidos e capturados em vídeo e por meio das fichas de registro dos estudantes, organizados e analisados com aporte na metodologia apresentada em Powell et al (2004); Powell & Quintaneiro (2015).

Nos capítulos 8 e 9 desenvolvemos nossa investigação propriamente dita. No capítulo 8 analisamos alguns momentos-chave da fase I – fase inicial de característica mais experimental –, cujos resultados foram parcialmente publicados em Muniz (2015a). Apresentamos ainda neste capítulo uma análise mais aprofundada da fase II, publicada em Muniz (2015b). No capítulo 9, apresentamos uma investigação detalhada dos momentos-chave identificados em cada um dos 7 últimos encontros da fase III, na qual processos foram identificados e categorizados, dentre eles a alternância de campos semânticos, assimetria de fontes e aderência, a partir dos aspectos matemáticos e não matemáticos que os estudantes levaram em consideração na realização das tarefas. O capítulo 10 destina-se às considerações finais.

Salientamos que esse estudo está relacionado a diferentes concepções do pensamento humano sobre suas escolhas e os fatores que as influenciam. Além dos

⁶ O termo Epistemologia, e todos os seus derivados, serão usados nesse texto segundo a seguinte caracterização: “é a atividade humana que estuda as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como o conhecimento é

Estudos da Economia Tradicional (Smith, Keynes, Friedman e Savage) e da Psicologia Econômica (Simon, Kahneman, Tversky, Thaler, Shiller, Akerlof), nossa pesquisa sofreu influência de alguns autores da Sociologia (Bauman), do Marketing (Solomon) e da Neurociência (Damásio). Tais leituras nos ajudaram em diversos aspectos, incluindo a construção da nossa visão sobre como deve ser uma Educação Financeira Escolar, o desenho das tarefas e a investigação das formas de pensar dos estudantes.

Além disso, nossa leitura acontece em espaços escolares e tem grande conexão com a Educação Matemática, uma vez que nossa investigação considera fundamentos epistemológicos no agir dos sujeitos de pesquisa, ou seja, de como estes produzem conhecimentos e significados para as situações econômico financeiras apresentadas por meio tarefas em Ambientes de Educação Financeira Escolar. Assim, estamos investigando não apenas quais decisões os estudantes tomaram, como é comum nas pesquisas internacionais, tais como as apresentadas nos estudos de Shaun Mundy em seu *Financial Education Programans in Schools* (MUNDY, 2008), ou no artigo de Lusardi et al (2010), mas também os processos utilizados pelos estudantes para tomarem decisão, criarem estratégias, a partir de suas **ações enunciativas**⁷, quando analisam SEF.

Outra característica importante da nossa pesquisa se refere ao público alvo, formado por estudantes de Ensino Médio na faixa de 16 a 19 anos, pertencentes a uma fase da vida em que geralmente não ganham seu próprio dinheiro, e por isso, o nível de interferência e participação na tomada de decisão dos gastos varia muito, principalmente com o poder aquisitivo, perfil socioeconômico e hábitos culturais da família que integra. Nessa fase da vida escolar adolescentes ou jovens não têm, geralmente, a mesma liberdade de uma pessoa que ganha o seu próprio salário. Além disso temos que a adolescência é uma fase em que os humanos costumam ser impulsivos (Giannetti, 2005) e preocupados com sua posição, espaço, pertinência e aparência em algum tipo de grupo, o que pode influenciar um consumo além de suas possibilidades financeiras, consumo desenfreado e muitas vezes desnecessário (por exemplo, a necessidade de troca de celular de seis em seis meses para não ficar “para trás” dos amigos).

produzido?; Como é que conhecemos o que conhecemos?”, conforme apresentada por Lins (1993b,p.77).

⁷ Entendemos por ações enunciativas com sendo formas de expressar o que se diz, tais como falas, escritas, gestos, desenhos, gráficos, e até mesmo, em alguns casos, o silêncio.

Sabemos também que estratégias de marketing têm influenciado adolescentes e jovens em relação ao universo do dinheiro, principalmente no quesito consumo, status e relação de pertencimento de grupo, conforme apontam, por exemplo, os estudos de Barber (2009) ou na obra de Solomon (2014). Esses fatores também estão presentes quando os estudantes fazem suas escolhas bem como nos argumentos que utilizam para justificá-las.

Ainda sobre espaços escolares, é preciso pontuar que, diferente de outros temas e áreas como funções, geometria, combinatória e probabilidade, matrizes, vetores dentre outros, a temática envolvendo situações financeiras está associada a diversos aspectos econômicos, políticos, culturais, comportamentais e financeiros, que geralmente não estão, ou não costumam estar associados aos conteúdos da álgebra, da geometria e da aritmética ensinados na Escola, como os elencados acima, por exemplo. Podemos até conectar combinatória a questões de otimização e tomada de decisão que poderiam fazer emergir algumas questões éticas e sociais, mas não é assim que costuma acontecer. Quando abordamos situações financeiras, o próprio contexto já traz outras questões que vão além da matemática ou da matemática financeira. Por exemplo, questões envolvendo desigualdade econômica brasileira, necessidade e desejo ou posicionamento político são questões frequentes levantadas pelos alunos nos ambientes de educação financeira escolar. E isso raramente acontece quando tratamos de geometria, por exemplo.

Além disso, ao se transpor essa temática para a sala de aula de matemática, múltiplos aspectos didáticos passam a contribuir para ampliar a complexidade da abordagem de situações financeiras, dentre eles os de natureza epistemológica, ou seja, da geração do conhecimento, inclusive os inerentes à complexidade do ensino e aprendizagem de matemática. Exponenciais, logaritmos, resolução de equações polinomiais podem fazer parte das noções que precisam ser consideradas para investigar as situações, e isso costuma ser considerado um desafio para os alunos, conforme nossa experiência docente tem revelado, como também os relatos de pesquisas, tais como Novaes (2009) e Campos (2013).

Essa investigação está situada em uma área de pesquisa ainda embrionária no campo da Educação que se volta para questões matemáticas da sala de aula, que vamos

chamar aqui nessa tese de Educação Financeira Escolar (EFE)⁸. Em especial olharemos para uma EFE que se volta para a sala de aula de matemática da educação básica. Assim, ao usar a expressão EFE podemos nos referir também a uma área de pesquisa em desenvolvimento, e quando assim o fizermos deixaremos isso indicado.

Nesse contexto, vale dizer que esse estudo não é uma proposta de Educação Financeira, mas sim uma investigação sobre processos, formas de pensar, multiplicidade de estratégias, e de uma forma mais ampla, uma investigação sobre a produção de significados no processo de tomada de decisão, buscando entender e descrever esses processos dos estudantes. Isso não significa que não se possa construir uma proposta, ou até várias, a partir desse estudo. Também não temos uma tese que busca, ao final, avaliar, medir ou provar que os alunos, após os encontros, aumentaram suas habilidades financeiras, ou seja, ampliaram sua literacia financeira.

Finalmente, reforçamos que além do estudo de Campos (2013) que trata de Tomada de decisão no Ensino Médio⁹, não identificamos pesquisas que apresentassem investigações de forma multidisciplinar cujo foco fosse o processo de tomada de decisão por alunos de Ensino Médio. Esse olhar para os processos de uma forma mais detalhada, em que o valor do dinheiro no tempo e os aspectos matemáticos são investigados detalhadamente e para além do que os livros didáticos de matemática trazem, e como estão conectados a diversos outros aspectos não matemáticos, é mais uma característica da originalidade desse estudo.

⁸ O termo Educação Financeira Escolar (EFE) foi apresentado por Silva e Powell em 2013, para delimitar que tipo de educação financeira deveria se voltar para a escola, em especial, a sala de aula de matemática. Usamos esse termo também nesse sentido, ainda que nossa concepção de EFE tenha algumas diferenças das apresentadas pelos autores, conforme mostraremos no capítulo 3.

⁹ No capítulo 4 analisaremos o trabalho de Campos (2013), e apresentamos algumas semelhanças e várias diferenças teóricas e metodológicas com o nosso estudo.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste primeiro capítulo apresentaremos a delimitação do estudo, situando-o em um contexto formado: (i) pelas profundas transformações econômicas, sociais e demográficas, em nível mundial e em especial no Brasil, principalmente as observadas no século XXI; (ii) pelo conseqüente movimento internacional de Educação Financeira, capitaneado pela OCDE, e seus desdobramentos; (iii) pelo crescimento das pesquisas relacionadas à abordagem de situações financeiras na Educação Básica, chamado por alguns pesquisadores de Educação Financeira Escolar (Silva e Powell, 2013), incluindo as pesquisas da área de Educação Matemática, e ainda (iv) pela visão multidisciplinar sobre o comportamento humano no processo de tomada de decisão.

Em seguida, apresentaremos nossos objetivos e as questões de pesquisa que nos ajudaram a atingi-los, seguidas de um detalhamento de elementos que justificam o empreendimento e a importância desse estudo.

1.1 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA.

As discussões sobre Educação Financeira têm se ampliado em todo o Mundo, principalmente a partir do início do século XXI, e se intensificaram recentemente no Brasil em diversas esferas, dentre elas a educacional, conforme apontam, por exemplo, Saito (2008), Motta & Rolim (2014), Xiao (2008), Atkinson & Messy (2013), Mandell (2006), Mundy (2008).

Esse movimento é influenciado por diversos fatores econômicos, políticos e sociais, os quais decorrem essencialmente das transformações no cenário econômico-financeiro global nos últimos 20 anos, juntamente com as singularidades políticas, econômicas e demográficas regionais. Tais fatores têm ampliado o número de questões econômico financeiras com as quais os cidadãos têm lidado, produzindo grandes desafios para a comunidade global, demandando assim discussões, orientações e análises, muitas delas inseridas no que se tem chamado de Educação Financeira (OCDE, 2005; PICKETY, 2013; BAUMANN; 2010; PATEL, 2010, et al).

No Brasil, a estabilidade da moeda (a partir de 1994), o aumento da renda, o crescimento da classe média brasileira, o aumento da oferta de crédito para bens (móveis e imóveis) e serviços, a ampliação do prazo dos financiamentos imobiliários, a velocidade da geração e do consumo de bens e serviços, a redução do grau de

desigualdade de renda, além do aumento da expectativa de vida da população, compõe um conjunto de profundadas mudanças sociais e econômicas ocorridas no Brasil. Além dessas mudanças, a crise internacional de 2008 e a recente crise econômica brasileira iniciada em 2015, têm ampliado o conjunto de transformações, trazendo fatores como desemprego, aumento das taxas de inflação e da taxa SELIC, redução do nível de atividade em praticamente todos os setores econômicos, dentre outros. Temos, portanto, uma diversidade de fatores que têm impactado fortemente a vida dos brasileiros, conforme apontado em diversas pesquisas, relatórios e por especialistas, dentre eles Leitão (2011), Neri (2010), BNDES (2010), Barros et al (2006), Araújo (2008), IBGE (2010).

Nesse cenário de transformações e desafios econômicos, identificamos diversas iniciativas de se educar financeiramente a população, geralmente empreendidas por agentes¹⁰ governamentais ou por meio de instituições financeiras públicas e principalmente privadas, impulsionadas, em muitos casos, pelas orientações da Organização para Cooperação do Desenvolvimento Econômico (OCDE), através de seu *Financial Education Project* (OCDE, 2005).

O governo brasileiro, por exemplo, tem promovido iniciativas envolvendo órgãos como o Banco Central (BC), a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), a Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F BOVESPA), dentre outros, através de projetos e informações em seus portais. A ação mais estruturada do Governo iniciou-se em 2010 com a criação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)¹¹, gerida desde 2013 pela Associação de Educação Financeira (AEF), a qual será tratada com mais detalhes, juntamente com as ações promovidas pelas Instituições Financeiras, no próximo capítulo.

Concomitantemente a essas iniciativas, surgiram uma pluralidade de concepções sobre o que seja educar financeiramente um indivíduo (OCDE, 2005; BRASIL, 2014, PISA 2012, LUSARDI et al; 2010), e a reboque disso, temos visto o aparecimento de propostas que se voltam, inclusive, para adolescentes e jovens, tais como o projeto Educação Financeira nas Escolas (BRASIL, 2011; 2014), que já começam a chegar ao sistema educacional sem uma reflexão e discussão com os professores e outros

¹⁰ Sobre uma discussão sobre os diferentes agentes promotores de Educação Financeira no Brasil, ver Saito (2008) e Muniz (2014).

¹¹ A ENEF foi formalmente instituída pelo decreto 7.397, do governo federal.

profissionais envolvidos com a escola, conforme apontam (SILVA, KISTEMANN e VITAL, 2014).

É nesse contexto econômico-financeiro dinâmico, repleto de variáveis e transformações, além de influenciado por diversos aspectos e agentes, e abundantes de desafios, informações e tomada de decisões, que a abordagem de situações econômico-financeiras (SEF) na Educação Básica se insere e sofre influência, em especial no Ensino Médio, na medida em que as situações financeiras abordadas nesse nível de ensino decorrerão desse contexto.

As iniciativas internacionais de Educação Financeira, principalmente as influenciadas pelas ações da OCDE, recomendam que a educação Financeira deve começar na escola. As pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível em suas vidas” (OECD, 2005).

Temos defendido que a escola pode ser um espaço privilegiado de produção de conhecimento que contribua, de forma compartilhada com a família, para a reflexão e ação em tais situações, conforme relatamos em (MUNIZ, 2007, 2010, 2013 e 2014).

Nesse contexto da Educação básica, identificamos um crescimento do número de pesquisas sobre diferentes abordagens de situações econômico-financeiras (SEF) em espaços escolares, principalmente na comunidade de Educação Matemática brasileira, conforme os estudos de Rolim & Motta (2016) e Pessoa (2016), sobre o estado da arte do tema Matemática Financeira ou das pesquisas envolvendo Educação Financeira e Educação Matemática. Dentre os trabalhos apontados nesses dois estudos, temos as pesquisas de Carvalho (1999), Almeida (2004), Stephani (2005), Nasser (2006), Muniz (2007, 2010, 2013, 2014), Araújo (2007), Torraca (2007), Hermínio (2008), Coser (2008), Novaes (2009), Kistemann Jr (2011), Santander (2010), Brito (2012), Campos, M. (2012), Sá (2012), Campos, A. (2013), Resende (2013), Barroso (2013).

Apesar desse aumento no número de pesquisas nessa área, observamos no decorrer da revisão de literatura que será apresentada no capítulo 4, que apenas o trabalho Campos (2013) teve como foco o processo de tomada de decisão em situações financeiras por alunos do Ensino Médio. Em se tratando de tese de doutorado, não encontramos trabalhos nessa direção envolvendo estudantes de nível médio. Ainda nesse aspecto, encontramos poucas¹² análises que mapeassem o pensamento matemático

¹² Os trabalhos de: Hermínio (2008), Coser (2008), Novaes (2009) e Campos (2013) apresentam alguma análise sobre o pensamento matemático dos estudantes. Esse número, comparado ao total identificado e catalogado em nossa revisão de literatura, não chega a corresponder a 10% dos trabalhos.

dos alunos ao resolver problemas envolvendo essa temática. As ideias e noções matemáticas utilizadas pelos alunos, as equações, as noções, definições e as estratégias – os objetos constituídos no interior das atividades, as operações entre eles e sua lógica – não foram evidenciados e mapeados nos trabalhos que consultamos.

Assim, temos atualmente o seguinte quadro: tanto na escola como na academia – que se volta para a Escola – o processo de tomada de decisão é subutilizado, muito menos investigado, apesar de seu importante papel para a formação matemática, econômica, social, ambiental, comportamental e política do aluno.

Além disso a abordagem de SEF no Ensino Médio, pelo menos no Brasil, está geralmente associada e limitada a algumas definições e aplicações apresentadas no capítulo de matemática financeira presentes nos livros didáticos de matemática para o Ensino Médio¹³. E nesse caso, a tomada de decisão é escassa, limitada e geralmente focada nos (poucos) exercícios que trazem a decisão entre comprar à vista ou a prazo. Em Iezzi et al (2011), por exemplo, no capítulo de Matemática Comercial e Financeira, há 65 exercícios/problemas propostos envolvendo porcentagem, descontos, juros simples e compostos, dos quais apenas um exercício (o de número 37) envolve uma tomada de decisão. E há apenas um exemplo resolvido, na seção aplicações, que trata da tomada de decisão entre comprar à vista e a prazo, usando a partir da taxa mínima de atratividade do consumidor. Em Dante (2008), dos 59 exercícios de matemática financeira, apenas seis deles envolvem a tomada de decisão, sendo os exercícios 53, 56, 57 e 58 relacionados à tomada de decisão entre comprar à vista e a prazo, usando a TMA do comprador.

Questões importantes sobre a tomada de decisão em SEF tais como o consumo compulsivo dos jovens, o endividamento sem planejamento, a tomada de decisão, orçamento familiar, impactos da inflação no poder de compra, marketing e consumo, o comportamento do consumidor, os *trade-off* entre economia e poluição ambiental, as limitações das nossas negociações com o desejo, dentre outras, raramente são levadas em consideração nesse material didático, e estão diretamente relacionadas às escolhas que fazemos. Os problemas e exercícios envolvendo tomada de decisão, por exemplo, são pouquíssimos nesses livros didáticos que são intencionalmente concebidos e preparados para a sala de aula, e, portanto, para a formação do cidadão que precisa tomar decisões.

¹³ Em 2015, todas as coleções de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio no Brasil, disponíveis no Programa Nacional do Livro Didático – PNLD de 2015, possuem de um a dois capítulos sobre temas de matemática financeira ou comercial.

Diante dessa lacuna observada nas pesquisas em Educação Matemática sobre o processo de tomada de decisão, em especial a relação entre a produção de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos nesse processo, e também nos livros didáticos de matemática e nas aulas de matemática financeira no Ensino Médio (geralmente restritos e limitados a juros simples e compostos), identificamos uma oportunidade de estabelecer uma direção para nossa pesquisa que pudesse contribuir para ampliar a visão sobre os processo de tomada de decisão, apoiada na experiência com o tema nos últimos anos nos Ensinos Médio e Superior.

Assim, nos propusemos a pesquisar, a partir de 2013, focar o nosso olhar para o processo de tomada de decisão, olhando em especial para o espaço escolar, investigando a tomada de decisão de alunos de Ensino Médio. Nossa experiência em sala de aula já apontava que aspectos matemáticos e não matemáticos emergiam nas aulas, quanto tratávamos dessa temática, ainda que fossem nas aulas de Matemática Financeira. E conforme fomos avançando em nossa revisão de literatura sobre a tomada de decisão, nos deparávamos com uma “galáxia” de estudos e um grande duelo sobre o modelo de descrição/prescrição do comportamento humano na tomada de decisão.

De um lado as visões da Economia Tradicional, especialmente dos Economistas John Stuart Mill, Milton Friedman, Savage, Gary Becker, e uma plêiade de Economistas da Universidade de Chicago, impulsionados pelas grandes conquistas da área da pesquisa operacional, cuja gênese está fortemente ligada aos estudos de John Von Newman na teoria dos jogos, definiam o homem como egoísta, maximizador de sua utilidade, e capaz de avaliar todas as informações relevantes para tomar a melhor decisão. O modelo, baseado essencialmente nessas três características, que descreve esse “super-homem” foi chamado de modelo do agente racional. Conforme comenta Raj Patel (2010, p.31) “*A premissa de Mill era de que, em geral, as pessoas não desperdiçam recursos, e os utilizavam da melhor forma possível a fim de obter o que desejam. A criatura formulada ganhou vida própria. Eis o Homo economicus [...]*”

Do outro lado, estavam os Psicólogos (e alguns Economistas, Estatísticos, Advogados), dentre eles Herbert Simon, Daniel Kahneman, Amos Tversky, Richard Thaler, Cass Sustein, Dan Ariely, Akerlof, Shiller, que mostravam, através de centenas de experimentos e artigos, que apesar de se ver claramente o papel da racionalidade humana em muitas escolhas, também havia muitas outras situações em que as pessoas não agiam como os economistas pressupunham em seus modelos matemáticos. Ou seja,

nos últimos 50 anos, diversas pesquisas têm mostrado que os Humanos não são bem descritos pelo modelo do agente racional¹⁴.

Assim, impulsionados pelas nossas experiências em sala de aula, motivados pela crescimento das pesquisas sobre a abordagem de SEF, agora na direção da EFE; pela lacuna existente na Literatura sobre o tema; pela riqueza da discussão sobre o comportamento humano no processo de tomada de decisão em situações financeiras trazidas pelas Economias tradicional e comportamental e as potencialidades desses estudos para nossa pesquisa, identificamos que a tomada de decisão em AEFE seria o nosso **objeto de estudo**.

A tomada de decisão investigada nessa pesquisa acontece a partir das experiências dos estudantes nos Ambientes de Educação Financeira Escolar nos quais participaram analisando situações financeiras hipotéticas, mas baseadas em dados reais, apresentadas por meio de tarefas. Ainda que tenhamos identificado vários momentos em que diziam que as situações apresentadas eram semelhantes a algumas por eles vividas, ou que fariam exatamente aquilo que estavam dizendo, as escolhas foram feitas a partir das situações nas tarefas. Era naquela atividade de produzir significados para as tarefas apresentadas que as decisões foram tomadas e explicadas. Nossa investigação acontece para os dados produzidos nesses AEFE.

Além disso, muito embora tenhamos percebido, por meio dos discursos dos estudantes, que as experiências em lidar com o dinheiro em situações reais, tanto as de natureza individual como as envolvendo a família, influenciavam as decisões ali tomadas nos encontros, entendemos que em outros contextos, outros fatores poderiam levá-los a tomar outras decisões. **Nossa análise, portanto, se volta para a tomada de decisão no interior daquela atividade, ou seja, naqueles AEFE construídos pelos participantes da pesquisa e pelo pesquisador.**

Assim, salientamos que o **objetivo desse estudo** foi o de investigar o processo de tomada de decisão por estudantes de Ensino Médio para situações econômico-financeiras (SEF) apresentadas por meio de tarefas inseridas em Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE), a partir da produção de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos de estudantes de Ensino Médio de duas escolas públicas no Rio de Janeiro. Nessa investigação, identificamos e caracterizamos

¹⁴ Trataremos dessa questão entre ECONS e HUMANOS no capítulo 5.

aspectos matemáticos e não matemáticos da dinâmica do processo de produção de significados dos estudantes na tomada de decisão.

Dessa forma, para atingir nosso objetivo, apresentamos nesse momento nossas **questões de pesquisa**, que são:

- 1) **Que aspectos matemáticos apareceram na dinâmica do processo de produção de significados dos estudantes para as situações econômico financeiras apresentadas por meio das tarefas no interior de AEFÉ, e como levaram isso em consideração na tomada de decisão?**
- 2) **Que aspectos não matemáticos emergiram das ações enunciativas dos participantes e como os levaram em consideração na tomada de decisão?**

Antes de passarmos para o próximo capítulo, queremos pontuar algumas coisas. A primeira é que o leitor naturalmente poderia pensar que as duas perguntas apresentadas poderiam ser condensadas em apenas uma. E realmente poderiam! Todavia, optamos intencionalmente por deixá-las separadas para reforçar a importância das duas. Além de todas as questões que podem estar presentes quando estudantes pensam matematicamente, incluindo os objetos que constituem, as operações entre esses objetos e a lógica dessas operações, as situações financeiras apresentadas aos estudantes demandaram outras questões, como veremos mais adiante.

A natureza desse tema requer que aspectos matemáticos e não matemáticos estejam envolvidos. Essa pluralidade de demandas influenciou nossa maneira de ver o tema, e, conseqüentemente, de definir as perguntas e o desenho da pesquisa. Uma situação-problema envolvendo Situações Financeiras é bem diferente de questões envolvendo geometria espacial, por exemplo, ou probabilidade. Vejamos um exemplo.

Uma questão sobre o cálculo do valor futuro de uma série uniforme pode ser vista como apenas a aplicação de uma soma de uma progressão geométrica. Podemos até ter um exercício em que os dois sejam praticamente a mesma coisa. Mas o contexto financeiro traz rapidamente outras questões que vão além dos aspectos operacionais e relacionais matemáticos envolvidos. Por exemplo, a capacidade – poder aquisitivo - de poupar, a paciência para poupar, os possíveis benefícios de se iniciar a poupança o quanto antes, os sacrifícios – aquilo que se vai abrir mão – necessários para se conseguir agir de acordo com o planejado, são apenas alguns dos aspectos diretamente relacionados às variadas situações financeiras que poderiam demandar o cálculo do

valor futuro de uma série uniforme. Nossa pesquisa busca contribuir, nesta direção, para a compreensão do processo de tomada de decisão dos estudantes, em situações financeiras, procurando identificar o que fariam e porque fariam, na medida que fossem avançando nas tarefas.

Dentre os aspectos não matemáticos, em especial o comportamental, está a questão da paciência, por exemplo. Jovens não costumam ser pacientes, e, além disso, não pensam muito no futuro que ocorrerá daqui a 10, 20 anos. Giannetti comenta que a psicologia temporal da juventude abriga dois vetores dominantes: a impulsividade e o otimismo. Sobre o primeiro, ele diz que: “*o vigor dos sentidos e a veemência dos afetos na flor idade reforçam o apego ao momento e suas oportunidades de desfrute imediato*”. Sobre o segundo vetor, o otimismo, ele completa dizendo que: “*a perspectiva de um tempo indefinidamente longo à frente e a disposição sonhadora diante do que a vida promete [...] reforçam a confiança no futuro pessoal*”. (GIANNETTI, 2005, p. 95)

E eles disseram isso em vários momentos dos encontros presenciais realizados nessa pesquisa. E essa questão fica ainda mais complexa, se considerarmos o momento tecnológico atual, em que viver em tempo real, o tempo todo, parece ser uma busca (praticamente) constante da juventude (e não somente dela) integrada às redes sociais – *facebook, Instagram, WhatsApp*, dentre outras. Nesse contexto, nos parece que a paciência fica ainda mais apagada no comportamento dos jovens estudantes. Como diz Gilberto Dimenstein¹⁵, “*quando queremos tudo no tempo real, presente, deixamos de pensar em coisas que temos que fazer durante muito tempo para atingir um objetivo*”.

Considerando que não existe nada que alguém possa fazer com profundidade que não exija um esforço realizado durante um tempo considerável, a questão do planejamento financeiro a médio e longo prazo, que geralmente demandam o cálculo do valor futuro de uma série uniforme, quando pensamos em aplicações periódicas iguais, a uma taxa de investimento constante, está diretamente interligada a uma questão comportamental importantíssima. Se por um lado tem o conhecimento matemático que pode ajudar no planejamento, do outro temos questões comportamentais influenciadas por aspectos sociais e econômicos em jogo, que podem neutralizar ou desfocar a lente matemática. O que fizemos nessa pesquisa foi olhar para os dois lados.

¹⁵ Entrevista disponível em <http://projetodraft.com/catraca-livre-a-cidadania-pop-de-gilberto-dimenstein/>.

Mas a questão do planejamento também está ligada a questões socioeconômicas e políticas. Em um dos nossos encontros, por exemplo, a aluna Lu apresentou o seguinte argumento quando perguntada sobre o hábito de poupar: *“Normalmente a maior parte da população do Brasil, na grande parte da história, foi muito pobre e sempre foi uma minoria rica e o resto foi sempre muito pobre.”* Essa característica histórica e real da sociedade brasileira é utilizada para embasar seu argumento que continua assim: *“Agora as pessoas começaram a ter mais dinheiro, aí as pessoas vão querer comprar antes e, por isso, a gente não tem essa cultura de guardar dinheiro”* e finaliza dizendo: *“por que isso é uma coisa muito nova: ter dinheiro no bolso. Tipo de vinte anos para cá.”*. Identificamos na produção de significados de Lu para a questão da poupança no Brasil, tanto aspectos socioeconômicos, quanto culturais, comportamentais e políticos. Em seguida, terminando o seu argumento, ela diz: *“Elas vão gastar, porque elas querem, e não guardar dinheiro. As pessoas sempre foram acostumadas a ter dinheiro para comprar coisas imediatas: as pessoas têm dinheiro para comprar o que elas precisam na hora. Elas não pensam em guardar dinheiro para fazer inglês ou coisa parecida, aí não foi absorvido culturalmente”*.

Entendemos ser oportuno dizer nessas considerações iniciais, principalmente logo após os fragmentos de discurso que acabamos de apresentar, o que são os aspectos não matemáticos presentes em nossa questão de pesquisa. Assim, quando dizemos aspectos não matemáticos, estamos nos referindo principalmente aos aspectos financeiros, econômicos, culturais, sociais e comportamentais que podem influenciar ou estão relacionados às decisões das pessoas, e que, no caso particular dessa pesquisa, emergiram muitas vezes dos discursos dos estudantes nos AEFÉ construídos durante os encontros por meio da interação deles entre si e com o pesquisador.

Tais aspectos foram apresentados em categorias que não são necessariamente mutuamente excludentes¹⁶. Um aspecto cultural, por exemplo, pode ser entendido como comportamental. Um aspecto social pode ser enquadrado como cultural. A lente e o objetivo, por exemplo, podem permitir tais possibilidades. A decisão de uma dada

¹⁶ Sobre os aspectos culturais por exemplo, basta olhar para os diferentes significados de cultura existentes nas ciências sociais e nas concepções de diferentes autores, para que automaticamente se percebam as muitas possibilidades de intersecção. Cultura pode ser definida como um conjunto de comportamentos e preferências de um grupo em uma determinada época, que é sugerido, recomendado ou imposto, conforme sugere Baumann (2011, p.16). Já na perspectiva de Bourdier, a cultura é um agente de mudança do status quo, uma missão empreendida por tentativas de educar as massas e refinar seus costumes (idem, p. 17). Para McCrackem, especialista em Marketing, “a cultura estabelece um conjunto privilegiado de termos dentro do qual nada parece estranho ou ininteligível para o membro da cultura e fora do qual não há ordem, sistema, premissa segura e compreensão imediata. Em suma, ao investir o mundo de seu próprio significado particular, a cultura “constitui” o mundo. É de um mundo assim constituído que decorre o significado destinado aos bens de consumo” (MCCRACKEM, 2007, p. 101)

pessoa de comprar sempre a prazo, por exemplo, pode ser enquadrada como comportamental – sua decisão é um comportamento que ela tem e preserva; como social – o salário que ganha (classe social que pertence) não lhe permite comprar muitas coisas à vista, principalmente em sua atual situação de endividamento; como cultural – seus pais lhe ensinaram que parcelar é sempre o melhor caminho, ou na região em que essa pessoa mora isso é uma prática muito comum, pois as taxas de juros dos empréstimos é muito próxima de zero. Nesse último exemplo, um aspecto macroeconômico (a política monetária sobre a taxa de juro de seu país) se intersecta com uma questão cultural, e no segundo exemplo, o aspecto financeiro do endividamento se mistura ao de sua classe social.

Assim qualquer tentativa de categorizar os aspectos não matemáticos é limitada, uma vez que as interseções são facilmente possíveis, e a existência de muitas outras possibilidades de classificação ou enquadramento inevitáveis.

Apesar disso, para essa pesquisa, vamos considerar como aspectos culturais os relacionados aos hábitos, crenças e valores familiares, ou que fiquem claramente identificados a um grupo. Assim, expressões do tipo: “brasileiro não pensa no futuro”, ou “na minha família funciona assim” ou ainda: “as pessoas querem manter o status”, serão consideradas como culturais.

Os aspectos financeiros serão usados para tratar da aquisição, uso, investimento e distribuição do dinheiro. Atitudes relacionadas ao orçamento pessoal e doméstico, planejamento financeiro, endividamento, consumo, crédito e poupança também serão enquadrados nessa categoria.

Os aspectos econômicos envolvem a questão central da economia que é noção de escassez diante da necessidade humana, que geram a tríade do problema econômico, abarcando tanto questões microeconômicas que tratam de elementos mais simples do sistema econômico, como o que o consumidor faz com seu salário ao se dirigir ao mercado para adquirir bens e serviços, como também às questões macroeconômicas que se referem ao comportamento agregado dos agentes econômicos, e daí envolvem variáveis como como inflação, poder de compra, taxas de juros, variação cambial, PIB, desigualdade econômica, distribuição de renda, dentre outras.

Os aspectos sociais neste trabalho se referem às classes sociais nas quais as pessoas estão inseridas, às relações de trabalho e aos movimentos de determinadas classes na direção de outras.

Os aspectos comportamentais, ainda que possam englobar os sociais e culturais, serão aqueles relacionados às questões como emoção, paciência, e também às heurísticas ou seja, a regras gerais – atalhos para a tomada de decisão, associados ao Sistema 1¹⁷ do cérebro – que resultam em repostas rápidas que podem levar a boas soluções, mas que geralmente levam a resultados inconsistentes, situações ruins ou os distanciam de uma solução ótima do ponto de vista financeiro (por exemplo, escolher tomar uma quantia emprestada a 20% ao ano, tendo a mesma ou até mais do que isso rendendo a 7% a.a. na poupança), conforme incontáveis experimentos e estudos decorrentes dos estudos pioneiros de Simon (1955), Kahneman (2012). Tais atalhos mentais resultam em atitudes, as quais têm sido explicadas pela Psicologia Econômica nas últimas décadas, tais como a heurística da disponibilidade, heurística do afeto, aversão ao risco, efeito dotação, enquadramento, contabilidade mental, dentre outros, conforme veremos no capítulo 5.

Eventualmente, outros aspectos não matemáticos, tais como aspectos éticos, ambientais, legais e políticos foram identificados na produção de significados dos estudantes, e quando isso ocorreu, foram localmente definidos e analisados.

Finalmente, reforçamos que pretendemos mostrar com os resultados obtidos nesse estudo que identificamos uma teia de aspectos matemáticos e não matemáticos que foram levados em consideração pelos estudantes para tomar decisão, ou que disseram que poderiam ser levados em consideração, quando analisarem SEF em AEFE, apresentadas por meio de tarefas.

Além disso, que identificamos uma rede complexa de objetos matemáticos sendo constituídos, as operações entre esses objetos e as lógicas dessas operações, em que a transformação do dinheiro no tempo, representada através de diferentes significados, contribuiu para a construção de soluções que serviram de apoio à tomada de decisão. E, finalmente, que observamos uma rede de conhecimentos que foi sendo tecida, num processo dinâmico e não linear, levando-se em consideração aspectos financeiros, culturais e comportamentais, os quais, em alguns casos, estavam conectados aos aspectos matemáticos apresentados pelos participantes.

¹⁷ Essa noção de Sistema 1 e 2, apresentadas por Kahneman (2012) será tratada no capítulo 5.

1.2 JUSTIFICATIVAS

A primeira e mais forte justificativa para investigarmos a tomada de decisão em ambientes de educação financeira escolar se refere à sua importância dentro de uma educação financeira que busque a construção da cidadania dos estudantes, tanto a do presente quanto a do porvir. Considerando que uma EFE não deve propor apenas um conjunto de orientações sobre como obter, usar, distribuir e poupar dinheiro e, portanto, um conjunto de orientações econômico financeiras, mas deve ser um convite à reflexão sobre diversos aspectos da sociedade envolvidos nas escolhas envolvendo o dinheiro e suas consequências, temos que a tomada de decisão é uma das principais ações na direção de uma cidadania crítica que saiba avaliar esses diversos aspectos. São as escolhas humanas que geralmente determinam de forma dinâmica, contínua e não linear, o curso de cada história pessoal, familiar e social. Entendê-las no âmbito escolar pode ajudar tanto o formar hoje como a educar para o amanhã.

A segunda justificativa que apresentamos se refere às potencialidades do estudo para o ensino de matemática. Esperamos que os resultados possam contribuir para a elaboração de novos materiais didáticos; que inspirem o desenho de tarefas numa perspectiva multidisciplinar nas aulas de matemática; que contribuam para o ensino e aprendizagem, na medida que lança luz sobre os processos de produção de significados dos estudantes; que possam ampliar o portfólio de estratégias pedagógicas dos docentes, quando diante da tarefa de ensinar matemática financeira, ou de participar de iniciativas de educação financeira nos espaços escolares, dentre outras.

Outra justificativa emerge quando se entende que a tomada de decisão no século XXI será cada vez mais complexa, pois além do aumento dos produtos e situações financeiras oferecidos pelo mercado, temos percebido uma tendência de transferência de risco e de responsabilidade dos governos para os cidadãos (como, por exemplo, a redução da qualidade e oferta na saúde pública, as mudanças previdenciárias, etc.). Isso tem imposto uma responsabilidade ainda maior, e por vezes desigual, sobre os indivíduos para cuidar de sua própria segurança, o que demanda conhecimento, planejamento e atitudes, incluindo os casos em que precisam entender o que os especialistas do mercado (corretores, gerentes, etc.) estão oferecendo a eles, conforme apontam Patel (2010), Akerlof e Shiller (2016) e Aprea et al (2016).

Segundo Davies (2015), em tempos de crise econômica com todos os problemas do setor financeiro, bem como a magnitude e complexidade dessas tendências de transferência de risco e responsabilidade, os jovens precisam estar habilitados a desempenhar um papel democrático ativo no mundo financeiro.

Ao mesmo tempo que se luta contra esse movimento, é preciso saber viver e se proteger nessa dinâmica social. E essa compreensão pode e deve começar na escola. Então pesquisar sobre tomada de decisão, já nessa fase da vida, é tentar melhorar a compreensão sobre esse processo que acontece na escola e, ao mesmo tempo, reforçar a importância da escola nesse processo, sendo o objetivo final a vida dentro e fora da escola de jovens, que vivem o hoje e viverão um amanhã mais complexo.

A relação entre crédito e consumo em certos países com altas taxas de juros, como o Brasil, precisam ser tratadas e discutidas para ampliar a visão de um povo sobre si e sobre o que consome, e dos efeitos e consequências do crédito contraído e dos juros pagos para a manutenção desse consumo. Nessa direção, por exemplo, Bauman alerta que o estilo de vida da sociedade contemporânea da sensação de não satisfação com o que se têm é um dos motores do endividamento das pessoas. Sobre isso ele comenta que o sistema de crédito, principalmente o bancário, atingiu um extraordinário sucesso

[...] ao transformar uma enorme maioria de homens, mulheres, velhos, jovens numa raça de devedores. Alcançaram seu objetivo: uma raça de devedores eternos e autopetuação do 'estar endividado', à medida que fazer mais dívidas é visto como único instrumento verdadeiro de salvação das dívidas já contraídas (BAUMAN, 2010, p. 31).

As questões ambientais também reforçam a importância de se entender as decisões das pessoas o quanto mais cedo, uma vez que o consumo desenfreado, exacerbado e continuamente estimulado, tem impactado fortemente o meio ambiente. A rápida e acelerada depreciação e a desvalorização dos produtos, assim que lançados no universo de desejos do consumidor, realimenta um processo de produção que gera efeitos colaterais nas finanças e no planeta. O aquecimento global e a produção/acúmulo/reutilização de lixo nas cidades são dois dos problemas que os cidadãos do século XXI precisarão cada vez mais enfrentar, e estes estão diretamente relacionados à forma como as pessoas vivem e tomam decisões, inclusive as financeiras. Refletir sobre esse consumo e sua necessidade e sustentabilidade estão diretamente relacionadas às escolhas humanas, incluindo as realizadas desde a infância.

Além dessas questões, que nos parecem centrais, entendemos que existem três grandes cenários que abarcam uma gama de fatores que justificam essa pesquisa sendo eles: (i) Cenário das demandas Econômicas e Financeiras; (ii) Cenário Educacional; (iii) Cenário Acadêmico.

No que tange o **Cenário das demandas Econômicas e Financeiras**, conforme já adiantamos na seção anterior, as transformações econômico, financeiras e demográficas, dentre outras, têm exigido das pessoas mais habilidades para obter, usar, distribuir e poupar dinheiro, uma vez que têm ampliado as questões financeiras com as quais a população, em especial a brasileira, tem lidado, conforme apontam Neri (2010), Mandell (2008), BNDES (2010), IBGE (2013), Banco Central (2013), dentre outros.

Xiao (2008) aponta alguns desafios enfrentados por pessoas ao redor do mundo, tais como o aumento da oferta e da facilidade de crédito levou muitos consumidores a se aprofundarem em dívidas; o aumento do custo do ensino superior, principalmente em países como os EUA, a Inglaterra, Brasil, dentre outros exige que um planejamento antecipado das famílias, que comece já na infância dos filhos. Além disso, os sistemas de previdência têm enfrentado sérios problemas financeiros devido fatores demográficos, políticos e de gestão, o que tem produzido diversas transformações para a população, dentre elas o aumento da idade mínima de aposentadoria, do tempo de contribuição, no tipo de assistência social oferecida, dentre outras. Essas tendências exigem dos trabalhadores mais responsabilidade e planejamento do seu futuro financeiro. Além dessas, períodos longo de desemprego, baixas taxas de crescimento econômico, guerras e conflitos no leste europeu, ajudam a produzir cenários financeiros cada mais desafiadores.

Pensando na realidade brasileira, podemos categorizar as questões econômico financeiras relacionando-as (i) ao consumo, tais como as taxas de juros de financiamentos a desconsideração destas na tomada de decisão, aumento da oferta de crédito, aumento da renda, vasta gama de instituições que concedem crédito fácil, o apelo ao consumo e ao descarte, as possibilidades de compra fácil via *e-commerce*, etc.; (ii) aos empréstimos, tais como o hábito e a frequência do uso do cheque especial, crédito consignado, financiamentos de médio e longo prazo para compra de bens mais caros, como automóveis e imóveis, financiamento estudantil, etc.; (iii) aos investimentos e poupança, tais como taxas real e nominal, inflação e poder de compra, variedade de produtos financeiros para aplicações, orientações enviesadas dos gerentes

de bancos, etc.; (iv) à contratação de seguros e previdência, tais como seguros de bens móveis e imóveis, garantia estendida, seguro de vida, seguro saúde e planos de previdência; (v) às questões éticas e ambientais, tais como a compra de produtos piratas, utilização de combustíveis menos poluentes e seus custos; descarte de produtos, obsolescência programada, desperdício, etc.

Essas categorias, por sua vez podem levantar outras questões com as quais as pessoas precisam lidar, e, portanto, se fazem importantes em menor ou maior grau, tais como: porque as taxas de juros no Brasil são tão altas e como isso impacta a minha vida? As taxas de juros são levadas em consideração na hora do empréstimo ou financiamento? O valor da prestação que cabe no bolso é a principal informação utilizada? Como a inflação impacta no poder de compra? Porque queremos consumir? Quais os impactos no planeta se continuarmos a consumir do mesmo jeito e no mesmo ritmo? Que influência as propagandas têm em nossas decisões? Necessidades e desejos são a mesma coisa? Quando paramos para refletir sobre o que queremos ou precisamos comprar? Como é o hábito de poupança da população brasileira? E como esse hábito muda em função da classe social? É uma questão de hábito ou de possibilidade financeira? Precisamos realmente poupar? Como os jovens pensam o dinheiro, a liberdade e a vida que tal dinheiro pode proporcionar? Como o mercado de trabalho pode influenciar nossa maneira de ganhar, usar e distribuir o dinheiro que ganhamos? Trabalho voluntário e doações: qual o perfil da sua família, bairro, cidade, estado e país? Educação financeira: ampliação de oportunidades para entender, planejar e se defender, ou tentativa de jogar para o povo a responsabilidade de ações e erros do mercado e do Governo?

Tais questões podem parecer distantes a jovens com 18 anos, mas não são. Ao olharmos para a formação escolar desses alunos, por exemplo, veremos que a grade curricular no Brasil, pelo menos até o final de 2016, já contempla tais questões em disciplinas como Geografia, História, Sociologia e Filosofia. Todavia muitas dessas questões estão associadas aos conteúdos dessas disciplinas, mas não estão conectados à Educação Financeira que se volta para a sala de aula de matemática. Tivemos vários momentos em nossa pesquisa em que essas questões acima apresentadas foram levantadas, com participação impressionante dos estudantes, mostrando uma leitura plural, interdisciplinar e reflexiva sobre o tema. Os aspectos matemáticos presentes em algumas situações financeiras propostas se misturavam aos não matemáticos quando

argumentavam sobre as decisões que tomariam ou ainda que determinados grupos tomariam nesses contextos econômico financeiros.

Ainda na direção das justificativas desse estudo, temos que Lusardi et al (2010), apresentam vários estudos indicando que a literacia financeira pode ter implicações importantes para o comportamento financeiro. Pessoas com baixa literacia financeira são mais propensas a ter problemas com dívida (LUSARDI E TUFANO, 2009), menos propensas a acumular e gerir riqueza efetivamente (STANGO & ZINMAN, 2007; HILGERT, HOGARTH E BEVERLY, 2003); menos propensas a planejar a aposentadoria (Lusardi e Mitchell 2006, 2007a, 2009) e menos susceptíveis de participar no mercado de ações (VAN ROOIJ, LUSARDI e ALESSIE, 2007).

Em um estudo realizado por Lusardi (2008), os resultados revelaram que a maioria dos indivíduos não executou cálculos econômicos simples e não têm conhecimento de conceitos financeiros básicos sobre taxas de juros e juros compostos, nem sabem a diferença entre os valores nominais e reais, e possuem dificuldades com as noções básicas de diversificação do risco. Conhecimentos de conceitos mais complexos, tais como a diferença entre títulos e ações, o funcionamento de fundos de investimento e precificação de ativos básico são ainda mais escassos. O analfabetismo é generalizado entre a população em geral e, particularmente aguda entre grupos demográficos específicos, como mulheres, afro-americanos, hispânicos e aqueles com baixo nível de escolaridade.

Uma pesquisa ainda mais recente sobre a literacia financeira de indivíduos de diversos grupos sócio demográficos de quatorze países da OCDE, Atkinson e Messy (2012) apontam que em todos os países pesquisados há espaço significativo de melhoria em termos de conhecimento financeiro, dentre eles a compreensão de alguns conceitos diários tais como juros compostos e diversificação. Ainda nessa pesquisa, esses autores mostram como o conhecimento e o comportamento estão associados em todos os países - os indivíduos mais experientes são mais propensos a apresentar um comportamento financeiro positivo. (ATINKSON & MESSY, 2012, pp. 11-12).

Outro ponto em que a compreensão sobre como adolescentes e jovens agem diante de questões financeiras se justifica é a divergência entre ações e percepções das pessoas, identificadas em alguns estudos. Por exemplo, em um levantamento realizado pelo Data Popular, em 2008, através de entrevistas com 1809 pessoas, constatou-se que apesar de 1/4 dos entrevistados estar com restrições cadastrais na praça e de 44% terem

pedido dinheiro emprestado nos últimos meses, e ainda de que 30% das pessoas costumam pagar apenas o valor mínimo da fatura do cartão quando a situação aperta, a maior parte dos entrevistados (52%) se autodenominaram “pessoas poupadoras”. (BRASIL/COREMEC, 2011, p.2). Entender como as pessoas pensam pode contribuir para a construção de orientações, envolvendo reflexão sobre atitudes e ações, que diminuam a distância entre as ações e as percepções das pessoas sobre suas ações.

Assim, olhando para o cenário econômico financeiro essa pesquisa se justifica pois entendemos que a reflexão sobre diversas situações financeiras podem contribuir para a formação de um cidadão mais crítico e capaz de pensar melhor ou saber que pode analisar SEF a partir de outros pontos de vista, incluindo consultar ou buscar ajudar de outros. Entendemos também que a compreensão das formas de operar e pensar desses jovens podem nos ajudar a entender comportamentos da vida adulta, e assim, aumentar as chances de construirmos orientações mais eficientes, que realmente contribuam para melhorarem suas escolhas, seus caminhos, na direção que escolherem.

No **cenário educacional**, temos que os documentos que regulam a Educação Básica no Brasil estimulam e reforçam que o ensino de Matemática aborde temas que estejam presentes na construção humana diante de problemas reais.

A EFE que concebemos e usamos como referência para a criação das tarefas e orientação de toda a pesquisa converge para os objetivos do Ensino Médio estabelecidos pela LDB (BRASIL, 1996), conforme discutimos em Muniz (2010).

Os PCN's de Matemática, por exemplo, recomendam que:

A Matemática não pode ser diferente. Ela deve ser considerada como um caminho que ao mesmo tempo possibilita a *compreensão do mundo e cria formas de atuação*. O conhecimento matemático deve ser o resultado da construção humana em sua interação constante, com o contexto natural, social e cultural. Assim, a Matemática não será uma ciência imutável e se transformará em uma disciplina em que novos conhecimentos são produzidos para resolver problemas científicos e tecnológicos, gerando saber para construir a cidadania. (PCN, 1998, p.58 – grifo nosso).

Na mesma direção temos os PCN+ (BRASIL, 2002). No que diz respeito à uma educação focada no desenvolvimento de competências, esse documento aponta três grandes competências como metas a serem perseguidas durante essa etapa da educação

básica: representação e comunicação; a investigação e compreensão; contextualização sociocultural.

Entendemos que a Educação Financeira Escolar pode ser uma poderosa ferramenta na construção dessa cidadania, principalmente quando olhamos para as potencialidades de compreensão do mundo; de produção de conhecimentos para resolver problemas; de criação de formas de atuação nos espaços produtivos; de desenvolvimento de competências de representação, comunicação, investigação, compreensão e contextualização sociocultural.

Ainda sobre documentos do MEC, agora em relação à abordagem de questões ligadas a situações financeiras, temos que o documento *Orientações Curriculares para o Ensino Médio* (MEC, 2006) sugere que a resolução de problemas nessa temática deve permitir que o aluno seja capaz de “decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários” (MEC, 2006, P. 160).

Apesar de considerarmos tais orientações como sendo superficiais e desestruturadas, além de muito aquém do desejável para os alunos do Ensino Médio, além da ausência de orientações de como se fazer isso, podemos pelo menos ver claramente que as concepções utilizadas nesse trabalho abarcam as recomendações deste documento.

Na medida em que convidamos os alunos a pensar como tomam suas decisões, e investigamos suas formas de operar, estamos contribuindo em duas direções: com os próprios estudantes, na medida em que pensam suas decisões, sob diversos aspectos, dentre eles os de natureza matemática, e para o ensino na medida em que entender melhor como os estudantes pensam, pode gerar novas reflexões sobre métodos de ensino e novas abordagens para a sala de aula.

Finalmente é preciso dizer que a abordagem multidisciplinar usada como instrumento teórico de leitura das produções dos estudantes pode também contribuir com novas leituras sobre o tema e ampliar a visão sobre a abordagem de SEF na escola, e conseqüente na geração de AEFÉ que contribuam para a cidadania, conforme preconizada na legislação atual.

No **cenário acadêmico**, conforme já apontamos na seção anterior, nossa revisão da literatura apontou que mesmo com o fenômeno do crescimento do número de

pesquisas acadêmicas voltadas para matemática ou educação financeira, ainda há uma lacuna enorme sobre a temática da tomada de decisão. Toda a revisão de literatura realizada no capítulo 4, através da apresentação de um panorama crítico, também apresenta um conjunto de justificativas relativas ao cenário acadêmico, e reforçará a necessidade de mais estudos sobre educação financeira escolar que lancem luz sobre o processo de tomada de decisão, aproveitando e conectando, inclusive, os resultados de décadas de estudos de áreas como a Antropologia do Consumo e do Marketing, da Psicologia Econômica, da Neurociência, dentre outras.

2. EDUCAÇÃO FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Antes de apresentarmos uma revisão da Literatura, que ocorrerá no capítulo 3, optamos por tratar de dois temas centrais nas quais nossa pesquisa se apoia: a Educação Financeira e a Educação Financeira na Escola. A tomada de decisão é um dos principais objetivos da Educação Financeira, e em especial a que acontece na Escola.

Além disso, isso se faz necessário pois como nossa pesquisa visa investigar aspectos matemáticos e não matemáticos considerados pelos estudantes na análise e tomada de decisão em situações financeiras, ela está naturalmente associada a um ambiente de educação financeira escolar, na medida em que ao ser convidado para compreender, analisar e tomar decisões financeiras, e a explicar suas estratégias e ideias matemáticas e não matemáticas nesse processo, nosso sujeito de pesquisa participa de ambientes que podem lhe proporcionar uma educação financeira na escola.

Assim, apesar de nossa pesquisa não ser uma proposta de educação financeira, ao participarem do estudo de campo os estudantes tiveram a oportunidade de pensar sobre questões financeiras em contextos sociais e, portanto, ampliar sua educação financeira. Apenas esse motivo já bastaria para justificar a presença desse capítulo em nossa tese.

Analisar, ainda que de forma breve essas concepções, também nos ajuda a conhecer o terreno em que estamos pisando, ou seja, a entender quais são as origens das ações governamentais e em que pilares se apoiam as concepções financeiras dessas iniciativas voltadas para jovens, repletas de intenções que fomentam ou inibem a desigualdade econômica, as quais ora se coadunam, ora se chocam com as concepções adotadas nessa pesquisa, que serão apresentadas no capítulo três. Diante desse quadro, é preciso identificar as principais concepções de educação financeira e de educação financeira escolar na literatura especializada, para que possamos definir nossas concepções de educação financeira, nas quais apoiamos nossa pesquisa.

Preparando o terreno antes de passarmos ao detalhamento dessas visões sobre EF, gostaríamos de apresentar ainda nesta seção a diferença entre dois termos que aparecem frequentemente nas literaturas nacional e internacional.

O primeiro deles é *Educação Financeira*. Esse termo, apesar da multiplicidade de definições que identificamos, geralmente¹⁸ se refere ao *processo* pelo qual as pessoas

¹⁸ Essa definição está baseada na apresentada pela OCDE (2005), conforme analisaremos na próxima seção (2.1) deste capítulo.

melhoram seus conhecimentos financeiros, sua compreensão do mercado e seu nível de informação sobre produtos e serviços de consumo, crédito, investimento, seguros, previdência dentre outros, evitando armadilhas e sabendo como e quando procurar ajuda, que lhes permitem planejar e fazer escolhas de curto, médio e longo prazo que visem e efetivamente produzam o seu bem estar e de sua família.

O segundo termo é *Literacia Financeira*. A palavra Literacia é geralmente traduzida por Letramento ou Alfabetização. Nesse contexto, Literacia Financeira significa um conjunto de *capacidades, competências e habilidades* para lidar com uma gama variada de situações financeiras. Para Hung et al (2009) é a capacidade de usar conhecimentos e habilidades para gerir recursos financeiros de forma eficaz para uma vida de bem-estar financeiro. Para Moore (2003), a Literacia é a capacidade de usar o conhecimento obtido para tornar as decisões, e só pode ser obtida através da experiência prática e ativa integração de conhecimento. Para Mandell (2007) é a capacidade para avaliar os novos complexos instrumentos financeiros e fazer julgamentos informados para a escolha de instrumentos e fazer uso deles em seus próprios e melhores interesses de longo prazo.

Diante dessas definições, podemos associar a *Educação Financeira* ao processo de educar as pessoas para agirem em contextos financeiros, enquanto que o termo *Literacia Financeira* será utilizado para se referir a um conjunto de *competências e habilidades*.

2.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Conforme já apresentamos, as iniciativas de educar financeiramente as pessoas, nos últimos 20 anos, têm aumentado em todo o Mundo¹⁹, conforme se vê em vários estudos, dentre eles Atkinson & Messy (2012), Bernheim e Garrett (2003), Saito (2008), Fox & Bartholome (2008), Lusardi & Mitchel (2011); Britto (2012) e Hofmann (2013).

Das iniciativas da década de 90 do século XX nos EUA, até as muitas iniciativas em vários outros países, tais como Inglaterra, França, Espanha, Austrália, África do Sul, Brasil, Uruguai, dentre outros, o objetivo dessa política de educação financeira pelos países é educar as pessoas de modo que possam gerir suas finanças pessoais de forma

¹⁹ Existem dezenas de artigos que tratam de diferentes iniciativas de Educação Financeira no Mundo. Um estudo que analisa e compara a educação financeira em 14 países é Measuring Financial Literacy: Results of the

eficaz, habilitando-as a serem consumidores financeiros independentes, com intermediários financeiros menos expostos aos riscos de “dívidas-podres”, e de modo que os governos possam reduzir suas responsabilidades para o “bem-estar” financeiro dos indivíduos (particularmente em relação às pensões), conforme aponta Davies (2016, p.127).

Em Saito (2007), por exemplo, temos que as iniciativas de Educação Financeira, até 2006, estavam concentradas nos Estados Unidos e Reino Unido. Programas nos EUA como *National Endowment for Financial Education/NEFE*, na década de 80, que alcançou mais de 5 milhões de adolescentes em 70 mil escolas americanas, e na década seguinte, o *JumpStart Coalition for Personal Financial Literacy* na década de 90, ambos nos EUA e no século passado, podem ser considerados os precursores de um movimento de *Educação Financeira* para ajudar a população americana que vivia uma dicotomia: tinha a maior renda média das últimas décadas e ao mesmo tempo os maiores índices de falência do mesmo período.

Mandell (2008, p.163) comenta que o *Programa JumpStart* foi uma resposta a essa dicotomia. Ele explica que a desregulamentação da indústria de serviços financeiros do país ao longo dos 20 anos anteriores havia incentivado a proliferação de produtos financeiros, muitos deles inovadores e complexos. A virtual eliminação das restrições de taxas de juros gerou aumento da oferta de crédito ao consumidor, em um amplo espectro, incluindo pessoas cujos rendimentos eram aquém do que poderiam pagar.

Temos, portanto, que em nome da liberdade, e amparado “teoricamente” pela fé no modelo do agente e dos mercados racionais²⁰, o processo de desregulamentação do mercado financeiro, incluindo eliminação de restrições de créditos e de redução na cobrança de taxas de juros, contribuíram para que o endividamento da população aumentasse tanto que, para tentar amenizar os efeitos colaterais dessas medidas, ou seja, desse liberalismo sem controle do mercado, fossem instituídas as primeiras grandes iniciativas de Educação Financeira nos EUA.

Esse movimento de melhorar a Literacia Financeira das pessoas começa a ganhar contornos globais no início do Século XXI, em especial dois anos após a queda das torres do World Trade Center – e seus desdobramentos políticos e econômicos

OECD/International Network on Financial Education (INFE) Pilot Study, de Atkinson & Messy (2012). Para outros estudos, ver Fox & Bartholomae (2008); Saito (2008), Britto (2012) e Hofmann (2013).

²⁰ Trataremos do modelo do agente racional e dos mercados racionais no capítulo 4.

sentidos em escala mundial – quando a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), por interesse dos países membros, inclui em 2003 a temática Educação Financeira em sua pauta de discussão, e elabora o *Projeto Educação Financeira*.

Um dos resultados desse projeto, segundo Silva e Powell (2013), foi produzir o primeiro grande estudo sobre Educação Financeira em nível Internacional, intitulado *Melhoria da literacia financeira: análise das questões e políticas*. Desse estudo, a OCDE produziu o documento *Recomendações sobre os princípios e boas práticas para a Educação Financeira e consciência* (OCDE, 2005), que trouxe uma definição de educação financeira que passou a ser referência mundial, presente em vários programas²¹ e documentos que fundamentam as iniciativas de Educação Financeira dos países que optaram por seguir tais recomendações, dentre eles, Reino Unido, Espanha, Portugal, Brasil, Austrália, África do Sul, dentre outros.

Assim, segundo a OCDE, no documento *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*, o termo Educação Financeira pode ser definido como:

O processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que com informação, formação e orientação claras possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar e, assim, tenham a possibilidade de contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005, p.4 - Tradução nossa)²²

Nessa direção, o Banco Mundial diz que educação financeira:

O termo pode abranger conceitos que vão desde a conscientização e conhecimentos financeiros, inclusive de produtos financeiros, instituições e conceitos; Habilidades financeiras, como a capacidade de calcular pagamentos de juros compostos; e capacidade financeira em termos mais gerais, em termos de gestão de dinheiro e planejamento financeiro. Na prática, no entanto, essas noções frequentemente se sobrepõem. (XU & ZIA, 2012, p.2)²³

²¹ Essa influência pode ser constatada nos estudos sobre programas de educação financeira de diversos países, tais como Hofman (2013) para Reino Unido e França; Brito (2013) para Portugal e Espanha;

²² The process by which financial consumers/investors improve their understanding of financial products, concepts and risks and, through information, instruction and/or objective advice, develop the skills and confidence to become more aware of financial risks and opportunities, to make informed choices, to know where to go for help, and to take other effective actions to improve their financial well-being. (OECD, 2005, p.4)

²³ The term can encompass concepts ranging from financial awareness and knowledge, including of financial products, institutions, and concepts; financial skills, such as the ability to calculate compound interest payments; and

O entendimento do Banco Central do Brasil (BCB), sobre o que é educação financeira é muito semelhante ao da OCDE, conforme podemos ver abaixo:

A Educação Financeira é o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e produtos financeiros. Com informação, formação e orientação claras, as pessoas adquirem os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos a elas associados e, então, façam escolhas bem embasadas, saibam onde procurar ajuda e adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar. (BCB, 2010)

Na mesma direção temos o entendimento do projeto de Educação Financeira de outros países, tais como Espanha, Portugal, Austrália, Canadá. Para este último, por exemplo, temos que:

O objetivo [da alfabetização financeira] é ajudar os alunos a adquirir o conhecimentos e competências que lhes permitam compreender e responder às questões complexas a respeito de suas próprias finanças pessoais e as finanças de suas famílias, bem como para desenvolver uma compreensão do local e global efeitos das forças da economia mundial e o desenvolvimento social, ambiental e implicações éticas de suas próprias escolhas como consumidores"(Ministério da Educação de Ontario, 2011, p.3 – tradução nossa)²⁴

Tais entendimentos estão em linha com o de representantes de grandes instituições financeiras mundiais, dentre eles, o do Economista americano e ex-presidente do Banco Central Americano (Federal Reserve), Allan Greenspan, quando diz que:

A educação financeira pode equipar os consumidores com os conhecimentos fundamentais requeridos para escolher entre a miríade de produtos e prestadores da indústria de serviços financeiros. Isso também ajudar a inculcar nos indivíduos o conhecimento financeiro necessário para elaborar orçamentos, iniciar planos de poupança e a tomar decisões estratégicas de investimentos. Tal planejamento financeiro pode ajudar as famílias a cumprirem suas obrigações a curto prazo, e a maximizar seu bem-estar a longo prazo, o que é especialmente importante para as populações que tem sido tradicionalmente subtendidas pelo nosso sistema financeiro. (GREENSPAN, 2005, p.2)²⁵

financial capability more generally, in terms of money management and financial planning. In practice, however, these notions frequently overlap.

²⁴ The goal [of financial literacy education] is to help students acquire the knowledge and skills that will enable them to understand and respond to complex issues regarding their own personal finances and the finances of their families, as well as to develop an understanding of local and global effects of world economic forces and the social, environmental, and ethical implications of their own choices as consumers" (Ontario Ministry of Education, 2011, p.3)

²⁵ Financial education can equip consumers with the fundamental knowledge required to choose among the myriad of products and providers in the financial services industry. It can also help to inculcate individuals with the financial

Ainda segundo Greespan, as ações no sentido de ajudar os indivíduos a, desde cedo, obterem conhecimentos financeiros básicos são importantes, pois à medida que a compreensão financeira das pessoas é ampliada logo no início de suas vidas, a situação financeira nos anos seguintes tende a melhorar. Conforme ele comenta, “os analistas têm mostrado que uma compreensão abrangente dos princípios básicos de orçamento e poupança, no início, aumenta a riqueza das famílias em anos posteriores”. (idem, p. 3)

Para Meier e Sprenger (2012) Educação Financeira é o processo pelo qual consumidores e investidores melhoram sua compreensão acerca de conceitos e de produtos financeiros e, por intermédio de informações, de instruções e conselhos, desenvolvem competências e confiança para ficarem mais atentos aos riscos e às oportunidades inerentes ao fato de lidarem com recursos financeiros.

A partir dessas ideias, é possível perceber que a educação financeira entendida, defendida e disseminada por esses agentes governamentais, apesar de conter ações que podem ajudar a população, tem enfoque na compreensão, assimilação e consumo de produtos financeiros, geralmente oferecidos por Bancos, Seguradoras e Instituições afins, e para maquiagem tal interesse, tal educação ganha status de contribuintes e promotoras de “equilíbrio econômico” e formação de indivíduos “comprometidos com o futuro”.

Alguns pesquisadores têm uma concepção de educação financeira que amplia essa visão, porém não totalmente excludente destas apresentadas. Para André Saito,

A Educação Financeira pode ser entendida como um processo de transmissão de conhecimento que permite o aprimoramento da capacidade financeira dos indivíduos, de modo que estes possam tomar decisões fundamentadas e seguras, tornando-se mais integrados à sociedade, com uma postura pró-ativa na busca de seu bem-estar. (SAITO, 2008, p. 20)

Esse autor apresenta essa concepção de Educação Financeira em sua pesquisa sobre o panorama da Educação Financeira no Brasil. Nesse mapeamento, Saito comenta, em relação aos dados coletados até 2007, que:

[...] a Educação Financeira no Brasil está em uma fase mais incipiente que nos Estados Unidos e nos países do Reino Unido. No primeiro, há estados que a adotam obrigatoriamente na grade de ensino, e há diversas organizações atuando no seu desenvolvimento. No Reino Unido, embora não seja obrigatória, há um forte envolvimento dos

knowledge necessary to create household budgets, initiate savings plans, and make strategic investment decisions. Such financial planning can help families meet near-term obligations and maximize their longer-term well being and is especially valuable for populations that have traditionally been underserved by our financial system

atores do processo, inclusive com a criação de um fundo, com o intuito de estimular a cultura de poupança. No Brasil, a Educação Financeira não foi agregada, de maneira oficial e explícita, nas grades curriculares, e nas Universidades não se constata uma ação efetiva e duradoura. Fica evidente a preocupação do MEC em relação ao desenvolvimento de competências dos indivíduos, quanto a alguns aspectos da formação econômico-financeira, por meio da denominada contextualização, mas não se observa uma menção clara e objetiva sobre o tema Educação Financeira. (OCDE apud SAVOIA, SAITO e PETRONI, 2006, p. 8).

Esse cenário no Brasil sofreu algumas mudanças desde a pesquisa de Saito, na medida em que o governo brasileiro empreendeu uma ação mais estruturada, influenciada pelas orientações da OCDE, no intuito de ampliar o letramento financeiro da população.

Em 2007, o governo compôs um Grupo de Trabalho (GT) formado por representantes de um conselho consultivo, instituído em 2006, chamado Comitê de Regulação e Fiscalização dos Mercados Financeiro, de Capitais, de Seguros, de Previdência e Capitalização (COREMEC), formado pelo Banco Central do Brasil, da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), da Secretaria de Previdência Complementar (SPC) e da Superintendência de Seguros Privados (SUSEP). O principal objetivo dessa iniciativa era o desenvolvimento de uma proposta de “Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF” que mapeasse o grau de educação financeira da população brasileira e propusesse ações para melhoria do letramento financeiro (financial literacy) dos cidadãos e contemplasse a realização de um inventário nacional de ações e de projetos de Educação Financeira já operantes no País, conforme se pode ver em Brasil/Coremec (2010).

A partir de 2013, quatro representantes do mercado financeiro²⁶ instituem a Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF-Brasil)²⁷, que é a atual responsável pelo programa Educação Financeira nas Escolas o qual tem ligação direta com nossa pesquisa.

26 ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais; BM&FBOVESPA – Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros; CNSeg – Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização; e FEBRABAN – Federação Brasileira de Bancos

27 A AEF-Brasil é uma associação sem fins lucrativos ou econômicos, cujo objeto social é a promoção do desenvolvimento econômico e social, principalmente por meio do fomento da educação financeira no Brasil, conforme seu estatuto disponível em <http://www.aefbrasil.org.br/index.php/quem-somos/>

2.2 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS

No escopo desse estudo, precisamos entender o movimento de educação financeira nas escolas, suas principais características e abordagens, principalmente no Brasil, para identificarmos o peso e papel da tomada de decisão nos programas de educação financeira nas escolas. É nessa direção que conduzimos essa seção.

As iniciativas de educação financeiras nas Escolas, em nível mundial, são recentes e podem ser identificadas em um grupo de países que fazem parte da OCDE, ou ainda fora dela, dentre eles Canadá, USA, Austrália, África do Sul, Brasil, Uruguai (Mundy, 2008). Independente do grupo, os esforços de implementar programas de educação financeira na escola estão associados a oferecer oportunidades aos estudantes de pensar situações econômicas e financeiras, de modo que a configuração desses programas é influenciada pelas diferentes estruturas econômicas, valores éticos e morais, ambientes culturais e determinantes históricos, conforme aponta Hoffman (2013).

Em um estudo comparando programas de Educação Financeira nas escolas de treze países membros e não membros da OCDE, Shaun Mundy indica que um dos principais desafios é persuadir governantes e autoridades educacionais a fornecer espaço no currículo e conseguir apoio de autoridades locais e principalmente dos professores na implementação desses programas. Ele apresenta um quadro geral comparando os quatorze países conforme apresentado na tabela a seguir.

Quadro 2.1 – Comparação dos programas de EF nas Escolas de 13 países

Países	Estratégia Nacional ou parcial	Public-private partnership	Faixa etária	Compulsória ou voluntária	Generally, included in other subjects	Qualification available for school children
Austrália	The Australian Government's Financial Literacy Foundation	Sim	5-15	Effectively compulsory	Included in core subjects	Integrated in testing and measurement nationally for years 3, 5, 7, 9
Canada	N/A	Sim	6-18	Compulsory in some provinces	Generally, included in other subjects	None available
França	N/A	Sim	16-18	Voluntary	Included in other subjects	None available
Irlanda	N/A	Sim	12-18	Compulsory in certain subjects	Included in other subjects	Both compulsory and elective elements are examinable
Malásia	Bank Negara Malaysia; Ministry of Education	Sim	7-17	Voluntary	Generally, included in other subjects	None available

Holanda	N/A	Sim	5-18	Voluntary, but there are some guidelines which primary school-teachers are required to follow	Generally, included in other subjects	None available
Nova Zelândia	Retirement Commission	Sim	11-18	Voluntary	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students
Cingapura	Monetary Authority of Singapore; Ministry of Education Central Provident Fund Board	Sim	7-18	Voluntary	Included in other subjects	No
UK: Inglaterra	Department for Children, Schools and Families; Financial Services Authority	Sim	5-15	Voluntary, but Government expects schools to provide financial education	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students
UK: Escócia	Scottish Centre for Financial Education; Financial Services Authority	Sim	5-15	Voluntary	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students
UK: Gales	Department for Children, Education, Lifelong Learning and Skills; Financial Services Authority	Sim	5-15	Compulsory for those aged 7-16	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students
UK: Irlanda N	Council for the Curriculum, Examinations and Assessment; Financial Services Authority	Sim	5-15	Compulsory for those aged 7-16	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students
Estados Unidos	US Treasury	Sim	5-15	Compulsory in some states	Generally, included in other subjects	Taken by small proportion of students

Fonte: Adaptado de (Mundy, 2008)

Hoffman (2013) apresenta um estudo detalhado comparando os programas de educação financeira da Inglaterra e da França, cujas diferenças e semelhanças foram investigadas por meio de algumas categorias de análise, sendo o quadro a seguir uma síntese de alguns resultados obtidos nesse estudo.

Quadro 2.2 – Síntese da Comparação entre as estratégias de EF na Inglaterra e na França

Categoria de Análise	Inglaterra	França
Arranjo institucional	Econômico	Econômico
Ênfase Temática	Difusa	Difusa
Público Alvo	Infanto-juvenil	Infanto-juvenil
Adesão	Recomendável	Recomendável
Concepção filosófica	Pragmática	Eclética
Objetos de ensino	Pragmáticos	Pragmáticos (predominantemente) Sociológicos e Econômicos
Abordagem do conteúdo	Multidisciplinar	Multidisciplinar
Formação do professor	Indiferente	Especializada

Disponibilidade de recursos didáticos	Completa	Completa
Aprofundamento da temática	Comportamental	Comportamental

Fonte: Hofmann (2013)

Identificamos que a tomada de decisão, apesar de aparecer em algumas tarefas propostas, não focam nas trocas intertemporais, aparecem de forma difusa e não têm caráter preferencial em relação às questões informativas e de conteúdos. Nos ateremos a partir daqui em duas propostas construídas em nível nacional.

A partir de 2010, com a criação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)²⁸, além de ações destinadas à educação financeira de adultos, um conjunto de medidas voltadas especificamente para a educação financeira nas escolas foi definido. A principal delas foi o programa denominado *Educação Financeira nas Escolas*²⁹, criado com o intuito de promover discussões e formação estudantes da Educação Básica sobre vários temas envolvendo situações financeiras, conforme aponta Silva (2014). Esse programa é baseado na ideia central de que

A Educação Financeira nas escolas se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos. Discentes e docentes financeiramente educados podem constituir-se em indivíduos crescentemente autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e situações comprometedoras que prejudiquem não só sua própria qualidade de vida como a de outras pessoas. (ENEF, 2010, p. 8)

Segundo a Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF-Brasil), que desde 2012 é a principal instituição social que promove e divulga ações de educação financeira no Brasil, o programa denominado *Educação Financeira nas Escolas*, é uma tecnologia educacional pronta para disseminação (Figura 12), que foi desenvolvida pelo Instituto Unibanco em colaboração com o Grupo de Apoio Pedagógico, liderado pelo Ministério da Educação, também com especial participação do CONSED – Conselho Nacional de Secretários de Educação e UNDIME – União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação, e também com instituições, públicas e privadas, representativas do setor financeiro.

²⁸ A ENEF foi formalmente instituída pelo decreto 7.397, de 22 de Dezembro de 2010, como iniciativa do governo federal, conforme (BRASIL, 2010)

²⁹ O Programa Educação Financeira nas Escolas, bem como os 3 livros do Programa, estão disponíveis no endereço: <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/materiais/>. Acesso em 10 de Outubro de 2014.



Figura 2.1 – Programa Educação Financeira nas Escolas
Fonte: AEF-Brasil.

Segundo a AEF-Brasil, esse Programa de Educação Financeira nas Escolas tem como diferenciais:

- ✓ A responsabilidade socioambiental como um fator relevante e ligado ao comportamento do cidadão;
- ✓ O aluno como um multiplicador do conhecimento dentro dos meios em que vive, em especial, sua família;
- ✓ A tomada de decisão autônoma, por considerar que há vários caminhos para lidar com as questões financeiras.

Esse programa apresenta uma visão multidisciplinar, tratando de temas envolvendo o comportamento de jovens em situações econômico financeiras comuns, e tudo isso em um texto acessível e com linguagem adequada para essa faixa etária. Destacamos ainda que o material tem excelente diagramação e acabamento, e possui aporte teórico na Economia Comportamental e em materiais didáticos de instituições financeiras como a BM&F BOVESPA. Contudo, apesar de entendermos que essa abordagem multidisciplinar seja importante para a formação dos estudantes, e que o material tenha muitos pontos positivos, identificamos uma série de problemas nesse programa, tanto na concepção quanto na implementação.

O primeiro é que a tomada de decisão, apesar de ser abordada convidando o estudante a considerar vários caminhos, menospreza e minimiza a utilização de noções

matemáticas nesse processo, além de apresentar algumas análises equivocadas do ponto de vista matemático financeiro, conforme identificadas e apresentadas no próximo capítulo.

Outro ponto que nos chamou atenção é que não conseguimos identificar os autores do material didático. A concepção da plataforma foi realizada por uma empresa de consultoria educacional, sob a coordenação do Instituto Unibanco, que contou com a participação de apenas duas professoras, ambas da rede municipal de São Paulo³⁰. Ou seja, a principal iniciativa em nível nacional de educação financeira nas escolas, incluindo um material didático, não ouviu professores de diferentes localidades, suas realidades e nem suas experiências, e de forma mais geral praticamente não contou com a participação de professores de matemática, em sua construção.

Uma outra questão que nos parece estranha e inadequada é a participação colaborativa e não protagonista do MEC na construção desse programa, principalmente por se tratar de uma iniciativa cujo projeto piloto, segundo informações do portal da AEF-Brasil³¹, envolveu 891 escolas dos cinco estados brasileiros.

Além disso outras questões emergem quando olhamos para os parceiros dessa empreitada educacional, e nesse quadro algumas perguntas nos inquietam, e precisam ser respondidas, dentre elas, duas são as principais: (i) quais as intenções dos Bancos ao proporem educação financeira para os indivíduos, principalmente as voltadas para jovens? (ii) Quando os Bancos, e demais instituições financeiras, de seguros e previdência se envolvem com ações para educar financeiramente os jovens, quais as recomendações e orientações eles passarão?

Segundo Britto (2012), em seu trabalho envolvendo uma pesquisa documental crítica de propostas de educação financeira no Brasil e em Portugal, as iniciativas governamentais de educação financeira, incluindo crianças e jovens, tem sido fortemente influenciada e ditada pelos Bancos, e por isso tem grande foco no consumo de produtos financeiros. Ou seja, uma educação financeira voltada para ensinar a importância de consumir produtos financeiros, ou seja, de formar e ampliar a massa de futuros clientes, potencializando o ganho de capital dessas instituições, conforme registrado abaixo.

³⁰ Essa informação está disponível em <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/o-programa/>

³¹ Disponível em <http://www.aefbrasil.org.br/index.php/programas-e-projetos/educacao-financeira-nas-escolas/educacao-financeira-no-ensino-medio/>. Acesso em Setembro de 2015.

As instituições financeiras e bancárias são aquelas responsáveis em parcerias com o Estado, nas várias estratégias nacionais analisadas, de desenvolverem propostas curriculares de Educação Financeiras que, por sua vez, figuram como estratégias do capital, iniciativas neoliberais de produção/constituição de consumidores de produtos financeiros. (BRITO, 2012, p. 33)

E isso, segundo o autor, é muito questionável, e até perigoso, pois como “é possível pedir a lobos que cuidem de ovelhas?” (idem, p.173).

Um exemplo desse perigo, pode ser visto no material do programa EF nas escolas. Identificamos uma situação, no mínimo tendenciosa, na forma como o texto termina. O texto diz:

“No Brasil, a taxa de juros mais alta é a do cheque especial, que chega a três dígitos (ex.: 140% a.a.). Essa taxa é muito maior do que a cobrada pelo dinheiro emprestado para se comprar alguma coisa concreta, como um carro. A razão alegada é que, diferentemente de um carro, que pode ser penhorado pelo banco, o empréstimo no cheque especial não tem nenhuma garantia material, **ou seja, o Banco não tem como recuperar o dinheiro que empresta caso a pessoa não o pague de volta. Assim, o risco de emprestar o dinheiro (nessa modalidade) é alto, então a taxa de juros cobrada por esse serviço também é alta**”. (BRASIL/COREMEC, 2010, p.84 – grifo nosso)

Parece-nos que a conclusão final do texto é uma defesa dos altos preços cobrados pelos Bancos para a exorbitante taxa do cheque especial cobrada no Brasil. A expressão “a razão alegada” desaparece e dá lugar a “o risco de emprestar dinheiro nessa modalidade é tão alto”. Mas será que em países com índices de inadimplência semelhantes, os Bancos cobram as mesmas taxas que cobram aqui?

Um estudo³² realizado em 2012 revelou que os brasileiros pagam a maior taxa média de juros no cartão do mundo. A taxa de 238% ao ano, já era em 2012, quatro vezes maior que a do segundo colocado, o Peru, que cobrava 55%, muito próxima do Chile (54%), o terceiro colocado. O levantamento comparou dezenas de países, dentre eles: Brasil, Argentina, Chile, Colômbia, Peru, Venezuela, México EUA e Reino Unido.

Em 2016, ano em que finalizamos essa tese, a taxa de juros do cartão de crédito, no mês de março, atingiu o patamar de inacreditáveis 432% ao ano, com taxas de

³² Disponível em <http://oglobo.globo.com/economia/juro-do-cartao-de-credito-no-brasil-de-238-ao-ano-maior-entre-9-paises-6142607>

cheque especial na faixa de 11% ao mês, conforme mostra a tabela a seguir, baseado nos dados do Banco Central e da ANEFAC³³.

Tabela 2.1: Taxas de juros para pessoa física: Comparação entre março de 2013 e março de 2016.

Tipo de Financiamento	Mar/13		Mar/16		Crescimento (Pontos %)
	Mês	Ano	Mês	Ano	
Juros comércio	4,00%	60,10%	5,80%	96,71%	36,61%
Cartão de crédito	9,37%	192,94%	14,95%	432,24%	239,30%
Cheque especial	7,72%	144,09%	11,36%	263,71%	119,61%
CDC – Bancos financiamento de automóveis	1,52%	19,84%	2,34%	31,99%	12,15%
Empréstimo pessoal-bancos	2,91%	41,09%	4,58%	71,15%	30,06%
Empréstimo pessoal-financeiras	6,88%	122,21%	8,30%	160,34%	38,13%

Fonte: ANEFAC, disponível em <https://www.anefac.com.br/uploads/arquivos/201648105239604.pdf>

Compartilhamos da opinião de Ladislav Dowbor, quando diz que “*não há como explicar uma diferença dessas com “mecanismos de mercado”. É agiotagem mesmo. O resultado é uma sangria absurda da capacidade de compra*” (DOWBOR, 2015; p.17).

Procuramos com essa análise inicial apresentar alguns aspectos presentes nesse programa, para entender e situar nossas concepções em relação às perspectivas de educação financeira que adotamos nessa pesquisa. Com isso mostramos algumas conexões, interseções e divergências, uma vez que nossa investigação acontece em AEFÉ construídos a partir de uma concepção especial de EFE.

O segundo exemplo de concepção de Educação Financeira que se volta para a Escola, vem do meio educacional, e foi apresentada por Silva e Powel, em 2013, no XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Essas ideias inspiraram fortemente nossas concepções e, portanto, têm um importante papel no desenho de nossa pesquisa. Segundo esses autores,

Segundo esses autores, para sugerir que o foco de se educar financeiramente não está nos consumidores de uma forma geral, mas nos estudantes e no âmbito escolar, eles sugeriram a seguinte caracterização para uma Educação Financeira Escolar:

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre

³³ Disponível em <https://www.anefac.com.br/uploads/arquivos/201648105239604.pdf> e também em <http://www.bcb.gov.br/pt-br/#!/c/txjuros/>. Acesso em Abril de 2016.

finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA E POWELL; 2013, p. 13)

Essa concepção de Educação Financeira Escolar objetiva, segundo os autores, a desenvolver o pensamento financeiro nos estudantes como parte de sua educação matemática, levando em consideração as dimensões pessoal, familiar e social, de modo que sejam capazes de:

- ✓ compreender as noções básicas de finanças e economia para que desenvolvam uma leitura crítica das informações financeiras presentes na sociedade;
- ✓ aprender a utilizar os conhecimentos de matemática (escolar e financeira) para fundamentar a tomada de decisões em questões financeiras;
- ✓ desenvolver um pensamento analítico sobre questões financeiras, isto é, um pensamento que permita avaliar oportunidades, riscos e as armadilhas em questões financeiras;
- ✓ desenvolver uma metodologia de planejamento, administração e investimento de suas finanças através da tomada de decisões fundamentadas matematicamente em sua vida pessoal e no auxílio ao seu núcleo familiar;
- ✓ analisar criticamente os temas atuais da sociedade de consumo dá a base para uma estrutura curricular que leva em consideração três dimensões: a pessoal, a familiar e a social.

A visão crítica, o papel da matemática no processo de análise e tomada de decisão, a avaliação de oportunidades e riscos são aspectos que embasaram nossa construção de EFE. O papel das trocas intertemporais e as diferentes transformações do dinheiro no tempo, a visão multidisciplinar fortemente influenciada pela visão da Psicologia Econômica, a importância da conexão de outras disciplinas escolares, e a integração com os aspectos didáticos são pontos que estão presentes em nossa proposta que não ficam evidenciados, ou não são tão centrais na proposta de Silva e Powell.

Finalmente, terminamos este capítulo dizendo que optamos por apresentar o panorama internacional de algumas iniciativas de Educação Financeira no capítulo 4 - dedicado à revisão da Literatura – uma vez que apesar de indicarem diferentes caminhos de educação financeira, não apresentam em seus resultados e avaliações uma investigação sobre as formas como os alunos pensaram para dar as respostas.

3. NOSSAS CONCEPÇÕES SOBRE EFE E AEFE

Esse capítulo está diretamente relacionado ao anterior e apresenta uma série de construções teóricas que produzimos nessa tese, fruto da ausência de referenciais que nos fornecessem os elementos que precisávamos para fundamentar nossa pesquisa, e de estruturas que precisamos desenvolver para explicar alguns processos utilizados para analisar algumas situações financeiras.

Na primeira seção apresentamos a nossa concepção de Educação Financeira Escolar. Conforme apresentamos no capítulo 2, identificamos várias concepções sobre educação financeira e também de Educação Financeira que se volta para a Educação Básica. Diante desse quadro plural, tecido e influenciado por diferentes áreas, e da ausência de um quadro teórico que representasse todos os aspectos que precisávamos ou que julgamos importantes em uma concepção de educação financeira escolar, desenhamos um quadro teórico que apresenta nossas perspectivas da educação financeira escolar, nas quais nos baseamos.

A segunda seção trata de um novo construto teórico desenvolvido por nós chamado de representações temporais, que são representações gráficas, tabulares ou esquemáticas que ajudam na análise, comparação, e tomada de decisão de variadas situações financeiras, em que o tempo e a taxa de juros estão envolvidos.

Na última seção do capítulo, defendemos a importância da matemática na abordagem de situações financeiras na Escola, e de uma forma mais ampla, na Educação Financeira Escolar.

3.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR E AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR.

As concepções de EFE e de AEFE que apresentaremos estão profundamente conectadas com o ensino de matemática, e buscam reforçar a importância de uma perspectiva multidisciplinar para uma EFE que convide o aluno a uma reflexão múltipla, e a uma ação fundamentada, quando possível. De forma bem sintética e inicial podemos dizer que nossa perspectiva de Educação Financeira Escolar é um convite à reflexão, centrada do pensamento financeiro nos estudantes como parte de sua educação matemática, baseada numa lente multidisciplinar constituída a partir da matemática, mas fortemente influenciada pela Economia, Psicologia Econômica, Sociologia e

Marketing e Neurociência e conectada às disciplinas escolares tais como História, Geografia, Sociologia e Filosofia.

Essa construção tem muitos pontos em comum com as concepções apresentadas por Silva e Powell (2013), cujo trabalho tem servido de inspiração para o apresentado a seguir, conforme já relatado no capítulo 2.

A **Educação Financeira Escolar**, como concebemos, é um **convite à reflexão** sobre as atitudes e ações das pessoas diante de situações financeiras envolvendo aquisição, utilização e planejamento do dinheiro, ou de outra forma, o ganhar, usar e distribuir dinheiro e bens, dentre elas as envolvendo consumo, poupança, financiamentos, investimentos, seguros, previdência e doações, bem como as suas possíveis consequências no curto, médio e longo prazos, olhando tanto para oportunidades quanto para as armadilhas do mercado. Um convite que leve em consideração o contexto social e econômico dos estudantes, as características culturais e singularidades sociais da região em que vivem. Essa EFE também é, portanto, um convite à ação, avaliação, e reação, num movimento dinâmico, plural e democrático.

Deve também auxiliar na conscientização dos sacrifícios e benefícios das trocas intertemporais, na perspectiva de Giannetti (2005), realizadas ao longo da vida, e das vantagens e desvantagens que podem advir da prática do planejamento financeiro pessoal incluindo o orçamento doméstico, do estabelecimento de metas, da identificação de como se gasta e com o que se gasta.

Deve ainda contribuir para a reflexão de como as decisões financeiras individuais estão relacionadas com o coletivo, ou seja, que as decisões pessoais impactam não somente a própria vida, mas também a vida em família e em sociedade, numa perspectiva social, política, democrática e ambiental. Nessa direção, questões como valores, ética, honestidade, trabalho voluntário, economia solidária, necessidades e desejos, doações, dentre outros, entram em cena na discussão de como obtemos bens e dinheiro, e de como os utilizamos, gastamos e distribuimos individual e coletivamente.

Assim, nossa concepção de Educação financeira Escolar não se limita ao conhecimento e escolha de produtos financeiros (OCDE, 2005), nem a maximização do “bem-estar” a longo prazo a partir do sistema financeiro, e nem se limita a prover conhecimentos e informações sobre comportamentos básicos da população diante das oportunidades do mercado financeiro.

Nossa concepção de Educação Financeira Escolar está baseada em quatro princípios, que são: *convite à reflexão*, conexão didática, dualidade e lente

multidisciplinar, influenciados por 17 anos de experiência abordando situações financeiras, inclusive por meio da matemática, em salas de aula do ensino médio e superior, e cunhados em nossa pesquisa. Passaremos a detalhar cada um desses quatro princípios nos próximos parágrafos.

O primeiro princípio é do *convite à reflexão*. A Educação financeira escolar deve oferecer aos estudantes oportunidades de reflexão através da leitura de situações financeiras que contemplem diferentes aspectos, incluindo os de natureza matemática, para que pensem, avaliem e tomem suas próprias decisões. Deste modo, não queremos determinar o pensamento dos estudantes, definindo como devem se comportar em relação ao dinheiro ou ditando quais as melhores decisões financeiras a serem tomadas, ou ainda, quais os aspectos (financeiros, culturais, ideológicos, etc.) devem ser predominantes em suas análises e decisões, ou ainda usar essa educação para defender bandeiras ou ideologias políticas, religiosas e/ou partidárias. Defendemos um convite à reflexão por que entendemos que a decisão pessoal de cada um sobre como agir e o que fazer a partir das reflexões depende de uma gama de valores e princípios que certamente influenciarão a forma de ver e agir a partir da educação financeira abordada nessa fase escolar. O que pode ser ótimo do ponto de vista econômico, e produzir um excelente bem-estar, pode ser a pior opção do ponto de vista social ou ambiental, por exemplo.

O segundo princípio é o da *conexão didática*. A Educação Financeira escolar que defendemos se diferencia da Educação Financeira de bancos e algumas outras instituições financeiras, na medida em que se volta para as questões de ensino e aprendizagem de matemática (inclusive), sem desconsiderar os diversos contextos, comportamentos e áreas do conhecimento presentes na sociedade. Com isso defendemos que a forma como o estudante pensa, suas estratégias para analisar e resolver problemas e questões presentes nas situações, a interação dele com o seu grupo de trabalho, a utilização de noções matemáticas e não matemáticas tratadas em seu percurso escolar, dentre outros aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem podem e devem fazer parte da educação financeira que se volta e que se pratica na educação básica.

O terceiro princípio é o da *dualidade*. Defendemos que a Educação Financeira Escolar se beneficie da matemática, enquanto área científica, para entender, analisar e tomar decisões em situações financeiras, e que também permita explorar situações financeiras para aprender noções e ideias matemáticas. Essa educação pode e deve ser

uma via de mão dupla, e portando dual, em que a relação entre ensino de matemática e a abordagem de situações financeiras sejam dois lados de uma mesma moeda.

O quarto princípio é o da *lente multidisciplinar*. Defendemos que a Educação Financeira, ainda que vista na perspectiva da sala de aula de matemática, busque oferecer múltiplas leituras sobre as situações financeiras. Aspectos financeiros, matemáticos, comportamentais, culturais, biológicos e políticos podem ser utilizados de forma articulada para ajudar os estudantes na leitura de situações de consumo, renda, endividamento, investimento, planejamento financeiro, sustentabilidade, dentre outras. Estudos da Geografia, História, Sociologia e Filosofia, incluindo os abordados na Educação Básica, em especial no Ensino Médio, bem como as centenas de estudos que vem sendo realizados há décadas pelas áreas da Economia, Psicologia Econômica e Economia Comportamental, do Marketing, Antropologia e Sociologia do Consumo, e mais recentemente pela Neurociência, podem oferecer diferentes lentes analíticas para se ver e entender processos na EFE. E como lentes, focam alguns aspectos e desfocam outros. A figura abaixo sintetiza esses quatro princípios.



Figura 3.1: Os quatros princípios da nossa concepção de EFE
Fonte: Elaborada pelo autor.

Um aspecto importante que permeia essa concepção consiste em olhar para o aluno como cidadão que vai lidar com diversas situações financeiras, propiciando reflexões iniciais, porém não superficiais e nem inférteis, sobre situações financeiras que ele ainda irá enfrentar, ou, em alguns casos, tenham começando a lidar. Assim, procuramos levar em conta o que já aprenderam até então, sem desconsiderar as limitações decorrentes da inexperiência da vida, daqueles que provavelmente ainda não compreendem muito bem a relação entre trabalho e dinheiro, dado que, em geral, não trabalham e ainda não experimentaram o compromisso e as consequências de sustentar a si mesmo ou a sua família.

A partir dessa concepção de Educação Financeira que se volta para a Educação Básica, entendemos que um **Ambiente de Educação Financeira Escolar (AEFE)** é criado quando professores, alunos e/ou pesquisadores, convidam professores, alunos e/ou pesquisadores a pensar sobre questões financeiras que envolvam ideias matemáticas, mas que não se limitem a elas. Ambientes são formados por momentos em que se abrem portas e janelas para se convidar os alunos a pensarem sobre situações financeiras em uma perspectiva ampla, interativa e multidisciplinar, sendo a apresentada aqui apenas uma das possibilidades. Assim, os ambientes podem ser formados por momentos de sala de aula, projetos escolares, pesquisas acadêmicas, investigações, seminários, palestras, rodas de conversa, formação de professores da Educação Básica, dentre outros, em que as situações financeiras são tratadas por meio do convite à reflexão que se volta para a Escola, principalmente para a sala de aula de matemática.

Nessa ótica ambientes não são locais, não são lugares e, portanto, não são espaços físicos tais como a escola, a sala de aula, o pátio, a quadra, o auditório, a sala de jantar, etc. Os AEFE são situações, são momentos em que convites à reflexão são realizados, e assim, são momentos que a EFE acontece. Estes são os AEFE dos quais falamos e defendemos.

Entendemos que o professor de Matemática, por exemplo, pode criar um AEFE a qualquer momento, independente do conteúdo a ser tratado, ou seja, sendo ou não uma aula sobre matemática financeira ou educação financeira. Nessa visão, não precisamos ter uma aula de educação financeira para fazer convites, ou seja, para fazer educação financeira. Não precisar não significa que não podemos ter um bimestre inteiramente dedicado à educação financeira. Significa que não é necessário ter educação financeira na grade curricular para se criar um AEFE. Tais ambientes podem ser formados por pequenos momentos, a qualquer momento, aproveitando o momento.

Em uma aula sobre números inteiros, por exemplo, a pergunta de um aluno que envolva números negativos pode criar um AEFÉ em que além dos objetos e das operações entre os objetos matemáticos envolvidos, temas como “ficar no vermelho”, gastar mais do que ganha, consumismo, endividamento, juros, orçamento doméstico, balança comercial, inflação, etc., podem fazer parte das discussões.

A análise dos gastos com energia elétrica, gás ou água de uma família, comparando-se vários anos, pode fazer parte de uma aula de matemática sobre funções trigonométricas ou polinomiais na qual os alunos podem investigar modelos matemáticos que descrevam, ainda que de forma aproximada e/ou que permitam algum tipo de previsão, os gastos em função do tempo. Concomitante aos aspectos matemáticos tratados, temas como orçamento doméstico, sustentabilidade, desperdício, matriz energética, políticas públicas de subsídio às tarifas para a população de baixa renda, geração e distribuição de energia no Brasil e o impacto disso no bolso de diferentes classes econômicas, crise hídrica, aumentos e reduções de tarifas com objetivos políticos e/ou eleitoreiros, dentre outros temas, podem entrar em cena nesses AEFÉ.

Além da sala de aula de Matemática, a construção de tais ambientes pode se dar a partir da pesquisa acadêmica. Pesquisadores da área de Educação Matemática geram tais ambientes quando, por exemplo, convidam estudantes a pensarem sobre situações financeiras, com a finalidade de investigar determinados aspectos do ensino/aprendizagem ou ainda da interação de alunos e professores nesses AEFÉ, bem como da interação entre professores.

Temos, portanto, que a geração de AEFÉ está diretamente relacionada à sala de aula de matemática, bem como a momentos de pesquisa acadêmica que buscam investigar o processo de ensino e aprendizagem, por exemplo, e ainda a interação entre os diversos agentes da escola que se envolvam em analisar situações financeiras por meio de convites à reflexão e ação.

3.2 REPRESENTAÇÕES TEMPORAIS

Para apresentarmos a noção de representação temporal, que cunhamos em nossa pesquisa, utilizaremos algumas situações financeiras, para a partir delas, mostrar o que são, o seu papel, a utilização pelos estudantes e as possíveis influências destas na forma dos alunos analisarem tais situações.

Alguns autores de livros de matemática financeira ou didáticos de matemática, tais como (MORGADO, 2001; PUCCINI, 2011; DANTE, 2008; IEZZI et al, 2011), bem como em algumas pesquisas envolvendo matemática financeira e mais recentemente educação financeira na escola, dentre eles Coser (2008), Novaes (2009) e Santander (2010), defendem a importância de se representar graficamente, ou por meio de tabelas, situações financeiras que envolvem quantias que se referem a diferentes datas. Além disso, as representações esquemáticas (eixo das setas) que temos observado nas pesquisas em Educação Matemática decorrem da utilizada por Morgado et al (2001) no livro *Progressões e Matemática Financeira*.

Vejamos um exemplo da utilização dessa representação em uma situação financeira que culmina com uma tomada de decisão.

Paulo comprou um carro financiado, dando uma entrada, e o restante em 24 prestações de 2 000 reais, a uma taxa de juros de 1,5% ao mês, começando a pagar exatamente um mês após a compra, com as prestações vencendo sempre no 10º dia de cada mês. Ele já pagou 20 prestações, sempre em dia, e deseja quitar a dívida em 10 de Maio, antecipando o pagamento das 4 prestações restantes que vencem em 10/06, 10/07, 10/08 e 10/09, respectivamente, do mesmo ano. Ao entrar em contato com a instituição que concedeu o financiamento, Paulo é informado que o valor de quitação, para 10 de Maio, é de 7.880 reais.

Paulo deve aceitar a proposta oferecida?

Apresente seus argumentos para justificar a decisão a ser tomada.

Figura 3.2: Situação financeira envolvendo a antecipação e quitação de um financiamento

Fonte: Elaborada pelo autor

Um caminho para se tomar essa decisão é encontrar o saldo devedor no dia 10/05, ou seja, o valor de quitação nessa data, para comparar com o valor oferecido, avaliando se o valor cobrado descontou todos os juros embutidos no valor de cada prestação, levando-se em consideração a taxa de juro cobrada no financiamento, que é de 1,5% ao mês. Se isso não acontecer, Paulo tem o direito de contestar, mesmo que opte por não fazer isso. Para encontrar o valor de quitação, podemos calcular o valor de cada prestação na data de quitação (data zero ou simples hoje), isto é, o valor presente

de cada parcela, e depois somá-los, utilizando a taxa de juro do financiamento ($i = 1,5\%$ a.m). Uma solução segue abaixo:

$$VP = \frac{2000}{1,015} + \frac{2000}{1,015^2} + \frac{2000}{1,015^3} + \frac{2000}{1,015^4}$$

$$VP = 1970,44 + 1941,32 + 1912,63 + 1884,37$$

$$VP = 7708,77$$

Poderíamos ter representado essa situação por meio de alguma estrutura que associasse as quantias às datas a que estão referidas, conforme podemos observar na Figura 2 a seguir.

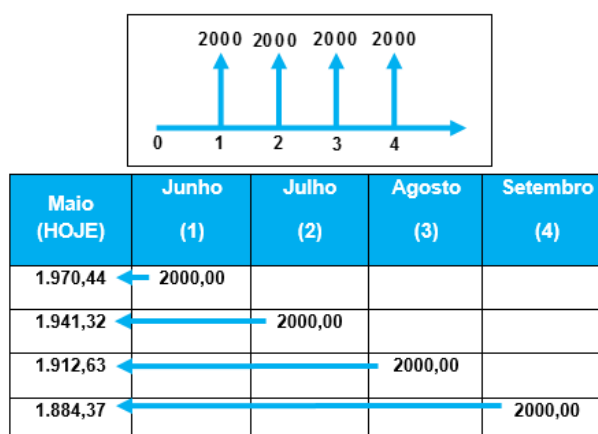


Figura 3.3: Representações temporais: eixo das setas e uma tabela dinâmica
Fonte: Elaboradas pelo autor

A primeira representação, chamada de eixo das setas, eixo do tempo, dentre outros nomes, é a mais utilizada nos livros didáticos de matemática, com algumas pesquisas apontando contribuições para o entendimento e pensamento dos estudantes, conforme se pode ver em Muniz (2007, 2010), Novaes (2009) e Campos (2013).

A segunda representação, apesar de ser do tipo tabular, além de associar cada valor a sua respectiva data, tem a vantagem de poder ser usada para mostrar o que acontece com o valor da prestação a medida que o tempo de antecipação aumenta, de forma organizada para cada prestação, contemplando os espaços para os registros. Ela remete ao dinamismo do valor no tempo, e permite levar (para o futuro) e trazer (para uma data anterior) as quantias.

Reforçamos que ambas cumprem um papel, pelo menos para o autor desse texto, de vincular o valor das quantias no tempo, e isso se mostrou importante, principalmente

quando tratamos de ensino e investigação de situações financeiras envolvendo taxas de juros, inflação, desvalorização cambial, retorno de investimento.

Desta forma, baseado nessas características, bem como nos relatos dos alunos sobre as influências dessas diferentes formas de representar os valores em suas respectivas datas de recebimento (ou pagamento) em suas estratégias e análises, o que evidenciou uma ampliação dos seus modos de produção de significados, construímos a noção de representação temporal.

Em nossa pesquisa, chamamos de *Representações Temporais* as representações pictóricas (gráficas, tabulares ou esquemáticas) que permitem:

- (i) associar as quantias às suas respectivas datas,
- (ii) reforçar o dinamismo do valor do dinheiro no tempo;
- (iii) auxiliar na análise da evolução de dívidas e/ou saldos acumulados,
- (iv) auxiliar na determinação do tempo de transformação de uma quantia ou de uma série de quantias,
- (v) contribuir para explorar a equivalência de capitais, a partir das taxas de desconto ou de retorno fornecidas ou procuradas.

Tais representações têm se mostrado importantes para os alunos na análise de variadas situações, como apontam nossos resultados iniciais, principalmente quando voltamos nosso foco para questões relativas ao ensino e investigação, pois contribuem, além do que já expomos, para ampliar ainda mais as possibilidades de se mostrar que o valor do dinheiro, dada uma taxa, muda com o tempo, e os impactos disso na vida das pessoas.

Além disso, tais representações reforçam que as prestações, embora sejam iguais nesse sistema, embutem juros diferentes e crescentes, conforme estão mais distantes da data do empréstimo.

Os resultados obtidos por Paulo – nosso personagem –, a partir de suas construções matemáticas e financeiras, têm um grande potencial de influenciar a sua decisão, uma vez que o valor a pagar é menor do que o proposto pela instituição. O que Paulo faria? Entraria em contato com a Instituição Financeira para exigir o pagamento da dívida descontados corretamente os juros? Pagaria para não se aborrecer, pois a diferença de aproximadamente 170 reais não valeria a pena diante dos possíveis aborrecimentos que poderiam acontecer? Entraria em contato com a ouvidoria da

Instituição? Denunciaria no site Reclame aqui? Procuraria o Núcleo de Defesa do Consumidor? Se Paulo tivesse um comportamento típico do brasileiro, o que você acha que ele faria? Como a maioria das pessoas agiriam nessa situação? E como agiriam se não analisassem matematicamente a situação? Por que a Instituição Financeira agiu dessa forma: foi um erro casual ou uma armadilha intencional?

Temos, assim um exemplo de uma situação financeira que culmina com uma tomada de decisão, e que pode ser explorada por diversas lentes analíticas, incluindo a envolvendo aspectos matemáticos, cujas múltiplas representações temporais (das quais apresentamos apenas algumas) podem contribuir para emergência de variadas estratégias de resolução e análise, envolvendo aspectos não matemáticos

As *Representações Temporais* também auxiliam na análise da evolução de saldo acumulado, mês a mês. Por exemplo, com uma terceira *representação temporal* (diferente das duas anteriores), na forma agora de um fluxo analítico, por exemplo, é possível mostrar porque o valor de R\$ 7.708,77 é o valor justo de quitação, partindo-se da premissa de que a taxa de juros de 1,5% incide sobre o saldo devedor acumulado. A figura abaixo ilustra como uma *representação temporal*, diferente das outras duas apresentadas, poderia ser utilizada como argumento para provar esse valor.

Meses	Dívida Inicial	Pagamento	Saldo devedor
0	7.708,77	0,00	7.708,77
1	7.824,40	2.000,00	5.824,40
2	5.911,77	2.000,00	3.911,77
3	3.970,44	2.000,00	1.970,44
4	2.000,00	2.000,00	0,00

Figura 3.4: Outra representação temporal: um fluxo analítico

Fonte: Elaborada pelo autor

A representação gráfica é um recurso que costuma ser considerado muito importante por diversos pesquisadores, dentre eles (NASSER, 2010; NOVAES, 2009; COSER, 2008). Uma questão que pouco se discute é o porquê dessa importância. Segundo nossa ótica, essa importância está associada à natureza temporal do valor do dinheiro. Se o dinheiro se transforma no tempo, devido a diversos fatores tais como inflação, taxas de juros, custos de oportunidades, investimentos, desvalorização cambial, dentre outros, os valores que vimos estão sempre referidos a uma data. Assim, a importância de uma representação não reside em ser gráfica, mas sim ser temporal,

isto é, mostrar a relação “valor x tempo” de forma explícita. Deste modo, a partir dos resultados parciais que temos encontrado em nossa pesquisa, e do que temos observado em todos esses anos a partir de nossa prática docente, o importante, não é a representação gráfica em si, mas sim uma representação temporal do valor. E a representação gráfica, conforme mostramos anteriormente, é apenas uma das formas de representação temporal.

Conseqüentemente, representações temporais, ao permitir o posicionamento das quantias no tempo, podem contribuir não apenas para a visualização do problema, mas também para a transformação de quantias no tempo, na medida em que explicita a data a que um valor está referido, para os períodos a serem transformados, para a escolha de uma data para a comparação das quantias. Esse é um aspecto que não encontramos até agora, em nenhum dos trabalhos que pesquisamos.

Nesse ponto, gostaríamos de apresentar ainda outras formas de resolução e análise da situação apresentada, que utilizam outros objetos e com diferentes operações. Paulo também poderia, por exemplo, obter o valor de quitação, recorrendo à fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica, cuja razão neste caso é $1,015^{-1}$, fazendo:

$$VP = a_1 \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$

$$VP = \frac{2000}{1,015} \times \frac{(1 - 1,015^{-5})}{1 - 1,015^{-1}}$$

Ou ainda, usando a generalização desse caso que decorre imediatamente da soma dos termos de uma P.G, presente nos livros de matemática financeira:

$$VP = P \times \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$$

$$VP = P \times \frac{1 + (1,015)^{-5}}{0,015}$$

$$VP = 7.708,77$$

Alternativamente, Paulo também poderia recorrer a uma planilha eletrônica, ou calculadora financeira, realizando esse cálculo de uma só vez. No Excel, por exemplo, a solução ficaria:

	A	B		A	B
1	PRESTAÇÃO	2000	1	PRESTAÇÃO	2000
2	N. PARCELAS	4	2	N. PARCELAS	4
3	TAXA	1,50%	3	TAXA	1,50%
4	VALOR PRESENTE	=VP(B3;B2;B1)	4	VALOR PRESENTE	-R\$ 7.708,77

Figura 3.5: Solução para o problema em questão via funções financeiras do Excel.
Fonte: Elaborada pelo autor

Reforçamos, assim, que tais representações auxiliam, em muitos casos, a entender a evolução da transformação de saldos e dívidas acumuladas, e principalmente, no ensino das matemáticas associadas à análise de situações financeiras, por mostrar o valor do dinheiro como ele realmente é, sempre relativo à data a que está referido e dinâmico em função do tempo e da taxa de crescimento que o transforma, e não é absoluto como temos observado em nossa trajetória profissional. E não entendemos que seja o eixo das setas ou uma representação tabular os métodos que permitam uma melhor representação ou contribuam para a análise, pois o mais importante é que seja uma representação temporal que amplie os modos de produção de significados dos estudantes.

3.3 TROCAS INTERTEMPORAIS

Primeiramente, gostaríamos de apresentar em que sentido usamos o termo trocas intertemporais (TIT). Quando tomamos decisões financeiras, nos mais variados ciclos da vida – da juventude à velhice passando pela vida adulta – nos deparamos com escolhas intertemporais, ou seja, escolhas relacionadas ao binômio: Sacrifícios x Benefícios, que acontecem em momentos diferentes no tempo. Sobre as escolhas intertemporais, Giannetti comenta:

O desejo incita à ação; a percepção do tempo incita o conflito de desejos. O animal humano adquiriu a arte de fazer planos e refrear impulsos. Ele aprendeu a antecipar ou retardar o fluxo das coisas de modo a cooptar o tempo como aliado dos seus desígnios e valores. Isto agora ou aquilo depois? Desfrutar o momento ou cuidar do amanhã? Ousar ou guardar-se? São perguntas das quais não se escapa. Mesmo que deixemos de fazê-las, agindo sob a hipnose do hábito ou em estado de “venturosa inconsciência”, elas serão respondidas por meio de nossas ações [...] as trocas no tempo pontuam nossa trajetória pelo mundo [...] e são uma via de mão dupla. A posição credora –

pagar agora, viver depois – é aquela em que abrimos mão de algo no presente em prol de algo esperado no futuro. O custo precede o benefício. No outro sentido temos a posição devedora – viver agora, pagar depois. São todas as situações em valores ou benefícios usufruídos mais cedo acarretam algum tipo de ônus ou custo a ser pago mais à frente (GIANNETTI, 2005, p.9-10)

“*Mais vida em nossos anos, ou mais anos em nossas vidas?* ”, conforme nos indaga Giannetti (2005, p.21), é uma pergunta que nos remete a muitas escolhas que fazemos ao longo da vida, de forma consciente ou não, em diversos momentos envolvendo aspectos financeiros. Além disso, compartilhamos das ideias de Giannetti quando diz que a mente humana “é um ambiente até certo ponto refratário e hostil à prática da abstenção em prol de objetivos remotos no tempo” (GIANNETTI: 2005, p.261). Essa característica da mente humana impacta as decisões envolvendo escolhas que podem ser entendidas como TIT.

Uma vez apresentadas as trocas intertemporais, destacamos que assim como elas estão presentes em incontáveis situações financeiras, como veremos logo a diante, defendemos que tais trocas precisam ser consideradas na geração de momentos em que alunos são convidados a analisar situações financeiras, principalmente as envolvendo tomada de decisão. Precisam, portanto, ser consideradas na criação de ambientes de educação financeira escolar que convidem à reflexão e ação. A multiplicidade de situações financeiras relevantes, usuais e muitas vezes complexas, com as quais a população brasileira geralmente precisa lidar é, portanto, o primeiro motivo da importância destas na criação de AEFÉ.

Um segundo fator que mostra a importância das TIT é sua conexão com a transformação e o valor do dinheiro no tempo. Entendemos que uma questão central da Educação Financeira Escolar seja o valor do dinheiro no tempo e seus efeitos na tomada de decisão das pessoas. E o valor do dinheiro no tempo está diretamente relacionado às trocas intertemporais. Taxas de juro, inflação, desvalorização cambial, oportunidades de investimento, redução de renda e desemprego são fatores que transformam o dinheiro no tempo, e impactam do preço pão e do cafezinho, aos financiamentos imobiliários.

Para ampliarmos a visão sobre a importância das TIT, apresentaremos alguns exemplos de escolhas que as pessoas precisam fazer ao longo da vida e que podem ser consideradas trocas intertemporais. Contrair ou não um empréstimo para financiar a compra de uma televisão, um carro ou a tão sonhada casa própria; poupar dinheiro no presente para adquirir um produto ou serviço (quando isso é possível ou quando o nosso

sistema límbico nos permite) no futuro; investir parte da renda para realizar sonhos a médio ou longo prazo ou viver e gastar sem se preocupar com o futuro; investir durante um determinado período da vida para constituir um fundo de reserva para a aposentadoria ou para situações de imprevisto, considerando fatores como aumento da expectativa de vida, a redução da capacidade de trabalho na velhice e os riscos a longo prazo ou ignorar completamente esses aspectos, são apenas alguns exemplos de trocas intertemporais.

Além dessas, existem outras trocas intertemporais relacionadas a questões fortemente presentes na agenda do século XXI, como as questões ambientais. Um exemplo muito comum é a escolha do combustível pelo dono de um carro, quer seja de passeio ou de trabalho, como o táxi ou UBER. Uma pessoa que possui um carro flex precisa decidir se compra etanol, ou gasolina, toda vez que vai abastecer. E no Brasil, ainda temos a opção do Gás Natural Veicular (GNV), para uma parte da frota de carros.

Essa decisão envolve uma troca intertemporal de gastar mais hoje (em um momento em que o Etanol esteja mais caro, na relação preço/eficiência, do que a Gasolina) para poluir menos o meio ambiente no presente, ou ainda pelo período em que o hábito se mantenha, ou pagar mais barato comprando gasolina (como muitas vezes têm sido o caso no Brasil), e gerar mais custos e consequências ambientais no futuro. Gasto mais hoje, e poluo menos o futuro, ou gasto menos hoje, para tentar garantir um futuro menos negro?

Temos ainda que algumas TIT podem estar diretamente relacionadas às questões éticas e sociais. Uma delas é a decisão entre comprar produtos por preços baixos, ou piratas, geralmente fabricados com base no trabalho extremamente mal remunerado ou por vezes escravo, ou preferir produtos associados a trabalho assalariado em condições dignas, quando for possível saber disso, ainda que sejam geralmente mais caros que os produtos piratas. Essa situação envolve uma troca intertemporal entre ter mais hoje, ou por vezes poder sobreviver hoje, e empurrar os custos e consequências sociais e econômicas para o futuro, ou abrir mão de ter hoje – quando isso for de alguma maneira possível – para tentar contribuir com uma sociedade que, por exemplo, remunere melhor no futuro. Um futuro que pode acontecer tanto no curto, médio e longo prazos. Esse é uma troca intertemporal que envolve tanto o individual quanto o coletivo, a qual pode ser extremamente complexa em regiões de pobreza ou marginalizadas pelo estado e pela sociedade.

Um último exemplo se refere às questões trabalhistas. Lutar por uma remuneração junto aos empregadores, que garanta pelo menos a correção dos salários pela inflação, ou não se empenhar nas discussões e negociações, para não se aborrecer ou por não entender a relação entre inflação e poder de compra e sofrer, no bolso, os efeitos acumulativos de tal decisão ao longo dos anos? Essa decisão envolve uma troca intertemporal importantíssima, principalmente em um país como o Brasil, em que as taxas de juros e de inflação são instáveis e geralmente muito altas, produzindo fortes impactos no poder de compra dos salários não reajustados devidamente.

Diante desses exemplos, e de tantos outros que poderíamos apresentar, temos que os papéis das trocas intertemporais podem ser sintetizados em sete pontos nodais.

1. Permitem discutir a transformação/valor do dinheiro no tempo, uma questão central em nossa concepção de EFE;
2. Contribuem para discussão e reflexão sobre os fatores que geram a mudança do valor do dinheiro no tempo, tais como juros, inflação, desvalorização cambial, oportunidades de investimento, renda e emprego.
3. Caracterizam um incontável número de situações econômico financeiras, que envolvem sacrifícios e benefícios que acontecem em diferentes momentos do tempo;
4. Permitem tratar de questões sociais, éticas e ambientais, dentro da perspectiva das trocas que as pessoas fazem ao longo de suas vidas, e suas possíveis consequências;
5. Convida à reflexão sobre os efeitos do planejamento de curto, médio e longo prazo na realização de sonhos e na proteção contra injustiças, desigualdades e armadilhas;
6. Estimula a discussão sobre questões comportamentais, tais como impaciência, cultura do consumo, viver o agora antes que acabe, mudança de perfil de consumo, dentre outras;
7. Contribui para a discussão sobre aspectos macroeconômicos como inflação, política de câmbio, e geração de renda, relacionados às possibilidades e limitações nas e das tomadas de decisão individuais, familiares e de uma sociedade.

Entendemos que muitos outros exemplos poderiam ser apresentados para reforçar como as trocas intertemporais aparecem em situações financeiras variadas, o

que ampliaria o repertório de argumentos na defesa da importância dessas trocas na geração de tarefas e AEFE que ofereçam oportunidades para que estudantes possam refletir e investigar situações financeiras, principalmente as relacionadas à tomada de decisão.

3.4 SOBRE O PAPEL DA MATEMÁTICA NA ANÁLISE DE SITUAÇÕES FINANCEIRAS.

Em nosso trabalho, todas as tarefas apresentam trocas intertemporais, e podem ser tratadas matematicamente. A presença da matemática é frequente tanto pelos objetivos e objeto de estudo, como pela importância que essa pode desempenhar na análise de situações financeiras e, conseqüentemente, na tomada de decisão. Assim, nessa seção, vamos defender uma visão presente em nossa pesquisa sobre o papel e a importância da matemática em AEFE. **O papel da matemática é central em nossa pesquisa**, pois os aspectos matemáticos estiverem presentes em todas as tarefas apresentadas, além de aparecerem nos argumentos e estratégias dos estudantes diante dessas tarefas. Para isso começaremos com uma pergunta:

Por que a Matemática é importante na abordagem de situações financeiras no Ensino Médio, e de uma maneira mais ampla na EFE?

Pesquisas na Área de Educação Matemática no Brasil, como as realizadas em Carvalho (1999), Almeida (2004), Stephani (2005), Nasser (2006), Muniz (2010, 2013, 2014), Araújo (2007), Hermínio (2008), Coser (2008), Novaes (2009), Campos, M. (2012), Sá (2012), Campos, A. (2013), dentre outras, têm apontado que as matemáticas desenvolvidas pelos estudantes contribuem para a análise de situações financeiras apresentadas por meio de tarefas em ambientes escolares.

No decurso dessa tese, nossa pesquisa também apontou nessa direção, como se pode ver nos resultados apresentados em Muniz (2014, 2015a, 2015b, 2015c), em que a produção de conhecimentos matemáticos dos estudantes fez parte da análise e tomada de decisão em situações financeiras a eles apresentadas.

Entretanto, também temos visto iniciativas que se prestam a abordar situações financeiras para educar financeiramente crianças e jovens, como o programa Educação Financeira nas Escolas atualmente gerido pela Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF-Brasil), citado anteriormente, que praticamente desconsideram o papel da

matemática na análise das situações, ou usam conceitos matemáticos e financeiros de maneira questionável do ponto de vista lógico, gerando inconsistências em seus resultados, como veremos ainda neste capítulo.

Assim, nosso objetivo com essa sessão é reforçar algumas contribuições importantes das construções matemáticas e financeiras para a análise de situações financeiras, incluindo aquelas associadas a um ou mais processos de tomada de decisão, bem como mostrar como em alguns casos a falta de matemática leva a conclusões bem diferentes da realidade ou que até prejudicariam o cidadão. Ao fazer isso não apenas defendemos a importância da matemática na tomada de decisão, mas principalmente reforçamos uma característica central do nosso estudo: a matemática esteve presente na tomada de decisão dos estudantes pesquisados.

Pontuamos que o conhecimento matemático produzido pelos estudantes é uma das formas de leitura dessas situações, e que os conhecimentos gerados devem contribuir para ampliar a visão sobre a situação, criando possibilidades para um ensino mais crítico, analítico, e não para ditar ou definir globalmente tipos de comportamento que seriam mais eficientes ou lucrativos.

Podemos tomar como ponto de partida o exemplo da sessão anterior, para apresentar um primeiro argumento. Com a matemática é possível saber se as regras do jogo estão sendo cumpridas. E em se tratando de questões envolvendo o dinheiro, em uma sociedade em que as regras podem ser eventualmente descumpridas em determinadas condições, essa verificação é ainda mais importante.

Outro ponto que a matemática se alia a aspectos financeiros para ajudar na análise de situações financeiras, se refere à transformação do dinheiro no tempo. Mais especificamente ao hábito muito comum (por ser o mais natural) de somar quantias que estejam referidas a épocas diferentes. Como já comentado na seção anterior, e reforçamos aqui, quando dispomos de uma taxa diferente de zero, os capitais se transformam no tempo. Somar as quantias sem transformá-las é considerar que o dinheiro não se transforma no tempo, ou seja, considerar uma taxa zero, ainda que as pessoas não façam ou pensem nisso de forma consciente. Essa estratégia é plausível se uma pessoa optar por não utilizar sua taxa em uma operação, ou em situações contábeis, como o balanço patrimonial ou o DRE anual de uma família ou de uma empresa. Ou ainda, em situações econômicas em que a taxa de juros, bem como a taxa de inflação, fosse zero, o que acontece atualmente com a taxa de juros e a inflação nos EUA, mas não os principais índices acionários (Dow Jones, S&P500, NASDAQ), mas que seria

bem improvável de acontecer, pelo menos no contexto brasileiro dos últimos 50 anos, conforme Leitão (2012).

Assim, considerando situações em que as taxas de juros e inflação são diferentes de zero (como ocorre no Brasil há muito tempo), somar quantias em épocas diferentes pode gerar diversos problemas. Vejamos dois exemplos.

Consideremos que uma pessoa financiou um carro, a uma taxa de juros de 2% ao mês, e está querendo se livrar da dívida. Para isso deseja antecipar as quatro últimas prestações de 1000 reais que vencem nos quatros meses seguintes. Quanto ele está devendo hoje? O pensamento mais natural é o aditivo, ou seja, pensar que a dívida é de 4000 reais. Mas não é. Na maioria dos financiamentos, ele teria direito a um desconto, pois as prestações atuais não valem 1000 reais, pois cada uma delas possui juros embutidos. Somar, nesse caso, pode levar o consumidor a ser lesado em seus direitos.

Consideremos que uma pessoa faça um empréstimo de 1000 reais, a uma taxa de juros de 10% ao mês sobre o saldo devedor, e pague 100 reais mensais nos dois primeiros meses. O saldo devedor no terceiro mês não será $1000 - 200 = 800$; também não será de $1.331 - 200 = 1.131$ reais. Nesses dois casos, a soma de quantias referidas a datas diferentes gerou um saldo devedor diferente do que deveria ser cobrado pelo credor. No primeiro desconsiderou-se a taxa cobrada, e o credor não aceitaria isso, pois foi acordada uma taxa de juros. No segundo caso, gerou-se um saldo devedor maior do que o produzido a partir das regras acordadas. Sem Matemática não é possível identificar esses problemas.

Vejamos outros exemplos. Se um cidadão deseja contrair um empréstimo de R\$ 3 000,00, e opta por pagá-lo em 12 prestações mensais iguais (sistema conhecido como 0+12) de R\$ 350,00 – com a primeira um mês após a compra –, como poderia descobrir qual é a taxa i de juros cobrada? A resposta é dada pela equação: $2000.F^{13} - 2350.F^{12} - 350 = 0$, onde: $F = 1 + i$. A pergunta agora passou a ser como descobrir as raízes dessa equação algébrica de 13º grau, dentre elas o fator desejado? As técnicas geralmente apresentadas no capítulo de equações polinomiais dos livros didáticos no Brasil, não permitem resolver essa equação. Temos aqui duas, dentre muitas, estratégias.

A primeira é que um aluno pode, dispondo de uma calculadora científica, e tendo a ideia, ainda que vaga, de um valor aproximado da raiz equação, testar uma série de aproximações obtendo uma aproximação, tão precisa quanto se deseje, para o valor

do Fator. Vale ressaltar que Carneiro (1999) defende o ensino de equações algébricas de grau maior que 2 – por meio de um método numérico perfeitamente tratável ao nível do Ensino Médio – e usa, como um dos exemplos, um problema de matemática financeira, semelhante a este.

A segunda é usar a função TAXA da planilha eletrônica Excel, da Microsoft, onde, com apenas uma linha de comando, obtém-se a taxa de juros com até 30 casas decimais! Temos aí uma ótima oportunidade para usar uma tecnologia que tem passado a estar disponível nas escolas.

Outro aspecto importante, conforme apontamos em Muniz (2007) é a possibilidade de interligação entre assuntos ensinados em Matemática. Ao resolver problemas simples de matemática financeira, assuntos como progressões, funções, logaritmos, exponenciais, análise de gráficos e resolução de equações algébricas. Vejamos mais alguns exemplos.

O tempo necessário para uma dívida duplicar, a uma taxa de 9% ao mês (há administradoras de cartões de crédito que cobram mais!), é igual ao $\log_2/\log_{1,09}$, ou seja, aproximadamente oito meses, resultado que costuma contrariar e assustar aos mais desinformados, que geralmente pensam que somente 11 meses depois (11 x 9%) a dívida duplicaria.

O valor das prestações nos financiamentos mais comuns no mercado é obtido a partir da soma de uma progressão geométrica. Assim, se um valor de R\$ 2.000,00 for financiado em 6 parcelas, à taxa de 5% ao mês, comum na realidade econômica brasileira atual, com a primeira prestação para 30 dias após a compra, o valor de cada prestação é dado por:

$$P = 2000 \frac{1,05 - 1}{1 - (1,05)^{-1,05}},$$

obtido através da soma de uma progressão geométrica.

Caminhando por outras direções, temos ainda que algumas pesquisas em Educação Matemática, dentre elas as de Campos (2013), Novaes (2009), Coser (2008) e Santander (2013), apresentam evidências de que as noções de taxas, fatores de atualização e equivalência de capitais são centrais na compreensão de muitas situações financeiras. Vejamos alguns exemplos.

O conceito de equivalência de capitais, por exemplo, não permitiu que os alunos, na pesquisa de Campos (2013), operassem em outra direção, em um dos problemas envolvendo o valor do dinheiro no tempo, os quais chegaram a um limite epistemológico³⁴, conforme veremos na revisão bibliográfica e também em nossa análise nos capítulos 8 e 9.

Os professores participantes de uma das fases da pesquisa de Santander (2013, p.76), por exemplo, apresentaram explicações confusas para esse conceito, quando disse que:

Ficou evidente que o conceito de equivalência é um elemento perturbador na medida em que as respostas dos grupos (formado por professores) procuram conceituar esse valor, a saber: Resposta do grupo A: “Isso não é bem valor da geladeira é o valor projetado de preço original imaginando que o dinheiro continua crescendo com a mesma taxa – o que é este valor – É o preço original imaginando que o dinheiro com a linha crescendo com a mesma taxa! Resposta do grupo B: “Daqui a 12 meses o valor da geladeira é 2.266,60”. (SANTANDER, 2013, p.76)

Assim, segundo a ótica desse pesquisador, o conceito de equivalência é perturbador, na medida em que costuma causar desconforto, gerando interpretações não muito claras, além de não ter sido muito bem compreendido pelos sujeitos, pelo menos os de sua pesquisa.

Almeida (2004, p.5) também defende a importância da Matemática Financeira na análise de situações financeiras já no Ensino Médio. Para esse autor, a Matemática Financeira “pode contribuir com a formação matemática do aluno, [...] entender o mundo em que vive, tornando-o mais crítico ao assistir um noticiário, ao ingressar no mundo do trabalho, ao consumir, ao cobrar seus direitos e analisar seus deveres”.

Entendemos que a Educação Financeira na Escola e a Matemática Financeira na Escola, apesar de serem caminhos diferentes, têm alguns pontos em comuns. A lente analítica construída a partir de noções da matemática financeira permite uma compreensão das relações entre as variáveis financeiras e econômicas envolvidas, dos valores calculados ou pesquisados, da comparação dos resultados obtidos, dentre outros aspectos, que podem ser muito úteis na análise das situações financeiras que culminem com tomada de decisão. Estimar o valor de uma dívida no cartão de crédito, e a mesma dívida em um crédito consignado, considerando um

³⁴ Os termos obstáculo epistemológico e limite epistemológico expressam dificuldades inerentes ao processo de produção de significados, segundo o sentido proposto por Lins (1993) e que assumimos neste trabalho, deste ponto em diante. Sobre isto, trataremos nos Capítulos 6 e retomaremos nos capítulos 8 e 9.

mesmo prazo em ambas, por exemplo, pode ajudar uma pessoa, que esteja diante dessas situações, a minimizar os custos com pagamento de juros. Uma análise sobre como os alunos investigaram uma situação como essa pode ser vista em Muniz (2015a).

Diante dos diversos motivos apresentados, temos defendido a importância da articulação da matemática com aspectos financeiros na análise de situações envolvendo situações financeiras, em especial as que envolvem o valor do dinheiro no tempo.

Todavia, temos identificado uma subutilização de aspectos matemáticos na abordagem de situações financeiras nas escolas, principalmente quando a bandeira da educação financeira é levantada.

Para exemplificar o que entendemos por subutilização, e os desdobramentos desse quadro, faremos uma breve análise do material didático, voltado para o Ensino Médio, que é parte do Programa denominado *Educação Financeira nas Escolas*, parcialmente discutido no capítulo anterior

Esse material é composto por um conjunto de 3 livros, divididos em temas, que são abordados por meio de Situações Didáticas (SD). Esse material, segundo a AEF-Brasil em seu site³⁵, foi desenvolvido da seguinte forma:

O conjunto de livros foi desenvolvido, com o apoio do Instituto Unibanco, em colaboração com o Grupo de Apoio Pedagógico, liderado pelo Ministério da Educação, também com especial participação do CONSED – Conselho Nacional de Secretários de Educação e UNDIME – União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação, e também com instituições, públicas e privadas, representativas do setor financeiro. O conteúdo e as situações didáticas que compõem os livros estão alinhados às diversas áreas do conhecimento e da vida escolar dos jovens do Ensino Médio, o que permite que professores trabalhem conteúdos financeiros do cotidiano destes jovens associados ao seu momento de vida, como o trabalho, empreendedorismo, conquistas, desejos, proteção, investimento, família e universidade. (AEF-BRASIL)

O material traz várias histórias com exemplos de situações financeiras do cotidiano dessa faixa etária, discutindo consumo, comportamento, poupança, sustentabilidade, orçamento familiar, empreendedorismo, etc. O design gráfico do material é voltado para o público jovem, com imagens, cores, e situações em que jovens são os protagonistas das situações apresentadas. Um material que pode ser muito útil no

³⁵ Extraído de <http://www.aefbrasil.org.br/index.php/programas-e-projetos/educacao-financeira-nas-escolas/educacao-financeira-no-ensino-medio/>

convite à reflexão sobre temas financeiros, e na aprendizagem dos temas que se propõe a discutir.

Por outro lado, o texto apresenta raríssimos exemplos em que a Matemática é utilizada para ajudar na análise das situações, que culminem ou não com tomada de decisão. As noções de transformação do dinheiro no tempo tais como: equivalência de capitais, séries uniformes, relação taxa-fator, relação inflação-poder de compra, dentre outros, são raros ou para alguns desses tópicos inexistentes.

O Bloco 1 é dividido em três temas. No primeiro tema, que é vida familiar, aborda-se essencialmente o orçamento familiar. O texto traz informações importantes sobre orçamento, de uma forma acessível ao público, em linha com as orientações geralmente presentes nos livros de organização financeira, tais como os de Zentgraf (2009), Halfed (2011), Cerbasi (2013), dentre outros.

Entretanto, a matemática nessa parte é resumida às 4 operações elementares e utiliza-se porcentagem uma única vez, na ideia de “peso relativo” na página 47. A análise vertical e horizontal também não é sugerida, onde mais uma vez a porcentagem seria uma ferramenta importante na construção e análise do orçamento. Na página 53, temos o tema 1.6 cujo título é “*Imprevistos acontecem*”. Nele são apresentados os seguros como sendo uma forma de proteção contra imprevistos que lhe causem danos.

O texto é claro e vai apresentando conceitos como sinistro, segurado, indenização, risco, prêmio, dentre outros. Na página 55, o texto diz que:

“As características do segurado (quem está contratando o seguro) fazem muita diferença para determinar o preço a ser pago. O preço do seguro é calculado pela seguradora de acordo com o risco a ser assumido e o valor do item que está correndo risco (ou pelo menos do valor que será restituído em caso de sinistro). Esses dois fatores indicam a probabilidade de utilização do seguro, ou seja, a chance dele precisar recorrer ao seguro”. (COREMEC, 2010, p.55)

Entretanto, por que não se ter uma atividade para se mostrar como probabilidades estão relacionadas a valores monetários? O conceito de esperança não seria ideal nessa situação? Entendemos que a análise de situações envolvendo risco sejam extremamente adequadas, já no ensino médio, ainda que de forma introdutória. A parte informativa do texto é ótima e clara, mas não usa matemática para que se possa compreender de fato como seguros são calculados. Para responder ao apontamento feito no próprio texto, é preciso usar os conceitos de probabilidade, alguns dos quais

presentes nos livros didáticos brasileiros, e no ENEM³⁶, para se analisar algumas situações envolvendo risco. E isso não tem sido feito.

Outro ponto é a abordagem sobre o empréstimo na sessão “*Ceder ou não ceder à pressão dos amigos: eis a questão!*”, que começa na página 74, mas que trata especificamente disso na página 81. O título é: “*Qual é a do endividamento por empréstimo?*”. Nessa SD, conceitos como principal, juros e taxa de juros são apresentados através de um exemplo simples, como não poderia e nem deveria ser diferente. Entretanto, na questão do empréstimo passa-se rapidamente para a questão do investimento, de sua rentabilidade nominal e real. Ou seja, há uma rápida passagem pelo o que é empréstimo para se abordar taxas nominais e reais, além da relação entre risco e retorno.

Vejamos o exemplo que é apresentado, na página 82.

“TAXA DE JUROS REAL

Suponha que você tenha deixado seu dinheiro em um investimento que pagou 10% ao ano. Ao final de dois anos os R\$ 200,00 tornaram-se R\$ 242,00. Veja como:

Ano 1: $R\$ 200,00 \times 10\% = R\$ 20$. $R\$ 200 + R\$ 20 = R\$ 220$

Ano 2: $R\$ 220 \times 10\% = R\$ 22$. $R\$ 220 + R\$ 22 = R\$ 242$

Se você dividir o valor final pelo inicial ($R\$ 242,00/R\$ 200,00$) vai ver que o rendimento total foi de 21%”. (BRASIL/COREMEC, 2010, p.82)

E o texto praticamente encerra a questão do empréstimo por aí. Acabou a análise do “endividamento”! O texto matematicamente está correto nesta parte. Entretanto há diversas relações importantes, centrais na questão dos empréstimos, que deveriam ser exploradas, com auxílio da Matemática é claro, que não são feitas, tais como a velocidade de crescimento da dívida em função da taxa cobrada, os Juros compostos, crescimento exponencial da dívida, identificação de taxas disponíveis em diferentes modalidades de empréstimo e uma possível tomada de decisão, dentre outras. E isso não é explorado nessa SD e nem em qualquer outra.

Não encontramos neste material qualquer menção aos juros compostos e nem ao fator de atualização. Não se estimula o aluno a avaliar o que acontece daqui a 1 ano, por exemplo, com a dívida se ele não pagar. Os riscos do endividamento são levemente mencionados, mas não se apresentam argumentos, conceitos matemáticos, simulações para se ver os números mostrando tais perigos.

³⁶ Exame Nacional do Ensino Médio.

Além disso, a sequência adotada migra rapidamente de assuntos, gerando uma desconexão entre os temas. Observa-se que a situação do empréstimo passa rapidamente para uma situação de investimento que é usada para se discutir taxas nominais e reais, desembocando em uma discussão da relação Risco x Retorno, que volta rapidamente à questão do empréstimo para “ensinar” o porquê das taxas de juros do cheque especial serem tão altas.

Analisando questões fora do empréstimo, no que diz respeito à abordagem sobre taxas também, temos na página 83, mais um exemplo de como a Matemática é abandonada. O texto diz: “Se a taxa nominal é de 10% ao ano e a inflação é de 5% ao ano, então a taxa real é de 4,8% ao ano.”. A informação está correta, e é louvável que o material aborde isso, mas infelizmente não há no texto qualquer explicação para o motivo da taxa ser 4,8%. E depois dos 4,8% ao ano se apresentam 9,8% em dois anos, e se perde mais uma vez a oportunidade de se usar matemática para se explicar esses números. Se tivessem usado o fator de atualização $(1 + i)$, talvez fosse mais fácil explicar. Mas porque se foge tanto dos conceitos matemáticos? E nesse caso, multiplicações e divisões simples, aliadas aos conceitos financeiros, responderiam facilmente às questões.

Identificamos ainda outros problemas que vamos usar para reforçar a importância do papel da matemática em uma EFE. O tema 3, intitulado Bens Pessoais, é composto de 7 situações didáticas. A situação didática 1 - Em busca do tênis perfeito – se apresenta na forma de um jogo, onde o aluno precisa dar vários passos na “busca” pelo tênis perfeito.

A ideia do jogo é boa, pois traz para a discussão aspectos financeiros e comportamentais a partir de uma situação de consumo muito próxima dos estudantes de Ensino Médio. E essa multiplicidade de aspectos influenciam as tomadas de decisão das pessoas em situações reais. Porém há alguns pontos inconsistentes na situação abordada e a conclusão apresenta um erro conceitual, do ponto de vista da Matemática Financeira. A figura abaixo ilustra a sequência (não o formato) do jogo.

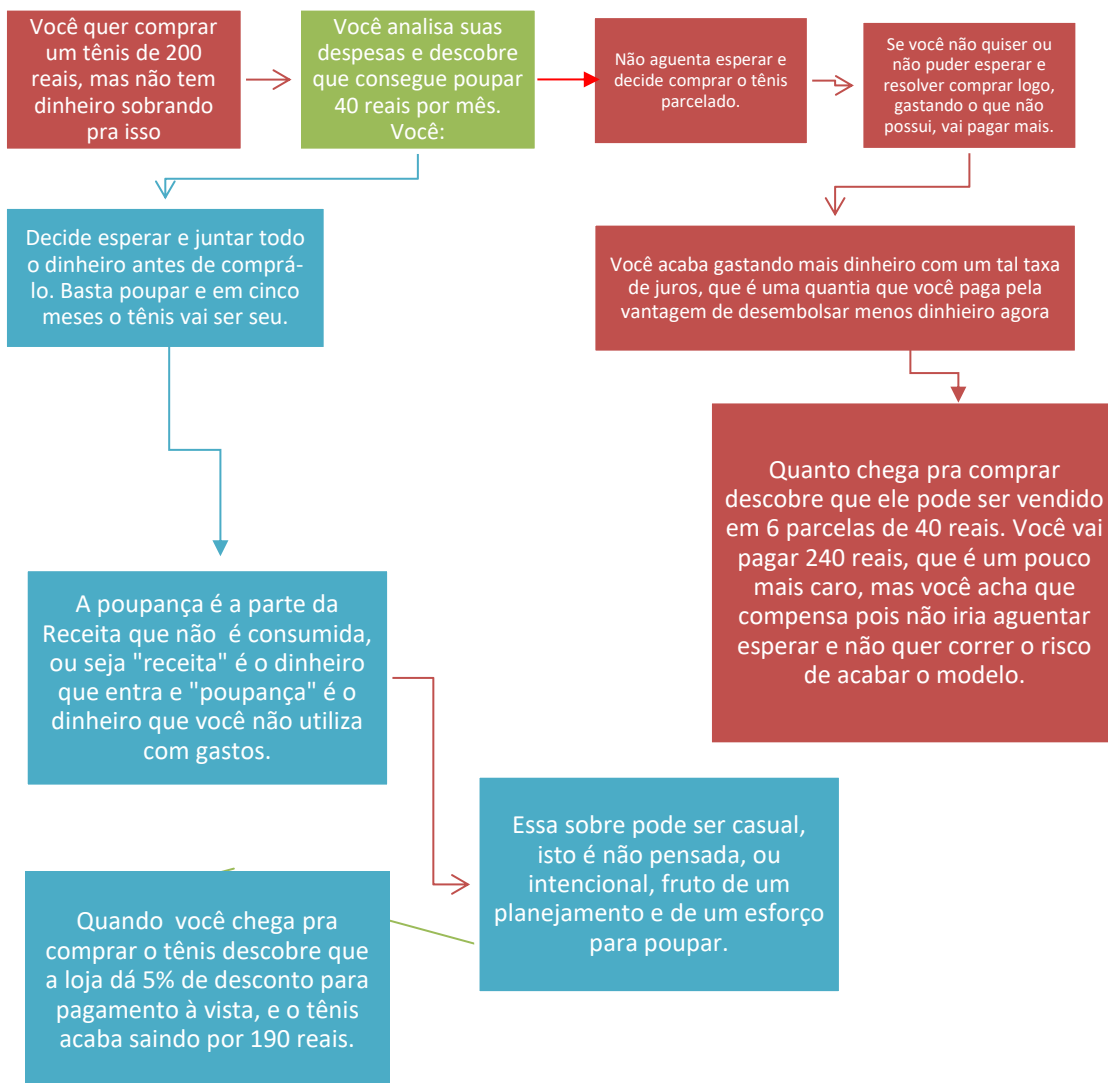


Figura 3.6 – Esquema do Jogo apresentado no material didático
 Fonte: BRASIL/COREMEC (2011)

O tênis custa hoje 200 reais. A premissa é de que o preço do tênis vai continuar 200 reais daqui a 5 meses, e que o vendedor dará um desconto de 5%. O desconto é muito provável, mas o preço se manter 200 reais já é mais incerto. Mas esse não é o maior problema. Veja que se o caminho escolhido for comprar parcelado, temos 6 prestações de 40 reais. O texto perde ótimas oportunidades de discutir questões centrais, tais como:

- 1) Qual a taxa de juros cobrada no financiamento, considerando o preço de tabela.
 Resposta: 5,47% ao mês (0+6).
- 2) Qual a taxa de juros considerando o valor do tênis para quem compra à vista.
 Resposta: 7,11% ao mês (0+6).

- 3) Se o aluno tivesse uma taxa de investimento maior que 7,11% seria melhor comprar a prazo, pois 4 de 60 seria menor que 190, hoje.

Desse quadro, muitas pessoas poderiam questionar a necessidade de tal análise. Indo além, como responder às seguintes perguntas: Quem tem disponível uma taxa disponível de 7,11% ao mês? Se praticamente ninguém tem uma taxa impressionante como essa, então:

- 3.1) qual a importância de se analisar o valor da taxa do financiamento?
- 3.2) Se o valor presente da série de 6 parcelas só será menor que o valor à vista, para taxas acima de 7,11%, o que é praticamente inexistente no mercado, qual a finalidade de trazer a série a valor presente?
- 3.3) Não seria melhor ignorar o conceito de TMA, uma vez que as taxas de juros cobradas quase sempre superam às taxas que nos pagam quando emprestamos (fazemos investimentos), ou seja, as nossas TMA's (taxas disponíveis para a grande maioria da população), fazendo com que o preço à vista seja melhor do que a compra a prazo, principalmente com desconto? Se a TMA dificilmente superará a Taxa de juros do financiamento, então porquê entender esse conceito.

Defendemos que o conceito precisa ser ensinado e deve ser aplicado sim. Vamos procurar responder às questões que propusemos acima, apresentando uma série de argumentos que indicam a importância dessa análise. Vejamos.

- 1) A análise está errada, pois ignora o valor do dinheiro no tempo. Se o material usa (e defende) tanto a popança, porque não usar sua taxa para analisar corretamente a situação?
- 2) Como há um grande número de situações em que a compra à vista é melhor que a compra a prazo, não pode legitimar a análise distorcida (errada ou que considera uma taxa = 0%, mas sem nem sequer comentar ou explicar isso) na medida em que gera a mesma conclusão da análise correta em uma grande maioria dos casos.
- 3) Se faz isso por desconhecimento do correto? Por falta de vontade de fazer correto, mesmo sabendo? Por se achar difícil que isso seja ensinado/aprendido? Ou porque quanto mais pudermos fugir da Matemática, melhor?
- 4) O que é melhor: o aluno ver as diferentes taxas e concluir qual a situação mais econômica para ele, ou achar que pode somar capitais em épocas diferentes para resolver o problema, achando que isso está correto?

- 5) Somas das parcelas = valor a prazo. Isso é incentivado pela lei. Mas é um erro conceitual que pode levar à tomada errada de decisões. Além disso, se ensinamos e disseminamos isso, o que os cidadãos vão pensar sobre o valor a ser pago na antecipação de suas parcelas de financiamentos de carros, motos, imóveis, etc? Vão querer fazer a mesma coisa. E a menos de algumas situações especiais (leasing por ex.), esse erro se traduzirá em equívoco financeiro, predisposição a não cobrar seus direitos de terem os juros descontados na antecipação, e a serem enganados no valor total de quitação.
- 6) E como vão agir no refinanciamento de suas dívidas, uma vez que o VP das prestações a vencer, sofre desconto? Serão enganados?
- 7) É melhor ensinar os conceitos de forma reflexiva e permitir que os alunos vejam que na maioria das compras envolvendo empréstimos, ou financiamentos, o valor à vista (ainda que sem desconto) é melhor do que o pagamento a prazo em juros são cobrados, ou ensinar errado porque na maioria das vezes nesse tipo de situação a conclusão pela análise errada é a mesma que a feita de maneira correta?
- 8) Usar corretamente o conceito permite identificar situações em que a compra a prazo é melhor, ainda que sejam menos frequentes. Veja no quadro a seguir, em quantas situações (identificadas em cinza) a compra a prazo seria melhor, considerando uma TMA gerada pela poupança (0,6% a.m). Em quantas situações o aluno erraria a estratégia se simplesmente somasse as parcelas e concluísse que “o valor a prazo”, diga-se soma das parcelas, é “maior” que o valor à vista.

N. parcelas	Percentual de desconto sobre o preço de tabela na compra à vista									
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
2	0,67%	1,36%	2,05%	2,77%	3,49%	4,23%	4,98%	5,74%	6,52%	7,32%
3	0,50%	1,02%	1,54%	2,07%	2,61%	3,16%	3,72%	4,29%	4,87%	5,46%
4	0,40%	0,81%	1,23%	1,65%	2,08%	2,52%	2,97%	3,42%	3,88%	4,35%
5	0,34%	0,68%	1,02%	1,38%	1,73%	2,10%	2,47%	2,85%	3,23%	3,62%
6	0,29%	0,58%	0,88%	1,18%	1,49%	1,80%	2,11%	2,44%	2,76%	3,10%
7	0,25%	0,51%	0,77%	1,03%	1,30%	1,57%	1,85%	2,13%	2,41%	2,71%
8	0,22%	0,45%	0,68%	0,92%	1,15%	1,40%	1,64%	1,89%	2,14%	2,40%
9	0,20%	0,41%	0,61%	0,82%	1,04%	1,26%	1,48%	1,70%	1,93%	2,16%
10	0,18%	0,37%	0,56%	0,75%	0,94%	1,14%	1,34%	1,55%	1,75%	1,96%
12	0,15%	0,31%	0,47%	0,63%	0,80%	0,97%	1,13%	1,31%	1,48%	1,66%
18	0,11%	0,21%	0,32%	0,43%	0,55%	0,66%	0,78%	0,89%	1,01%	1,13%
24	0,08%	0,16%	0,25%	0,33%	0,41%	0,50%	0,59%	0,68%	0,77%	0,86%
36	0,05%	0,11%	0,17%	0,22%	0,28%	0,34%	0,40%	0,46%	0,52%	0,58%

Figura 3.7 – Taxa de juros embutida nos financiamentos em função do percentual de desconto à vista e do número de parcelas.

- 9) Com essa tabela, pode-se avaliar se não seria melhor fazer um empréstimo em outra instituição, a uma taxa de juros mais baixa do que a loja implicitamente cobra, para

aproveitar o preço com desconto. Por exemplo, uma loja que oferece desconto de 10% no pagamento à vista, ou parcelado em 6 vezes “sem juros”, cobra uma taxa de juros de 3,10% ao mês, maior que a taxa de juros do crédito consignado no Brasil, em 2014, em muitos Bancos, conforme se vê na tabela a seguir.

BANCO CENTRAL DO BRASIL
 Missão: Assegurar a estabilidade do poder de compra da moeda e um sistema financeiro sólido e eficiente.

Menu: Acesso à Informação do BCB, Sistema de Metas para a Inflação, Economia e Finanças, Câmbio e Capitais Internacionais, Sistema de Pagamentos Brasileiro, Sistema Financeiro Nacional, Supervisão do SFN, Intervenções, Resoluções e Instruções.

Início » Sistema Financeiro Nacional » Informações sobre operações bancárias » Taxas de operações de crédito » Taxas de juros de operações de crédito » Taxas de juros por instituição financeira

Taxas de juros por instituição financeira

Classificadas por ordem crescente de taxa
 Período: 06/05/2014 a 12/05/2014
 Modalidade: Pessoa física - Crédito pessoal consignado privado
 Tipo de encargo: Pré-fixado

Posição	Instituição	Taxas de juros	
		% a.m.	% a.a.
1	BCO ARBI S.A.	1,40	18,10
2	BCO INDUSVAL S.A.	1,51	19,65
3	BANCOOB	1,57	20,51
4	TODESCREDI S/A - CFI	1,64	21,49
5	BANCO TOPÁZIO S.A.	1,79	23,70
6	FINANC ALFA S.A. CFI	1,89	25,23
7	CADXA ECONOMICA FEDERAL	1,95	26,07
8	BCO RODOBENS S.A.	1,98	26,55
9	GAZINCRED S.A. SCFI	2,00	26,80
10	SENF S.A. - CFI	2,01	26,98
11	BCO DA AMAZONIA S.A.	2,04	27,38
12	BCO SANTANDER (BRASIL) S.A.	2,12	28,61
13	HS FINANCEIRA	2,15	29,07
14	HSBC BANK BRASIL SA BCO MULTIP	2,16	29,17
15	BCO VOLKSWAGEN S.A	2,19	29,65
16	BCO SAFRA S.A.	2,19	29,72
17	SANTINVEST S.A. - CFI	2,22	30,10
18	BCO DO BRASIL S.A.	2,22	30,12
19	BCO DO EST. DO PA S.A.	2,22	30,17
20	BCO DO NORDESTE DO BRASIL S.A.	2,26	30,75

Figura 3.8 – Taxas de juros do Crédito consignado para pessoa física em maio/2015
 Fonte: Banco Central. Acesso em 10/05/2014.

Apresentamos, nesta seção, alguns motivos que reforçam a nossa defesa de que é melhor ensinar permitindo que os alunos tomem suas decisões do que apresentar uma estratégia com inconsistências lógicas e propagá-las sem a menor reflexão, ainda que em muitos casos, as conclusões decorrentes das análises possam levar à mesma decisão, mas que em outras situações equivalentes, as decisões poderiam ser completamente diferentes.

Esperamos ter apresentado, com essa análise, alguns elementos que ajudem a responder à pergunta proposta inicialmente nessa seção, que indagava sobre o papel e a importância da Matemática na abordagem, análise e tomada de decisão por alunos do Ensino Médio em Situações Financeiras.

4. REVISÃO DA LITERATURA.

A revisão da literatura que apresentaremos neste capítulo nos possibilitou identificar pesquisas acadêmicas relacionadas à abordagem de situações financeiras, relacionadas à matemática financeira e à educação financeira, ambas conectadas ao ensino de matemática. Isso foi necessário pois percebemos logo no início da revisão que os trabalhos mais antigos (até 2010) se referiam predominantemente à matemática financeira, sendo o termo educação financeira utilizado com mais frequência, nas pesquisas mais recentes. Utilizamos as palavras-chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, Literacia Financeira, Financial Literacy, Educação Financeira nas Escolas, como termos na busca por artigos, dissertações e teses.

A pesquisa foi realizada predominantemente usando a base de periódicos da Capes para identificar as dissertações e teses publicadas nos últimos 15 anos (1999 a 2014). Além disso pesquisamos nas principais revistas nacionais da área de Ensino de Matemática, sendo elas: Educação Matemática em Revista (SBEM), Educação Matemática Pesquisa; Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana (Em Teia) (UFPE), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP), Zetetiké (UNICAMP), Revista Bolema (UNESP), Jornal Internacional em Estudos de Educação Matemática - JIEEM (UNIBAN-SP), Revista da Administração Pública – RAP (FGV), Educação em Revista (UFMG) e Revista do Professor de Matemática (SBM). Nas revistas internacionais buscamos em Educational Studies in Mathematics, For the learning mathematics e International Electronic Journal of Mathematics Education.

Por fim fizemos uma busca nos anais dos seguintes congressos nacionais e ibero-americanos: ENEM, SIPEM, SIPEMAT, EBRAPEM, CIBEM e CIAEM.

Como já comentado no capítulo 1, não identificamos na literatura internacional pesquisada, trabalhos que investigassem a produção matemática dos alunos na investigação e análise de situações financeiras. São muitas os estudos sobre literacia financeira, dentre eles o *High School* (MANDELL, 2008) e também as iniciativas para se educar financeiramente o público jovem (MUNDY, 2008; LUSARDI, CURTO & MICHELL, 2010). O foco deste, entretanto, é a análise de pesquisas a partir das respostas dos estudantes em pesquisas do Survey, e não em como ou porque os estudantes tomaram as decisões. Assim, não encontramos na literatura internacional trabalhos que investigassem como os alunos operam no interior de atividades a partir de tarefas envolvendo situações financeiras.

4.1 UM PANORAMA CRÍTICO: TESES E DISSERTAÇÕES SOBRE MATEMÁTICA OU EDUCAÇÃO FINANCEIRA ASSOCIADA AO ENSINO DE MATEMÁTICA.

Para esse primeiro grupo, constatamos algumas dezenas de dissertações de mestrado sobre o tema, mas muito abaixo da produção de outros temas do ensino de matemática e bem reduzida, se considerarmos a quantidade de cursos de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática existentes no Brasil, considerando o intervalo dos últimos 15 anos. Em relação a teses de doutorado o número de pesquisas é muito pequeno, com pouquíssimas teses envolvendo educação financeira, matemática financeira ou algum tipo de abordagem de situações financeiras nas Escolas.

A partir da nossa revisão bibliográfica e do cruzamento com as informações contidas em recente artigo intitulado: *O estado da arte das pesquisas em matemática financeira nos programas de mestrado e doutorado da área de ensino da Capes* (MOTA, ROLIM; 2014), que apresentava 26 trabalhos (teses e dissertações) publicados no período de 2006 a 2011, conseguimos ampliar essa base para 64 trabalhos entre dissertações e teses defendidas entre 1999 e 2014, com textos com algum tipo de associação ao tema dessa pesquisa. O quadro I apresenta informações básicas sobre os trabalhos encontrados, em que estão marcadas as pesquisas que analisamos detalhadamente, sendo as de Mestrado (em azul) e Doutorado (em verde).

Quadro 4.1 - Dissertações e teses encontradas sobre Matemática Financeira ou Educação Financeira no período de 1999 a 2014.

Nº	Título	Autor	Ano	Instituição	Tipo	Programa
1	Educação Matemática: Matemática e Educação para o consumo	Valéria de Carvalho	1999	UNICAMP	Mestrado	Educação
2	O ensino de Matemática Financeira: Uma abordagem orientada à incorporação de recursos tecnológicos	Aparecida Célia Milan	2003	UNOESTE	Mestrado	Educação Matemática
3	Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública	Adriana Correia Almeida	2004	UNICAMP	Mestrado	Educação Matemática
4	A formação do aluno e a visão do Professor do Ensino Médio em relação à Matemática Financeira	Pedro Lopes Nascimento	2004	PUC-SP	Mestrado	Educação Matemática
5	Um olhar para o elo entre educação matemática e cidadania: A matemática financeira sob a perspectiva da Etnomatemática	Mercedes Vilar Fiel	2005	PUC-SP	Mestrado	Educação Matemática
6	Educação Financeira: uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno	Marcos Stephani	2005	PUC-RS	Mestrado	Educação em Ciências e Matemática

7	Novos caminhos para o ensino e aprendizagem de Matemática Financeira: construção e aplicação de webquest	Simone Aparecida Silva Gouvea	2006	UNESP	Mestrado	Educação Matemática
8	O conhecimento numérico e o sistema Monetário: estudos de casos em uma 3ª. Série	Nanci Leite Branquinho	2006	UNICSUL	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
9	O ensino de Matemática Financeira na graduação com a utilização da planilha e da calculadora: uma investigação comparativa	Adriano Brandão Feijó	2007	PUCRS	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
10	O ensino-aprendizagem de matemática utilizando ferramentas computacionais: uma abordagem construcionista	Nelson Dias Leme	2007	PUCSP	Mestrado	Educação Matemática
11	Concepções dos alunos sobre Matemática Financeira: um Estudo de caso à luz da aprendizagem significativa	Maria Dolores Cardoso Da Silva	2007	UNICSUL	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
12	Noções de porcentagem, de desconto e de acréscimo na Educação de jovens e adultos	Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos	2007	UNICSUL	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
13	O educando da EJA: dificuldades e superações na Matemática Financeira	Karla Beatriz Vivian Silveira	2007	UNIFRA	Mestrado	Ensino de Física e Matemática
14	O uso de tecnologias da informática no ensino superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira	Eugênio Carlos Stieler	2007	UNIFRA	Mestrado	Ensino de Física e Matemática
15	Implicações provenientes da elaboração de um orçamento familiar	Anete Berenice Schaeffer Strate	2007	UNIVATES	Mestrado	Ensino de Ciências Exatas
16	Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças no Brasil	André Saito	2007	USP	Mestrado	FEA
17	Aprendizagem de Matemática Financeira no ensino médio: uma proposta de trabalho com planilhas eletrônicas.	Marcelo Salvador Coser Filho	2008	UFRGS	Mestrado	Ensino de Matemática
18	Matemática Financeira – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem	Paulo Henrique Herminio	2008	UNESP	Mestrado	Educação Matemática
19	Uma proposta interdisciplinar para Matemática Financeira e informática aplicada no ensino superior	Ademir Cenati	2008	UNICSUL	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
20	Resolução de problemas no ensino de porcentagem: em busca de uma compreensão pedagógica a partir dos processos reguladores gerais da teoria de robbie cassie	Fabiana Fischer Figueiredo	2008	UNIFRA	Mestrado	Ensino de Física e Matemática
21	Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no ensino médio	Rosa Cordelia Novellino De Novaes	2009	UFRJ	Mestrado	Ensino de Matemática
22	Matemática Financeira: uma proposta com projetos de trabalho no ensino superior	Rosane De Fátima Worm	2009	ULBRA	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
23	O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias Informáticas: opiniões de professores participantes de um Grupo de formação continuada	Merielen Fátima Caramori	2009	UNIFRA	Mestrado	Ensino de Física e Matemática

24	Aprendizagem das capitalizações simples e composta no terceiro ano do ensino normal do instituto estadual de educação estrela da manhã – ieeem, utilizando recursos tecnológicos.	Roseli Bohmer Brito	2009	UNIVATES	Mestrado	Ensino de Ciências Exatas
25	Uma reflexão sobre a importância de inclusão de educação financeira na escola pública	Denise Terezinha Brandão Kern	2009	UNIVATES	Mestrado	Ensino de Ciências Exatas
26	Ensaio de uma didática da Matemática com fundamentos na pedagogia histórico-crítica utilizando o tema seguridade social como eixo estruturador	Elizabeth Mattiazzo Cardia	2009	UNESP	Doutorado	Educação para a Ciência
27	A educação financeira e sua influência nas decisões de consumo e investimento: proposta de inserção na matriz curricular	João Ricardo Amadeu	2009	UNOESTE	Mestrado	Educação Matemática
28	Contribuições de jogos como um recurso didático nas aulas de Matemática Financeira	Arlei Vaz Rade	2010	PUCRS	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
29	Elaboração de um objeto para aprendizagem - OPA: Aplicações na Matemática Financeira "capitalização, financiamento e desvalorização".	Victor Marcelo Rojas Santander	2010	UNIBAN	Mestrado	Educação Matemática
30	Relações institucionais para o ensino da noção de juros na transição ensino médio e ensino superior	Carlos Alberto De Souza Cabello	2010	UNIBAN	Mestrado	Educação Matemática
31	Educação matemática e financeira: um estudo de caso em Cursos Superiores de Tecnologia	Hélio Rosetti Júnior	2010	UNICSUL	Doutorado	Ensino de Ciências e Matemática
32	Uso de tecnologias da informação para a aprendizagem de Matemática Financeira em cursos técnicos	Claiton Regis Timm Marques	2010	UNIFRA	Mestrado	Ensino de Física e Matemática
33	A Matemática Financeira no ensino médio e sua articulação com a cidadania	Leandro Carvalho Vieira	2010	USS	Mestrado	Educação Matemática
34	Avaliação do uso Informática no Ensino de Matemática Financeira	Marcos Paulo Birenbaum	2010	CESGRANRIO	Mestrado	Avaliação
35	Educação Financeira para o Ensino Médio da Rede Pública: uma proposta inovadora	Ana Lucia Lemes Negri	2010	UNISAL	Mestrado	Educação
36	A relevância da educação financeira na formação de jovens	Alex Ferranti Pelicoli	2011	PUCRS	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
37	Uma proposta de formação continuada sobre Matemática Financeira para professores de matemática do ensino médio	Raphael Pereira Dos Santos	2011	USS	Mestrado	Educação Matemática
38	Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos consumidores	Marco Aurélio Kistemann Jr	2011	UNESP	Doutorado	Educação Matemática
39	A educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na formação de professores	Ilydio Pereira de Sá	2012	UNIBAN	Doutorado	Educação Matemática
40	Matemática Financeira e Tecnologia: Espaços para o desenvolvimento da capacidade crítica dos educandos da EJA	Luciano Pecoraro Costa	2012	UFJF	Mestrado	Educação Matemática

41	Uma reflexão sobre a inclusão de Educação Financeira na Escola Pública	Denise Teresinha Brandão Kern	2012	UNIVATES	Mestrado	Ensino de Ciências
42	Educação financeira na matemática do ensino fundamental: uma análise da produção de significados	Marcelo Bergamini Campos	2012	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
43	Educação Financeira: uma pesquisa documental crítica	Reginaldo Gomes de Brito	2012	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
44	Resolução de problemas e simulações: Investigando potencialidades e limites de uma proposta de educação financeira para alunos do ensino médio de uma escola da rede privada de BH.	Souza, L	2012	UFOP	Mestrado	Educação Matemática
46	Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos: uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de dois indivíduos consumidores	Amanda Fabri de Resende	2013	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
47	A função social do ensino de Matemática: Relações entre conteúdo curricular e cotidiano financeiro	Lisani Wietholder Stahlhofer	2013	UNIVATES	Mestrado	Ensino de Ciências
48	Investigando como a educação financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens indivíduos consumidores (JIC'S)	André Stahl Campos	2013	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
49	Uma proposta de curso de Serviço para a disciplina Matemática Financeira mediada pela produção de significados dos estudantes de administração	Dejair Frank Barroso	2013	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
50	Design de Tarefas de Educação Financeira para o 6º Ano do Ensino Fundamental	Luciana Aparecida Borges Losano	2013	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
51	Educação financeira no currículo escolar: Uma análise comparativa das iniciativas da Inglaterra e da França	Hofmann, R. M	2013	UFP	Doutorado	Educação Matemática
52	O Ensino da Matemática Financeira no Ensino Médio	Rodrigues, Marcio Lucio	2013	UTFPR	Mestrado	Profmat
53	O ensino de Matemática Financeira através de interações numéricas e computacionais	Francisco Ricardo Moreira Sampaio	2013	UFC	Mestrado	Profmat
54	Uma abordagem sobre o tema Inflação no Ensino Fundamental	Márcio Carlos Vital	2014	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
55	Educação Financeira Escolar: planejamento financeiro	Gisele Barbosa	2014	UFJF	Mestrado	Educação Matemática
56	As contribuições da Etnomatemática para a formação da cidadania de alunos do Ensino Fundamental através do ensino aprendizagem de conteúdos de Educação Financeira	Gelindo Martineli Alves	2014	UFOP	Mestrado	Educação Matemática
57	Educação Financeira: Uma perspectiva da disciplina Matemática no Ensino Médio pela resolução de Problemas	Clístenes Lopes da Cunha	2014	PUC-MG	Mestrado	Ensino de Ciências e Matemática
58	Matemática Financeira no Ensino Médio: Um jogo para a simulação	Renato Schneider Rivero Jover	2014	UFRGS	Mestrado	Ensino de Matemática

59	Uma proposta de abordagem da matemática financeira no Ensino Médio	Aparecida Marchioni	2014	UFSC	Mestrado	Profmat
60	Um novo olhar para a matemática financeira do Ensino Médio	Fabio Carlos Badanai Tamião	2014	UFSC	Mestrado	Profmat
61	Matemática Financeira: Aprendendo a usar essa poderosa ferramenta no dia a dia	Simão Pedro Junior	2014	UFG	Mestrado	Profmat
62	Ensino de Matemática Financeira com utilização de tecnologias	Tiago Gadelha de Souza	2014	UFC	Mestrado	Profmat
63	Matemática Financeira contextualizada em Sistemas de Amortização e Imposto de Renda	Ricardo Inácio Batista Júnior	2014	UNESP RIO CLARO	Mestrado	Profmat
64	Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira	James Teixeira	2015	PUC SP	Doutorado	Educação Matemática

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do Portal de periódicos da Capes e Rolim & Motta (2014)

Buscamos identificar nestas pesquisas, quando envolviam experimentos com alunos da educação básica, como os conhecimentos matemáticos produzidos por eles estavam associados ao processo de tomada de decisão em situações financeiras. Procuramos também identificar se o trabalho acadêmico procurava entender, através das produções dos alunos, que outros aspectos além dos matemáticos eram levados em consideração por eles nas tarefas apresentadas, principalmente naquelas que culminassem com tomada de decisão.

Em relação às **pesquisas de Mestrado**, identificamos que poucos são os trabalhos em que processo de tomada de decisão é investigado, sendo Novaes (1999) e Campos (2013) exceções, e menos ainda são os que buscam entender a construção de ideias matemáticas para a tomada de decisão (encontramos apenas o de Campos (2013)), sendo o mais comum a abordagem de situações financeiras, com ou sem o uso de tecnologias computacionais, com foco na construção e aplicação de conceitos em situações financeiras, conforme vemos em Rolim & Motta(2014). Após uma leitura dos resumos, perguntas de pesquisa e resultados obtidos, selecionamos 10 trabalhos que possuíam algum tipo de relação com o nosso.

Encontramos apenas seis **teses de doutorado** em Educação Matemática relacionadas à abordagem de SEF relacionadas à matemática ou educação financeira. A pesquisa de Kistemann (2011) envolvendo o processo de tomada de decisão de indivíduos consumidores, mas sem relação com a sala de aula de nível médio; a pesquisa de Sá (2012) com foco na matemática financeira na formação de professores

de matemática; o estudo de Teixeira (2015) apresentando um diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira de um grupo de 160 professores; o trabalho de Hoffman (2013) que traz uma análise comparativa das iniciativas de Educação Financeira da Inglaterra e da França, cujos resultados já foram usados em nossa análise no capítulo 2; o trabalho de Rosseti Jr (2010) apresentando um estudo de caso no ensino superior envolvendo matemática e educação financeira; e finalmente a tese de Cardia (2009) cuja tema foi seguridade social. Desses seis trabalhos, apenas os quatro primeiros estão relacionados no quadro acima.

Após uma leitura dos resumos, objetivos, pergunta de pesquisa e dos resultados dos trabalhos apresentados no quadro anterior, selecionamos três teses e dez dissertações que se relacionavam ao objetivo, público alvo, metodologia de nossa pesquisa.

Começaremos analisando as pesquisas apresentadas nas dissertações.

A primeira dissertação que encontramos na literatura nacional envolvendo o ensino de matemática e temas financeiros na Educação Básica é o trabalho de **Carvalho (1999)** com o título *Educação Matemática: Matemática e Educação para o consumo*.

A partir da reflexão em torno dos temas transversais apresentados nos parâmetros curriculares nacionais e da preocupação em utilizar novos recursos de ensino para contribuir com a dinâmica do processo de ensino-aprendizagem, a autora apresenta uma pesquisa qualitativa, analítico-descritiva e interventiva, na qual os professores se engajaram refletindo teoricamente, construindo atividades que foram avaliadas por estes quando implementadas em sala de aula. Neste trabalho, Carvalho (1999) buscou responder à seguinte pergunta:

Que contribuições para a formação profissional de professores de matemática poderiam trazer a elaboração e discussão de uma proposta pedagógica orientada para a Educação do consumidor e mediada pelo uso do vídeo?

Este trabalho tem alguns pontos em comum com o nosso, dentre eles (i) da importância da matemática que se aprende na escola na abordagem de situações envolvendo consumo e juros, como, por exemplo, àquelas relacionadas aos descontos na compra à vista, aos juros compostos pagos nos financiamentos, aos padrões e generalizações de natureza matemática, dentre outras; (ii) a importância dada à noção de valor do dinheiro no tempo e seu impacto na análise de situações financeiras na Escola;

(iii) da reflexão por professores e alunos em torno dos aspectos macro e micro econômicos e sociais e os direitos do consumidor. (Carvalho, 1999, pp. 57 a 60).

Entretanto esse trabalho se diferencia do nosso não somente pelos objetivos, mas também por não se voltar para compreender a produção matemática dos alunos em seus processos de tomada de decisão. Apesar de ser afirmado no texto que a formulação de atividades que orientem os alunos na tomada de decisões de consumo deve ser apoiada no Código de Defesa do Consumidor, na pesquisa de mercado e nos conhecimentos matemáticos envolvidos, encontramos apenas uma situação, dentre as quatro apresentadas analisadas na pesquisa, envolvendo o processo de tomada de decisão.

Almeida (2004), em sua **dissertação** intitulada *Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública*, teve a intenção de analisar como os alunos do primeiro ano deste nível de ensino sistematizam e apreendem estes conteúdos numa perspectiva de prática colaborativa e participante entre os sujeitos envolvidos na pesquisa. Para isso, a autora buscou responder à seguinte pergunta:

Quais reflexões, tensões e aprendizados emergem na tentativa de desenvolver um projeto com abordagem diferenciada de alguns temas de Matemática Financeira numa sala de aula do Ensino Médio de uma escola pública estadual?(ALMEIDA, 2004, p.23)

Os resultados encontrados envolvem a matemática básica por meio de temas como porcentagem, taxas e fatores de atualização, por meio de problemas e tarefas variadas, mas que em sua maioria não remetem ao processo de tomada de decisão.

A **dissertação** de **Hermínio (2008)** intitulada *Matemática Financeira - Um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem* tem com ponto de partida as seguintes indagações sobre a Matemática Financeira ensinada nas escolas, dentre elas: (1) Será que os alunos gostariam de adquirir conhecimentos sobre Matemática Financeira? (2) Como os professores abordam esse tema de estudo? Qual é a relevância desse trabalho para os alunos de acordo com a visão docente?

A partir delas, o autor apresenta um Projeto de Ensino que foi trabalhado através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, voltado para alunos em uma sala de aula de Ensino Médio, de forma investigativa e construtiva, sobre os conceitos de Matemática Financeira.

Segundo Hermínio (2008), a partir da criação da proposta de Ensino Introdutório de Matemática Financeira Escolar, para o Ensino Médio, através da Resolução de

Problemas, que possa ajudar a refletir sobre a sociedade em que vivemos, pretende-se responder à seguinte questão:

Que reflexões sociais os professores podem levar seus alunos a fazer quando é feito um estudo introdutório de Matemática Financeira, no Ensino Médio, onde há a construção de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos através da Resolução de Problemas? (HERMÍNIO, 2008, p.72)

Segundo o pesquisador, buscou-se por meio da aplicação desse projeto em sala de aula, tratar das reflexões sociais que envolvem os conceitos de Matemática Financeira, com foco na formação de alunos críticos e capazes de reconhecer as relações comerciais existentes em nosso dia-a-dia, de maneira que tenham competência para lidar com dinheiro em suas diferentes formas.

O principal ponto de convergência desse trabalho com o nosso é abordar situações financeiras visando alunos de nível médio, sem deixar de levar em consideração aspectos econômicos, financeiros, sociais e comportamentais, presentes em muitas situações dessa natureza. Algumas tarefas apontam diretamente para isso, convidando o aluno a refletir e se posicionar criticamente sobre algumas situações financeiras.

Alguns discursos dos alunos são apresentados, bem como ideias emergentes desses discursos e resoluções, algumas das quais matemáticas. O autor analisa as soluções e respostas apresentadas pelos alunos. O trabalho de Hermínio é uma proposta, e, portanto, de natureza prescritiva e nesse aspecto se difere deste que tem característica predominantemente descritiva. Não há a utilização de vídeo para a produção dos dados e não encontramos uma metodologia específica para análise da produção dos alunos.

A **dissertação de Campos (2013)** é uma pesquisa que trata do processo de tomada decisão envolvendo alunos de Ensino Médio, sendo este o principal ponto em comum com o nosso trabalho. O autor apresenta uma análise sobre processos de tomada de decisão por alunos do Ensino Médio, chamados pelo autor de Jovens indivíduos consumidores (JIC), fator que a diferencia de todos os outros trabalhos lidos por nós. Nessa dissertação, Campos (2013) buscou responder à seguinte pergunta:

"Que significados são produzidos por estudantes do ensino médio quando são colocados diante de situações-problemas que envolvem a tomada de decisão de consumo?" (CAMPOS, 2013, p.21)

O autor procurou estabelecer leituras dos significados produzidos pelos participantes quando colocados diante de situações-problemas de consumo. Procurou assim entender como operaram para que pudesse propor ações e meios de intervenção em direção a uma Educação Financeira Crítica que seja condizente com o cenário no qual os jovens-indivíduos-consumidores se inserem.

Identificamos vários pontos comuns entre esse trabalho e o nosso, dentre eles:

- (I) Apresentar um olhar para a tomada de decisão de jovens do ensino médio;
- (II) Analisar os discursos dos estudantes;
- (III) Buscar trazer reflexão sobre os contextos econômico-financeiros através da proposta apresentada;
- (IV) Levar em consideração outros aspectos além dos matemáticos na construção das tarefas, como os culturais e sociais, por exemplo.
- (V) Propor tarefas envolvendo anúncios como ponto de partida para as discussões.

Entretanto, o foco da pesquisa, segundo o autor, está centrado “... em estratégias de ensino-aprendizagem de conceitos e situações financeiras tendo uma educação pela Matemática”, e continua afirmando que, em sua pesquisa, “A Matemática Financeira nada mais é que uma ferramenta que possibilitará um impulso inicial às discussões que queremos trazer à tona.” (CAMPOS, 2013, p. 24)

Nesse aspecto nossa pesquisa se diferencia, pois, buscamos aprofundar a análise sobre os caminhos percorridos pelos alunos na produção de conhecimentos matemáticos diante de situações envolvendo a tomada de decisão, sem deixar de olhar para outros aspectos envolvidos nesse processo. Nossa opção foi se voltar um pouco mais para as ideias matemáticas, e analisar que outros aspectos levaram em consideração.

Identificamos que diante de situações que requeriam conceitos envolvendo equivalência de capitais foram encontrados limites epistemológicos, em que os alunos não conseguiram produzir significados em direção alguma. Já observamos isso em nossa prática docente diversas vezes. Essa foi uma das razões pelas quais optamos por outro caminho, procurando realizar um primeiro momento em que tais noções pudessem ser discutidas, antes da realização de tarefas envolvendo a tomada de decisão. Além disso, temas como inflação e poder de compra não foram identificados nas tarefas analisadas. A produção de dados por meio de vídeos também é outro diferencial do ponto de vista metodológico entre nossa pesquisa e a realizada por campos.

Alguns resultados encontrados pelo autor se assemelham a alguns resultados parciais encontrados nessa pesquisa, bem como aos que temos observado em nossa prática profissional, e serão explicitados na sessão de análise dos resultados.

Cunha (2014) apresentou em sua **dissertação** uma sequência de atividades para trabalhar Educação Financeira como uma perspectiva da disciplina Matemática a partir da resolução de problemas, seguida de uma análise da aplicação dessas com duas turmas, de 30 alunos cada, em uma escola particular de Belo Horizonte. Não encontramos de forma explícita a pergunta norteadora da pesquisa, mas apenas o seguinte objetivo do trabalho, conforme apresentado no resumo:

Elaborar atividades de intervenção pedagógica passíveis de promover alguma reflexão de ordem financeira por parte dos estudantes e professores.

Segundo o pesquisador, a estratégia adotada com os alunos partia de textos introdutórios que levantassem os temas e alguns exemplos de aplicação do conhecimento que pretendia ilustrar e, na sequência, apresentava aos estudantes alguns exercícios guiados ou diretos, para estes se familiarizassem com os novos conceitos, sedimentando-os, para em seguida, lidar com as situações-problema. Assim, o autor optou pela sequência: (i) buscar a interpretação do enunciado; (ii) buscar a sistematização dos novos processos resolutivos (por meio dos exercícios); (iii) para, por fim, chegar ao tratamento das situações-problema. Essa escolha foi justificada nos seguintes termos: “Essa escolha ... nos pareceu atribuir mais segurança para que outros professores possam utilizar nosso trabalho sem se debruçar muito em pesquisas sobre os temas abordados ou mesmo sobre a resolução de problemas”. (CUNHA, 2014, p.62)

Compartilhamos da ideia de que promover uma reflexão sobre algumas noções que forneçam elementos para que os alunos, a partir daí, analisem situações financeiras mais complexas seja um caminho mais razoável para essa faixa etária.

Além disso, há outros elementos em comum com a nossa pesquisa, na medida em que traz para a discussão as séries uniformes no contexto dos depósitos mensais, iguais e sucessivos; discute parcialmente o efeito da inflação e o valor do dinheiro no tempo; e aborda questões sociais e políticas, além de questões comportamentais e culturais, estas últimas em menor quantidade.

Entretanto, apesar do autor apresentar vários dados sobre as estratégias apresentadas pelos alunos na análise das diversas situações financeiras apresentadas (ao todo 22 questões), não identificamos uma análise desses dados no sentido do caminho

percorrido na construção de ideias e estratégias pelos alunos. Nesse ponto, o trabalho seguiu uma rota bem diferente da escolhida por nós nessa pesquisa.

Outro ponto em que os trabalhos se diferenciam é o tratamento dado aos erros dos alunos. Em nossa pesquisa buscamos entender os processos dos alunos no processo de tomada de decisão, os significados e suas legitimidades, para que pudéssemos entender porque operaram daquela forma. Por outro lado, a partir de uma classificação de erros baseados nos Eixos Cognitivos da Matriz de Referência para o novo ENEM (BRASIL, 2009), Cunha optou por outra direção, em que analisou os dados a fim de “destacar os problemas de compreensão, de defasagem de conteúdos matemáticos, de operações e de coerência entre enunciado e resposta” com o objetivo de “compreender um pouco mais sobre a nossa prática docente e sugerir algumas alterações nelas”, conforme Cunha (2014, p.62).

Outra **dissertação** que teve foco em uma proposta de trabalho para o ensino de Matemática financeira com alunos de Ensino Médio foi a apresentada por **Novaes (2009)**, intitulada *Uma Abordagem Visual para o Ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio*.

A pesquisadora buscou, através da metodologia da Engenharia Didática, responder a duas perguntas:

Uma abordagem visual pode facilitar a aprendizagem da Matemática Financeira no ensino médio? Diante da crescente popularidade das operações financeiras no dia-a-dia do indivíduo comum, como a Matemática Financeira poderia estar potencializando uma postura crítica no aluno, para que não aceite tais operações sem questionamento, tomando-as como naturais? (NOVAES, 2009, p. 15)

O trabalho desta autora tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino de matemática financeira chamada de abordagem visual, inspirada e fundamenta a partir de Morgado et al (2001).

Segundo ela, nessa abordagem “o conhecimento é construído por intermédio da visualização das operações financeiras utilizando um recurso visual, por nós denominado eixo das setas” (NOVAES, 2008, p.15). Assim, a autora tem como objetivo verificar se um modelo que utiliza a visualização por meio do eixo e setas facilita a compreensão da Matemática Financeira por alunos do ensino médio. A figura abaixo ilustra a resolução de um problema por meio dessa abordagem.

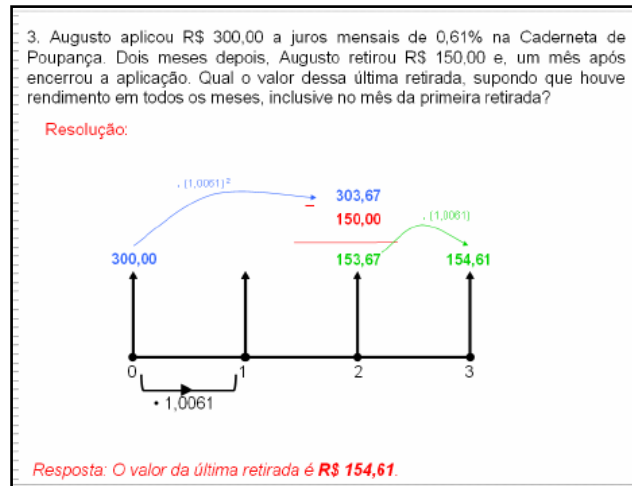


Figura 4.1 – Exemplo de problema resolvido por meio da abordagem visual.
 Fonte: Novaes (2008, p. 153)

Temos, portanto, mais um trabalho voltado para um caso particular de representação temporal, nesse caso o eixo do tempo, com os fluxos de caixa representados por meio de setas, em suas respectivas datas.

A utilização da equivalência de capitais, juntamente com a representação gráfica, que permeia todas as atividades, é um ponto em comum com o nosso trabalho. Entretanto, como dissemos anteriormente, as representações temporais podem ser de outro tipo além dessa gráfica com setas. Em algumas tarefas, aborda-se a tomada de decisão, como a apresentada na figura a seguir:

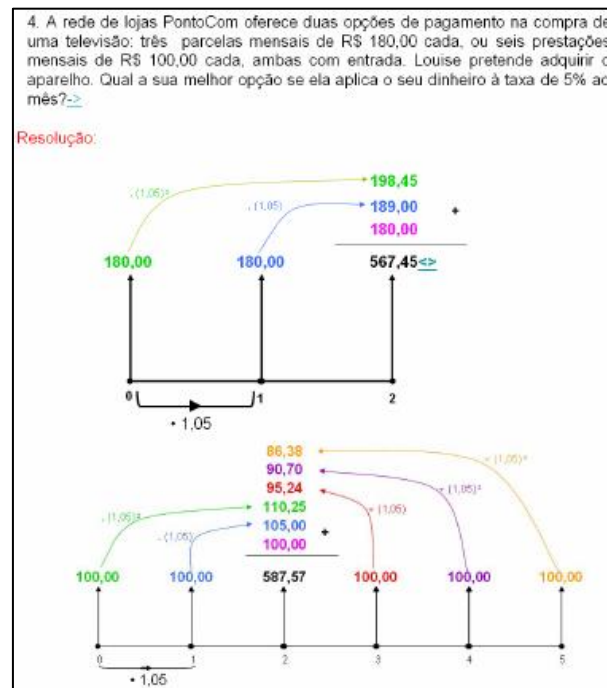


Figura 4.2 – Exemplo de problema envolvendo o processo de tomada de decisão.
 Fonte: Novaes (2009, p. 155).

Os resultados apresentados, segundo autora, indicaram que as atividades sugeridas foram significativas no ensino-aprendizagem do tema Matemática Financeira, diante do percentual de acertos dos estudantes para as questões a propostas a posteriori.

Além disso, afirma que “a abordagem visual através do eixo das setas, levou os alunos à compreensão dos principais conceitos da Matemática Financeira, já que estes conseguiram resolver os problemas propostos sem a necessidade de se apoiar em fórmulas”, conforme Novaes (2009, p.165).

Uma **pesquisa de mestrado** que se volta para da tomada de decisão, mas desta vez envolvendo alunos do ensino superior de uma Universidade do Paraná, foi a realizada por **Amadeu (2009)**, que investigou “se os conhecimentos apreendidos de finanças e cálculos financeiros possibilitam que os alunos se tornem mais conscientes sobre suas decisões financeiras, e se isso se traduz em suas atitudes” (Amadeu, 2009, p. 12). Além disso, apresenta uma proposta de conteúdo básico para o oferecimento de uma disciplina optativa de Educação Financeira, nos cursos de graduação, a partir do uso de planilhas eletrônicas.

Essa pesquisa foi realizada com 587 alunos, dos cursos de Administração, Economia, Ciências Contábeis e Matemática, do 1º ao 4º ano, por meio da aplicação de um questionário com 25 perguntas, e se propõe a ajudar a entender se o conhecimento sobre finanças aprendido em disciplinas específicas ou relacionadas nas decisões de consumo e investimento, e como se dá essa influência. Mais especificamente, o pesquisador buscou “saber se os alunos usam os conhecimentos adquiridos, em algumas disciplinas ministradas nos cursos acima citados, de uma maneira concreta no seu campo pessoal”. (Idem, p.12)

Dos resultados encontrados pelo autor para a amostra analisada, destacamos os seguintes: (i) que o conhecimento sobre finanças, aprendido em disciplinas específicas ou relacionadas, influenciou positivamente na tomada de decisões financeiras; (ii) foi por intermédio da família que o pesquisado considera adquirir a fonte maior de conhecimentos para gerir seu dinheiro; (iii) que o domínio do conceito de aposentadoria não implicou na atitude de poupar para a aposentadoria, o que segundo o autor, pode ter acontecido pelo fato de que 77% do entrevistados terem empregos formais, e, portanto, contribuírem para a previdência oficial.

Esses dados fornecem elementos para refletir sobre os benefícios de se oferecer oportunidades de refletir sobre situações financeiras, ainda que na forma de uma disciplina acadêmica correlata, bem como para a necessidade de se abordar as questões

envolvendo trocas intertemporais de longo prazo, que costumam ser desconsideradas pela população como mostram os resultados desta pesquisa. Quanto mais longe está o fato menos se pensa sobre ele.

A forma como os alunos constroem estratégias, seus pensamentos e ideias matemáticas e não matemáticas não foi interesse de estudo desse pesquisador, e nesse aspecto, não nos forneceu elementos que pudessem ser usados na comparação com os resultados parciais já obtidos neste trabalho.

Identificamos, nessa revisão bibliográfica, algumas pesquisas envolvendo o uso recursos tecnológicos na abordagem de situações financeiras, em especial os trabalhos voltados para o desenvolvimento de ferramentas digitais ou para a utilização de planilhas eletrônicas. Apesar de não ser o objeto de estudo nessa pesquisa, o que em princípio nos faria descartar tais textos para nossa revisão da literatura, identificamos alguns trabalhos que nos forneciam elementos importantes em relação ao que os sujeitos da pesquisa produziram ou ao tipo de atividade que foi desenvolvida com eles. Passaremos a analisar as pesquisas desse grupo que foram de nosso interesse.

Uma delas foi a **dissertação** de **Santander** (2010) intitulada *Elaboração de um objeto para aprendizagem - OPA: Aplicações na Matemática Financeira “capitalização, financiamento e desvalorização”*.

Esse trabalho, apesar de lidar com desenvolvimento de tecnologia para o ensino de Matemática Financeira, é o que mais se aproxima da nossa visão, do ponto de vista matemático, para a abordagem de situações financeiras no Ensino Médio.

Objetivo da pesquisa foi construir um Objeto Para a Aprendizagem (OPA) – um aplicativo informatizado - que permitisse ao usuário entender e realizar algumas operações financeiras presentes no ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. O estudo abrangeu o *design* deste OPA, levantando os aspectos que poderiam favorecer o processo de ensino e aprendizagem.

A metodologia adotada (*Design Experiment*) faz com que os experimentos realizados façam emergir novas teorias, ou seja, que os questionamentos, dúvidas, impressões e sugestões dos professores sejam utilizados para redesenhar o OPA, a fim de que se chegue a uma versão final. Sua fundamentação centra-se na teoria das representações semióticas, conforme proposta por Duval e na perspectiva construtivista.

O trabalho foi organizado em duas fases. Na “Fase Preparatória” o autor partiu de situações-problemas presentes no Caderno do Professor de Matemática (2009) da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, de uma revisão bibliográfica de livros

didáticos e de entrevistas com professoras que usaram o material didático em sala de aula, para elaborar um *design* que permitiu a transposição informática das representações dos registros semióticos, e a desenvolver a 1ª versão do Objeto Para Aprendizagem – OPA.

A “Fase de Implementação” foi composta pelo ciclo de interações com os professores/alunos participantes da pesquisa através de atividades exploratórias com as representações semióticas incorporadas no OPA, objetivando depurar suas funcionalidades até a construção de sua versão final. Como resultado, o autor apresentou uma versão do Objeto Para Aprendizagem intitulada “Capitalização, Financiamento e Desvalorização”, e referências às suas potencialidades de uso.

A figura abaixo ilustra uma das situações-problemas presentes nesse material didático, bem como a versão final do OPA associada a ela.

Dando sequência à apresentação das telas, usaremos o mesmo exemplo utilizado nas atividades anteriores, a saber: V.F. = 1.500,00; taxa a.m. = 3,50%; parcelas (n) = 6; pagamento da 1ª parcela em 120 dias. Pede-se para calcular o valor monetário de cada parcela. Lembramos que cada processo manteve as duas telas originais, uma para definição e visualização dos parâmetros especificados e a outra para realização do cálculo solicitado. Dessa forma, apresentamos na Figura 23 a Tela de Visualização e de Modificação para esta operação financeira.

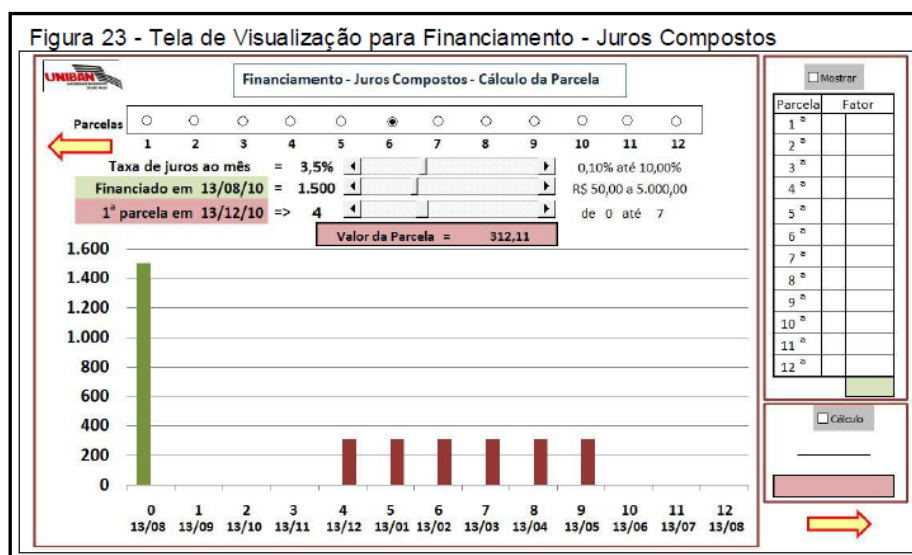


Figura 4.3 – Situação-problema presente no Caderno e transposta para o OPA
Fonte: Santander (2010, p.100)

Os resultados apresentados pelo autor indicam que o uso do objeto de aprendizagem construído desenvolve conceitos específicos da Matemática Financeira, com aporte das teorias educacionais propostas na pesquisa, conforme comenta (ROLIM & MOTTA, 2014).

Há vários aspectos convergentes entre essa pesquisa e o nosso trabalho. Apesar de realizar sua investigação com docentes, e não com alunos do Ensino Médio, o objeto construído é voltado para a aprendizagem de alunos do Ensino Médio. Do ponto de vista matemático, temos a importância dada ao valor do dinheiro no tempo na análise das situações financeiras, incluindo uma preocupação com as noções de taxas de crescimento, fatores de atualização, equivalência de capitais, o valor do dinheiro no tempo e as sequências aritméticas e geométricas. Sem isso, muitas situações não costumam ser compreendidas e analisadas pelos estudantes, gerando limites epistemológicos, conforme apresentados em algumas pesquisas, dentre elas algumas mencionadas nessa revisão.

O autor discute em detalhes as principais operações matemáticas envolvendo a transformação do dinheiro no tempo a partir das progressões aritméticas e geométricas.

Também analisa as soluções de professores que lecionam no Ensino Médio de São Paulo que usam o material da Secretaria de Educação, chamado caderno do professor, e dessa análise redesenha o OPA. Os problemas apresentados sobre financiamentos se assemelham a alguns problemas que abordamos na fase inicial dessa pesquisa. Apesar de não usar usarmos um OPA para analisar as situações financeiras, utilizamos variadas representações gráficas que explicitem a linha do tempo, os valores e as datas a que estão referidos, contribuindo para o processo de transformação do dinheiro no tempo.

Além de nossa análise se voltar para as produções de alunos do Ensino Médio, ao invés de professores de matemática do Ensino Médio, buscando entender a produção de conhecimento, também não vimos uma intenção de abordar situações financeiras que envolvessem a tomada de decisão. Estes aspectos apontam para algumas diferenças de foco, quando comparamos nossa pesquisa com o trabalho desse autor.

Outro ponto que diferencia os dois trabalhos, é que não identificamos uma tentativa de apresentar outros significados para determinadas noções. Por exemplo, para analisar o caso da prestação de uma geladeira, o autor, a partir do caderno do professor, leva os valores das prestações (a serem descobertas) para o futuro (nesse exemplo, para a data 6). A solução do caderno do professor chama esse novo valor de valor futuro. O autor, por sua vez, chama esse novo valor de valor corrigido. E diz: "... não significa que a geladeira irá custar esse valor após seis meses, esse valor é o valor corrigido da mesma para efeito de cálculo." Se uma pessoa comprar a geladeira nessas condições, assumindo esse financiamento, daqui a seis meses esse é o valor da geladeira a ser pago. Ou seja, é o

valor futuro da geladeira, para quem optou por esse tipo de financiamento, e provavelmente não será o valor futuro para quem não financiou a geladeira, e após seis meses pretende comprá-la (a menos que o preço da geladeira cresce à mesma taxa do financiamento – improvável!).

Apesar desse contraponto do autor, com o qual discordamos em parte, não identificamos uma tentativa de ampliar a discussão para quais os significados que o aluno produziria a partir da utilização do OPA para investigar o problema, por exemplo. Ou seja, aplica-se a técnica, de forma construtiva e correta, a partir da progressão geométrica, usando-se em seguida um OPA como recurso visual extraordinário, mas não há uma busca, pois, os objetivos do autor eram outros, em oferecer oportunidades de se apresentar diferentes explicações para a operação realizada, conforme se apresenta em Muniz (2013), por exemplo.

Segundo Santander (2010, p. 64) a representação tabular de um registro de tabelas, usada como recurso semiótico, como o apresentado na figura a seguir, para interpretar a sequência dos termos da PG, seria complexa.

$$S = P \cdot (1,03 + 1,03^2 + 1,03^3 + 1,03^4 + 1,03^5 + 1,03^6).$$

Quadro 26 - Representação tabular de um registro de tabelas

Mês	1º	2º	3º	4º	5º	6º	Final
PARCELAS	P	$P \cdot 1,05$	$P \cdot 1,05^2$	$P \cdot 1,05^3$	$P \cdot 1,05^4$	$P \cdot 1,05^5$	$P \cdot 1,05^6$
		P	$P \cdot 1,05$	$P \cdot 1,05^2$	$P \cdot 1,05^3$	$P \cdot 1,05^4$	$P \cdot 1,05^5$
			P	$P \cdot 1,05$	$P \cdot 1,05^2$	$P \cdot 1,05^3$	$P \cdot 1,05^4$
				P	$P \cdot 1,05$	$P \cdot 1,05^2$	$P \cdot 1,05^3$
					P	$P \cdot 1,05$	$P \cdot 1,05^2$
						P	$P \cdot 1,05$

Figura 4.4 – Representação tabular de um registro de tabelas
 Fonte: Santander (2010, p. 64)

Por outro lado, diz que no OPA as representações precisam ser mais simples e dinâmicas. Por isso optou por uma representação gráfica, utilizada comumente em livros didáticos, conforme ilustra na figura abaixo.

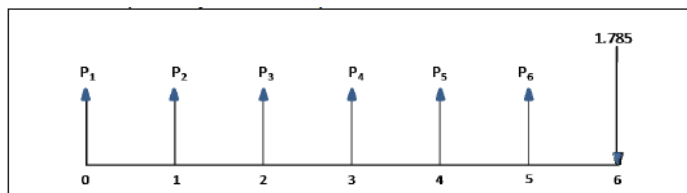


Figura 4.5 – Representação das parcelas no eixo das setas.
 Fonte: Santander (2010, p. 64)

Dessa representação gráfica, e de vários testes, o desenho final do OPA, possibilita ao usuário vários tipos de representação, conforme se pode visualizar na figura a seguir.

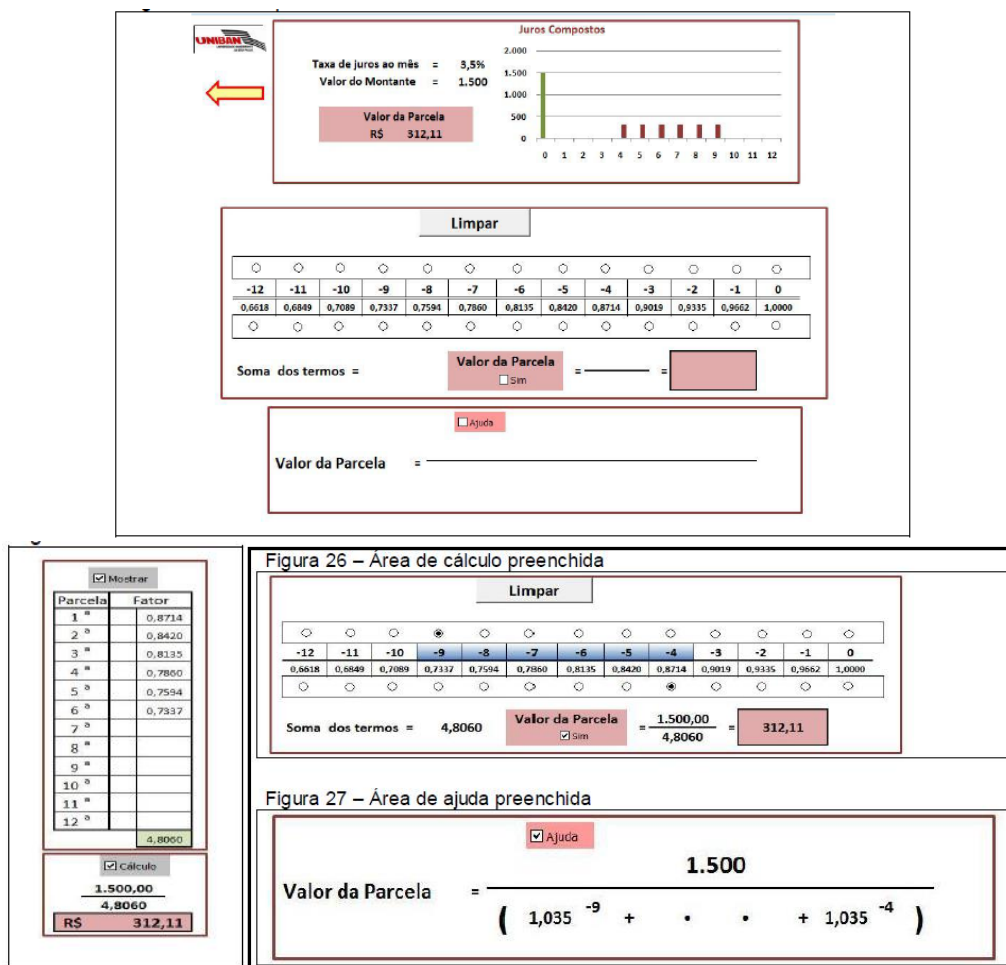


Figura 4.6 – Multiplicidade de representações da versão final do OPA
 Fonte: Santander (2010, pp. 100-102)

Terminamos nossas considerações a respeito desse trabalho, dizendo que a representação temporal gráfica adotada pelo autor no design deste OPA, gerou um recurso com excelentes oportunidades de aprendizagem, algumas das quais citadas pelo próprio autor. Reforçamos ainda que este trabalho apresenta organização e clareza excelentes, bem como argumentos consistentes que articulam a teoria utilizada no desenvolvimento, em todas as suas fases, do OPA. Entendemos que esse trabalho tem muito a contribuir para a prática docente, além de ter contribuído para nossa reflexão sobre o desenho adotado em nossa pesquisa.

Outra **dissertação** nessa linha de novas tecnologias é o apresentado por **Coser (2008)** cujo título é *Aprendizagem de Matemática Financeira no ensino médio: uma proposta de trabalho com planilhas eletrônicas*.

A proposta dessa investigação era de utilizar planilhas eletrônicas para resolver alguns dos principais problemas envolvendo certas movimentações financeiras, como foco nos processos recursivos. Para o autor, o principal objetivo de sua pesquisa é oferecer um material didático para que professores possam trabalhar o tema a partir de planilhas eletrônicas, preenchendo uma lacuna no ensino de Matemática Financeira em nível Médio.

O autor em sua abordagem tem como foco os processos recursivos, e para isso ou por isso faz uso de planilhas eletrônicas. Por exemplo, a figura abaixo mostra um problema, extraído de Morgado et al (2001), e duas soluções, sendo a primeira apresentada pelo autor do livro e a segunda solução via recursão apresentada pelo autor.

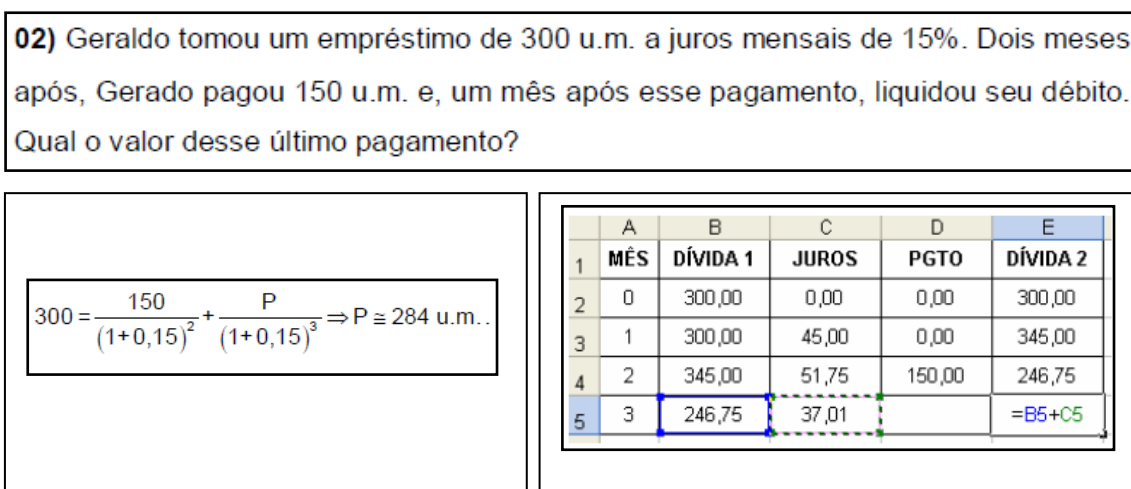


Figura 4.7 – Duas soluções para uma situação financeira.
 Fonte: Montado a partir de Coser (2008, P.62)

O autor defende e destaca que “a visualização da movimentação traz muito mais informações do que o simples cálculo da parcela paga”. (COSER, 2008, p.62)

Identificamos que outros problemas são resolvidos por meios recursivos, e ao final é apresentada uma análise.

Dois pontos precisam destacados nessa pesquisa de Coser em relação aos nossos objetivos. O primeiro se refere às representações temporais. Mais uma vez identificamos uma pesquisa apontando para as vantagens do uso de uma representação temporal. Nesse caso, as planilhas têm esse papel na representação dos valores em suas respectivas datas. Nesse caso a representação temporal se apoia no método recursivo

para exibir passo a passo (período a período) o que está acontecendo, permitindo de que se veja mês a mês a dinâmica do saldo devedor. Compartilhamos do ponto de vista do autor sobre a importância dessa visualização e do método recursivo. Só não entendemos que ele possa ou deva ser sempre usado.

Outro ponto se refere a resolver problemas utilizando aproximações sucessivas. O autor sugere esse procedimento em alguns problemas, por exemplo, em um envolvendo o cálculo das prestações de um financiamento. Ele propõe uma modelagem matemática que gere os saldos devedores parciais, até chegar ao final do período de financiamento, e assume inicialmente um valor arbitrário para a prestação, que vai sendo mudado pelo aluno até que ele consiga zerar o saldo devedor.

03) Um bem, cujo preço à vista é 120 u.m., é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

	A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
1	MÊS	DÍVIDA 1	JUROS	PGTO	DÍVIDA 2	1	MÊS	DÍVIDA 1	JUROS	PGTO	DÍVIDA 2
2	0	120,00	0,00	0,00	120,00	2	0	120,00	0,00	0,00	120,00
3	1	120,00	9,60	30,00	99,60	3	1	120,00	9,60	20,88	108,72
4	2	99,60	7,97	30,00	77,57	4	2	108,72	8,70	20,88	96,54
5	3	77,57	6,21	30,00	53,77	5	3	96,54	7,72	20,88	83,38
6	4	53,77	4,30	30,00	28,08	6	4	83,38	6,67	20,88	69,17
7	5	28,08	2,25	30,00	0,32	7	5	69,17	5,63	20,88	53,82
8	6	0,32	0,03	30,00	-29,65	8	6	53,82	4,31	20,88	37,25
9	7	-29,65	-2,37	30,00	-62,03	9	7	37,25	2,98	20,88	19,35
10	8	-62,03	-4,96	30,00	-96,99	10	8	19,35	1,55	20,88	0,02

Figura 4.8 – Duas soluções para uma situação financeira.
 Fonte: Adaptado de Coser (2008, P.65)

Essa ideia de usar aproximações sucessivas, só que a partir do uso de calculadora científica, também foi utilizada em um dos encontros de nossa pesquisa, e tem sido utilizada em nossa prática, conforme registramos em Muniz (2015a), para resolução de problemas, dentre eles os envolvendo a determinação do prazo necessário para se atingir uma meta, que recai na resolução de uma equação exponencial. Assim, compartilhamos das ideias do autor de que esse caminho de resolução de problemas por aproximações sucessivas possibilite variadas discussões sobre métodos e estratégias de resolução de alguns problemas de matemática.

Por último, pontuamos que o olhar do autor se concentrou na forma de ensinar a abordar alguns problemas de matemática financeira, por meio de planilhas, não se propondo a discutir situações envolvendo tomada de decisão e nem trazer para a análise outros aspectos além dos matemáticos e financeiros em suas atividades, o que diverge neste aspecto, do nosso trabalho.

Por último, dentre as dissertações selecionadas, temos o trabalho de **Pelicioli (2011)**, intitulado *A relevância da Educação Financeira na formação de jovens*, que se propõe a questão de pesquisa: “*De que modo o ensino de Matemática pode contribuir para a Educação Financeira no Ensino Médio?*”.

Através de entrevistas semiestruturadas realizadas com seis alunos e três consultores financeiros, os resultados desse estudo apontaram que: os alunos não têm preocupação monetária com o futuro; conhecimentos elementares na área financeira são desconhecidos pelos jovens entrevistados; não apresentam amadurecimento financeiro; que a aprendizagem do ensino médio contribui muito pouco para práticas diárias de economia e finanças pessoais.

Os resultados desse trabalho reforçaram a nossa estratégia de que era preciso criar alguns AEFs para que os alunos tivessem algumas noções sobre a transformação do dinheiro no tempo, taxas de juro, inflação e poder de compra, dentre outras, integradas à matemática financeira, para que, a partir daí, analisássemos o processo de tomada de decisão.

Passaremos a analisar a partir desse ponto as duas **teses de doutorado** que mencionamos, sendo a primeira de Kistemann Jr (2011) e a segunda de Sá (2012)

Kistemann (2011), em sua **tese de doutorado** intitulada *Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores* apresenta uma leitura da produção de significados matemáticos e não-matemáticos para a tomada de decisão de indivíduos-consumidores na sociedade líquido-moderna. Nesta tese, buscou responder à seguinte pergunta:

Em que medida, num cenário líquido-moderno, os indivíduos-consumidores tomam suas decisões de consumo e que significados produzem quando lidam com objetos financeiro-econômicos? (KISTEMANN, 2011, p.29)

Das conclusões apresentadas por Kistemann (2011, p. 278-279), em relação aos indivíduos pesquisados, destacamos as seguintes ideias centrais:

- (i) Indivíduos consumidores carecem de ter acesso a discussões que envolvam as propagandas, o que impacta na habilidade desses indivíduos de usarem matemática para ler situações financeiras (chamada pelo autor de *matemacia financeira-econômica*). O exemplo dado foi a habilidade de ler uma propaganda e produzir significados para o texto que a mesma apresenta, a fim de que pudessem usá-la para guiar suas decisões.
- (ii) O valor da parcela constitui-se como o principal fator para a tomada da decisão de consumo, em detrimento da análise das taxas de juros
- (iii) Ganhar mais significa gastar mais
- (iv) Gastar mais não significa necessariamente ganhar mais. Ampla oferta de crédito, com fácil acesso contribui para que consumidores gastem além de suas necessidades, consumindo muitas vezes por impulso e desejo.
- (v) Sobre empréstimos, os indivíduos mostraram não levar em consideração, pelo menos em suas falas, as taxas de juros cobradas, alegando falta de clareza nos mecanismos de funcionamento dos empréstimos (taxas, cláusulas, encargos e multas)
- (vi) Os entrevistados, sendo especialistas ou não em Matemática, revelaram nas entrevistas que fazem uso de Matemática Básica (quatro operações e porcentagem) para analisar os prós e os contras de uma ação de consumo, bem como as taxas de juros envolvidas nestas ações.
- (vii) O texto financeiro-econômico (cálculos, aplicação de fórmula, simulações) das situações-problema constituíram-se como obstáculos epistemológicos para todos os indivíduos pesquisados, sendo especialistas ou não em matemática.
- (viii) A vantagem de ter feito um curso de Matemática e estar se especializando, caso de três dos entrevistados nessa situação, não revelou diferenças marcantes em relação aos outros três entrevistados, não especialistas em Matemática, nas tomadas de decisão ou na constituição de objetos nas situações-problema.

A pesquisa de Kistemann (2011), apesar de não se voltar para alunos do Ensino Médio – nosso grupo de interesse – possui alguns pontos de convergência com nosso trabalho e trouxe elementos importantes para nossa reflexão sobre a forma como as pessoas tomam decisões. O primeiro deles é o olhar amplo sobre os fatores que podem

influenciar na tomada de decisão em situações financeiras. Isso pode ser visto na análise das entrevistas realizadas, nas respostas dos sujeitos às situações financeiras usadas pelo pesquisador e na apresentação das ideias de Zygmunt Bauman sobre a alta velocidade e impressionante superficialidade de consumo, ditadas pela indução do desejo de comprar, observados na sociedade das últimas décadas, gerando distúrbios de diversas naturezas, constituindo uma sociedade que chamou de líquido-moderna.

Outro aspecto importante, à medida que traz elementos presentes em nossa pesquisa, foi o de apresentar diferentes visões sobre o processo de tomada de decisão do consumidor, de áreas como o Marketing e a Economia, em sua revisão de literatura.

Entretanto, o olhar desse pesquisador não se volta profundamente para a construção matemática dos sujeitos no processo de tomada de decisão. Assim, além do público alvo ser completamente diferente, a construção matemática dos sujeitos da pesquisa no processo de tomada de decisão não foi o foco do pesquisador em seu trabalho.

Em relação aos resultados, em especial a apresentada no item h, nossa pesquisa, aponta em uma direção diferente. A tomada de decisão foi influenciada muitas vezes, segundo os discursos dos alunos, pelo conhecimento matemático articulado com o financeiro que estes construíram.

A questão principal neste ponto talvez não seja ser especialista em matemática, mas sim nas oportunidades que os indivíduos têm de refletir e analisar situações financeiras usando os conceitos da matemática explorados na educação básica. Em nosso estudo, por exemplo, quando os sujeitos da pesquisa tiveram a oportunidade de produzir significados para situações financeiras e foram convidados a refletir sobre elas, eles construíram e/ou usaram conhecimentos matemáticos como guia, em algumas delas, para decidirem sobre as opções apresentadas. Aqui, em especial, o fizeram após terem estudado alguns conceitos da Economia e da Matemática Financeira. E, além disso, apresentaram outros aspectos que influenciaram suas decisões ou que poderiam influenciar pessoas na mesma situação recortada pela tarefa.

No trabalho de **James Teixeira (2015)** temos um estudo que diagnosticou o letramento financeiro de 161 professores pesquisados, que ministram aulas de matemática financeira no Ensino Médio. O trabalho respondeu à seguinte pergunta: “Será que os professores que ministram matemática financeira no Ensino Médio, estão devidamente letrados financeiramente ao nível necessário para os propósitos da Estratégia Nacional de Educação Financeira?”.

Os resultados deste trabalho apontaram que é preciso melhorar a formação do professor para que ele seja capaz de conectar a matemática financeira com a educação financeira. Tal constatação é baseada em uma série de estatísticas, dentre elas: 42% dos professores acham que educação financeira e matemática financeira são a mesma coisa; apenas 36% dos respondentes comparam situações envolvendo juros simples e compostos; somente 24% solicitam aos alunos que busquem exemplos de juros compostos; 75% desconhecem a Estratégia Nacional de Educação Financeira.

Apesar desse trabalho investigar o letramento do professor, o que difere do nosso objetivo, ele foi relevante para nossa pesquisa pelos seguintes motivos: (i) reforçou a tese de que embora a matemática financeira e a educação financeira não serem a mesma coisa, existe uma forte conexão entre eles, principalmente quando a segunda se volta para a educação básica; (ii) os livros didáticos de matemática abordam matemática financeira preferencialmente associada a juros simples e compostos, o reforçando nossas constatações de que diferentes formas de transformação do dinheiro no tempo, como inflação, variação cambial, bem com a noção de equivalência de capitais não são o objeto principal quando se abordam situações envolvendo trocas intertemporais; (iii) a importância da matemática financeira na EFE; (iv) reforçou que a tomada de decisão não é considerada uma questão central nas pesquisas, ainda que seja dita em algum momento que é um dos objetivos principais.

Na tese de **Ilydio Pereira de Sá (2012)**, intitulada *A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores* o autor investiga a Matemática Financeira no contexto dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Numa perspectiva histórico-dialética, o autor faz uma pesquisa qualitativa, por meio da triangulação de fontes, para analisar como os cursos de licenciatura abordam Matemática Financeira em suas grades curriculares.

O autor defende a importância da Educação Matemática Crítica no ensino de Matemática Financeira, além de tocar em situações envolvendo a tomada de decisão, convergindo nesses aspectos para os objetivos do nosso trabalho. O autor apresenta uma proposta de grade para essa disciplina, com comentários e orientações para professores e alunos, através de situações financeiras chamadas de “Flash” cujas estratégias têm alguns pontos em comum com a abordagem que utilizamos na fase inicial de nossa pesquisa.

Esse trabalho também aponta para a importância da matemática para a análise de situações financeiras, mostrando que a formação de professores é ainda insuficiente ou em muitos casos inexistente para o ensino de matemática financeira.

Ainda que esse trabalho se diferencie em muitos outros aspectos da pesquisa que apresentamos aqui, dentre eles o olhar para a produção dos alunos; o caráter prescritivo em vez do descritivo; o uso de vídeo na produção dos dados, o público alvo e o objetivo, dentre outros, ele foi levado em consideração na construção de algumas tarefas da fase inicial de nossa pesquisa, conforme apresentaremos na metodologia.

Após apresentarmos esse panorama crítico das pesquisas que mais se relacionavam com as características de nosso trabalho, em que mostramos ao final de cada análise os principais elementos de cada estudo que estavam associados ao presente estudo, podemos sintetizar dessa parte da revisão da literatura alguns pontos principais, por meio de algumas conclusões.

A primeira é que praticamente não há investigações sobre o processo de tomada de decisão em situações financeiras na Educação Básica. Temos também que o papel do valor do dinheiro no tempo é considerado em pesquisas como as de Novaes (2008), Coser (2008), mas para a tomada de decisão é bem restrito. Podemos concluir também que o foco de um determinado grupo de pesquisas é a apresentação de propostas de ensino de matemática financeira, educação financeira, educação para o consumo, conforme Carvalho (1999), Almeida (2004), Fiel (2005), Stephani (2005), Hermínio (2008), Novaes (2008), Rosetti Júnior (2010), dentre outros.

Outros estudos apresentaram propostas ou investigações de como a tecnologia computacional (aplicativos e planilhas) podem contribuir na aprendizagem de conceitos matemático-financeiros, tais como se vê em, Milan (2003), Gouvea (2006), Stieler (2007), Gouvea (2009), Coser (2008), Marques (2010), Santander (2010), Costa (2012), etc, sendo a tomada de decisão mais uma vez pouco abordada nas tarefas apresentadas.

Outro ponto que gostaríamos de destacar é que a construção da cidadania sempre aparece associada ao tema matemática ou educação financeira. A educação matemática crítica como referencial teórico aparece em diferentes estudos sobre matemática ou educação financeira, em alguns casos apontando para o termo educação financeira crítica, como se pode ver, por exemplo, nas pesquisas de Stephani (2005), Campos (2012), Brito (2012), Resende (2013), Campos (2013), Barroso (2013), Losano (2014), Vital (2014), Barbosa (2014).

Encontramos duas pesquisas que tratam diretamente da tomada de decisão. A tese de Kistemann (2011), cujos sujeitos investigados são adultos já formados; e a Dissertação de Campos (2013), voltada para o Ensino Médio, sendo que esta última objetiva estudar como a educação financeira crítica pode contribuir para a tomada de decisões de jovens indivíduos consumidores em SEF. Ambos os trabalhos se diferenciam do nosso em diversos aspectos, dentre eles o papel da matemática no processo de tomada de decisão; as contribuições da Psicologia Econômica no desenho das tarefas e na análise da produção de significados, gerando uma leitura multidisciplinar diferenciada; o público alvo; o enfoque nas trocas intertemporais; o nível de profundidade dos aspectos matemáticos envolvidos, além de outros aspectos já apresentados na análise de cada uma dessas obras.

Constatamos ainda que aspectos comportamentais, sociais e ambientais, apesar de citados em alguns trabalhos, tais como o de Campos (2013) e Barroso (2013), são pouco usados na construção das tarefas, problemas ou situações-problema utilizadas nas pesquisas. Esses fatores também não costumam ser levados em consideração em situações que requeiram uma tomada de decisão pelos sujeitos da pesquisa.

Finalmente, um ponto central que retiramos para a nossa pesquisa foi o papel das representações temporais na abordagem de situações financeiras. As pesquisas de Novaes (2008), Santander (2010) e Campos (2013) apontaram que diferentes representações gráficas contribuíram na análise de SEF dos estudantes e/ou professores quando realizaram as tarefas propostas. As representações tabulares também se mostraram úteis nessa análise por estudantes, conforme os trabalhos de: Coser (2008), Barroso (2012) e Muniz (2013). Nessa tese ampliamos a visão sobre tais representações construindo a noção de representação temporal, apresentada no capítulo 3.

4.2 UMA ANÁLISE DOS PERIÓDICOS NACIONAIS

Para o segundo grupo, encontramos 14 artigos em periódicos nacionais, quais sejam: Educação Matemática em Revista (SBEM), Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (Em Teia) (UFPE), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP), Zetetiké (UNICAMP), Revista Bolema (UNESP), JIEEM (UNIBAN-SP), Revista da Administração Pública – RAP (FGV), Educação em Revista (UFMG) e RGBN (FECAP), sobre o tema educação financeira, matemática financeira ou literacia financeira, com foco na Educação Básica.

Quadro 4.2 – Artigos encontradas sobre Matemática Financeira ou Educação Financeira em uma lista de periódicos nacionais no período de 2007 a 2015.

Nº	Título	Autor	Ano	Periódico	Tipo	Universidade
1	SOBRE CONSUMO, GÊNERO E EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: INVESTIGANDO A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS E A TOMADA DE DECISÃO DE INDIVÍDUOS.	Amanda Fabri de Resende	2013	Revista em Teia	Vol. 4, número 3	UFPE
2	Matemática e Educação Financeira: uma experiência com o ensino médio.	Flávio Roberto F. Theodoro	2010	Revista de Educação	Vol. 13, nº15, Ano 2010	UAT
3	Uma leitura sobre a produção de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio no processo de tomada de decisão entre comprar ou alugar um imóvel	Ivail Muniz Jr	2015a	Boletim GEPEM	Vol. 1 nº 66	UFFRJ
4	EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UM INSTRUMENTO DE CONSCIÊNCIA ECONÔMICA	Cales Alves da Costa Junior & Olga Maria Barreiro Claro	2013	Revista em Teia	Vol. 4, número 3	UFPE
5	Uma Proposta de Curso de Serviço para a disciplina Matemática Financeira	Dejair Franco Barroso & Marco Aurélio Kistemann Jr.	2013	Educação Matemática Pesquisa	Vol. 15, n.2	PUC-SP
6	O estado da arte das pesquisas em matemática financeira nos programas de mestrado e doutorado da área de ensino da Capes	Maria Rolim & Marcelo Motta.	2014	Educação Matemática Pesquisa	Vol. 16, n.2	PUC-SP
7	Qual Educação Financeira queremos em nossa sala de aula?	André Campos e Marco Aurélio K.Jr	2013	Educação Matemática em Revista	nº.39	SBEM Nacional
8	Matemática Financeira Escolar e Educação Para a Vida	Ettiène Guérios & Cleide Cristina Zen & José Coelho	2012	Educação Matemática em Revista	nº.37	SBEM Nacional
9	SOBRE DISCURSOS E ESTRATÉGIAS EM EDUCAÇÃO FINANCEIRA	Reginaldo Britto, Marco Kistemann e Amarildo da Silva	2014	Jornal Internacional JIEEM	v.7, nº1	UNIBAN
10	Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF	Ruth Margareth Hofmann e Maria Lucia Faria Moro	2012	Zetetiké	v.20, nº38	UNICAMP
11	Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos	Neiva Ignês Grand, Ido José Schneider	2010	Zetetiké	v.18, nº33	UNICAMP

12	Paradigmas da educação financeira no Brasil	<i>José Savoia, André Saito e Flávia Santana</i>	2007	RAP	v.41, n.º6	EBAPE/FGV
13	O que determina a tomada de decisão financeira: razão ou emoção?	<i>José Odálio dos Santos e Carlos Barros</i>	2011	RBGN	v.13, n.38	FECAP
14	O elemento financeiro e a Educação para o Consumo Responsável	Abdala Mohamed Saleh	2013	Educação Matemática em Revista	v.29, n.4	UFMG

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do Portal de periódicos da Capes e Rolim & Motta (2014)

Quanto aos anais dos congressos, consideramos o principal congresso para professores e pesquisadores em Ensino de Matemática no Brasil: o Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM (2007, 2010 e 2013), e ainda os anais da última edição do Congresso Iberoamericano de Educação Matemática - CIBEM (2013), da Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM (2011 e 2015), do HTEM (2010), do SIPEMAT (2015) e do EEMAT (2007, 2010 e 2014). Nessa busca, encontramos 23 comunicações científicas, 06 pôsteres e 07 minicursos, além de 03 mesas redondas sobre temas correlatos aos dessa tese. O quadro a seguir apresenta uma lista dos trabalhos encontrados em nossa busca.

Quadro 4.3 – Artigos encontradas sobre Matemática Financeira ou Educação Financeira nos anais dos principais congressos no Brasil, de 2010 a 2014.

Nº	Título	Autor	Ano	EVENTO	Abrangência	Modalidade
1	Um estudo sobre a inserção da educação financeira como tema curricular nas escolas públicas brasileiras.	Amarildo Melchhiades da Silva et al	2014	XXV SIEM (Portugal)	Encontro Internacional (APM)	Comunicação
2	Investigando os Significados e as Tomadas de Decisão de Indivíduos-Consumidores em um Curso de Orçamento e Economia Doméstica	Adilson Rodrigues Campos	2013	XVII EBRAPEM	Encontro Nacional	Comunicação
3	Sobre a Produção de Significados dos Alunos do Curso de Administração na Disciplina Matemática Financeira	Dejair Frank Barroso & Marco Aurélio Kistemann Jr	2013	XVII EBRAPEM	Encontro Nacional	Comunicação
4	A produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos consumidores.	Marco Aurélio Kistemann Jr.	2012	V SIPEM	Simpósio Internacional	Comunicação
5	A educação financeira nos livros do ensino fundamental	Rony Montenegro, José Silva e Maria Rufino	2011	XIII CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
6	Educação matemática, contexto e educação financeira	Ruth M. Hofmann & Maria Lucia Faria Moro	2011	XIII CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
7	Elementos históricos da matemática financeira e Educação Matemática	Juliano Schimiguel & Helio Rosetti Jr	2011	XIII CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação

8	Matemática Financeira e os Parâmetros Curriculares Nacionais	Juliano Schimiguel & Helio Rosetti Junior	2011	XIII CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
9	Estudo de modelos de Matemática financeira em bibliografia básica	Juliano Schimiguel & Helio Rosetti Jr	2011	XIII CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
10	Matemática Financeira aplicada às finanças pessoais	James Teixeira	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Minicurso
11	O uso da Matemática para a educação financeira a partir do Ensino Fundamental	Flavio Theodoro & Vera Lia de Almeida	2008	II SIPEMAT	Conferência Internacional	Comunicação
12	Matemática Financeira: uma proposta para a EJA a partir dos pressupostos da Etnomatemática	Luiz Fernando de Souza e Ana Paula Magalhães	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Comunicação
13	Formação de conceitos: contribuições à educação financeira	Lidina Castelli Scolari	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Comunicação
14	Contribuições da Educação Financeira para tomada de decisões de consumo de jovens indivíduos consumidores	André Stahl Campos	2013b	XI ENEM	Encontro Nacional	Comunicação
15	Educação Financeira Crítica: Um convite à participação investigativa	André Stahl Campos	2013c	XI ENEM	Encontro Nacional	Minicurso
16	O PIBID e a formação de alunos da EJA: Uma experiência com Educação Financeira	Delane Santos e Gilson Bispo	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Pôster
17	A relevância do planejamento docente nas aulas de matemática financeira na educação de jovens e adultos	Ilvanete dos Santos de Souza	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Pôster
18	A importância da Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos: uma experiência com o Ensino Médio da EJA	Andréa Aparecida Vieira <i>et al</i>	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Pôster
19	Uma experiência no Ensino de Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos	Daniela Bonfim e Sergio Wielewski	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Relato de Experiência
20	A EDUCAÇÃO FINANCEIRA PRECONIZADA PELA ENEF – ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA E SEUS EFEITOS NA ESCOLA BÁSICA: UMA ANÁLISE DO GUIA DO PNLD	James Teixeira	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Relato de Experiência
21	"EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	Vanessa Neto e José Wilson dos Santos	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Minicurso
22	Um programa de Educação Financeira para a matemática escolar da Educação Básica	Amarildo Melchíades da Silva (UFJF) e Arthur Belford Powell (USA)	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Mesa Redonda
23	MATEMÁTICA FINANCEIRA E CONTEXTUALIZAÇÃO: IMPORTANTE PARCERIA NA CONSTRUÇÃO DA CIDADANIA CRÍTICA	Sandra Cristina Lopes, Ana Maria Severiano de Paiva; Ilydio Pereira de Sa	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Comunicação
24	"INTRODUÇÃO A MATEMÁTICA FINANCEIRA COM CALCULADORA: PROBLEMA OU SOLUÇÃO?"	Vanessa Mendes de Almeida	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Pôster

25	FLUXO DE CAIXA PESSOAL: EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM AULAS DE MATEMÁTICA COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA RURAL DO ES	Alexsandra Alves Pereira, Helio Rosetti Junior	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Pôster
26	TRABALHANDO A MATEMÁTICA FINANCEIRA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: A PERSPECTIVA DA VISUALIZAÇÃO A PARTIR DO EIXO DAS SETAS	Tamara Versteeg Vitali (UFRGS), Leandra Anversa Fioreze (UFSM)	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Relato de Experiência
27	OS JOGOS COMO MATERIAL DIDÁTICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA	Rosiane de Jesus Santos	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Relato de Experiência
28	Reflexões sobre educação financeira no ensino fundamental	Neiva Ignês Grando & Lidinara Castelli Scolari	2015	XIV CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
29	À vista ou a prazo? Análise de financiamentos e investimentos via Matemática Financeira no Ensino Médio	Ivail Muniz Junior	2007	IX ENEM	Encontro Nacional	Minicurso
30	Marolinhas e Tsunâmis – Analisando situações financeiras com a Matemática do Ensino Médio	Ivail Muniz Junior	2009	II JORMAT	Encontro Estadual	Oficina
31	Quer pagar quanto? A Matemática Financeira no Ensino Médio	Ivail Muniz Junior	2007	IV EEMAT	Encontro Estadual	Comunicação
32	EDUCAÇÃO FINANCEIRA: CONCEITOS E CONTEXTOS PARA O ENSINO MÉDIO	Ivail Muniz Junior	2010	X ENEM	Encontro Nacional	Comunicação
33	EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA NOVA CONCEPÇÃO PARA O ENSINO MÉDIO	Ivail Muniz Junior	2010	V HTEM	Encontro Nacional	Comunicação
34	Dinheiro na mão é... oportunidade! Entendendo o comportamento do dinheiro no tempo a partir do ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio	Ivail Muniz Junior	2010	V EEMAT	Encontro Estadual	Minicurso
35	EDUCAÇÃO ECONÔMICO-FINANCEIRA: UMA NOVA PERSPECTIVA PARA O ENSINO MÉDIO	Ivail Muniz Junior & Sami Jurkiewicz	2013	VII CIBEM	Congresso Internacional	Comunicação
36	FINANÇAS NO ENSINO MÉDIO: ATIVIDADES NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO ECONÔMICO-FINANCEIRA	Ivail Muniz Junior	2013	XI ENEM	Encontro Nacional	Minicurso
37	O Valor da Amanhã: diálogos entre a educação financeira no Ensino Médio e as escolhas intertemporais da Juventude	Ivail Muniz Junior	2014	I SEFEM	Encontro Nacional	Minicurso
38	Ambientes de Aprendizagem e Educação Financeira no Ensino Médio: potencialidades e limitações	Ivail Muniz Junior & Sami Jurkiewicz	2014	I SEFEM	Encontro Nacional	Comunicação
39	Educação Financeira Escolar: potencialidades e desafios para a Educação Básica	Ivail Muniz Junior, Liamara S. e Luciano C.	2014	I SEFEM	Encontro Nacional	Mesa Redonda
40	Educação Financeira nas escolas: oportunidades e desafios para o professor de Matemática no Século XXI	Ivail Muniz, Amarildo Melchiades e Marco Aurélio Kistemann	2014	VI EEMAT	Encontro Nacional	Mesa Redonda
41	O Valor da Amanhã: diálogos entre a educação financeira no Ensino Médio e as escolhas intertemporais da Juventude	Ivail Muniz Junior	2014	VI EEMAT	Encontro Nacional	Minicurso

42	Ambientes de Aprendizagem e Educação Financeira no Ensino Médio: potencialidades e limitações	Ivail Muniz Junior Samuel Jurkiewicz	2014	VI EEMAT	Encontro Nacional	Comunicação
43	Uma investigação sobre a abordagem de situações financeiras envolvendo taxas de juros no Brasil em um curso pós-médio	Ivail Muniz Junior	2015b	XIV CIAEM	Conferência Internacional	Comunicação
44	Produção e articulação de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio: a dinâmica de uma poupança programada	Ivail Muniz Junior	2015c	IV SIPEMAT	Conferência Internacional	Comunicação

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do Portal de periódicos da Capes e Rolim & Motta (2014)

A partir da leitura desses trabalhos, muitos deles apresentando recortes de pesquisas já analisadas na seção anterior, identificamos alguns aspectos importantes para a nossa pesquisa, que podem ser sintetizados por meio de algumas conclusões.

Continuamos não identificando trabalhos cujo foco fosse a tomada de decisão, exceto os trabalhos de Campos (2013a, 2013b); Campos & Kistemann Jr (2014); Resende (2013) e Muniz (2015a). O foco também continua sendo a apresentação de propostas de ensino de matemática financeira, educação financeira, educação para o consumo, como por exemplo se pode ver em Theodoro (2010), Grando & Scollari (2013), Pereira & Rosseti Jr (2013), Santos (2013), Vitali & Fioreze (2013); Lopes, Paiva e Sá (2013), em que a tomada de decisão, quando aparece, integra de forma modesta um conjunto de tarefas sobre variadas situações financeiras.

Identificamos ainda que a educação matemática crítica também esteve presente nos artigos, comunicações e relatos de experiência pesquisados, como se pode ver em Campos (2013), Barroso e Kisteman Jr (2013), Costa Jr & Claro (2013), Barroso & Kistemann Jr (2013), Muniz (2010; 2013a; 2013b), Guérios, Zen e Coelho (2012).

Trabalhos que investigavam os significados produzidos pelos estudantes, na perspectiva do Modelo dos Campos Semânticos, aparecerem em grande número, apontando para alguns aspectos não matemáticos presentes na análise de SEF, ainda que não estivessem relacionados em muitos casos, à tomada de decisão, como se pode ver em Muniz (2015b; 2015c); Muniz, Silva e Kistemann Jr (2014); Silva (2014); Rodrigues Campos (2013); Kistemann Jr (2012); Barroso (2013); Resende (2013).

Constatamos ainda que aspectos comportamentais, sociais e ambientais, apesar de citados em alguns trabalhos, são pouco usados na construção das situações financeiras apresentadas por meio de tarefas utilizadas nas pesquisas, mesmo as poucas envolvendo a tomada de decisão.

Dois dos trabalhos listados nos forneceram elementos importantes. O estado da arte de Rolim & Motta (2014), contribuiu para montarmos nosso panorama sobre as pesquisas que tinham relação com a nossa, reforçando nossa constatação de que a tomada de decisão praticamente não aparecia nas pesquisas envolvendo EFE. O segundo foi o estudo de Silva & Powell (2013) intitulado *Um programa de Educação Financeira para a matemática escolar da Educação Básica* o qual, conforme já mencionamos no capítulo 2, apresentou um quadro teórico sobre educação financeira escolar para a sala de aula de matemática no qual nos baseamos para construir nosso quadro teórico.

Assim, podemos concluir que a revisão dos periódicos contribuiu para reforçar alguns aspectos identificados nas dissertações e teses, tais como a escassez de investigações sobre a tomada de decisão; a predominância de propostas de ensino e aprendizagem de matemática ou educação financeiras; a ausência dos resultados da Psicologia Econômica na construção de tarefas, ou qualquer outra influência na construção do trabalho; a utilização da educação matemática crítica como referencial é predominante; a construção da cidadania como justificativa central para o ensino de matemática financeira ou a educação financeira proposta e analisada. Contribuiu ainda para ampliar e complementar nossa visão sobre os aspectos teóricos da EF e EFE, principalmente quando olhamos para os trabalhos de Saito (2007; 2008); Rolim e Motta (2014) e Silva & Powell (2013).

4.3 UM PANORAMA DA LITERATURA INTERNACIONAL SOBRE A ABORDAGEM DE SEF NA ESCOLA.

Em relação à bibliografia internacional, não identificamos artigos cujo foco estivesse na abordagem de Situações Financeiras no Ensino Médio com olhar para a produção dos alunos a partir de tarefas que envolvessem ou não a tomada de decisão.

Em nossa busca, identificamos que muitas ações para promover educação financeira na Escola Básica (Middle and High School) nos Estados Unidos, por exemplo, partem do Governo, e são financiadas por Instituições Financeiras, Acadêmicas e Fundações, construídas a partir das concepções de Órgãos econômicos, através de variados programas e estratégias de promoção de educação e literacia financeira. Para cada programa, há um site que dá acesso a uma grande variedade de atividades, jogos, vídeos, simuladores, pensados para diferentes faixas etárias, tais como para jovens secundaristas, universitários, adultos e idosos.

Dentre eles, pesquisamos o *National Endowment for Financial Education/NEFE*, iniciado em 1984; o *Office of Financial Education*, um programa voltado para toda a população americana, criado em 2002; O documento *Taking Ownership of the Future: The National Strategy for Financial Literacy*, em particular a parte voltada para os jovens estudantes do High School, mas em nenhum deles, como dissemos, apresentou elementos diretamente relacionados à nossa pesquisa.

Identificamos também três propostas Curriculares para o High School, quais sejam: o *Jump\$tart Coalition for Personal Financial Literacy*, *High School Financial Planning Program* e *Money Math: Lessons for Life*. Este último foi analisado mais detalhadamente, e de forma bem crítica, pois apesar de conter elementos matemáticos interessantes, e associados aos princípios do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), não os articula com outros saberes, nem traz outras questões para a discussão, tais como sociais, ambientais, comportamentais, o que pode contribuir para que o professor não aborde tais aspectos com seus alunos.

Esse material, entretanto, foi um dos poucos encontrados que trata diretamente da abordagem de situações financeiras e o processo de tomada de decisão. A figura abaixo ilustra os tópicos do material desse programa que trata dessa temática, relacionando-os aos parâmetros do National Standards in K-12.

Quadro 4.4 – Estrutura do material do *Money Math: Lessons for Life*

Financial Responsibility and Decision Making		Lessons			
Overall Competency Apply reliable information and systematic decision-making to personal financial decisions.		1	2	3	4
Standard 1	Expectations – 4th Grade				
Take responsibility for personal financial decisions	• List examples of financial decisions and their possible consequences.	1	2	3	4
	• Identify ways to be a financially responsible youth	1	2		4
	Expectations – 8th Grade				
	• Identify ways to be a financially responsible young adult.	1	2	3	4
	• Give examples of the benefits of financial responsibility and the costs of financial irresponsibility.	1	2	3	4
Standard 2	Expectations – 4th Grade				
Find and evaluate financial information from a variety of source	• Give examples of situations in which financial information would lead to better decisions.	1	2	3	4
	• Identify sources of financial information.	1	2	3	4
Standard 4	Expectations – 4th Grade				
Make financial decisions by systematically considering alternatives and consequences	• Explain how limited personal financial resources affect the choices people make.	1	2	3	4
	• Rank personal wants/needs in order of importance.	1	2	3	4
	• Set measurable short-term financial goals.		2	3	4
	• Outline the steps in systematically evaluating alternatives and making a decision.	1	2	3	4
	Expectations – 8th Grade				
	• Prioritize personal financial goals.		2	3	4
	• Evaluate the results of a financial decision.	1	2		4
	• Apply systematic decision making to a medium-term goal.	1	2	3	4
Standard 5	Expectations – 8th Grade				
Develop communication strategies for discussing financial issues	• Explain how discussing important financial matters with household members can help reduce conflict.		2		4

Fonte: Suite & McCorkle (2008, p. vi)

Apesar do material dessa proposta ter como objetivo principal mostrar como a matemática pode ser usada para ajudar na análise e tomada de decisão em situações financeiras, contribuindo para a literacia financeira de jovens estudantes da educação básica, ele difere do objetivo principal dessa pesquisa. E nessa direção identificamos que, apesar de em alguns momentos termos uma tentativa de convidar o estudante a refletir sobre suas decisões e de como pode usar conceitos matemáticos para isso, o material não estimula a construção dos estudantes e suas opiniões em relação a essa construção matemática e outros aspectos que influenciam ou poderiam influenciar nas decisões, nem encontramos uma análise dessa construção, ou os possíveis caminhos que podem acontecer nesse trajeto.

De toda a literatura acima mencionada, não encontramos qualquer texto que se voltasse para uma análise dos processos dos estudantes, suas construções matemáticas e

suas articulações com outros aspectos na análise de situações financeiras, a partir de seus discursos, envolvendo ou não a tomada de decisão.

Apesar da literatura internacional ser repleta de livros, projetos e cursos para a educação financeira com crianças e jovens, não encontramos artigos e materiais que trazem uma discussão e análise do que os estudantes produzem a partir de suas propostas. É nessa direção que ressaltamos a lacuna por nós encontrada. Nessa busca, vale dizer que identificamos alguns artigos envolvendo Financial Literacy e Financial Educacional, com variadas formulações para Literacia Financeira e Educação Financeira, que fundamentam os estudos de diferentes pesquisadores e as propostas de diferentes organizações, conforme Twight (2008); Lee (2005); Hung et al. (2009), Hilger, Hogart e Berveley (2003), Moore (2005), Lusardi et al (2010), Lusardi e Tufano (2008).

Essa literatura contribuiu para o nosso trabalho na medida em que nos apresentou algumas pesquisas realizadas com jovens americanos sobre evidências das implicações da literacia financeira no comportamento financeiro dos jovens, sendo a maioria delas envolvendo jovens com idade entre 20 e 30 anos. Algumas dessas pesquisas tratavam, ainda que fora do ambiente escolar do ensino médio, a tomada de decisão em situações financeiras.

Lusardi et al (2010), por exemplo, apresentam alguns desses resultados. Segundo os autores:

Pesquisas anteriores descobriram que a literacia financeira pode ter implicações importantes para o comportamento financeiro. Pessoas com baixa literacia financeira são mais propensas a ter problemas com a dívida (Lusardi e Tufano 2009), menos susceptíveis de participar no mercado de ações (van Rooij, Lusardi, e Alessie 2007), menos propensas a acumular e gerir a riqueza efetivamente (Stango e Zinman 2007; Hilgert, Hogarth, e Beverly 2003), e menos propensas a planejar a aposentadoria (Lusardi e Mitchell 2006, 2007a, 2009). Literacia financeira é um componente importante do processo de decisão financeira sólida, e muitos jovens querem ter mais conhecimento financeiro. Em uma pesquisa de 2009 sobre o uso do cartão de crédito entre estudantes de graduação, 84% dos estudantes disseram que precisavam de mais educação sobre temas de gestão financeira, 64% teria gostado de receber informações sobre tópicos de gestão financeira no ensino médio, e 40% teria gostado de receber informações como calouros da faculdade (Sallie Mae 2009). (LUSARDI et al, 2010, p.5. Tradução nossa)³⁷

³⁷ Previous research has found that financial literacy can have important implications for financial behavior. People with low financial literacy are more likely to have problems with debt (Lusardi and Tufano 2009), less likely to participate in the stock market (van Rooij, Lusardi, and Alessie 2007), less likely to choose mutual funds with lower fees (Hastings and Tejada-Ashton 2008), less likely to accumulate wealth and manage wealth effectively (Stango and Zinman 2007; Hilgert, Hogarth, and Beverly 2003), and less likely to plan for retirement (Lusardi and Mitchell 2006, 2007a, 2009). Financial literacy is an important component of sound financial decision-making, and many young people wish they had more financial knowledge. In a 2009 survey on credit card use among undergraduate students, 84% of students said they needed more education on financial management topics, 64% would have liked to receive

Desse quadro, os autores concluem que:

Compreender a literacia financeira entre os jovens é, portanto, de fundamental importância para os formuladores de políticas em várias áreas; ele pode ajudar aqueles que desejam desenvolver programas de educação financeira eficazes orientadas para os jovens, bem como aqueles que escrevem a legislação para proteger os consumidores mais jovens. (idem, p.5 – Tradução nossa)³⁸

A partir dessa revisão da literatura constatamos que os objetivos de nossa pesquisa podem contribuir para a pesquisa envolvendo a abordagem de situações financeiras na Escola, de forma autoral e com leituras que não conseguimos identificar em outros trabalhos.

information about financial management topics in high school, and 40% would have liked to receive such information as college freshmen (Sallie Mae 2009)

³⁸ Understanding financial literacy among young people is thus of critical importance for policymakers in several areas; it can aid those who wish to devise effective financial education programs targeted at young people as well as those writing legislation to protect younger consumers

5. TOMADA DE DECISÃO: MAPEANDO AS PRINCIPAIS ESCOLAS DE PENSAMENTO

A vida é a soma de todas as suas escolhas. Se extrapolarmos, a história é a soma de todas as escolhas da humanidade.
Albert Camus.

A tomada de decisão é uma competência chave para as pessoas em todo o mundo, uma vez que os seres humanos tomam decisões o tempo todo, tendo ou não consciência. Tal importância talvez explique porque o o tópico da tomada de decisão seja compartilhado por tantas e diferentes áreas, dentre elas a matemática, estatística, economia, ciência política, sociologia e psicologia, conforme aponta Kahneman (2012,p.541).

Herbet Simom, um dos mais conceituados pesquisadores em tomada de decisão e comportamento humano do século XX, considerava já em 1987, que:

Atualmente, um dos importantes objetivos da pesquisa científica básica é entender como a mente humana, com ou sem a utilização do computador, soluciona problemas e toma decisões. A psicologia, a economia, a estatística, a matemática, a pesquisa operacional, a ciência política, a ciência administrativa, a inteligência artificial e a ciência cognitiva tiveram importantes ganhos em pesquisa, principalmente nesse último século, por buscar compreender como o ser humano resolve problemas e toma decisões (SIMON, 1987, p.11)

Olhando na direção de nossa pesquisa, temos que esse processo de escolha tem um objetivo educacional central em quase todos os conceitos de educação econômica e financeira, e tem sido considerada importante, em nível mundial, para uma orientação efetiva das pessoas sobre suas ações envolvendo o dinheiro, em especial na preparação dos alunos já na fase escolar, conforme apontam Loerwald & Stemmann (2016).

Assim, considerando que a tomada de decisão, em especial a voltadas para SEF, é importante pelos diversos motivos já apresentados, apresentamos neste capítulo um mapeamento das principais escolas de pensamento, e suas influências na concepção de nossa pesquisa, tanto no design das tarefas como, e principalmente, na ampliação da visão sobre os processos de tomada de decisão.

Podemos começar dizendo que a racionalidade parece estar, historicamente, no cerne desse processo de tomada de decisão quando o objetivo é tomar decisões de maneira informada e consistente. Racionalidade neste contexto significa a capacidade

de selecionar o melhor das alternativas disponíveis, a partir de um ponto de vista individual (Kirchgässner, 2008). De uma forma mais geral, o homem está sempre buscando novas ferramentas e novos modos de pensar para ajudá-lo a decidir. Da interpretação das vísceras de animais, à inteligência artificial, o caminho percorrido é longo e inusitado conforme comentam Buchanan & O'Connell (2006, p.20).

Nesse percurso, a estratégia decisória apresentou um forte crescimento no século XX, tanto em velocidade quanto em volume, principalmente a partir da Segunda Guerra Mundial. Ainda que uma boa decisão não garanta um bom resultado, pensar nas decisões a tomar geralmente compensa o tempo e o esforço gastos nisso. Temos muitos exemplos de como a construção e uso de ideias matemáticas envolvendo probabilidade, teoria dos jogos e programação linear, por exemplo, produziram resultados extraordinários e decisivos para o fim da segunda grande guerra, além de trazer inovações de um lado e, infelizmente, capacidade de destruição em massa, por exemplo, do outro.

Entretanto, apesar dos muitos resultados produzidos que podem ser considerados positivos, a história do desenvolvimento da estratégia decisória não é a de puro progresso, e nem se encaminha para o uso ilimitado e irrestrito de modelos matemáticos baseados na lógica, computação e matemática, como que numa caminhada a um perfeito racionalismo.

De fato, o enfoque teórico da racionalidade nem sempre se aplica a situações concretas da vida, pois a complexidade situacional de uma decisão baseada na incerteza, conforme apontam Kaneman & Tiversky (1978) ou informação incompleta, como por exemplo em Simon (1951), torna impossível que se tome uma decisão totalmente racional ou sempre baseada na racionalidade. Ou seja, tomar decisões informadas e consistentes, baseadas portanto na racionalidade como antes comentado, nem sempre é possível. Sobre isso, Buchanan & O'Connell comentam:

A crescente sofisticação da gestão do risco, a compreensão das variações do comportamento humano e o avanço tecnológico que respalda e simula processos cognitivos melhoraram, em muitas situações, a tomada de decisão. Apesar disso, a história da estratégia decisória não é a de puro progresso rumo a um perfeito racionalismo. Ao longo do tempo, tivemos inevitavelmente de aceitar limitações – tanto contextuais como psicológicas – à nossa capacidade de tomar a decisão ideal. Segundo *Simon*, circunstâncias complexas, tempo restrito, e poder mental de computação inadequado reduzem o tomador de decisão a um estado de “racionalidade limitada”. Embora *Simon* sugira que o homem tomaria decisões economicamente

racionais se pudesse reunir informações suficientes, *Daniel Kahneman e Amos Tversky* identificam fatores capazes de levar alguém a decisões contrárias a seu próprio interesse econômico mesmo quando ciente disso. *Antonio Damásio* recorre ao estudo de indivíduos com lesões cerebrais para demonstrar que na ausência de emoção é impossível tomar qualquer decisão. Formulação errada de questões, conhecimento limitado, excesso de otimismo: a derrocada do homem racional de *Descartes* ameaça a confiança em nossas escolhas. (BUCHANAM & O'CONNELL, 2006, p.21 – grifo nosso)

Assim, observamos que novos atores e novas ideias dessas diferentes áreas entraram em cena no século XX para tentar entender o processo de tomada de decisão humana diante de situações de consumo, alocação de recursos, renda, financiamentos, investimentos, seguros, dentre outras situações decisórias com ou sem incerteza e risco, ora tentando prescrever o que deveria ser feito para se atingir o máximo possível, ora descrevendo e classificando como as pessoas realmente tomam decisões, num movimento que percorre regiões, que em alguns aspectos, não são mutuamente excludentes, conforme veremos nas próximas seções.

Neste capítulo apresentaremos um panorama sobre as principais escolas de pensamento que tratam do tema tomada de decisão, com foco nas perspectivas da Economia Tradicional e da Psicologia Econômica. Escolhemos essas duas linhas por representarem os dois principais movimentos sobre tomada de decisão do século XX. Além disso, essas duas linhas de pensamento perpassam toda a nossa pesquisa, cuja influência pode ser percebida do título até as considerações finais, passando pela pergunta de pesquisa, o design das tarefas e o nosso olhar para os discursos e estratégias dos estudantes.

Antes de passarmos para uma análise detalhada das diferentes perspectivas sobre o processo de tomada de decisão, faremos uma breve comparação entre a abordagem dos Psicólogos e a dos Economistas tradicionais, mostrando sinteticamente, as conexões e contrapontos entre elas, de modo a antecipar a importância e o papel delas em nossa pesquisa.

Podemos então começar essa comparação dizendo que a diferença central entre elas se refere à compreensão do papel da racionalidade humana na tomada de decisão. Do ponto de vista da Economia Tradicional e das Finanças – ambas com enfoque prescritivo – a racionalidade humana é colocada como carro chefe da tomada de decisão, considerada extremamente eficiente, praticamente ilimitada e que sempre busca a decisão ótima, maximizando sua utilidade. Em síntese: sempre estamos no comando.

Para a outra escola de pensamento, da Economia Comportamental – com enfoque descritivo – a racionalidade humana não apenas é vista como limitada, mas também coexistente com determinados desvios e estratégias rápidas que são características do comportamento humano, que o levam a tomar decisões que não são consistentes e de certo modo, não são ótimas. Ou seja, nem sempre estamos no comando.

Na Economia Clássica, por exemplo, o agente da teoria econômica é racional, egoísta e seus gostos não mudam (KANEMAN, 2012, p. 335). Na teoria da utilidade, uma das principais bases da economia clássica, as pessoas tomam decisões racionais para maximizar sua riqueza frente ao risco e à incerteza. Por se tratar de dinheiro, parece que a razão e a lógica deveriam superar a emoção e os vieses psicológicos. Essas ideias deram origem às teorias de arbitragem, de portfólio, de precificação de ativos e opções conforme podemos ver em Nofsinger (2011, p.120).

Para os psicólogos, é evidente que as pessoas não são nem completamente racionais, nem completamente egoístas e que seus gostos podem ser tudo, menos estáveis (KAHNEMAN, 2012, p.335). Segundo Kahneman, os humanos têm uma visão de mundo limitada pela informação que está disponível a um dado momento e, desse modo, não podem ser tão consistentes e lógicos quanto ao Homem (ECONS) definido pela economia. São às vezes generosos, e com frequência estão dispostos a contribuir para o grupo ao qual estão ligados. E normalmente fazem pouca ideia sobre do que irão gostar no próximo ano ou até mesmo amanhã.

Sobre as diferenças entre essas duas filosofias de pensamento, e seus enfoques prescritivos e normativos, Herbert Simon³⁹ considera que:

O que principalmente distingue a investigação empírica sobre a tomada de decisão e resolução de problemas das abordagens prescritivas derivadas da teoria SEU (*Utilidade Subjetiva Esperada*) é a atenção que dá aos limites sobre a racionalidade humana. Esses limites são impostos pela complexidade do mundo em que vivemos, a incompletude e inadequação do conhecimento humano, as inconsistências de preferência individual e de crença, os conflitos de valor entre as pessoas e grupos de pessoas, e à insuficiência dos cálculos que pudermos realizar, mesmo com o auxílio dos computadores mais poderosos. O mundo real de decisões humanas

³⁹ What chiefly distinguishes the empirical research on decision making and problem solving from the prescriptive approaches derived from SEU theory is the attention that the former gives to the limits on human rationality. These limits are imposed by the complexity of the world in which we live, the incompleteness and inadequacy of human knowledge, the inconsistencies of individual preference and belief, the conflicts of value among people and groups of people, and the inadequacy of the computations we can carry out, even with the aid of the most powerful computers. The real world of human decisions is not a world of ideal gases, frictionless planes, or vacuums. To bring it within the scope of human thinking powers, we must simplify our problem formulations drastically, even leaving out.

não é um mundo de gases ideais, planos sem atrito, ou vácuos. Para trazê-lo no âmbito dos poderes humanos de pensamento, devemos simplificar nossas formulações de problemas drasticamente, mesmo deixando de fora tanto ou mais do que é potencialmente relevante. (SIMON, 1987, p.13 – tradução e grifo nossos)

Ainda sobre as características da análise prescritiva, Simon comenta que:

[...] central para o corpo de conhecimento prescritivo sobre a tomada de decisões tem sido a teoria da utilidade subjetiva esperada (SEU), um modelo matemático sofisticado de escolha que está na base da maioria das economias contemporâneas, estatísticas teóricas e pesquisa operacional. A Teoria SEU define as condições de perfeita racionalidade de maximização de utilidade em um mundo de certezas ou em um mundo no qual as distribuições de probabilidades de todas as variáveis relevantes podem ser fornecidas pelos tomadores de decisão. (Em espírito, pode ser comparado com uma teoria dos gases ideais ou dos órgãos de atrito de deslizamento planos inclinados para baixo em um vácuo). Essa teoria lida apenas com a tomada de decisão; não tem nada a dizer sobre a forma de enquadrar problemas, definir metas, ou desenvolver novas alternativas. (SIMON, 1987, p.12)

Para Daniel Kahneman, as diferenças centrais entre o modelo prescritivo e o descritivo estão na forma de olhar para as pessoas. Segundo esse autor:

A análise normativa diz respeito à natureza da racionalidade e da lógica da tomada de decisão. A análise descritiva, por outro lado, diz respeito às crenças e preferências das pessoas tal como elas são, não como devem ser. A tensão entre considerações normativas e descritivas caracteriza grande parte do estudo de julgamento e escolha. (KAHNEMAN, 2012, p.541)

É importante destacar que os trabalhos de Kahneman e Tversky não mostraram que as escolhas humanas são irracionais, mesmo que algumas vezes pareçam. A pesquisa desses autores mostrou que os Humanos não são bem descritos pelo modelo do agente racional.

Os agentes racionais supostamente tomam decisões importantes com cuidado, e usam toda a informação que lhes é fornecida. Um Econ vai ler e compreender as letras miúdas de um contrato antes de assiná-lo, mas os Humanos em geral não fazem isso. Um Econ tem racionalidade igual a coerência lógica, segundo a economia tradicional. Econs são racionais segundo essa perspectiva. Por outro lado, há evidências esmagadoras de que os Humanos não podem ser. (KAHNEMAN, 2012, p.514)

Econs sabem se proteger dos Bancos, e avaliam todos os contratos adequadamente, sem serem enganados. Humanos, são suscetíveis a não perceberem todas as armadilhas, dicas erradas de gerentes, e ofertas inescupulosas de produtos financeiros, oferecidas no Mercado financeiro.

Analisaremos mais adiante algumas diferenças entre Econs e Humanos, bem com as implicações ideológicas no campo político e econômico dessas duas linhas de pensamento. Finalmente, gostaríamos de responder a uma pergunta central que está relacionada a forma como concebemos essa tese, antes de passarmos para a próxima seção. A pergunta é:

De que maneira essas duas abordagens influenciaram a Tese? Apenas revisão da literatura? Como aporte teórico/metodológico?

Como vimos nos parágrafos anteriores dessa sessão, as duas teorias apresentam ideias diferentes sobre como as pessoas tomam decisões. Essas ideias influenciaram fortemente a forma como passamos a olhar o ensino de matemática financeira no Ensino Médio, dentro de uma perspectiva da educação financeira, e em especial, para as tomadas de decisão dos estudantes diante de situações financeiras. Identificamos, portanto, que as perspectivas dessas duas escolas de pensamento influenciaram o caminho escolhido para essa tese, em pelos menos três aspectos:

O primeiro se refere à combinação de alguns binômios, aparentemente mutuamente excludentes, mas que foram se mostrando extremamente interativos e muitas vezes coexistentes. Dentre eles, destacamos os binômios: racionalidade e irracionalidade; sistema I e sistema II⁴⁰; aspectos matemáticos e não matemáticos; economia tradicional e economia comportamental; teoria da utilidade e teoria da perspectiva, dentre outros. Tais binômios nos indicavam que era preciso olhar de forma integrada, pois era assim que as pessoas realmente faziam.

O segundo aspecto se refere à noção de valor. Compreender diferentes formas de ver a tomada de decisão, principalmente aquelas envolvendo situações financeiras para essa tese, foram nos ajudando a entender como as pessoas tomam decisões de variadas formas, estimando o valor de cada opção a partir de múltiplos, e por vezes não muito claros, interesses, fazendo escolhas que ora derivam de uma análise mais detalhada e laboriosa, ora são fruto da intuição, da emoção, do afeto, do ponto de referência, da presença e influência de elementos aparentemente irrelevantes para a decisão, dentre

⁴⁰ Abordaremos essas categorizações na próxima seção.

outros, conforme apontam os estudos de Kahneman (1979; 1981), Simon (1951), Thaler (1980), Ariely (2008), dentre outros.

O terceiro aspecto, talvez o mais importante, foi a aproximação entre experimento e realidade. A ideia de olhar para o processo de maneira integrada, buscando entender a interação dos aspectos matemáticos com aspectos comportamentais no processo de tomada de decisão dos estudantes, além de se alinhar às visões mais contemporâneas sobre a tomada de decisão, também ampliou nosso entendimento das produções e escolhas dos estudantes, nos aproximando daquilo que eles provavelmente fariam diante de situações reais que fossem semelhantes às apresentadas por meio das tarefas didáticas.

Ao mesmo tempo que estávamos interessados em suas construções matemáticas, buscávamos entender que outros aspectos eram levados em consideração na tomada de decisão, por meio de um olhar para a dinâmica do processo de produção de significados.

Dito isso, passaremos a apresentar, nas próximas seções deste capítulo 5, os principais resultados de cada uma dessas filosofias de pensamento. Também abordaremos de forma complementar e sintética, algumas visões do Marketing e da Neurociência, que apresentam conexões com os resultados das duas primeiras linhas, e conseqüentemente suas contribuições para análise dos aspectos não matemáticos levados em consideração pelos estudantes ou ainda presentes em seus discursos e estratégias.

5.1 ECONS: TOMADA DE DECISÃO SOB A PERSPECTIVA DA ECONOMIA TRADICIONAL

A ideia de que a racionalidade humana é uma arma poderosa para tomar decisões financeiras não é recente⁴¹, principalmente quando essa racionalidade está associada a usar ou construir ideias matemáticas para dar suporte às decisões. Poderíamos remontar aos egípcios, babilônios, gregos, dentre outros povos para mostrar exemplos do uso da matemática para tomar decisões.

O Renascimento, bem como as ideias do Mecanicismo que vieram a reboque do primeiro, foi um dos períodos mais impactantes no mundo ocidental sobre a percepção e utilização da matemática como meio para se ler o mundo e se construir novas ciências que ajudassem o homem a tomar decisões. No Século XVII, por exemplo, as ideias de Francis Bacon sobre a superioridade do raciocínio indutivo na investigação científica; a proposta de René Descartes de que a razão é superior à experiência na obtenção do conhecimento que desembocou com a criação de um poderoso arcabouço teórico para o método científico; além da poderosa noção de probabilidade para eventos aleatórios apresentada por Blaise Pascal e Pierre de Fermat, estão entre os principais resultados que ilustram a vontade humana de usar métodos quantitativos para ler o mundo e tomar decisão sobre situações que nele acontecem. (BUCHANAN & O'CONNELL, 2006, p.20)

Os resultados de Pascal e Fermat, buscando dar soluções para problemas⁴² que lhes eram apresentados e/ou criar estratégias para vencerem em jogos de azar, permitiu que pela primeira vez as pessoas tomassem decisões e previssem o futuro com ajuda dos números, tendo uma compreensão real do risco e da natureza da tomada de decisões, segundo Bernstein (1997, p.3)⁴³

⁴¹ Há tabelas em tabletas de argila, que datam do período de 2000 a 1600 a.C, encontrados na região da Mesopotâmia (hoje Iraque) e que estão distribuídos nas coleções de museus de Berlim, Yale e Louvre que contém problemas envolvendo juros compostos, conforme se pode ver em Eves (2004, pp.60,77). Em Roque (2012, p.44), temos que tabletas provenientes da região de Uruk, encontrados em 1930 e datados de 3.000 a.C, apresentavam registros que serviam para documentar atividades administrativas e exibiam um sistema complexo para controlar as riquezas, apresentando balanços de produtos e contas. Esses dois exemplos indicam que a Matemática nas Finanças data de mais de 5.000 anos, mostrando que há muito, o ser humano usa ideias e representações matemáticas para representar situações financeiras que inevitavelmente estavam associadas à tomada de decisão. Para maiores detalhes sobre ver *Archaic Bookkeeping: Early Writing and Techniques of Economic Administration in the Ancient Near East* (Contabilidade arcaica: escrita antiga e técnicas de administração econômica no antigo Oriente Próximo), conforme aponta Roque (2012, p. 44).

⁴² Um problema famoso cuja solução intrigou mentes matemáticas da época e que foi resolvido por Pascal e Fermat ficou conhecido como o *Problema dos pontos*. Nesse problema, duas pessoas A e B estão jogando um dado não viciado, e elas combinam em continuar até que uma delas vença seis rodadas. Suponha que o jogo acabou quando A venceu cinco e B três rodadas. Como deve ser dividido o prêmio total entre os dois jogadores?

⁴³ Para maiores detalhes sobre uma história sobre o risco ver o livro *Desafio aos Deuses*, de Peter Bernstein, 1997.

Em outro episódio sobre tomada de decisão, agora no século XVIII, temos Benjamim Franklin que em 1770 escreveu sobre o uso de “Álgebra Moral ou Prudencial” para comparar opções e fazer escolhas, conforme comenta Fox (2015, p.64).

Entretanto, a história do processo de tomada de decisão ganhou novos contornos no século XX, em especial a partir da Segunda Guerra mundial, em que muitas ideias matemáticas desenvolvidas por estatísticos, matemáticos, físicos e economistas, para resolver problemas extremamente complexos tais como o controle de qualidade na fabricação de armamentos; a logística de suprimentos para as tropas e apoio; guiar navios com mais segurança pelos oceanos; decifrar códigos alemães, dentre outros, se mostraram extremamente poderosas, contribuindo fortemente para a vitória dos aliados, e conseqüentemente, indicavam ser, na época, um promissor caminho para outras áreas.

Os trabalhos de John Von Neumann com a Teoria da Utilidade Esperada (TUE)⁴⁴ podem ser considerados um marco desse período pós guerra. Em sua forma mais básica a TUE é o que resulta da combinação de eventos imaginados e probabilidades, de modo que multiplicando a probabilidade de um resultado pelos ganhos que seriam obtidos, obtem-se um número, a utilidade esperada, que passa então a ser usada para tomar decisões. Quanto maior a utilidade esperada, melhor é ganho proporcionado por aquela decisão.

Quatro anos depois da TUE ser publicada, economistas começaram também a adotá-la não só como um modelo de comportamento racional, mas também como uma descrição de como as pessoas realmente tomam decisões. Milton e Savage utilizaram o modelo de Von Neumann considerando como premissa que os consumidores são racionais e que as preferências de risco permanecem constantes. Assim, a partir da TUE aplicada passaram a tentar descrever a maneira como as pessoas de carne e osso tomam decisões econômicas, usando como argumento que as pessoas de fato se comportam como se calculassem e comparassem a utilidade esperada e como se conhecessem as probabilidades de as coisas acontecerem (FOX, 2010, p.103).

Observamos que as concepções e ideias desenvolvidas nessa época impactaram profundamente a visão da tomada de decisão, uma vez que um modelo de comportamento passou a ser considerado o comportamento modelo/padrão/comum.

⁴⁴ John Von Neumann e Oskar Morgenstern escreveram o livro *Theory of games and economic behavior*, em 1944.

Assim, na TUE, as pessoas tomam decisões racionais para maximizar sua riqueza frente ao risco e à incerteza. Por se tratar de dinheiro, parece que a razão e a lógica deveriam superar a emoção e os vieses psicológicos. Essas ideias deram origem às teorias de arbitragem, de portfólio, de precificação de ativos e opções conforme podemos ver em Nofsinger (2011, p.120).

Essas premissas sobre o comportamento humano, apesar de demasiadamente otimistas ou não realistas como definidas pelos economistas mais antigos, dentre eles Veblen, foram defendidas por Savage e Friedman em muitos momentos, sendo o artigo *The Methodology of Positive Economics* (A metodologia da Economia Positiva) o ensaio que, juntamente com outros artigos da mesma época, marcaram uma ruptura definitiva com a corrente econômica anterior. Sobre isso eles comentam:

A pergunta relevante a ser feita sobre as “premissas” de uma teoria não é se elas são descritivamente “realistas”, pois nunca são mesmo, mas se são aproximações suficientemente boas para o propósito a que se dispõem. E essa pergunta só pode ser respondida observando se a teoria funciona, o que quer dizer: se ela gera previsões suficientemente exatas. (FRIEDMAN, 1953, p.15)

Na mesma década de 1950, Arrow e Debreu reconstruíram a teoria do equilíbrio econômico, que segundo Fox, não passava de uma prova matemática da mão invisível de Adam Smith, embora essa nova versão era muito mais consistente, do ponto de vista lógico, e mais sofisticada matematicamente do que suas antecessoras (op. cit, p. 106)

Influenciado por essa onda, Modigliani e Miller transformaram a área de finanças em administração, trazendo as ideias matemáticas para criar modelos matemáticos baseados em comportamentos racionais. Com isso reformularam o estudo das finanças à imagem da economia moderna, oferecendo uma maneira lógica e sistemática de estudarem problemas financeiros em um momento que modelos matemáticos e lógica estavam na moda, tornando aceitável o uso da lógica dedutiva para estudos de finanças, servindo de inspiração para o desenvolvimento dessa área até os dias atuais. (op.cit, p.108, 112)

Também a reboque dos efeitos dos modelos matemáticos na Segunda Guerra Mundial, e do sucesso dos resultados obtidos com a aplicação desses modelos no planejamento, análise e tomada de decisão nas situações militares – contribuindo inclusive para uma área emergente naquela época chamada de pesquisa de operações ou pesquisa operacional –, Harry Markowitz publicou, em 1952, um trabalho sobre seleção

ótima de carteiras, cuja finalidade foi apresentar uma forma de **equilibrar risco e retorno**. Essa nova conexão entre a Matemática da Guerra e a Matemática das Finanças pode ser vista, por exemplo, na comparação que Friedman fez na banca examinadora de Markowitz. Conforme comenta Justin Fox,

“Quanta energia você quer sacrificar a fim de ter uma maior probabilidade de acertar (o alvo)?”, lembra Friedman, que estava no comitê de dissertação de Markowitz. Isso é exatamente a mesma coisa: Quanto de retorno que você quer sacrificar a fim de aumentar a probabilidade de que você vai conseguir o que você planejou? O caráter lógico do problema era o mesmo. (FOX, 2009, p. 48 – tradução nossa)⁴⁵

A seleção de uma carteira ótima de ações é mais difícil do que descobrir quantos fragmentos você quer que sua bomba exploda. No exemplo descrito por Friedman, foi possível saber por meio de experimentos controlados apenas quantos pedaços as conchas eram propensas a quebrar. Entretanto, conforme comenta FOX, quase nunca é possível dizer com certeza o que o resultado final de uma escolha econômica será, ou ainda quais as probabilidades desses resultados acontecerem.

Assim, Economistas e Matemáticos não sabiam, de início, como incorporar esta incerteza em suas equações de equilíbrio e, diante dessa dificuldade em definir, estimar ou determinar probabilidades que medissem essa incerteza sobre a tomada de decisão das pessoas, eles simplesmente admitiram que os agentes fossem racionais e que teriam plena capacidade de avaliar todas as possibilidades e fazer as escolhas. Como Fox comenta, “este era um problema, uma vez que previsão perfeita não é apenas irrealista, mas logicamente impossível!” (FOX, 2009, p.48)

Esses dois trabalhos dão sustentação à Economia Clássica que viria a se desenvolver, em especial às ideias econômicas desenvolvidas na Escola de Chicago, oferecendo premissas que se tornaram praticamente axiomas: o agente da teoria econômica é racional e egoísta e seus gostos não mudam (KANEMAN, 2012, p. 335).

Finalizamos assim essa seção, salientando que selecionamos os principais aspectos que nos ajudaram em nossa pesquisa, ainda que muitos outros aspectos poderiam ser tratados aqui sobre os aspectos quantitativos na tomada de decisão racional, principalmente se enveredássemos pelas diferentes Escolas do pensamento

⁴⁵ How much power do you want to sacrifice in order to have a greater probability of hitting?” recalled Friedman, who was on Markowitz’s dissertation committee. “This is exactly the same thing: How much return do you want to sacrifice in order to increase the probability that you will get what you planned for? The logical character of the problem was the same.”

econômico, ou pelos recentes resultados sobre a tomada de decisão baseada em modelos matemáticos, como se pode ver, por exemplo, em Campani (2013).

5.2 HUMANOS:TOMADA DE DECISÃO SOB A PERSPECTIVA DA PSICOLOGIA ECONÔMICA

Conforme já antecipamos, a Psicologia tem estudado, principalmente nos últimos 50 anos a forma como as pessoas realmente se comportam em diversas situações de risco e incerteza, dentre elas situações envolvendo escolhas em situações financeiras.

O movimento realizado pelos economistas de adotar a Teoria da Utilidade Esperada de Von Neumann e Morgenstern não apenas com um modelo de comportamento racional, como também como uma descrição de como as pessoas realmente tomam decisões, fez da racionalidade uma peça fundamental nos modelos matemáticos baseados em probabilidades, e o mais impressionante, segundo Fox (2015), é que os Economistas “simplesmente acreditavam que, em mercados livres, o comportamento racional normalmente prevaleceria”(FOX, 2015, p.66).

A questão de saber se as pessoas realmente se comportavam daquela forma descrita por Von Neumann e Savage foi deixada para os Psicólogos. Assim, as abordagens comportamentais e psicológicas da economia emergem desse movimento de mapear o comportamento das pessoas diante da incerteza, a partir de estudos experimentais. A área da Psicologia Econômica é definida por Reynaud como sendo:

A Psicologia Econômica trata das questões subjetivas colocadas pela disposição das riquezas, utilizando os conceitos e métodos da Psicologia e da Economia, dos quais realiza a síntese e, se necessário, provoca a superação pela descoberta de noções e métodos originais. (REYNAUD, 1967, p.10)

Uma outra forma de definir Psicologia Econômica é considerá-la como “uma busca para compreender a experiência humana e o comportamento humano em contextos econômicos” (KIRCHLER e HOLZL, 2003, p.29 apud FERREIRA, 2008, p.43), fornecendo modelos econômicos descritivos, e não normativos, como faz a Economia. Ainda nessa direção, Ferreira comenta que:

A Psicologia Econômica nasce, portanto da necessidade, identificada por pensadores sociais, juristas, economistas e psicólogos, de acrescentar um enfoque mais abrangente à Economia, que não daria

conta de explicar suficiente a apropriadamente os fenômenos econômicos, sempre influenciados pela participação humana e, conseqüentemente, pelas limitações, bem como por movimentos, por vezes inesperados, que lhe são inerentes. Ao observar que o comportamento econômico de indivíduos e grupos divergia consideravelmente do que seria esperado, caso as premissas econômicas fossem tomadas como leis, pensadores sociais e economistas (no princípio) e, mais tarde, psicólogos passaram a expor seus questionamentos, e buscar dados empíricos que refutassem as alegações dos economistas tradicionais – aqueles que aceitam os preceitos da teoria neoclássica, que postula a racionalidade dos agentes econômicos. (FERREIRA, 2008, p.43)

Essa questão de não aceitar os pressupostos da racionalidade dos agentes econômicos – maximizadores de utilidade sempre buscando o maior retorno possível para seus esforços, mesmo que isso signifique comportamentos egoístas ou pouco solidários –, é central na mudança da visão sobre a tomada de decisão ocorrida na segunda metade do século XX, pois para os psicólogos ficava cada vez mais evidente que as pessoas “... não são nem completamente racionais, nem completamente egoístas e que seus gostos podem ser tudo, menos estáveis” (KAHNEMAN, 2012, p.335). Segundo Kahneman, os humanos têm uma visão de mundo limitada pela informação que está disponível a um dado momento e, desse modo, não podem ser tão consistentes e lógicos quanto ao Homem (ECONS) definido pela economia. São às vezes generosos, e com frequência estão dispostos a contribuir para o grupo ao qual estão ligados. E normalmente fazem pouca ideia sobre do que irão gostar no próximo ano ou até mesmo amanhã.

Para o Psicólogo H. Simon, que vamos tomar como ponto de partida⁴⁶ para as bases dessa área, a racionalidade é limitada por um conjunto de fatores, dentre eles circunstâncias complexas, tempo restrito, e poder mental de computação inadequado, conforme sua tese em 1949. Para ele, os tomadores de decisão raramente tinham tempo ou capacidade de processamento mental necessários para serem o agente racional, ou seja, seguir algum tipo de processo de otimização elaborado pelos analistas da decisão, e por isso, realizavam atalhos, regras gerais (chamadas **heurísticas**), que davam resultados satisfatórios e rápidos, em vez de continuar o buscando o melhor. Ou seja, enquanto os ECONS buscam ótimos globais, os Humanos gostam, e muito, dos “bons locais”.

⁴⁶ Segundo Ferreira (2008, p.47), George Katona é considerado o pai da Psicologia Econômica Moderna. Para nosso estudo, entretanto, partimos dos estudos de Simon como base, devido à ligação direta de seus estudos sobre informação incompleta com os estudos de Kahneman e Tversky, nossos principais referenciais.

Simon é considerado o grande precursor dessa área, criando as bases para que Kahneman e Tversky, na década de 70, seguidos por um grupo de economistas dissidentes e professores de finanças, questionassem as bases da Economia Tradicional do agente racional e dos mercados racionais, e começaram a construir experimentos que, uma vez realizados, mostravam um comportamento humano bem diferente daquele prescrito pela Economia Tradicional. Em síntese, os estudos de Kahneman e Tversky se mostraram bem distantes dos pressupostos de racionalidade usados como premissas fundamentais pela Economia. No final do século, segundo Fox (2010, p.16), eles já haviam derrubado a maior parte de suas bases de sustentação.

Um ponto de partida das pesquisas de Kahneman e Tversky ocorreu em 1969, quando começaram a realizar uma série de estudos com questionários e experimentos, incluindo entrevistas com pesquisadores em um congresso de psicologia matemática, cujos resultados já mostravam que as pessoas avaliavam probabilidades e tomavam decisões de forma sistematicamente diferentes daquelas consideradas pelos analistas de decisão, ou seja, presentes no modelo do agente racional. (Kahneman, 2012, p.12)

Esses pesquisadores explicaram a forma como as pessoas processam informações e tomam decisões, incluindo as heurísticas e vieses⁴⁷, a partir da ideia de que o cérebro humano opera por meio de dois sistemas. O sistema I de pensamento é automático, intuitivo, rápido e emocional. Ele se baseia em atalhos mentais, chamadas heurísticas, que geram respostas intuitivas aos problemas quando eles surgem. O segundo sistema, é lento, lógico e deliberado, conforme Kahneman (2012). O quadro abaixo sintetiza as principais características dos dois sistemas.

Tabela 5.1: Características dos dois Sistemas Cognitivos

Sistema 1 (Automático)	Sistema 2 (Reflexivo)
Não controlado	Controlado
Sem esforço	Laborioso
Associativo	Dedutivo
Rápido	Lento
Inconsciente	Autoconsciente
Busca atalhos	Segue normas

Fonte: Kanemann (2012) e Thaler & Sunstein (2008)

⁴⁷ A palavra viés será entendida aqui como tendenciosidade, desvio, propensão, parcialidade, conforme Kahneman (2012, p.10)

Cada um dos dois sistemas tem vantagens e desvantagens. Em muitos casos, o sistema I capta informações e chega a conclusões corretas quase sem esforço, utilizando a intuição e regras gerais. Por exemplo, se em um ambiente de crise econômica desperta na pessoa um temor pela sua demissão, isso pode ser utilizado para construir planos e ações para que a chance disso acontecer diminua, ou para se preparar caso isso seja inevitável. Outro exemplo, seria o de uma pessoa diante de uma oportunidade de investimento, em que sua resposta emocional de desejo e temor desencadeasse um alerta para que analise com mais cuidado os riscos envolvidos nesse investimento.

Por outro lado, há variadas situações em que esse sistema rápido falha, e quando isso acontece ele demanda ajuda do sistema II, ou ainda o ignora, gerando resultados muitas vezes inconsistentes, ou seja, que ignoram variáveis importantes do processo resultado em respostas contraditórias ou imprecisas. O sistema II nos ajuda a entender quando nossa intuição está errada ou quando emoções atrapalham nosso julgamento, conforme se pode ver, por exemplo, em Kahneman (2012) e Ferreira (2011).

Nesse ponto, entendemos ser importante dizer que as heurísticas, regras gerais que geram atalhos para a tomada de decisão, são em alguns casos muito eficazes. Em outros, elas podem levar a equívocos com consequências desastrosas. Conforme Kahneman comenta: “[...] um dos progressos mais importantes é o de que agora compreendemos (melhor) não só os prodígios como também as falhas do pensamento intuitivo” (2011 p. 19). Ele mesmo reconhece que ainda que as heurísticas explicam uma grande variedade de decisões e julgamentos, elas não dão conta de todos os casos, dentre eles os envolvendo as intuições precisas dos especialistas.

Apresentaremos a seguir uma lista parcial de algumas heurísticas que exemplificam formas de agir que não são bem descritas pelos modelos do agente racional, e que nos ajudaram na análise do comportamento dos alunos nos AEFE construídos.

A primeira delas é a heurística da disponibilidade. Segundo Kahneman (2012, p.15), ela é a confiança na facilidade em puxar da memória as informações, e em alguns casos, de avaliar o tamanho das categorias pela facilidade com que os exemplos vêm à mente. Assim, se podemos nos lembrar de alguma coisa com mais facilidade achamos que ela é mais provável. Assim, se observamos que as ações na bolsa de valores têm crescido nas últimas semanas, tendemos a fazer escolhas baseadas nessas informações disponíveis, o que pode levar a sérios problemas financeiros, por exemplo. Ou se observamos que os três últimos carros acidentados que vimos na estrada foram de uma

determinada marca, e passamos os últimos dez anos não comprando carro daquela marca, ainda sem perceber ou entender porque não gostamos da marca.

Em relação a nossa pesquisa, as ideias dessa dupla de que as pessoas tendem a estimar a importância relativa das questões pela facilidade com que são puxadas pela memória, está diretamente relacionada à forma com os jovens geralmente se comportam. Conectados às redes sociais, suas atitudes tendem a ser influenciadas pela ampla cobertura da mídia, que pode assim, pela frequência de aparecimento de determinada informação (ou interpretação dela – o que é mais ainda perigoso), influenciar fortemente a forma como os jovens compram, vendem e de uma forma geral, consomem.

Outra heurística é a da contabilidade mental, que pode ser entendida como o processo de dividir o dinheiro atual e futuro em diferentes categorias com a finalidade de monitorar os gastos (Thaler, 1985).

Assim, algumas pessoas tendem a pegar um empréstimo a 12% ao ano, para comprar um carro, mesmo tendo a quantia na poupança rendendo a 6% ao ano. Ele poderia pagar as prestações com juros de 12% ao ano para si, mas em alguns casos prefere pagar para a instituição financeira, uma vez que a poupança foi destinada para o aniversário do filho que acontecerá daqui a 3 anos, ou para dar a entrada na compra de uma casa própria, ou na viagem especial de aniversário de casamento.

Outro exemplo da contribuição dessa área é o papel das emoções na tomada de decisão. Uma das heurísticas relacionadas a esse papel é heurística do afeto. Os psicólogos e economistas que analisaram o papel da emoção na tomada de decisões constataram que sentimentos e emoções totalmente desvinculados⁴⁸ do assunto podem afetar as decisões. Segundo Nofsinger (2011, p.120), as emoções interagem com o processo cognitivo de avaliação e acabam levando a uma decisão. Às vezes, as reações emocionais divergem da razão e da lógica para dominar o processo de tomada de decisão. Os estudos têm mostrado que quanto mais complexa e incerta a situação, mais as emoções influenciam a decisão.

A teoria mais importante desses estudiosos, chamada teoria da perspectiva, foi modelada proximamente à teoria da utilidade, mas difere dela por ser descritiva e

⁴⁸Desvinculado aqui significa que o estado emocional não foi motivado por um dado assunto, mas pode influenciar uma decisão financeira referente ao assunto. Por exemplo, estar de bom humor porque o time ganhou, ou porque foi elogiado pelo chefe, pode influenciar a compra um carro que será feita logo em seguida.

objetivar documentar e explicar violações sistemáticas dos axiomas da racionalidade em escolhas entre opções de risco, conforme comenta Kahneman (2012, p.337).

Assim, nessa perspectiva, conforme Kahneman e Tversky (1983), as pessoas são avessas ao risco no domínio dos ganhos e atraído pelo risco no domínio das perdas. Além disso, que as pessoas tendem a considerar uma perda de X reais mais aversiva do que um ganho de X reais é atraente. Isso explica muitas situações, dentre elas aquelas em que investidores compram ações que são consideradas caras (na alta) e vendem após sucessivas quedas (na baixa), quando investem na bolsa de valores.

Em síntese, os estudos de Kahneman e Tversky e de outros pesquisadores da área mapearam diferentes comportamentos humanos, chamados de heurísticas e vieses, que se mostraram bem distantes dos pressupostos de racionalidade usados como premissas fundamentais pela Economia.

Finalizamos esta seção dizendo que os estudos em finanças comportamentais não apresentam um modelo de atuação para investimentos ou plano de ação para tomar as melhores decisões. Os resultados dessa área, como dissemos anteriormente, não são prescritivos – apontando qual a melhor decisão para obter o melhor resultado financeiro, como o lucro de um investimento por exemplo – e sim descritivos, na medida em que tentam mostrar como as pessoas fazem de fato suas escolhas financeiras.

Os resultados dessa área sobre os quais nos basearemos mostram como as pessoas geralmente tomam algumas decisões financeiras, de forma sistemática, em direções diferentes, muitas vezes diferente das decisões ótimas obtidas de modelos matemático-financeiros.

Os estudos nessa área não apresentam somente um relato do que as pessoas fizeram. O poder dos resultados está, em grande parte, na identificação e categorização de alguns comportamentos que foram chamados de erros sistemáticos, na medida que as atitudes e escolhas das pessoas sistematicamente se desviariam dos resultados e escolhas que uma análise quantitativa, baseada em conceitos e modelos matemático-financeiros forneceriam. Ou seja, o comportamento humano sistematicamente se desvia da decisão ótima obtida pelos modelos quantitativos. E entender esses desvios, nessa tese, nos ajuda a fazer uma leitura e análise do comportamento dos sujeitos da pesquisa a partir de seus discursos, bem como nos ajuda a trazer a reflexão sobre as vantagens e desvantagens desses desvios na concepção dos próprios alunos. Com isso os estudos escolhidos dessa área comportamental nos ajudaram a entender as decisões dos estudantes em algumas situações financeiras hipotéticas apresentadas em cada tarefa,

bem como a entender as explicações que deram para essas decisões, incluindo o que os motivaram a pensar daquela forma.

Assim, podemos dizer que os resultados dessa área são de outra natureza, na medida em que nos ajudam a entender alguns aspectos que influenciam as pessoas, e, portanto, levados em consideração por elas em suas escolhas, ainda que a decisão ótima, baseada na matemática e nos objetos financeiros envolvidos, incluindo variáveis, conceitos e equações, seja conhecida e aponte para outra (s) direção(ões).

Por outro lado, não estamos dizendo que as pessoas não fazem uso de modelos matemático-financeiros para tomar suas decisões, mas sim reforçando que podem não usá-los. Entendemos também que apesar dessa característica descritiva, a construção e utilização de tais modelos quantitativos não deixam de ser importantes para se tomar decisão. Olhar para como as pessoas tomam decisões é olhar para uma rede complexa de estratégias envolvendo aspectos matemáticos e não matemáticos, que é tecida de diferentes formas, influenciada pela cultura, poder aquisitivo, valores familiares, momento econômico, dentre outros que já abordamos anteriormente.

5.3 VISÕES CONTEMPORÂNEAS

5.3.1 MARKETING

Uma das áreas que estudam a tomada de decisão, principalmente aquela realizada pelo consumidor, é o Marketing. Nesta seção apresentaremos resultados dessa área para atender a dois objetivos principais, que são: (i) ampliar a visão sobre o processo de tomada de decisão em uma perspectiva voltada para o comportamento do consumidor, o que nos ajudou na análise dos significados produzidos pelos estudantes nas tarefas que envolviam situações de consumo, por exemplo; (ii) realizar uma discussão sobre motivação e valores, abordando questões que emergiram dos discursos dos estudantes em nossa pesquisa de campo tais como necessidades e desejos, valores culturais e níveis de importância que as pessoas dão aos bens materiais.

Sobre o **processo de tomada de decisão**, estudos realizados por estudiosos que pesquisam o comportamento do consumidor vêm mostrando que as formas como as pessoas avaliam e escolhem produtos e serviços, variam muito, dependendo de múltiplas dimensões, dentre elas, o grau de novidade, de quanto tempo e energia querem ou podem gastar, o risco envolvido na decisão, a importância e o custo do

produto, o número de opções, a fidelidade a uma marca por alguma experiência marcante, a origem do produto, a influência e/ou percepção do grupo familiar ou social no qual está inserido sobre o consumidor, conforme aponta Solomon (2011).

Segundo esse autor, muito embora algumas decisões sejam automáticas, tomadas a partir de julgamentos instantâneos com base em pouquíssimas informações, o processo de tomada de decisão realizado pelos consumidores pode ser visto como uma ação mais elaborada que começa com o reconhecimento de um problema ou a necessidade de um produto, o que desencadeia uma busca por informações sobre as opções de produtos, seguida de uma avaliação das alternativas encontradas para se chegar a uma decisão.

O quadro anterior mostra uma perspectiva racional do processo de tomada de decisão. Nessa visão as pessoas reúnem o máximo possível de informação sobre os produtos, integrando-as ao que já sabem, avaliando cuidadosamente os prós e contras, para enfim tomar a decisão. Segundo Solomon,

Essa perspectiva tradicional relaciona a abordagem da economia da informação como o processo de busca – ela supõe que coletamos apenas a quantidade de dados da qual necessitamos para tomar uma decisão inteligente. Formamos expectativas do valor das informações adicionais e continuamos a procurar até o ponto em que a recompensa por essa busca (o que os economistas chamam de utilidade) ultrapasse o custo. Esse pressuposto utilitário também implica que coletamos primeiro as unidades de informação mais valiosas. Absorvemos partes adicionais apenas se acharmos que coletando as informações que pudermos, contanto que o processo não seja oneroso nem demorado demais. (SOLOMON, 2011, p.333)

Apesar desse quadro descrever o comportamento do consumidor em alguns casos, ele não é um retrato fiel de várias decisões tomadas pelas pessoas quando compram, conforme apontam Olshavsky & Granbois (1989). Segundo Solomon (2011) o comportamento na compra em alguns casos não atendem a um propósito lógico, são realizados sem planejamento (a barra de chocolate enquanto esperamos para pagar as compras), são precipitados e realizados em sequência em que uma compra desencadeia e estimula uma sequência de outras compras, acontecem por impulso apenas porque parece legal, ou porque sentimos um cheiro ou sabor especial, ou ainda decorrem da busca por uma experiência, em que o produto é apenas um detalhe.

Em uma pesquisa recente, Novak & Hoffman (2009) apresentam evidências de que as pessoas têm diferentes processamentos cognitivos, isto é, algumas tendem a

possuir um sistema racional de cognição que processa as informações analiticamente e sequencialmente usando regras de lógica, enquanto outras se baseiam em um sistema experimental de cognição que processa as informações de forma mais holística e em paralelo.

Segundo Solomon, as pesquisas mais atuais têm indicado que os tomadores de decisão têm um repertório de estratégias, que são mobilizadas conforme a avaliação da necessidade que a situação demanda. Para ele, na medida que uma abordagem “[...] ponderada e racional é necessária, investimos energia mental nela. Senão, procuramos atalhos ou recorremos a respostas aprendidas que “automatizam as escolhas.” (SOLOMON, 2011, p.334).

A questão da quantidade de esforço que uma decisão demanda cada vez que se faz necessária tem sido usada por pesquisadores para entender o processo de decisão, em que pensam em termos de faixa contínua de decisões, ou seja de um *continuum*, tendo em uma das extremidades as decisões habituais e na outra as soluções ampliada do problema. Muitas soluções, segundo Solomon, recaem em algum ponto intermediário e são caracterizadas como solução limitada do problema.

Na solução ampliada, associada à perspectiva tradicional da tomada de decisão, o motivo é importante pois tem alto risco e envolvimento, com o consumidor buscando coletar o máximo possível de informações, seja de memória ou de fontes externas (como o Google), para avaliar cada alternativa, comparando diferentes atributos e possibilidades, para atender a um determinado conjunto de características desejadas.

Na solução limitada do problema, o consumidor considera baixo risco e envolvimento, faz pouca pesquisa, limita o tempo de compra, utiliza somente os critérios mais relevantes, e quando é o caso, é influenciado basicamente pela vitrine da loja.

Nessas duas tomadas de decisão, há algum tipo de busca de informações e deliberação. Já na tomada de decisão habitual, temos as escolhas com pouco ou nenhum esforço consciente. Segundo Alba & Hutchinson (2009) muitas decisões só são percebidas quando paramos e olhamos o que já compramos. Tais escolhas são praticamente automáticas, e realizadas com o mínimo de esforço e controle consciente.

Assim, essas diferentes faixas reforçam que a tomada de decisão em SEF, incluindo as envolvendo as trocas intertemporais, podem acontecer influenciadas por diversos fatores, que influenciam tanto os aspectos racionais, dentre eles os lógicos e

matemáticos, como na profusão de aspectos não matemáticos acima elencados. Assim, tais estudos reforçam e inspiram a abordagem multidisciplinar que utilizamos neste trabalho, bem como nos auxiliaram na análise dos discursos dos alunos, quando falaram, por exemplo, no encontro 10 sobre suas soluções ampliadas sobre estratégias de poupança, ou ainda no encontro 8, sobre suas soluções habituais sobre a compra de determinados bens, como um tênis ou uma roupa.

Além dessas questões envolvendo a tomada de decisão, outros aspectos importantes dessa área do Marketing foram utilizados nessa tese, relacionados aos temas **motivação e valores**.

Segundo Solomon, a motivação refere-se aos processos que fazem as pessoas se comportarem do jeito que se comportam. Ela ocorre quando uma necessidade é despertada e o consumidor deseja satisfazê-la. Assim, “*os fatores pessoais e culturais combinam-se para formar um desejo, que é a manifestação de uma necessidade.*” Uma pessoa diante da fome – uma necessidade básica – pode satisfazer a essa necessidade se alimentando de diversas formas, influenciadas por sua cultura e individualmente determinada, ainda que uma decisão coletiva possa sugerir e impactar na decisão. (SOLOMON, 2011, p.154).

Entender as diferentes motivações dos consumidores têm sido objeto de diversos estudos. Nessa busca por entender as necessidades das pessoas e do que precisam, ou acham que precisam, surgiram classificações, sendo um delas baseada em quatro categorias, quais sejam: biogênicas, psicogênicas, utilitárias ou hedônicas. (SOLOMON, p.158)

As biogênicas se referem a certos elementos indispensáveis para a sustentação da vida, como por exemplo alimento, ar, água e abrigo. As psicogênicas são adquiridas por um processo cultural, ou seja, na medida que as pessoas se tornam membro de uma cultura. Tais necessidades “[...] *refletem as prioridades de uma cultura, e seu efeito sobre o comportamento varia de ambiente para ambiente.*” (idem, p.158).

Em algumas famílias, por exemplo, emprestar dinheiro a parentes deve ser feito sem custo adicional algum; em outras, é uma norma cultural que se paguem aos emprestadores pelo menos os juros que eles receberiam caso o dinheiro não fosse emprestado. Esses dois casos apareceram. Isso ocorreu no encontro 6 de nossa pesquisa. Em outro exemplo, apresentado por Solomon, temos que o consumidor americano pode usar parte do seu dinheiro para mostrar status e riqueza, enquanto que um consumidor japonês pode se esforçar para não se sobressair em seu grupo.

As necessidades *utilitárias*, de natureza objetiva, são manifestadas por um desejo de obter algum benefício funcional ou prático, em que as pessoas dão ênfase a atributos objetivos e tangíveis, como comprar uma moto para se deslocar mais rápido no trajeto de casa ao trabalho, a durabilidade de um jeans ou dos móveis básicos para o novo apartamento, a taxa de retorno de um investimento, a quantidade de calorias de uma refeição.

As necessidades hedônicas são subjetivas e próprias da experiência envolvendo respostas ou fantasias emocionais, tais como uma viagem de férias ou um show acústico, por exemplo. (ibdem, 2011, p.154)

É importante salientar que os consumidores podem ser motivados a comprar para atender a mais de um tipo de necessidade, ou ainda para atender a mais de um objetivo. Comprar uma camisa de determinada marca pode ser motivado pelo status que a camisa oferece e também porque a experiência mostrou que as camisas dessa mesma marca duram mais que as outras. Assim, a maneira como uma necessidade é satisfeita depende, portanto, da história única do indivíduo, de suas experiências de aprendizagem e de seu ambiente cultural.

Ainda sobre os tipos de necessidades, temos que um trabalho desenvolvido por Henry Murray, conforme aponto Solomon (2011) delineia um conjunto de 20 necessidades psicogênicas, que incluem dimensões como autonomia, defesa, diversão, dentre outras.

Um estudo de Shachter (1989) mostrou que a necessidade de associação, ou seja, estar na companhia de outras pessoas, estava relacionada ao consumo de serviços de lazer, bares e shoppings. Pessoas que frequentavam esses ambientes buscavam satisfazer suas necessidades de associação.

A necessidade de poder, de controlar o ambiente, foi identificada no estudo Fodor & Smith (1982), em consumidores que adquiriam carros potentes, relógios especiais e até hotéis luxuosos com atendimento personalizado.

Snyder & Howard (1980) apontaram que a necessidade de singularidade, isto é, de afirmar a identidade individual, procurava ser satisfeita com produtos em lojas que prometem a peça única, ou em determinada marca de perfume, por exemplo, que afirma ser “tão individual como você”. Essa necessidade para ser muito explorada no vestuário feminino, principalmente no que se refere à alta costura.

5.3.2 PESCARIA DE TOLOS – UMA VISÃO HÍBRIDA

Nas seções anteriores, apresentamos diversos pontos de vista com explicações variadas sobre o processo de tomada de decisão em situações econômicas e financeiras. Como as pessoas deveriam tomar decisões e como tomam de fato? Que fatores pensam que a estão influenciando e quais de fato a influenciaram? Como queriam agir e como de fato agiram? Esses binômios interrogativos apontam para duas dessas perspectivas que apresentamos, em especial quando apresentamos de um lado a visão da Economia tradicional com o seu modelo do agente racional, que maximiza a sua utilidade, olhando exclusivamente pra si mesmo e levando em consideração todos os fatores necessários à sua análise, e de outro lado a lente analítica da Economia Comportamental, em que as pessoas têm fraquezas, cometem erros sistemáticos de avaliação e julgamento, e possuem capacidade limitada de enxergar, avaliar e resolver problemas, sendo portanto tal capacidade não invariavelmente ótima como supõe a economia tradicional, mesmo quando nos casos de externalidades e má distribuição de renda.

Nesta última seção deste capítulo, mostraremos uma perspectiva diferente sobre a conexão (ou desconexão) entre a Economia Tradicional e Economia comportamental. Ao fazer isso, temos aqui um triplo objetivo. O primeiro é reforçar que a forma como as pessoas tomam decisões, o que inclui os estudantes investigados nessa pesquisa, envolve aspectos matemáticos e não matemáticos. O segundo motivo é ampliar o quadro teórico sobre o processo de tomada de decisão, apresentando mais uma visão – nesse caso bem híbrida, envolvendo as duas principais correntes que tratamos até agora nesse capítulo. E o último, mas não menos importante, é apresentar uma das contribuições mais atuais, publicadas no ano passado (2015) por George Arkelof e Robert Shiller, dois renomados pesquisadores e ambos premiados com o Nobel de Ciências Econômicas, sobre o papel dos mercados diante da forma não invariavelmente eficiente como as pessoas fazem suas escolhas, incluindo as de consumo, renda, investimento e poupança.

Esses dois autores, no livro *Phishing for Phools*⁴⁹, fazem uma análise dos mercados livres, principalmente aqueles com pouca ou quase nenhuma regulação, mostrando uma contradição fundamental no sistema desses mercados: os negócios que buscam lucro, estimulam eficiência, reduzem custos e geram inovação também são capazes de manipular e fraudar instituições e pessoas na busca desses lucros. Assim,

⁴⁹ Na edição em português, o livro é *Pescando Tolos: a Economia da Manipulação e Fraude*.

diversos atores desses mercados agem como que numa pescaria de tolos, ou seja, na busca por oportunidades de lucros - de preferência as melhores para eles – que levam as pessoas a fazerem coisas que são de interesse do pescador, mas não do interesse do alvo (tolo).

Mas uma pergunta natural surge: porque as pessoas conseguem ser enganadas? As respostas têm sido dadas pelos psicólogos, há mais de um século, “... com vozes variando de estilo e conteúdo, de Sigmound Freud a Daniel Kahneman”, e apontam que as pessoas frequentemente tomam decisões que não de seu melhor interesse. Assim, para Akerlof e Shiller, um tolo é “alguém que, por qualquer motivo, toma decisão que não é de seu melhor interesse, ou seja, que não faz o que realmente é bom para ela, e não escolhe o que realmente deseja”. Tais decisões ruins possibilitam que sejam pescadas como tolas, e como há muitos pescadores muito astutos e com uma grande variedade de iscas, “todos nós seremos pescados mais cedo ou mais tarde”, em uma ou mais situações, “... por mais cautelosos que tentemos ser. Ninguém está livre”. (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. x).

Essa definição de tolo é um contraponto em relação ao modelo do agente racional, da Teoria Econômica tradicional, no qual as pessoas sempre e invariavelmente tomam as melhores decisões para si (maximizam sua utilidade), são egoístas e conseguem analisar todas as informações importantes envolvendo a tomada de decisão. Para os economistas comportamentais, pessoas reais tomando decisões reais, agem em variadas situações e de diferentes modos que não são para seu benefício, mobilizados por exemplo pelas emoções, interpretações erradas daquilo que pensou que estava vendo ou comprando, ou ainda por informações (intencionalmente) falsas ou parcialmente adulteradas. Para Akerlof e Shiller há dois tipos de tolo: psicológico e informativo.

Os tolos psicológicos, por sua vez, podem ser classificados em duas categorias. Em um caso, as emoções de um tolo psicológico anulam as ordens de seu bom senso. No outro caso, as inclinações cognitivas, que são como ilusões óticas, levam-no a interpretar mal a realidade e ele age com base nessa má interpretação. [...] Os tolos da informação agem nas informações que são produzidas intencionalmente para enganá-los. (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. xi)

Assim, por causa das nossas fraquezas, muitas de nossas escolhas diferem do que “realmente queremos” ou dito de outro modo, do que é bom para nós. E por meio

dessas fraquezas somos pescados pelo mercado. Para Robert Cialdini, psicólogo social, há uma lista de tendências psicológicas que nos motivam a tomar decisões que muitas vezes nos levam a decisões ruins. Dito de outra forma, para Cialdini, somos pescados como tolos porque queremos: (i) retribuir presentes e favores; (ii) ser bons para as pessoas que gostamos; (iii) evitar desobedecer às autoridades; (iv) que nossas decisões sejam consistentes internamente; (v) somos aversos às perdas e (vi) temos a tendência de seguir os outros ao decidir como nos comportar (CIALDINI, 2007).ç

Na perspectiva de Arkolef e Shiller podemos exemplificar pessoas pensando que estão fazendo o melhor quando na verdade não estão, quando vemos em alguns casos as emoções influenciando e produzindo altos gastos (que não podem pagar) com aniversários, casamentos, nascimentos, formaturas, ou, até mesmo funerais⁵⁰. São momentos em que o amor (ou outras motivações) vencem a nossa (até então) ímpolita e inabalável disciplina orçamentária. Nesses casos, os cuidados com os valores cobrados, com os itens adicionados sem desejarmos, com as taxas cobradas, e com as informações apresentadas são fortemente bombardeados pelas emoções e desejo de que aquele momento seja inesquecível ou de tudo que esperamos que ele represente. E para muitos o momento se torna quase que literalmente inesquecível, dado o tempo (muitos meses na lembrança) que muitos levam para pagar a conta.

Outro exemplo se refere a uma pílula mágica que os mercados criaram e oferecem diariamente aos seus clientes, fazendo-os comprar mais e, por vezes, pagar mais caro por isso. Como apresentado por esses autores, a mágica dessa pílula chamada cartão de crédito, que engolimos em nossas carteiras e que nos faz gastar mais, está baseada no pensamento (ingênuo e muitas vezes irreal) de que compramos apenas o que precisamos (ou queremos) e que não podemos ser influenciados por pequenas sugestões quando vamos pagar no cartão de crédito. Vamos a alguns exemplos de pesquisas que apontam para um comportamento mais gastador por aqueles que usam o cartão de crédito.

O psicólogo Richard Feinberg (1986, p.349) mostrou que as gorjetas deixadas por aqueles que usavam cartão de crédito eram 13% maiores do que por aqueles que pagavam com dinheiro. Em dois outros experimentos, usando grupo de controle, Feinberg (1986, p.352) comparou o preço que as pessoas pagariam por alguns produtos, com e sem sugestão da utilização do cartão de crédito. Os resultados mostraram que as

⁵⁰ Segundo dados apresentados pelos autores, um “casamento médio” nos EUA custa em torno de 28 mil dólares (dados de 2014), que é 51% do PIB per capita desse ano. Para maiores detalhes ver Akerlof & Shiller, 2016, p. 186.

pessoas dos grupos em que o cartão foi sugerido pagariam de 11% a 50% mais caro do que as pessoas do grupo sem sugestão pelos mesmos produtos.

Em Hirschman (1979, p.62), temos que pessoas usando cartão de crédito compravam mais do que aquelas que não usavam o cartão em uma loja de departamento do nordeste dos EUA.

Dois economistas, Drazen Prelec e Duncam Simester, realizaram um experimento com alunos de um MBA, envolvendo gastos reais, em que três prêmios seriam leiloados. Os alunos foram distribuídos aleatoriamente em dois grupos, um que pagaria com cartão e outro em dinheiro (havia um caixa eletrônico perto do lugar do pagamento). Os resultados mostraram que os preços que um grupo aceitava pagar, em média, foram 100%, 75% e 60% mais caros do que os pagos pelo outro grupo⁵¹.

Os experimentos de Feinberg, Hirschman, Prelec e Simester informam, dentre outras coisas, que para alguns, parece que os cartões de crédito são uma armadilha. E nessa pescaria de tolos, os custos são ainda mais altos para aqueles que superestimam sua capacidade de pagar. Conforme apontam Arkelof & Shiller (2016, p.69), em um estudo realizado nos EUA em 1996, 33% das pessoas que disseram que já tinham ido à falência atribuíram o mau uso do cartão crédito como a principal razão, percentual maior que os 21% que citaram a perda de emprego e dos 16% que citaram motivos de saúde.

O terceiro exemplo se refere à compra do carro⁵² por uma pessoa que, ao entrar na agência, por vezes já influenciada pelos comerciais extremamente sedutores, compra um modelo muito mais caro e diferente daquele que havia planejado, com opcionais com alta probabilidade de raramente serem utilizados (compra de um 4x4 por um morador que trafega somente na cidade e no asfalto), e que para isso, precisa estender o prazo de pagamento, e com isso pagar mais juros⁵³, comprometendo assim seu orçamento e gerando uma série de aborrecimentos e problemas financeiros durante vários meses seguidos à compra. Ou ainda quando há dois ou mais interessados em um carro, e o vendedor se aproveita disso para fazer um leilão. Nesse caso, o comprador,

⁵¹ Para maiores detalhes sobre a investigação de Prelec e Simester ver Always Leave Home without It: A further Investigation, Marketing Letters 12, nº1, 2001, p.8

⁵² Para maiores detalhes sobre armadilhas e truques dos vendedores envolvendo a compra de carros nas agências ver Arkelof e Shiller (2016, pp.61-62)

⁵³ Estamos considerando nesse exemplo que a TMA do comprador é menor que a taxa de juro do financiamento realizado. Ou ainda, que o orçamento, apesar de ter uma parcela “que cabe no bolso” é maior que a inicialmente planejada, gerando impossibilidade de utilização de sua TMA para que um alargamento de prazo pudesse lhe ser benéfico.

movido pela aversão à perda, vai pagar mais caro do que pagaria sem a presença dos outros interessados, pelo mesmo carro.

Um quarto exemplo de tomada de decisão ruim se refere à escolha do tipo de plano de pagamentos que as pessoas escolhem quando começam a frequentar academias de ginástica. Segundo dados apresentados pelos autores, em 2012 as academias nos EUA eram uma indústria de 22 bilhões de dólares com mais de 50 milhões de clientes (ARKELOF & SHILLER, 2016, p.3).

Nesse contexto, eles citam uma pesquisa, que reuniu dados de 7.500 clientes de academias na área de Boston nos anos 2000. Os dados mostraram que a maioria dos clientes escolhia pagar a academia mensalmente, a um custo fixo, em vez de pagar somente pelas vezes que frequentasse (por meio de um único pagamento mensal no cartão de crédito). Como o valor do plano mensal fixo era certamente menor que o cobrado pelo plano diário (fazendo o mesmo número de aulas mensais que o outro plano permitia), pago uma vez por mês por meio do cartão de crédito, uma análise rápida e desatenciosa nos leva naturalmente ao plano mais barato. Todavia, a pesquisa mostrou que 80% deles teriam pago menos se tivessem escolhido o plano por visita (diário), e que as perdas dessa escolha errada eram, em média, de 600 dólares por ano. Isso porque boa parte dos pesquisados superestimou suas frequências à academia. Com isso, seria possível fazer tudo aquilo que se fez pagando, em média, 600 dólares a menos. A decisão da maioria das pessoas, nesse caso, foi financeiramente ruim elas.

Esses exemplos, dentre muitos que poderíamos apresentar, reforçam a tese desses autores de que à medida que temos fraquezas psicológicas e informativas em saber o que realmente queremos, e também à medida que tais fraquezas podem ser geradas e satisfeitas visando o lucro, os mercados aproveitarão a oportunidade para nos enganar nessas fraquezas. Eles irão focar nisso e tirar vantagens de nós, levando-nos a comprar e a pagar demais, tanto por produtos simples do consumo diário tais como alimentação, higiene pessoal, academias, eletrodomésticos, dentre outros, bem como em bens e serviços mais dispendiosos como automóveis, viagens, festas, residências, comissões, seguros, etc, alguns dos quais, por vezes, nem precisamos em todos os seus detalhes. Eles nos pescarão como tolos, reforçam esses economistas.

Após apresentarmos as ideias básicas desses dois autores, duas perguntas naturais surgem: Os economistas, vendedores, empresários, gestores, dentre outros profissionais já não conhecem a pescaria de tolos? O que temos de diferente na

abordagem do Akerlof e Shiller que não foi expressa até então pelos psicólogos da Psicologia Cognitiva ou Econômica?

A resposta para a primeira pergunta é sim. Mas a diferença principal dessa abordagem, segundo eles, é situar os resultados da Psicologia Econômica sobre tomada de decisão no contexto das ideias de Adam Smith sobre o equilíbrio competitivo de livre mercado, ou seja, quanto à mão invisível⁵⁴ do mercado.

Para mostrar essa diferença, eles explicam inicialmente a ideia de equilíbrio de mercado usando o exemplo do caixa de supermercado:

Quando chegamos ao caixa no supermercado, geralmente levamos pelo menos um momento para decidir qual fila escolher. Essa decisão traz certa dificuldade, pois as filas têm – como um equilíbrio – quase o mesmo comprimento. Esse equilíbrio ocorre pelo motivo simples e natural de que as pessoas na fila estão escolhendo em sequência a menor fila. O princípio do equilíbrio que vemos nos caixas, aplica-se à economia de modo muito mais geral. Quando os empresários escolhem em qual linha de negócio entrar – assim como onde expandir, ou contrair, seu negócio existente –, eles escolhem as melhores oportunidades. Isso também cria um equilíbrio. Qualquer oportunidade para lucros incomuns é retirada rapidamente da mesa, levando a uma situação na qual tais oportunidades são difíceis de encontrar. O princípio também se aplica à pescaria de tolos. Isso significa que, se tivermos uma fraqueza ou outra – algum modo de sermos pescados como tolos para algum lucro incomum – no equilíbrio da pescaria, alguém irá tirar vantagem disso. (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. 2)

Assim, enquanto esse equilíbrio do livre mercado considera que as pessoas tomarão as melhores decisões (por exemplo, procurarão as menores filas), e portanto, após produzirão após algum tempo uma eficiência, exceto por dois fatores que podem produzir distorções nesse equilíbrio, para Akerlof e Shiller, as pessoas frequentemente não escolhem da melhor forma, devido às suas fraquezas, desvios, vieses e heurísticas em seus comportamentos, mas apesar disso, entendem que quando há mercados livres, não há apenas de liberdade para escolher; também há liberdade para pescar. Ou seja, concebem que o equilíbrio ocorre na perspectiva de Adam Smith, mas não porque as pessoas são eficientes do ponto de vista do que realmente querem, uma vez que em

⁵⁴ Em 1776, Adam Smith em sua obra *A riqueza das Nações* apresentou a expressão “mão invisível” do mercado. Tal expressão possui muitas interpretações, tanto de natureza econômica, filológica e até teológica, sendo a principal delas é a de metáfora que representa a ideia de regularidade de um fenômeno econômico em que nos mercados livres, a interação dos indivíduos buscando seus próprios interesses poderiam ajudar outros indivíduos mesmo sem intenção alguma. Ou seja, como se por uma “mão invisível” cada pessoa que busca seu próprio interesse também promove o bem geral (Akerlof e Shiller, 2016, p.5). Para maiores detalhes sobre múltiplas noções de mão invisível na obra de Smith ver Ahmad (1990), *Adam Smith's four invisible hands*. In: *History of Political Economy*, v.22, n.10, pp. 137 – 144.

muitos casos não sabem o que realmente querem, mas sim do ponto de vista híbrido considerando o que querem e o que acham que querem. Assim, para eles:

Ainda será verdade, segundo Adam Smith, que o equilíbrio seria eficiente. No entanto será um equilíbrio que é eficiente não em termos do que realmente queremos, mas um equilíbrio que é eficiente em termos dos nossos gostos [*produzidos pelas fraquezas*], e isso nos levará a vários problemas. A economia padrão ignorou essa diferença porque a maioria dos economistas achou que, em grande parte, as pessoas sabem o que querem. Isso significa que não há nada mais a ganhar com o exame das diferenças entre o que realmente queremos o que esses macacos em nossos ombros⁵⁵ estão dizendo para nós. Mas isso ignora o campo da Psicologia, que é, em grande parte, sobre o efeito desses macacos. [...] Assim, buscamos fazer um pequeno ajuste na economia comum, notando a diferença entre a eficiência em termos de nossos gostos reais e a eficiências entre os nossos gostos do macaco no ombro. Mas esse pequeno ajuste para a economia faz uma diferença enorme em nossas vidas. É um motivo maior pelo qual simplesmente deixar as pessoas serem livres para escolher – que Milton e Rose Friedman, por exemplo, consideram o *sine qua non* da boa política pública – leva a graves problemas econômicos (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. 6)

Ainda sobre essas diferenças apresentadas pelos autores, eles dizem que:

Aprendemos com a Economia que os mercados competitivos serão “eficientes”, uma vez que, sob suposições relativamente moderadas, tem sido mostrado que, no equilíbrio, o bem-estar de uma pessoa não pode ser melhorado sem um sacrifício de outra pessoa. Resumindo, a economia geralmente descreve os livres mercados competitivos funcionando bem – embora haja também a necessidade de uma intervenção para resolver os problemas extras das “externalidades” e da distribuição “injusta” de renda, como pode ser conseguido com uma intervenção mínima com impostos e subsídios apropriados. Mas temos uma visão diferente – e também mais geral – das pessoas e dos mercados. [...] Eles poderão funcionar muito bem (como os livros descrevem) se todas as suposições adequadas forem realmente alinhadas. Mas todo homem tem seu ponto fraco e, portanto, muitas vezes, não tem todas as informações ou tem dificuldade para saber o que realmente quer. Como um subproduto dessas fraquezas humanas, podemos ser enganados. [...] E, se as pessoas não forem perfeitas, esses mercados livres competitivos não estarão apenas em campo para nos oferecer o que queremos e precisamos. Eles também estarão em campo para pescar tolos. Eles serão pegos em um equilíbrio da pescaria. (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. 168)

⁵⁵ A metáfora “macacos nos ombros”, em alusão a pesquisas com macacos caíra sobre o desenvolvimento de seus gostos por preços e recompensas, realizadas por Keith Chen, Venkat Lakshminarayanan e Laurie Santos, é frequentemente usada pelos autores para representar decisões “disfuncionais”, ou seja, decisões que geram prejuízos que não queremos mas não sabíamos que teríamos decorrentes, portanto, de nossas fraquezas psicológicas e informativas em saber o que realmente queremos. E à medida que tais fraquezas podem ser geradas e satisfeitas visando o lucro, os mercados aproveitarão a oportunidade para nos enganar nessas fraquezas.

Tais diferenças não se limitam à forma de contextualizar os resultados de mais de 40 anos da Psicologia Econômica nas ideias de equilíbrio de mercado de Adam Smith, segundo os autores, pois essa visão ajuda a entender melhor a dinâmica das fraudes e trapaçadas do livre mercado, e conseqüentemente nas posições que temos em relação ao papel do Estado e suas intervenções, principalmente quando vemos, (com o Brasil sendo um excelente exemplo), que a Economia Moderna falha inerentemente ao combater o engano e a fraude. Sobre as conseqüências dessa perspectiva eles concluem que:

Acreditamos que é errado – como nos livros e no quadro mental padrão de quase todo economista – apenas representar o trabalho saudável (ou seja “eficiente”) dos mercados, com as patologias econômicas retratadas como sendo devido apenas às externalidades e à distribuição de renda. Acreditamos que a Economia é mais complicada – e também mais interessante – do que essa visão padrão. Essa divisão do pensamento (entre saudável e patológico), acreditamos ainda, não é apenas medíocre e errada, mas também traz grandes e graves conseqüências. [...] Acreditamos que os economistas (inclusive os de finanças) ignoram ou subestimam sistematicamente o papel da fraude e da trapaça no trabalho dos mercados. A “Patologia” é vista por muitos deles como devido a “externalidades”. Mas isso falha em ver que os mercados competitivos geram fraudes e trapaça por sua própria natureza, como resultado dos mesmos motivos de lucro que nos deram prosperidade. (AKERLOF & SHILLER, 2016, p. 169 – grifo nosso)

Das ideias de Arkelof e Shiller tiramos duas conclusões para a nossa pesquisa. A primeira é que o sistema econômico tem mais trapaçadas, enganos e fraudes do que podemos imaginar. É salutar pensar que todos precisam saber disso, para poderem navegar nesse sistema, se protegendo mantendo a dignidade e integridade. O mundo está cheio de casos de pescaria de tolos que afetam as nossas vidas: nossas atividades, nossos pensamentos, nossos objetivos e frustração de nossos objetivos.

A segunda conclusão é a de que as pessoas nem sempre sabem o que querem. E quando não sabem, os “macacos nos ombros” entram em ação. Assim, o equilíbrio não vem de pessoas que invariavelmente sabem o que querem, mas em parte de pessoas que escutam a voz do macaco. E com isso, os resultados da economia comportamental passam a ser vistos na perspectiva de Adam Smith.

Após uma análise sobre essa visão contemporânea de Arkelof e Shiler sobre a tomada de decisão, aproveitamos essa seção para tratar de duas questões associadas à

tomada de decisão que emergiram dos discursos dos estudantes e que estão relacionadas à pescaria de tolos: desigualdade econômica e distribuição de riqueza no Brasil.

Tais questões afetam a forma como as pessoas obtém, gastam, poupam, doam e investem o dinheiro, e isso inclui, em certa medida, os jovens estudantes de Ensino Médio. Nessa fase da vida, apesar de terem ingerência limitada na administração dos recursos que lhes estão disponíveis, os jovens estudantes convivem diariamente com decisões financeiras que lhes afetam diretamente, influenciadas por desejos, sonhos, projetos e expectativas, e que precisam de patrocínio. Tais decisões envolvem, por exemplo, a aquisição de roupas, alimentos, momentos de lazer, livros, transporte, entretenimento, cultura e informação, esportes, dentre outros, as quais estão limitadas às condições de renda, endividamento e poupança de suas famílias.

O conjunto dessas decisões, e dos cenários nas quais realizarão suas escolhas, está diretamente relacionado às condições sociais e econômicas em que vivem, e, portanto, à questão distribuição de riqueza e desigualdade econômica da cidade, estado ou país em que vivem. Daí a importância de realizarmos uma breve discussão a respeito da desigualdade que nos dê subsídio para entender o que foi dito pelos participantes sobre esses temas.

Para tratar dessa relação, começemos com um aspecto, talvez o mais importante, seja que a forma como as pessoas tomam decisões financeiras, e a maneira como o mercado apresenta oportunidades e impõe restrições aos cidadãos, impactam e são impactadas pela desigualdade econômica. E isso acontece tanto em ambientes locais como a família, o condomínio, o bairro, como em ambientes sociais mais amplos, tais como as cidades, estados e nações.

São muitos os exemplos dessa relação entre as decisões financeiras de diferentes agentes e o nível de desigualdade de uma região. Diversos estudos têm revelado que a desigualdade econômica local e global, em diversos países e em relação a diversos aspectos, tem aumentado nas últimas décadas (PIKETTY, 2010). Outro ponto que os estudos parecem concordar, segundo Baumann, é que em quase toda parte do mundo, a desigualdade cresce rapidamente, e isso significa que os ricos, em particular os muito ricos, ficam mais ricos, enquanto os pobres, em particular os muito pobres, ficam mais pobres – com toda a certeza em termos relativos, mas, em um número crescente de casos, também em termos absolutos, conforme apontao Baumann (2015, p.19)

Um estudo do World Institute for Development Economics Research da Universidade das Nações Unidas, por exemplo, relata que em 2000, os 10% mais ricos

do mundo detinham 85% do total da riqueza global. Contudo, essa é apenas uma foto instantânea do processo em curso.

Glenn Firebaugh observou já em 2003 que uma tendência de longa duração na desigualdade mundial mostrava sinais de reversão: de desigualdade crescente entre nações e desigualdade constante ou declinante dentro de cada nação para desigualdade declinante *entre nações* e desigualdade crescente *dentro de cada uma delas*. (Baumann, 2015, p.17)

Em 2013, um estudo de Bourguignon mostrou que apesar do PIB per capita médio ter se reduzido entre nações, a distância entre os mais ricos globais e os mais pobres globais continua a crescer, e os diferenciais de renda dentro dos países continua a se expandir. (idem, p.17)

Na mesma direção que os estudos já citados, temos Joseph Stiglitz, que em seu estudo denominado *The price of Inequality*, que comenta:

Os Estados Unidos estão se tornando um país no qual os ricos vivem em comunidades muradas, matriculam seus filhos em escolas caras e têm acesso a assistência médica de primeira classe. Enquanto isso, os demais vivem num mundo marcado por insegurança, na melhor das hipóteses, por educação medíocre e, de fato, por assistência médica racionada. (Stiglitz apud Baumann, p.18)

Uma das explicações mais comumente aceitas na comunidade internacional para a tendência de aumento da desigualdade, em diversos aspectos, em nível mundial, é a apresentada pelo Economista francês Thomas Piketty, em seu livro *O capital do século XXI*. Segundo Piketty:

Quando a taxa de remuneração do capital ultrapassa a taxa de crescimento da produção e da renda, como ocorreu no século XIX e parece razoável que volte a ocorrer no século XXI, o capitalismo produz automaticamente desigualdades insustentáveis, arbitrárias, que ameaçam de maneira radical os valores de meritocracia sobre os quais se fundam nossas sociedades democráticas. Existem contudo, meios pelos quais a democracia pode retomar o controle do capitalismo e assegurar que o interesse geral da população tenha precedência sobre os interesses privados, preservando o grau de abertura econômica e repelindo retrocessos protecionistas e nacionalistas. (PICKETTI, 2014, p.9)

Assim, diante de tantos estudos mostrando que os níveis de desigualdade aumentam em escala mundial, concordamos com Zigmund Baumann quando diz que uma das justificativas morais básicas para a economia de livre mercado, isto é, que a

busca do lucro individual também fornece o melhor mecanismo para a busca do bem comum, se vê assim questionada e quase desmentida. (Baumann, 2013, p. v)

Finalizamos esse capítulo retomando nossa **questão de pesquisa**. Queremos identificar os aspectos matemáticos que apareceram na dinâmica do processo de produção de significados para as SEF apresentadas por meio de tarefas no interior de AEFÉ, e como levaram isso em consideração. Além disso queremos identificar que significados e conhecimentos não matemáticos emergiram das ações enunciativas dos estudantes e como os levaram em consideração na tomada de decisão.

Os aspectos econômico-financeiros, culturais, sociais e comportamentais (psicológicos) identificados no processo de tomada de decisão foram identificados e categorizados a partir das construções teóricas apresentadas nesse capítulo.

6. REFERENCIAIS TEÓRICO-EPISTEMOLÓGICOS

6.1 Sobre o Modelo dos Campos Semânticos

“A única certeza da existência é a impossibilidade de solidão”
Romulo Campos Lins

No panorama que apresentamos no capítulo 4, muitas pesquisas com as quais nos deparamos parecem colocar foco na compreensão dos objetos matemáticos e financeiros pelas suas definições formais, ou seja, na forma como os matemáticos, economistas ou professores de matemática entendem e constituem tais objetos. Parece-nos que tais investigações, na maioria dos casos que analisamos, levam em conta o que as pessoas não estão conseguindo alcançar e nem sempre o que de fato está por trás do que elas estão dizendo.

Como dito na introdução, nossa pesquisa se ocupa em investigar as ideias e estratégias matemáticas e não matemáticas dos estudantes de Ensino Médio para tomar decisões envolvendo situações financeiras, apresentadas por meio de tarefas. Esse processo dos estudantes envolve a produção de significados e conhecimentos.

Para isso, assumimos concepções epistemológicas baseadas no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), conforme proposto por Lins (1999).

Nossa concepção de conhecimento vem desse modelo, em que o conhecimento não pode ser transmitido aos indivíduos, mas sim produzido pelo sujeito a partir da produção de significados. Segundo Lins (1999), “Conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que o autoriza a produzir aquela enunciação”.

Deste modo, conhecimento está diretamente ligado às concepções dos sujeitos envolvidos em uma atividade, na medida em que produzem significados. Compartilhamos do entendimento de Silva (2003) sobre conhecimento, quando diz que:

[...] os três aspectos-chave para conhecimento são: a crença, a afirmação e a justificação”. O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença. Mas não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção do conhecimento ocorra. Porém, o papel da justificação não é explicar a crença-afirmação, mas tornar sua enunciação legítima, o que faz com que as justificações tenham um papel central no estabelecimento do conhecimento do sujeito (SILVA, 2003, p.18).

Além disso, conhecimento é algo do domínio da enunciação, e sempre há um sujeito do conhecimento. Assim, não há conhecimento em livros, pois ali há apenas informações, enunciados (resíduos de enunciação). É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos (LINS, 1999, pp. 88 e 89).

Por exemplo, consideremos dois sujeitos hipotéticos S_1 e S_2 , e a seguinte SEF: “Paulo precisou tomar um empréstimo de 1000 reais a uma taxa de 10% ao mês (cheque especial), devido a sucessivos atrasos no pagamento de seu salário. Após 2 meses quitou a dívida, quando enfim conseguiu receber seu décimo terceiro (ainda que também atrasado). Quanto pagou para quitar essa dívida?”. O quadro abaixo mostra o conhecimento produzido pelos dois sujeitos.

Quadro 6.1 – Diferentes conhecimentos a partir de diferentes justificações.

	Crença-afirmação	Justificação
S_1	$VF = VP \cdot (1+i)^2$ $VF = 1000 \times (1+10\%)^2 = 1210.$	Apliquei a fórmula de Juros Compostos que o professor ensinou lá no Ensino Médio.
S_2	$1000 + 10\% \text{ de } 1000 = 1100$ $1100 + 10\% \text{ de } 1000 = 1210$ $VF = 1210.$	Fiz juros sobre juros, com a porcentagem de 10%, até chegar ao final, parecido com um exemplo que vi no livro de matemática.

Fonte: elaborado pelo autor

A justificação, nessa formulação, é parte integrante do conhecimento, e não apenas uma “explicação” para ele. A justificação é o que garante que aquela crença-afirmação possa ser enunciada pelo sujeito do conhecimento. Mesmo nos casos em que a justificação não é enunciada, como costuma acontecer fora da vida acadêmica, o fato de que um sujeito produz conhecimento pressupõe uma legitimidade na qual ele se apoia, ou seja, sua justificação. A justificação pode inclusive ser da seguinte forma: “sempre fiz assim e pela minha experiência funciona”, ou “passa para o outro lado e troca o sinal, porque o professor disse que era pra fazer assim” ou ainda quando um especialista em finanças afirma que “considerando um retorno esperado pelo mercado de 25% ao ano, e uma rentabilidade livre de risco de 14,25% a.a., o retorno mínimo desejado pelos acionistas para investir em determinada empresa de Beta 1,2 é igual a 27,15% a.a, conforme o modelo CAPM de Sharpe e Lintner”.

É nessa perspectiva do MCS que vamos entender conhecimento nessa pesquisa, na medida em que o conhecimento é produzido pelo sujeito, e, portanto, fruto de uma concepção – uma crença – através da produção de significados, em relação a um núcleo (conjunto de pressupostos que admite sem justificativa) no interior de uma atividade.

Posto isso, vamos tratar o termo significado nesse trabalho. O estudo do significado em sua dimensão mais ampla (semiótica) e em sua dimensão linguística (semântica) é uma das ações mais antigas da humanidade (Ferraregi Jr & Basso, 2013), e talvez por isso, seu estudo seja partilhado por tantas áreas, dentre elas a Filosofia (Wittgenstein, 1953), a Linguística (Saussure, 2000), a Psicologia (Jerome Bruner), a Matemática (Kilpatrick et al, 2005) e a Educação Matemática (Skovsmose, 2005; Lins, 1999).

Dessa multiplicidade de áreas, há variadas possibilidades para o significado de *significado*, conforme apontam, por exemplo, Ogden e Richards (1976) quando apresentam, em seu livro, uma lista de dezesseis definições possíveis de significado⁵⁶.

No que diz respeito ao que é **significado** de um objeto, usamos a noção de que é aquilo que efetivamente se diz a respeito desse objeto no interior de uma atividade, e objeto é aquilo para o que se produz significado.

Assim, quando uma pessoa se propõe a produzir significados para algum tipo de informação (o resíduo de uma enunciação), observamos da perspectiva do MCS o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – o qual, segundo Silva (2003), envolve:

- (i) a constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
- (ii) a formação de um núcleo: o processo que envolve as estipulações locais, as operações e sua lógica;
- (iii) a fala (*ações enunciativas*) na direção de interlocutores;
- (iv) as legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p.66)

Essa lista de noções-categoria apresentadas, não sugerem uma sequência do que acontece no processo, ou uma ordem de leitura. Conforme comenta Silva,

[...] quando apresentamos esta lista de elementos – as noções categorias – em uma determinada ordem, não estamos querendo dizer

⁵⁶ Para mais detalhes ver Ogden & Richards, 1976, p. 194.

que há uma sequência de procedimentos, uma ordem de leitura, mas queremos dizer que é para o conjunto dessas coisas que estaremos considerando quando estivermos fazendo nossa leitura. Isto se constitui no que é dado para nossa investigação, sendo o nosso ponto de partida. O novo, o que queremos entender, o movimento na produção de significados é o que chamamos a dinâmica do processo. (SILVA, 2013, p.77)

Nessa ótica, quando temos atividades envolvendo situações financeiras, por exemplo, podemos constituir em **objetos matemáticos**, o termo de uma PA ou PG, o crescimento exponencial, a soma de termos de uma progressão geométrica, etc, e em **objetos financeiros**, o valor futuro de uma quantia, uma série uniforme, a taxa de retorno ou desconto, a inflação, a noção de equivalência de capitais, dentre outras. É a partir desses objetos que os estudantes realizam operações, baseadas em lógicas que também queremos investigar.

Considerar essas noções como objetos que podem ser constituídos pelos indivíduos tem uma implicação importante nessa pesquisa, pois reforça nossa concepção de que o conhecimento produzido depende do sujeito. Por exemplo, a noção de massa, dependendo da atividade que um estudante de física no Ensino Médio está inserido, pode representar objetos diferentes. Conforme Lins (1996, p.140) diz:

“Massa” pode ser vista como um objeto, por exemplo, no interior de uma atividade na qual enunciamos que “a massa de um corpo varia com a velocidade desse corpo”. Se em outra atividade enunciamos (newtonianamente) que, “a massa de um corpo é constante”, *certamente o objeto é outro*. Há uma tradição que diria que são apenas duas “interpretações” de uma mesma coisa (uma delas sendo apenas aproximadamente correta), mas não penso que essa noção de “interpretação” de uma “essência” seja necessária (ou correta). *De fato*, é no interior de atividades que os objetos são constituídos. (LINS, 1996, p.140, grifo do autor)

Além dos objetos, os núcleos desempenham papel central nessa teoria. Um núcleo é um conjunto de coisas que assumimos como verdades sem que haja necessidade de cadeia regressiva de justificações. Conforme aponta Silva

[...] no processo de produção de significados, existem algumas afirmações que a pessoa faz e que, tomando-as como absolutamente válidas, não sente necessidade de justificá-las. A essas crenças-afirmações, chamaremos de estipulações locais. E ao conjunto de estipulações locais constituídas no interior de uma atividade denominamos núcleo. (SILVA, 2003, p.75)

Sobre os núcleos, podemos ampliar o entendimento e importância deles em nossa análise, a partir do que Lins observa:

Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a “conteúdos” ou “áreas de conhecimento”: em relação ao mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos. (LINS, 1997, p.144)

Na observação dos **núcleos**, numa dada atividade, podemos identificar **a maneira de operar dos sujeitos** bem como a **lógica das operações** ligadas ao processo de produção de significados para um texto. Segundo Lins e Gimenes (1997, p.114), “toda operação é realizada segundo uma lógica, e que é essencial investigar essas lógicas se queremos entender as formas de pensar de nossos alunos”. (LINS & GIMENES, 1997, p. 114).

A noção de núcleo também é importante, pois ao longo das estratégias apresentadas pelos alunos nas diferentes fases de nossa pesquisa, núcleos diferentes foram por eles constituídos. Em alguns casos, o conhecimento produzido em uma tarefa, foi utilizado como ponto de partida em outro encontro, ou seja, os núcleos nesses casos foram dinâmicos, conforme os encontros foram transcorrendo. Um exemplo disso aconteceu em relação ao Valor Futuro de uma série uniforme, que no quarto encontro era um tipo de objeto, operado de determinadas formas, e no décimo encontro, se transformou em outro objeto, cujas operações e suas lógicas mudaram, conforme veremos no capítulo nove.

Sobre o que vem a ser a lógica das operações, eles comentam:

Posto de uma forma simples, estamos nos referindo a um conjunto de estipulações, dentro de um núcleo, que se refere diretamente ao que pode ser feito com os objetos que estamos constituindo pela produção de significados. (LINS; GIMENES, 1997, p.145)

Finalmente, entendemos por campo semântico ao processo de produzir significado em relação a um núcleo no interior de uma atividade. Alternativamente, conforme Silva (2013, p.78), diremos que uma pessoa está operando em um Campo

Semântico toda vez que ela estiver produzindo significado em relação a um núcleo no interior de uma atividade.

Nesse ponto, vamos apresentar um exemplo para ajudar a entender como essa teoria será usada em nossa investigação. Começemos pela principal forma de transformação de dinheiro no tempo, em que a taxa de crescimento incide sobre o saldo (devedor ou credor) acumulado. Assim, em uma situação financeira envolvendo o valor futuro (VF) de uma quantia hoje (VP), aplicada durante um dado prazo (n), a uma determinada taxa (i), um aluno pode constituir esse VF como um objeto que pode ser calculado a partir da relação $VF = VP \times (1 + i)^n$. Ao fazer isso, ele realiza uma afirmação, através de ações enunciativas – por exemplo, escrevendo ou falando – e o faz justificado na autoridade do professor que o ensinou, ou justificada no livro que consultou. Essa justificação dá legitimidade ao que ele enunciou, aos significados que ele produziu para a situação apresentada.

Para um professor de Matemática Financeira, entretanto, o VF pode ser o resultado da fórmula de juros compostos, que ele deduziu logicamente, e por isso entende ser legítimo utilizá-la. Para um Economista, pode estar associada à transformação do dinheiro no tempo, à geração de valor, ao crescimento nominal do capital aplicado. Ou seja, o VF é um objeto que pode ser constituído pelos sujeitos de diferentes formas. Os conhecimentos desses sujeitos também são diferentes, pois suas concepções estão baseadas em justificações diferentes. A lógica também pode ser diferente, pois um economista ou profissional de finanças geralmente usa uma HP12C ou Excel, calculando o valor futuro da seguinte forma: “=VF(i;n;;VP)”, conforme apresentamos na seção sobre representações temporais.

Vejamos mais um exemplo a respeito da constituição de objetos, de operações e suas lógicas. Consideremos a seguinte SEF:

Em 2015 a inflação no Brasil foi de aproximadamente 11%⁵⁷ e em 2016 pode ser estimada em aproximadamente 7%. A partir desses dados, determine a inflação acumulada nesses dois anos.

⁵⁷ O Índice Nacional de Preços ao Consumidor – Amplo (IPCA) no Brasil, em 2015, foi de 10,67%. E em 2016, o acumulado até Outubro foi igual a 5,8% e o acumulado em 12 meses igual a 7,9%. Utilizamos nessa situação a aproximação das taxas centesimais com duas casas decimais, sendo que para 2016, tomamos como estimativa a taxa anual equivalente a partir da taxa mensal equivalente obtida a partir do acumulado em 10 meses.

Para responder a essa situação-problema, vamos considerar três sujeitos S_1 , S_2 e S_3 , os quais, apesar de hipotéticos nesse exemplo, representam três tipos de produções de significados que temos observado em nossa experiência docente, e que identificamos também em diferentes momentos de nossa pesquisa, e suas respectivas produções de significados conforme apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 6.2 – As operações e suas lógicas das operações dos sujeitos S_1 , S_2 e S_3 .

	Operações	Lógica das operações
S_1	$100 + 11\% \text{ de } 100 = 111.$ $111 + 7\% \text{ de } 111 = 118,77.$ A inflação acumulada foi de 18,77%	Aplico 11% sobre 100 e somo, obtendo 111. Depois aplico 7% sobre 111 e somo obtendo 118,77. O aumento foi de 18,77 em 100, logo foi de 18,77% em dois anos.
S_2	$1,11 \times 1,07 = 1,1877.$ A inflação acumulada foi de 18,77%	Para aumentar 11% basta multiplicar por 1,11. Para aumentar 7% multiplico por 1,07. Como é a inflação acumulada, é uma sobre a outra, então eu multiplico o preço pelos dois fatores, obtendo 1,1877, que significa que os preços corrigidos por essa inflação acumulada ficaram 1,1877 vezes maiores, o que é equivalente, a um crescimento de 18,77% em dois anos.
S_3	$11\% + 7\% = 18\%$ A inflação acumulada foi de 18%	Como é a inflação acumulada nos dois anos, basta somar as inflações de cada ano, fazendo $11\% + 7\% = 18\%$.

Fonte: o autor

Para S_1 , o objeto inflação acumulada foi constituído como o resultado da comparação do preço final com o preço inicial, tomando como referência um valor inicial (preço inicial fictício) de 100 reais. A operação se baseou em calcular os aumentos sucessivos em duas etapas, aplicando a respectiva inflação do período sobre o preço devidamente atualizado.

Para S_2 , o objeto inflação acumulada é outro, constituído a partir do fator de atualização, que representa a ideia de que uma quantia, ao crescer de uma taxa i , fica multiplicada por $1 + i$. Considerando que há dois aumentos sucessivos de 11% e 7%, respectivamente aos anos de 2015 e 2016, S_2 utiliza uma operação, sem a utilização de um preço inicial, multiplicando os fatores de atualização 1,11 e 1,07, obtendo 1,1877. A lógica dessa operação foi apresentada no quadro 6.2. Ao final, a taxa é obtida voltando-se a ideia inicial de fator = $1 + \text{taxa}$, realizando a operação inversa.

Considerando agora S_3 , temos que sua forma de operar não leva em consideração a equivalência de capitais e sim a acumulação aditiva. Ele opera considerando que o objeto inflação acumulada é a adição das taxas de inflação. A lógica é baseada na aplicação dos percentuais sobre um mesmo valor, e não sobre o valor atualizado a cada ano, ou seja, como se a inflação de 2016 incidisse sobre o preço inicial de 2015 e não sobre o final – após a incidência da inflação de 11%.

Nesse ponto entendemos ser importante apresentar algumas considerações sobre a relação entre as finanças da rua e as finanças da escola a partir da perspectiva do modelo dos campos semânticos, situando essa compreensão no escopo dessa pesquisa.

Em uma situação escolar em que uma pessoa faz, por exemplo, uma compra de 137,80 e paga com duas notas de 100,00, o que se espera, geralmente, é que se faça a conta $200,00 - 137,80$ por meio do algoritmo mais usual, insistentemente ensinado pelos professores de matemática, chegando-se ao troco de 62,20.

Em uma situação real de compra, no entanto, conforme aponta Lins (1996), há várias possibilidades, além da apresentada no parágrafo anterior, dentre elas: (i) usar uma calculadora; (ii) esperar a máquina digital registradora exibir o troco, após a atendente entrar com os dados do valor recebido; (iii) aproximar o valor da compra para 140 reais, dar 60 reais de troco e depois dar os 2,20 que se deixou de considerar; (iv) ir “completando”, começando com 0,20, depois com 2,00, depois com 10,00 e depois com 50,00 chegando aos 200 reais e, ao final, simplesmente passar o troco ao comprador. Nesse caso dar o troco pode significar não saber o quanto se deu de troco.

Os objetos da escola e da rua, as operações e as lógicas, e de uma maneira geral, o processo de produção de significados para algumas situações financeiras apresentadas na escola e na rua podem ser diferentes. Lins comenta sobre essa questão dizendo que: “as pessoas agem de forma “situada”, [...] conforme a situação que enfrentam colocam em jogo formas de pensar, estratégias, e “conteúdos” diferentes, mesmo quando comparamos situações que poderiam ser abordadas de uma mesma forma” (idem, p.139).

Isso não apenas reforça nossa opção por considerar que conhecimento é do indivíduo, é situado, é plástico – assim como é o cérebro – e diretamente relacionado à constituição de objetos, as operações entre eles e a lógica dessas operações, em um processo de produção de significados, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade, como também reforça que múltiplas formas de pensar as questões financeiras,

ainda que se olhe apenas os aspectos matemáticos, fazem parte da forma como as pessoas lidam em SEF.

Outro ponto importante, é que a análise financeira que se aprende na escola, que é basicamente aquela proposta nos livros didáticos de matemática, e que se aborda (quando se aborda) no capítulo de matemática financeira, embora possa ser plenamente justificada do ponto de vista dos significados matemáticos, em muitos casos, parece não levar em consideração as necessidades da rua. Embora os significados matemáticos sejam relevantes como parte do repertório das pessoas comuns, o que se constata é que mesmo especialistas da matemática e de finanças, por exemplo, usam em seu cotidiano da rua métodos que não são os da matemática escolar. É bem provável, por exemplo, que um matemático decida entre comprar à vista ou prazo (para poucas prestações), considerando apenas o valor do desconto, e não por meio da técnica de usar a equivalência de capitais para calcular o valor presente da série de pagamentos considerando a sua taxa de retorno. Ou ainda que tome a decisão desconsiderando a taxa de juros do financiamento de um empréstimo, por simplesmente levar em consideração o valor da prestação que cabe no bolso.

Entendemos que a EFE tem um papel importante nesse processo, que é o de ampliar a visão das pessoas, especialistas ou não, sobre as possibilidades de se analisar financeiramente algumas situações com as quais, possivelmente lidam ou vão lidar. Daí a importância da nossa concepção de EFE como um convite à reflexão, e não uma imposição de um conjunto de técnicas que representam um modo particular, dentre muitos possíveis, de produção de significados.

Por outro lado, é preciso entender que a coexistência de significados para as situações financeiras pode acontecer. E assim, usando a ideia de LINS (1994) sobre o papel da escola, vemos uma clara associação com o papel da matemática escolar para a EFE, qual seja:

Participar da análise e da tematização dos significados da matemática da rua – no caso particular da Educação Matemática – e do desenvolvimento de novos significados, possivelmente matemáticos, que irão coexistir com os significados não-matemáticos, em vez de tentar substituí-los. LINS (1994, p.18)

Finalizamos esse capítulo retomando nossa **questão de pesquisa**. Queremos identificar os aspectos matemáticos que apareceram na dinâmica do processo de

produção de significados para as SEF apresentadas por meio de tarefas no interior de AEFÉ, e como levaram isso em consideração.

Assim, a expressão processo de produção de significados se refere aos objetos, as operações entre eles e suas lógicas constituídos pelos alunos nos AEFÉ criados durante a pesquisa. Com dinâmica queremos reforçar que nos interessa também o movimento desse processo, ou seja, a mudança de núcleos, as impermeabilizações, os limites e obstáculos epistemológicos, dentre outros processos que porventura emerjam das ações enunciativas dos estudantes.

Com os AEFÉ delimitamos a atividade que os alunos realizam, dizendo que todo o processo de produção de significados na tomada de decisão se refere aos momentos criados durante a pesquisa, a partir das tarefas apresentadas no interior desses momentos, ou seja, quando estavam envolvidos com aquelas tarefas, durante a interação entre si e com o pesquisador.

Finalmente, gostaríamos de pontuar que o MCS apresenta muitas outras noções e categorias. Todavia, apresentamos aqui apenas as que foram utilizadas, e, portanto, relevantes para nossa pesquisa, sendo que algumas delas, como o processo de nucleação e impermeabilização, bem como as noções de limite e obstáculo epistemológicos serão apresentadas durante a análise dos encontros nos quais tais processos e noções foram identificados e investigados.

7. METODOLOGIA

Nesse capítulo abordamos características da metodologia de pesquisa de natureza qualitativa do tipo etnográfico, no sentido proposto por André (1995), assim como a relação dessa metodologia com a nossa investigação, esclarecendo nossas opções e procedimentos metodológicos durante o planejamento e decurso desse estudo.

Em seguida apresentamos as fases que compuseram a pesquisa e os respectivos locais e participantes, a metodologia da produção de dados⁵⁸ a partir das ideias de Powell et al (2004); Powell e Quintaneiro (2015), e finalmente discutiremos a metodologia desenvolvida por nós nessa pesquisa para o design das tarefas apresentadas aos participantes.

7.1 A PESQUISA QUALITATIVA DO TIPO ETNOGRÁFICO.

Nessa seção tratamos dos aspectos centrais dessa metodologia de pesquisa que contribuíram para o nosso estudo. O propósito de investigar o processo de tomada de decisão por estudantes de ensino médio em AEFÉ e o referencial teórico adotado, em especial o MCS, apontaram que as ações enunciativas dos estudantes, ou seja, suas falas, expressões corporais e resoluções, captados em vídeo e pelos registros escritos, seriam o material de investigação e análise, e que, portanto, nossa pesquisa seria uma pesquisa de campo, uma vez que a coleta de dados seria realizada diretamente no local onde o fenômeno acontece, conforme apontam Bogdan e Biklen (2013).

Assim, devido à natureza investigativa da nossa pesquisa, com foco nos processos dos estudantes, tanto de produção de significados, como na tomada de decisão, identificamos que a metodologia de pesquisa qualitativa do tipo etnográfico era a mais adequada.

A expressão qualitativa nos remete a uma visão holística dos fenômenos, levando em conta vários componentes de uma situação em suas interações e influências recíprocas (ANDRÉ, 1995), o que se contrapõe ao esquema quantitativista de pesquisa (que divide a realidade em unidades passíveis de mensuração, estudando-as isoladamente). Para além da dicotomia qualitativo-quantitativo, nossa pesquisa possui algumas características centrais, que podem ser resumidas, a partir de Bogdan e Biklen

⁵⁸ Usamos o termo produção de dados, conforme Powell e Quintaneiro (2015), em lugar coleta de dados, com o sentido de reconhecer que o pesquisador intervém na realidade e seleciona um recorte dela.

(2013), da seguinte forma: (i) na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (ii) A investigação qualitativa é descritiva; (iii) interesse maior pelos processos do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (iv) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (v) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Uma pesquisa pode ser caracterizada do tipo etnográfico, ou seja, uma adaptação da etnografia à educação, no sentido proposto por André (1995), quando se volta para o processo educativo e se baseia no uso de técnicas tradicionalmente associadas à etnografia. Nossa pesquisa possui as propriedades apresentadas por essa autora, que caracterizam os estudos do tipo etnográfico, quais sejam:

- (i) a observação participante, em que o pesquisador tem sempre um grau de interação com a situação estudada, afetando-a e sendo afetado por ela;
- (ii) o pesquisador é o instrumento principal na coleta de dados, o que permite que ele responda ativamente às circunstâncias, modificando técnicas de coleta e revendo questões que orientam a pesquisa, se for o caso;
- (iii) ênfase no processo, naquilo que está ocorrendo e não no produto ou nos resultados finais;
- (iv) possui uma preocupação com o significado, com a maneira como as pessoas se veem, as suas experiências, sendo o foco a visão pessoal dos participantes;
- (v) envolve um trabalho de campo;
- (vi) possui um caráter descritivo e indutivo, em que o pesquisador faz uso de uma grande quantidade de dados descritivos: situações, pessoas, ambientes, depoimentos, diálogos, que são por ele reconstruídos em forma de palavras ou transcrições literais, e analisados geralmente de forma indutiva, conforme André (1995, p.30);
- (vii) a pesquisa visa a descoberta de novos conceitos, novas relações e novas formas de entendimento da realidade.

Essas características orientaram nossa pesquisa de campo, conforme apresentaremos nas próximas sessões, e estão diretamente associadas ao nosso objetivo de pesquisa, já apresentado anteriormente, que é o de investigar o processo de tomada de decisão por estudantes de Ensino Médio para situações econômico-financeiras (SEF)

apresentadas por meio de tarefas inseridas em Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE), a partir da produção de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos de estudantes de Ensino Médio de duas escolas públicas no Rio de Janeiro.

7.2 As fases da Pesquisa de Campo

Nesta seção descreveremos as fases da pesquisa de campo, cuja investigação será detalhada nos próximos capítulos. A figura a seguir sintetiza as três fases realizadas na pesquisa, como também os locais e os objetivos centrais de cada fase.

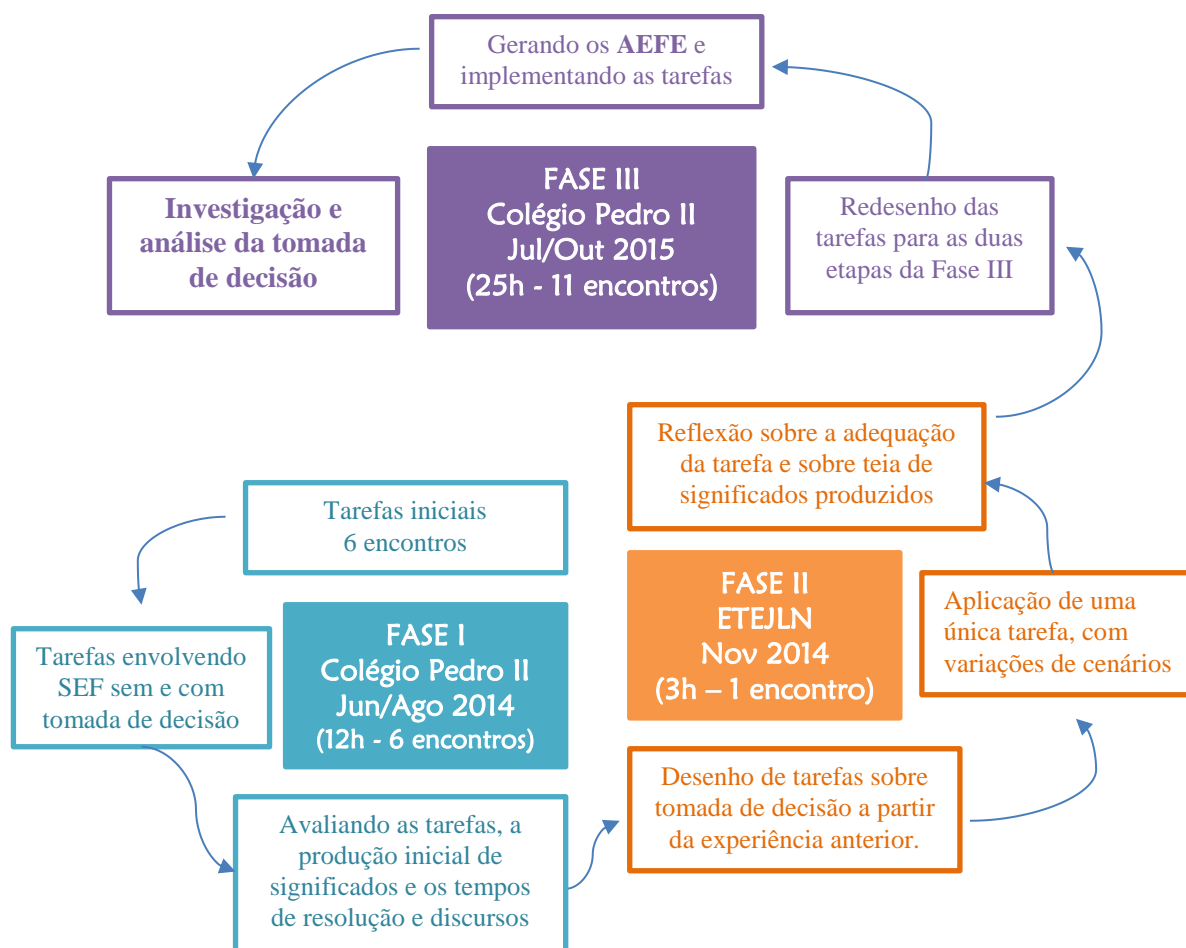


Figura 7.1: As 3 Fases da Pesquisa
Fonte: Elaborado pelo autor

A **Fase 1** foi realizada em 2014, com um grupo de 15 alunos voluntários que cursavam a terceira série do Ensino Médio do Campus Centro do Colégio Pedro II, com

o quais tivemos um total de seis encontros de aproximadamente duas horas, em turno oposto ao que estudavam, e, portanto, fora do horário das aulas regulares.

Cada encontro era dividido em duas partes, sendo a primeira para realização de tarefas em grupo e a segunda na forma de relato dos grupos em que apresentavam suas impressões e produções de conhecimentos matemáticos e não matemáticos.

Os principais objetivos dessa primeira fase foram:

- 1) Registrar ideias apresentadas pelos alunos e suas estratégias para analisar situações financeiras quando realizavam as tarefas;
- 2) Avaliar se as tarefas desenhadas contribuía para a produção de conhecimentos, e que tipos de soluções eram apresentadas.
- 3) Verificar a viabilidade e complexidade das tarefas, incluindo o grau de dificuldade sinalizado pelos alunos, a partir dos limites epistemológicos apresentados por eles, e pelas impressões que tiveram das tarefas.
- 4) Avaliar o tempo de realização das tarefas, e das apresentações nos seminários;
- 5) Avaliar as direções em que se davam os discursos dos alunos.

Essa Fase inicial, que pode ser caracterizada como um teste piloto, nos ajudou a redesenhar algumas tarefas, excluir outras e criar novas tarefas, além de nos oferecer uma massa de dados, que nos permitiu, através de uma análise parcial, entender alguns pensamentos apresentados pelos alunos em diversas tarefas.

Por se tratar de uma fase experimental, optamos por não transcrever os discursos dos estudantes e nem realizar uma análise detalhada dos mesmos. Apresentaremos no próximo capítulo uma síntese de alguns momentos-chaves, incluindo os ocorridos em um dos encontros, os quais serviram de base para um artigo apresentado no CIAEM, conforme publicada em Muniz (2015b).

A **Fase 2**, também realizada em 2014, contou com a participação de 8 alunos voluntários da Escola Técnica Estadual João Luiz do Nascimento, localizada na região metropolitana do Rio de Janeiro, que cursavam a segunda série do curso de Administração de Empresas. Os alunos desse grupo tiveram a oportunidade de cursar uma disciplina de Matemática Financeira com o pesquisador ao longo do ano de 2015 no referido curso.

Nesse encontro, com duração de aproximadamente 3h, os participantes analisaram uma situação-financeira mais complexa, através de uma tarefa envolvendo a tomada de decisão de um casal hipotético que estava diante de um dilema entre comprar ou alugar um imóvel. A tarefa apresentava mudanças graduais nos cenários em que deveriam tomar a decisão. A partir dos dados produzidos em vídeo, buscamos entender o processo de tomada de decisão dos estudantes no interior da atividade, a partir da análise das estratégias, ideias e modelos apresentados por eles e os vários aspectos não matemáticos que emergiram de seus discursos ao longo desse processo.

Uma análise parcial desse encontro, incluindo transcrição de falas, composição de imagens, e análise dos conhecimentos e significados que emergiram dos discursos dos estudantes será apresentada no capítulo 8, e foi publicada em Muniz (2015c).

Realizamos a **Fase 3** de junho a outubro de 2015 com um grupo formado por 15 alunos voluntários da terceira série do Colégio Pedro II, Campus Centro, com o quais tivemos um total de onze encontros de aproximadamente duas horas, em turno oposto ao que estudavam, e, portanto, fora do horário das aulas regulares. Os alunos dessa Fase foram identificados pelos seguintes pseudônimos: Bond, Gabi, Bucu, Mari, Send, Sthal, Bril, Wag, Lu, Yan, Sami, Tom, Carlos, Penta e Geni.

Essa fase foi dividida em duas etapas, da seguinte forma:

Etapa 1: Encontros 1 a 4 – Abordar a principal forma de transformação do dinheiro no tempo, em que a taxa incide sobre o saldo acumulado. Em Matemática Financeira, isso é chamado de Equivalência de Capitais.

Etapa 2: Encontros 5 a 11 – Tarefas que apresentavam situações envolvendo uma ou mais tomadas de decisão.

Na **Etapa 1**, discutimos algumas noções matemático-financeiras através de tarefas envolvendo taxas e fatores de atualização; o valor do dinheiro no tempo; equivalência de capitais e de taxas; Séries Uniformes; Relação entre inflação e poder de compra.

Na **Etapa 2**, na qual nossa investigação preferencialmente se deu, os estudantes analisaram SEF através de tarefas que requeriam uma ou mais tomadas de decisões, em diferentes cenários, e para isso se apoiaram em critérios matemáticos e não matemáticos. Os encontros dessa etapa foram a principal fonte de dados para nossa pesquisa, os quais foram detalhadamente analisados.

Entedemos que nesse ponto cabe uma explicação do porquê desenhamos essa fase 3 em duas etapas.

A partir dos resultados parciais obtidos nas Fases 1 e 2 da pesquisa, e na experiência decorrente de nossa prática docente, escolhemos esse caminho desenhado em duas fases por vários motivos, sendo estes os principais:

1. Ampliar o número de situações que os alunos pudessem analisar a partir de modelos que, apesar de terem ligação direta com conteúdos ensinados no Ensino Médio, não costumam ser ensinados.
2. Permitir que construíssem alguns modelos iniciais que poderiam ajudar, caso quisessem usá-los, na análise de diversas situações econômico-financeiras envolvendo: planejamento financeiro, consumo, renda e poupança.
3. Permitir um contato inicial com as noções financeiras centrais tais como taxas de juros, fatores de atualização, formas de transformação do valor do dinheiro no tempo, para que pudessem produzir conhecimento a partir delas;
4. Permitir um contato inicial com as noções econômicas centrais, tais como oferta de crédito, inflação, poder de compra, dentre outras, para que pudessem produzir conhecimento a partir delas;
5. Construir um momento de múltiplos diálogos com os alunos, para intervir o menos possível na fase de investigação da produção de significados e conhecimentos dos alunos – segundo momento – com a intenção de coletar evidências sobre a estrutura desse processo de construção que nos ajudassem a responder à questão de pesquisa proposta.

Essa escolha também está associada à faixa etária dos sujeitos dessa pesquisa e de suas experiências financeiras. Os alunos da pesquisa são jovens que participam e, portanto, influenciam o consumo da família, mas geralmente não trabalham, de modo que algumas experiências financeiras ainda não lhe são usuais. Temos também que a liberdade de escolha deles normalmente não está atrelada ao salário que ganham, mas aos salários dos responsáveis ou de uma mesada que, usualmente, também é provida por estes.

Além disso, é muito comum que adolescentes não saibam o que são cheque especial, crédito consignado, inflação, taxas de juros do cartão de crédito, dentre outras. É fácil encontrar alunos nesse perfil que não têm conta corrente ou cartão de crédito.

Também é muito comum que alunos não saibam como o dinheiro se transforma no tempo, pois apesar de resolverem dezenas de exercícios de progressões geométricas, poucos (ou nenhum deles) são apresentados em um contexto econômico e/ou financeiro.

As reflexões sobre aspectos comportamentais, sociais e ecológicos também não costumam estar integradas em suas análises sobre questões financeiras, nem tampouco às aulas de matemática tradicionais⁵⁹.

Assim, essa etapa 1 pode ser vista como uma incursão inicial nesse “mundo matemático-financeiro”, que foi assim desenhada para produzir experiências que gerassem oportunidades de construção de conhecimentos, e que pudessem fornecer alguns elementos a partir dos quais analisassem situações e tomassem decisões.

7.3 Produção de Dados.

Para registramos as produções dos estudantes envolvidos na pesquisa, utilizamos como principal recurso a captação por meio de vídeos. Além desse tipo de registro, pedimos aos participantes que respondessem às questões utilizando as folhas de registros que apresentavam as tarefas propostas, ainda que resumindo os resultados obtidos, na realização dessas tarefas. Nossa análise, portanto, recaiu sobre os dados **capturados em vídeo e nos registros escritos pelos estudantes**. Essas duas fontes de dados, juntamente com registros em nosso diário de bordo, constituíram nosso material de análise.

7.3.1 Produção dos dados em vídeo

Uma vez que a nossa pesquisa se volta para a compreensão das ideias e estratégias dos estudantes por meio da investigação da produção de seus significados, escolhemos a gravação em vídeo como forma principal de captura e produção de dados⁶⁰, pois fornecem maneiras de recolher, compartilhar, estudar, apresentar, e arquivar casos detalhados de prática para apoiar o ensino, o aprendizado e o estudo intensivo e prolongado dessas práticas (POWELL e QUINTANEIRO, 2015, p.4)

⁵⁹ Entendemos como aula de matemática tradicional aquela formada pela sequência: (i) apresentação de definições e conceitos; (ii) seguida de alguns exemplos em que o professor resolve exercícios ou problemas; (iii) e que termina com a resolução de exercícios repetitivos (muito) semelhantes aos que o professor resolveu na etapa anterior.

⁶⁰ Usamos o termo produção de dados, conforme Powell (2014), em lugar coleta de dados, com o sentido de reconhecer que o pesquisador intervém na realidade e seleciona um recorte dela.

Nossa principal motivação pelo vídeo, dentre as várias vantagens apresentadas por Powell (2004), é que registros em vídeo permitem que se esclareçam dúvidas, que detalhes sejam acessados, que processos vivenciados pelos alunos e pontos divergentes e contraditórios possam ser reexaminados.

Além desses motivos centrais, há outros que justificam nossa escolha pela utilização dessa tecnologia, que foram sintetizados a partir de Powell (2014), dos quais destacamos os seguintes:

- 1) É um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual, pois permite capturar comportamentos valiosos e interações complexas.
- 2) Possui capacidade de armazenar uma grande quantidade de informações sobre a situação que foi filmada
- 3) Estende e aprimora as possibilidades de observação pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis da fala e no comportamento não verbal.
- 4) É o meio menos intrusivo, ainda que o mais inclusivo, de se estudar o fenômeno.
- 5) Capturam dois fluxos de dados – auditivo e visual – em tempo real.

No modelo analítico proposto por Powell (2004), há o emprego de sete fases, conforme descritas a seguir, que nos orientaram na observação, tratamento e análise dos dados, conforme apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 7.1 – Síntese do modelo analítico para o uso de vídeo proposto por Powell

1. **Observar atentamente os dados dos vídeos**, assistindo várias vezes para se familiarizar, sem necessariamente empregar uma lente analítica
2. **Descrver os dados dos vídeos**, codificando situações pelo tempo, atividades ou significado. Não descrever usando algo como “ele parece ter dito que...”, mas sim “ele diz...”. É importante que a descrição seja realmente descritiva e não interpretativa.
3. **Identificar eventos críticos**, que se caracteriza por um evento que “*demonstra uma significativa ou constante mudança em relação a uma compreensão prévia, uma salto conceitual em relação a uma concepção anterior ... eventos que confirmam ou contradizem hipóteses de pesquisa*” (Powell et al 2004, p 104-106).
4. **Transcrever** os eventos críticos.
5. **Codificar**, com foco de atenção no conteúdo dos eventos críticos. Criar código para as ideias matemáticas que podem caracterizar as funções do discurso.
6. **Construir enredo**, onde se requer que o pesquisador proponha organizações criteriosas e coerentes dos eventos críticos. Usar os códigos para isso. Muitas das vezes é necessário ir e voltar no vídeo.
7. **Compor narrativa**, agora olhar para as partes considerando o todo e vice-versa. Pode parecer que esta é a “última” fase, mas na verdade já foi iniciada com os memorandos analíticos.

Fonte: Powell et al (2004)

Durante as fases 1 e 2 identificamos que vídeos de curta duração eram mais fáceis de serem manuseados, de modo que na fase 3 optamos por não filmar cada encontro de forma contínua, buscando não ultrapassar o limite de 15 min de tempo de duração de cada vídeo, de modo a capturar os momentos-chave de cada encontro.

Na fase 3, os vídeos foram codificados da seguinte forma: (Vídeo E.N), em que E é o número do encontro e N o número sequencial no referido encontro.

Nas transcrições das falas utilizamos as seguintes convenções: a) os sujeitos de pesquisa são identificados pelos seus pseudônimos e o pesquisador por Pesq; b) Colchetes são usados para indicar gestos, expressões e atitudes dos sujeitos de pesquisa; c) Reticências indicam pausa prolongada; d) Reticências entre colchetes indicam omissão de partes da transcrição.

Em nossa pesquisa, partindo da metodologia de Powell, assistimos os vídeos várias vezes, identificando os momentos-chave (equivalente aos eventos críticos de Powell), transcrevendo-os usando uma codificação própria para essa pesquisa, conforme apresentada acima. Os enredos foram sendo construídos após as transcrições, juntamente com as análises. Foi a partir da transcrição e das muitas idas e vindas nas imagens, que realizamos nossa análise dos dados quando capturados em vídeo, com o apoio nos registros escritos dos estudantes.

A figura abaixo ilustra uma transcrição usada nessa pesquisa, considerando o encontro, o vídeo, a fala, imagens com gestos ou para expressar algum tipo de posicionamento no texto quando achamos necessário e o tempo que ocorreu o início de cada fala.


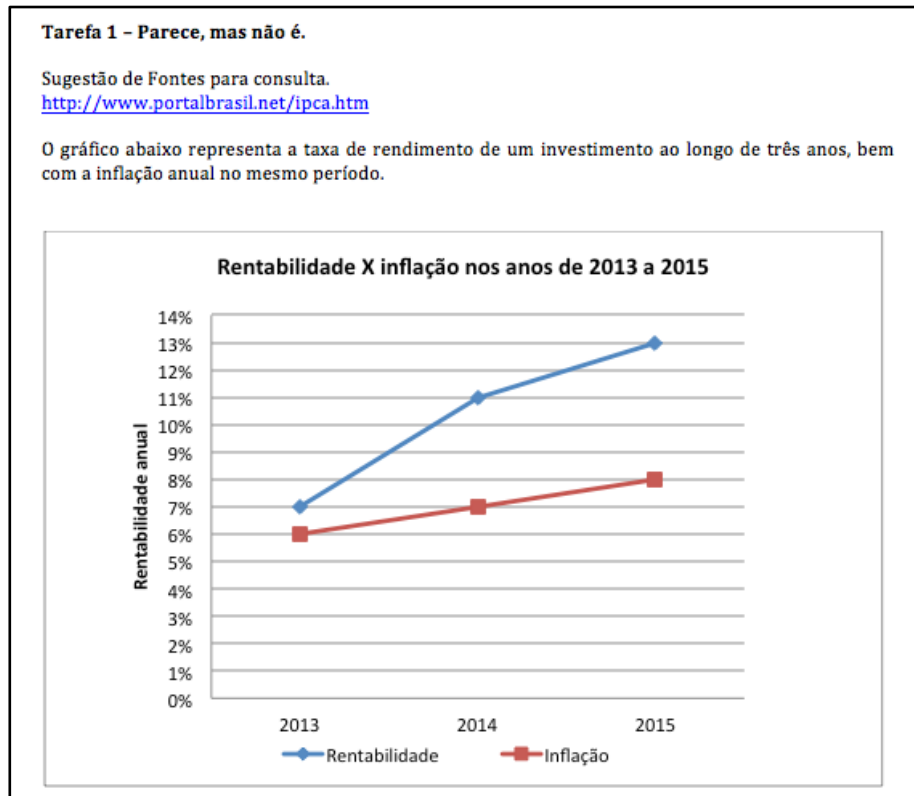
13:01	Lucas	Nesse aqui você ganharia 212 mil. E ainda tinha a [pequena pausa e retomada da frase] Você ganharia 212 mil e ainda podia comprar a casa com esse dinheiro e ainda sobrava dinheiro. [pausa e olha para os demais colegas] Vocês entenderam o que a gente fez?
		
13:15	Pesq	Fechou! Acho que tem mais?
13:20	Lucas	Isso. Aí a resposta nossa foi a seguinte. A estratégia 2 [alugar pergunta o pesq] de forma diferente, levando em consideração que não ocorre valorização do imóvel.
13:35	Rogério	Enem do aluguel.

Figura 7.2: Exemplo de transcrição dos dados capturados em vídeo
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

7.3.2 Produção de dados na folha de registro

As tarefas foram apresentadas aos alunos por meio de folhas de registro, de modo que cada aluno pudesse ler as informações sobre as situações financeiras que seriam discutidas, bem como registrar suas resoluções, estratégias, bem como responder às perguntas propostas. A figuras 7.3 e 7.4, a seguir, ilustram uma das tarefas e os registros da aluna Gabi.



a) Se uma pessoa investiu 10 mil reais no início de 2013, quanto terá no início de 2016? Registre aqui sua estratégia (incluindo as contas) para responder essa pergunta.

2º caminho:

<p>2013</p> $R: \frac{7}{100} \cdot 10.000 = 700$ $I: \frac{6}{100} \cdot 10.000 = 600$ $V_F = V_0 + R - I =$ $10.000 + 700 - 600 =$ 10.100	<p>2014</p> $R: \frac{11}{100} \cdot 10.100 = 1.111$ $I:$	<p>2013</p> $R: \frac{7}{100} \cdot 10.000 = 700$ \downarrow 10.700 <p>2014</p> $\frac{11}{100} \cdot 10.700 = 1.177$ \downarrow $10.700 + 1.177 = 11.877$	<p>2015</p> $\frac{13}{100} \cdot 11.877 = 1.544,01$ \downarrow $11.877 + 1.544,01 =$ $13.421,01$
--	--	--	--

Figura 7.3 – Tarefa do Encontro 1, seguida do registro escrito de Gabi (item a)
 Fonte: arquivo de dados do autor

b) Qual foi a taxa de retorno do investimento nos período em que o dinheiro foi aplicado?

$$13423,03 - 10000 = 3423,03 \quad \begin{matrix} \times \\ \div 100 \end{matrix} \Rightarrow 10000 \times = 34,2303$$

$$x = 34,23\%$$

c) Qual foi a taxa de inflação acumulada nesses três anos?

$$6\% + 7\% + 8\% = 21\%$$

d) Como a inflação afeta na rentabilidade do dinheiro investido?

Diminui a rentabilidade. O retorno, desconsiderando a inflação, seria de 7% em 2013, por exemplo. Entretanto, com uma inflação de 6%, o retorno é de apenas 1%.

e) Como a inflação afeta a vida da sua família? E das pessoas que você conhece?

Afeta principalmente nos gastos com mercadoria, no caso da minha família. Entretanto, no círculo de pessoas que conheço, percebo problema extras: gastos excessivos no cartão de crédito e empréstimos.

f) Qual foi a taxa real de retorno (aumento do poder de compra) desse investimento, levando em consideração a inflação?

Ano	Retorno (R)	Inflação (I)	Valor Final
2013	$7\% \cdot 30000 = 2100$	$6\% \cdot 30000 = 1800$	$30000 + 2100 - 1800 = 30300$
2014	$11\% \cdot 30300 = 3333$	$7\% \cdot 30300 = 2121$	$30300 + 3333 - 2121 = 31504$
2015	$13\% \cdot 31504 = 4095,52$	$8\% \cdot 31504 = 2520,32$	$31504 + 4095,52 - 2520,32 = 33079,2$

Resumo do cálculo final: $33079,2 - 10000 = 23079,2$

$$\begin{matrix} \times \\ \div 10000 \end{matrix} \Rightarrow x = 230,792\%$$

Figura 7.4 – Continuação do registro escrito de Gabi para a Tarefa 1 (itens b – f)
 Fonte: arquivo de dados do pesquisador

Finalizamos essa seção reforçando que análise foi realizada a partir da integração dos registros escritos pelos estudantes com os dados produzidos e capturados em vídeo, de modo que uma fonte de dados complementou a outra, ampliando a visão que fomos construindo do processo de produção de significados dos estudantes.

7.4 O design das tarefas

Vamos começar essa seção delimitando o que entendemos por tarefas. Nossa perspectiva para tarefa é de ferramenta de mediação para o ensino e aprendizagem de matemática, sendo qualquer coisa que um professor ou pesquisador usa para demonstrar e ou construir interativamente ideias, predominantemente (mas não exclusivamente) matemáticas, assim como para pedir aos alunos para fazerem algo (WATSON et al, 2013).

Em nosso estudo, a tarefa é uma ferramenta de mediação composta de uma situação econômico financeira a partir da qual são realizadas uma série de perguntas que convidam os alunos a analisarem as SEF que envolvam predominantemente a tomada de decisão sob diversos aspectos, dentre eles os aspectos matemáticos, financeiros, econômicos, sociais e culturais, e de uma forma mais geral, os aspectos comportamentais.

As tarefas foram desenhadas, a partir de dois objetivos centrais, quais sejam:

- ✓ Apresentar SEF como ponto de partida que representassem ou pudessem representar situações reais, de modo a oferecer oportunidades de produção de significados em múltiplas direções, em diferentes cenários envolvendo cada SEF abordada nos AEFÉ construídos durante cada encontro.
- ✓ Coletar informações a respeito dos processos e resultados dos alunos que nos ajudassem a responder às nossas questões de pesquisa.

As tarefas não são as SEF, mas cada tarefa tem pelo menos uma SEF. Outra característica importante é que as tarefas podem **apresentar diferentes cenários**, gerando **comparação entre as tomadas de decisão** entre esses diferentes cenários. Em algumas tarefas, os estudantes foram convidados a realizar uma **análise de sensibilidade** para tomar decisões.

Temos, portanto, que as tarefas sempre apresentam perguntas que buscam coletar informações que nos ajudaram a responder nossa pergunta de pesquisa, além de contribuir para que os estudantes analisassem as SEF para as quais eram convidados a tomar decisões. As perguntas orientavam um caminho, mas, em alguns casos, acabaram estimulando a emergência de outros.

Deste modo, o design de tarefas foi baseado, de uma forma ampliada, em alguns objetivos específicos, gerados a partir dos dois objetivos gerais acima apresentados, que passamos a listar a seguir.

- 1) Oferecer oportunidades de produção de significados matemáticos, para que pudéssemos entender a dinâmica desse processo de produção de significados, isto é, que pudessem registrar seus cálculos, estratégias, e soluções, mostrando que objetos constituíam e quais as operações realizavam com eles, e de que maneira as decisões tomadas eram influenciadas pelos resultados obtidos, favorecendo assim a nossa investigação.
- 2) Oferecer oportunidades de produção de significados não matemáticos, com um olhar para as questões comportamentais que influenciavam ou poderiam influenciar, segundo os estudantes, tanto suas escolhas diante das escolhas oferecidas e das alternativas que porventura apresentassem ao longo do encontro.
- 3) Identificar que conhecimentos eram produzidos na medida que realizavam as tarefas e como os levavam em consideração para tomar decisões.
- 4) Estimular os estudantes a apresentarem os motivos que os levaram ou os levariam a tomar aquela decisão ou a pensar daquela maneira. Com isso, além de obtermos elementos para fundamentar as respostas às perguntas de pesquisa, buscamos ampliar não somente o número de possibilidades de compreender os elementos que contribuíram para a TD, bem como contribuir para que o sujeito da pesquisa refletisse sobre suas escolhas e ações diante das situações.
- 5) As perguntas nas tarefas, juntamente com a característica sócio-interacionista da aplicação das tarefas, buscaram contribuir para que os comentários espontâneos dos participantes fossem ouvidos e que gerassem algum tipo de discussão no grupo. Assim, os sujeitos pesquisados podiam a todo tempo discutir suas estratégias entre si, buscando acordos e argumentando diante de controvérsias.
- 6) Apresentar uma sucessão de perguntas que criavam cenários, ou ainda apresentavam oportunidades para uma análise de sensibilidade, de modo que orientavam um caminho, mas também estimulavam a emergência de outros.

A figura a seguir apresenta uma das tarefas aplicadas no encontro 10. Nela temos, por exemplo, a presença de aspectos matemáticos, financeiros, econômicos e comportamentais (item B).

TAREFA 14 – O dilema dos irmãos: metas, estratégias, sonhos e o Valor do dinheiro no tempo.

Arthur e Esther querem fazer uma poupança programada para realizar alguns sonhos daqui a 10 anos, em Dez/2024. Para isso, eles pensaram em estratégias diferentes, de acordo com o perfil e a capacidade de poupança de cada um.

Arthur resolveu investir 1.000 reais mensalmente, durante 10 anos, em uma aplicação que rende 1% ao mês, começando em Jan/2015. Ele planeja realizar o último depósito em Dez/2024.

Esther resolveu investir 1.500 reais mensalmente, durante 5 anos, em uma aplicação que rende 1% ao mês, começando em Jan/2015. Ela planeja realizar o último depósito em Dez/2019. Depois disso, vai parar de realizar os depósitos, mas vai deixar o dinheiro aplicado por mais 5 anos, ou seja, ela deixará todo o saldo da conta aplicado até Dez/2024.

- A) Antes de fazer as contas, quem vai conseguir o maior valor acumulado? Apresente sua impressão inicial.
- B) Qual das duas estratégias você utilizaria? Que aspectos você levaria em consideração ou acha que poderiam ser levados em consideração para definir sua estratégia?
- C) Quanto o Arthur terá acumulado em Dez/2024, imediatamente após realizar o último depósito?
- D) Quanto a Esther terá acumulado em Dez/2014?
- E) E se Esther depositasse 2.000 reais em vez de 1.500 reais, o resultado final seria o mesmo?
- F) Preencha a tabela abaixo, e diante dos resultados, apresente que estratégia você utilizaria para fazer a sua poupança programada.

Investimento mensal	Valor acumulado (Dez/2024)
1.500,00	
1.600,00	
1.700,00	
1.800,00	
1.900,00	
2.000,00	

Figura 7.5 – Tarefa 14: O dilema dos irmãos.

Fonte: o autor.

O item A objetiva captar a decisão tomada de uma forma rápida, a partir apenas da impressão inicial dos dados. O item B busca captar aspectos não matemáticos; nos itens C e D o processo de produção de significados matemáticos é analisado, o item E apresenta um novo cenário e o item F convida o aluno a realizar uma análise de sensibilidade. As decisões em cada um desses cenários, e suas explicações são captadas tanto por meio dessa folha, como também pelas gravações em vídeo.

Aplicamos na Fase 3 um total de 15 Tarefas, distribuídas nas duas etapas descritas anteriormente. O quadro a seguir apresenta a distribuição das tarefas pelos encontros de cada uma das duas etapas da Fase 3, e os respectivos vídeos produzidos em cada encontro.

Quadro 7.2 – Distribuição das tarefas e da produção em vídeo pelos encontros da Fase 3

Etapas da Fase 3	Encontro	Tarefa	Vídeos
ETAPA 1	1	Tarefa 1	Vídeos 1.1 ao 1.10
	2	Tarefa 2	Vídeos 2.1 ao 2.7
		Tarefa 3	
	3	Tarefa 4	Vídeos 3.1 ao 3.12
		Tarefa 5	
	4	Tarefa 6	Vídeos 4.1 ao 4.9
ETAPA 2	5	Tarefa 7	Vídeos 5.1 ao 5.25
	6	Tarefa 8	Vídeos 6.1 ao 6.4
	7	Tarefa 9	Vídeos 7.1 ao 7.14
		Tarefa 10	
	8	Tarefa 11	Vídeos 8.1 ao 8.7
	9	Tarefa 12	Vídeos 9.1 ao 9.15
	10	Tarefa 13	Vídeos 10.1 ao 10.8
		Tarefa 14	
11	Tarefa 15	Vídeos 11.1 ao 11.6	

Fonte: o autor.

Finalizamos este capítulo, esclarecendo que nesse trabalho, o termo atividade não são se refere à tarefa. Usamos o termo atividade, na perspectiva de Leontiev (1975)⁶¹, para nos referirmos à nossa unidade de análise. É para a atividade dos alunos de produzir significados para as situações econômico financeiras abordadas juntamente com as perguntas realizadas que compõe cada tarefa, que fazemos nossa análise. Reforçamos que as atividades ocorrem em AEFÉ, e são nesses ambientes que a tomada de decisão é investigada. Não é a tomada de decisão na rua, no supermercado, nas lojas, nas concessionárias, ou em outros momentos, mas sim a tomada de decisão por estudantes de ensino médio nos AEFÉ criados nos encontros cujas SEF faziam referência a tais espaços.

⁶¹ Para maiores detalhes sobre a teoria da Atividade ver Leontiev (1984)

8. ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS FASES INICIAIS – FASES 1 E 2.

Conforme apresentado no capítulo anterior, as Fases 1 e 2 foram de natureza experimental e preparatória para a Fase 3, sobre a qual realizamos nossa investigação propriamente dita. A figura a seguir reforça a localização dessas duas fases em relação à terceira.

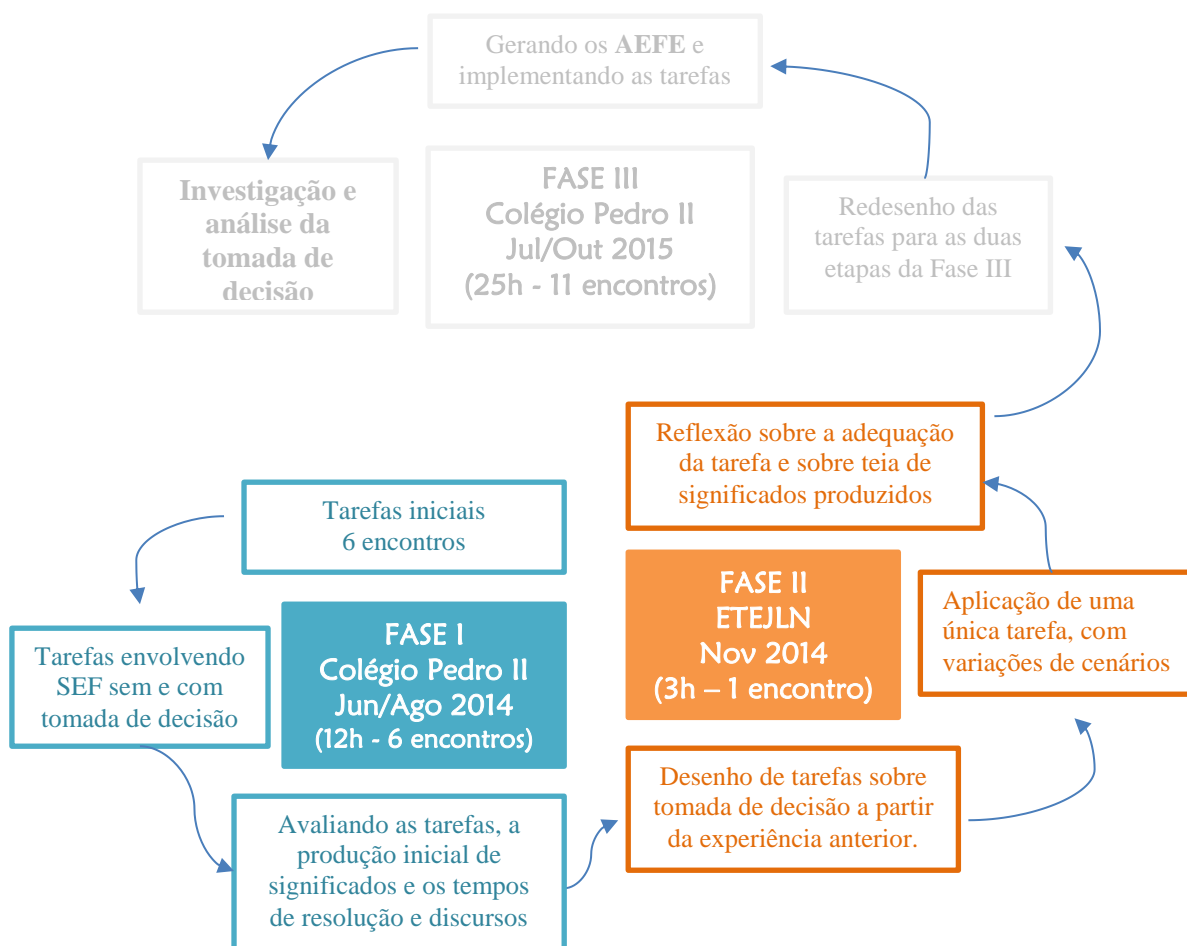


Figura 8.1: Fases 1 e 2 da Pesquisa
Fonte: Elaborado pelo autor.

Entretanto, optamos por analisar alguns momentos-chave s dessas duas fases, visto que já revelavam uma teia de significados matemáticos e não matemáticos que emergiram das ações enunciativas dos estudantes nos AEFs, evidenciando uma gama de objetos sendo produzidos, as operações que realizavam entre eles e as lógicas dessas operações, que apareceram de forma conectada às questões comportamentais, sociais e culturais. Ressalvamos que essa análise será mais sucinta e sintética da apresentada na Fase 3.

8.1 Análise sintética da Fase 1.

Dos seis encontros que tivemos na fase 1, analisaremos um dos encontros (Encontro 3) que envolvia diferentes formas de transformação do dinheiro no tempo, dentre elas o investimento em parcelas iguais, em cenários sem e com inflação. Escolhemos este encontro por apresentar alguns elementos que se diferenciaram de outros que também apareceram na Fase 3. Essa análise foi parcialmente publicada no Artigo intitulado: *Uma leitura sobre a construção e articulação de ideias matemáticas com outros conhecimentos por alunos de Ensino Médio: O caso da evolução do saldo acumulado de uma poupança programada* (MUNIZ, 2015b)

Neste encontro, ocorrido em 2014, contamos com a participação de 17 alunos da terceira série do E.M. do Colégio Pedro II, Campus Centro, que foram divididos em grupos de 3 a 4 alunos. Nele, apresentamos três tarefas, uma após a outra, envolvendo a evolução do saldo acumulado de uma aplicação, que chamaremos aqui de poupança programada, que remunera a uma taxa fixa de juros, em que uma pessoa que faz depósitos mensais e sucessivos por um determinado prazo.

Na *primeira tarefa*, que basicamente servia de base para as outras duas, os estudantes investigaram a relação entre o valor do saldo acumulado em função do tempo, utilizando duas diferentes estratégias. A tarefa consistia de uma situação em que João aplicava mensalmente 200 reais em um investimento, que proporcionava uma taxa de juros 0,60% ao mês sobre o saldo acumulado. Para ajudar na análise foram apresentadas duas tabelas, conforme ilustra a figura a seguir, em que os estudantes analisavam a situação de duas formas diferentes.

Considere agora que João faz 5 depósitos mensais e sucessivos de 200 reais na poupança, começando o primeiro depósito HOJE. Como será a evolução do Saldo ao final de 4 meses, exatamente até a data do último depósito?

TAXA 0,60%

Tempo	Saldo Inicial	Depósito	Saldo Final
0			
1			
2			
3			
4			

Analisar a evolução do Saldo através desse outro método:

	Tempo				
	0	1	2	3	4
200,00					
	200,00				
		200,00			
			200,00		
				200,00	
					200,00
ACUMULADO					

Qual dos dois métodos te ajudou a entender melhor a evolução do saldo?
Em qual deles fica mais fácil de entender a transformação do dinheiro no tempo?

Considere agora que João faz 5 depósitos mensais e sucessivos de 200 reais na poupança, começando o primeiro depósito HOJE. Como será a evolução do Saldo ao final de 4 meses, exatamente até a data do último depósito?

TAXA 0,60%

Tempo	Saldo Inicial	Depósito	Saldo Final
0	0	200	200
1	201,2	200	401,20
2	402,6	200	603,6
3	604,22	200	807,22
4	811,03	200	1012,06

Analisar a evolução do Saldo através desse outro método:

TAXA: 0,60%

	Tempo				
	0	1	2	3	4
200,00					
x	200,00				
x		200,00			
x			200,00		
x				200,00	
x					200,00
ACUMULADO	200	401,20	603,60	807,22	1012,06

Figura 8.1: Imagem da tarefa 1 e desenvolvimento da aluna DA (Encontro 3 da Fase 1)
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

Não faremos uma análise detalhada das impressões dos alunos sobre os dois métodos. Registramos que todos os alunos completaram os quadros e perceberam que havia pelo menos duas formas de se construir o saldo acumulado. Dos alunos participantes 70% responderam o primeiro método para a primeira pergunta, e 65% responderam o segundo método para a segunda pergunta, indicando que elas se complementavam na análise da evolução do saldo acumulado.

Na *segunda tarefa*, apresentamos uma tarefa que consistia em uma SEF seguida de cinco perguntas envolvendo investimentos periódicos iguais, conforme ilustra a Figura 2.

A paciência é sempre bem remunerada.
Sobre o impacto do tempo e da taxa na dinâmica dos investimentos periódicos iguais.

Rodrigo já pensa no futuro e planeja ter uma boa poupança para realizar alguns sonhos. Para isso resolveu, a partir de Janeiro de 2014, aplicar mensalmente 100 reais em um investimento com rentabilidade média de 0,7% ao mês.

a) Quanto Rodrigo terá acumulado exatamente após o 4º depósito, ou seja, em Abril de 2014?

tempo				
0	1	2	3	4
	100,00			
		100,00		
			100,00	
				100,00

b) Quanto terá acumulado em 1, 5, 10, 20 e 30 anos? (Vamos fazer isso no Excel!)

c) Preencha a tabela abaixo, considerando outras taxas.

		Tempo (anos)					
		1	2	5	10	20	30
Taxas	0,7%	1.247,30					
	1,0%						349.496,41
	1,2%						
	1,5%					230.885,44	
	2,0%						

d) Se ele tivesse depositado 200 reais, durante 30 anos, a uma taxa de 1,0%, quanto teria acumulado? E se fossem 300 reais?

e) Imagine agora que Rodrigo estivesse 30 anos no Futuro, mais precisamente em Dezembro de 2043, e que tenha conseguido investir 200 reais mensais a uma taxa média de 1% ao mês. Ele teria aproximadamente 700 mil reais. Considere também que a inflação nesses 30 anos tenha sido de 5% ao ano. Qual o valor REAL dos 700 mil reais de Rodrigo se comparados ao poder de compra atual?

Figura 8.2: Imagem da Tarefa 2 do Encontro 3 da Fase 1

Fonte: Elaborado pelo autor.

No item b, a reação dos alunos ao se depararem com um prazo de um ano foi quase unânime: vai dar muito trabalho fazer pelo “método 1 – aquele do mês a mês”. Assim, sugeri que pensassem em alguma ferramenta que já haviam estudado, e olhassem para o segundo método, que estava também no item *a* dessa nova tarefa. Em um dos grupos surgiu a idéia de usar a soma dos termos de uma Progressão Geométrica para analisar a situação. O argumento apresentado foi muito interessante, pois dizia que se cada depósito crescia em PG, e se cada um deles crescia por um tempo diferente, mas

parava em um “mesmo lugar”, então bastaria somar os termos da Progressão Geométrica. A figura abaixo ilustra as soluções apresentadas pelo grupo

A paciência é sempre bem remunerada.
Sobre o impacto do tempo e da taxa na dinâmica dos investimentos periódicos iguais.

Rodrigo já pensa no futuro e planeja ter uma boa poupança para realizar alguns sonhos. Para isso resolveu, a partir de Janeiro de 2014, aplicar mensalmente 100 reais em um investimento com rentabilidade média de 0,7% ao mês.

a) Quanto Rodrigo terá acumulado exatamente após o 4º depósito, ou seja, em Abril de 2014?

$S_4 = 100(1,007)^3$

Tempo				
0	1	2	3	4
	100,00	100,7	101,4	102,11
		100,00		
			100,00	
				100,00

\Rightarrow acumulados R\$ 404,21

b) Quanto terá acumulado em 1, 5, 10, 20 e 30 anos? (Vamos fazer isso no Excel!)

$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

$S_1 = \frac{100(1,007^1 - 1)}{0,007} = 1247,20$

$S_5 = \frac{100(1,007^5 - 1)}{0,007} = 5173,73$

$S_{10} = \frac{100(1,007^{10} - 1)}{0,007} = 10708,54$

$S_{20} = \frac{100(1,007^{20} - 1)}{0,007} = 24248,80$

$S_{30} = \frac{100(1,007^{30} - 1)}{0,007} = 49708,54$

c) Preencha a tabela abaixo, considerando outras taxas.

Figura 8.3: Solução apresentada pelo Grupo 2 para o item b da tarefa 2 do Encontro 3.
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

No item c, dividimos o trabalho computacional e depois analisamos os resultados. Apesar de extremamente ricas e interessantes, dado ao volume de informações as análises horizontais e verticais serão apresentadas em outro artigo.

No item d, os grupos observaram que os valores acumulados calculados eram diretamente proporcionais ao valor dos depósitos, apesar de só acreditarem nisso depois dos cálculos, dizendo inicialmente que não seriam. Isso aconteceu pois estavam influenciados pelas outras relações, investigadas no item c, entre saldo acumulado e taxa, e saldo acumulado e prazo, onde tal proporcionalidade não ocorria. Perguntados se saberiam provar a proporcionalidade, não souberam responder.

O item e aborda o impacto da inflação sobre o valor do saldo acumulado. Sobre esse item, apresentaremos alguns significados produzidos pelos alunos sobre esse valor.

A figura abaixo mostra o registro da aluna BM, e ao lado sua explicação.

e) Imagine agora que Rodrigo estivesse 30 anos no Futuro, mais precisamente em Dezembro de 2043, e que tenha conseguido investir 200 reais mensais a uma taxa média de 1% ao mês. Ele teria aproximadamente 700 mil reais. Considere também que a inflação nesses 30 anos tenha sido de 5% ao ano. Qual o valor REAL dos 700 mil reais de Rodrigo se comparados ao poder de compra atual?

Poder de compra atual: $\frac{700.000}{1,05^{30}} = 104.964,21$

→ O poder de compra investido após o abatimento da inflação representa o quanto esse valor investido vale de fato. Como que não tem a inflação, o valor real investido nunca será o esperado, mas sim o valor acumulado menos a inflação.

Simplificação: $\frac{200(1,01^{30} - 1)}{0,01} = 13.287,76$

$V_A = V_T - V_I$

$V_R = 700.000 - 13.287,76$

$V_A = 686.712,24$

“O valor do poder de compra encontrado após o abatimento da inflação representa o quanto esse valor investido vale de fato. Contando que todo ano há inflação, o valor real investido nunca será o esperado, mas sim o valor acumulado menos a

Figura 8.4: Solução e comentário da aluna BM para a pergunta do item e da Tarefa 2
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

Nesse registro temos dois cálculos. No apresentado do lado direito (que foi o primeiro), a aluna calcula o valor acumulado (valor futuro) de uma série de 30 depósitos de 200 reais, na tentativa de encontrar um valor que pudesse representar a inflação, para em seguida descontar o valor acumulado desse valor da inflação (vide o argumento apresentado). No lado esquerdo, aparece uma expressão indicando que o valor acumulado de aproximadamente 700 mil reais foi dividido pelo fator de inflação em 30 anos, que é de $1,05^{30}$ (a aluna se descuidou ao escrever o fator, mas os cálculos são coerentes com esse fator). Percebemos que a aluna opera na direção de entender que o valor acumulado é corroído pela inflação e, portanto, não será igual à quantia acumulada (chamada de valor nominal). Opera em uma direção e depois em outra. Nos dois casos percebemos uma tentativa de corrigir o efeito da inflação.

Comparemos agora os diferentes significados produzidos para o valor de 161.964,82, pelos outros alunos do grupo que chegou a este valor.

“Esse valor é o equivalente aos 700 mil reais daqui a 30 anos com uma taxa de inflação de 5% ao ano, ou seja, o valor de 700.000 hoje é 700.000, mas daqui a 30 anos é 161.964,21” (Aluna MJ)

“Este é o verdadeiro valor que foi acumulado [se referindo aos 161 mil reais]. É quanto vale 700 mil reais em 30 anos. Isto ocorre pois apesar do valor acumulado, há a taxa de inflação anual, que deve ser abatida. Assim chegamos ao valor real”. (Aluna GD)

“Esse valor [se referindo aos 161 mil reais] é o que a uma inflação de 5% valerá, ou seja, em 30 anos, meus 700.000 só comprarão 161.964,21” (Aluno RS)

A aluna MJ opera na direção de que existe uma equivalência entre 700 mil hoje e 700 daqui a 30 anos, que devido a inflação, vale 161 mil reais comparados a valores de hoje. A aluna GD considera 161 mil reais como o verdadeiro valor acumulado, dando um novo significado ao que habitualmente chamamos de valor real. O aluno RS constrói um conhecimento na mesma direção, deixando bem claro que terá 700 mil daqui a 30 anos, mas que só comprarão 161 mil reais (se comparados com os preços de hoje). De acordo com a nossa concepção de conhecimento, neste ponto foi possível perceber claramente que alunos que usaram uma mesma ideia matemática, construíram conhecimentos diferentes, bem como produziram diferentes significados para um mesmo valor calculado.

O efeito da inflação, apesar de ser conhecido de muitos brasileiros, não é de fácil entendimento quando se tenta explicá-lo matematicamente. Dividir o valor nominal pelo fator acumulado de inflação para se obter o valor real (o poder de compra quando comparado ao início do período) está longe de ser algo natural, e aqui não foi diferente.

Apesar dos estudantes terem participado de um encontro com tarefas envolvendo inflação, em que isso foi investigado, somente os alunos do grupo 1 chegaram aos 161 mil reais, e mesmo assim, após uma intervenção do pesquisador sugerindo que tentassem interligar o que aprenderam na atividade de inflação (encontro 2), com o que estavam trabalhando agora. É muito interessante observar que os significados estavam sendo construídos em uma direção e depois foram construídos em outra.

A terceira e última tarefa desse encontro começava a partir de um gráfico, conforme apresentado na figura a seguir.

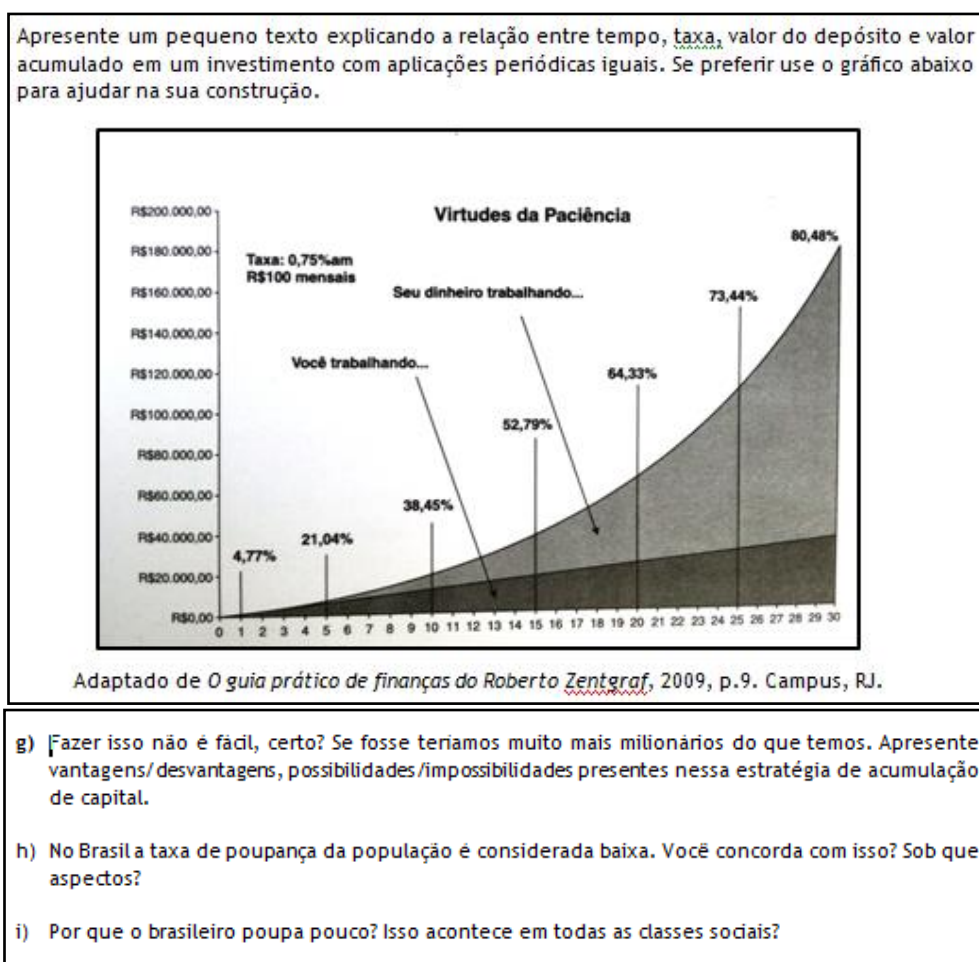


Figura 8.5: Tarefa 3 – SEF envolvendo a evolução do VF de uma série uniforme. Fonte: O gráfico utilizado para o desenho da tarefa foi retirado de Zentgraf (2009, p.9)

Na transcrição a seguir, temos algumas explicações para o gráfico (item f) e uma síntese das principais considerações feitas pelos alunos nos itens g, h e i.

“Ao longo dessa atividade pude perceber que a grande questão é a taxa e o tempo, visto que sendo os depósitos e a taxa constante, quanto maior o tempo investido, maior será o acumulado. É importante ressaltar que o crescimento acumulado não é linear, mas exponencial...” (Aluna BM)

“Quando se deposita um certo valor periodicamente, o crescimento não é linear. Os valores não dobram com o dobro do tempo.” (Aluna AB)

“Com o investimento do dinheiro ele cresce de maneira exponencial, se apenas acumularmos nossos salários crescerá de maneira linear. A parte cinza representa o rendimento e a preta o valor investido” (Aluna FL)

“Apesar de ser mantido um mesmo valor de depósito, com o passar do tempo o crescimento se dá de forma exponencial, ou seja, apresenta aumentos não padronizados; se fosse linear o valor acumulado seria bem menor. No gráfico fica muito claro a diferença entre a simples acumulação de dinheiro e sua aplicação” (Aluna MC)

“Com o gráfico e com as questões já trabalhadas podemos notar que o tempo é um fator fundamental para estudar os fenômenos que ocorrem ao aplicar um certo valor depositado (constante) que vai variando devido a uma taxa também constante. O valor acumulado é resultante de uma função (quase exponencial) que influenciado pelo tempo. Ou seja, foi possível concluir que o valor do dinheiro hoje não é o de amanhã.” (Aluna GD)

“A rentabilidade do investimento depende crucialmente do tempo e da taxa, pois a partir desses dois parâmetros é possível prever o quanto será acumulado em detrimento do que já foi depositado” (Aluno GR)

Percebemos vários significados produzidos para os diversos elementos apresentados no gráfico. As ideias centrais foram o crescimento exponencial, o impacto do tempo (médio e longo prazos) no valor acumulado, e a diferença entre o valor total depositado e o valor acumulado no tempo.

Nos itens que se seguem, percebemos que outros conhecimentos, além dos associados à matemática, foram apresentados. Nos registros dos estudantes sobre a questão do porquê o brasileiro poupar pouco, encontramos, em síntese, as seguintes respostas:

- ✓ Sociedade brasileira é extremamente consumista, sobrando pouco dinheiro para poupar;
- ✓ Custo de vida cada vez mais alto, e o salário não acompanha, dificultando juntar dinheiro.

- ✓ Nas classes sociais mais baixas, a remuneração/salário é baixa e não sobre dinheiro para poupar.
- ✓ Os mais abastados conseguem poupar e investir.
- ✓ Desconhecimento ou falta de Educação financeira. População não é educada para poupar ou vive em uma cultura de prazeres imediatos.
- ✓ Falta de paciência para ver o dinheiro valorizar.
- ✓ A maioria dos brasileiros não tem paciência para esperar o dinheiro render, não há incentivo dos brasileiros para poupar, para investir. É uma questão cultural e isso acontece em todas as classes.
- ✓ Não se tem muita visão sobre poupança nas famílias.

A partir de nossa investigação do processo de produção de significados, identificamos dois caminhos importantes para responder às nossas questões de pesquisa.

Um deles é de natureza matemática, com os estudantes utilizando conceitos básicos de taxas de crescimento e fatores de atualização para uma primeira análise do saldo acumulado do investimento com depósitos iguais. Quando do aumento do prazo, os estudantes chegaram a um impasse computacional, que foi resolvido por um dos grupos através da soma dos termos de uma progressão geométrica, objeto que haviam constituído anteriormente na escola. Identificamos diferentes significados produzidos para as relações entre: tempo e saldo acumulado, taxa de retorno e saldo acumulado e para o impacto da inflação do valor do saldo acumulado, em que crescimentos exponenciais e lineares apareceram em seus discursos para justificar diferentes afirmações realizadas.

Além disso, identificamos em vários discursos uma articulação das ideias matemáticas com conhecimentos não matemáticos, envolvendo aspectos comportamentais tais como o “hábito de poupança”, “consumismo”, “cultura de prazeres imediatos”, “falta de paciência”, “falta de visão do futuro”; aspectos sociais e culturais: “os mais abastados conseguem poupar e investir”, “nas classes sociais mais baixas, não sobra dinheiro para poupar”, “população não é educada para poupar”. Tais aspectos refletem características da população brasileira, que foram apontadas pelos estudantes, todas elas relacionadas às decisões que as pessoas tomam, em relação ao hábito ou possibilidade de poupança.

De um modo geral, temos desse encontro que escolhemos para representar nossa análise da Fase 1, que os estudantes articularam as ideias matemáticas associadas ao crescimento exponencial, impacto da taxa do valor acumulado, e progressões

geométricas com questões comportamentais, culturais e sociais da sociedade brasileira da qual fazem parte, contribuindo segundo eles para a ampliação da visão sobre a aplicação da matemática e das questões econômicas e sociais envolvendo o planejamento financeiro através da poupança e do investimento, que devem começar o mais cedo possível, segundo alguns deles.

8.2 Análise da Fase 2.

A **Fase 2**, realizada em novembro de 2014, teve apenas um encontro com duração de aproximadamente 3h, e contou com a participação voluntária de oito alunos da segunda série do Ensino Médio de uma Escola Técnica Estadual no Rio de Janeiro, em Nova Iguaçu. Eles se dividiram em dois grupos, sendo o G1 formado por Lucas, Roger, João e José; e o G2 formado por Evelin, Bruna, Preta e Clara.

A investigação aqui apresentada foi parcialmente publicada no Artigo intitulado: *Uma leitura sobre a produção de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio no processo de tomada de decisão entre comprar ou alugar um imóvel.* (MUNIZ, 2015c)

A tarefa consistia de uma SEF envolvendo a tomada de decisão de um casal hipotético que estava diante de um dilema entre comprar ou alugar um imóvel. A tarefa apresentava mudanças graduais nos cenários em que deveriam tomar a decisão. Essa tarefa apresentava um grau de complexidade maior que as da fase 1, e um de nossos objetivos era avaliar se esse tipo de tarefa era viável, se haveria obstáculos e limites epistemológicos, quanto tempo levaria para os alunos apresentarem suas estratégias, soluções e argumentos.

O encontro, se dividiu em duas partes. Na primeira, com duração de 60min, uma SEF foi apresentada aos alunos envolvendo um dilema vivido por um casal que precisava decidir entre comprar ou alugar um imóvel, e os alunos trabalharam em grupos durante aproximadamente 1 hora. Na segunda, com duração de 90min, os integrantes dos grupos apresentaram oralmente suas ideias e estratégias para justificar suas tomadas de decisão, interagindo entre si nos acordos e nas controvérsias, usando um quadro branco para auxiliar em suas exposições. As discussões foram mediadas pelo pesquisador.

A partir dos dados produzidos em vídeo, buscamos entender o processo de tomada de decisão dos estudantes no interior da atividade, a partir da análise das

estratégias, ideias e modelos apresentados por eles e os vários aspectos não matemáticos que emergiram de seus discursos ao longo desse processo. Analisaremos apenas alguns eventos ocorridos na segunda parte do encontro.

Esse grupo de alunos já havia estudado matemática financeira durante o ano de 2015 e, portanto, já haviam estudado porcentagens, taxas de crescimento, fatores de atualização, equivalência de capitais e séries uniformes. Ou seja, sabiam a forma mais usual de transformação do dinheiro no tempo, em que a taxa incide sobre o saldo acumulado do período anterior.

A tarefa apresentada aos alunos consistia de uma situação problema em que um casal hipotético construiu duas estratégias, sendo a primeira comprar um apartamento, através de uma entrada, usando uma economia do casal destinada a esse fim, e de um financiamento. A segunda seria alugar o apartamento em vez de comprá-lo, conforme mostra a Figura 8.6.

Situação Problema 3.

Um casal precisa decidir se compra ou se aluga um apartamento. O Apartamento custa hoje 150 mil reais. Eles definiram duas estratégias:

Estratégia I – Dar um entrada no valor de 30 mil reais que eles acumularam para esse fim. Financiar o restante em prestações mensais e iguais, no prazo de 20 anos, em um Banco que cobra uma taxa de 0,6% ao mês.

Estratégia II – Alugar o apartamento. Nesse caso, o aluguel seria de 700 reais mensais.

Considere que a poupança desse casal seja remunerada a uma taxa de de 0,5% ao mês.

a) Qual estratégia você usaria? Que aspectos você levou em consideração?

b) Qual a melhor estratégia do ponto de vista financeiro?

c) Qual estratégia que a maioria das pessoas que você conhece usaria? Justifique.

Considere adicionalmente que o imóvel se valorize a uma taxa de 3% ao ano, ou seja, a metade da taxa da poupança do casal.

d) Você mudaria de opinião? Justifique.

e) E se fosse 6% a.a., ou seja, a mesma taxa da poupança considerada aqui nessa situação?

Considere todas as premissas anteriores, mas que o aluguel seja reajustado anualmente, a uma taxa de 6% ao ano.

f) Qual seria a sua decisão? Justifique.

Figura 8.6: Tarefa 3 – SEF envolvendo a evolução do VF de uma série uniforme.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Análise das estratégias apresentadas pelo Grupo 1.

O grupo começou reunindo os dados no quadro e partiu do valor a ser financiado em 120 mil reais, devido à entrada de 30 mil, para em seguida calcular o valor das prestações do financiamento, a partir da equação que relacionava o valor da prestação (P) com o valor a ser financiado (VP), a taxa de juros mensais (i) e o prazo do financiamento (n), encontrando 944,82, conforme ilustra a figura abaixo.

Figura 8.7: Estratégia inicial do Grupo 1 – encontrar o valor da prestação do financiamento

$$120.000 = P \frac{(1,006^{240} - 1)}{1,006^{240} \cdot 0,006}$$

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

Fizemos uma sondagem inicial, após os alunos apresentarem o valor da prestação, para identificar os primeiros significados produzidos por eles em relação à tomada de decisão. A transcrição a seguir apresenta os discursos sobre esse primeiro momento.

06:03	Lucas	Nós pensamos o seguinte. Que a prestação seria o valor maior, isso no início! Só olhando, só com essa conta. Agente pensou que a prestação seria maior, porém ao final, o cara teria a casa. Isso a gente pensou de início.
07:04	Pesq	O que o outro grupo achou inicialmente quando vocês encontraram essa prestação maior que o aluguel?
07:18	Evelin	A mesma coisa. Por mais que a prestação fosse mais cara, no final das contas teríamos um bem, no caso a casa.
07:34	Pesq	Ah! [...] Esse valor colocou vocês em que direção inicial: em comprar ou em alugar?
07:52	Lucas	Logo que olhou a gente pensou em comprar.
08:05	Evelin	A gente pensou em fazer conta. Não vamos tomar nenhuma decisão agora. Melhor fazer as contas pra ver qual a melhor decisão.
08:17	Preta	Mas a gente achou a mesma coisa [se referindo ao dito pelo outro grupo] que seria melhor comprar, porque mesmo sendo maior o valor não é tão grande, e gente pensou no bem.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador (Vídeo 1, Fase 2)

Apesar de o valor da prestação ser maior que o do aluguel, os dois grupos ficaram inclinados inicialmente a comprar o apartamento, pois segundo os dois grupos, ao final o casal teria um bem. Os valores da prestação e do aluguel foram objetos constituídos pelos alunos a

partir dos quais realizaram operações, usando a lógica da transformação do dinheiro no tempo. A comparação inicial entre o maior e o menor não levou a uma opção pelo menor, pois ao final se teria um bem, conforme registrado na transcrição anterior. Mas não foi apenas o valor do bem o que contou. Havia algo mais que estavam considerando e que emerge ao final da fala de Preta (08:17), quando diz: “... porque mesmo não sendo maior, o valor não é tão grande”. Essa fala indica que, na lógica de Preta, a diferença entre os dois também fora levada em consideração. Para nos certificarmos de que estava operando nessa direção, buscamos confirmar mais alguns significados produzidos, conforme podemos ver na transcrição a seguir:

07:52	Lucas	Logo que olhou a gente pensou em comprar.
08:05	Evelin	A gente pensou em fazer conta. Não vamos tomar nenhuma decisão agora. Melhor fazer as contas pra ver qual a melhor decisão.
08:17	Preta	Mas a gente achou a mesma coisa [se referindo ao dito pelo outro grupo] que seria melhor comprar, porque mesmo sendo maior o valor não é tão grande, e gente pensou no bem.
08:25	Pesq	Ah! Então... O natural é que se o valor é maior então eu quero pagar menos – vou alugar. Aí vem a segunda impressão que vocês disseram. Poxa, mas no final eu tenho um bem. Mas não só isso. Se a prestação ali fosse 2000 reais...
08:46	Preta e Evelin	Aí seria diferente [rsrs]
08:48	Pesq	Tem uma coisa aí que vocês disseram agora que foi a...
08:54	Preta e Evelin	Diferença
08:56	Pesq	Vocês acharam a diferença grande ou pequena?
08:57	Preta e Evelin	Pequena
09:00	Lucas	Não! A gente achou a diferença pequena em relação à parcela. Mas levando em consideração o valor total, depois que a gente fez a conta, a diferença é absurda.
09:14	João	Achei a mesma coisa.
09:16	José	Eu também.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

Quando perguntamos (08:25) o que fariam, se a prestação fosse de 2.000 reais, Preta e Evelin disseram “Aí seria diferente” (08:46), indicando que não era apenas ter um bem ao final o que influenciava essa impressão inicial.

Em seguida, os alunos do G1 levaram as prestações para o futuro, isto é, calcularam quanto valeriam dali a 20 anos, com o objetivo de comparar o total gasto nas duas opções após esse período, conforme a transcrição abaixo.

09:25	Lucas	Aí, agente resolveu levar os valores para a data daqui a 240 meses. Seria daqui a 20 anos.
09:35	Pesq	Ah. Então vocês resolveram saber quanto as coisas valeriam no futuro?
09:40	Lucas	Sim.
09:42	Pesq	Por que vocês fizeram isso?
09:46	Lucas	Porque eu achei que seria uma forma mais concreta de comparar os valores.
09:53	Pesq	Você também achou uma forma concreta, Rogério.
09:56	Rogério	Eu achei que era interessante você saber quanto aquele valor que está distribuído no tempo, você saber quanto ta valendo no futuro pra saber se no futuro é mais... assim quanto você teria gastado ao final, no total.
10:10	Pesq	Você calculou quanto você gastou ou quanto vai ter?
10:14	Rogério	Quanto teria gastado porque 900 são aplicados... perdão, são pagos.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

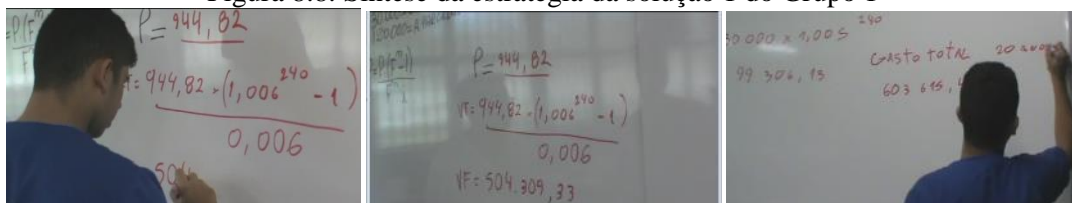
Na estratégia apresentada, fica evidente uma preocupação em considerar que o dinheiro se transforma no tempo, e essa transformação foi uma das principais operações realizadas pelos alunos de ambos os grupos. Entretanto, como veremos mais à frente, a operação levar para o futuro apresentou lógicas diferentes.

Em seguida, os alunos escolheram uma data para comparar os capitais para tomar a decisão, sendo o final dos 20 anos a data escolhida. Então calcularam o valor futuro da série uniforme formada pelo valor de cada parcela, chegando a um valor aproximado de 504.309 reais (vide figura 7).

Em seguida, encontram o valor futuro da entrada, considerando que seria aplicada à taxa da poupança fornecida, fazendo $30.000 \times 1,005^{240} = 99.306$ reais e somaram os dois valores futuros encontrados, obtendo aproximadamente 613.615 reais.

A Figura a seguir mostra uma sequência de momentos que sintetiza a primeira solução apresentada pelo Grupo 1.

Figura 8.8: Síntese da estratégia da solução 1 do Grupo 1



Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

Esse valor, entendido pelos alunos como o valor total gasto, foi considerado alto, segundo a fala de Lucas, o que motivou o grupo a procurar outra solução. Pela ótica do MCS, podemos dizer que há uma mudança na maneira de operar dos alunos, aqui motivada pelos resultados da primeira solução, conforme indica a transcrição a seguir.

14:38	Lucas	Esse aí é o valor gasto pra comprar a casa em 20 anos. Então a gente achou esse valor [pausa] alto. E a gente resolveu fazer de outra forma. A gente pensou na estratégia 2. Pensamos de uma forma diferente. A estratégia 2 seria alugar a casa por 700 reais.
15:00	Rogério	Isso levando em consideração que o imóvel não tem valorização.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

O grupo apresenta uma segunda solução (que chamam de segundo passo), cuja estratégia central está apresentada na transcrição a seguir.

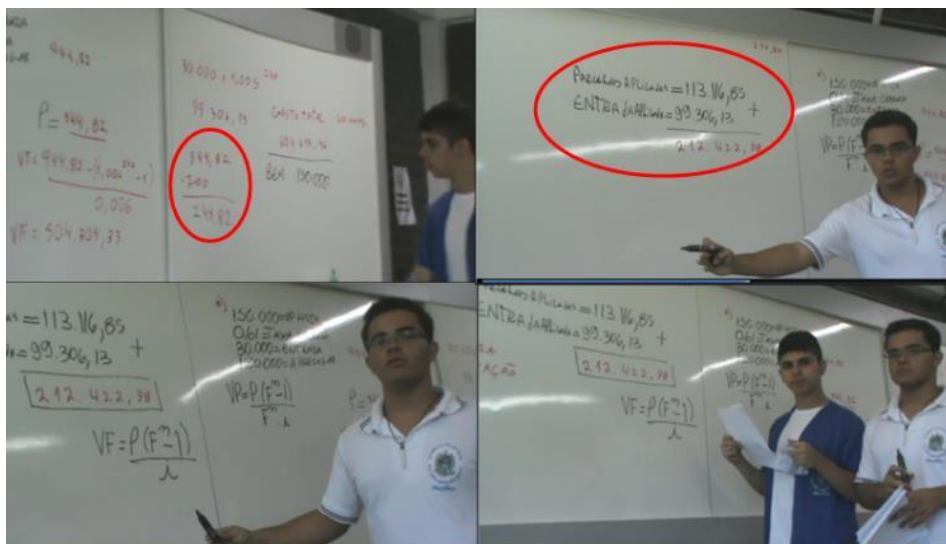
04:42	Rogério	Nós passamos para o segundo passo que seria pegar pagar os 700 mensais e aplicar os 244 já que eu teria esse valor para aplicar mensalmente. Seria aplicar os 244 mensalmente e aqueles 30.000 também pegar e aplicar.
05:05	Pesq	Ah! Legal. Essa estratégia também é legal. Faz isso aí que eu quero ver. Mas coloca só os resultados. Eu acho que as contas vocês já.
05:10	Lucas	É isso [se referindo a uma conta no quadro]
05:15	Pesq	Calma aí Lucas. Isso aí é a diferença?
05:17	Lucas	Seria o valor da gente

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 2, Fase 2)

O segundo caminho, chamado por eles ao final de “alugar de forma diferente”, pode ser resumido nas seguintes etapas:

Figura 8.9: Etapas da segunda estratégia apresentada pelo Grupo 1

- 1) Alugar o imóvel e aplicar a diferença entre o valor da prestação (que sairia do bolso se optassem por comprar) e o valor do aluguel, fazendo $944,82 - 700,00 = 244,82$.
- 2) Encontraram o valor futuro da série formada por 240 quantias iguais a 244,82, calculando $VF = 244,82 \times \frac{(1,005^{240} - 1)}{0,005} = 113.116,85$ reais.
- 3) Consideram ainda aplicar os 30 mil reais, pois no caso do aluguel esse valor não seria gasto para dar entrada no apartamento, obtendo o valor da aplicação no futuro igual a $30.000 \times 1,005^{240} = 99.306$.
- 4) Por fim, somaram os dois valores futuros, obtendo um VF total igual a $113.116,85 + 99.306,13 = 212.422,98$, o qual representa o quanto eles teriam acumulado em suas aplicações ao final de 20 anos.



Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 1, Fase 2)

A partir dos resultados obtidos nessa segunda solução, o grupo decidiu que seria melhor alugar ao invés de comprar. A figura a seguir sintetiza a tomada de decisão apresentada pelo grupo na segunda estratégia.

Figura 8.10: Conclusões da segunda estratégia apresentada pelo Grupo 1

- (i) na primeira opção, o casal gasta 944,82 e ao final tem o apartamento no valor de 150 mil;
- (ii) na segunda opção, o casal separa 944,82 mensais, paga o aluguel mensal de 700 reais, aplica a diferença de 244,82, gerando um valor futuro total de 113.116,85; além disso, investiria os 30 mil na poupança a 0,5% ao mês, gerando um valor futuro de 99.306,13, o qual somado ao investimento anterior, resultaria em um valor total de 212.422,98 ao final de 20 anos.

Fonte: o autor.

Ao final da exposição do Grupo 1, as alunas do Grupo 2 fazem alguns questionamentos sobre as ideias apresentadas. Lucas e Rogério explicam para Evelin e Preta a estratégia que utilizaram. Identificamos diversos significados que foram sendo produzidos no decorrer das falas. Um exemplo foi o significado para valor futuro de uma série uniforme. Para Lucas (10:32) foi “valor futuro da união de todas as prestações”; para Preta (09:16) foi “Ao final de 20 anos vocês teriam 212 mil”; já para Evelin foi: “Entendi”.

10:27	Pesq	E em nosso caso aqui? O que ela quer dizer?
10:32	Lucas	O valor futuro da união de todas as prestações.
10:34	Pesq	O valor futuro da [o pesquisador não tinha entendido direito o que Lucas dissera] ...?
10:35	Lucas	União de todas as prestações. No caso somando todas as prestações com seus respectivos juros.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 2, Fase 2)

Na conclusão, o grupo1 usa as duas soluções encontradas, comparando-as. Dizem os componentes que, apesar de terem cometido um erro (isso dito por Lucas) em relação à taxa, o valor futuro ainda seria alto (mesmo sendo um pouco menor, segundo eles), e concluem dizendo que a estratégia 2 – alugar de “forma diferente” – seria a melhor decisão, considerando que não ocorra valorização do imóvel e nem do aluguel. A figura a seguir mostra os argumentos de Lucas, sua movimentação no quadro e a conclusão do Grupo 1, comparando as duas estratégias utilizadas, escritas em duas partes diferentes do quadro.



12:27	Lucas	Então, a gente achou esse valor. Levando em consideração que a casa não valorizou, aqui você gastaria esse dinheiro [se referindo aos 504 mil da primeira solução] que seria menor porque a gente errou aqui na, nos juros. Porém você perderia esse dinheiro para pagar a casa e você ganharia vamos supor que você vendesse a casa você ficaria com tiraria 150 mil desse dinheiro [se referindo aos 504 mil] e você continuaria perdendo.
		
13:01	Lucas	Nesse aqui você ganharia 212 mil. E ainda tinha a [pequena pausa e retomada da frase] Você ganharia 212 mil e ainda podia comprar a casa com esse dinheiro e ainda sobrava dinheiro. [pausa e olha para os demais colegas] Vocês entenderam o que a gente fez?
		
13:15	Pesq	Fechou! Acho que tem mais?
13:20	Lucas	Isso. Aí a resposta nossa foi a seguinte. A estratégia 2 [alugar pergunta o peso] de forma diferente, levando em consideração que não ocorre valorização do imóvel.
13:35	Rogério	E nem do aluguel.

Figura 8.11: Conclusão do G1

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 2, Fase 2)

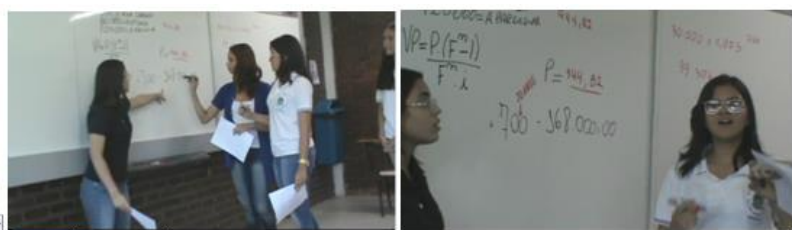
Análise das estratégias apresentadas pelo Grupo 2

O grupo 2 começa apresentando a situação que seria analisada conforme a transcrição a seguir:

01:32	Preta	Primeiro a gente pensou em somar qual seria a prestação se ele fosse comprar o apartamento. A gente fez e deu o mesmo valor [apontando para o quadro se referindo ao mesmo valor calculado pelo outro grupo]
01:42	Evelin	Essa é a prestação. Aqui seria a soma dos 700 [se referindo ao valor de $700 \times 240 = 168.000$ reais].
01:52	Preta	Aí a gente pegou quanto seria se ele pagasse 700 durante 20 anos e deu esse valor.
01:53	Pesq	Como é que vocês fizeram esses 168 mil? Multiplicaram por 240?
01:58	Evelin	Sim.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 3, Fase 2)

A forma como transformaram o dinheiro no tempo foi diferente, pois levaram os valores para o futuro, multiplicando o valor da prestação por 240, fazendo $944,82 \times 240 = 226.756,80$, e depois o valor do aluguel por 240, obtendo $700 \times 240 = 168.000$ reais, conforme se pode ver nas imagens e na transcrição a seguir.



02:06	Pesq	Como é que vocês calcularam a prestação? Usando essa relação matemática aí?
02:08	As três	Usando a fórmula igual a eles.
02:15	Pesq	Mas aí pra calcular o valor futuro aí do apartamento usando o aluguel
02:19	As três	A gente fez diferente. O valor futuro do apartamento. A gente não usou a fórmula do valor futuro. Até mesmo porque a taxa já tava embutida nas parcelas que eram mensais e iguais, então não tinha que aplicar a taxa outra vez.
	Pesq	Não, eu digo no aluguel. No aluguel agora.
02:34	Evelin	O aluguel não. Como não disse que o aluguel não tinha taxa e nem nada a gente pegou esses 700 que era parcela que ia pagar sempre e botou os 240 meses.
02:45	Pesq	Ótimo. Tá claro o que vocês pensaram. Obrigado. Ótimo.
02:56	Evelin	Esse daqui já é o valor das prestações em 240 meses. [Fig. abaixo]

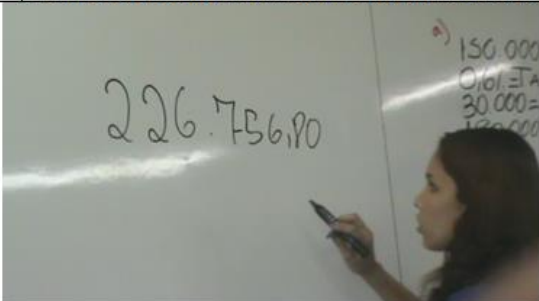


Figura 8.12: Estratégia do G2

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 3, Fase 2)

As falas de Preta, Evelin e Bruna (02:19) indicam que o fato de a prestação calculada já ter juros embutidos, as impediu de operar na direção de que o valor das prestações no futuro seria transformado novamente. A lógica da operação de levar os valores para o futuro é diferente da lógica utilizada pelo G1. Operaram no que temos chamado em nossa pesquisa de **campo semântico da acumulação aditiva do dinheiro no tempo**, em que capitais referidos a datas diferentes são somados. E por outro lado, dizem que somaram os 240 aluguéis de 700 reais, para encontrar o outro valor futuro, por não ter uma taxa associada diretamente ao aluguel. Operaram no mesmo campo semântico (acumulação aditiva), mas utilizando legitimidades diferentes, isto é, foi legítimo não considerar a taxa, pois já fora considerada no cálculo da prestação, e não

poderia ser repetida; e depois foi legítimo não considerar a taxa, pois não identificaram uma taxa associada diretamente ao valor do aluguel.

Enquanto o Grupo 1 transformou os valores duas vezes, usando a taxa de juros do banco para calcular o valor da prestação e em seguida para atualizar o valor das parcelas pagas, o Grupo 2 entendeu que isso não poderia acontecer (“... não tinha que aplicar a taxa outra vez.”) e operou na direção de somar as 240 prestações que seriam pagas para encontrar o valor futuro pago.

Identificamos aqui uma alternância de campos semânticos pelos alunos. Para obter o valor da prestação, levou-se em consideração o **campo semântico da equivalência de capitais**, em que os capitais só são somados, se estiverem referidos a uma mesma data, mas para obter um valor equivalente no futuro às parcelas pagas, operaram no **campo semântico da acumulação aditiva**.

Em seguida, operaram na direção de comparar o total gasto em cada opção. Como na compra “sai do bolso” 30 mil mais 240 prestações de 944,82, mas ao final tem-se um bem de 150 mil, e no aluguel “sai do bolso” 240 aluguéis de 700,00, e ao final não se tem nada, as alunas compararam os totais (descontando o valor do apartamento no caso da compra) e decidiram por comprar o imóvel, conforme mostram os argumentos a seguir:

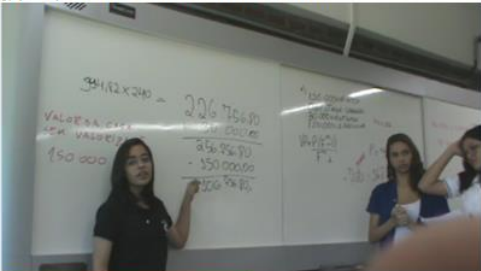
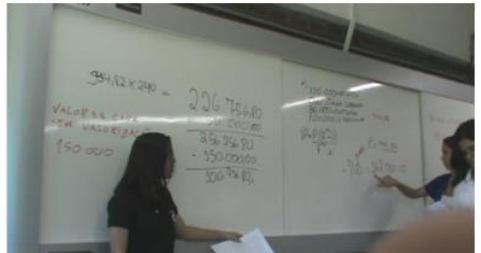
03:58	Evelin	No caso, ele teria um bem no final. A gente também não valorizou [referindo-se ao valor da casa] <u>mas</u> ele teria um bem de 150. Então já que ele comprou um bem, a <u>gente descontou o bem</u> que ele teria e ficou 106.756.
04:50	Preta	Com isso a gente chegou à conclusão que se ele comprasse o apartamento, <u>o custo disso mesmo</u> seria esse valor [apontando para os 106.756], porque ele teria um bem de 150 mil. 
05:01	Evelin	E se você comparasse, aqui ó 106 pra 168, então 106 ficaria mais em conta que 168. 

Figura 8.13: Dinâmica da primeira estratégia exposta pelo G2
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 3, Fase 2)

A Estratégia do grupo2 pode ser sintetizada na figura a seguir, que apresenta um resumo da estratégia utilizada e a sequência de imagens que ilustram tal estratégia.

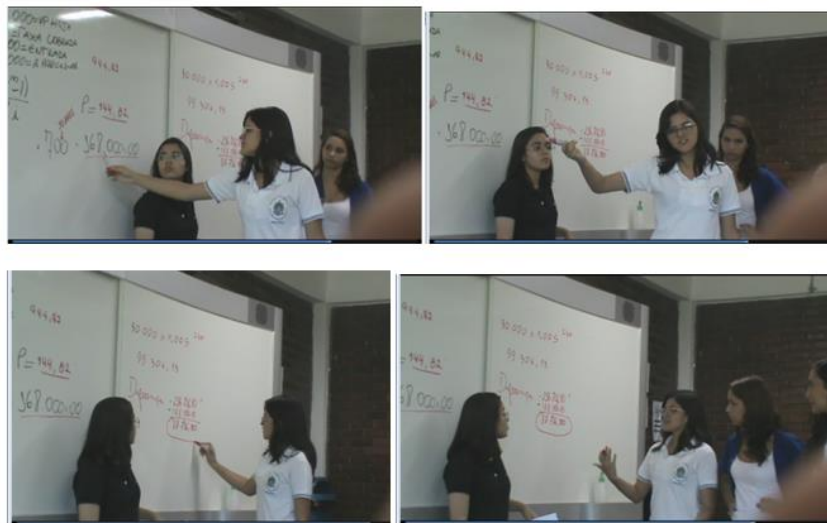
1. Calcularam o valor da prestação do financiamento, obtendo $P = 944,82$
2. Calcularam o valor futuro da série de alugueis pagos, fazendo $VF_2 = 700 \times 240 = 168.000,00$
3. Calcularam o valor futuro da série de prestações, fazendo $VF_1 = 944,82 \times 240 = 226.756,80$
4. Somaram a esse valor, os 30.000 que o casal tinha gastado, obtendo um gasto total de 256.756,80.
5. Calcularam a diferença $256.756,80 - 150.000,00 = 106.756,80$
6. Compararam esse valor de 106.756,80 (“custo disso mesmo” de comprar o apartamento) com os 168.000,00 do aluguel.
7. Concluíram que o custo de comprar foi menor que o custo de alugar, ao final de 20 anos.

Figura 8.14: Conclusão do primeiro caminho do G2.

As alunas do G2 também apresentaram outro pensamento, em que os quatro primeiros passos são iguais ao anterior, conforme apresentamos no quadro a seguir.

5. Fazem a diferença $256.756,80 - 168.000,00$, obtendo 88.756,80.
6. Comparam essa diferença de 88.756,80 com o valor da casa sem correção ou valorização que é de 150.000,00.
7. Concluem dizendo que seria melhor comprar, pois 88.756,80 seria como comprar uma casa, comparando com o aluguel.

07:35	Bruna	Aqui você estaria pegando 168 mil durante 20 anos e você não teria nada no final. Você pagaria 256 em 20 anos e teria um bem e essa diferença seria de 88.756. Então você pagaria 168 mil pra não ter nada. Então a gente pensou que seria mais em conta a gente fazer comprar essa casa e a diferença seria essa, de 88.756
-------	-------	--



08:02	Evelin	E supondo que você comprasse uma casa, por digamos 88 mil que é a diferença do pagar aluguel, ta muito barato uma casa por 88 mil.
08:14	Pesq	Então a decisão? É melhor ter comprado?
	Evelin	Sim. Melhor é comprar. Longa pausa.

Figura 8.15: Dinâmica da segunda estratégia apresentada pelo G2

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 3, Fase 2)

Enquanto o G1 concluiu que o melhor era alugar, investindo a diferença entre o valor da prestação e o valor do aluguel, o G2 chegou à conclusão, nos caminhos apresentados, de que o melhor era comprar a casa, pois o custo com as prestações era vantajoso em relação ao custo do aluguel, devido ao valor da casa, tudo isso ao final de 20 anos.

O pensamento utilizado pelo G2 de somar as prestações, e depois os aluguéis, para determinar o total gasto no futuro, constituído pelas alunas como valor futuro total gasto com prestações e com aluguéis, respectivamente, é uma operação muito realizada pelos alunos, baseado no que temos observado em nossa prática docente. Mas essa prática pode levar a conclusões diferentes daquelas pensadas levando-se em consideração a transformação do dinheiro no tempo, como visto na solução do grupo 1, por exemplo.

Não queremos aqui dizer se isso está certo ou errado, pois o objetivo era ler o outro, analisar os significados e conhecimentos produzidos, procurando, para isso, entender em quais direções os alunos operaram, quais objetos constituíram nesse processo e a lógica de suas operações.

Nosso objetivo aqui é entender o pensamento matemático dos estudantes e sua articulação com outros aspectos no processo de tomada de decisão em tarefa envolvendo uma situação financeira dada. Certamente esse entendimento pode ajudar professores de matemática a criar estratégias para convidar os alunos a pensarem em outra direção, como, por exemplo, a da minimização dos custos do ponto de vista financeiro, utilizando a taxa disponível ao comprador.

Mas gostaríamos neste ponto de apresentar uma breve análise de por que esse tipo de pensamento, tão comum e usual, pode gerar sérios problemas e consequências. Quando dispomos de uma taxa diferente de zero, os capitais se transformam no tempo. Somar as quantias sem transformá-las é considerar que o dinheiro não se transforma no tempo, ou seja, considerar uma taxa zero, ainda que as pessoas não façam ou pensem nisso de forma consciente. Essa estratégia é plausível se uma pessoa optar por não utilizar sua taxa em uma operação. Ou ainda, em situações econômicas em que a taxa de juros, bem como a taxa de inflação, fosse zero, o que é bem improvável de acontecer, pelo menos no contexto brasileiro.

Assim, considerando situações em que as taxas de juros e inflação são diferentes de zero (como ocorre no Brasil há muito tempo), somar quantias em épocas diferentes pode gerar diversos problemas. Vejamos dois exemplos.

Consideremos que uma pessoa financiou um carro, a uma taxa de juros de 2% ao mês, e está querendo se livrar da dívida. Para isso deseja antecipar as quatro últimas prestações de 1000 reais que vencem nos quatros meses seguintes. Quanto ele está devendo hoje? O pensamento mais natural é o aditivo, ou seja, pensar que a dívida é de 4000 reais. Mas não é. Na maioria dos financiamentos, ele teria direito a um desconto, pois as prestações atuais não valem 1000 reais, pois cada uma delas possui juros embutidos. Somar, nesse caso, pode levar o consumidor a ser lesado em seus direitos.

Consideremos que uma pessoa faça um empréstimo de 1000 reais, a uma taxa de juros de 10% ao mês sobre o saldo devedor, e pague 100 reais mensais nos dois primeiros meses. O saldo devedor no terceiro mês não será $1000 - 200 = 800$; também não será de $1.331 - 200 = 1.131$ reais. Nesses dois casos, a soma de quantias referidas a datas diferentes gerou um saldo devedor diferente do que deveria ser cobrado pelo credor. No primeiro desconsiderou-se a taxa cobrada, e o credor não aceitaria isso, pois foi acordada uma taxa de juros. No segundo caso, gerou-se um saldo devedor maior do que o produzido a partir das regras acordadas.

Análise dos aspectos não matemáticos na tomada de decisão.

No momento final do encontro, os alunos apresentaram diversos fatores que influenciariam a tomada de decisão das pessoas nessa situação

O primeiro fator a ser considerado foi o efeito da inflação na tomada de decisão. A transcrição a seguir apresenta alguns significados que os alunos produziram para possíveis impactos da inflação na tomada de decisão, conforme se vê nas seguintes falas:

11:30	Roger	A gente tem que considerar também os fatores exógenos.
11:35	<u>Pesq</u>	Fatores Exógenos!? O que significa isso?
11:38	Roger	Fatores externos. Fatores que influenciam além do valor do aluguel, além do valor da casa. O valor de inflação, o valor do salário que aumenta.
11:50	<u>Pesq</u>	Como você acha que a inflação influenciaria nisso?
11:52	Roger	O dinheiro que eu teria pra bancar, pra pagar as parcelas poderia ser diferente, de acordo com a inflação do período.
12:02	<u>Pesq</u>	<u>Porquê?</u>
12:04	Roger	Porque a minha cesta básica, por exemplo, pode estar mais cara e aí talvez eu não tenha o dinheiro total pra ir pagando essas parcelas.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 4, Fase 2)

A inflação, segundo Roger, impacta o valor dos produtos, o que modifica a capacidade de compra e, portanto, de pagamento do aluguel ou das parcelas.

Outros aspectos, além da inflação, que poderiam influenciar a escolha entre comprar e alugar foram aparecendo, à medida que os grupos apresentaram suas considerações para os itens *c* a *f*. Dentre eles, temos:

Aspectos comportamentais – Comodidade, preguiça e busca pelo mais fácil e simples na hora de decidir, escolhendo pelo mais barato agora; Ansiedade em ter a casa própria; liberdade de ter o dinheiro para agir em qualquer momento.

Aspectos financeiros – Inflação, valor do imóvel x preço de mercado, valorização incerta.

Aspectos sociais – Não sabem ou não tem conhecimento para tomar decisões.

Figura 8.16: Outros aspectos emergentes dos discursos envolvendo tomada de decisão

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para o item *c*, cuja pergunta era “*Qual a estratégia que a maioria das pessoas usaria?*”, o grupo 1 disse que a maioria compraria o imóvel, justamente a decisão oposta ao que disseram inicialmente, enquanto que o grupo 2 disse que a maioria alugaria, em oposição à escolha inicial do grupo. As justificativas estão apresentadas no quadro a seguir:

Grupo 1		Grupo 2	
Decisão do Grupo 1	Alugar	Decisão do Grupo 2	Comprar
O que a maioria faria?	Comprar	O que a maioria faria?	Alugar
Justificativas:		Justificativas:	
1 – Devido à falta de Conhecimento da Matemática Financeira 2 – Ansiedade de ter sua casa própria. Se ela [se referindo a uma pessoa do conjunto da maioria] tem dinheiro para dar a entrada e comprar parcelado, ela vai comprar 3 – Se ela não tiver o dinheiro, não tem outra opção, ela vai alugar.		1 – Não sabem. 2 – Não fariam as contas por preguiça. 3 – As pessoas simplesmente diriam: “A parcela 700 é menor que a prestação de 944, logo vou alugar”. Prefiro pagar menos do que pagar mais.	

Figura 8.17: Resumo das tomadas de decisão e justificativas para o item *c*.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para o itens *d* e *e*, cuja pergunta era: “*Considerando que o imóvel se valorize a uma taxa de 3% ao ano, você mudaria de opinião? Justifique. E se fosse 6% ao ano?*” os dois grupos calcularam o valor da casa após 20 anos, encontrando um valor de aproximadamente 271 mil reais, conforme ilustra a figura a seguir.

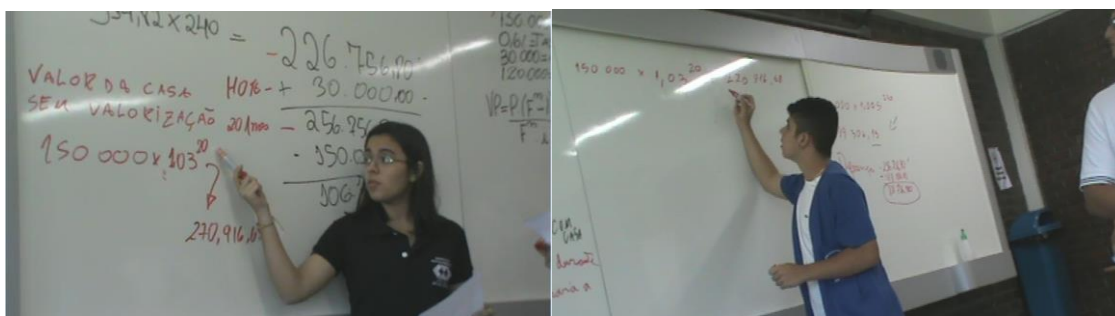


Figura 8.18: Impacto da valorização do imóvel na tomada de decisão.
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador. (Vídeo 4, Fase 2)

O G1 mudou de decisão, pois o valor do apartamento ficou maior que o acumulado na estratégia anterior. O G2 manteve sua decisão, pois se sem valorização já compravam, valorizando ficou ainda mais favorável, segundo os alunos. Essas ações foram coerentes com as legitimidades entendidas em cada grupo. As decisões dos grupos para esses dois itens e suas justificativas estão apresentadas no quadro abaixo.

Grupo 1		Grupo 2	
Decisão anterior	Alugar	Decisão anterior	Comprar
Nova decisão	Comprar	Nova decisão	Comprar
Justificativas: Mudaram a decisão, pois compararam o valor total acumulado de 212 mil reais ao final de 20 anos, obtido da estratégia anterior, com o novo valor da casa considerando a valorização de 3% ao ano, que foi de 271 mil reais. Como a casa vale mais do que o dinheiro acumulado, então optaram por mudar de opinião. Isso se manteve para a taxa de 6% ao ano.		Justificativas: Mantiveram a decisão, nos dois casos, pois se sem a valorização do apartamento elas já comprariam, considerando a valorização a situação ficou ainda mais favorável, com o valor do imóvel passando a valer 271 mil e 481 mil reais para as taxas de 3% e 6%, respectivamente, de valorização anual.	

Figura 8.19: Quadro comparativo das decisões apresentadas considerando o efeito da valorização do imóvel
 Fonte: Elaborado pelo autor

A valorização do imóvel foi um aspecto importante na discussão final, pois os dois grupos constituíram como objeto o valor do apartamento e o usaram na estratégia de escolher sempre a opção que apresentasse o maior valor acumulado.

Registramos ainda outro aspecto sobre valorização que emergiu no discurso de Elen, quando disse: “Tem que ver se esse apartamento vale realmente 150 mil, se vale esse preço”. Nessa fala ela se preocupa com o valor atual do imóvel, levantando uma questão importante relacionada à diferença entre preço e valor, em um dado momento. Ela também considerou que era preciso ver o preço de outros imóveis semelhantes àquele no bairro, para “não comprar uma casa mais cara do que vale” ou seja,

considerou que seria importante uma pesquisa de mercado para avaliar o valor do imóvel.

Finalmente, para o item *f*, cuja pergunta era “*Considere todas as premissas anteriores, e que o aluguel seja reajustado anualmente a uma taxa de 6% ao ano. Qual seria a sua decisão? Justifique.*”, o Grupo 1 não conseguiu terminar dentro do tempo, e o Grupo 2 apresentou um argumento que pode ser resumido no quadro abaixo.

- ✓ Considerar um aluguel de 8.400 no primeiro ano
- ✓ Atualizar esse gasto anual à taxa de 6% ao ano, fornecida na tarefa, obtendo o valor anual que seria gasto em cada um dos 19 anos seguintes, produzindo uma sequência com 20 gastos anuais.
- ✓ Depois disso, somaram esses gastos anuais estimados, obtendo um valor de 308.998 reais.
- ✓ Considerando que o gasto total com prestações e entrada foi de 226.756,80 e que a casa teria um valor de 271 mil reais (para valorização anual de 3%) e de 481 mil reais (para um taxa de 6% ao ano de valorização), então a decisão foi mantida em todos os itens, pois seria mais vantajoso gastar 226 mil e ter um bem de 271mil do que gastar 308 mil e não ter um bem ao final.

Figura 8.20: Análise do Grupo 2 sobre o impacto do reajuste do aluguel na tomada de decisão
Fonte: Elaborado pelo autor

Ao final das explicações, seguiu-se uma discussão em que outros aspectos surgiram, conforme sintetizados no quadro a seguir.

- ✓ a oportunidade de compra que pode não voltar mais; o momento econômico da região;
- ✓ a liberdade de poder usufruir ou de aproveitar outras oportunidades com o dinheiro aplicado, mesmo que fique um pouco abaixo do valor da casa (em outras palavras, abordaram o aspecto da liquidez, mas sem dizer ou definir dessa forma);
- ✓ a possibilidade de outros investimentos dispondo de dinheiro que não seriam possíveis com a casa;
- ✓ a liberdade de uso do dinheiro optando pelo aluguel e falta de liberdade de uso se comprar a casa;
- ✓ o risco de perder o emprego e os efeitos disso para quem aluga (menos danosos) e para quem compra (mais danosos); mudança de gosto do casal ao longo de 20 anos influenciando na estratégia, dentre outros.

Figura 8.21: Outros aspectos não matemáticos apresentados pelos alunos que podem influenciar na tomada de decisão da situação apresentada

Nessa fase 2 identificamos uma rede de significados produzidos pelos alunos para as mudanças de cenários que foram sendo apresentadas, mostrando que os conhecimentos matemáticos produzidos coexistiam com outros aspectos financeiros, culturais e comportamentais no processo de tomada de decisão nos AEFÉ criados nesse encontro.

Os dois grupos usaram como critério principal para tomar decisão o ponto de vista financeiro, isto é, escolheram a opção que proporcionasse o maior retorno financeiro, ao final de 20 anos, tomando como base a comparação do valor total acumulado em cada uma das opções. Mesmo esse prazo sendo tão longo, e mesmo dizendo e apresentando muitos fatores que poderiam interferir na decisão, apresentaram uma solução de um ponto de vista matemático e financeiro.

Os resultados encontrados, mais uma vez apontaram para dois caminhos importantes, que foram de encontro às nossas questões de pesquisa. Um deles indicou que estudantes de Ensino Médio, produziram conhecimentos e significados para analisar uma situação financeira envolvendo a compra ou aluguel de um imóvel, a partir de diferentes objetos por eles constituídos, como o valor da prestação de um financiamento em parcelas iguais, o valor futuro de uma aplicação, inflação, valorização do imóvel e do aluguel.

Outro caminho foi a apresentação de outros aspectos que estariam relacionados às suas escolhas, alguns dos quais influenciando uma mudança de decisão, tais como a inflação e a valorização do imóvel, conforme suas falas no transcorrer do encontro. Aspectos comportamentais, sociais e financeiros estiveram presentes nos discursos dos estudantes, mostrando como acreditavam que tais fatores influenciaram ou poderiam influenciar na tomada de decisão no interior da atividade.

9. ANÁLISE DA FASE 3.

Realizamos a **Fase 3** de junho a outubro de 2015 com um grupo formado por 15 alunos voluntários da terceira série do Colégio Pedro II, Campus Centro, com o quais tivemos um total de doze encontros de aproximadamente duas horas, em turno oposto ao que estudavam, e, portanto, fora do horário das aulas regulares. Os alunos dessa Fase foram identificados pelos seguintes pseudônimos: Bond, Gabi, Buco, Mari, Send, Sthal, Bril, Wag, Lu, Yan, Sami, Tom, Carlos, Penta e Geni.

Essa fase foi dividida em duas etapas, da seguinte forma:

Etapa 1: Encontros 1 a 4 – Abordar a principal forma de transformação do dinheiro no tempo, em que a taxa incide sobre o saldo acumulado. Em Matemática Financeira, isso é chamado de Equivalência de Capitais.

Etapa 2: Encontros 5 a 11 – Tarefas que apresentavam situações envolvendo uma ou mais tomadas de decisão.

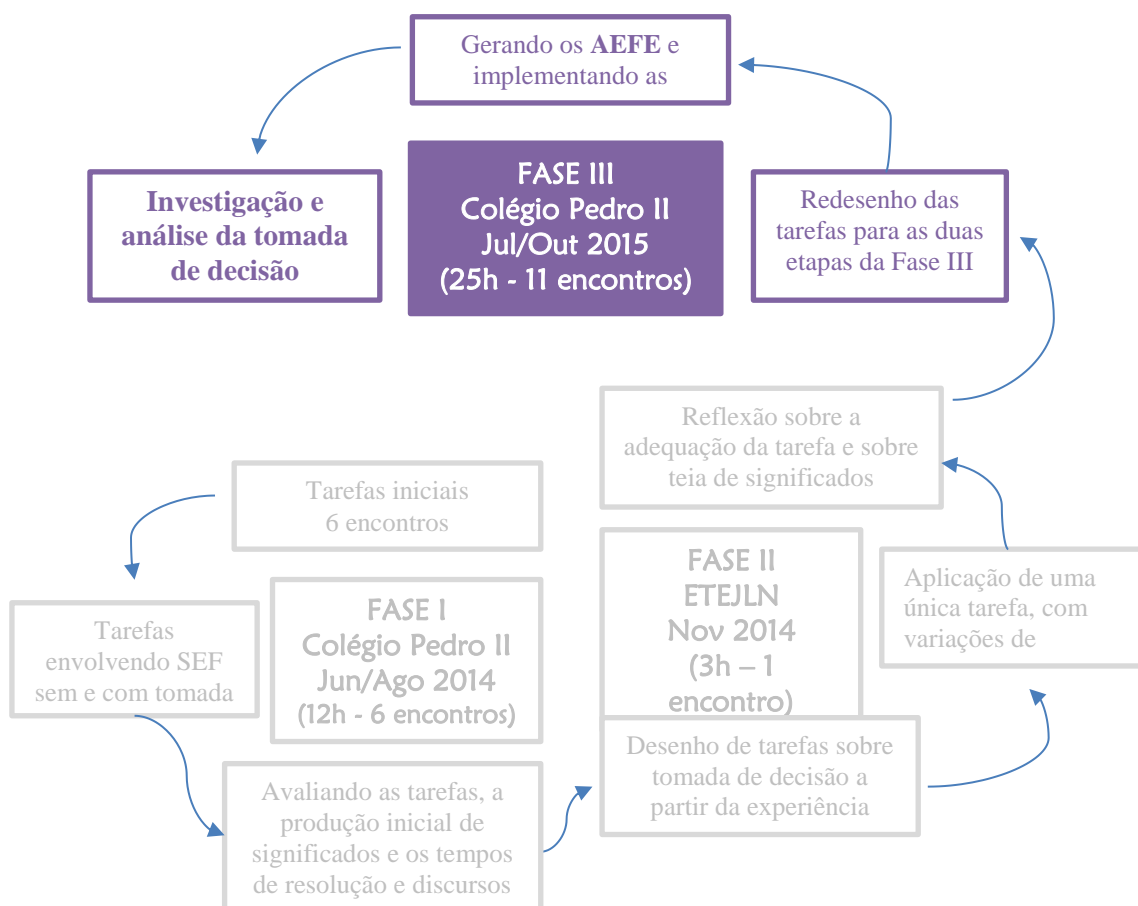
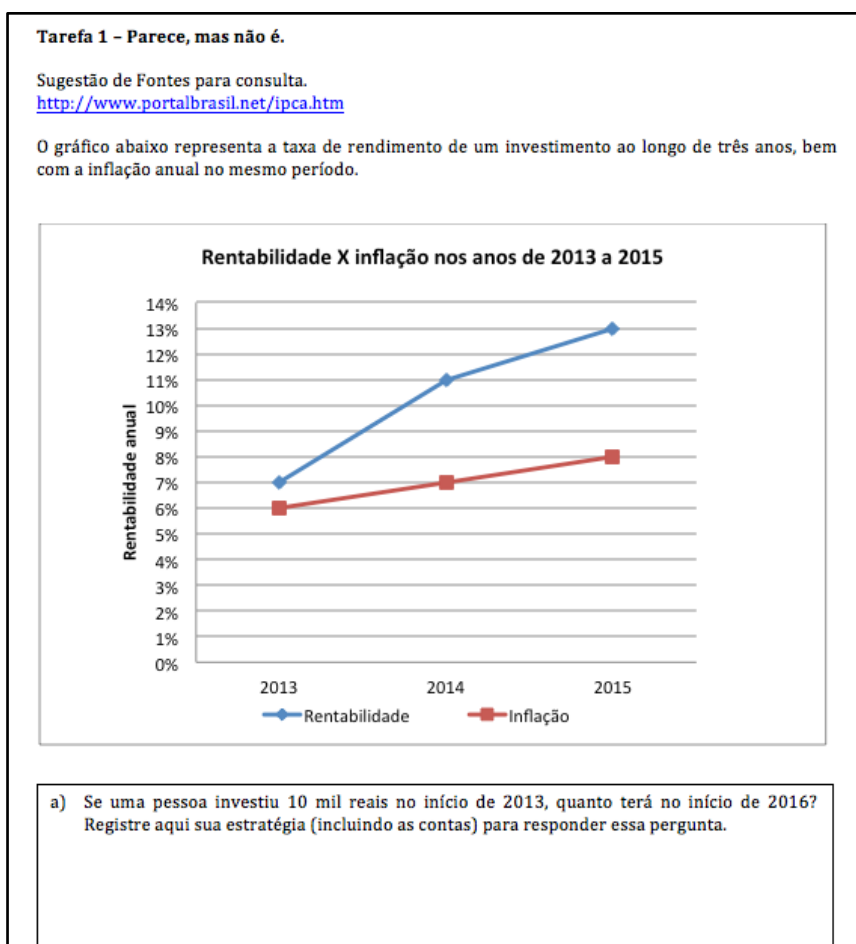


Figura 9.1: Diagrama da Fase 3 da Pesquisa
Fonte: elaborado pelo autor

Nosso objetivo inicial era analisar apenas a Etapa 2 da Fase 3 uma vez que todas as tarefas apresentavam SEF voltadas para a tomada de decisão. Entretanto, apresentaremos uma análise sucinta de um dos encontros da Etapa 1, especificamente o Encontro 1, pois ele trouxe elementos importantes sobre inflação, poder de compra e transformação do dinheiro no tempo que não estiverem presentes nos outros encontros da Etapa 1 que reapareceram na Etapa 2. Assim, nossa investigação acontecerá para o encontro 1 da Etapa 1, e para os encontros de 5 a 11 para a Etapa 2.

9.1 Análise da Etapa 1 da Fase 3.

No encontro 1 apresentamos aos alunos uma tarefa que trazia uma SEF que envolvia a transformação do valor do dinheiro no tempo em duas direções, uma por meio de um investimento e outra por meio da inflação. Assim, os alunos teriam a oportunidade de olhar para a transformação do dinheiro envolvendo ganhos com um investimento, e também envolvendo “perdas” (de poder de compra), resultantes da inflação anual. A figura 9.2 ilustra a tarefa do Encontro 1.



b) Qual foi a taxa de retorno do investimento no período em que o dinheiro foi aplicado?
c) Qual foi a taxa de inflação acumulada nesses três anos?
d) Como a inflação afeta na rentabilidade do dinheiro investido?
e) Como a inflação afeta a vida da sua família? E das pessoas que você conhece?
f) Qual foi a taxa real de retorno (aumento do poder de compra) desse investimento, levando em consideração a inflação?

Figura 9.2: Tarefa 1 do Encontro 1 da Fase 3.
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Antes de começarmos a apresentar e analisar sinteticamente os pontos que julgamos mais relevantes do Encontro 1 para nossa pesquisa, precisamos fazer um posicionamento importante. É preciso deixar claro, nesse ponto, que optamos intencionalmente em não começar as discussões sobre SEF em torno de juros simples e compostos, que são casos particulares de transformação do dinheiro no tempo. Desenhamos uma tarefa envolvendo taxas anuais que não são constantes, como geralmente costuma acontecer na vida real em muitas situações. Em se tratando de inflação, mais ainda.


Apesar dos juros simples e compostos serem importantes e pertinentes na EFE, além de serem os tópicos mais estudados em sala de aula⁶², optamos por abordá-los nos encontros seguintes uma vez que as ideias abordadas no encontro 1 poderiam servir de ponto de partida para a discussão em torno dos juros e de outras noções correlatas que costumam aparecer em SEF da vida real, tais como custo de oportunidade, risco, retorno, crescimentos lineares e exponenciais, dentre outros.

Apresentaremos a seguir alguns momentos-chaves que identificamos ao analisar os dados produzidos em vídeo do Encontro 1.

1) Produção de Significados dos alunos sobre o que é inflação.

01:37	Pesq	Mas olhando para dentro de um país, sem comparar ele com a moeda de outro país, como você olha pra inflação?
01:40	Bond	Na minha opinião a inflação seria o valor da moeda.
01:50	Pesq	inflação é o valor da moeda?
01:52	Bond	Não é bem o valor da moeda, ela interfere no valor da moeda,
01:57	Stahl	interfere na interação que a moeda tem na mercadoria. Não nessa moeda sozinha.

Fonte: Vídeo 1.6

03:05	Bond	 <p>O que eu entendi é que você tem o valor de moeda: 1, 2 3 reais, e você tem o que ela vale no mercado. 5 reais por exemplo, vão ser sempre 5 reais, mas o produto nem sempre vai valer 5 reais. O dinheiro é uma moeda de troca, você usa ele para conseguir mercadorias, mas nem sempre essas mercadorias vão ter o mesmo valor que a moeda. A inflação é justamente uma taxa que interfere no valor das mercadorias, e não no dinheiro e no que o dinheiro vale em relação a essas mercadorias, não interfere na quantidade de dinheiro, só na quantidade de dinheiro que você vai precisar para conseguir certo bem, ou mercadoria.</p>
-------	------	--

Fonte: Vídeo 1.6

Os discursos acima, em especial o de Bond, mostram ideias gerais que eles têm sobre a noção de inflação com foco no valor nominal (“valor da moeda: 1, 2, 3 reais...”) e valor real do dinheiro (“... inflação ... interfere na ... quantidade de dinheiro que você vai precisar para conseguir certo bem, ou mercadoria”), ainda que não se expressassem nesses termos econômicos. As ideias não são estáveis, isto é, começam apontando numa direção (inflação é o valor da moeda) e terminam em outro (ela interfere no valor da moeda). Além disso, identificamos que eles consideraram dois tipos de inflação: a de preços (demanda) e a de volume de moeda em circulação, conforme registradas nas próximas transcrições.

1.1 – Inflação de demanda.

00:00	Bond	A Inflação é o aumento do preço, se a inflação abaixar ainda vai ter o aumento no preço.
02:38	Pesq	Fala mais sobre isso. Quando há maior circulação de mercadorias, o que acontece?
02:43	Lu	Elas desvalorizam. Ficam mais baratas [...]
02:50	Bond	Quanto mais mercadorias, mais barato vai ficar, vai ter muita oferta. Mas se tiver muita oferta e pouca demanda você vai tomar prejuízo, vai ficar com a mercadoria parada.

Fonte: Vídeo 1.6


⁶² Tomando como base os livros didáticos de Matemática, que geralmente são a principal fonte de consulta e elemento norteador da prática docente.

1.2 – Inflação decorrente do de moeda circulando.

02:08	Pesq	Então aí você já usou um outro elemento, a mercadoria, mas o quê da mercadoria?
02:14	Lu	Valor. Porque o dinheiro também é uma mercadoria. Tanto é que quando tem mais cédulas circulando o valor dela diminui. Aí tem inflação maior.
02:36	Lu	É, pois quando tem muita coisa no mercado o valor do objeto cai, e isso acontece muito com dinheiro também.

Fonte: Vídeo 1.6

Ainda sobre inflação, identificamos um momento em que fica explícita a justificção do conhecimento produzido pela aluna Lu, conforme se vê na transcrição a seguir.

02:08	Pesq	Então aí você já usou um outro elemento, a mercadoria, mas o quê da mercadoria?
02:14	Lu	 Valor. Porque o dinheiro também é uma mercadoria. Tanto é que quando tem mais cédulas circulando o valor dela diminui. Aí tem inflação maior.
02:25	Pesq	<i>Baseada em que você diz isso?</i>
02:27	Lu	Leis da oferta e procura.
02:29	Pesq	E onde é que você aprendeu isso?
02:31	Lu	<i>Sociologia, História. Geografia também.</i>

Vídeo 1.6 – grifo nosso.

Percebemos que o conhecimento que Lu tem e apresentou sobre inflação, a partir dos significados que produziu, são legitimados pela lei da oferta e demanda, presentes na teoria econômica, ensinadas pelos professores de Sociologia, História e Geografia também. A Justificação como legitimidade para o que ele acredita, ou seja, para o seu conhecimento ficaram bem evidenciados nesse AEFÉ construído nesse encontro.



2) Identificamos que os participantes apresentaram justificativas e explicações para a relação inflação X poder de compra. As próximas transcrições mostram essa produção de significados.

02:28	Penta	Era só imaginar a situação se você fosse investir no banco e você deixa o dinheiro lá.
02:31	Pesq	Então a inflação não muda a quantidade de dinheiro, é isso? Ou muda?

02:38	Buco	Não muda a quantidade de dinheiro inicial investido, mas ela muda o potencial de ganho que você poderia ter se não houvesse ela.
03:09	Penta	Atinge indiretamente. [como é que é? – pergunta o pesquisador]. Ela muda o potencial de dinheiro que você tinha, você vai continuar com o mesmo dinheiro independente do resto, mas por exemplo se eu quiser comprar um carro de por exemplo 10 mil reais, que estaria 10 mil reais, se houvesse inflação ele iria aumentar.

Fonte: Vídeo 1.8.

Essa relação entre inflação e poder de compra também foi expressa pelos estudantes por meio de significados produzidos para as noções de valor nominal e real. Apesar de não usarem esses termos utilizados pelos economistas, eles produziram significados na direção desses termos. Os discursos de Buco e Penta, transcritos abaixo, são exemplos claros dos significados produzidos para a noção de valor nominal e valor real, tão utilizados pelos economistas. Destacamos da transcrição anterior as seguintes falas.

02:38	Buco	 Não muda a <i>quantidade de dinheiro</i> inicial investido, mas ela muda o <i>potencial de ganho</i> que você poderia ter se não houvesse ela. Atinge indiretamente.
03:09	Penta	 Ela muda o <i>potencial de dinheiro</i> que você tinha, você vai <i>continuar com o mesmo dinheiro</i> independente do resto, mas por exemplo se eu quiser comprar um carro de por exemplo 10 mil reais, que estaria 10 mil reais, se houvesse inflação ele iria aumentar.

Fonte: Vídeo 1.8.

- 3) A partir dos discursos, percebemos que o entendimento entre a noção de inflação, a quantidade de dinheiro e o valor do dinheiro no tempo não foi estável. Alguns deles começaram operando em uma direção – inflação influencia na quantidade de dinheiro no investimento – para depois operaram em outra direção. Essa dinâmica, com as diferentes formas de operar, e a lógica dessas operações podem ser vistas na transcrição a seguir.

01:18	Lu	É a gente não entendeu muito bem o conceito que estava sendo usado na pergunta ali, e a gente achou que era para considerar a inflação no rendimento , e chegar ao valor que ele chegou com a inflação. Fazer o líquido
-------	----	--

01:41	Pesq	Eu percebi isso, dois grupos pensaram no líquido, agora a minha pergunta: a inflação muda o quanto de dinheiro você tem no bolso após o investimento?
01:55	Wag	Não, o valor do dinheiro que a gente botou ali. No começo a gente até pensou assim , que o valor não alterava muito. A gente pensou só no valor investido, que era o dinheiro que rendia no investimento, e aí a gente viu que a inflação não alterava em nada .
02:28	Penta	Era só imaginar a situação se você fosse investir no banco e você e deixa o dinheiro lá.
02:31	Pesq	Então a inflação não muda a quantidade de dinheiro, é isso? Ou muda?
02:38	Buco	Não muda a quantidade de dinheiro inicial investido, mas ela muda o potencial de ganho que você poderia ter se não houvesse ela . Atinge indiretamente, virtualmente.
03:09	Penta	Ela muda o potencial de dinheiro que você tinha, você vai continuar com o mesmo dinheiro independente do resto, mas por exemplo se eu quiser comprar um carro de por exemplo 10 mil reais, que estaria 10 mil reais, se houvesse inflação ele iria aumentar.

Fonte: (Vídeo 1.8 – grifo nosso)

Quando perguntamos para o outro grupo de alunos, as falas também foram nessa direção, conforme vemos na transcrição a seguir.

02:12	Lu	A inflação interfere no valor que as coisas têm, até por que dinheiro pode, tipo, dois reais continua sendo dois reais, mas não vão valer sempre dois reais.
02:29	Pesq	Ah, então tem o que é e o que vale?
02:36	Lu	É, pois quando tem muita coisa no mercado o valor do objeto cai , e isso acontece muito com dinheiro também .
03:04	Pesq	Caio, você estava doido para falar, você também tinha trago essa temática do valor para discussão.
03:05	Caio	O que eu entendi é que você tem o valor de moeda e você tem o que ela vale no mercado, 5 reais por exemplo vão ser sempre 5 reais, mas o produto nem sempre vai valer 5 reais o dinheiro é uma moeda de troca, você o usa para conseguir mercadorias, mas nem sempre essas mercadorias vão ter o mesmo valor que a moeda, a inflação é justamente uma taxa que interfere no valor das mercadorias, e não no dinheiro mas sim no que o dinheiro vale em relação a essas mercadorias, não interfere na quantidade de dinheiro, só na quantidade de dinheiro que você vai precisar para conseguir certo bem, ou mercadoria .
04:03	Pesq	Entendi. Ou seja, os economistas chamam de valor nominal e valor real. Nominal é a quantidade de dinheiro que eu tenho no bolso, e o real é a capacidade que eu tenho de fazer com aquilo que tenho no bolso, é isso que você está falando? Você está sendo um economista, e usando as ideias e noções da economia sem usar os termos da economia. Você não sabia de economia, mas tinha essa percepção da ideia, é isso? Isso pintou naturalmente no grupo. Eu disse algo disso para vocês?
04:39	Alunos	Não.

Fonte: (Vídeo 1.10 – grifo nosso)

- 4) Identificamos que a noção de fator de atualização e sua utilização como forma de operar com o valor do dinheiro no tempo, a partir da taxa, não era comum aos estudantes participantes desse encontro. Isso ficou explícito nos cálculos registrados nas folhas dos estudantes. Na figura abaixo, temos duas soluções, dentre muitas, que ilustram essa estratégia.

a) Se uma pessoa investiu 10 mil reais no início de 2013, quanto terá no início de 2016?
 Registre aqui sua estratégia (incluindo as contas) para responder essa pergunta.

2013: $10^4 + \frac{7}{100} \cdot 10^4 = 10^4 + 700 \Rightarrow 10700$

2014: $10700 + \frac{11}{100} \cdot 10700 = 11877$

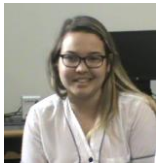
2015: $11877 + \frac{13}{100} \cdot 11877 = 14495$

2º Caminho: 10000
 2013
 $10000 + 8\% \cdot 10000 = 10800$
 2014
 $10800 + 8\% \cdot 10800 = 11664$
 2015
 $11664 + 8\% \cdot 11664 = 12587,04$

1144,00 reais
 1544,01 reais

Figura 9.3: Soluções de Sami e Mari para o item a da tarefa 1 do Encontro 1
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

- 5) Outra questão que emergiu nesse encontro foi a relacionada aos possíveis efeitos da inflação no endividamento das pessoas. Mari apresentou uma consideração que nos surpreendeu, devido à sua pouca idade, dizendo que com o aumento de preços, muitas pessoas acabam comprando a prazo para manter seu consumo, como uma forma de compensar a redução do poder de compra, o que pode gerar endividamento e conseqüentemente aumento de juros pagos. A transcrição a seguir mostra seu entendimento sobre essa relação.

00:26	Mari	 De uma forma geral ela afeta bastante negativamente pois as pessoas desconhecem, elas se descontrolam um pouco, e então não percebem muito o que estão fazendo e acabam sendo impactadas negativamente.
00:49	Pesq	De que maneira ela impacta negativamente?
00:50	Mari	Diretamente no produto, no que nas pessoas consomem..
00:55	Pesq	O produto fica o quê? Mais caro?
00:56	Mari	É. Aí elas têm menos condição de comprar o produto, que o salário que elas ganham sofre também.
01:06	Pesq	E aí se elas querem ter o produto...?
01:07	Mari	Elas compram na prestação, ou elas acabam se endividando, pois elas

		não pensam em reduzir a quantidade, até em aumentar a quantidade e ...
01:20	Pesq	Aumentar?
01:21	Mari	É.
01:22	Pesq	E o produto aumentando elas aumentam...?
01:23	Mari	É, tem gente. E com muitas prestações acabam se complicando com juros

Fonte: (Vídeo 1.11)

Para Mari, o aumento de preços contribui para aumentar o endividamento das pessoas, em especial, para aquelas que compram a prazo para manter ou ainda aumentar seu consumo mensal, e daí acabam se complicando com juros. Há aspectos comportamentais e financeiros que aparecem interligados no discurso de Mari. A mesma aluna que apresentou cálculos envolvendo o valor do ganho real, a partir do retorno das aplicações e das perdas decorrentes da inflação, também nos apresentou elementos comportamentais e financeiros, tais falta de consumo consciente (deseja e compra, sem avaliar se vai poder pagar), estouro do orçamento e endividamento, que estão conectados entre si.

A relação entre um possível desejo de manter o consumo dos produtos que se costumava adquirir, e os possíveis problemas decorrentes dos juros pagos em um endividamento para manter esse consumo, apontam já nesse primeiro encontro, para um tipo de característica na forma de pensar dos estudantes, quando avaliaram as situações financeiras apresentadas nos encontros dessa pesquisa, em diferentes fases, que estamos definindo como **aderência**, ou seja, quando essa **interligação entre os conhecimentos matemáticos e os não matemáticos** emergem da produção de significados dos estudantes na tentativa de analisar e investigar uma situação financeira.

Assim, estes foram os momentos-chave que selecionamos desse encontro. Nossa investigação, ainda que sucinta, mostrou que os estudantes consideraram dois tipos de inflação: influenciada pela demanda e pela quantidade de moeda circulando, e que ambas reduzem o poder de compra, como vimos nas falas de Buco, Penta, Mari e Lu por exemplo.

Encontramos evidências de que a forma de pensar sobre o impacto da inflação não foi estável durante o encontro. Vimos isso quando, por exemplo, Wag diz: “**No começo a gente até pensou assim**, que o valor não alterava muito. A gente pensou só no valor investido, que era o dinheiro que rendia no investimento, e aí a gente viu que a **inflação não alterava em nada**” (Vídeo 1.8; 1:55 – grifo nosso), e também, quando Buco diz: “**Não muda a quantidade de dinheiro inicial investido, mas ela muda o**

potencial de ganho que você poderia ter se não houvesse ela. Atinge indiretamente, virtualmente” (Vídeo 1.8; 1:55 – grifo nosso).

Finalizamos com a ideia que emergiu do discurso de Mari de que o impacto da inflação, ao reduzir o poder de compra, pode gerar endividamento para garantir a manutenção do consumo, principalmente quando a renda cresce a uma taxa menor que a inflação, conforme os significados apresentados no Vídeo 1.11 transcritos na página anterior.

9.2 Análise da Etapa 2 da Fase 3.

A Etapa 2 é composta dos Encontros 5 a 11, composta essencialmente de tarefas envolvendo a tomada de decisão. Cada uma delas foi desenhada para convidar os estudantes a produzirem significados para diferentes situações e objetivos. Apresentamos no quadro abaixo uma síntese da situação e do objetivo de cada uma das 15 tarefas abordadas nessa etapa.

Quadro 9.1 – Distribuição das SEF e dos objetivos das tarefas da Etapa 2 da Fase 3.

Etapa da Fase 3	Encontro	Tarefa	Situação Econômico Financeira	Tomada de decisão questão indutora central
ETAPA 2	5	Tarefa 7	Casos 1 e 2 - Compra de um celular, tendo opções de pagamento variadas (à vista e a prazo com prazo curto) Caso 3 – Utilização de uma Bolsa de Iniciação Científica para aquisição de um computador	Tomada de decisão em financiamentos, sem utilização da TMA do comprador, envolvendo a construção de séries uniformes.
	6	Tarefa 8	Aquisição de um produto qualquer indispensável ao trabalho tendo opções de pagamento variadas, apresentadas em diferentes cenários, envolvendo taxas de juro e tomada de decisão	Tomada de decisão a partir da identificação e comparação de taxas de juro cobradas pelo vendedor com outras taxas disponíveis no mercado.
	7	Tarefa 9	Situações envolvendo uma viagem de Férias, mudança e compra de eletrodomésticos. Trocas intertemporais envolvendo ganhos de mesmo valor, mas oferecidos em diferentes momentos do tempo.	Tomada de decisão em SEF equivalentes mas com bens ou serviços diferentes. O tipo do bem influencia as decisões em opções financeiramente equivalentes? Desconto Hiperbólico
		Tarefa 10	Taxas de Juros de Financiamentos de médio prazo e tomada de decisão.	
	8	Tarefa 11	SEF envolvendo a utilização de parte do dinheiro poupado com um objetivo de longo prazo, para atender a outra demanda imediata, cujo objetivo era importante porém diferente do planejado inicialmente.	Tomada de decisão e Contabilidade Mental. Como as contas mentais interferem na tomada de decisão?
	9	Tarefa 12	Montando o apartamento perto da faculdade. Compra à vista ou a prazo envolvendo financiamentos envolvendo taxas de juro do vendedor e cenários com diferentes TMA do comprador.	Tomada de decisão em financiamentos, COM a utilização da TMA do comprador. Comparando valores ao invés de taxas;
	10	Tarefa 13	Poupanças, investimentos e planejamento de longo prazo.	Tomada de decisão em poupança e investimento visando o longo prazo. Séries uniformes: tempo ou valor de contribuição?
		Tarefa 14	O dilema dos irmãos. Poupança programada, prazos, paciência e perseverança, previdência.	
	11	Tarefa 15	Empréstimos, status, taxas de juro e endividamento.	Tomada de decisão com séries uniformes, custos dos financiamentos e valores simbólicos de bens adquiridos

Fonte: o autor.

A estrutura da nossa análise para essa etapa será composta de duas partes, com objetivos que se complementam. A primeira parte será composta de uma apresentação resumida dos principais resultados obtidos ou dos principais momentos chave identificados. A segunda parte será uma análise mais detalhada da produção de significados dos estudantes a partir de transcrição de dados que será inserida em uma narrativa que comporá a análise.

Salientamos que apresentar o resumo dos resultados da investigação de cada encontro antes da análise detalhada tem como objetivos principais, mas não exclusivos, facilitar a leitura – algo que não costuma ser comum – foi o de permitir uma visão geral dos resultados encontrados em cada encontro, bem como oferecer ao leitor mais uma possibilidade de busca e leitura direcionada para algum resultado específico dentre os encontrados.

Análise do Encontro 5.

O encontro 5 ocorreu em 13 de julho de 2015, e teve aproximadamente 3 horas de duração, das 13h às 16h, contando com a participação de 10 estudantes, sendo eles: Gabi, Boco, Mari, Send, Sthal, Bril, Wag, Lu, Yan, Sami, que foram divididos em dois grupos, sendo o grupo 1 formado por Gabi, Boco, Mari, Send, Sthal e o grupo 2 formado por Bril, Wagner, Lu, Yan e Sami.



Figura 9.4: Participantes do Encontro 5 da Fase 3
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a presença voluntária de cada um deles. Em seguida, distribui a tarefa, que estava dividida em 3 casos. Os dois primeiros envolviam a investigação da estrutura dos financiamentos de curto prazo, em parcelas iguais, postecipadas (a primeira paga um período após a data da compra) e sucessivas, a uma taxa de juro dada. O terceiro caso apresentava uma situação financeira, envolvendo uma *troca intertemporal*, que demandava uma **tomada de decisão**, na qual os estudantes precisavam avaliar a compra de um computador e para isso precisavam escolher entre poupar por um tempo para comprar depois, ou comprar de imediato e pagar financiado em parcelas iguais (depois).

O objetivo principal desse encontro era oferecer oportunidades de produzirem significados para esse tipo de financiamento tão comum no pagamento de bens e serviços no Brasil, que envolve vários aspectos matemáticos associados a temas já presentes no ensino médio. A tarefa está representada na figura a seguir.

Quer pagar quando?

Sobre a dinâmica dos pagamentos nos financiamentos em parcelas iguais.

Uma pessoa deseja comprar um celular em uma loja que cobra uma taxa de juros de 10% ao mês dos clientes que optam por financiar seus produtos. Considere que o preço do celular nas compras à vista seja de R\$ 1.000,00, e que a taxa incide sobre o saldo devedor. Responda aos casos a seguir.

Caso 1.

Lucas vai financiar o celular em **duas prestações mensais** e iguais, sendo a primeira para daqui a 1 mês após a compra, e a segunda para 2 meses após a compra. Determine o valor da prestação mensal. (Caso queira, pode usar as tabelas abaixo para determinar ou verificar se o valor encontrado está correto)

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0			
1			
2			

Qual o valor de cada prestação, na data zero?

Tempo		
0	1	2

Caso 2.

Gabriela também vai financiar o celular, mas quer pagar em **três prestações mensais** e iguais, sendo a primeira para daqui a 1 mês após a compra. E agora, qual o valor de cada prestação?

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0			
1			
2			
3			

Qual o valor de cada prestação, na data zero?

Tempo			
0	1	2	3

Caso 3.

Bernardo acabou de entrar em um Programa de Iniciação Científica (PIC), com duração de 1 ano, e vai receber uma bolsa mensal de 400 reais durante 1 ano. Ele não tem computador em casa, e está pensando em comprar um que possa ajudá-lo em suas atividades no PIC e com as suas pesquisas e tarefas da escola.

O computador custa 2000 reais à vista, mas ele não tem dinheiro pra isso. Ele então precisa decidir entre esperar até conseguir juntar o dinheiro para poder comprar à vista, ou comprar agora, e financiar o equipamento a uma taxa de juros de 2% ao mês (cobrada pela loja), com uma prestação que possa pagar.

Ele só pode gastar/juntar até 250 reais por mês, pois os outros 150 reais já estão destinados para as despesas com transporte e alimentação.

- a) O que você faria se estivesse no lugar de Bernardo: juntaria o dinheiro pra depois comprar ou compraria agora pra depois pagar? Justifique sua resposta.

- b) Qual é valor da prestação, considerando que a primeira prestação vence 1 mês após a compra?

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Saldo Devedor
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

- c) E se a taxa fosse 1% ao mês, você mudaria de decisão em relação ao item a? Justifique sua resposta.

Figura 9.5 - Tarefa 7 da Fase 3 (Encontro 5)

Fonte: Elaborado⁶³ pelo autor.

⁶³ Obs1. No Brasil, é muito comum esse tipo de financiamento em parcelas iguais, que podem aparecer com ou sem a cobrança de juros, os quais nesse caso são geralmente calculados aplicando-se a taxa de juro sobre o saldo devedor. Esse tipo de financiamento é denominado sistema francês de amortização, e em muitos casos chamado de sistema PRICE. Obs2. Optamos por uma taxa mais alta (10% ao mês) do que normalmente se cobraria nessa época nesse tipo de financiamento apenas para facilitar as contas dos estudantes, evitando trazer mais um elemento complicador a um sistema que geralmente costuma ser considerado complexo pelos estudantes, conforme temos observado em nossa prática docente com esse tema.

Apresentação e análise curta dos momentos chave do Encontro 5

- 1) Alunos encontraram dois valores para a prestação para o caso 1.
605,00 – Lu, Gabi e Buco, por exemplo (Veja Fig
576,19 – Sthal e Bril (somente os dois)
- 2) O valor 605 decorreu da atualização do saldo devedor por dois meses consecutivos. Quando o aluno opera dessa maneira, faz $1000 \times 1,1^2 = 1210$, para em seguida dividir por 2 esse valor. Dessa forma, desconsidera que haverá um pagamento após 1 mês, não amortizando (abatendo) o saldo devedor, que fica maior do que deveria. Nesse caso, os juros pagos são maiores que os que realmente deveriam ser pagos, considerando a taxa incidindo sobre o saldo devedor, pois se há redução do saldo devedor, então há redução dos juros mensais pagos.
- 3) Gabi e Mari consideraram que no primeiro mês não haveria cobrança de juros, pois operaram com o saldo devedor da dívida de forma semelhante à que acontece no cartão de crédito. Depois de uma conversa com o pesquisador, sem que ele dissesse o que deveriam fazer, optaram por operar de outra forma, considerando a incidência de juros sobre o valor da compra após 1 mês da data da compra.
- 4) Pela solução apresentada por Sthal, identificamos que ele constituiu como objetos: o saldo devedor, a taxa de juros e o valor da prestação. Usando a representação temporal fornecida, operou com esses objetos, incidindo a taxa ao saldo devedor, e subtraindo o valor da prestação (x) ainda desconhecido, do saldo devedor, a cada mês. O processo algébrico foi o caminho escolhido pelo estudante para encontrar o valor de 576,19.
- 5) Essa solução também foi apresentada por Sami e Lu, logo em seguida. Após um tempo, ocorreu o compartilhamento de estratégias, de modo que a produção de conhecimento ao final apontou para essa solução.
- 6) Buco operou (vídeo 5.6) com o valor da prestação para o presente (sugerido pela tarefa) e também para o futuro. Disse que o valor da prestação na data zero, ou seja, o valor antecipado não seria o mesmo pois não “contaria” os juros. Em seguida,

argumenta também que se a prestação não fosse paga no vencimento, ou seja, fosse postergada (valor futuro da prestação), o valor também não seria o mesmo, contando mais juros. Para antecipar retira os juros, e para postergar (pagar depois) acrescenta juros, usando a multiplicação e a divisão pelo fator de atualização ($1 + \text{taxa}$).

- 7) Sami (Vídeo 5.7) usa a expressão valor em potencial para se referir ao valor da prestação em sua respectiva data, quando comparada ao seu valor presente na data zero. A palavra potencial tem forte ligação com a ideia de que o dinheiro se transforma no tempo, pois além de marcar uma diferença entre valores em datas diferentes, significa também que se espera que aquele valor ainda vai acontecer. Indica, portanto temporalidade, possibilidade e expectativa. Além disso, ele constituiu um objeto valor da prestação no mês original, definindo-o de forma diferente dos demais colegas e do pesquisador, mas com um significado bem semelhante ao que outros colegas produziram para o valor presente de uma prestação.
- 8) Alunos como Gabi, Mari, Buco, Sami e Bril (Vários Vídeos) apresentaram termos e definições diferentes das mencionadas pelo pesquisador. Para a mudança do valor do dinheiro no tempo, os alunos usaram expressões tais como valor em potencial, valor da prestação no mês original, valor antecipado, valor com alteração, dentre outros. Esses são alguns dos exemplos que emergiriam dos discursos dos alunos, nesse encontro, mostrando uma pluralidade de significados para uma mesma noção – o valor do dinheiro no tempo, e estavam relacionadas, em muitos desses exemplos, aos mesmos objetos e operações entre esses objetos que foram constituídos, no interior da atividade, quando realizavam a tarefa. Indica também que os alunos constituíram seus objetos e passaram a operar com eles, apresentando pontos de convergência nessas operações entre eles, mas com duas diferenças básicas nessa forma de operar, conforme relatamos no ponto 1.
- 9) Gabi e Mari (Vídeo 5.13) apresentaram uma expressão geral para o problema da prestação em um financiamento de parcelas iguais e postecipadas, a partir da observação de um padrão numérico, sem recorrer a um processo dedutivo. Obtiveram uma expressão que resolvia o problema para qualquer prazo, para o valor da taxa apresentado.

10) Na tomada de decisão entre comprar o computador agora (parcelado e com juros) ou depois à vista (para fugir dos juros), as respostas para os dois cenários apresentados, com taxas de juro de 2% (item a) e 1% (item b) no financiamento, foram as seguintes:

Quadro 9.2 – Mapeamento das tomadas de decisão para o Caso 3 da Tarefa 7.

Part	Cenários	Decisão	Justificativa
Bril	Item a	A prazo	Apesar de ser mais barato juntar o dinheiro e pagar à vista, nesse caso a compra do computador deve ser imediata. Portanto escolheria pagar a prazo
	Item c	A prazo	Não, pois o computador era uma emergência. Com taxa de 1% comprar a praza seria ainda melhor
Gabi	Item a	Depende (A prazo)	Depende da situação, do quanto é desejo e do quanto é necessidade. Se o computador fosse indispensável eu compraria
	Item c	Depende	De qualquer forma, minha decisão dependeria da necessidade. Eu poderia procurar uma solução alternativa mais barata, como montar o computador, comprando as peças separadamente, o que em geral mais econômico.
Send	Item a	À vista	Juntaria primeiro e compraria depois à vista, pois não teria cobrança de juros. Enquanto não tenho computador usaria o do colégio. Ou pegaria o dinheiro emprestado com um parente e pagaria o empréstimo [sem juros]
	Item c	À vista	Não, eu continuaria com a mesma decisão, pois seria mais barato.
Wag	Item a	A prazo	Compraria agora para depois pagar. Com a bolsa mensal, subtraída de 150 reais/mês de despesas, daria para pagar o computador. E se eu esperasse, eu só teria 4 meses com a ajuda do computador.
	Item c	A prazo	Do mesmo jeito
Sami	Item a	A prazo	Juntar o dinheiro acarretará em um valor do aparelho menor, porém com a necessidade de um uso imediato, e a um juro de 2% ao mês, a compra a prazo é mais interessante. Além disso, há a possibilidade de gastar dinheiro com outra coisa.
	Item c	A prazo	Seria ainda melhor.
Buco	Item a	Depende (poderia ser à vista ou a prazo)	Eu juntaria para comprar o computador à vista. Enquanto não tivesse um, usaria o de um amigo do colégio para realizar as tarefas do PIC, considerando o computador um item não essencial. Caso o computador fosse um item indispensável, eu parcelaria o computador e pagaria os juros de 2% que a loja determinou.
	Item c	Depende	Manteria a decisão nas condições anteriores
Penta	Item a	À vista	Juntaria para depois pagar, pois prefiro gastar menos do que ter equipamento mais cedo
	Item c	À vista	Continuaria com a preferência de pagar menos. Porém, com a redução para 1%, me faria pensar se é realmente necessário comprar o computador
Lu	Item a	A prazo	Eu compraria agora para depois pagar (a prazo) porque eu provavelmente não receberia mais dinheiro dos meus pais para nada, então os 250 teriam de dar para os meus gastos não planejados e o computador
	Item c	A prazo	Manteria a decisão.
Mari	Item a	À vista	Eu esperaria 8 meses p/ juntar e ter todo o dinheiro para pagar à vista. No entanto, se houvesse a opção de pagar parcialmente o valor
	Item c	A prazo	Eu mudaria de decisão, porque mesmo que eu pague 211,16, eu teria o computador por mais meses

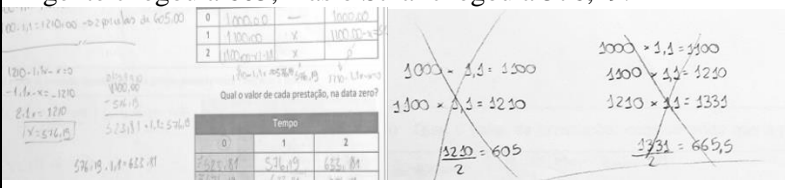
Buco	Item a	A prazo	Compraria agora, pois estou precisando e os juros não são tão altos.
	Item c	À vista	Manteria a decisão

Fonte: elaborado a partir do arquivo de dados do autor

11) Processos recursivos ajudaram os alunos a resolver problemas de financiamentos para prazos curtos; a identificar padrões numéricos que culminaram em alguns casos para a obtenção de expressões algébricas que realmente generalizam tais casos. Identificamos que os processos recursivos eram preferidos por alguns alunos, pois representavam o comportamento do dinheiro como ele realmente acontece. Ou seja, encontramos evidências, a partir dos Vídeos (5.13 e 5.14), que a integração entre a representação temporal sugerida na atividade, e a lógica dos processos recursivos, contribuíram para que alunos como Send e Wag preferissem fazer no “braço” – ou seja, repetir várias etapas (como na passagem de 3 para 10 parcelas), ainda que seja mais trabalhoso, mesmo dispondo de uma calculadora, do que usar uma fórmula ainda não conhecida ou não tão fácil – no sentido de imediata ou que requeira poucos passos – dedução.

Investigação detalhada dos momentos chave do Encontro 5



Os alunos começam a atividade, e o pesquisador, após alguns minutos, desencadeia uma conversa com os alunos.

00:50	Pesq	Eu queria fazer uma pergunta a vocês. Alguém já chegou a algum valor?
00:55	Lu	Eu cheguei
00:56	Pesq	Você chegou a que valor?
00:58	Lu	605
00:59	Pesq	E você Bril
01:02	Bril	Ainda estou terminando
01:05	Pesq	Pessoal, não apaguem suas soluções. E aqui [se dirigindo ao outro grupo] alguém chegou a outros valores?
01:13	Buco, Gabi e Mari	A gente chegou a 605, mas o Sthal chegou a 576,19. 
01:20	Pesq	Ok. Alguém achou algo diferente desses dois valores? Bom eu vou deixar mais alguns minutos para vocês tentarem mais, mas eu vou deixar uma pergunta: dá para chutar um valor e saber se ele está certo ou errado?
01:40	Buco	Eu não entendi a tabela.

01:45	Pesq	Qual tabela?
01:51	Buco	A primeira.
01:55	Pesq	Pensa o seguinte Buco. O que você quer? Transformar 1000 reais em duas parcelas, certo? A taxa incide sobre o saldo devedor. Então, você está devendo 1000, e vai movimentando esse valor, e pagando as parcelas. O problema é que elas precisam ser [pausa seguida de silêncio]
02:21	Buco	Iguais.
02:24	Pesq	Isso. Sendo que na data zero, de entrada, você não paga nada.

Fonte: Vídeo 5.2

Nesse momento, Gabi entra na conversa, apresentando uma maneira de operar diferente, como se pode ver na transcrição a seguir.

02:33	Gabi	Mas aqui já vai estar incidindo juros? Aqui nessa dívida inicial (se referindo ao valor de compra igual a 1000 reais).
02:40	Pesq	Os juros só incidem de um mês para o outro.
02:41	Gabi	Mas do zero para o 1 incide juros?
02:42	Pesq	Claro!
02:43	Gabi	Ahhhh. Tá.
02:45	Pesq	Mas porque não incidiria?
		<p>Porque a gente pensou que como só ia começar a pagar depois,</p>  <p>não ia descontar aquela parcela naquele mês. [os movimentos das mãos revelam uma representação temporal, indicando nas primeiras duas figuras o futuro (pagar depois), e nas duas últimas o presente]</p>
02:55	Pesq	Que interessante. Fala isso pra mim de novo. O que você pensou?
02:58	Gabi	A gente pensou que como era pra começar a pagar no mês seguinte aquele primeiro mês não ia ter juros aplicados.
03:02	Pesq	Então os juros só iam começar, quando você começasse a pagar? Então se eu comprasse o equipamento hoje, e só começasse a pagar daqui a 1 ano [pausa]
03:25	Gabi	Só iam começar juros daqui a 1 ano.
03:30	Pesq	Você acredita nisso?
03:31	Gabi	
03:35	Pesq	Se fosse um ano não? Se fosse um mês sim? É isso?
03:40	Mari	Zero é na hora da compra. Eu achei que de zero pra um, não tinha juros. Como no cartão.
03:47	Pesq	Tudo bem. Pensando na lógica do cartão, ok. Porque o cartão pode dar esse tempo aí pra você pagar. Ok. Mas agora, você está falando de

		financiamento com a loja. E em duas prestações. Mas muito legal essa tua ideia. Repete pra mim isso?
03:59	Mari	Como na fatura demora um tempo pra chegar eu achei que só contaria dois juros, no primeiro e no segundo e não no “zero”.

Fonte: Vídeo 5.2

A pergunta da Gabi, revela que para ela (e também para Mari), após 1 mês da data da compra não haveria cobrança de juros sobre a dívida inicial (1000 reais – valor à vista) de modo que após 1 mês o saldo devedor não seria atualizado.

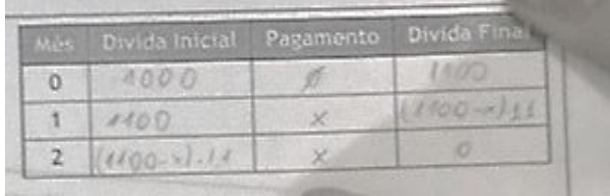
O Pesquisador pergunta logo em seguida porque não incidiria juros. A explicação mostra como a aluna estava operando. Mari e Gabi pensaram a situação da tarefa tomando como base a carência do cartão de crédito. Realmente, na lógica do cartão, não faz sentido cobrar juros até que a fatura venha. A noção de transformação do dinheiro no tempo, nesse caso, foi localmente modificada por essa comparação com a situação do cartão de crédito.

Os mecanismos de uma operação financeira (o cartão de crédito) foram importados para a situação que estavam vivendo naquele momento, ou seja, aquele período de carência passou a fazer parte do núcleo, que se mostrou dinâmico nesse momento, a partir do qual produziram significados.

Logo em seguida os alunos passam a fazer novas contas a partir dessa conversa.

04:25	Pesq	Se a gente chutasse um valor, por exemplo, 500, dava pra saber se aquele chute estava certo ou errado? [pausa seguida de silêncio]. Porque essa prestação tem que fazer o quê?
04:35	Sthal e Gabi	Zerar a dívida ao final.
04:38		Isso. Porque se não você vai dar calote em alguém ou vai ter pago a mais do que deveria. Aí se você chuta e ainda tá devendo, o que você vai fazer com o valor da prestação? Pra vocês pensarem.

Fonte: Vídeo 5.2

10:03	Sami	Como você não sabia, e são iguais, eu coloquei x e x.  <p>Aí eu fui fazendo assim.</p>
-------	------	---

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	∅	1000
1	1100	x	$(1100-x)1,1$
2	$(1100-x)1,1$	x	0

Eu sabia que a dívida final era 10% de $1100 - x$,

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	∅	1000
1	1100	x	$(1100-x)1,1$
2	$(1100-x)1,1$	x	0

e ela era a dívida inicial do outro.

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	∅	1000
1	1100	x	$(1100-x)1,1$
2	$(1100-x)1,1$	x	0

E que isso aqui, menos x, dava zero. Aí eu coloquei isso numa equação, e achei 576,19 aproximadamente.

Fonte: Vídeo 5.2

Apesar dos cálculos apresentados por Sami e Sthal serem iguais, a forma como usaram a representação temporal foi diferente. Sami considerou a transformação do dinheiro no tempo, da dívida inicial para dívida final, em uma mesma linha. E considerou que a dívida final de um mês era igual à dívida inicial do mês seguinte, conforme ilustram as figuras abaixo.

$1000 \rightarrow 1000$
 $1100 \times 1,1 = 1210$
 $1210 - 1,1x = 1210 - 1,1x - x$
 $1210 - 1,1x - x = 0$
 $-1,1x - x = -1210$
 $2,1x = 1210$
 $x = 576,19$

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	0	1000
1	1100	576,19	523,81
2	576,19	576,19	0

Qual o valor de cada prestação, na data zero?

Tempo		
0	1	2
523,81	576,19	633,81
576,19	523,81	576,19

$1000 \rightarrow \emptyset$
 $1100 \times 1,1 = 1210$
 $1210 - 1,1x - x = 0$
 $1210 - 2,1x = 0$
 $2,1x = 1210$
 $x = 576,19$

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	∅	1000
1	1100	x	$(1100-x)1,1$
2	$(1100-x)1,1$	x	0

Qual o valor de cada prestação, na data zero?

Tempo		
0	1	2
1000	x	∅
x	1100	x

Figura 9.6: Diferentes formas de operar a partir de uma mesma representação temporal.
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Operando de uma forma diferente nesse aspecto da representação temporal, Sthal considerou que a dívida final de um mês seria multiplicada pelo fator 1,1 para se obter a dívida inicial do mês seguinte.

Identificamos assim, duas maneiras diferentes de operar, mas que geraram o mesmo resultado. A primeira indica uma transformação do dinheiro no tempo em um movimento horizontal, considerando a dívida inicial e a dívida final em datas diferentes, com preservação do valor no movimento vertical (de um mês para o seguinte). Na segunda, a transformação se dá em um movimento vertical, em que a dívida final de um mês é multiplicada pelo fator para se obter a dívida inicial do mês seguinte, com preservação do valor no movimento horizontal e subtração do pagamento para redução do saldo devedor do mês.

Em um momento que aconteceu logo em seguida, Buce percebeu que o valor da prestação na data zero, ou seja, o valor antecipado não seria o mesmo pois não “contaria” os juros. Percebe também que se a prestação fosse postergada, o valor também não seria o mesmo, contando mais juros. Para antecipar retira os juros, e para postergar (pagar depois) acrescenta juros. A transcrição a seguir ilustra isso.

00:04	Pesq	O que você falou aqui, Buce?
	Buce	Que a parcela de 576 no mês zero vale menos porque não contam os juros que você vai pagar no ato.
	Pesq	O que significa isso aqui $576,19/1,1$ na data zero? É só um número obtido por meio de uma operação ou ele tem outro significado? Ou seja, quanto vale essa prestação [a do mês 1] na data zero?
	Buce	Hum!
	Pesq	Já ouviu falar na antecipação da prestação?
	Buce	Já
	Pesq	Se eu quiser pagar essa prestação na data zero, qual o valor que eu tenho que pagar?
	Buce	O valor que você não conta os juros do mês.
	Pesq	Isso!
	Buce	Mas só que isso vale pro outro também. Os 576 do mês 2. Se eu quiser atrasar a parcela ela vai contar com mais juros. Se eu colocar mais na frente.
01:12	Pesq	Sim, isso mesmo.

Fonte: Vídeo 5.6


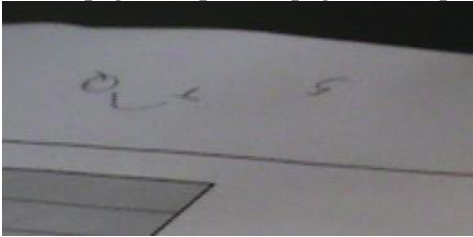
Os alunos dão continuidade à tarefa. Em certo momento, Buce se dirige novamente ao pesquisador.

03:00	Buce	Maneiro isso! Se você somar o valor das parcelas no mês zero, se pagasse no ato seria 1000; no mês 1, um mês depois a soma das parcelas vai dar a dívida com os 10%, aí dá 1100, e se fizer o segundo, também. Vai dar 1210.
-------	------	--

Fonte: Vídeo 5.6

Buco percebe mais uma propriedade matemática utilizando a representação temporal sugerida. Ele percebe que os valores presentes das prestações em cada mês, geram um valor total igual a 1000, na data zero – que é o valor do empréstimo -, um total igual a 1100, na data 1 e 1210 da data 2. A soma de valores na mesma data ganha um novo significado, pois novos significados são produzidos para a operação de transformar o dinheiro no tempo. Os valores das prestações mudam, mas na vertical é possível monitorar o total atualizado em cada mês.

Logo em seguida, registramos uma conversa entre Gabi e Mari em que outros elementos emergem de seus discursos, conforme mostra a transcrição a seguir.

05:10	Gabi	<p>Eu pego dinheiro emprestado com você.</p>  <p>Aí, a cada dia você diz que vai ter “um juros” em cima desse dinheiro. Se eu pagar daqui a 2 dias, eu vou pagar juros em cima de juros,</p>
05:26	Mari	Juros sobre juros
05:28	Gabi	Agora, seu eu pagar já no primeiro dia, no primeiro dia em que a gente estabeleceu eu vou só uma vez os juros. Se eu pagar antes disso?
05:35	Pesq	No primeiro dia ou no primeiro mês?
05:40	Gabi	<p>É porque eu tô fazendo com dia. Digamos, eu peguei 5 reais na segunda, na terça eu não preciso pagar, eu preciso pagar só na quarta.</p>  <p>Aí, sofre juros aqui e sofre juros aqui, pois a gente combinou que eu vou pagar na quarta. Só que aí eu decido pagar na terça. Eu não vou sofrer “esse juros” aqui. De terça pra quarta eu não vou sofrer esse juros.</p> <p>Então eu vou pagar menos do que seu eu pagar só quando a gente combinou. Então aqui é exatamente isso. Combinou de pagar quando? Só um mês após a compra. Mas se eu quiser pagar antes vai valer quanto? Quanto eu vou pagar? Entendeu?</p>
06:25	Mari	Entendi.

Fonte: Vídeo 5.6

Observe que a Gabi utiliza uma representação temporal bem simples (S T Q) para mostrar a Mari os efeitos do valor do dinheiro diante da antecipação do pagamento.

As duas alunas, em seguida, voltam à tarefa para discutir os valores das prestações, e daí mais elementos envolvendo a operação de transformar o dinheiro no tempo emergem.

07:43	Gabi	Você vai pagar uma parcela no mês 1 que tem ser igual a uma parcela que você vai pagar no mês 2. São duas parcelas diferentes. Aqui é uma parcela e aqui é a segunda parcela
08:01	Mari	Mas porque essa parcela tá aqui?
08:06	Gabi	Porque essa é a evolução da primeira parcela. Mês zero, mês um, mês dois. Primeira parcela, segunda parcela.
08:16	Mari	Ah tá.
08:17	Gabi	O valor disso aqui vai ser como se eu tivesse atrasado essa parcela.
08:21	Mari	A gente já fez usando o 1,1
08:25	Gabri	E esse aqui só passa a existir no segundo mês. Essa parcela.
08:30	Mari	Então é esse aqui, esse valor vezes vezes 0,9.
08:36	Gabi	Dividido por 1,1. Porque se você viesse desse pra cá você faria o quê? Vezes 1,1. Só que você tá fazendo ao contrário. Então... dividido por 1,1.
08:46	Pesq	Gostou da ideia
08:48	Mari	Faz todo sentido
08:50	Pesq	E aí a gente começa a ver uma coisa muito legal nesse mecanismo. Quando a gente anda pra frente a gente multiplica e quando a gente anda pa trás a gente ...
09:42	Mari	Divide.
09:44	Pesq	Isso. E com isso a gente consegue entender várias coisas que acontecem no mundo financeiro. Um mundo que está pertinho da gente.


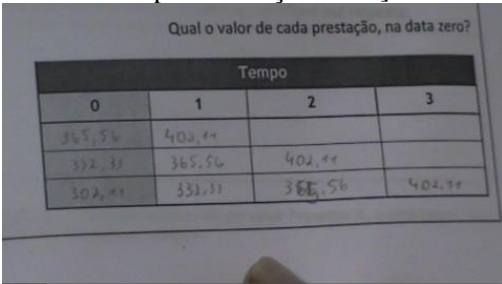
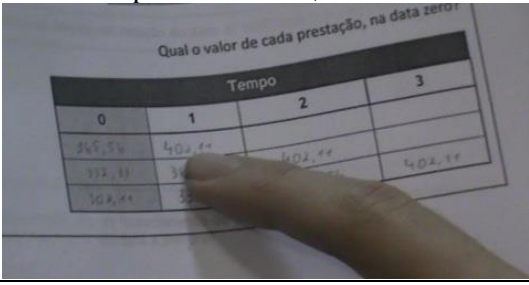
Fonte: Vídeo 5.6

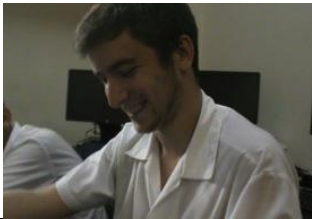
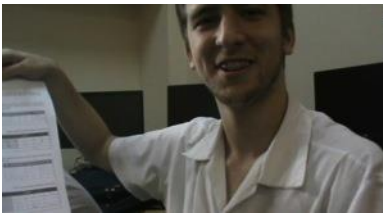


Queremos destacar duas coisas. A primeira é a forma como Gabi opera com o valor da prestação no tempo. As palavras antecipação e atraso aparecem associadas a valor agora e a valor depois. Essa operação se dá segundo uma lógica, em que para transformar para o futuro multiplica-se pelo fator.

A segunda se refere a um momento da conversa, em que Mari tenta operar em outra direção ao dizer que seria preciso multiplicar por 0,9 (uma forma de descontar os 10% devido à antecipação). Gabi reforça que a lógica precisa ser diferente, ao dizer: “Dividido por 1,1. Porque se você viesse desse pra cá você faria o quê? Vezes 1,1. Só que você tá fazendo ao contrário. Então... dividido por 1,1.” A partir desse argumento, Mari apresenta uma ação enunciativa facial indicando que havia entendido a lógica de Gabi e que compartilharia essa lógica por entender que fazia todo o sentido.

Na continuidade do encontro, identificamos um momento chave sobre a dinâmica do valor das prestações de um financiamento em 3 prestações mensais e iguais, com a primeira sendo paga um mês após a compra. A partir da representação



temporal apresentada nessa tarefa, o aluno inicia um diálogo com o pesquisador, o qual chama de professor.

00:01	Sami	Professor, eu queria saber se no mês zero, quando a gente faz as prestações voltando, se você somar todas elas vai dar o valor original. Os 1000 reais. 
00:11	Pesq	Boa pergunta. Será que vai?
	Sami	Não sei ... Eu acho que tem lógica nisso.
00:16	Pesq	Por que?
00:18	Sami	Porque é o valor original né, faz sentido ser. Você voltou e aí deu tudo certinho. Como se pagasse tudo no
00:28	Pesq	Eu vou tentar te responder fazendo uma pergunta, eu acho que você já está em um bom caminho e vc vai se responder melhor ainda. Quer ver? Qual o valor da prestação que você encontrou?
00:42	Sami	Eu achei 402,11. Bril também achou.
00:48	Pesq	Ótimo. Mostra pra mim quanto você vai pagar no mês 1.
00:52	Sami	No mês 1, na tabela, eu vou pagar 402.
01:02	Pesq	O que significa esse 375,16 pra você? Mostra pra mim a folha em pé pra gente poder acompanhar melhor.
01:10	Sami	[o aluno coloca a folha em pé e começa a falar]  Eu acho que o valor em potencial é 402,11. 
01:30	Pesq	Ah! Em potencial. Você já utilizou essa ideia antes. Então você está dizendo que 365 na data zero [pausa] Continua a frase.
01:40		É em potencial 402 na data 1.
01:42	Pesq	Se eu quiser pagar essa primeira prestação na entrada, eu vou pagar 402?
01:45	Sami	Não, por que se não você estaria pagando com juros.
01:49	Pesq	Eu vou pagar quanto então?

	Sami	Vai pagar 365. Aí se eu for pagar todas no mês zero, é como se eu anulasse os juros.	
02:00	Pesq	Então, por isso, elas têm que dar:	
02:01	Sami	1000 reais!	
	Pesq.	Ahhh.	  <p>Tá vendo [olhando para os amigos]</p> 

Fonte: Vídeo 5.7 – grifo nosso.

O aluno Sami apresenta, logo em seguida, que encontrou 1000 reais como soma dos valores presentes da prestação. Mas sua maneira de expressar isso foi diferente, conforme se pode ver na transcrição a seguir.

00:02	Sami		
00:04	Pesq	O que é isso?	
00:08	Sami	É o valor das prestações somadas no mês original.	
00:13	Pesq	Repete essa frase que você falou que eu não consegui captar aqui.	
00:20	Sami	É o valor das prestações no mês original, né, quando você comprou, somadas e sem juros.	
00:28	Pesq	O valor das prestações no mês original, somadas e sem juros deu quanto?	
00:33	Sami	1000 reais certinho. [pausa] que era o valor original.	
00:34	Pesq	Ok. Obrigado.	

Fonte: Vídeo 5.7

Sami chama o valor presente de cada prestação de: valor da prestação no mês original.

Qual o valor de cada prestação, na data zero?


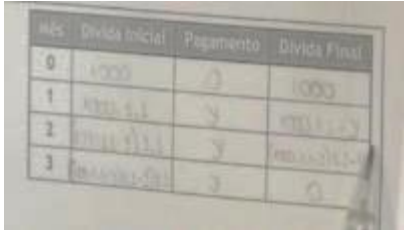
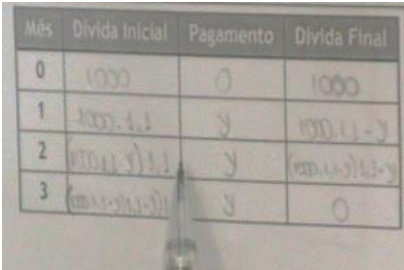
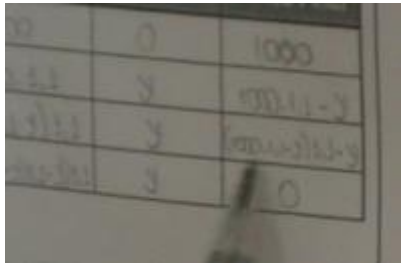
Tempo			
0	1	2	3
365,56	402,11		
332,33	365,56	402,11	
302,11	332,33	365,56	402,11

Figura 9.7: Solução final de Sami na representação temporal sugerida.
 Fonte: arquivos de dados do pesquisador.

Pelos valores que calculou e representou na tarefa, vemos claramente como operou com o valor do dinheiro no tempo, dividindo pelo fator 1,1, para encontrar o valor da prestação no mês anterior, até obter os “valores das prestações no mês original”, ou seja, o valor de cada prestação na data zero. Reforçamos que para ele o valor da prestação no mês do vencimento (R\$ 402,11) é potencial, pois só acontece no vencimento, tendo assim o potencial de ser aquele valor caso seja pago na data de vencimento.

No próximo momento, temos Wag mostrando para Lu a estratégia que ele utilizou para encontrar o valor das 3 prestações mensais e iguais, agora considerando um valor à vista de 1000 reais, a uma taxa de 10% ao mês. A transcrição a seguir mostra a produção de conhecimentos e significados matemáticos dos dois alunos interagindo.

00:01	Vag	<p>Bom, a dívida inicial era 1000, como ele não pagou nenhum valor no primeiro mês (se referindo à entrada) vai continuar 1000 aqui no final.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>Mês</th> <th>Dívida Inicial</th> <th>Pagamento</th> <th>Dívida Final</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1000</td> <td>0</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>$1000 \cdot 1,1$</td> <td>y</td> <td>$1000 \cdot 1,1 - y$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1$</td> <td>y</td> <td>$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$</td> <td>y</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>Então, no primeiro mês, ele sofre uma alteração de 10%, então você vai multiplicar o valor inicial por 1,1 o que dá a dívida inicial do primeiro mês. A gente vê que ele quer as três prestações mensais e iguais, então</p>	Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final	0	1000	0	1000	1	$1000 \cdot 1,1$	y	$1000 \cdot 1,1 - y$	2	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1$	y	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$	3	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$	y	0
Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final																			
0	1000	0	1000																			
1	$1000 \cdot 1,1$	y	$1000 \cdot 1,1 - y$																			
2	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1$	y	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$																			
3	$(1000 \cdot 1,1 - y) \cdot 1,1 - y$	y	0																			

		eu vou colocar aqui as três prestações como y .																				
00:33	Pesq	Você chamou de quê?																				
	Vag	Chamei de y . Esse primeiro valor aqui que é 1000 vezes 1,1 menos y vai dar a dívida final, que é $1100 - 1,1y$.																				
00:50	Pesq	Mostra pra mim o que você está fazendo. Coloca a folha em pé, só pra eu captar essa imagem, e aí você pode continuar explicando assim, por favor?																				
00:58	Vag	<p>[Vag coloca a folha em pé e continua explicando de onde foi interrompido pelo pesquisador.]</p>  <p>Esse valor da dívida final do primeiro mês (apontada na fig) vai sofrer uma alteração no inicial do segundo mês,</p>  <p>de 10% também, então vai ser aplicado 10% em cima desse valor aqui final. Então você vai multiplicar de novo por 1,1 e essa vai ser a dívida inicial do segundo mês.</p>  <p>E aí você vai diminuir da mesma parcela y, e chega à dívida final do segundo mês.</p>  <p>E aqui sucessivamente. Esse valor aqui final vai sofrer mais uma alteração de 10%, você vai multiplicar por 1,1 de novo e diminuir de y, e aí esse valor agora vai dar zero. Aí você põe tudo numa linha só para fazer os cálculos, e aí você vai achar 402,11.</p> <p>Qual o valor de cada prestação, na data zero?</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Tempo</th> </tr> <tr> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$y/1,1$</td> <td>$\leftarrow 402,11 \rightarrow$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$y/1,1^2$</td> <td>\leftarrow</td> <td>$402,11 = y$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$y/1,1^3$</td> <td>\leftarrow</td> <td></td> <td>$402,11 = y$</td> </tr> </tbody> </table>	Tempo				0	1	2	3	$y/1,1$	$\leftarrow 402,11 \rightarrow$			$y/1,1^2$	\leftarrow	$402,11 = y$		$y/1,1^3$	\leftarrow		$402,11 = y$
Tempo																						
0	1	2	3																			
$y/1,1$	$\leftarrow 402,11 \rightarrow$																					
$y/1,1^2$	\leftarrow	$402,11 = y$																				
$y/1,1^3$	\leftarrow		$402,11 = y$																			
02:01	Pesq	Você chegou a fazer um prova real para ver se esse valor estava																				

		correto?
02:10	Vag	Fiz, mas no papel não. Na calculadora.
	Pesq	Ah, fez na calculadora simulando. A calculadora acaba agilizando os cálculos.
02:20	Vag	Sim.
02:21	Pesq	E também ajudando na verificação se um determinado processo gerou a resposta que você acha correta. E aí Lu, o que você achou da estratégia do Vag?
02:40	Lu	Achei bom. Ele separou o problema em várias partezinhas e aí ficou mais fácil de calcular.
02:45	Pesq	Ótimo.

Fonte: Vídeo 5.11

A partir desse ponto, começa a análise do caso 3, que envolvem um processo de tomada de decisão em uma situação em que um aluno quer comprar um computador e precisa escolher entre juntar por um tempo e comprar depois, ou comprar agora e pagar depois, conforme apresentada a seguir.

Caso 3.
Bernardo acabou de entrar em um Programa de Iniciação Científica (PIC), com duração de 1 ano, e vai receber uma bolsa mensal de 400 reais durante 1 ano. Ele não tem computador em casa, e está pensando em comprar um que possa ajudá-lo em suas atividades no PIC e com as suas pesquisas e tarefas da escola.

O computador custa 2000 reais à vista, mas ele não tem dinheiro pra isso. Ele então precisa decidir entre esperar até conseguir juntar o dinheiro para poder comprar à vista, ou comprar agora, e financiar o equipamento a uma taxa de juros de 2% ao mês (cobrada pela loja), com uma prestação que possa pagar.


Ele só pode gastar/juntar até 250 reais por mês, pois os outros 150 reais já estão destinados para as despesas com transporte e alimentação.

a) O que você faria se estivesse no lugar de Bernardo: juntaria o dinheiro pra depois comprar ou compraria agora pra depois pagar? Justifique sua resposta.

Figura 9.8: Caso 3 da Tarefa 7 – Encontro 5


Fonte: Elaborada pelo autor.


No momento que segue emergem alguns aspectos culturais associados aos aspectos matemáticos na tomada de decisão, disparados quando Send pergunta se seria possível uma terceira opção diante das duas apresentadas, conforme mostra a transcrição a seguir.

00:05	Send	Eu posso ter uma terceira opção? Não só comprar à vista depois de um tempo ou pagar em parcelas. Eu poderia pedir o dinheiro para alguém, para algum parente meu ou algum conhecido e comprar à vista, e pagar para o meu parente com juros menores ou até sem juros, dependendo.	
-------	------	---	--

Fonte: Vídeo 5.12

Ao propor uma terceira opção: pegar o **dinheiro emprestado** com outra pessoa, **um parente ou conhecido e comprar à vista**, pagando a prazo para a pessoa, em **condições melhores**, Mari o interrompe dizendo que fazendo dessa forma ele estaria de uma certa forma **“roubando” a pessoa**. A transcrição a seguir apresenta o que ela quis dizer com isso.

00:28	Mari	Você vai acabar roubando a pessoa.
00:31	Send	Não!
00:32	Mari	Sim. Porque o dinheiro que ela tinha um mês atrás não é mais o dinheiro que ele pode ter, que é em relação ao poder de compra. Você tem que reajustar os juros para aquela pessoa. Por exemplo, minha mãe quando pega dinheiro emprestado com alguém da família ela paga os juros, porque tipo [interrompida pelo pesquisador]
00:45	Pesq	Qual o juros?
00:46	Mari	Os juros em relação a poupança do dinheiro que a pessoa tem.
00:50	Pesq	Ahhhhhh. Que legal. Sua mãe faz isso?! Que bacana.
	Mari	Faz. Se você não for pagar a pessoa o que ela teria garantido, você tá roubando a pessoa.
		
01:00	Send	Tudo bem, paga o reajuste mas não paga os 2%.
01:10	Mari	De qualquer maneira você não vai ficar sem pagar juros. Então não é a mesma coisa.
01:16	Send	Não falei que ia ficar sem pagar sem juros.
01:20	Pesq	Ele falou que pagar juros seria uma das possibilidades, ou de repente, pode ser um coisa assim: do tipo mãe pra filho.
01:27	Mari	Eu não sei ... porque eu não faria.
01:30	Pesq	Por exemplo, se você pegasse dinheiro emprestado com sua mãe, talvez mesmo que você dissesse: mãe eu vou te remunerar aquilo que a poupança remuneraria, talvez a sua mãe não te cobraria. Como se fosse um presente.

01:44	Mari	Mas aí ela não está fazendo questão. Tudo bem. É muito também um questão de relação. Mas eu fui acostumada assim. Minha mãe sempre que ela pega dinheiro emprestado ela paga com relação ao que a pessoa teria no momento que ela tá pagando.	
01:58	Pesq	É o mínimo, certo?	
01:59	Mari	É. É o costume.	
02:00	Pesq	Então é o costume, é uma questão cultural.	
02:11	Mari	É uma ética familiar que a gente tem.	
02:22	Send	Eu nem tinha pensado nisso. Não tinha nem caído a ficha de que o dinheiro mudaria. Quando ela falou ainda não tinha caído a ficha. Os 2.000 reais que eu pegaria com o meu tio não seriam os 2.000 reais que eu pagaria pra ele mensalmente se eu pagasse em 10 meses.	
02:45	Mari	Mas isso é realmente de família, porque seu tio pode chegar e falar assim: claro que não, você pegou 2.000 comigo, vai pagar 2.000.	
02:40	Pesq	10 de 200.	
02:43	Mari	É. 10 de 200.	
02:45	Pesq	Muito interessante as colocações de vocês. Muito obrigado.	

Fonte: Vídeo 5.13

Identificamos dois momentos importantes nesse trecho. O primeiro foi a iniciativa de Send de propor uma alternativa às opções oferecidas. Ele tenta aliar o benefício de ter o produto imediatamente pagando um financiamento mais barato. Ele pensa no tio emprestando dinheiro sem juros ou a uma taxa mais baixa. Tenta agir de forma racional, minimizando o custo do financiamento para ter o benefício do bem no presente.

O segundo momento é a intervenção de Mari. Ela usa um costume de sua família – denominada por ela mesma como **ética familiar** – para contrapor a estratégia de Send. Para ela, é justo que o credor seja remunerado à taxa que tem disponível. É uma prática de sua família. Uma espécie de não penalizar ninguém pelo fato de abrir mão de seu dinheiro para emprestar a outra pessoa. Do ponto de vista da economia tradicional, podemos ver esse comportamento pela noção da taxa mínima de atratividade, ou seja, a família busca remunerar a pessoa pela taxa que ela já tem disponível. Mas nos parece que é mais uma questão ética, de justiça, de não ficar devendo (nas palavras de Mari: “roubando”) a ninguém, do que uma questão deliberadamente econômica, apesar de que essa ideia, ainda que não intencional do ponto de vista da aplicação econômica, seja subjacente à atitude.

Aparece nesses diálogos as noções de trocas intertemporais, juros, taxa mínima de atratividade, justiça, ética, costume familiar, tentativa de otimização, busca por soluções alternativas. Há aspectos buscando a maximização do valor, mas também há a opção de pagar mais juros para ser ético, dentro da perspectiva apresentada pela aluna. Tal atitude vai contra as regras da economia tradicional, de maximização do valor, e de que as pessoas são por natureza egoístas, e se alinha com alguns resultados da economia comportamental na medida em que a questões éticas e culturais, como nesse exemplo, interferem fortemente na forma como as pessoas vêm perdas e ganhos, incluindo a ação de abrir mão de maximizar um resultado para agir segundo uma ética.

Na continuidade do encontro, o pesquisador pergunta se está sendo fácil usar a estratégia dos casos 1 e 2 no caso 3, em especial, no item b. Os alunos disseram que com o número maior de parcelas dava muito mais trabalho. Alguns, como Sami e Lu tentavam encontrar uma fórmula, algo semelhante ao que fizeram Gabi e Mari; outros optaram por fazer passo a passo, como o caso de Send, e outros não conseguiram produzir significados na direção que estavam operando, como Yan , Wage Bril, por exemplo.

Em seguida Sedim diz que preferia fazer mês a mês (utilizar o processo recursivo), o que chamou de fazer “no braço”.

01:13	Send	Cara [se referindo ao Paulo] eu prefiro fazer no braço. Eu sei que não é o mais fácil, mas não vai ter erro. Tenho menos chance de errar no braço do que tentando ... [não termina a frase]
01:23	Pesq	Repete isso pra mim, Send. Qual é a recomendação que você fez pro Buco?
01:28	Send	Eu falei que eu prefiro fazer a letra b do caso 3, mês a mês, do que tentar achar uma fórmula. Pra mim é mais, menos chance de errar.
01:43	Pesq	Se você pudesse ligar o computador, entrar no Google, e procurar a fórmula.
01:46	Send	Aí é outra história.

Fonte: Vídeo 5.14

Em seguida o pesquisador pergunta se a situação desse aluno no caso 3, se aproximava da realidade deles. Alguns comentários foram:

Sthal – “Já passei por isso”. O aluno já havia ganhado uma bolsa de um programa de Iniciação Científica.

Mari – “Pena que eu não tenho mesada.

Buco – “Eu poderia fazer isso se eu administrasse minha pensão”.

Finalmente, aparece um aspecto não matemático interessante, apresentado por Gabi, que está registrado na transcrição a seguir.

03:00	Gabi	Ele precisa do computador? Você falou com o Buco que era para considerar que seja necessário que ela tenha um computador.
03:14	Pesq	É. O adolescente quer um computador. Ele pode usar os dos amigos? Pode!
03:21	Gabi	Ele quer ou ele precisa dele pra alguma coisa?
03:23	Pesq	As duas coisas. Ele quer ter o computador dele e parte desse querer é em função da necessidade [conforme diz o enunciado]. Agora o quanto ele necessita [silêncio breve] eu não sei.
03:32	Gabi	Porque depende muito disso.
03:34	Mari	Eu por ter visto aquele vídeo lá do irmão comprando, enquanto o outro esperou [se referindo a um dos vídeos da série <i>Eu e meu dinheiro</i> do programa de educação financeira do Banco Central do Brasil ⁶⁴] eu vou esperar. Eu prefiro esperar.

Fonte: Vídeo 5.14

Para Gabi uma questão central da tomada de decisão era se realmente era necessário comprar o computador. Ainda que o texto apontasse para isso, trazendo os motivos acadêmicos e pessoas para a compra, envolvendo as tarefas do próprio programa e da escola, Gabi avalia e questiona se o compra era realmente necessária, indicando uma preocupação com gastos. Por outro lado, no discurso de Mari emergiu outro aspecto: esperar pode trazer mais vantagens do que comprar e pagar depois (nesse caso com juros).

Ela cita o vídeo do Banco Central da Série *Eu e meu dinheiro* em que dois atores interpretam o papel de dois irmãos, em que um deles compra um carro popular financiado em 5 anos, e o outro junta o dinheiro para depois comprar o carro. Ao final de 5 anos, o irmão que financiou estava com carro desvalorizado, quebrado na oficina e a pé; enquanto que o outro estava com um carro novo, com mais recursos e opcionais, sem dívidas, e com o planejamento de manter a poupança para a próxima troca de carro.

Não analisaremos aqui o vídeo, mas apenas o mencionamos por identificarmos que certamente ele influenciou na tomada de decisão de Gabi, no interior da atividade, segundo os próprios significados que produziu no processo de tomada de decisão, conforme seu discurso. Podemos interpretar essa tomada de decisão, também, a partir da heurística da disponibilidade, uma vez que as informações que estavam disponíveis e o efeito recente do vídeo foram fundamentais, para a estudante, em sua tomada de decisão.

Observamos que, apesar dos alunos terem obtido os valores das prestações nos financiamentos do caso 1 (2 parcelas) e no caso 2 (3 parcelas), utilizando um processo recursivo a partir da representação temporal fornecida na tarefa, não estavam conseguindo, mesmo interagindo dentro dos grupos, obter uma expressão geral que fornecesse o valor da prestação em função das outras variáveis. O número de parcelas era o principal obstáculo, segundo o relato dos alunos, e o padrão observado por Mari e Gabi, para a taxa de 10%, não estava funcionando nesta nova situação (caso 3), cuja taxa era 2%.

Assim, para os sujeitos da pesquisa nesse encontro, dentro do tempo e dos recursos computacionais oferecidos, o processo recursivo, apesar de ter ajudado os estudantes na resolução do problema para prazos pequenos (2 e 3 parcelas), não foi suficiente para a resolução do problema para 10 prestações. Apenas Send e Buco avançaram na utilização desse processo recursivo, mas como veremos adiante, ainda não tinham chegado ao final, e por isso disseram ao pesquisador que não haviam conseguido.

Considerando esse retorno dos sujeitos da pesquisa, avaliamos, a partir da ótica do MCS, que estávamos diante de um **obstáculo epistemológico**, conforme proposto por Lins (1993, p. 81). Para esse autor, obstáculo epistemológico é “o processo no qual o aluno operando dentro de um campo semântico, poderia potencialmente produzir significado para uma afirmação e não produz. Esse processo é diferente de outro, chamado **limite epistemológico**, no qual se tem a “impossibilidade de produzir significados para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar. Sendo assim, se ele não mudar sua forma de operar, não resolverá o problema proposto”, conforme Silva (2003, p.138).

Em nosso caso, entendemos que é um obstáculo epistemológico porque com o processo recursivo (sua forma de operar) é possível chegar à solução do problema. Apesar de ser possível, essa forma de operar demandava um trabalho computacional (várias operações gerando uma equação extensa) que impossibilitou a resolução do problema no encontro. Ou seja, a maneira de operar dos estudantes (por meio da evolução do saldo devedor mês a mês, e, portanto, por meio de um processo recursivo), não lhes permitiu encontrar uma expressão ou equação que resolvesse o problema para

⁶⁴ A Série *Eu e meu dinheiro* está disponível <https://cidadaniafinanceira.bcb.gov.br/consumo-planejado-e-consciente>. Esse vídeo citado pela estudante está disponível também em <https://www.youtube.com/watch?v=HQ2HZdJNm8>

10 prestações e com taxa de 2% ao mês, conforme o item b do caso 3 na tarefa apresentada.

Duas opções nos parecerem possíveis naquele momento: (i) dar mais tempo aos estudantes, correndo o risco de que o obstáculo epistemológico permanecesse; (ii) sintetizar as ideias dos estudantes, construídas por eles nos casos 1 e 2, no quadro branco da sala onde acontecia o encontro, e a partir disso convidar os estudantes a pensar em algumas outras ideias, a partir das noções sobre o valor do dinheiro no tempo e das progressões geométricas (já estudadas por eles no ano anterior) para que pudessem pensar em outra direção. Optamos pela segunda alternativa, devido às múltiplas possibilidades que poderiam aparecer diante de novas ideias, bem como da limitação tempo e do risco da primeira da opção.

Após essa intervenção, alguns alunos, dentre eles Bucu, Send e Mari partiram da expressão final para o VP da série uniforme obtida ao final da explicação do pesquisador, e a partir dela aplicaram os valores em questão, outros alunos como Sami, Wag, Gabi, Bril buscaram usar a ideia da soma da P.G e da equivalência de capitais, para chegar ao valor da prestação, ou seja, optaram por percorrer um caminho semelhante ao que usamos para chegar à expressão numérica que fornecia o valor da prestação para uma taxa de 10%, pesquisador usaram a ideia (a partir da soma de uma P.G.) que gerou a fórmula para construírem sua solução para o problema.

Na figura 9.9 apresentamos dois exemplos de soluções registradas nas folhas dos participantes que representam as duas estratégias apresentadas acima. Em alguns casos há mais de uma solução, em que os alunos deixaram (atendendo ao nosso pedido) a solução ou estratégia que estavam usando anteriormente e que não os estava ajudando a obter uma solução que julgassem legítima.

The image shows handwritten mathematical work on the left and a printed table on the right. The handwritten work includes the formula $X = \frac{2000 \cdot 1.02^{10} \cdot 0.02}{1.02^{10} - 1}$ and the result $X = 222,65$. It also shows the formula $X = \frac{C \cdot F^n \cdot I}{F^n - 1}$ with an arrow pointing to the word "Inclusão".

Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Saldo Devedor
0	2000	0	2000
1	2040	X	2040 - X
2	2080,16	X	2080,16 - X
3	2120,42	X	2120,42 - X
4	2160,77	X	2160,77 - X
5	2201,16	X	2201,16 - X
6	2241,52	X	2241,52 - X
7	2281,87	X	2281,87 - X
8	2322,21	X	2322,21 - X
9	2362,58	X	2362,58 - X
10	2402,98	X	2402,98 - X

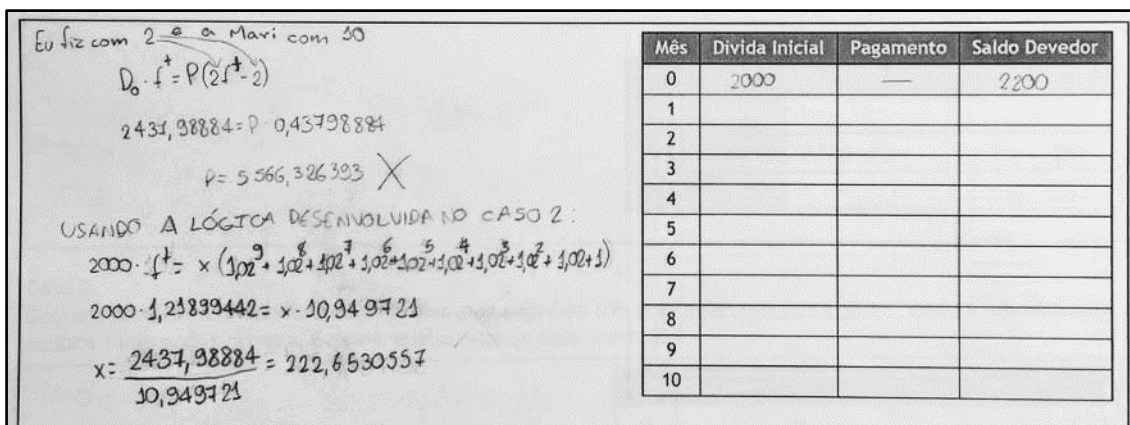


Figura 9.9: Dois processos diferentes para obtenção do valor da parcela no Caso 3 da Tarefa 7
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

Em um momento seguinte à apresentação das soluções, Mari sugere pagar uma prestação mais alta, para reduzir o tempo de financiamento o pagamento de juros. Apresenta uma simulação obtendo 245,03, concluindo que poderia pagar menos juros e reduzir o tempo do financiamento em um mês, mantendo-se basicamente dentro do orçamento mensal de 250 reais livres, ou seja, que não estariam comprometidos de antemão.

Ao final deste encontro, em função de ser o primeiro envolvendo diretamente uma tomada de decisão, e por envolver diversos aspectos matemáticos, alguns deles associados às escolhas oferecidas sobre a compra do computador, perguntamos quais os aspectos que lhes foram úteis no encontro, deixando-os livres para responderem como quisessem. Os retornos estão apresentados, em síntese, no quadro a seguir.

Quadro 9.3 – Mapeamento dos aspectos do Encontro 5 mais relevantes apontados pelos próprios estudantes.

Part	Justificativa
Lu	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ajudou a entender o valor dos juros que você deve pagar nas prestações; ✓ As pessoas confiam muito nas instituições e não questionam e nem checam/verificam se o valor a ser pago é realmente aquele; ✓ No caso 3, eu vi que tinha uma certa estabilidade. A pessoa no problema tinha uma garantia de que todo mês ela teria 250 meio que reservados para poder pagar o computador. Isso não acontece na vida real. Você parcela em muitas vezes por que você precisa de uma coisa agora e nem sempre tem garantia de que terá dinheiro para pagar.
Buco	<ul style="list-style-type: none"> ✓ pensar um pouco melhor sobre os financiamentos. ✓ ajudar a saber conferir se a prestação está correta. As pessoas confiam na máquina e acabam não conferindo. ✓ A matemática utilizada para poucas parcelas foi fácil. Conforme aumenta o número de parcelas fica mais difícil trabalhar ✓ pensar em como vou parcelar no futuro. ✓ mais consciência para lidar com situações em que você precisa comprar algo agora, e por não ter dinheiro, tem que financiar.

Wag	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Se você for parcela o produto em várias vezes você tem mais chance de ser enganado do que em poucas vezes. ✓ Acho que o maior problema é a necessidade. Se você tiver muita necessidade de ter uma coisa você vai fazer o possível para ter.
Bril	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ele pagaria esses juros porque ele estava precisando do computador. Ele precisaria juntar dinheiro um bom tempo para poder comprar o computador dada a capacidade de pagamento. ✓ Você não vai ficar perdendo muito tempo para ter um produto que está precisando, por causa de 20 reais. ✓ Tem determinadas coisas que você não pode ficar remediando. Uma geladeira, por exemplo, eu não posso ficar esperando 8 meses pra comprar.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Análise do Encontro 6.

O encontro 6 ocorreu em 03 de agosto de 2015, das 13h às 14h30min, contando com a participação de um grupo reduzido de 6 estudantes em função do cancelamento das aulas regulares, naquele dia em função de problemas na rede elétrica. Os participantes nesse dia foram Send, Sthal, Lu, Carlos, Sami e Tom formando um único grupo.



Figura 9.10: Participantes do Encontro 6.
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a presença voluntária de cada um. Em seguida, distribui a tarefa 8, que envolvia a investigação de uma situação financeira envolvendo taxas de juros e tomada de decisão. Havia uma situação principal seguida de seis perguntas (itens a até f), que apresentavam algumas variações. Ou seja, vários cenários eram considerados para uma mesma situação central.

O objetivo principal desse encontro era oferecer oportunidades de produzirem significados para uma SEF muito comum que envolve a tomada de decisão entre comprar à vista ou a prazo, **olhando para a taxa de juro cobrada**, analisando a produção de significados na tomada de decisão. Diferente da tarefa do encontro 5, em que as taxas eram dadas e o valor da prestação era a questão central, nesse encontro as taxas de juros ocupavam a questão central, a partir da qual os estudantes iriam tomar as decisões.

Optamos por apresentar primeiro uma SEF envolvendo as taxas de juros do financiamento sem levar em consideração a taxa mínima de atratividade do comprador, ou seja, a rentabilidade que ele tem disponível para seu dinheiro quando aplicado, para que em outro encontro isso fosse levado em consideração. A figura a seguir ilustra a Tarefa 8.

Apresentação e análise curta dos momentos-chave do Encontro 6

- 1) Os estudantes consideraram melhor pagar à vista, por causa do desconto, quando apresentados às duas primeiras perguntas (itens *a* e *b*). Identificamos uma variedade de significados matemáticos e não matemáticos que foram levados em consideração nas produções dos estudantes. Além disso, os significados matemáticos apareceram interligados com os não matemáticos, em diversos momentos da pesquisa, nas situações financeiras envolvendo a tomada de decisão, presentes nas tarefas. **Há uma junção, interligação, conexão entre os significados matemáticos e os não matemáticos nas ações enunciativas dos estudantes.** Conforme já apontamos, identificamos mais uma vez o processo de **aderência** entre os aspectos matemáticos e não matemáticos apresentados pelos estudantes nesses AEFE.
- 2) Analisamos os significados produzidos para as perguntas *c* e *d*. Quando perguntados se a loja cobrava juros embutidos quando concedia desconto para compras a prazo, o argumento central foi: se há diferença de valores então há uma taxa de juros. Ou, de outra forma, argumentaram que: “pagar a prazo significa pagar mais”.
- 3) Diante de um limite epistemológico identificado para a obtenção da taxa por um grupo de alunos (não todos), o pesquisador faz uma pequena intervenção apresentando algumas ideias e sugestões, sem apresentar uma solução ou resposta para a situação-problema apresentada. Essa interação permite aos estudantes operarem em outras direções para construir novos conhecimentos e conclusões. Esse momento é rico em compartilhamento de interlocutores e produção de conhecimentos pelos estudantes.
- 4) Um dos participantes amplia a discussão sobre a cobrança de taxa de juros e sua influência na tomada de decisão, apresentando dois pontos de vista, a partir dos quais seguem-se outras discussões com novas produções de significados apresentando novos aspectos que não tinham sido considerados antes. Uma análise a partir da Economia Comportamental é realizada
- 5) Nesses tópicos, os itens *e* e *f* começam a ser analisados. Os participantes disseram que escolheriam pegar o empréstimo com o Banco caso a taxa fosse 5%, e não escolheriam caso a taxa fosse 8%, tomando como referência taxa de 7% que eles calcularam, cobrada de forma embutida pela loja no parcelamento em duas vezes “sem juros.

Investigação detalhada dos momentos chave do Encontro 6

O primeiro momento chave se refere às respostas dos estudantes para as duas primeiras perguntas. A tarefa começa com duas perguntas que requeriam, imediatamente, uma tomada de decisão: é melhor pagar 900 à vista, ou em duas parcelas postecipadas (0+2) de 500? Nesse primeiro momento, o pesquisador dá aproximadamente 10 minutos para os estudantes registrarem suas respostas. Em seguida, pergunta diretamente a cada um deles como responderam às duas primeiras questões, ou seja, qual seriam suas decisões e que aspectos levariam em consideração. As respostas aparecem juntamente com algumas interações entre eles, conforme veremos a seguir.

Todos os estudantes consideraram que o melhor seria pagar à vista, por causa do desconto. Por outro lado, salientaram que essa decisão dependeria da condição financeira no momento, apresentando cada um deles pelo menos um outro aspecto que levaria (ou que poderiam ser levados) em consideração, de acordo com suas perspectivas.

As respostas dos alunos para a primeira e segunda perguntas, respectivamente, apresentadas em suas folhas de registro, estão transcritas a seguir.

Send – Depende. Se eu tivesse condições de pagar à vista, escolheria a opção I, se não eu pagaria a prazo.

Send–Escolher uma opção ou outra depende muito da disponibilidade de dinheiro. Se eu tivesse o dinheiro pagaria à vista, e ainda pagaria mais barato

Sami – Pagar à vista, pois no total eu pagaria menos.

Sami - Na maioria dos casos eu parcelaria, pois dispor de 900 reais de uma vez é difícil, além de que teria mais 30 dias para juntar dinheiro.

Stahl – Dependeria de minha situação financeira. Seria mais interessante pagar menos à vista, mas se eu não tivesse condições seria melhor pagar parcelado.

Stahl – Eu compraria à vista, tentaria guardar dinheiro antes para aproveitar o desconto

Carlos – Opção 1.

Carlos – Pagaria à vista por conta do desconto porém isso dependeria do meu orçamento.

Lu – Eu preferiria pagar à vista. Mas se eu tivesse outras coisas importantes pra comprar, pagaria a prazo.

Lu – Vide o item a.

Tom – Sem registro escrito. Mas sua decisão foi à vista, conforme o registro de vídeo a seguir.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador – registros escritos

Os discursos dos alunos, capturados por vídeo e áudio, confirmam as decisões apresentadas anteriormente, apresentando em alguns casos detalhes adicionais, conforme se pode ver na transcrição abaixo.

11:51	Send	Cara, depende. Se eu tiver o dinheiro na hora, é melhor pagar à vista porque eu pago e tenho desconto. Mas se não tiver o dinheiro na hora e precisar, como diz aqui, pra trabalhar tenho que pagar a prazo ou você pega o dinheiro com alguém e paga depois.
12:28	Sami	Acho que a melhor decisão é pagar à vista mesmo, porque só vai pagar o total, vai pagar menos, vai pagar R\$900 no outro você paga R\$1000. Só que eu faria, eu coloquei que parcelaria. Porque não sei se eu teria R\$900 assim na hora e se você parcelar também, é, você vai acabar pagando a mais, mas você vai ter mais tempo pra juntar esse dinheiro.
13:50	Stahl	Bom é, a letra ‘a’ eu escrevi que dependeria da situação financeira da pessoa porque vale apenas sim pegar o desconto à vista, mas se a pessoa não tem condições disso eu acho que também vale a pena parcelar o negócio. É, acho que no meu caso eu compraria à vista. Tentaria sei lá, é economizar um pouco aí quando eu tivesse o dinheiro inteiro pra pagar à vista eu pagaria à vista. Porque eu acho que vale mais a pena economizar R\$100.
14:32	Carlos	Botei que pagar à vista é melhor, porque você tem um valor menor. Você vai economizar R\$100 e na ‘b’ eu botei que pagaria à vista também por causa que eu estou economizando de qualquer jeito, mas eu vou economizar de qualquer forma.
15:22	Lu	Sei lá, à vista você tem o desconto só que assim, eu... À vista você tem desconto, só que parcelado você tem... Foi como o Sendim falou... Você tem opção pra pagar, a não foi você (Sami), tem mais tempo pra juntar o dinheiro e de talvez se organizar melhor com outras dívidas porque você provavelmente não vai pagar só essa parada
16:11	Tom	Por isso, foi exatamente o que o Stahl falou que vale, o que vai contar vai ser a renda da pessoa, a disponibilidade pra que ela compre pra que ela chegue a conclusão que à vista não vai ser problema pra ela, pro resto ou pro mês seguinte, ou se ela tiver uma renda baixa é melhor ter uma, você pagar a prazo porque vai ter uma, se tá num trabalho fixo, tem um dinheiro fixo é mais fácil. Então você já sabe organizar melhor suas dívidas de acordo com o que você tem que pagar.

Fonte: Vídeo 6.1

Ainda sobre esse momento, temos que vários aspectos emergiram dos discursos dos estudantes, e de seus escritos, sobre o que poderia influenciar em suas tomadas de decisão, dos quais destacamos os seguintes:

- ✓ Pagar à vista é melhor pois tem o desconto, mas exige maior capacidade financeira da pessoa (Todos)
- ✓ Pagar à vista é melhor, pois no próximo mês eu não sei se vou ter o dinheiro disponível (Carlos)
- ✓ Pagar a prazo, pois ao pagar à vista você pode “quebrar o mês inteiro”, não deixando sobre alguma (Send)
- ✓ Pagaria à vista, tentaria guardar dinheiro antes, para aproveitar o desconto (Stahl);
- ✓ Pagar a prazo você paga mais, mas pode ser a única opção possível dentro do orçamento e da renda da pessoa (Tom e Carlos)
- ✓ Pagar a prazo pode ajudar a se organizar melhor com outras dívidas, pois provavelmente essa não será a única (Lu)
- ✓ Pagar a prazo permite um tempo maior para o pagamento, te dando mais tempo para obter os valores das parcelas (Sami)
- ✓ Pagar a prazo permite que a vontade do comprador, mesmo não tendo dinheiro para pagar à vista, seja satisfeita (Tom)
- ✓ Pagar a prazo é uma estratégia do mercado de dar possibilidades para as pessoas comprarem, mas que pode levá-las a ficarem reféns desse mercado, além de poder gerar uma avalanche de dívidas (Tom)

Temos, portanto, que aspectos matemáticos e não matemáticos foram levados em consideração nessas primeiras produções de significados dos estudantes. Além disso, os significados matemáticos aparecem interligados com os não matemáticos, em diversos momentos da pesquisa, nas situações financeiras envolvendo a tomada de decisão, presentes nas tarefas. Há uma junção, interligação, conexão entre os significados matemáticos e os não matemáticos nas ações enunciativas dos estudantes. Chamaremos isso de aderência e voltaremos a essa noção por nós construída, em outros momentos de nossa análise.

As perguntas dos itens c e d, assim como as dos itens a e b, também estão interligadas. Elas convidam os estudantes a investigarem a taxa de juros embutida nesse financiamento, e determinar o valor dessa taxa. No terceiro item (c) perguntamos se os estudantes achavam que a loja estava cobrando juros, comparando os 900 (valor à vista) com as duas prestações de 500 (fluxo de pagamentos). Optamos por começar perguntando se eles achavam que a loja estava cobrando juros ao anunciar dessa forma, ao invés de começar afirmando que a taxa existia.

As respostas dos participantes para esse item (c), registradas em suas folhas, foram as seguintes:

Lu – Sim, mas não sob o nome de juros. Se a loja pode cobrar 900, sem que haja perda no lucro, existem taxas sendo cobradas no valor de 1000.

Send – Sim, a loja cobra juros escondido. A estratégia é usar como base de preço o valor a prazo e não à vista.

Sami – Sim, pois pagar a prazo significa pagar mais, no caso.

Stahl – Sim, na realidade ao pagar à vista com desconto você estaria pagando o valor real do produto e ao pagar parcelado sem desconto você estaria pagando o valor real mais os juros.

Carlos – Sim. Se for comparar o valor à vista, eu deixaria de pagar 900 para pagar 1.000 (parcelado em duas vezes)

Tom – Sim. Se pensarmos no marketing, sim.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador – registros escritos

A diferença de valores foi o principal objeto constituído na produção de conhecimento, ou seja, para dizerem que acreditavam que havia juros. Assim, o argumento central foi: se há diferença de valores então há uma taxa de juros. Ou, de outra forma, argumentaram que: “pagar a prazo significa pagar mais”.

O próximo passo seria encontrar essa taxa e isso foi direcionado pelo item d, que pergunta justamente isso.

Sami apresentou uma solução, conforme registrado na transcrição a seguir.

25:51	Sami	É que tinha nos outros exercícios tinham duas tabelas. Uma que dava mês a mês o saldo, com a parcela, uma taxa. A outra que ele dava só o valor você tinha vários meses e quanto que essas parcelas variam... É você poderia projetar o quanto ela valia antes, quanto que ia valer depois... Aí eu to pensando em tipo se R\$900 é no presente eu transportasse as duas parcelas pro presente e igualava.
26:29	Pesq	É, pode ser um bom caminho
26:32	Sami	Porque aí eu vou dividir pela taxa, eu vou chamar de 'x' sei lá e a outra vai ser ao quadrado. Vai ser, eu vou voltar duas vezes. Eu acho.
26:50	Pesq	Esso é um bom caminho que você traçou.

Fonte: Vídeo 6.1

A solução apresentada por Sami, antes das sugestões do pesquisador, está representada na figura a seguir.

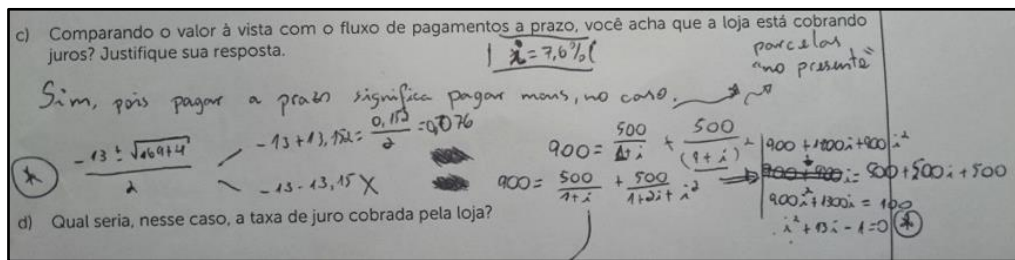


Figura 9.12: Solução de Sami para o item d da Tarefa 8
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Essa solução consiste em transportar cada uma das prestações de 500 para a data zero, ou seja, para o momento da compra, e igualar esses valores presentes a 900. Ou seja, Sami está usando uma ideia construída nos encontros anteriores (4 e 5), denominada nos livros de matemática financeira como equivalência de capitais, para descobrir a que taxa, 900 reais se transformam em duas parcelas de 500 reais. Isso é o mesmo que dizer: a que taxa, 900 reais na data zero, se equivalem a duas prestações de 500, sendo pagas após 1 e 2 meses, respectivamente.

Podemos olhar para que o que Sami fez ainda de outra forma, pensando como uma estratégia “inversa”, mas operando com a mesma lógica, à realizada no encontro 5, em que taxa e valor financiados eram dados, para que se determinassem as prestações. Nesse caso, temos o valor a ser financiado e o valor das prestações, e deseja-se encontrar a taxa. A lógica da equivalência de capitais pode ser utilizada, dessa forma, nos dois casos e foi isso que Sami fez.

Isso é o mesmo que determinar qual é a taxa que me permite repartir 900 hoje, em duas partes, de modo que uma parte se transforme em 500 daqui a 1 mês, e em 500 daqui a 2 meses, com a taxa incidindo sobre dois saldo devedores, pois estamos pensando em duas dívidas (partes de 900) que serão pagas daqui a 1 e 2 meses, respectivamente. A figura a seguir buscar ilustrar a relação entre essa ótica e a solução de Sami.

0	1	2
$\frac{500}{f}$	← 500	
$\frac{500}{f^2}$	← 500	

Figura 9.13: Uma Representação Temporal para a Solução de Sami
 Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, temos que $500/f$ é a parte da dívida de 900, na data zero, que daqui a 1 mês valerá $500.f/f = 500$ reais, e $500/f^2$ é, na data zero, a outra parte da dívida de 900 que daqui a 2 meses valerá $f^2 \times 500/f^2 = 500$ reais.

Em relação aos outros participantes, percebemos que na tentativa de encontrarem a taxa (item d), a transposição da estratégia do encontro 5 para o encontro 6, relacionada ou não ao processo recursivo, não foi imediata. Identificamos várias resoluções, em que diferentes objetos foram constituídos, com os quais os estudantes operaram segundo lógicas diferentes, as quais buscamos identificar a partir de nossa investigação. As diferentes resoluções para responder o item d, que foram registradas nas folhas, estão representadas na figura a seguir, excetuando-se a de Sami, já analisada no tópico anterior.

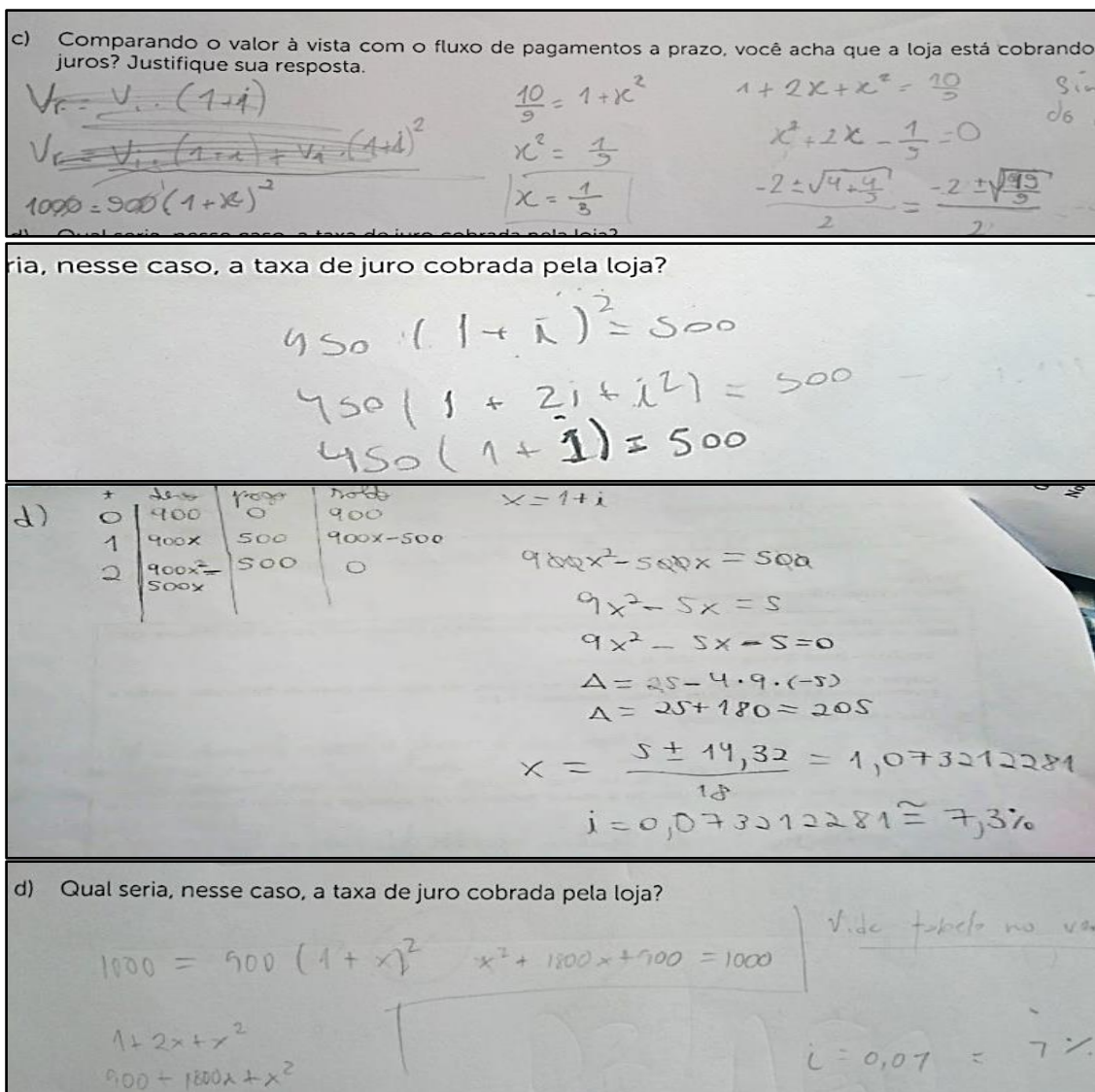


Figura 9.14: 4 estratégias diferentes para situação problema da Tarefa 6.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Na primeira, temos que o estudante constitui como objetos o valor à vista, como sendo o valor presente da dívida e a soma das parcelas como o valor futuro da dívida. Pela ótica do MCS, nos termos que definimos nessa tese, dizemos que ele está operando no **campo semântico da adição de capitais** ($500 + 500$) desconsiderando o valor do dinheiro no tempo. Por outro lado, uma vez constituídos esses objetos, a operação entre eles é outra, pois considera a transformação do dinheiro no tempo em que a taxa incide sobre o valor da etapa anterior (que não é o saldo devedor real), operando assim em outro campo semântico, que denominamos de **campo semântico da equivalência de capitais**.

Para esse estudante, em um momento a lógica da operação para gerar os 1000 desconsidera a taxa na transformação do dinheiro no tempo; logo em seguida, a operação é outra, pois a lógica muda. Agora a transformação leva em consideração a taxa para transformar o valor do dinheiro no tempo. Essa alternância desses dois campos semânticos foi vista em diversos momentos ao longo dos encontros, o que revela algumas interfaces e diferenças entre as ideias matemáticas e financeiras presentes em diversas situações financeiras.

Na segunda figura há uma estratégia semelhante à apresentada na primeira, só que com a metade dos valores. Em nossa análise, há apenas duas diferenças. A primeira está nos objetos iniciais constituídos, em que o estudante compara 450 (metade de 900) com 500 (metade da soma das prestações); a segunda está em operar no campo semântico da equivalência de capitais com esses dois valores, desconsiderando os outros valores.

Na terceira figura há uma solução em que o estudante, após a intervenção e sugestões do pesquisador, opera permanentemente no campo semântico da equivalência de capitais.

Na quarta solução temos que a lógica da operação coincide com a segunda lógica apresentada na primeira solução. Nesse momento, julgamos importante fazer uma conexão entre o que observamos aqui e o contexto do ensino de matemática financeira na sala de aula de matemática no Ensino Médio. A nossa prática docente tem nos mostrado que o problema de encontrar taxas em financiamentos de parcelas iguais costuma ser considerado difícil pelos alunos, ainda que disponham de calculadoras científicas (não programáveis). E nosso estudo apresentou evidências dessa complexidade e, conseqüentemente, dificuldade.

Algumas pesquisas apontam na mesma direção, tais como podemos ver em Campos (2013); Novaes (2008) e Coser (2008). Além disso, os alunos nessa pesquisa reforçaram isso, ao dizer que foi mais difícil encontrar a taxa do que o valor das prestações, para um mesmo tipo de financiamento.

Isso pode ser explicado pelo fato de que, apesar dos dois problemas poderem ser abordados por processos recursivos, o primeiro pode ser mais facilmente abordado por uma fórmula fechada, além de poder ter como objeto final uma equação polinomial de grau 1, envolvendo a soma da P.G⁶⁵.. Por outro lado, o segundo gera uma equação polinomial de grau k, onde k é o número de parcelas postecipadas. Usando tecnologia digital (como o Excel ou uma HP12C, por exemplo, esses problemas são muito mais simples, e praticamente equivalentes do ponto de vista da dificuldade computacional).

Como os estudantes operavam de modo que não estavam conseguindo obter o valor da taxa do financiamento, excetuando-se o participante Sami, consideramos, a partir da ótica do MCS, que eles estavam diante de um **limite epistemológico**. Assim, o pesquisador resolveu realizar uma pequena intervenção, dialogando com os estudantes apresentando algumas sugestões, sem resolver ou dar a solução do problema (item d), usando as ideias que já tinham construído e utilizado (pelo menos parte deles) no encontro 5 (ocorrido no dia 10 de Julho).

A transcrição abaixo mostra como foi essa conversa, a qual foi suficiente para que a maioria dos participantes operassem em outra direção e chegassem a pelo menos uma solução para o problema.

37:08	Pesq	Bom, vamos fazer o seguinte. Vamos pensar, uma maneira de fazer isso aí é usar aquela tabelinha que a gente está chamando de representação temporal. Representar o dinheiro se transformando no tempo, passo a passo, tá? Então uma das representações temporais que a gente utilizou é aquela tabela de: devo, pago e saldo. Não é isso? Estou devendo um valor, pago, qual o saldo devedor. Ou saldo devedor inicial, pagamento, saldo devedor final. Tá bom? Vamos montar uma tabelinha dessa? Essa tabelinha vai começar no zero para representar o momento de partida, depois ela vai pro um, depois ela vai pro dois e ela vai ter três colunas né? Na verdade quatro porque uma vai ser coluna do tempo e a outra vai ser: devo, pago, ainda devo. Ou: dívida inicial, pagamento, dívida final.
38:32	Pesq	Queria que vocês construíssem as tabelas de vocês

⁶⁵A expressão geral para a soma de uma progressão geométrica pode simplificar, e muito, as contas, caso não se esteja utilizando uma planilha eletrônica, simulador, aplicativo ou ainda uma Calculadora Financeira (como a HP12C)

38:50	Pesq	Vai ficar tipo uma matriz, pra gente fazer o dinheiro se transformar com o tempo. Como é que vai ficar? A primeira linha são os nomes das coisas, né? A primeira é tempo, devo, pago, saldo devedor. Na segunda linha, quanto você deve inicialmente? [Stahl e Lu: mil] Mil? Será que é mil que você deve?
39:25	Tom	Não, você deve R\$900
39:26	Pesq	Você vai comparar o valor de à vista, que é o quanto você realmente pagaria, com o valor do pagamento a prazo. Então, o que você deve inicialmente é quanto? R\$ 900. E aí o que você quer saber é: qual é a taxa que transforma 900 em duas de 500. O que você quer saber é: como transformar 900 em duas de 500? Isso parece o problema da prestação? Só que lá eu dava a taxa e pedia o valor da prestação, então você chamava de 'x' a prestação. Nesse problema o que tá acontecendo? Você tem que achar a taxa e ele te dá a prestação e também o valor do empréstimo que é 900. Então você pode olhar pra essa situação como sendo: Estou pedindo 900 emprestado e vou pagar em duas de 500. Não é isso? E aí, como é que fica a segunda linha então? Devo 900, pago quanto?

Fonte: Vídeo 6.1

Identificamos outro momento chave ainda sobre as questões levantadas nos itens c e d, capturado no vídeo 6.2. Sami apresenta dois pontos de vista sobre a situação de conceder desconto à vista para compras a prazo, conforme registrado na transcrição a seguir.

00:21	Pesq	Você acha que a loja está cobrando juros?
00:25	Sami	Eu acho que sim.
00:27	Sami	Porque você tá pagando a prazo, você vai tá pagando mais do que você pagaria à vista. Então, desse ponto de vista você poderia dizer que sim, porque se você pagasse o valor cheio do início, x, e no final de tudo se você passar vai dar um 'x' maior.
00:49	Pesq	Porque você falou <i>desse ponto de vista</i> ? Teria algum outro?
00:52	Sami	Porque se você olhar pelo ponto de vista do marketing da loja, vc tem: estou querendo te dar um desconto aqui, mas o valor na verdade é esse...
01:08	Pesq	Entendi. Então o ponto de vista da loja não tem juros, tem desconto? [Sami: é tem desconto], do ponto de vista do comprador tem juros?

Fonte: Vídeo 6.2

O primeiro ponto de vista apresentado acima por Sami é o de que a loja tem um produto que custa 900 à vista e cobra juros no financiamento. No segundo ponto de vista, ele vê a loja tentando passar a ideia de que está concedendo um desconto sobre o

preço do produto (1000 reais), usando uma mensagem (chamada de marketing por ele) de que está oferecendo uma vantagem para o comprador.


Em seguida Lu comenta sobre preço real (1000) e um preço “real real”(900).

01:13	Lu	O Ivail, é que no enunciado fala que o preço da tabela é mil reais, valor real do produto é mil reais
01:21	Pesq	Valor real.
01:24	Lu	É! Só que na verdade se a loja está te dando desconto e eles não estão perdendo lucro com isso, significa que o valor real do produto na verdade é novecentos reais
01:34	Pesq	Ou seja, o preço real real [Lu: é novecentos] é novecentos, mas o preço real é mil? Mas o real real é novecentos, é isso?
01:38	Lu	Isso!

Fonte: Vídeo 6.2

Assim, aos aspectos matemáticos já identificados até aqui na tomada de decisão, tais como o valor do desconto, a taxa de juros embutida, alternativas financeiras envolvendo parcelas e taxas, e também aos não matemáticos, tais como vontade de comprar, capacidade de se planejar, paciência, etc, emergem nesse momento mais um aspecto não matemático, qual seja, como o comprador vê a situação: vantagem no desconto, ou cobrança de juros no parcelamento, e como essa “simples” mudança na formulação e apresentação das informações pode influenciar o comportamento do consumidor diante dessa situação.

Ainda sobre essa questão, no vídeo 6.4, Send faz um comentário adicional sobre se a loja cobra ou não cobra juros.

00:00	Pesq	Felipe, fala pra mim, você tinha comentado isso logo no início, pra você a loja cobra juros?
00:08	Send	É um juros escondido.
00:12	Pesq	Juros escondido?
00:14	Send	 É ele vai fazer o mesmo trabalho de “um juros”, só que não tem o nome de juros.

Nesse ponto da nossa análise, vamos olhar para essa situação a partir de uma outra lente, através da economia comportamental, para ampliarmos o entendimento sobre o que está envolvido nessa situação explorada pelos estudantes. Veremos que há alguns aspectos comportamentais que podem ser levados em consideração pelas lojas e

instituições financeiras na montagem dessas estratégias, incluindo a forma como comunicam ao consumidor diferentes alternativas de pagamento, bem como algumas noções que podem nos ajudar a entender alguns comportamentos apresentados nessa situação.

O primeiro é baseado nas ideias de Dan Ariely (2008, p.2) de que os humanos raramente fazem escolhas absolutas, encarando suas decisões de maneira relativa, comparando localmente as alternativas e se concentrando na vantagem relativa de uma coisa sobre a outra. Como isso se aplica em nossa tarefa? A presença do valor 1000 pode ser vista como apenas um *chamariz*, isto é, um valor de referência para, nesse caso, servir de base de comparação para que o consumidor se sinta ganhando ao pensar que está levando uma vantagem ao pagar 900, ou seja, gerando nele a sensação de que ele está levando vantagem pois a loja está abrindo mão de 100 reais para que ele pague menos.

O segundo aspecto é baseado na ideia de *enquadramento de resultados* (TVERSKY e KAHNEMAN, 1981), em que as pessoas podem tomar diferentes decisões, para uma mesma opção, dependendo da forma como foi formulada. Essas atitudes diferentes decorrem do que esses estudiosos chamam de efeitos de formulação, conforme vimos no capítulo 5.

Efeitos de formulação, segundo Kahneman (2012, p. 549), apesar de poderem ocorrer fortuitamente, sem ninguém ter consciência do impacto do quadro na decisão final, também podem ser explorados deliberadamente para manipular a atratividade relativa das opções. Um exemplo disso, segundo Thaler (1980), é a forma como lobistas da indústria de cartão de crédito insistiam para que as diferenças de preço entre compras pagas no dinheiro e no cartão de crédito fossem classificadas como desconto para pagamento em dinheiro e não como sobre taxa do cartão. Sobre essa situação, Kahneman comenta:

As duas classificações enquadram a diferença de preço como um ganho ou como uma perda ao determinar implicitamente o preço mais baixo ou o mais alto como normal. Como as perdas assomam maiores do que os ganhos, os consumidores apresentam menor probabilidade de aceitar uma sobretaxa do que abrir mão de um desconto. Como esperado, tentativas de influenciar o enquadramento são comuns no mercado e na arena política. (KAHNEMAN, 2012, p. 549)

Esse exemplo último nos parece bem similar à situação apresentada na tarefa 8, e o efeito de formulação, apresentado por Kahneman e Tversky, uma forma de avaliar a estratégia comumente usada pelas lojas de oferecer descontos para pagamento à vista. O que seria mais atrativo:

Cenário A

Opção I – 900 à vista

Opção II – parcelado em 2 vezes com juros (2 x 500)

Cenário B

Opção I – 1000 com desconto de 10% à vista

Opção II – 2 vezes sem juros (2 x 500)

Nos dois casos, os valores pagos são os mesmos. Mas será que as duas formulações são vistas da mesma maneira pelas pessoas? São enquadradas da mesma forma? Segundo os resultados da economia comportamental, as pessoas vêm as duas opções como diferentes, apesar de serem equivalentes do ponto de vista financeiro para o comprador. Segundo os alunos presentes nesse encontro também não.

Não estamos defendendo que todas as vezes que nos deparamos com tal situação estejamos diante de uma ação deliberada do agente do mercado em questão (loja, banco, seguradora, etc) em se valer do enquadramento das pessoas a diferentes formulações para obterem lucro maior. Estamos dizendo, entretanto, que os preços anunciados e a forma de pagamento em muitas situações podem representar ações do mercado que buscam cobrar juros das pessoas sem que percebam, bem como fazendo-as pensar que estão diante de um benefício. Além disso, em algumas situações, as ações envolvendo manipulações de preços desse tipo são desmascaradas, como vem ocorrendo na Black Friday, no Brasil e em Portugal.

Por último gostaríamos de comentar que os estudantes, em certa medida, apresentaram em suas análises algumas dessas características comportamentais que acabamos de citar, demonstrando que apesar de jovens, eles apresentaram uma gama de aspectos relacionados à tomada de decisão, incluindo os comportamentais, que retratam muito bem a realidade de consumo brasileira. Os AEFÉ que construíram, e estavam inseridos, certamente os estimulou a analisarem, interagirem e refletirem de maneira colaborativa sobre tais situações, aproveitando suas experiências pessoais em diversos momentos.

Quanto aos item *e* e *f*, tínhamos agora outra tomada de decisão que envolvia um novo elemento a ser levado em consideração, na comparação com as informações até então apresentadas. A pergunta foi a seguinte:

e) Se você não pudesse pagar à vista, mas pudesse pegar dinheiro emprestado em um Banco, a uma taxa de 5% ao mês, qual estratégia você utilizaria para comprar o produto? E se a taxa que o Banco te cobrasse fosse de 8% ao mês?

f) Pra você, saber a taxa de juros cobrada pelas instituições é importante na tomada de decisão? Em que aspectos? Por quê?

Primeiramente, vamos às respostas que ficaram registradas nas folhas de cada estudante, apresentadas para os itens e e f, respectivamente.

Send – Se fosse a taxa de 5% eu pegaria do Banco; se fosse de 8% não pegaria. $5 < 7 < 8$.

Send – Sim, sabendo a taxa de juros, podemos escolher de forma mais consciente o modo de pagar.

Sami – A uma taxa de 5%, pegaria dinheiro com o banco, pois com duas parcelas pagaríamos menos.

Sami - Sim, pois envolve, no final, tomar decisões mais conscientes. O problema é quando se tem a informação mas não se sabe o que fazer com e a partir dela.

Stahl – A uma taxa de 5%, valeria a pena pagar à vista. Já a uma taxa de 8% ao mês não valeria já que, ao final de 2 meses, o valor da dívida com o banco ultrapassaria o valor do produto na opção 2.

Stahl – Sim, pois assim você pode planejar diferentes alternativas para pagar alguma dívida, chegando a que melhor se adequa a sua situação financeira.

Carlos – Com a taxa de 5% vale a pena. Já com a de 8% não.

Carlos – Sim. No aspecto do valor final a ser pago para poder achar o valor mais em conta. Porque assim o gasto fica menor.

Lu – Quando a taxa é 5%, vale a pena pegar dinheiro emprestado em um Banco. Quando é 8%, não vale a pena já que a taxa é maior que a da loja.

Lu – Sim, pois eu vou procurar pagar pelo modo que me dará menos prejuízo.

Tom – Sem registro escrito.

Tom – Personalidade. O que influencia as pessoas é a personalidade de cada negócio. A personalidade é o ponto chave para a decisão de cada indivíduo.

Tais respostas revelam que praticamente todos eles, com exceção de Tom, inicialmente, constituem as taxas cobradas como objetos com os quais passam a operar, comparando-as diretamente com as taxas disponíveis no Banco, isso quando entenderam que o prazo e o tipo de financiamento poderia ser o mesmo em ambas instituições.

Disseram que escolheriam pegar o empréstimo com o Banco caso a taxa fosse 5%, e não escolheriam caso a taxa fosse 8%, tomando como referência taxa de 7% que eles calcularam, cobrada de forma embutida pela loja no parcelamento em duas vezes “sem juros.

Identificamos um momento chave, em que Tom apresenta uma maneira de operar, baseada na equivalência de capitais, mas sem considerar pagamentos intermediários, conforme mostra a transcrição do vídeo 6.4, a seguir.

02:00	Pesq	O banco vai cobrar cinco por cento. Vocês tinham dito que pagar à vista é melhor, segundo vocês... Ótimo! Se pagar à vista é melhor você deveria fazer de tudo para pagar à vista... Mas uma condição que vocês colocaram que não está escrito, vocês levantaram a partir da experiência de vocês é que, nem todo mundo tem dinheiro pra pagar à vista, então esse item ‘e’ é se você não pudesse pagar à vista, mas pudesse pegar em dinheiro emprestado em um banco a uma taxa de 5% ao mês, qual estratégia você utilizaria pra comprar o produto? Você compraria o produto à vista?
02:45	Tom	Não
02:45	Send	Sim
02:48	Pesq	Aqui falou sim, e aqui falou não!
02:49	Send	Depende do número de parcelas.
02:51	Tom	Não, é...
02:52	Pesq	O mesmo número de parcelas: em duas.
02:55	Send	Então se eu vou dividir em duas parcelas, então sim, porque eu acabaria pagando menos juros para o banco do que pra loja. Não é isso? [Pesq: e você Tom] O juros da loja não é sete por cento?
03:04	Tom	Não, tem uma diferença aí. Se é ao mês, no primeiro mês você pagaria cinco em cima dos 900 [Carlos: é, o juros do banco é composto] é... E no seguinte você vai ter o cinco por cento em cima do 900, mais cinco por cento.
03:15	Pesq	Ah é?
03:16	Tom	Porque o juros é composto

Fonte: Vídeo 6.4

Send após ter certeza de que o número de parcelas seria o mesmo, opera comparando a taxa de juros da loja com a taxa de juros do banco.

Tom opera de uma outra forma. Ele considera que o dinheiro se transforma no tempo, opera no campo semântico da equivalência de capitais, mas considera que o empréstimo no Banco será quitado de forma diferente que na loja. Ele considera que no Banco só vai pagar ao final do empréstimo. Isso pode ser visto em suas contas registradas em sua folha, conforme ilustra a figura abaixo.

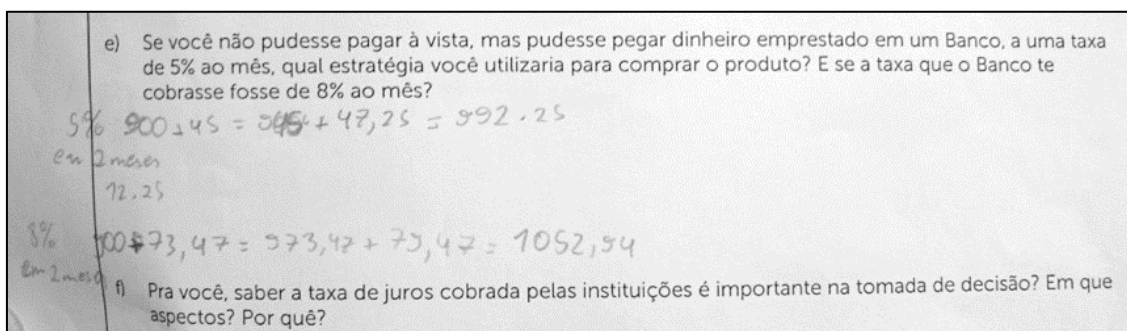


Figura 9.15 - Solução de Tom para o item e

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Logo em seguida, Tom apresenta uma explicação para sua forma de operar.

03:31	Pesq	Você pode pedir dinheiro emprestado ao banco a cinco por cento, mas você vai pagar isso quando ao banco? Não seria da mesma forma que você pagaria pra loja?
03:56	Tom	Não. No caso você teria dois meses, É, se fosse idealizando a mesma coisa daqui? Você teria dois meses pra pagar ele à vista... Ele pro banco só que com o preço da loja
04:45	Tom	Aham, sim. É, então essa, no final se fosse juntar nesse período de dois meses você ia você paga pra loja... Você pagaria as duas vezes, lá com essa taxa de sete fixa no mês. Caso se você pagar pro banco, você pagaria no final o primeiro 900 mais os cinco por cento desses 900 e depois os, o... Eu pagaria o total de 900, mais cinco por cento de 900, mais cinco por cento desse total. Entendeu? Aí eu não sei se vai dar mais ou menos...

Fonte: Vídeo 6.4

As explicações mostram que ele compara o financiamento em duas prestações que faria com a loja, com um empréstimo no Banco a ser pago de uma só vez após 2 meses. Ele compara uma taxa de 7% ao mês (calculada por eles) com a taxa de 5% do Banco. Mas como ele considera que as formas de pagamento são diferentes, ele desconfia que talvez o pagamento para o Banco não seja melhor. Nos parece que a noção de equivalência de capitais (chamada por ele aqui de juros compostos) não esteja envolvida no financiamento. A operação realizada com 900 para gerar os 992,25 que

Tom calculou, não nos parece ter sido a mesma que uma loja costuma usar para transformar 900 em duas de 500.

Como os valores das prestações são iguais, fica ainda mais difícil perceber que a taxa incide sobre o saldo devedor e que os juros são compostos e variáveis, pelo fato das prestações serem iguais. A lógica da operação é a mesma, mas o objeto saldo devedor é constituído de forma diferente.

Há um outro momento chave relacionado à comparação entre as taxas mensais cobradas pela loja (7,3%), e pelo Banco no cenário 1 (5%) e no cenário 2 (8%) que capturamos em vídeo. A transcrição a seguir revela esse momento.

06:23	Pesq	Depois dessa discussão toda, vocês acham que a gente pode comparar a taxa do banco com a taxa da loja e tomar a decisão? Acha Sami?
06:37	Sami	Acho
06:38	Pesq	Acha Felipe?
06:39	Send	Sim
06:40	Pesq	Acha, acha? Que bom! Porque na verdade pra responder aí esse item 'e'. Qual seria a resposta do ponto de vista pra vocês?
06:54	Sami	Só comparar as taxas...
06:55	Pesq	Sim, mas qual seria a... Qual estratégia você utilizaria?
07:02	Sami	Eu... De pegar o dinheiro...
07:03	Pesq	Quantos reais você pegaria com o banco?
07:05	Carlos	900
07:06	Sami	900 reais [Pesq: 900]
07:07	Lu	Mas na primeira soma só uma, a taxa de cinco por cento.
07:09	Pesq	Ah ta, cinco por cento [Tom: isso!]
07:10	Lu	Porque na taxa oito por cento não valia a pena.
07:48	Send	Oito por cento não vale a pena.
07:50	Pesq	Por que não?
07:51	Send	Porque a loja é de sete por cento

Fonte: Vídeo 6.4

Os participantes reforçam o que haviam escrito, deixando ainda mais claro que a taxa foi e seria importante para comparar diferentes opções de pagamento, ainda que você não possua dinheiro para pagar à vista.

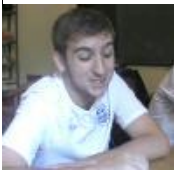
Sobre alguns significados **não matemáticos** que aparecem no final do encontro, temos os seguintes.

13:26	Pesq	Agora, eu queria fazer uma pergunta a vocês que não emergiu daqui, vamos supor agora que na vida real... Tá? Na vida real. Felipe, vamos supor que você conhece que a loja está te cobrando sete por cento e o teu banco lá ta doidinho pra te emprestar acima. Vamos admitir que o banco te empreste em duas prestações. Você está na loja pronto a comprar, e aí te dão o desconto. E você sabe que isso é sete por cento [de juros]. Você lembra do banco que é cinco. Loja é sete, banco é cinco; loja é sete, banco é cinco. E aí?
14:09	Felipe	Depende bastante do humor que eu tiver na hora...
14:13	Pesq	Como é que é? Depende do que?
14:14	Felipe	Depende muito do humor que eu tiver na hora e do saco que eu tiver pra ir até ao banco, pegar o dinheiro, pedir o empréstimo, voltar, pagar a loja.
14:22	Pesq	E se você puder fazer isso no mesmo cartão que você vai usar pra pagar a loja?
14:25	Felipe	Aí é outra história. Aí eu pago à vista com o empréstimo do banco na hora.

Fonte: Vídeo 6.4

Para Send, o humor, a **paciência** e a **vontade** são componentes a serem levados em consideração na tomada de decisão entre escolher os juros de 7% da loja ou os 5% do Banco – que demandariam um pouco mais de trabalho e planejamento. Quando o pesquisador retira o que gerava o desprazer - oferecendo a possibilidade de fazer o empréstimo a juros de 5% com o Banco por meio do cartão, Send ignora o humor e outros elementos e diz “Aí é outra história. Aí eu pago à vista com o empréstimo do banco na hora”.

O Pesquisador continua a conversa nessa direção com outros participantes:

14:32	Pesq	E você [olhando pra Sami], o que você faria?
14:38	Sami	 É... Com cartão de crédito né... É, mas a taxa do cartão de crédito todo mundo sabe que é um absurdo né.
14:44	Pesq	É, a gente já estudou isso né? A gente já viu lá, no site do banco central. Mas vamos supor que fosse um cartão de... De débito, onde os juros do cheque especial fosse cinco por cento, por exemplo. Você é um cliente especial. Não ia fazer isso direto né?

Fonte: Vídeo 6.4

Sami, apesar de sinalizar vantagens com a possibilidade de usufruir de um empréstimo de 5%, menor que o da loja (7%), contrapõe usando o argumento de que dificilmente isso seria possível usando um cartão de crédito, pois a taxa nesse caso é altíssima (“... todo mundo sabe que é um absurdo né.) Entendemos que a intervenção do

participante foi muito pertinente e perspicaz, considerando a realidade do mercado brasileiro e o que já havíamos discutido nos encontros 2 e 3. O pesquisador dá um outro exemplo, substituindo cartão de crédito por outra modalidade (o cheque especial), apenas para tornar a possibilidade real⁶⁶.

Em seguida, outra opinião é apresentada.

15:05	Pesq	O que você acha disso Stahl? As pessoas, por causa de uma diferença de 2% optam pela praticidade, pela comodidade, ou pela racionalidade e pela economia?
15:21	Stahl	A maioria das pessoas optam pela comodidade.
15:24	Pesq	Ou seja, você acha que uma pessoa, mesmo sabendo dessas informações, ainda assim poderia tomar a decisão em sentido contrário?
15:32	Stahl	Eu acho que sim cara. As pessoas, sei lá...
15:38	Pesq	As pessoas, sei lá...
15:39	Stahl	São assim...
15:40	Lu	As pessoas, sei lá...
15:41	Pesq	Repete essa frase aqui pra eu deixar registrado vai...
15:46	Send	Vai virar um meme gente, vai virar um meme.
15:48	Pesq	Vai lá...
15:48	Carlos	As pessoas, sei lá... São assim!

Fonte: Vídeo 6.4

Stahl reforça o aspecto da comodidade como tendo um papel importante nas decisões tomadas nesse caso. E vai além, ao concordar que existem pessoas que mesmo sabendo da diferença entre as taxas, optariam pela comodidade em detrimento a pagar mais caro.

E a frase: “As pessoas, sei lá ... são assim!”, talvez sintetize, com uma simplicidade incrível, a complexidade do comportamento humano, em particular, as características do julgamento e da tomada de decisão dos seres humanos, que sistematicamente insiste em preferir alternativas que não seriam as que maximizariam o retorno, sob o ponto de vista financeiro.

Carlos e Lu consideram que a praticidade seria um ponto importante em suas tomadas de decisão.

16:03	Pesq	O que você acha Carlos?
16:05	Carlos	Eu optaria pela praticidade. Eu acho que eu tentaria ver qual era o mais prático, dependendo da minha disponibilidade de tempo.
16:16	Pesq	Se os dois fossem igualmente práticos, você optaria pelo menor?

⁶⁶ Para maiores detalhes sobre a razoabilidade disso, ver as taxas cobradas nessa época, no capítulo 4, conforme o portal do Banco Central.

16:20	Carlos	Pelo mais barato. Obvio.
16:21	Pesq	Tá bom. E você Lu?
16:23	Lu	Pelo mais barato também.

Fonte: Vídeo 6.4

Em seguida, Tom apresenta um novo aspecto.

16:26	Pesq	E você Tom?
16:27	Tom	É... Dependendo da quantidade de dinheiro que você tivesse tratando. Nesse caso, são é... Você poderia pensar.
16:36	Tom	Seria uma diferença de... Como eu fiz aqui 45, 73 dos 20, 25, 30... Quase. Isso seria mais ou menos, se fosse pela própria praticidade, se você vai pegar um taxi você vai ter que gastar isso. É uma coisa que você sai na rua você não pode ter menos que isso, porque senão você não vai conseguir andar, ou seja, isso é uma coisa muito... Tipo muito... É mais desprezível.
17:09	Tom	A praticidade é mais viável. Um pouquinho mais caro.
17:14	Pesq	Peraí. Como é que é?
17:15	Tom	A praticidade é mais viável, porque é um pouco mais caro só.

Fonte: Vídeo 6.4

Para Tom, a praticidade nesse caso talvez seja tão importante (... é mais viável), porque a diferença economizada é pequena. Para ele, dependendo da quantidade de dinheiro envolvida, a praticidade poderia ser reconsiderada. Observamos também que Tom faz uma avaliação comparando os valores que encontrou com o que economizaria, e considera que o valor talvez não compensasse diante dos custos adicionais envolvidos com o empréstimo com o Banco – nesse caso ele usou uma corrida de táxi como exemplo, mas que poderíamos elencar muitos outros nessa situação, como o IOF e outras taxas, além do tempo perdido. Dos momentos que capturamos em vídeo nesse encontro, não identificamos a presença desse aspecto do custo total, ou do custo escondido, até então.

Para finalizar essa análise, vamos aproveitar a sequência de significados produzidos pelos estudantes, para fazer nossa segunda conexão entre as experiências observadas nesse encontro e o ensino de matemática financeira na sala de aula de matemática do Ensino Médio, extrapolando localmente o objetivo central desse estudo.

Há muitas formas de resolver esse problema, conforme apresentamos no capítulo 3, que nos levam a obter a taxa que o mercado realmente está cobrando decorrente da equivalência de capitais. Não estamos defendendo aqui que um caminho investigativo, como o usado em nossa pesquisa para o desenho das tarefas, seja sempre o mais

adequado, ou melhor. Isso vai depender do contexto de ensino-aprendizagem, do tempo disponível do professor e do estudante, do nível de ensino em que se trabalha, das tecnologias disponíveis e dos objetivos do grupo que deseja aprender, dentre outros. O caminho que optamos foi o de oferecer oportunidades aos estudantes de Ensino Médio de investigarem as situações de modo que pudessem apresentar suas formas de pensar, para que, a partir dessa produção, investigássemos o que estava em jogo, tanto dentro quanto fora da Matemática, quando realizavam as tarefas que culminavam com a tomada de decisão.

Análise do Encontro 7.

O encontro 7 ocorreu em 10 de Agosto de 2015, e teve aproximadamente 2 horas de duração, das 13h às 15h, contando com a participação de um grupo 8 estudantes. Os participantes nesse dia foram Sami, Carlos, Lu, Mari, Tom, Bril, Gabi e Buco formando um único grupo.



Figura 9.16 - participantes do Encontro 7
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a presença voluntária de cada um deles. Em seguida, distribui e apresenta a tarefa 9, dividida em três situações-problema (9a, 9b e 9c) envolvendo decisões financeiras com duas opções de escolha em cada uma delas. Em seguida, distribui a tarefa 10, que envolvia uma continuação da relação entre taxa de juros de financiamentos e tomada de decisão, abordada no encontro 6.

Esse encontro tinha três objetivos principais. O primeiro era dar continuidade às discussões do encontro 6, analisando uma situação semelhante, mas que envolvesse taxas de juros e financiamentos com prazos mais longos. Para isso usamos a tarefa 10. O segundo objetivo era investigar como os estudantes se comportavam diante de situações financeiras em que precisavam decidir quando achavam mais adequado efetuar pagamentos. As situações envolviam a compra de bens totalmente diferentes mas com fluxos de pagamentos iguais. Será que estudantes escolheram baseados no valor do dinheiro no tempo, através de suas construções matemáticas (e que construções seriam essas?), agindo de acordo com as teorias econômicas tradicionais ou tomariam suas decisões de outra forma, usando sempre o sistema de “desembolso ao longo do consumo”? A mudança do objeto a ser comprado: Férias ou Eletrodomésticos, mesmo com fluxos iguais de pagamento, interfere na escolha da forma de pagamento? Responder a essas perguntas nos ajudou nessa investigação. E o terceiro era investigar o comportamento dos estudantes diante de uma situação em que as trocas intertemporais,

envolviam ganhos de mesmo valor, mas que eram trasladados no tempo, e oferecidos em momentos diferentes. Essa situação envolve o conceito de desconto hiperbólico.

TAREFA 9–Desconto Hiperbólico, Contabilidade Mental e Tomada de Decisão.

Tarefa 9a⁶⁷.

O que você prefere:

a) Receber 100 reais hoje ou 130 daqui a 6 meses? Justifique sua resposta.

b) Receber 100 reais daqui a 1 ano ou 130 daqui a 1 ano e meio? Justifique sua resposta.

Tarefa 9b⁶⁸.

Uma pessoa planeja comprar, dentro de seis meses, um fogão, uma geladeira e alguns eletrodomésticos para a casa nova. Juntos eles custarão 6.000 reais. A pessoa tem duas opções de pagamento:

Opção I – seis prestações mensais e iguais de 1.000 reais, durante os seis meses que antecedem a chegada dos eletrodomésticos.

Opção II – seis prestações mensais e iguais de 1.000 reais, durante seis meses, a começar após a entrega.

Considerando um cenário sem inflação, qual das duas opções você escolheria? Justifique sua resposta.

Tarefa 9c.

Uma pessoa tem planos de, daqui a seis meses, passar uma semana de férias em Porto de Galinhas. Isso custará 6.000 reais. A pessoa tem duas opções de pagamento:

Opção I – seis prestações mensais e iguais de 1.000 reais, durante os seis meses que antecedem as férias.

Opção II – seis prestações mensais e iguais de 1.000 reais, durante seis meses, após a volta das férias.

Considerando um cenário sem inflação, qual das duas opções você escolheria? Justifique sua resposta.

Figura 9.17 – Tarefa 9 aplicada no Encontro 7.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

⁶⁷A tarefa 9a foi adaptada de um exemplo dado em Giannetti (2005, p.58)

⁶⁸As tarefas 9b e 9c foram inspiradas em um experimento citado por Nofsinger (2006, p. 66 e 67) e realizado por Drazen Prelec e George Loewenstein. Para maiores detalhes sobre o experimento original ver Prelec, D; Loewenstein, G. The Redand Black: Mental Acoonting of Savingand Debt. Marketing Science, 17. pp 4 – 28. 1998.

TAREFA 10 – Taxas de Juros de financiamentos e Tomada de Decisão.

Sua família precisa comprar uma geladeira nova. Chegando à loja, sua mãe escolhe o modelo e pergunta ao vendedor o valor. Ele informa que a Geladeira custa 2000 reais, e oferece duas opções de pagamento:

Opção 1 - à vista, com um desconto de 10%.

Opção 2 – a prazo, em 10 vezes sem juros, no cartão.

- Se você pudesse comprar a geladeira à vista, diga qual estratégia utilizaria para comprar a geladeira.
- Qual a taxa de juros desse financiamento. Utilize a tabela abaixo para ajudar, caso precise.

N. parcelas	Percentual de desconto sobre o preço de tabela na compra à vista									
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
2	0,67%	1,36%	2,05%	2,77%	3,49%	4,23%	4,98%	5,74%	6,52%	7,32%
3	0,50%	1,02%	1,54%	2,07%	2,61%	3,16%	3,72%	4,29%	4,87%	5,46%
4	0,40%	0,81%	1,23%	1,65%	2,08%	2,52%	2,97%	3,42%	3,88%	4,35%
5	0,34%	0,68%	1,02%	1,38%	1,73%	2,10%	2,47%	2,85%	3,23%	3,62%
6	0,29%	0,58%	0,88%	1,18%	1,49%	1,80%	2,11%	2,44%	2,76%	3,10%
7	0,25%	0,51%	0,77%	1,03%	1,30%	1,57%	1,85%	2,13%	2,41%	2,71%
8	0,22%	0,45%	0,68%	0,92%	1,15%	1,40%	1,64%	1,89%	2,14%	2,40%
9	0,20%	0,41%	0,61%	0,82%	1,04%	1,26%	1,48%	1,70%	1,93%	2,16%
10	0,18%	0,37%	0,56%	0,75%	0,94%	1,14%	1,34%	1,55%	1,75%	1,96%
12	0,15%	0,31%	0,47%	0,63%	0,80%	0,97%	1,13%	1,31%	1,48%	1,66%
18	0,11%	0,21%	0,32%	0,43%	0,55%	0,66%	0,78%	0,89%	1,01%	1,13%
24	0,08%	0,16%	0,25%	0,33%	0,41%	0,50%	0,59%	0,68%	0,77%	0,86%
36	0,05%	0,11%	0,17%	0,22%	0,28%	0,34%	0,40%	0,46%	0,52%	0,58%

- E se você não tivesse dinheiro para comprar à vista, que estratégia utilizaria para comprar a geladeira.
- Qual a decisão que a maioria das pessoas que você conhece, provavelmente tomaria nessa situação? Justifique sua opinião. Em que aspectos?

Figura 9.18 – Tarefa 10 aplicada no Encontro 7
Fonte: Elaborada pelo autor

Apresentação e análise curta dos momentos-chave do Encontro 7

- A maioria dos estudantes (75%) disseram que prefeririam receber 100 hoje do que esperar seis meses para receber 130. Todas as justificativas apresentadas levaram em consideração o valor do dinheiro no tempo, e se dividiram em dois grupos: os que tomaram decisões baseados no retorno que a proposta oferecia ou poderia proporcionar e os que usaram a noção de desvalorização do poder de compra do dinheiro como justificativa. O quadro a seguir sintetiza essa distribuição.

Quadro 9.4 – Distribuição dos alunos por decisão tomada e tipo de justificativa na primeira situação da Tarefa 9a

	100 hoje	130 daqui a 6 meses
Retorno (certo ou possível)	Mari, Tom e Carlos	Bril e Sami
Perda do poder de compra	Lu, Gabi e Buco	Bril*

Fonte: Elaborado pelo autor

- 2) Em relação à segunda situação da Tarefa 9a, seis estudantes preferiram receber 100 daqui a 1 ano em vez de 130 daqui a 1,5 anos. Seis deles mantiveram suas escolhas, sendo que 5 procurando receber sempre o mais rápido possível e 1 optando sempre por ganhar mais, ou seja, receber 130, ainda que esperasse mais, como dito por Sami: *“Já que vou esperar, melhor ganhar mais”*. O quadro a seguir mostra o movimento dos estudantes da primeira para a segunda situação financeira.

Quadro 9.5 – Distribuição dos alunos por decisão tomada na segunda situação na comparação com a primeira situação da Tarefa 9a

	100 daqui a 12 meses	130 daqui a 18 meses
100 hoje	Mari, Buco, Lu, Tom e Carlos	Gabi
130 daqui a 6 meses	Bril	Sami

Fonte: Elaborado pelo autor

- 3) Dois alunos mudam de posição da primeira para a segunda situação. Para Bril a possível desvalorização no prazo mais longo de 1,5 anos, o fez minimizar o ganho de uma opção em relação a outra; Para Gabi, a mudança decorre do fato de que não há “possibilidade de ganho imediato”.
- 4) Em nossa análise identificamos alguns comportamentos que podem ser bem descritos pelo efeito do desconto hiperbólico, conforme Giannetti(2005). Por exemplo, quando Gabi diz: *“você não tem nenhuma opção imediata, então é muito mais fácil esperar por mais trinta reais quando você já esperou pra receber aqueles cem”*, vemos que ela mudou de decisão, em relação à situação anterior, por que a nova escolha intertemporal excluiu o ganho imediato. Esse comportamento ilustra a

tendência das pessoas em amplificar, de forma não linear, a vontade por algo na medida que ele está próximo de acontecer, e o contrário diante do distanciamento.

- 5) Ainda na Tarefa 9a, ideias envolvendo desvalorização monetária, possibilidade de ganhos, oportunidade de retorno, paciência de esperar, valor do dinheiro no tempo emergiram dos discursos dos estudantes a medida que foram analisando as situações financeiras apresentadas. O valores considerados poderiam mudar a decisão, segundo um dos participantes, pois uma ganho de 30 é diferente de um ganho de 300 mil. A espera depende do valor e da capacidade de geração desse valor a partir do que se tem em mãos.
- 6) Na Tarefa 9b, em relação à compra dos eletrodomésticos, identificamos que dos oito estudantes, cinco (63%) disseram que prefeririam a opção II, dois prefeririam a opção I e uma participante, a Gabi, que disse que preferia pagar à vista, guardando o dinheiro antes – o que enquadramos como uma pequena variação da opção I. Na tarefa 9c – pagamento do pacote de viagem de férias – todos os alunos escolheram pagar antes. O quadro a seguir sintetiza as decisões tomadas por cada participante.

Quadro 9.6 – Distribuição das respostas dos participantes - tomada de decisão nas tarefas 9b/9c

	Tarefa 9b Compra dos eletrodomésticos		Tarefa 9c Pacote de viagem de Férias	
	6 de 1000 antes	6 de 1000 depois	6 de 1000 antes	6 de 1000 depois
Buco		X	X	
Lu	X		X	
Tom	X		X	
Gabi	X		X	
Mari		X	X	
Bril		X	X	
Sami		X	X	
Carlos		X	X	

Fonte: Elaborado pelo autor

- 7) Identificamos que a forma como disseram que pagaria o pacote de férias indica um comportamento que ser bem descrito pelo efeito da aversão a dívidas, juntamente com a associação entre custos e benefícios que muitas pessoas fazem ao realizarem compras, ambos estudados pela Economia Comportamental. A análise dos significados que os estudantes produziram para a situação apontam nessa direção.

- 8) Os alunos encontraram a taxa de juro embutida no financiamento e utilizaram esse valor na tomada de decisão sobre a forma de pagar o bem de consumo, e também na hora de comparar a proposta da loja com a linha de crédito oferecida por um Banco hipotético, apresentado em um dos itens da tarefa.
- 9) Para Gabi, a melhor opção era juntar dinheiro nesses meses que antecediam a entrada na casa, para comprar os móveis à vista. Ela parece impermeável a outras formas de operar, afirmando várias vezes que não gosta de ficar devendo.

Análise detalhada dos momentos-chave do Encontro 7.

Antes de analisarmos os momentos-chave, que serão divididos em grupos denominados tópicos analíticos, precisamos esclarecer um ponto sobre a captação e produção dos dados, referentes às tarefas 9a, 9b e 9c. Após a distribuição da Tarefa 9, oferecemos um tempo de aproximadamente 20 min para os alunos analisassem as situações, e registrassem suas escolhas para as 3 situações apresentadas. Após esse tempo, fizemos uma entrevista curta (que variou de 4 a 7 minutos), com cada participante separadamente, pedindo para que explicassem cada uma das decisões tomadas, para que pudéssemos colher o máximo de informações, uma vez que as situações, diferente das outras tarefas, eram bem diretas e sem itens. Isso nos permitiu comparar melhor as ações enunciativas escritas, registradas na folha, com as orais, capturadas em vídeo, dos estudantes, o que ampliou a nossa visão sobre o que levaram em consideração no processo de tomada de decisão.

Tópico Analítico 1 – Análise da Tarefa 9a

O primeiro momento chave se refere às respostas dos estudantes para a tarefa 9a. Começaremos nossa análise pela primeira situação da tarefa 9a, partindo das repostas registradas nas folhas, que foram as seguintes.

Bril–Se eu não precisasse do dinheiro no momento esperaria os 6 meses para ganhar 130.
Bril – 100, pois tenho medo de que haja uma desvalorização.

Gabi – 100 reais hoje, porque eu não sei quanto o dinheiro valerá daqui a 6 meses. Caso a economia pareça favorável, talvez.

Gabi – Mesma ideia da resposta anterior, mas seria mais fácil esperar os 130 nesse caso, visto que não há possibilidade de ganho imediato.

Mari – Prefiro ganhar 100 reais agora. Assim como eu poderia ganhar mais dinheiro ele também poderia estar valendo menos, ou seja, permitindo um menor poder de compra. Poderia ocorrer também do dinheiro valorizar e eu lucrar muito. No entanto, a única certeza que posso possuir é que se eu ganhar 100 reais agora, meu poder de compra é conhecido.

Mari – Como ambos os valores relativos do dinheiro são desconhecidos, tanto faz receber daqui a um ano ou um ano e meio porque ambos serão um risco a se correr. Por isso eu avaliaria a minha necessidade. No momento eu escolheria 100 daqui a um ano por acreditar que o poder de compra continuará diminuindo.

Buco – 100 reais hoje, pois a tendência atual é a de que o dinheiro perca o seu valor, ou seja, o seu poder de compra. Daqui a 6 meses, o dinheiro pode valer muito menos do que vale hoje. Sendo assim, mesmo que eu ganhe 30 reais a mais, o valor real pode não ser o mesmo.

Buco – 100 reais daqui a 1 ano, pois em 6 meses o poder de compra pode mudar muito, não compensando o acréscimo de 30 reais que teria.

Lu – 100 reais agora, pois não sei o quanto o dinheiro estará valendo no futuro.

Lu – 100 daqui a 1 ano pelo mesmo motivo da letra a.

Tom – 100 reais hoje, pois é possível fazer investimentos pequenos (como fazer e vender bolo) para ganhar lucros superiores a 30 reais. Se fosse o caso de evoluir. Além da valorização do dinheiro que seria bom, ou até a desvalorização.

Tom – 100 reais ainda, pois a diferença entre os dois continuaria sendo de 6 meses.

Sami – 130, pois eu prefiro ganhar mais, nesse caso, do que ganhar agora.

Sami – 130. Já que vou esperar, melhor ganhar mais.

Carlos – 100 reais hoje. Porque com o dinheiro na mão, eu posso tomar uma atitude que faça em seis meses ele se tornar mais de 130 reais, como algo relacionado ao comércio por exemplo.

Carlos – 100 reais daqui a um ano, pois daqui a um ano, vai estar na mesma situação anterior.

Identificamos nessa primeira situação que dos oito estudantes, seis (75%) disseram que prefeririam receber 100 hoje do que esperar seis meses para receber 130, enquanto que dois participantes (Sami e Bril) disseram que preferiam esperar 6 meses para receber os 130 do que receber 100 hoje. Todas as justificativas apresentadas

levaram em consideração o valor do dinheiro no tempo, e apesar de serem enunciadas de diferentes maneiras, podem ser divididas em dois grupos. No primeiro temos aqueles que tomaram suas decisões baseados no retorno que a proposta oferecia ou poderia proporcionar, escolhendo tanto a primeira (n=3) como a segunda opção (n=2); no segundo grupo temos os estudantes que usaram a noção de desvalorização do poder de compra do dinheiro como justificativa. O quadro a seguir sintetiza essa distribuição.

Quadro 9.7 – Distribuição dos alunos por decisão tomada e justificativa na Tarefa 9a

	100 hoje	130 daqui a 6 meses
Retorno (certo ou possível)	Mari, Tom e Carlos	Bril e Sami
Perda do poder de compra	Lu, Gabi e Buco	Bril*

Fonte: Elaborado pelo autor

Observamos que para quatro participantes, o principal aspecto levado em consideração foi a taxa de retorno/possibilidade de geração de valor. Os participantes Mari, Tom e Carlos escolheram 100 reais hoje pois consideraram que era tinham possibilidades de retorno maiores com o dinheiro “na mão”, ou seja, recebido imediatamente, do que esperar 6 meses pelos 130 reais, ainda que fossem 30% maior, como se pode ver na fala de Mari: “*ocorre também de o dinheiro valorizar e eu lucrar muito*” ou ainda na de Carlos: “*tomar uma atitude que faça em seis meses ele se tornar mais de 130 reais, como algo relacionado ao comércio por exemplo*”.

Por outro lado, Sami disse que preferia esperar 6 meses para receber os 130, avaliando que a segunda opção traria mais retorno – “... prefiro ganhar mais do que ganhar agora”, do que outras alternativas que possivelmente lhes permitisse obter algum retorno a partir dos 100 reais que seriam imediatamente recebidos.

Finalmente temos Bril*, que apresentou os dois aspectos como justificativa, conforme vemos em sua fala: “*Porque tipo, seis meses não é um tempo tão grande, então acho que não vai ocorrer uma grande desvalorização ou valorização monetária desse, nesse curto período*” (Vide transcrição a seguir).

Os outros quatro participantes restantes (Lu, Gabi, Bril* e Buco) justificaram suas escolhas levando em consideração outro aspecto econômico importante: o poder de compra. Nesse caso, todos escolheram receber 100 hoje, o que apareceu associado a uma possível desvalorização do dinheiro, em expressões tais como: “... *desvalorização*”,

“... não sei quanto o dinheiro valerá daqui a 6 meses” e “não sei o quanto o dinheiro estará valendo no futuro”.

A situação econômica pela qual o país passa, com inflação atingindo níveis de 10% ao ano, bem acima da inflação anual dos últimos 10 anos, talvez tenha influenciado algumas escolhas, uma vez que estão vivendo mais intensamente essa realidade de aumento de preços e, conseqüente, perda do poder de compra. Identificamos isso na fala de Mari, quando justifica sua decisão na segunda situação financeira apresentada, em função da mudança das trocas intertemporais por meio da ampliação das datas de recebimento, quando diz:

01:15	Mari	A ‘b’ bom, eu trabalhei, como você disse, como se eles, como se fosse a mesma coisa, é, você desconhece ao valor do dinheiro daqui a um ano tanto quanto você desconhece daqui a um ano e meio. Só que a partir do que eu vejo hoje, o dinheiro tem cada vez valido menos, o poder de compra tem diminuído, então, eu vou pensar com o raciocínio que tenho agora e escolher cem reais daqui a um ano, porque eu acredito que a daqui a um ano e meio o poder de compra vai diminuir mais ainda, porque pelo que está acontecendo agora o poder de compra vai diminuindo.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 7.4

Em seguida, segue um diálogo entre o pesquisador e a aluna, sobre o que ela entendia sobre o poder de compra. E mais uma vez, essa questão econômica da atual inflação no país apareceu.

01:47	Pesq	Você acha que esse poder de compra, ele vai ser reduzir a uma velocidade mais rápida do que essa taxa de crescimento aí de cem pra cento e trinta, quantos por cento cresceu?
02:00:	Mariana	Não, exatamente eu não sei. Como eu não conheço, até porque ela pode mais ir rápido, ela pode ir mais lenta eu não conheço, eu desconheço.
02:07	Pesq	Ela o quê?
02:09	Mariana	A, o poder de compra, a taxa do crescimento e o quanto que eu ganho de dinheiro, então eu não sei se vai ser...
02:15	Pesq	A taxa de crescimento você conhece né? De cem para cento e trinta vai aumentar trinta por cento...
02:18	Mariana	Sim, vai aumentar trinta por cento, só que eu não sei, - é, em seis meses, o quanto vai diminuir ou vai aumentar o poder de compra em seis meses.
02:28	Pesq	Legal, muito bom! Você, quando você pensa em poder de compra você está falando de que?
02:33	Mariana	To falando do quanto eu consigo obter de mercadoria, eu de qualquer serviço com uma certa quantidade de dinheiro...
02:40	Pesq	Legal, bacana! E o que, que impacta no poder de compra?

02:45	Mariana	É, qualidade de vida, eu penso também penso nisso, a quantidade que eu posso ter ou o que eu posso ter...
02:51	Pesq	Mas tem algum elemento econômico que a gente vive vendo na televisão que tenta medir essa, essa...?
02:59	Mariana	A inflação?
03:01	Pesq	A inflação, você sabe como está essa inflação nos últimos doze meses?
03:05	Mariana	Não. Não sei como está.
03:06	Pesq	Tem sido veiculada bastante né.
03:07	Mariana	É. Eu vi que os impostos tão cada vez mais altos sobre alguns produtos e eu mesmo dentro de casa minha mãe vai falando [Pesq: Tá mais caro], é! Ah, tal produto aumentou muito, tal isso aumentou muito e a gente vai vendo...

Fonte: Vídeo 7.4

A percepção dela sobre poder de compra aponta para o que ela pode adquirir em um cenário em que os preços estão aumentando. Diz que não sabe se a inflação será maior que o retorno de 30% em seis meses oferecido pela segunda opção dessa situação financeira, mas opera considerando inflação a partir de sua experiência familiar, usando o que mãe fala sobre aumento dos preços dos produtos que consomem como fonte de legitimidade. O conhecimento de Mari tem como justificção a percepção da mãe sobre o aumento de preços. Notamos que é essa experiência familiar, apresentada pela Mãe, que autoriza, empresta legitimidade para o conhecimento que Mari produziu e não algum possível dado econômico ou fala de um economista que ouviu na semana anterior.

Vamos agora tratar da segunda situação da Tarefa 9a, em que as opções eram receber 100 daqui a 1 ano ou 130 daqui a 1,5 anos. Observamos que seis estudantes preferiram receber 100 daqui a 1 ano em vez de 130 daqui a 1,5 anos, conforme apresentado no quadro a seguir.

Quadro 9.8 – Distribuição dos alunos por decisão tomada na segunda situação na comparação com a primeira situação da Tarefa 9a

	100 daqui a 1 ano	130 daqui a 1,5 anos
100 hoje	Mari, Buco, Lu, Tom e Carlos	Gabi
130 daqui a 6 meses	Bril	Sami

Fonte: Elaborado pelo autor

Apesar das duas situações apresentarem o mesmo ganho em seis meses, o que não muda a taxa de retorno de uma situação para outra, esse não foi o argumento utilizado pelos participantes. As escolhas da maior parte dos alunos (75%) até podem ser consideradas coerentes uma vez que cinco alunos mantiveram sempre a escolha de receber o dinheiro o mais rápido possível, considerando que sua capacidade de geração de valor fosse melhor que a apresentada, e Sami que manteve a decisão de sempre ganhar mais, mesmo tendo que esperar 6 ou 18 meses. Do ponto de vista econômico, uma ser melhor que a outra depende da taxa mínima de atratividade de quem toma a decisão. A geração de valor foi considerada, mas os significados produzidos não se referiram à definição formal como geralmente apresentada pelo professor de matemática.

Apenas dois alunos (Bril e Gabi) mudaram de decisão diante das duas situações. Bril escolhe 130 na primeira, pois *“acha que não vai ocorrer grande desvalorização”* e daí *“não custa nada esperar seis meses”*, mas muda para 100 na segunda, porque *“tem mais chance de ocorrer uma desvalorização”*; Gabi opta por 100 na primeira, por não saber *“quanto o dinheiro valerá daqui a 6 meses”*, mas depois abandona esse argumento, escolhendo 130, uma vez que *“seria mais fácil esperar os 130 nesse caso, visto que não há possibilidade de ganho imediato”*.

As mudanças de opinião revelaram aspectos diferentes na forma como utilizaram a ideia de transformação do dinheiro no tempo. Bril, por exemplo, usa como argumento a principal desvalorização do dinheiro que poderia ocorrer em um ano e meio. Segundo sua fala, ele esperaria 6 meses para receber 130, mas não esperaria 18 meses, conforme a transcrição a seguir.

00:33	Bril	Porque tipo, seis meses não é um tempo tão grande, então acho que não vai ocorrer uma grande desvalorização ou valorização monetária desse, nesse curto período.
-------	------	--

Fonte: Vídeo 7.2

O que é endossado nas falas seguintes, transcritas a seguir.

01:15	Bril	É, eu respondi cento e trinta, aí eu falei: como o tempo é curto, não custa nada eu esperar seis meses, mas aí já no período, respondendo a ‘b’ agora, já no período assim, de um mês e meio ou um ano e meio, 18 é...
01:30	Pesq	12 ou 18 meses, um ano ou um ano e meio.
01:32	Bril	18 meses. É um período grande, não é?
01:35	Pesq	Aí você optaria pelo?

01:37	Bril	Eu teria que pegar cem porque tem mais chance de acontecer uma desvalorização né? Porque com a economia hoje em dia pode acontecer, assim, uma questão de humana esse tipo de coisa acontece.
01:50	Pesq	Então o fato de ter passado um ano aí, faz com que você goste mais do cem do que do cento e trinta, é isso?
01:56	Bril	É. E tipo, é uma diferença de trinta reais e não vale tanto a pena você ganhar só trinta reais em um ano e meio. É um ano e meio, não é? É, um ano e meio.

Fonte: Vídeo 7.2

A partir dos significados registrados nessa transcrição, entendemos que Bril toma a decisão baseado principalmente (mas não exclusivamente, como vimos anteriormente) no argumento da desvalorização do dinheiro. Para ele, o que se pode comprar por 100 hoje pode ser possível com 130 daqui a 6 meses, mas fica improvável de ser possível com 130 daqui a 18 meses, conforme os trechos transcritos a seguir: “... cem [daqui a 1 ano] porque tem mais chance de acontecer uma desvalorização né” e “... seis meses não é um tempo tão grande, então acho que não vai ocorrer uma grande desvalorização”. Além disso, um segundo argumento aparece no final de sua fala, quando diz: “uma diferença de trinta reais não vale tanto a pena você ganhar só trinta reais em um ano e meio”.

Esse argumento revela que o longo prazo de Bril (1,5 anos) o fez minimizar o ganho de uma opção em relação a outra. Mas também revela um aspecto que está presente também no primeiro argumento. Ele considera o tempo de desvalorização dos 130 reais em seu argumento, mas parece desconsiderar a desvalorização da outra quantia (100 reais). Em sua análise, identificamos uma assimetria no tempo de desvalorização. Ele não leva em conta que na segunda opção só receberá os 100 reais daqui a 1 ano, desconsiderando que deslocando os valores da primeira opção para daí a 1 ano, a desvalorização impactaria igualmente os dois valores, mesmo que distantes 6 meses um do outro, supondo uma taxa constante de atualização no período.

Para Gabi, a mudança decorre do fato de que não há “possibilidade de ganho imediato”. Isso é reforçado por ela quando pedimos para explicar sua decisão, conforme mostra a próxima transcrição:

00:45	Gabi	É, eu achei bem interessante que a ‘b’, ela, entre receber cem reais daqui a um ano ou cento e trinta daqui a um ano e meio. O interessante é porque você não tem nenhuma opção imediata, então é muito mais fácil esperar por mais trinta reais quando você já esperou para receber aqueles cem, sabe, se você não tiver contando com aquele dinheiro, você, você, a vou expor
01:11	Pesq	Você acha então que como você esperou um ano, é mais fácil esperar um ano meio?
01:14	Gabriela	Mais seis meses, é! Que aí e mais tranquilo
01:18	Pesq	Então nesse caso, você hoje, você optou por?
01:21	Gabriela	Não eu falei que mesma ideia a resposta anterior, mas que nesse caso seria mais tranquilo esperar os cento e trinta do que quando você tem a opção do imediato.
01:33	Pesq	Então o imediato modifica um pouco as coisas? Já que eu tenho que esperar, então esperar um mais pouquinho para ganhar cento e trinta, legal.
01:40	Gabriela	Modifica. Eu posso esperar um pouquinho mais. É.

Fonte: Vídeo 7.4

Nessa fala de Gabi, em especial quando diz: “*você não tem nenhuma opção imediata, então é muito mais fácil esperar por mais trinta reais quando você já esperou para receber aqueles cem*”, temos a presença de um comportamento que pode ser descrito como efeito do *desconto hiperbólico*, conforme comenta Giannetti (2005), já apresentado e descrito no capítulo 3. Afirmamos que a fala de Gabi se enquadra nessa perspectiva do desconto hiperbólico, uma vez que ela muda de decisão, em relação à situação anterior, por que a nova escolha intertemporal excluiu o ganho imediato. Dessa forma, como Giannetti (2005, p. 57), “a capacidade de espera cai acentuadamente em função da proximidade daquilo que se deseja”. Por outro lado, o que está distante, é mais fácil de esperar. Sobre esse processo, ele considera que:

O valor do presente em relação ao futuro— o desconto do futuro — aumenta de forma desproporcional à medida que o momento de saciar a necessidade ou desejo se avizinha. O remoto convida à espera; o imediato exige e cobra satisfação — é o afã da natureza prestes à repleção. O que parece tranquilo no conforto da distância — “Prazos largos são fáceis de subscrever; a imaginação os faz infinitos — torna-se tumulto e alvoroço no apuro instante que clama por seus direitos. (GIANNETTI, 2005, p. 58)

Ainda sobre o desconto hiperbólico, notamos que cinco dos oitos alunos optaram por receber o dinheiro no prazo mais curto possível, o que também poderia ser

enquadrado na perspectiva do desconto hiperbólico, na medida que como resultado final, há uma predominância da impaciência diante da proximidade daquilo que se deseja. Quando o prazer está em jogo, “*mais é melhor que menos, antes é melhor que depois*”, comenta Giannetti (2005, p. 54) sobre como nos comportamos, muitas vezes, em relação à influência do tempo de espera em nossas escolhas. Para cinco desses jovens participantes, o quanto antes foi melhor, ainda que suas justificativas apresentassem alguns elementos diferentes entre si.

Por outro lado, apenas a fala de Gabi nos permitiu identificar claramente, a partir dos significados que produziu para a sua tomada de decisão, o efeito do desconto hiperbólico, ainda que ele possa estar presente nas decisões dos outros.

Para finalizarmos a análise dessa tarefa 9a, vamos considerar mais algumas produções de significados que trouxeram elementos diferentes dos que já foram analisados até momento, referentes a Sami, Tom e Buco.

Sami também optou por esperar, mas manteve sua decisão inalterada em relação a receber 130 reais. Sua frase: “*Já que vou esperar, melhor ganhar mais*” também pode ser bem descrita pela noção de desconto hiperbólico, só que na direção do aumento da paciência. Além disso ele considera que a necessidade emergencial seria um fator que o faria mudar de opinião, conforme capturamos em vídeo, e registrada na próxima transcrição.

00:24	Sami	Não no primeiro eu achei que tipo, hoje assim, avaliando meu dia a dia, não teria... cara, 100 reais eu usaria para algumas coisas, mas podendo ganhar mais não tem nenhuma necessidade exorbitante agora, então eu esperaria para ter mais dinheiro no final das contas.
00:43	Pesq	Então você usou a sua situação econômica e sua situação financeira como base para tomar essa decisão
00:51	Sami	Isso. É, claro se eu tivesse passando necessidade aí, seria uma outra avaliação.

Fonte: Vídeo 7.9

Tom produz um novo significado para a situação, apresentando um aspecto que poderia alterar sua decisão, conforme suas afirmações. A transcrição a seguir mostra como foi essa produção.

00:12	Tom	Vou receber 100 reais hoje e daqui a seis meses é... Tomei essa decisão, porque é você pode ter... e fazer um investimento pequeno como fazer e vender bolo, ou fazer... comprar papel, comprar lápis e depois fazer uns desenhos e depois vender na rua, qualquer coisa você vai conseguir evoluir com, pensando em pouco dinheiro, assim, se eu conseguir evoluir, com certeza, dentro de seis meses mais que 30% do capital inicial.
00:42	Pesq	Ah, então você, você tomou a decisão baseado na possibilidade.
00:48	Tom	Possibilidade de evoluir.
00:49	Pesq	De ter mais de um ganho maior que 30%
00:52	Tom	Isso, exatamente. Dentro dos seis meses, mas caso não fosse oh, caso não fosse você ter essa, você não evoluir dessa forma dentro de seis meses você não ganhar mais dinheiro do que seria, o caso esperasse seis meses, ainda acho que os 100 reais seriam melhor agora, porque você teria, você faria mais coisa dentro, você antes... só por ser, só por ser antes, e ser um valor 30% que é o valor real. Pensando assim, 30 reais, eu acho que não esperaria. Se fosse 1.000.000 ou 1.300.000 aí, agiria diferente.
01:34	Pesq	Aí você acha que o valor, então mudaria?
01:36	Tom	Eu esperaria, porque os 30% seria os mais valiosos...
01:42	Pesq	Por causa do, do... a quantidade de dinheiro
01:44	Tom	Quantidade. Mas pensando em 100 reais e 30, acho que fica mais tranquilo, pensar dessa forma.

Fonte: Vídeo 7.10

O primeiro ponto da fala de Tom é sua descrição sobre como faria o dinheiro render mais do que 30 % em seis meses. Fazer coisas simples para vender e obter um crescimento de capital derivou de sua experiência familiar e do exemplo de alguns dos participantes (seus amigos), o que foi levado em consideração na sua decisão de receber 100 agora. Para ele, isso era uma boa oportunidade de fazer o dinheiro crescer. Em suas palavras: *“você vai conseguir evoluir, pensando em pouco dinheiro [...]dentro de seis meses mais que 30% do capital inicial”*.

Outro aspecto novo aparece quando Tom afirma que mudaria sua decisão, se os valores envolvidos fossem bem maiores. Ganhar 300 mil em 1 milhão é diferente, segundo ele, que ganhar 30 em 100, e nesse caso ele esperaria. A ideia principal de Tom é sua capacidade de evoluir, ou seja, gerar mais valor, a partir do que tem, fazendo o dinheiro crescer. Ele então considera que não seria tão fácil ganhar 300 mil reais como ele entendia ser fácil ganhar 30. Nesse caso ele disse que preferiria esperar, dizendo: *“Eu esperaria, porque os 30% seriam os mais valiosos”*.

Finalmente, temos no discurso de Buco, capturado em vídeo, uma produção que nos chamou atenção em especial, quando disse que *“como eu não sei o quanto pode*

variar esse poder de compra eu preferiria pegar o dinheiro o quanto antes para poder usar da forma que quiser”. O contexto em que isso é dito, está representado a seguir.

00:20	Pesq	Você sempre optou por receber primeiro?
00:21	Paulo	Isso.
00:22	Pesq	Ou seja, quanto antes melhor. É isso mesmo? E por quê?
00:27	Paulo	É isso. Porque eu penso que dentro de um tempo de seis meses o poder de compra que você tem, no caso, o dinheiro... é... como eu não sei o quanto pode variar esse poder de compra eu preferia pegar o dinheiro o quanto antes para poder usar da forma que eu quiser.

Fonte: Vídeo 7.11

A questão do poder de compra não é a única justificativa que usa. Ele também opera considerando o taxa de retorno em um dado período. Assim, ele opera considerando concomitantemente duas ideias: a primeira se refere ao poder de compra; a segunda a poder fazer com o dinheiro o que quiser. Nossa percepção é a de que ele usa esses dois aspectos, de forma integrada, para tomar sua decisão.

Sobre a taxa de retorno, o diálogo abaixo reforça o que afirmamos acima.

01:09	Pesq	Ok. Muito bom. Você acha que 100 pra 130 o percentual não é atrativo?
01:23	Buco	<i>Eu penso que não, dependendo.</i>
01:25	Pesq	30% em seis meses. Você acha que você tem uma taxa de retorno melhor do que essa, por exemplo, fazendo os produtos aí que você vende? Você acha que consegue uma taxa de retorno melhor? Se você investir 100 reais em produtos em seis meses você tem mais que 130?
01:46	Buco	<i>Sim. Com certeza. Mas é porque hoje em dia, no caso...</i>

Fonte: Vídeo 7.13 – grifo nosso

Ao mesmo tempo que ele pensa que receber 100 reais agora lhe é mais vantajoso, porque pode investir os 100 reais em matéria prima para fabricação de seus bolos, ele também considera que receber 100 reais agora pode lhe ajudar a comprar a matéria prima para fazer os bolos com menor preço, uma vez que a inflação está aumentando, e seu poder de compra diminuindo. Sobre essa questão do poder de

compra, identificamos pelo menos 3 momentos em que ele reforça o papel disso em sua tomada de decisão, conforme mostram as transcrições a seguir.

02:01	Buco	Só que, pelo que eu tenho observado até com o que eu faço, o que eu invisto hoje pro bolo, que é o meu caso, é..., não é a mesma coisa que ta acontecendo, tipo, na semana seguinte, por exemplo, teve uma semana que eu investi 20 reais pra fazer o bolo, na semana seguinte eu já tive que investir 29, então caso o aumento continuasse eu não teria, é... eu não poderia manter o preço o mesmo. E se aplica ao dinheiro, se eu tiver 100 reais hoje e as coisas variassem com esse valor é... os meus 100 reais hoje valeriam mais do que na semana seguinte ou no mês, daqui a seis meses quando o preço tivesse aumentado muito...
03:22	Buco	Por exemplo, <i>eu tinha 20 reais e uma semana variou pra 29. Imagine no mês de hoje pra daqui a seis meses?</i> Pensa que vai variar muito, dependendo.
04:12	Buco	Eu consigo <i>comprar mais coisas agora</i> do que eu <i>poderia comprar daqui a seis meses</i> .

Fonte: Vídeo 7.13 – grifo nosso

Assim, identificamos que Buco toma sua decisão a partir da articulação de duas ideias: do poder de compra, que lhe é muito forte, e do retorno disponível (oportunidade de transformar 100 em mais que 130, em seis meses), para justificar sua maneira de operar, bem como a decisão que tomaria em uma situação semelhante. Com isso encerramos nossa análise da Tarefa 9a e passaremos a analisar as tarefas seguintes.

Tópico Analítico 2 – Análise das tarefas 9b e 9c.

Nesse segundo tópico analítico, trataremos das Tarefas 9b e 9c de forma conjunta, uma vez que elas foram desenhadas para que estivessem interligadas. Começaremos apresentando os registros escritos pelos estudantes em suas folhas, tanto para suas decisões como para as justificativas que apresentaram. As transcrições desses dados estão representadas a seguir.

Bril– A opção II pois os eletrodomésticos são essenciais em uma casa e ficaria complicado esperar 6 meses para recebê-los.

Bril – A opção I, pois viajar não é uma coisa tão essencial, poderia esperar 6 meses.

Gabi – Nenhuma delas. Escolheria juntar durante 6 meses e comprar à vista, porque não gosto de pagar por um produto sem tê-lo, nem depois de já tê-lo.

Gabi – Opção I, para ao começarem as férias já não ter que me preocupar com as parcelas e poder relaxar e aproveitar a viagem.

Mari – Opção II. Considerando que eu estaria precisando para a casa nova, escolheria a opção II, para usufruir dos eletrodomésticos.

Mari – Opção I. Com essa opção, após as férias eu poderia começar a pagar a próxima viagem de férias.

Buco – A opção II, pois como as parcelas são iguais tanto na opção I como na II, de 1000 reais, é preferível usar o eletrodoméstico agora dependendo da necessidade.

Buco – A opção I, pois pagar a viagem antecipadamente seria melhor do que pagar depois, considerando o bem estar do viajante. Pagar depois poderia deixa-lo preocupado, durante a viagem e sendo o mesmo valor das parcelas (sem juros) o único problema seria o tempo.

Lu – Opção I e consideraria juntar o dinheiro para pagar à vista. Quanto menos uma dívida se estende, menor a chance de se perder o dinheiro e, portanto, há alguma estabilidade financeira garantida.

Lu – Opção I pois provavelmente serão criadas novas dívidas durante as férias (compras no cartão, emergências). Para não acumular dívidas de antes e durante as férias, prefiro quitar a parte da viagem antes das férias.

Tom – De qualquer forma a opção I, pois terminaria o pagamento mais rápido.

Tom – Escolheria a opção I pois terminaria de pagar o mais rápido possível.

Sami – Opção II. Após a entrega. Como são eletrodomésticos, seu uso é essencial, por isso tê-los o quanto antes é importante.

Sami – Opção I. Neste caso pagar antes seria melhor. Pagar por algo que você já utilizou pode levar a inadimplência, acumulando juros, ou até ações na justiça. Pagando antes, temos a sensação de dever – preciso pagar pra viajar.

Carlos – Opção II, pois não há diferença de valor nas prestações, e com a 2ª [opção] a pessoa já adquire os eletrodomésticos e supri sua necessidade.

Carlos – A opção I. A viagem não é tão necessária, por isso é mais viável pagar antes, para o caso de algum problema no meio do pagamento, assim, não há risco de ficar devendo.

Na Tarefa 9b, em relação à compra dos eletrodomésticos, identificamos que dos oito estudantes, cinco (63%) disseram que prefeririam a opção II, dois prefeririam a opção I e uma participante, a Gabi, que disse que preferia pagar à vista, guardando o

dinheiro antes – o que enquadrámos como uma pequena variação da opção I. Na tarefa 9c – pagamento do pacote de viagem de férias – todos os alunos escolheram pagar antes. O quadro a seguir sintetiza as decisões tomadas por cada participante.

Quadro 9.9 – Distribuição das respostas dos participantes - tomada de decisão nas tarefas 9b/9c

	Tarefa 9b Compra dos eletrodomésticos		Tarefa 9c Pacote de viagem de Férias	
	6 de 1000 antes	6 de 1000 depois	6 de 1000 antes	6 de 1000 depois
Buco		X	X	
Lu	X		X	
Tom	X		X	
Gabi	X(?)		X	
Mari		X	X	
Bril		X	X	
Sami		X	X	
Carlos		X	X	

Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira análise que faremos se refere a uma situação que praticamente se impõe diante das outras. Porque todos os estudantes preferiram pagar as férias antecipadamente? Para tentar responder a essa pergunta, faremos uma leitura dos significados produzidos pelos estudantes com uma ajuda da lente da Economia Comportamental.

Do ponto de vista das teorias econômicas tracionais, se duas opções apresentam prestações iguais com mesmo número de prestações, quanto mais tarde demorar para começar a pagar melhor. Se as pessoas se comportassem segundo tal perspectiva, elas deveriam preferir a opção II, tanto na Tarefa 9b quanto na Tarefa 9c, por ser a opção mais vantajosa quando se leva em consideração do valor do dinheiro no tempo. Por exemplo, considere que uma pessoa esteja em Jan/2016, e vai se mudar em Jul/2016, ou seja, daqui a 6 meses. Se tal pessoa aplicasse 1000 reais todo mês começando em Jan/2016 e terminando em Jun/2016, a uma taxa de 1% ao mês, ou seja, pagasse a si mesmo 6 parcelas de 1000 reais com remuneração de 1% ao mês sobre o saldo aplicado, teria em Jun/2016, logo após o último depósito, um valor total de 6.152,02. Para isso basta usar a função do Excel [VF(1%;6;1000)] ou calcular o valor da soma da série geométrica de 6 termos, começando em 1000, e de razão $q = 1,01$. A simulação a seguir mostra como isso poderia ser feito.

Quadro 9.10 – Determinação do VF da série uniforme gerada pelo investimento dado nas Tarefas 9b/9c.

1	jan/16	R\$1.000,00	R\$1.051,01
2	fev/16	R\$1.000,00	R\$1.040,60
3	mar/16	R\$1.000,00	R\$1.030,30
4	abr/16	R\$1.000,00	R\$1.020,10
5	mai/16	R\$1.000,00	R\$1.010,00
6	jun/16	R\$1.000,00	R\$1.000,00
		Total	R\$6.152,02

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com esse valor, essa pessoa poderia comprar os móveis em junho e negociar um bom desconto no pagamento à vista, ou parcelar em 6 vezes de 1000, conforme apresentada na segunda opção, e também se beneficiar dos valores adicionais acumulados. No caso de um desconto de 5% no pagamento à vista, por exemplo, teríamos $6.152,02 - 5.700 = 452,02$ de retorno nessa operação, referidos a Jun/2016, que reinvestidos à mesma taxa (1% a.m.), gerariam em Dez/2016 uma quantia igual a $452,02 \times 1,01^6 = 479,83$. Por outro lado, caso optasse pelo financiamento com a loja, poderia se beneficiar dos juros sobre a diferença entre saldo acumulado mês a mês, a medida que as prestações fossem pagas, tendo em Dez/2016 uma quantia igual a R\$ 378,47. A simulação a seguir apresenta uma representação temporal de como isso seria possível.

Quadro 9.11 – Fluxo Analítico da opção II para a situação financeira da Tarefa 9b ou 9c, a uma taxa de investimento de 1% ao mês.

mês	tempo	tenho	pago	saldo
jun/16	0	R\$6.152,02	R\$-	R\$6.152,02
jul/16	1	R\$6.213,54	R\$1.000,00	R\$5.213,54
ago/16	2	R\$5.265,67	R\$1.000,00	R\$4.265,67
set/16	3	R\$4.308,33	R\$1.000,00	R\$3.308,33
out/16	4	R\$3.341,41	R\$1.000,00	R\$2.341,41
nov/16	5	R\$2.364,82	R\$1.000,00	R\$1.364,82
dez/16	6	R\$1.378,47	R\$1.000,00	R\$378,47

Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando os discursos e os escritos dos estudantes, encontramos apenas no discurso de Gabi, uma tentativa de operar nessa direção. A transcrição a seguir mostra isso.

02:22	Gabi	[...] Porque além de à vista, as vezes ter como ter um desconto, que é melhor, é muito ruim você pagar antes de receber um produto você ficar pagando mensalmente, porque você vai ter uma despesa mensal de uma coisa que você não está usufruindo ainda e eu acho muito ruim pagar depois porque você tem uma despesa mensal de uma coisa que já tem. Que já tem... que já até tornou obsoleto no seu cotidiano, então eu prefiro a ideia de pagar a vista e não ter essas pressões psicológicas.
03:15	Pesq	Mas é mais por causa das pressões psicológicas ou mais por causa da oportunidade de repente arrumar um desconto?
03:21	Gabi	Não. Eu acho que os dois, assim, o desconto pô, ajuda, ainda mais que se você conseguir juntar se você tiver conseguindo juntar...
03:27	Pesq	Vamos supor que você não tivesse desconto em hipótese alguma e aí?
03:33	Gabi	Cara, eu escolheria à vista. Eu ainda escolheria juntar. O negócio é que o difícil juntar... como não tem compromisso né, não é. Pô se você não juntar seu nome não vai ficar sujo, então tem toda questão da disciplina que interfere também, então se a pessoa se acha, se eu me considero com disciplina suficiente pra guardar é até <i>melhor porque eu vou ta investindo esse dinheiro, nem que renda 20 reais, 10 reais, 2 reais.</i>

Fonte: Vídeo 7.4 – grifo nosso

Gabi considera a ideia de pagar à vista, e um dos argumentos que usa para justificar sua decisão é a possibilidade de ter algum retorno desse investimento. Mas essa ideia só aparece no final de seu argumento, depois dela ter dito inicialmente e reforçado depois, que não gostaria de ter uma despesa mensal de alguma coisa que não está usufruindo ainda. O custo não associado a um benefício foi o argumento mais reforçado pela aluna. Assim, a possibilidade de investimento aparece, mas em meio a outras questões psicológicas, como ela mesma assim as define, que lhes são mais importantes, conforme identificamos na transcrição a seguir.

04:19	Gabi	Não. O que eu pensei primeiro foi da pressão psicológica; depois eu pensei no desconto; depois eu pensei no investimento. O mais importante pra mim foi a <i>pressão psicológica.</i>
-------	------	---

Fonte: Vídeo 7.4 – grifo nosso

Assim, não encontramos no que foi registrado, uma estratégia operando com a perspectiva da maximização da geração de valor, como vimos na fase 2 dessa pesquisa, já analisada anteriormente.

Voltemos, então, à nossa pergunta inicial: porque todos os estudantes preferiram pagar as férias antes, mesmo com tantas vantagens financeiras para quem usa uma estratégia de investimento e paga depois? Uma maneira de entender esse comportamento é sob a ótica da Economia Comportamental. As escolhas dos participantes podem ser bem descritas pelo efeito da aversão a dívidas, juntamente com a associação entre custos e benefícios que muitas pessoas fazem ao realizarem compras, ambos estudados pela Economia Comportamental. Sobre esses efeitos, aplicados a essa situação, Nofsinger (2006) comenta:

“Em geral, férias pré-pagas são mais agradáveis do que as pós-pagas, pois a dor do pagamento já se foi. Se o pagamento é feito depois, reduzem-se os benefícios das férias pelo simples pensamento do quanto custará esse prazer. [...] As pessoas não gostam de pagar dívidas por algo comprado e já consumido. Financiar as férias não é uma solução das mais agradáveis, pois gera um custo de longo prazo por um benefício de curto prazo.” (NOFSINGER, 2006, pp 67- 69)

Alguns significados produzidos para essa situação, presentes nas justificativas, apontam para esses efeitos de aversão a dívidas e da associação de custos a benefícios. Observamos isso quando Gabi diz: *“para ao começarem as férias já não ter que me preocupar com as parcelas e poder relaxar e aproveitar a viagem”*; quando Buce comenta: *“A opção 1, pois pagar a viagem antecipadamente seria melhor do que pagar depois, considerando o bem-estar do viajante. Pagar depois poderia deixa-lo preocupado”*; quando Sami afirma: *“Neste caso pagar antes seria melhor. Pagar por algo que você já utilizou pode levar à inadimplência, acumulando juros, ou até ações na justiça. Pagando antes, temos a sensação de dever – preciso pagar pra viajar”*.

Os significados produzidos pelos estudantes revelam alguns elementos adicionais que nos ajudam a entender as justificativas para suas escolhas.

Para Mari, pagar as Férias antes lhe permitiria ter dinheiro para gastar nas férias, mostrando que para ela, é preciso se planejar para pagar a viagem de férias e para ter o dinheiro que vai gastar nas férias, conforme registrado no trecho a seguir.

05:49	Pesq	Entendi. E depois a ‘9c’ como você respondeu?
05:53	Mariana	‘9c’ eu coloquei, pra escolher a opção 1. Isso, os que antecedem as férias que eu acho que você paga essas férias, e aí você tem essas férias, e aí depois das férias você já pode planejar a próxima. Porque se você deixar pra pagar depois você vai ficar sempre atrasando, as férias, e é melhor você pagar antes e poder ter o dinheiro pra gastar nas férias .

Fonte: Vídeo 7.5

Para Tom, é preferível pagar as férias antes, para chegar com a cabeça tranquila. Tom concorda que Férias e Eletrodomésticos são a mesma coisa nesse sentido de pagar, e por isso considera a mesma estratégia usada na compra dos eletrodomésticos, pagando antes para obter o bem ou serviço depois.

Isso é confirmado quando Tom diz que: *“eu achei melhor você chegar lá com tudo pago, porque você consegue abater todas as suas dívidas e ficar mais livre, um conforto maior depois de você chegar lá”*. (Vídeo 119, 03:34 a 03:46)

Após essa primeira análise, que basicamente recaiu sobre a terceira situação financeira da Tarefa 9c, passemos a olhar com mais detalhes para as decisões dos participantes em relação à segunda situação financeira, apresentada na Tarefa 9b. O que motivou os alunos em suas escolhas de pagamento na compra dos eletrodomésticos para a casa nova? Como não identificamos um padrão nas justificativas, uma vez que foram bem variadas, analisaremos cada justificativa separadamente.

Para Bril, o principal fator foi que os móveis eram essenciais, eram prioridade, para a moradia na casa nova. Para ele os móveis eram tão importantes que acaba não levando em consideração que só iria entrar na casa daqui a 6 meses. E continua pensando assim, mesmo depois de uma intervenção do pesquisador. Mesmo tendo sido alertado, ele diz que entendeu a situação de que só iria entrar na casa daqui a 6 meses, mas opera como se fosse entrar na casa naquele momento. Não mudou sua decisão. Na perspectiva de Silva (2003), podemos dizer que **Bril ficou impermeável** às informações que lhe foram ditas, mantendo-se em suas decisões iniciais, conforme indica o seguinte diálogo:

02:29	Bril	Ta, é, na 9'b' eu pensei que, foi mal, é que por ser um eletrodoméstico são coisas mais essenciais pra sua casa né, então são coisas mais é, você tem que, você precisa meio que imediatamente.
02:45	Pesq	A casa é nova.
02:46	Bril	Você não pode ter uma casa nova pra ela ficar lá parada e você só pode pegar os eletrodomésticos daqui a seis meses, porque você precisa se alimentar e esse tipo de coisa. E aí não seria, nem tem lógica na verdade, você esperar seis meses pra você comprar tudo.
03:00	Pesq	É, mas nesse caso aí, seis meses antes de entrar na casa nova, né?
03:04	Bril	<i>É. Mas mesmo assim, eu acho melhor para se estabelecer e tal</i>
03:08	Pesq	Ai você compra agora e paga depois?
03:09	Bril	É acho melhor comprar agora e pagar depois.

Fonte: Vídeo 7.2 – grifo nosso

Essa **impermeabilização**, é reforçada no diálogo que segue, quando Bril responde sobre a forma de pagamento das Férias.

03:11	Pesq	E no caso das férias?
03:13	Bril	É, no caso das férias eu achei, eu acho mais interessante você esperar porque, assim, <i>férias são coisas que você pode remediar, você pode esperar mais um tempo pra consegui...</i>
03:23	Pesq	Ai, o que você respondeu?
03:24	Bril	É, opção 1, <i>seis prestações iguais durante seis meses que antecedem.</i>
03:30	Pesq	Aí, então, enquanto que na ‘9 b’ , você pega o produto e paga depois? Na outra você paga primeiro e usa depois?
03:38	Bril	É, porque <i>eu visei as prioridades, eu acho que eletrodomésticos pra uma casa nova vem na frente do que férias.</i>
03:39	Pesq	Tá. Obrigado.

Fonte: (Vídeo 110; 03:11 a 03:49 – grifo nosso)

Observamos que ele considera que as Férias podem acontecer depois, por isso ele paga antes; todavia, os eletrodomésticos precisam ser comprados agora, pois ele entende que: “[...] *eletrodomésticos para uma casa nova vem na frente das férias*” e assim, como precisam ser comprados agora, pois são prioridade, só podem ser pagos depois, reforçando mais uma vez que estava impermeável na forma de operar com o tempo que entraria na casa, apresentado no enunciado da situação-problema apresentada.

Para Gabi, a melhor opção era juntar dinheiro nesses meses que antecederiam a entrada na casa, para comprar os móveis à vista, e suas justificativas já foram analisadas anteriormente, sendo a principal delas oriunda de questões psicológicas, como ela mesmo definiu, e reiteradas por ela ao dizer que: “*não gosto de pagar por um produto sem tê-lo, nem depois de já tê-lo*”. A transcrição a seguir também aponta para tais questões psicológicas.

04:19	Gabi	Não. O que eu <i>pensei primeiro foi da pressão psicológica</i> ; depois eu pensei no desconto; depois eu pensei no investimento. O mais importante pra mim foi a...
-------	------	--

Fonte: Vídeo 7.4

Por outro lado, para Tom, o mais importante era chegar lá com tudo pago, conforme mostra o diálogo transcrito a seguir.

03:21	Pesq	Ah, isso é legal, então você entendeu isso... Eu vou entrar na casa nova daqui a seis meses [Tom: é daqui a seis meses.] e tenho a opção de me planejar pra chegar lá
03:28	Tom	Chegar lá com tudo pago
03:28	Pesq	com tudo pago ou quando chegar lá eu começar a pagar. Isso tá claro pra você?
03:34	Tom	Exatamente, então, por isso, eu achei melhor chegar lá com tudo pago, porque você consegue abater todas as suas dívidas e ficar mais livre, um conforto maior depois de você já estiver lá você pode se enrolar em dividas depois ou não, tanto faz é um pouco indiferente em questão de dívida, mas o fato de você chegar lá com outra cabeça não influenciou, mais confortável.

Fonte: Vídeo 7.10

As expressões “*ficar mais livre*” e “um conforto maior depois de você já estiver lá” são objetos que Tom utiliza para operar na direção de pagar tudo logo, e por isso toma a decisão de pagar antes, para ficar livre, e não se “*enrolar em dívidas depois*”. Entendemos o seu discurso aponta para um comportamento, nessa situação, que se enquadra no efeito psicológico de aversão a dívidas, uma vez que Lu tem uma postura semelhante a de Tom, escolhendo sempre por pagar antes independente da opção, dizendo que se planejava para “*ir pagando*” de modo que chegasse à casa nova com tudo pago, conforme indicam as falas a seguir.

04:29	Lu	Sim é melhor. Porque aí já vai chegar na casa nova, com seus eletrodoméstico já vai ta tudo pago
04:35	Pesq	Tudo pago, tudo bonitinho
04:36	Lu	Sendo que antes você tava morando em algum outro lugar, você num tinha a necessidade de, sei lá... de ter aquilo imediatamente e aí você, você pode, tipo, juntar o dinheiro e ir pagando pra depois você ver os eletrodomésticos e num tem problema nenhum. Eu acho.

Fonte: Vídeo 7.12

Para Mari, a necessidade dos eletrodomésticos era o principal fator para a tomada de decisão. Apesar de ter escolhido pagar depois, ela considerou que saber os

gastos que a pessoa tinha antes de morar na casa nova também seria importante nesse processo de tomada de decisão. Sobre isso, ela comenta:

05:17	Mariana	Mas também eu ficaria na dúvida, porque eu não sei de onde a pessoa vem, se ela já tinha uma casa? Se ela já tinha que pagar aluguel ou alguma outra coisa... eu não sei quais são as condições anteriores a compra dessa casa nova, então se ela, por exemplo, morava com os pais, não tinha gastos tão altos com casa e tudo mais, então eu acredito que seria melhor mesmo ela planejar e pagar tudo antes e entrar na casa nova com tudo pronto. Agora se ela tinha outros gastos, já antes, pra mim não faria tanta diferença ser antes ou depois. Entendeu?
-------	---------	---

Fonte: Vídeo 7.12

Na mesma direção operou Sami, dizendo que a necessidade seria o principal fator para a sua decisão de comprar e pagar depois. Outros pontos que ele comentou já foram considerados anteriormente na análise da situação da tarefa 9c.

Finalmente, temos Buco que afirma que pagar depois seria melhor, pois as parcelas são iguais nos dois casos. Entretanto, ele considera que poderia escolher a outra opção, mudando assim de decisão, ao avaliar uma questão que não tinha pensado antes. Ele diz:

06:00	Buco	É. Não, mas agora eu parei pra pensar. Porque eu não levei em consideração que talvez quando eu entrasse na casa nova, eu teria despesas que não seriam essas, então seria melhor juntar pra poder comprar.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 7.12

Ele reavalia a situação quando identifica uma possibilidade de ter despesas além daquelas com os eletrodomésticos. Diante disso, ele diz que talvez fosse melhor mudar de decisão, de forma a “Juntar para poder comprar”, o que seria equivalente a escolher pagar antes (opção I) do que depois. Encerramos assim o tópico analítico 2.

Tópico Analítico 3

Após examinarmos os significados produzidos pelos estudantes para a Tarefa 9, passemos para a outra tarefa realizada no encontro. Antes, porém, é preciso salientiar alguns pontos que julgamos oportunos antes de mergulharmos na análise do que os alunos disseram.

Nessa segunda parte do Encontro 7 buscamos, com a Tarefa 10, convidar os participantes a pensarem na relação entre o percentual de desconto no pagamento à vista e a taxa de juros do financiamento em parcelas iguais, dito “sem juros”, e como isso poderia (ou seria) levado em consideração para buscar e avaliar alternativas de financiamento, incluindo as não propostas pelo vendedor.

A figura a seguir apresenta uma parte dessa tarefa, incluindo a situação financeira na forma de uma situação-problema juntamente com duas primeiras perguntas feitas aos participantes.

Sua família precisa comprar uma geladeira nova. Chegando à loja, sua mãe escolhe o modelo e pergunta ao vendedor o valor. Ele informa que a Geladeira custa 2000 reais, e oferece duas opções de pagamento:

Opção 1 - à vista, com um desconto de 10%.

Opção 2 - a prazo, em 10 vezes sem juros, no cartão.

a) Se você pudesse comprar a geladeira à vista, diga qual estratégia utilizaria para comprar a geladeira.

b) Qual a taxa de juros desse financiamento. Utilize a tabela abaixo para ajudar, caso precise.

N. parcelas	Percentual de desconto sobre o preço de tabela na compra à vista									
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
2	0,67%	1,36%	2,05%	2,77%	3,49%	4,23%	4,98%	5,74%	6,52%	7,32%
3	0,50%	1,02%	1,54%	2,07%	2,61%	3,16%	3,72%	4,29%	4,87%	5,46%
4	0,40%	0,81%	1,23%	1,65%	2,08%	2,52%	2,97%	3,42%	3,88%	4,35%
5	0,34%	0,68%	1,02%	1,38%	1,73%	2,10%	2,47%	2,85%	3,23%	3,62%
6	0,29%	0,58%	0,88%	1,18%	1,49%	1,80%	2,11%	2,44%	2,76%	3,10%
7	0,25%	0,51%	0,77%	1,03%	1,30%	1,57%	1,85%	2,13%	2,41%	2,71%
8	0,22%	0,45%	0,68%	0,92%	1,15%	1,40%	1,64%	1,89%	2,14%	2,40%
9	0,20%	0,41%	0,61%	0,82%	1,04%	1,26%	1,48%	1,70%	1,93%	2,16%
10	0,18%	0,37%	0,56%	0,75%	0,94%	1,14%	1,34%	1,55%	1,75%	1,96%
12	0,15%	0,31%	0,47%	0,63%	0,80%	0,97%	1,13%	1,31%	1,48%	1,66%
18	0,11%	0,21%	0,32%	0,43%	0,55%	0,66%	0,78%	0,89%	1,01%	1,13%
24	0,08%	0,16%	0,25%	0,33%	0,41%	0,50%	0,59%	0,68%	0,77%	0,86%
36	0,05%	0,11%	0,17%	0,22%	0,28%	0,34%	0,40%	0,46%	0,52%	0,58%

Figura 9.19 - Tarefa 10 (itens a e b)

Fonte: Elaborada pelo autor.

Antes da análise, faremos alguns comentários sobre o desenho dessa tarefa. A partir da ótica do agente racional, incluindo as ferramentas da matemática financeira, situações como essa geralmente são analisadas por meio de dois caminhos (estratégias) diferentes: pelo valor do dinheiro no tempo ou pela taxa de juro do financiamento. Pelo

valor, basta comparar o valor à vista, com o valor presente da série de pagamentos, descontada pela taxa mínima de atratividade do comprador. Para tomar a melhor decisão, basta escolher o menor destes valores, pois queremos pagar menos. Essa abordagem foi investigada, inclusive, no Encontro 8. No outro caminho, analisando pela taxa, basta comparar a taxa de juro do financiamento com a taxa de investimento que o comprador dispõe. Se as taxas forem iguais, as opções são equivalentes; se não forem, basta considerar que se a taxa de investimento do comprador for maior que a taxa do financiamento, então é melhor comprar a prazo, e caso seja menor, o melhor é o pagamento à vista. Mas, como já mencionamos em outras partes dessa tese, encontrar taxas não costuma ser uma tarefa fácil, principalmente nesse nível de ensino e sem ferramentas como uma planilha eletrônica, calculadora financeira ou algum aplicativo digital destinado a esse fim.

Nessa tarefa investigaremos como os estudantes lidam com essa comparação entre taxas, e como usam isso na tomada de decisão. A tabela foi inserida para ajudar os participantes na obtenção das taxas de financiamento, em função do desconto e do prazo oferecidos, retirando assim a necessidade do trabalho computacional que normalmente seria exigido deles, com a tecnologia disponível, para encontrar tais taxas, o que poderia desviar a atenção e o pensamento desses alunos dos nossos objetivos para essa tarefa. Além disso, o processo de obter taxas de financiamentos já fora examinado na fase 2 de nossa pesquisa e na fase 3, com prazos curtos ($n < 3$) na análise do encontro 6.

Outro ponto preliminar que nos parece muito importante é de cunho pedagógico e está associado ao ensino de matemática financeira. É muito comum encontrarmos nos livros didáticos de matemática para o Ensino Médio, tais como (DANTE, 2008; IEZZI et al, 2011), questões com situações semelhantes a apresentada nessa tarefa. Tais livros orientam os alunos a fazerem a análise pelo valor, usando a taxa mínima de atratividade. E esse caminho é bem pertinente e rico em oportunidades didáticas. Porém, como as taxas que nos pagam costumam ser menores que as taxas que nos cobram, esse tipo de problema importante acaba parecendo, digamos, inútil, uma vez que todas as contas apontariam que o melhor seria pagar à vista, uma vez que nossas taxas não conseguiriam “acompanhar” – ser maiores – que as taxas do mercado.

Para tentar resolver isso, os livros costumam usar TMAs irreais, tais como: “uma pessoa tem disponível uma taxa de 8% ao mês, durante 1 ano”. Apesar de não ser impossível tal rentabilidade, ela está muito, mas muito longe, de ser usual. Discutir múltiplos significados e aplicações para essa taxa, em diferentes perspectivas, como

fizemos nos encontros 6 a 8, podem contribuir para uma melhor compreensão de sua importância no ensino de matemática.

Após tais considerações, passemos então à análise da produção de significados dos estudantes para a tarefa 10.

Inicialmente, buscamos nos certificar se todos os estudantes entenderam os dados que a tabela fornecia, perguntando isso a eles. Além disso, pedimos a cada um deles que nos explicassem o que haviam entendido. Carlos e Sami demonstraram que entenderam, mas os outros participantes não. Então demos a seguinte explicação:

02:10	Pesq	Ok. Lu você qual interpretação você deu a essa tabela? [Lu balança a cabeça com um não]. A Mariana nem deu tempo porque ela tava aqui na entrevista né, Gabi [Gabriela] não ficou no, Gabi não veio na aula passada, você também não. Então, a ideia dessa tabela é o seguinte: na primeira linha, essa parte escura, ela dá o percentual de desconto à vista. Então, você tem aí, o percentual de desconto sobre o preço na tabela na compra à vista. Tudo bem? Depois, você tem o número de parcelas do financiamento, o número de parcelas do financiamento, e cada elemento dessa matriz aí, dessa tabela, representa a taxa de juros escondida, embutida num financiamento, que tem esse número de parcelas para esse percentual de desconto, à vista. Então, por exemplo, pra quem oferece 5% de desconto à vista, você vai lá na coluna do 5%. Você pode pagar com 5% de desconto à vista ou eu parcelo pra você em três vezes sem juros, então que elemento vai ser esse, três vezes sem juros?
-------	------	---

Fonte: Vídeo 7.13

Depois disso os alunos registraram suas respostas nas folhas. Todos conseguiram encontrar a taxa de 1,96% ao mês, respondendo ao item b. A maioria dos participantes (88%) responderam que preferiam a opção I, pagar à vista. As justificativas foram muito curtas, baseando-se em expressões como: “pelo desconto”, “com o desconto fica mais atrativa”, “economia de 200 reais”, “menor custo”. Gabi apresenta que a “pressão psicológica” também a motivaria a comprar à vista, numa clara evidência, como vimos em suas falas anteriores, de que não gosta de financiamentos porque “fica aquela pressão de ter que pagar todo mês”.

A estudante Mari foi a única participante que optou pela opção II – pagar a prazo, apresentando a seguinte justificativa:

Opção II. Com a escolha dessa opção eu não precisaria desembolsar 1800 reais em um único mês. Como não haverá juros, as parcelas serão fixas e dá para conciliar com outros gastos mensais da família, mesmo que o valor aumente um pouco. Considerando que a compra da geladeira é de necessidade imediata. (Mari, Folha de tarefa)

Identificamos que Mari opera na direção do orçamento familiar, atenta e preocupada com os gastos totais, levando em consideração que o valor a ser financiado seria um desembolso alto para um único mês, enquanto que as parcelas dariam “para conciliar com outros gastos mensais da família” ainda que o valor da prestação fosse um pouco maior, na comparação com o preço à vista.

Todavia, um outro aspecto nos chamou atenção em sua ação enunciativa. Ela diz que: “*como não haverá juros, as parcelas serão fixas*”. Para ela, a ideia de parcelas fixas implica em não ter juros. Além de ser mais difícil enxergar juros no sistema francês de amortização (parcelas fixas) do que nos outros sistemas, pois cada parcela, como já analisamos anteriormente, tem um juros decrescentes e amortizações crescentes de modo a gerar prestações iguais, temos adicionalmente que a mensagem da loja: “10 vezes sem juros”, corrobora para que as pessoas pensem que realmente não há juros no pagamento a prazo diante de desconto no pagamento à vista. Além disso, muitas pessoas acabam olhando para o preço à vista como uma mera oportunidade, e não como o verdadeiro valor do preço à vista. A utilização dessa estratégia psicológica pelo mercado, inserindo um chamariz, criando uma âncora para que as pessoas tomem como referência 2000 e não 1800, e por fim formulando as opções de modo que as pessoas enquadrem como ganho – desconto de 10% para pagamento à vista ou 10 vezes sem juros, e não como perda – 1800 à vista, mas com juros de 1,96% em duas vezes, parece cumprir muito bem o seu papel para algumas pessoas.

Em seguida, passemos a analisar as perguntas c e d. Para a pergunta “*c) E se você não tivesse dinheiro para comprar à vista, que estratégia utilizaria para comprar a geladeira?* ”, as respostas foram as seguintes:

Parcelaria, porque uma geladeira é necessária para manter os alimentos comestíveis e não estragados, por exemplo. (Carlos)

Parcelaria no número mínimo de parcelas que tivesse um impacto não tão forte no orçamento. Em quatro parcelas de R\$ 500,00, para mim, seria ideal. (Sami)

Compraria a prazo, pois a geladeira é um item essencial. (Bril)

Utilizaria a opção II, pois como a geladeira é item muito necessário, comprá-la a prazo economizaria mais do que comprá-la à vista daqui a 9 meses, levando em consideração como armazenar os alimentos. (Buco)

Eu daria o máximo de entrada possível e dividiria em um número menor de parcelas. (Mari)

Compraria a prazo, no mínimo possível de vezes sem juros, no catão (opção 2). Até porque uma geladeira é um item essencial pra mim. (Gabi)

Parcelaria. (Lu)

Partindo da necessidade de uma geladeira, e que eu tenha uma antiga, que ainda gele(faça o papel de geladeira). Ainda assim compraria parcelada. Pois teria menos gastos e mais conforto a longo prazo. (Tom)

A motivação central nessas justificativas foi a necessidade do aparelho, que estava apresentada no enunciado. Mas duas falas nos chamaram atenção.

A primeira, foi a de Gabi, ao dizer que compraria em um número mínimo de vezes. Mais, uma vez, se ela não pode comprar à vista, só lhe restaria comprar a prazo, e sendo assim quer fazer isso de modo que o financiamento demore o menor tempo possível. Mais uma vez ela opera preferencialmente com o prazo do financiamento, pois como sabemos, Gabi não gosta de ficar devendo a ninguém. O modelo do pensamento racional, das teorias econômicas tradicionais, não parece descrever muito bem as decisões de Gabi. Mari opera na mesma direção, ao dizer que “daria o máximo de entrada possível e dividiria em um número menor de parcelas”. Ainda que pagar em mais vezes pudessem lhe trazer algumas vantagens, tais como aliviar o seu fluxo de caixa mensal, ou ainda obter algum dinheiro, investindo a diferença entre o valor da parcela que vai pagar (prazo menor) e a de que poderia pagar (prazo maior em 10 vezes), gerando valor com a operação a partir de um mesmo custo, elas preferem pagar rápido. Assim, a aversão a dívidas, caracteriza pela expressão “pressão psicológica” de Gabi, e a relação entre custos e benefícios parecem descrever melhor esses comportamentos em mais uma situação.

Para a pergunta “*d) Qual a decisão que a maioria das pessoas que você conhece tomaria nessa situação? Justifique sua opinião. Em que aspectos?*”, as respostas foram as seguintes:

Parcelaria, porque ia ficar bem mais em conta o valor se pagar em cada mês. (Carlos)

A grande maioria que eu conheço parcela, por conta da incapacidade de comprar à vista. Os carnês de lojas de eletrodomésticos são famosos muito por isso. (Sami)

Tomariam a mesma decisão pois como disse, a geladeira é um item essencial. E mesmo que não fosse, acho que as pessoas iriam optar pela compra a prazo. (Bril)

A maioria das pessoas escolheria a opção II, pois a necessidade faria com que a geladeira chegasse mais rápido. (Buco)

Eles parcelariam, avaliando que sua necessidade de compra é imediata. (Mari)

Compraria parcelado, pela necessidade da geladeira e tudo mais. (Gabi)

A maioria parcelaria, pois não há o hábito de guardar dinheiro entre as pessoas que eu conheço. (Lu)

Acho que todos prefeririam o maior conforto, mesmo que valha 100 reais a mais no final. (Tom)

Identificamos que todos eles respondem que a maioria das pessoas que conhecem comprariam a prazo. Apesar de não podermos verificar se isso realmente aconteceria, entendemos que esse comportamento de parcelar em várias prestações, quer seja diante da impossibilidade do pagamento à vista, quer pela falta de planejamento ou hábito de não guardar dinheiro, expressa a visão que os alunos têm do comportamento das pessoas.

Enquanto os alunos terminavam de responder às duas últimas perguntas, julgamos pertinente fazer mais algumas perguntas para ampliar a discussão sobre o uso da taxa de juro “escondida”, conforme nossa ideia inicial no desenho da tarefa. Assim, apresentamos as seguintes perguntas aos alunos:

- e) Se o seu banco oferecesse uma taxa de 1,5% ao mês, que estratégia de compra você utilizaria em relação ao cenário inicial?
- f) Dado o financiamento em 10 vezes, como o desconto à vista modificaria sua decisão?
- g) Dado um desconto de 10% à vista, como o número de parcelas modificaria sua decisão?

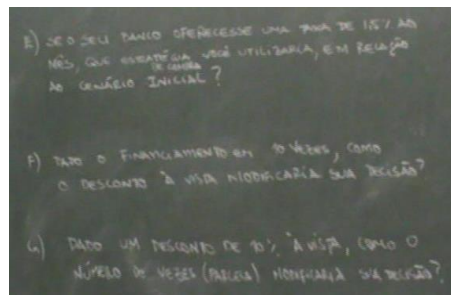


Figura 9.20 – Perguntas complementares da Tarefa 10

Fonte: Elaboradas pelo autor

Para a pergunta e, as respostas registradas na folha foram as seguintes:

Pegaria com o Banco e parcelaria em 10X o empréstimo, pois mesmo assim o valor seria inferior ao de 2.000 reais. (Carlos)

Com base na tabela, apenas as situações com taxa maior que 1,5%, com 10% de desconto, quase todos os números de parcelas são piores inclusive. (Sami)

Usaria a ajuda do Banco e pagaria a prazo em 10X, pois a taxa de juros é menor. (Bril)

Pegaria 1.800 reais emprestado com o banco e compraria à vista a geladeira, pagando parcelado este valor com o Banco. As novas parcelas teriam uns juros de 1,5% ao mês diferentemente de 1,96% do parcelamento da loja, ocasionando no total um valor inferior a 2.000, que seria pago à loja. (Buco)

Eu pegaria 1.800 de empréstimo com o Banco porque a taxa em cima das parcelas, passaria a ser de 1,5% contra 1,96% o que implica em um valor final inferior de 2.000 reais. (Mari)

Como segundo a tabela, o juro mensal seria de 1,96%, ou seja, maior que a taxa do banco e parcelando em 10 parcelas, a dívida final seria menor do que parcelando em 10X no cartão direto. (Gabi)

Pegaria o dinheiro como o banco pois o a taxa do banco é menor. (Lu)

Seria mais viável pegar no Banco R\$ 1.800,00 com uma taxa de 1,5% ao mês em 10 meses, do que pagar R\$ 2.000. (Tom)

Todos os alunos disseram que fariam o financiamento com o Banco, comparando a taxa de juro de 1,96% cobrada pela loja com a taxa de 1,5% cobrada pelo Banco na Situação-problema. Buco e Mari falam sobre a estratégia que usariam, enfatizando que 1.800 reais seriam suficientes como valor do empréstimo, o que geraria uma parcela menor que a oferecida, apesar de não calcularem o valor dessa prestação. A comparação envolveu apenas as taxas que eles constituíram com objetos que utilizaram em suas análises.

Alguns participantes tinham um trabalho escolar para fazer com outro grupo de alunos após as 15h, e por isso, nem todos responderam às perguntas *f* e *g*. As respostas agrupadas dos alunos que puderem ficar para essas duas últimas questões estão apresentadas a seguir.

Caso o financiamento se mantivesse em 10 vezes, um maior desconto à vista me faria optar por um pagamento à vista.

O número de vezes modificaria conforme o meu orçamento mensal, mudando até a minha decisão para um pagamento à vista se este fosse alto. (Buco)

Quanto maior o número de parcelas, maior a porcentagem de juros totais que irão incidir sobre o valor de 1.800 reais. No final irá pagar a mesma coisa. Não é por isso!

Eu pegaria uma quantidade de parcelas que o valor de cada parcela coubesse no meu orçamento mensal. (Mari)

À vista é melhor, mais proveitoso, porque a dívida inicial é menor. No final das contas você paga menos.

O número de parcelas afetaria minha decisão no sentido do valor da parcela. Eu tentaria conciliar o menor número de parcelas possível com um valor mensal mais seguro. (Gabi)

Ao observarmos as respostas para essas duas perguntas, identificamos que Mari opera, neste momento, com o total de juros pagos e não com a taxa de juro do financiamento. Isso fica claro, quando diz que “quanto maior o número de parcelas maior a porcentagem de juros totais que irão incidir sobre o valor de 1.800 reais. Perguntamos sobre a taxa, mas ele respondeu em relação ao valor total pago de juros. Nos parece que ela substituiu o problema apresentado por outro problema que lhe parecia mais comum, que é a situação padrão de termos um valor fixo a ser financiado, com a prestação calculada a partir da taxa e do prazo dados, o que não é o que acontece nessa pergunta.

Para Buco, o aumento no desconto e uma mudança no prazo do financiamento seriam fatores que poderiam leva-lo a pagar à vista. Não identificamos uma análise mais detalhada de porque ele opera nessa direção.

Gabi continua operando pensando que sempre é melhor pagar à vista, quando possível é claro, e diz na última pergunta que procuraria realizar o financiamento no menor prazo possível.

Finalizamos assim nossa análise, aproveitando para ressaltar que variedade e interligação dos significados matemáticos e não matemáticos que emergiram das ações enunciativas dos estudantes para financiamento, incluindo aspectos que não costumam ser abordados em livros didáticos de matemática, por exemplo, tais como pensar na importância dessa taxa embutida na construção de uma informação de referência para procurar alguma instituição que porventura ofereça uma taxa menor que a loja em questão, quando sua taxa mínima de atratividade é menor que a taxa do banco, o que acontece na grande maioria dos casos.

Análise do Encontro 8.

O encontro 8 ocorreu em 24 de agosto de 2015, e teve aproximadamente 2 horas de duração, das 13h às 15h, contando com a participação dos estudantes Sami, Sthal, Wag, Penta, Carlos, Lu, Mari, Tom, Bril, Gabi e Buco, formando um único grupo com 11 alunos.



Figura 9.21 – Participantes do Encontro 8.
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a presença voluntária de cada um deles. Em seguida, distribui e apresenta a tarefa 11, envolvendo a situação financeira hipotética em que um jovem que começa a trabalhar, e após três anos de planejamento financeiro, já tem uma poupança de 30 mil reais. O dinheiro, para ele, tem uma rentabilidade de 6% ao ano. Nesse momento, ele resolve comprar uma moto para melhorar sua locomoção e qualidade de vida, e precisa decidir se compra a moto à vista, usando parte do dinheiro de sua poupança, ou se compra a prazo, financiando a moto com o vendedor. Os estudantes nessa tarefa são então convidados a se colocar no lugar desse jovem para tomarem suas decisões. São realizadas 3 perguntas a partir dessa situação, cada uma compondo um possível cenário que muda em função da taxa de retorno do investimento poupado.

Nosso objetivo nesse encontro era investigar como os estudantes utilizariam as informações, que objetos constituiriam, as operações e a lógica dessas operações quando diante de uma situação em que o dinheiro de um objetivo poderia ser utilizado para outro objetivo. Além disso, enquanto que de um lado tínhamos uma quantia aplicada em um investimento a uma dada taxa, do outro tínhamos a aquisição de um bem de consumo, que poderia ser comprado à vista ou financiado com outra taxa. O que os estudantes preferiram: usar parte do dinheiro guardado para pagar à vista ou pagar parcelado e não usar o dinheiro acumulado? Quais significados e conhecimentos os estudantes produziram para essa situação? Como iriam usar e/ou comparar essas taxas?

Que tipo de estratégia seria predominante? Quais as justificativas para as decisões tomadas? O comportamento deles seria bem enquadrado pelo viés da contabilidade mental, considerando os valores em contas separadas ou a situação como um todo? Todas essas perguntas nos ajudaram a dar mais um passo na composição das respostas às nossas duas perguntas de pesquisa.

Tarefa 11 – Contabilidade Mental e Tomada de Decisão.

Você começou a trabalhar há 3 anos e já conseguiu juntar 30 mil reais, com o objetivo de comprar seu apartamento até daqui a 5 anos. Você pode resgatar parte ou até o valor integral de sua poupança quando quiser. Você investe esse seu dinheiro em uma aplicação que rende 6% ao ano. Para não precisar acordar tão cedo para trabalhar, você resolve comprar uma moto nova, cujo valor à vista é 8 mil reais. Após pesquisar o produto que queria, a melhor taxa de financiamento da moto que você encontrou foi de 12% ao ano.

- a) Qual estratégia você utilizaria para comprar a moto?

- b) E se o seu rendimento fosse de 14% ao ano?

- c) E se o seu rendimento fosse de 11% ao ano?

Figura 9.22 – Tarefa 11 realizada no Encontro 8
Fonte: Elaborada pelo autor

Apresentação resumida dos momentos-chave.

- 1) Pagar à vista foi a decisão unânime no primeiro cenário. Em diversas falas emergiu a ideia de que era a decisão mais simples a ser tomada. Identificamos uma variedade de argumentações baseadas nas taxas e no valor do dinheiro no tempo, juntamente associadas a questões de tranquilidade, simplicidade e segurança, para justificar a decisão a favor da compra à vista, as quais categorizamos em quatro grupos: (i) alternativa que permitia “fugir” da cobrança de juros; (ii) taxa do financiamento mais alta que a taxa de retorno disponível; (iii) aversão a dívidas e (iv) alternativa mais simples, natural e viável disponível. **Há, portanto, vários significados**

produzidos, para uma mesma situação gerando diferentes justificativas para a mesma decisão financeira.

- 2) Além disso, outras justificativas particulares foram apresentadas pelos estudantes para suas decisões de comprar à vista, dentre elas temos: (i) o objetivo para o dinheiro poupado ser de longo prazo; (ii) reduzir riscos ao manter um financiamento, caso alguma coisa acontecesse; (iii)
- 3) Identificamos, que para alguns dos sujeitos da pesquisa, em especial o aluno Buco, os 8 mil aplicados no montante de 30 mil poderia ter um efeito maior do que separado (8 mil gastos com a compra da moto). Buco opera como se os ganhos dos 8 mil junto dos 30 mil, a uma taxa de 6%, pudessem ser maiores do que os juros de 12% ao ano cobrados no financiamento sobre os mesmos 8 mil. Pelo menos quatro alunos, em momentos diferentes do encontro, apresentaram um raciocínio semelhante.
- 4) Observamos que Sthal operou de outra forma, para justificar sua decisão de pagar à vista. Ele determinou o valor médio que essa pessoa precisou investir por ano, a uma taxa de 6% ano, durante os 3 anos anteriores, para acumular os 30 mil guardados até aquele momento. Para isso usou uma representação temporal, para construir uma equação que modelasse o problema que ele gerou a partir dessa situação, calculando o valor do depositado anualmente para se atingir o montante de 30 mil em 3 anos. A partir do cálculo desse aporte anual, ele descobriu que o valor anual depositado era maior que o valor da moto. Daí concluiu que bastaria deixar de poupar um ano, para pagar a moto.
- 5) No segundo cenário (item b), o aumento da taxa de retorno de 6% para 14%, promoveu vários debates e conjecturas sobre a possibilidade de pagar a prazo ser mais vantajosa que pagar à vista, ou seja, de ser possível ganhar algum dinheiro na operação. Entretanto, ao final, mesmo com a taxa de retorno do investimento sendo maior, a maioria dos estudantes (8 de 11) disseram que manteriam sua decisão de pagar à vista. Ter o dinheiro para pagar à vista juntamente com a aversão a dívidas e a complexidade do problema na avaliação das alternativas, foram as três principais justificativas que apresentaram para manter a decisão de pagar à vista, considerada

diversas vezes por eles como a decisão mais simples, sem necessidade de muitos cálculos.

- 6) Bril busca saber o valor da prestação do financiamento, e um possível prazo de financiamento e opera com esses objetos na direção de avaliar a situação a partir do valor que vai pagar mensalmente no financiamento.
- 7) Além desses argumentos, Gabi apresenta um questionamento baseado em como seria a estratégia de pagamentos e investimentos, colocando em cheque a ideia de alguns colegas de que o rendimento de 14% incidiria necessariamente sobre os 30 mil, uma vez que as parcelas do financiamento poderiam ser pagas por meio do salário ou com saques do valor poupado, o que, segundo ela, poderia interferir na rentabilidade total.
- 8) Ao olharmos para a maioria dos significados produzidos pelos participantes, entendemos que a maioria dos participantes desse grupo optou por não levar em consideração a oportunidade de obter algum retorno financeiro no cenário em que a taxa mínima de atratividade apresentada era maior que a taxa de juro do financiamento, o que só foi considerado ao final por dois estudantes que disseram que pagariam a prazo se a taxa fosse de 14%. Além disso, em diversos momentos a complexidade do problema contribuiu para que os participantes optassem pela decisão que lhes parecia mais simples, natural e segura.
- 9) Finalmente, não identificamos nessa tarefa a presença de um comportamento dos estudantes rotulando o dinheiro ao objetivo. Com isso não vemos os participantes optando por financiar para não mexer no dinheiro pois o mesmo tinha um objetivo específico.

Investigação detalhada dos momentos-chave do Encontro 8.

Antes de investigarmos os momentos-chave, que serão divididos em grupos denominados tópicos analíticos, faremos uma análise da situação apresentada na tarefa 11 tomando como base as teorias econômicas tradicionais, ou seja, do ponto de vista da matemática financeira e da otimização das despesas e dos retornos envolvidos.

Essa tarefa apresenta uma situação financeira muito comum para as pessoas que optam e conseguem juntar dinheiro para um determinado fim, e que após um certo tempo antes de atingir a meta final, se vêm diante de outras demandas de consumo que, por necessidade ou outro motivo, também consideram importantes. Diante dessa situação, é preciso decidir entre comprar à vista usando o dinheiro guardado, que rende a uma determinada taxa média, ou ainda sem mexer nesse dinheiro (o que nem sempre é possível), ou comprar a prazo, pagando por vezes juros nesse financiamento. O que queremos investigar, portanto nessa tarefa, é como os estudantes encararam essa situação, que significados e conhecimentos produziram, quais as decisões tomadas e as justificativas apresentadas, envolvendo tanto as construções matemáticas como os aspectos não matemáticos que emergiram durante o encontro.

A situação aqui apresentada foi inspirada em uma situação pessoal que vivenciamos alguns meses antes de iniciarmos essa fase 3, e também em nossas leituras sobre o viés da contabilidade mental, principalmente em Kahneman (2012) e Nofsinger (2006). Em especial, sobre situação semelhante, Nofsinger comenta que não é incomum as pessoas terem dinheiro aplicado que rendem pouco (a poupança no Brasil, por exemplo), mas, no entanto, tomam empréstimos com altas taxas de juros, perdendo dinheiro.

Analisando pela perspectiva das teorias econômicas tradicionais, ou seja, da otimização do saldo final acumulado, após a compra do bem em questão, temos que a melhor decisão é comprar à vista no primeiro cenário pois a taxa de retorno do investimento (6% ao ano) é menor que a taxa de juro do financiamento (12% ao ano). Nesse caso, basta uma comparação entre as taxas para tomar a decisão. Uma outra maneira de entender que apenas uma comparação entre taxas é suficiente para resolver o problema, é pensar que ao invés de remunerar a loja a 12% ao ano, a pessoa pode escolher se remunerar a 12% ao ano, pagando as prestações para si, ao invés de ser remunerado a 6% ao ano.

Contudo, também podemos analisar, olhando para os valores se transformando ao longo do tempo. Por exemplo, se considerarmos um financiamento com prazo de 1 ano e taxas de retorno do investimento e de juro do financiamento iguais a 0,5% ao mês e 1% ao mês⁶⁹, respectivamente, para quem compra à vista, o acumulado ao final de 1 ano poderá ser no máximo de 32.124,91, enquanto que para quem opta por comprar a prazo, o valor acumulado será de 31.850,33. Estamos desconsiderando possíveis aportes adicionais, pois nesse caso, eles aconteceriam nos dois casos.

De fato, para quem comprou a prazo, pagou ao final de 1 ano 12 prestações de 710,79 para a loja, quitando a moto, e terá acumulado na “poupança” $30.000 \times 1,005^{12} = 31.850,33$. Por outro lado, quem paga à vista, entrega 8 mil para a loja hoje e deixa os 22 mil aplicados, e terá um montante igual a $22.000 \times 1,005^{12} = 23.356,91$ reais. Mas além disso, poderá investir o valor das prestações, uma vez que não vai gastar com o financiamento, gerando um montante⁷⁰ igual a $710,79 \times \frac{(1,005^{12}-1)}{0,005} = 8.768,00$ reais, totalizando um valor futuro total de $23.356,91 + 8.768,00 = 32.124,91$, que é maior que os 31.850,33 gerados pela estratégia de pagar a prazo.

Mas se a taxa de retorno muda para 14%, a melhor decisão passa a ser pagar a prazo, ainda que a taxa de juro do financiamento seja de 12% ao mês. Utilizando a mesma forma de operar com esses objetos, para quem compra à vista o acumulado após um ano será de R\$ 34.384,17, menor do que o valor de R\$ 34.480,26 para quem compra a prazo.

Um de nossos objetivos com a análise que acabamos de apresentar, antes da investigação da produção dos estudantes, é de apenas apresentar uma, das muitas formas possíveis de operar com os objetos que constituímos, inseridas em nosso processo de produção de significados, a partir de uma das possíveis perspectivas. Não temos como objetivo, nesse trabalho, enquadrar as soluções, estratégias e argumentos apresentados pelos alunos em certo ou errado, na medida que avaliamos se os alunos pensaram ou não nessa direção, mas sim entender o pensamento dos estudantes por meio do processo de produção de significados deles.

⁶⁹Assumimos, para efeitos de simplificação de cálculo, que as taxas apresentadas fossem nominais, com capitalização mensal. Ainda que usássemos taxas equivalentes as decisões seriam iguais, com uma pequena diferença nos valores acumulados.

⁷⁰Esse montante é igual ao valor futuro de uma série uniforme de 12 parcelas postecipadas de 710,79, aplicadas em seus respectivos meses a uma taxa de 0,5% ao mês.

Tópico Analítico 1 – Análise do item a da Tarefa 11 do Encontro 8.

Começaremos nossa análise apresentando um quadro sintetizando as decisões tomadas para os três cenários. A pergunta central foi: “Qual estratégia você utilizaria para comprar a moto? ”. No primeiro cenário (item a), o dinheiro guardado rendia 6% ao ano; no segundo (item b), rendia a 14% ao ano e no terceiro (item c) a 11% ao ano. O financiamento da moto custava 12% ao ano. Identificamos as seguintes respostas nas folhas de registro dos estudantes.

Quadro 9.12 – Distribuição das respostas dos participantes - tomada de decisão na tarefa 11

	À vista	A prazo (TMA=6% a.a.)	À vista	A prazo (TMA=14% a.a.)	À vista	A prazo (TMA=11% a.a.)
Buco	X		X		X	
Lu	X		X		X	
Tom	X		X		X	
Gabi	X					
Mari	X		X		X	
Bril	X		X		X	
Sami	X		X		X	
Carlos	X			X	X	
Sthal	X			X	X	
Penta	X		X			
Wag	Não	Compraria		X	X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Esses resultados iniciais mostram que a opção de pagar à vista e se livrar de um parcelamento envolvendo juros foi a decisão preferida dos estudantes. Apenas um estudante operou em uma direção diferente, dizendo que não compraria a moto. As respostas registradas nas folhas revelam que apesar de dizerem que tomariam a mesma decisão, suas justificativas nem sempre foram as mesmas. Os significados apresentados pelos alunos nesses registros indicam justificativas e estratégias variadas, com algumas interseções, conforme apresentadas a seguir.

Sami – Dados os valores, pagaria à vista pois, por uma diferença baixa de dinheiro que pago a mais ou não (parcelado c/poupança ou só à vista), prefiro ter as coisas mais claras sob como estão as finanças.

Gabi – Eu compraria à vista porque, além de não ter o estresse de pagar as prestações, o rendimento seria melhor e há a possibilidade de um desconto.

Sthal – Eu compraria à vista, uma vez que seria necessário apenas deixar de depositar na poupança durante um ano e eu não teria que arcar com os juros. Se os depósitos fossem irregulares, talvez eu tomaria outra decisão.

Penta – Eu compraria a moto à vista, utilizando parte do dinheiro da poupança, pois conseguiria recuperar esse dinheiro em um ano.

Wag – Eu não compraria a moto.

Buco – Eu pegaria 8 mil reais na poupança e compraria a moto à vista. Os 22 mil reais que restariam, eu deixaria rendendo a uma taxa de 6% ao ano. Isso faria com que eu não tivesse que pagar 12% ao ano de taxa de financiamento e ainda melhoraria a qualidade de vida e possibilitaria que eu trabalhasse melhor. Provavelmente eu conseguiria juntar mais dinheiro para comprar o apartamento.

Tom – Compraria à vista, pois como estou juntando para uma compra a longo prazo, como o total do montante, quanto menos eu gastar mais eu terei.

Carlos – Pagar a moto à vista, e continuaria juntando o dinheiro a partir dos 22 mil reais.

Lu – Pagaria a moto à vista pois os juros das parcelas da moto são maiores que a taxa de rendimento da poupança.

Bril - Pagaria a moto à vista pois não gosto de ficar endividado. Comprando à vista evito pagar os juros de 12% ao ano e ganho 6% ao ano sobre 22.000.

Mari – Eu prefiro pagar à vista porque os juros que incidiram sob as parcelas da moto fariam o valor da moto superar o rendimento que haveria se tivesse pago à vista.

Embora algumas vezes com as mesmas palavras, o que vemos é uma gama de argumentações baseadas nas taxas e no valor do dinheiro no tempo, juntamente associadas a questões de tranquilidade e segurança, para justificar a decisão a favor da compra à vista, as quais categorizamos em quatro grupos: (i) a busca pela alternativa de pagamento sem juros; (ii) taxa do financiamento mais alta que a taxa de retorno disponível; (iii) a aversão a dívidas e (iv) o objetivo para o dinheiro poupado ser de longo prazo. **Há, portanto, vários significados produzidos, para uma mesma situação gerando diferentes justificativas para a mesma decisão financeira.**

Para Buco e Bril, pagar à vista geraria um duplo retorno: deixariam de pagar juros de 12% ao ano e, ao mesmo tempo, aproveitariam o retorno de 6% do investimento. Mari e Lu já operam em outra direção, apontando que o valor pago de juros superaria o dos rendimentos mantendo o dinheiro aplicado, e por isso, não valeria

a pena pagar parcelado. Tom considera que o objetivo está longe demais, e por isso compraria à vista, pois teria muito tempo para recuperar o dinheiro. Gabi levanta a possibilidade de um desconto na compra à vista, ancorado no seu perfil novamente bem definido de forte aversão às dívidas, conforme identificamos outras vezes. Stahl calcula quanto tempo teria que depositar na poupança para pagar a moto, o que segundo ele, seria igual a 1 ano. Carlos considera pagar à vista e deixar lá os 22 mil rendendo para “[...] não me estressar mais com juros[...]”, mas em seguida avalia se poderia: “[...]ficar com mais dinheiro parcelando se meu dinheiro está rendendo lá, meus 30mil.” E finalmente, Wag afirma que não compraria a moto naquele momento.

Além dessas respostas registradas nas folhas, identificamos alguns momentos-chave s nos dados capturados em vídeo, em que os discursos dos participantes nos permitem entender um pouco mais suas decisões e as justificativas por eles apresentadas.

O primeiro momento se refere a uma intervenção feita por Buco, no início do encontro, indagando se não seria melhor comprar sempre à vista, toda vez que isso fosse possível para a pessoa. A transcrição a seguir registra esse questionamento.

01:12	Buco	Não posso comprar à vista não? É melhor comprar à vista... Não sei, não é não? Se eu posso comprar à vista alguma coisa que eu to falando, não é melhor comprar à vista, sempre?
-------	------	--

Fonte: Vídeo 8.2

Mas logo depois, Buco começa a avaliar o outro lado, apresentando um raciocínio envolvendo uma comparação entre o valor do rendimento que obteria mantendo os 30 mil aplicados e o valor gasto com a prestação. Os trechos a seguir ilustram isso.

01:48	Buco	Essa parcela que incide na poupança, se ela seria ou não maior do que a parcela que eu pagaria, por exemplo na moto. Dependendo se eu pegar 8 mil.
02:59	Buco	A minha pergunta seria se esse valor que eu teria, por ano ou por mês que aumentaria na poupança compensaria o valor que eu pagaria de juros é, na moto?
03:24	Pesq	Não entendi muito bem o que você está falando
03:27	Buco	Minha ideia é se eu ganharia mais dinheiro retirando os 8mil e comprando a moto à vista, eu ficaria com mais dinheiro com isso, ou se eu parcelasse e deixaria rendendo é... Os 30mil na poupança?

Fonte: Vídeo 8.2

Um fato que nos chamou atenção nesse momento foi que Bucu opera como se os ganhos dos 8 mil junto dos 30 mil, a uma taxa de 6%, pudessem ser maiores do que os juros de 12% ao ano cobrados no financiamento sobre os mesmos 8 mil. Ele compara 8 mil com 30 mil, descartando em alguns momentos, a presença dos 22 mil, desconsiderando que ao retirar os 8 mil, 22 mil continuam aplicados.

Uma maneira de representar essa conjectura que Bucu levantou seria considerar que $30.000 \times 1,06 > 22.000 \times 1,06 + 8000 \times 1,12$, o que não é verdadeiro. Todavia, essa era a forma como estava considerando que talvez fosse possível.

Identificamos que além de Bucu, Sami e Carlos também pensavam de forma semelhante, conforme mostram os trechos a seguir.

09:04	Sami	[...], mas tipo, tem uma diferença entre eles, porque <i>com 8mil você não pode considerar ele sozinho dentro da poupança, você tem que considerar com 30</i> , porque se você fizer 8mil, eu não sei se... Não sei se vai dar certo
04:54	Carlos	Estava querendo ver se de repente eu pagando parcelado e pagando com 12% ao mês, ao mês não ao ano, pagando 12% ao ano, chegaria a um valor inferior ao que daria aos meus 30mil, está entendendo? Tipo assim, se eu pegasse, vamos supor, que eu gastasse com juros 10mil na moto, aí meus 30mil, meus 30 mil vão render pra sei lá... 40mil, vamos supor, números hipotéticos, só que em compensação eu ficaria... Se eu não fizesse isso, eu ficaria com 25mil e uns quebrados com juros e aí a moto se tornaria 8mil, entendeu? [Pesq: então você ta... ta..] eu ganharia, eu posso ganhar mais dinheiro[pesq: você pode ganhar...ganhar...] <i>eu posso ficar com mais dinheiro parcelando se meu dinheiro está rendendo lá, meus 30mil</i>

Fonte: Vídeo 8.2 – grifos nosso.

Identificamos, portanto, que para eles 8 mil aplicados no montante de 30 mil poderia ter um efeito maior do que separado (8 mil gastos com a compra da moto). Esse pensamento apareceu também um pouco mais adiante, na fala de Bril, quando diz que:

19:06	Bril	Calma aí é... não seria tipo, mais vantagem também pagar à vista porque esses 14% ao ano ia incidir sobre os 30mil e não sobre os 22 mil?
-------	------	---

Fonte: Vídeo 8.5

Ao final dessas explicações, que nos permitiram entender a forma que esse grupo formado por Bucu, Carlos e Sami estavam operando, fizemos a seguinte pergunta:

09:24	Pesq	Pensa o seguinte: pega uma poupança de 22mil, uma poupança de 8mil, a essa taxa aí. Aí você calcula quanto vai dar cada um e no final você soma. Mas lá no final você soma. Depois faz uma poupança de 30mil e faz a mesma coisa.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 8.2.

As respostas foram:

09:40	Gabi	Dá a mesma
09:40	Sami	Dá no mesmo

Fonte: Vídeo 8.2.

Um outro momento chave que nos chamou atenção foi quando Stahl explica sua estratégia para tomar a decisão de pagar à vista. A transcrição a seguir mostra esse momento.

09:51	Stahl	Eu só calculei quanto ele deposita por ano.
09:56	Pesq	Quanto ele deposita?
09:07	Stahl	É. Por ano. Porque se em três anos ele vai ter 30mil, então é só usar aquele método da tabela.
10:07	Pesq	A então ele depositou... 8.900 por ano.
10:10	Stahl	Aí no caso se ele for comprar a moto à vista, com isso teria que deixar de depositar 1 ano, porque próximo...
10:21	Pesq	E isso te leva a que decisão.
10:26	Stahl	Eu compraria à vista.
10:27	Pesq	Você compraria à vista?
10:29	Stahl	É porque pro final você tem que pagar isso.
10:31	Pesq	Legal, então escreve aí.

Fonte: Vídeo 8.2

Observamos que Stahl operou de outra forma, para justificar sua decisão de pagar à vista. Ele determinou o valor médio que essa pessoa precisou investir por ano, a uma taxa de 6% ano, durante os 3 anos anteriores, para acumular os 30 mil guardados até aquele momento. Para isso, constitui como objeto o valor depositado anualmente e opera com o dinheiro no tempo considerando que a taxa de 6% incidia sobre o saldo acumulado do investimento, ou seja, usando a equivalência de capitais. A partir do cálculo desse aporte anual, ele descobriu que o valor anual depositado era maior que o valor da moto. Daí concluiu que bastaria deixar de poupar um ano, para pagar a moto. A figura a seguir mostra a estratégia utilizada por Stahl, bem como a justificativa que embasava a decisão tomada.

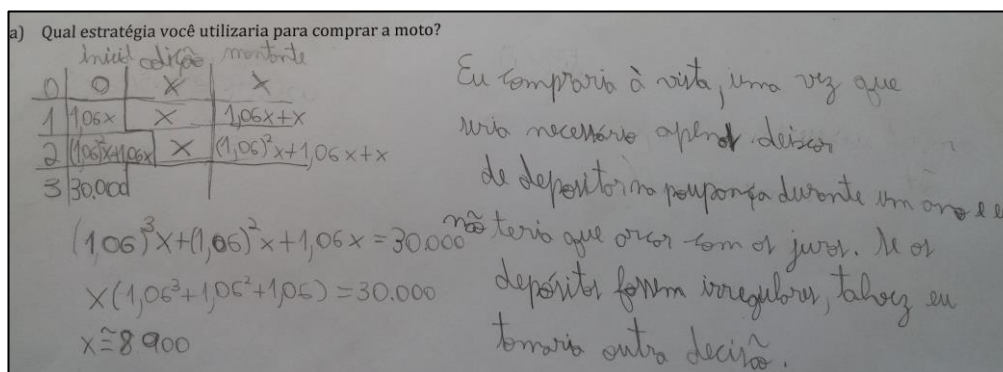


Figura 9.23 - Solução de Stahl para a Tarefa 11a – Encontro 8
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Analisando mais detalhadamente a solução de Stahl nesse registro, temos que ele usa uma representação temporal para construir uma equação que modelasse o problema que ele gerou a partir dessa situação, considerando que após 3 anos, a primeira parcela depositada teria rendido 3 anos, a segunda 2 anos e a última 1 ano. Ao final resolveu a equação, encontrando aproximadamente R\$ 8.900,00 como valor para o aporte anual realizado nesse investimento.

Stahl considera a compra à vista, mas pela estratégia por ele apresentada, a compra não ocorreria imediatamente, uma vez que ele deixa claro que bastaria deixar de poupar um ano. Como não seria possível voltar no tempo, entendemos que ele deixaria os 30 mil aplicados, e compraria a moto quando tivesse em mãos o valor total do aporte anual, para não pagar os juros do financiamento. Temos, portanto, uma interessante troca intertemporal alternativa às opções apresentadas.

Para finalizar a análise da estratégia de Stahl, um fato que nos chamou atenção é a de que ele usa de forma consciente a hipótese de aportes anuais constantes, pois menciona ao final que se isso não ocorresse, sua decisão poderia ser diferente.

Tópico Analítico 2 – Análise da Tarefa 11, item b.

Essa análise é praticamente uma continuação da anterior, pois a discussão em torno da questão se os 30 mil aplicados poderiam dar mais retorno que os juros do financiamento com a loja é ampliada nesse item, com o aumento da taxa de retorno passando de 6% para 14% ao ano, gerando alguns momentos-chave s importantes para nossa análise.

Um desses momentos é protagonizado por Gabi, Carlos e Buco.

00:00	Carlos	<i>Pô, meu dinheiro tá rendendo 14%, tá rendendo mais que a minha dívida. Se deixar meu dinheiro vai subir... Vai render mais de 10% de tudo.</i>
00:22	Buco	Carlos, ele vai render 14 se for pagar 12%
00:25	Carlos	Então, se eu compro a moto parcelado e depois vai render 14
00:28	Buco	Aí você vai render dentro do...
00:30	Gabriele	Vai render em base dos 30
00:32	Carlos	<i>Vai render na base dos 30. Os 14%</i>
00:35	Gabriele	Mas aí eu acho que vai ter que calcular cara, não dá assim pra te afirmar. Dava pra afirmar quando não era melhor. É mas agora não tem como afirmar esse.
00:45	Carlos	Não mas acho que... eu não sei, talvez ainda assim da mesma forma compraria assim, instintivamente compraria... compraria a moto parcelado.

Fonte: Vídeo 8.4 – grifo nosso.

Esse momento mostra duas posições diferentes. Carlos entende que 14% é melhor que 12% e por isso compraria parcelado. Mesmo diante do questionamento de Gabi, ele mantém sua posição, dizendo ao final que “instintivamente compraria a moto parcelado”. Gabi, por outro lado, desconfia de que pagar parcelado seja a melhor opção, dizendo que naquele momento “não tem como afirmar”.

Essa conversa continua, gerando um outro momento envolvendo Gabi, Carlos e Sami, quando Gabi começa a ampliar seus argumentos defendendo que precisa analisar outros aspectos para tomar a decisão e não simplesmente olhar para as taxas, conforme mostra a transcrição a seguir.

01:12	Gabriele	Você vai tirar o dinheiro da parcela [Sami: a tá], do dinheiro que tá na poupança ou do dinheiro que tipo, do seu salário?
01:18	Carlos	Do meu salário.
01:19	Gabriele	Não tá especificado isso, muda a questão. Muda bastante.
01:24	Sami	Mas acho que não importa.
01:26	Gabriele	Não, por que se você for tirar do seu salário...
01:28	Sami	Mas aí tipo, se você não tirar do seu salário, tirar da poupança... é você pode depositar.
01:31	Gabriele	Você vai depositar? É se você não tirar do seu salário, mas não depositar... aí.... ah...

Fonte: Vídeo 8.4

Ela levanta dois questionamentos:

- ✓ O valor das parcelas será pago utilizando o valor poupado ou o salário?
- ✓ Se não for pagar as parcelas com o salário, tirando da poupança, vai depositar?

Gabi tenta mostrar que o rendimento de 14% não necessariamente incidirá sobre os 30 mil, pois pode ser que as prestações não sejam pagas a partir do próprio

salário e sim por meio de saques na poupança. Para ela, se as prestações forem pagas com o salário, os 14% incidirão sobre os 30 mil, mas se não forem, as prestações serão pagas por meio de saques nessa poupança, reduzindo assim o valor sobre o qual a taxa de retorno vai incidir e isso pode mudar a decisão.

Nesse momento, vamos apresentar uma outra produção de significados para essa situação, a partir do que disse Gabi, para ampliar nossa visão sobre o pensamento por ela apresentado, e situá-lo em relação à matemática financeira. Nós entendemos que as alternativas de Gabi sejam indiferentes do ponto de vista financeiro, pois se a pessoa usar o salário para pagar parcelado, o valor da prestação que não precisou retirar da poupança também renderá 14% ao ano. Por outro lado, se a pessoa não usar o salário, ao mesmo tempo que retira o valor da parcela do total acumulado, pode depositar esse mesmo valor – uma vez que não foi gasto do salário, deixando a operação idêntica à anterior. De fato, independente da estratégia, os 30mil transformar-se-iam, após um ano, em $30.000 \times (1+14\%/12)^{12} = R\$ 34.480,27$. Mesmo que se considere os fluxos das retiradas e dos depósitos em separado, como Gabi e seus colegas estavam avaliando, o valor total seria o mesmo, pois $25.381,62 + 9.098,65 = 34.480,27$ conforme ilustra o quadro a seguir, desde que, é claro, os depósitos sejam feitos, o que pode não ocorrer por outros motivos não matemáticos, tais como disciplina, atração por novas dívidas, preguiça, esquecimento, imprevistos, crise financeira, novas demandas atrativas, dentre outros.

Quadro 9.13 – Fluxos analíticos separados: uma representação do pensamento de Gabi na T11b.

mês	tempo	tenho	pago	saldo	mês	tempo	saldo inicial	depósito	saldo final
jan/16	0	R\$ 30.000,00	R\$0,00	R\$ 30.000,00	jan/16	0	R\$ -	R\$ -	R\$ -
fev/16	1	R\$ 30.350,00	R\$710,79	R\$ 29.639,21	fev/16	1	R\$ -	R\$ 710,79	R\$ 710,79
mar/16	2	R\$ 29.985,00	R\$710,79	R\$ 29.274,21	mar/16	2	R\$ 719,08	R\$ 710,79	R\$ 1.429,87
abr/16	3	R\$ 29.615,74	R\$710,79	R\$ 28.904,95	abr/16	3	R\$ 1.446,56	R\$ 710,79	R\$ 2.157,35
mai/16	4	R\$ 29.242,18	R\$710,79	R\$ 28.531,39	mai/16	4	R\$ 2.182,51	R\$ 710,79	R\$ 2.893,30
jun/16	5	R\$ 28.864,25	R\$710,79	R\$ 28.153,46	jun/16	5	R\$ 2.927,06	R\$ 710,79	R\$ 3.637,85
jul/16	6	R\$ 28.481,92	R\$710,79	R\$ 27.771,13	jul/16	6	R\$ 3.680,29	R\$ 710,79	R\$ 4.391,08
ago/16	7	R\$ 28.095,13	R\$710,79	R\$ 27.384,34	ago/16	7	R\$ 4.442,31	R\$ 710,79	R\$ 5.153,10
set/16	8	R\$ 27.703,82	R\$710,79	R\$ 26.993,03	set/16	8	R\$ 5.213,22	R\$ 710,79	R\$ 5.924,01
out/16	9	R\$ 27.307,95	R\$710,79	R\$ 26.597,16	out/16	9	R\$ 5.993,12	R\$ 710,79	R\$ 6.703,92
nov/16	10	R\$ 26.907,46	R\$710,79	R\$ 26.196,67	nov/16	10	R\$ 6.782,13	R\$ 710,79	R\$ 7.492,92
dez/16	11	R\$ 26.502,29	R\$710,79	R\$ 25.791,50	dez/16	11	R\$ 7.580,34	R\$ 710,79	R\$ 8.291,13
jan/17	12	R\$ 26.092,41	R\$710,79	R\$ 25.381,62	jan/17	12	R\$ 8.387,86	R\$ 710,79	R\$ 9.098,65

Fonte: elaborado pelo autor

Um momento seguinte a esse, Bril diz que sentia necessidade de saber como calcular o valor da parcela e definir um prazo para o financiamento, conforme aponta a transcrição a seguir.

02:36	Bril	Mas sendo que eu não to conseguindo entender como é que vou calcular o valor das parcelas
02:43	Pesq	Ah isso é uma coisa importante né. Você não consegue calcular o valor das parcelas. E se você soubesse calcular o valor das parcelas?
02:52	Bril	Soubesse o que?
02:54	Pesq	Calcular o valor das parcelas, você acha que você ia conseguir responder a pergunta?
02:59	Bril	Acho que ia ficar melhor né.
03:01	Pesq	Você acha que ia ficar melhor, então o valor das parcelas. Mas ele vai financiar a moto em quantas prestações?

Fonte: Vídeo 8.4

Diante dessa demanda, fomos ao quadro e colocamos a fórmula que havíamos abordado em um encontro anterior, em que Bril não estava presente, e apresentamos também algumas informações complementares sobre as taxas mensais, estabelecendo que eles poderiam considerar 0,5% a.m. e 1,0% a.m. como taxas de retorno e financiamento nesse caso. A partir disso Bril tentou construir uma estratégia, mas ao final manteve sua posição de que seria melhor pagar à vista.

Em um outro momento, Carlos levou em consideração um outro elemento que até então não havia sido aparecido nesse encontro, relacionado a possíveis imprevistos e, com isso, o risco de no meio do caminho acontecer algo que impedisse o pagamento da moto. Sobre isso, Carlos diz:

09:17	Carlos	Se, acontece alguma coisa que infrinja no depósito qualquer coisa assim melhor eu pagar à vista porque eu não tenha a preocupação de, do que pode acontecer entendeu? Porque a minha moto já vai estar paga.
-------	--------	--

Fonte: Vídeo 8.5

Para Carlos, o risco de acontecer um imprevisto seria mais um motivo que justificaria uma compra à vista, em que a quitação da moto daria um pouco mais de tranquilidade ao comprador, incluindo momentos de dificuldades financeiras em alguma situação problemática que viesse a acontecer.

Para Penta, o pensamento é: já que se tem o dinheiro na mão então porque ficar prolongando o pagamento. A transcrição a seguir registra a fala nessa direção.

15:02	Penta	Porque já que eu tenho 8mil assim na mão eu não gosto da ideia de ficar prolongando muito sabe, eu não gosto de ficar com a ideia de, assim, eu tenho que pagar isso, a não eu tenho que pagar, pô eu ainda não terminei de pagar isso, tipo. <i>Tem um negócio com você, mas não é totalmente seu.</i> Então, por isso, já que eu tenho 8mil, eu optaria por pagar à vista.
-------	-------	--

Fonte: Vídeo 8.5

Ao analisarmos os significados produzidos pelos participantes, entendemos que a maioria deles optou inicialmente por não levar em consideração a oportunidade de obter algum retorno financeiro no cenário em que a taxa mínima de atratividade apresentada era maior que a taxa de juro do financiamento, o que só foi considerado ao final por dois estudantes que disseram que pagariam a prazo se a taxa fosse de 14%. Conforme o encontro foi acontecendo, percebemos em diversos momentos que a complexidade do problema contribuiu para que os participantes optassem pela decisão que lhes parecia mais simples, natural e segura, conforme indicam as falas transcritas a seguir:

19:51	Sami	[...] mas também porque <i>eu não consigo definir como calcular</i> , é como seria, o dinheiro que eu teria no final de um ano, por exemplo, se eu, se eu parcelasse ou o dinheiro que eu tivesse no final de um ano se eu pagasse à vista.
15:27	Bril	Eu acho que eu pagaria à vista também <i>porque é mais fácil né</i> .
16:35	Buco	[...] se eu tenho os 8mil eu prefiro comprar à vista e não me preocupar com isso e deixar rendendo os 22mil.
20:39	Gabi	[...] mas se meu rendimento fosse 14% ao ano eu ia parar pra calcular, porque aí talvez eu fosse sair mais em [pausa]. Tipo, a diferença fosse considerável do que está rendendo. Aí eu ia ter que considerar várias possibilidades diferentes, porque não está especificando se, é enquanto estiver pagando as prestações se o valor do que ele deposita mensalmente for maior do que as prestações se ele vai continuar depositando o que, o que a diferença e tudo mais aí, <i>ia ter que comparar os benefícios de cada uma das possibilidades aí eu ainda não fiz isso</i> .
13:53	Pesq	No item 'b'? se fosse 14, você até brincou até comentou um negócio de lucro aí num foi?
13:58	Carlos	É eu poderia ter um dinheiro a mais, <i>é porque eu não cheguei a fazer a conta, mas de repente se eu parcelar eu teria um gasto...</i>
15:57	Mariana	Eu estou um pouco confusa. Eu não sei se eu pagaria à vista ou parcelado porque eu ainda não consegui deixar assim, <i>muito exato na minha cabeça de como eu calcularia por que eu gostaria de calcular assim quanto eu pagaria e quanto eu lucraria e fazer essa diferença, mais eu não estou conseguindo fazer esses cálculos</i> . Então eu não sei, tipo se eu pagaria à vista ou não. Tanto nesse quanto no outro.

Fonte: Vídeo 8.5

Finalizamos a análise desse encontro 8, dizendo que não identificamos nessa tarefa a presença de um comportamento dos estudantes rotulando o dinheiro ao objetivo. Com isso não vemos os participantes optando por financiar para não mexer no dinheiro pois o mesmo tinha um objetivo específico. Nesse ponto, nossos resultados divergiram daquilo que comumente aconteceria na visão de Nofsinger, o qual considera que as pessoas acabam rotulando o dinheiro, associando-o ao objetivo a que se destina, criando assim as contas mensais, ou seja, colocando numa mesma pasta o dinheiro e o objetivo e, por isso, costumam optar pelo pagamento a prazo com a loja, obtendo um retorno menor do que obteriam se pagassem à vista e depositassem o valor da prestação em sua poupança.

Análise do Encontro 9.

O encontro 9 ocorreu em 31 de agosto de 2015, e teve aproximadamente 2 horas de duração, das 13h às 15h, contando com a participação dos estudantes Sami, Send, Stahl, Lu, Mari, Bril, formando um único grupo com 6 alunos.



Figura 9.24 – participantes do Encontro 9
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a presença voluntária de cada um deles. Em seguida, conversa com o grupo sobre alguns pontos que foram discutidos nos encontros anteriores envolvendo a transformação do dinheiro no tempo, e em especial, a transformação de uma quantia em uma determinada data em uma série uniforme. Buscamos nessa conversa inicial fazer uma síntese, e não um encerramento, das noções de valor futuro e valor presente de uma série uniforme de pagamentos, já abordados antes, mas que até então não tinham recebido esse nome de forma sistemática. Além disso, buscamos mostrar que a transformação do dinheiro no tempo pode estar relacionada à ideia de comparar sacrifícios e benefícios ao longo do tempo (uma metáfora para as trocas intertemporais envolvendo tomada de decisão). Nessa comparação usamos dois exemplos para retomar com os alunos as expressões que fornecem o VF e o VP, que foi seguida das respectivas demonstrações. Aproveitamos para relembrar que $VF = P \cdot \frac{(F^n - 1)}{i}$, e que $VP = P \cdot \frac{(F^n - 1)}{F^n \cdot i}$, nas condições dos exemplos que apresentamos. Com isso, eles poderiam relembrar resultados e usar tais relações, caso quisessem e achassem pertinentes, nas situações financeiras que ainda lhes seriam apresentadas, uma vez que as tarefas que envolviam tais construções, e os processos utilizados por eles nessa produção de conhecimentos e significados já haviam ocorrido. Essa exposição, realizada com o auxílio de um quadro branco, durou aproximadamente 15 min, conforme registrada na transcrição do vídeo 135.

Em seguida, o pesquisador apresenta a tarefa 12, envolvendo uma situação financeira hipotética em que um jovem se mudou, e precisa comprar alguns bens para o apartamento em que vai morar. Apesar de hipotética, é uma situação muito comum para as pessoas que estão em processo de mudança, principalmente sendo jovem e indo para um apartamento. O valor total da compra é de 6.000 reais, incluindo bens como geladeira, fogão, televisão, os quais estão presentes em pelo menos 97% dos domicílios do país⁷¹, e o participante precisa decidir se compra à vista, com desconto, ou a prazo em seis vezes “sem juros”. Essa situação é semelhante à do Encontro 6, porém com um outro viés, pois enquanto que naquele encontro a tarefa foi desenhada para explorar a comparação de taxas, nesse encontro o foco é a comparação dos valores das opções em uma mesma data, em que a taxa mínima de atratividade do comprador entra em ação na tomada de decisão. Apresentamos três cenários, e em cada um deles o estudante precisava tomar a decisão. No primeiro cenário (item a) não há qualquer restrição ou condição adicional ao que foi apresentado na situação-problema. No segundo cenário (item b) o jovem passa a ter disponível uma taxa de retorno de seus investimentos de 1% ao mês, e o prazo do financiamento de seis meses é mantido. No terceiro, a taxa de retorno para o jovem continua 1% ao mês, mas o prazo aumenta para 10 meses.

Nosso objetivo nesse encontro foi investigar como os estudantes utilizaram as informações apresentadas, que objetos constituíram, as operações apresentadas e a lógica dessas operações quando diante de uma situação em que a taxa de retorno poderia ser utilizada para tornar o pagamento a prazo mais vantajoso financeiramente que o pagamento à vista, e como o prazo poderia influenciar nessa decisão. O que os estudantes preferiram: comprar à vista ou comprar parcelado? Quais significados produziram para a situação inicial e que decisão tomaram? Como a taxa de retorno foi utilizada por eles em suas escolhas? O aumento do prazo, mantida a mesma taxa de retorno disponível para investimento, influenciou a decisão dos estudantes? Que significados e justificativas para as decisões tomadas emergiram de seus discursos? Que outros aspectos não matemáticos levaram em consideração nesse processo? Todas essas perguntas nos orientaram na busca por respostas às nossas duas perguntas de pesquisa.

A partir dos registros escritos e dos discursos dos estudantes, procuramos identificar e analisar quais os significados matemáticos produzidos para as situações

⁷¹ Segundo a Pesquisa Nacional de domicílios – PNAD: síntese de indicadores (IBGE, 2015, p.67), em 2014 a proporção de domicílios que possuíam fogão, geladeira e televisão foi de 98,8%, 97,6% e 97,1%. Esse documento está disponível em disponível em <http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv94935.pdf>

financeiras apresentadas nessa tarefa 12 e como levaram isso em consideração na tomada de decisão. Além disso, buscamos também identificar quais os aspectos não matemáticos emergiram dos discursos e como foram levados em consideração nesse processo de tomada de decisão.

A Tarefa 12 – TMA e tomada de decisão em financiamentos.

Você se mudou, e precisa comprar móveis novos para o apartamento onde vai morar. O valor total da compra é de 6.000 reais, e as opções de pagamento são as seguintes:

Opção I - Pagar à vista com 5% de desconto.

Opção II – Pagar a prazo, em seis parcelas mensais sem juros, com a primeira para 1 mês após a compra.

Você tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia qual seria mesmo assim a melhor opção pra você.

Apresente a sua análise e tomada de decisão, considerando os seguintes cenários.

Cenário 1.

Resposta totalmente livre.

Cenário 2.

Considere que você pode investir dinheiro de à vista a uma taxa de 1% ao mês, podendo resgatar o dinheiro mensalmente caso queira.

Cenário 3.

A sua taxa de investimento é de 1% ao mês, mas a loja lhe diz que pode parcelar em até 10 vezes sem juros.

Figura 9.25 – Tarefa 12 aplicada no Encontro 9.

Fonte: Elaborada pelo autor

Apresentação resumida dos Tópicos analíticos.

- 1) Esses resultados iniciais para o Cenário 1 mostram que a **opção de pagar à vista**, quando a resposta não envolvia a presença da TMA, foi mais uma vez unânime e geralmente com justificativas geralmente diferentes. Todavia, diferente do encontro 8, a maioria dos participantes utilizou a TMA na análise dos outros dois Cenários, e a partir disso, 5 deles mudaram de decisão, dizendo que seria melhor no Cenário 3 pagar a prazo, em função dos resultados obtidos com suas análises, conforme sintetizado no quadro.

Quadro 9.14 – Distribuição das respostas dos participantes nos três cenários na tarefa 12

Aluno	Cenário 1 (6 parcelas)		Cenário 2 (6 parcelas)		Cenário 3 (10 parcelas)	
	À vista	A prazo (Livre)	À vista	A prazo (TMA=1% a.m.)	À vista	A prazo (TMA = 1% a.m.)
Stahl	X			X		X
Send	X		X			X
Lu	depende	depende	depende	depende	depende	depende
Sami	X		X			X
Mari	X		X			X
Bril	X		X			X

Fonte: Elaborado pelo autor

- 2) A decisão de Lu foi enquadrada à parte, pois ela diz que sua decisão dependeria de ter o dinheiro “sem destino”, ou seja, se ela tivesse certeza de que não precisaria dos 5.700 reais para honrar outros compromissos, pagaria à vista. Caso contrário, se pudesse precisar dessa quantia para outras coisas, pagaria parcelado. Vemos na fala de Lu uma preocupação de que o pagamento à vista pudesse comprometer o pagamento de eventuais gastos que poderiam aparecer. Ela age pensando de forma mais global, na direção de um **orçamento pessoal**, e não apenas na compra da situação apresentada na tarefa.
- 3) Mesmo dispondo das expressões que forneciam o VP e o VF da série, os participantes praticamente não operaram com elas, e, portanto, não as tornaram parte do núcleo a partir do qual produziram significados nos Cenários apresentados. O **processo recursivo** foi o escolhido pela maioria deles (4 de 6) para solucionar o problema e tomar a decisão, em que os objetos saldo inicial e saldo final, mês a mês, foram considerados, para transformar o dinheiro no tempo.

- 4) Identificamos mais uma vez a presença da **alternância de campos semânticos** na forma de operar com diferentes opções, em que para uma opção de pagamento ele opera no campo semântico aditivo e na outra opção no campo semântico da equivalência. Isso ocorreu quando Sami constituiu como objeto o valor acumulado das prestações (valor futuro da série uniforme), operando com as prestações levando-as para o futuro, ou seja, na data do último recebimento. Essa operação: levar o dinheiro para o futuro apresentou lógicas diferentes, pois para ele, nesse momento do encontro, as parcelas seriam investidas, em cada mês, mas o outro valor, os 10.000 reais, não seriam investidos.
- 5) Um elemento que emergiu dos discursos de alguns foi alunos foi a **questão da incerteza**. Ela foi **utilizada de duas formas diferentes** para justificar a compra à vista no primeiro cenário. Bril utilizou no sentido de se livrar rapidamente de dívidas, pois caso a crise chegasse, os móveis já estariam pagos. Lu, por outro lado, pensou que os imprevistos poderiam requerer dinheiro em caixa, e por isso, pagar à vista talvez não fosse a melhor opção caso esgotasse todo o dinheiro disponível. Caso pudesse cobrir esses eventuais gastos extras com a outra quantia de dinheiro, aí ficaria tranquila para pagar à vista.
- 6) Outro elemento observado foi a questão da **assimetria de fontes**. Mari apresentou para o Cenário 1, na primeira parte do encontro, uma forma de operar baseada em uma assimetria de fontes na comparação de opções, pois pagar à vista e depois juntar dinheiro pagando para si parcelas envolve duas fontes de dinheiro enquanto que no pagamento a prazo ela só considera uma fonte, pagando para a loja o que pagaria para si, mas desconsiderando os benefícios que poderia obter aplicando o dinheiro que não usou no pagamento à vista.
- 7) Comparando as respostas dos estudantes nesse encontro com as apresentadas em encontros anteriores percebemos que a **análise pelo valor** foi mais fácil de ser compreendida do que **análise pelas taxas**.
- 8) **O quanto de dinheiro se tem**, segundo Mari e Lu, interferem diretamente na decisão a ser tomada no Cenário 1. Isso pode parecer óbvio ao leitor, pois o poder

aquisitivo costuma interferir de diversas maneiras na forma como se lida com o dinheiro, conforme vimos na teoria do prospecto, de Kahneman e Tversky (1979) por exemplo. Entretanto, as alunas foram bem pontuais. Para elas, poder cobrir outros gastos que porventura viessem a ocorrer, lhes traria tranquilidade e lhes permitiriam comprar à vista sem problemas, independente se tal escolha fosse a melhor do ponto de vista financeiro. Foi nessa direção que elas pensaram, nesse momento do encontro, a questão de como o dinheiro que se tem pode interferir,

- 9) Um ponto levantado por um dos alunos, que nos chamou a atenção, foi a relação entre **trabalho x retorno** da solução financeira mais vantajosa. Bril questionou se o valor do ganho de se comprar a prazo compensaria o trabalho e a disciplina demandada pela estratégia da decisão ótima. Para ele, no final do encontro, não compensaria. Vimos isso na fala de Bril, que mesmo dizendo que pagar a prazo era melhor fazendo as contas, avaliou que o ganho seria muito pequeno, e que talvez na prática o melhor fosse pagar à vista. Para ele ficou claro o ganho financeiro possível utilizando a estratégia de aplicar o valor à vista a 1% para gerar recursos para o pagamento parcelado. Ele foi, inclusive, o primeiro aluno a apresentar essa estratégia e chegar ao resultado. Entretanto esse o ganho ao final de 15 reais (o valor correto seria 19 reais) no cenário 3, com 10 prestações, não justifica todo o processo de reaplicações e retiradas sucessivas ao longo dos 10 meses. Para ele isso é muito pouco. Isso pareceu tão forte que mesmo ao propormos outro cenário, com os valores 1000 vezes maiores, a diferença de 15 mil reais para ele também não seria atrativa, ao dizer que “Se eu tenho milhões, 15 mil não é tanto”. Para os outros alunos, como Send e Sami, por exemplo, que pagariam à vista, mesmo ganhando os 15 reais, pois entendiam que não compensaria o trabalho desse processo longo de 10 meses, a mudança de escala lhes faria mudar de decisão. Isso fica explícito na fala de Stahl, quando diz: “Eu vou poder fazer mais uma viagem com esse dinheiro”.
- 10) Um aspecto comportamental emergiu do discurso de Stahl, em relação ao Cenário 3, quando disse que pagar à vista pode ajudar a pessoa a controlar os gastos, fazendo-a “ficar com um pé atrás para fazer outros gastos”. Isso nos chamou atenção, porque esse pensamento se alinha com as pesquisas de Thaler e Shefrin (1981), quando descrevem o problema do autocontrole.

- 11) A operação de **transportar o dinheiro para o futuro** é mais natural, e, portanto, mais comum e mais fácil de ser entendida pelos alunos. Isso foi dito por alguns alunos, sendo a fala de Send uma das mais emblemáticas, quando diz, no vídeo 9.15, que: **“O mais natural é do presente para o futuro pois é como vivemos sempre, voce não vive do futuro para o presente, é estranho você pensar do futuro para o presente pois a linha cronológica é do presente para o futuro”**. Além disso, percebemos em vários momentos que os alunos utilizam essa operação, juntamente com uma representação temporal, para construir suas estratégias e apresentar seus resultados, entre eles e para o pesquisador. Ser mais natural, aqui nesse contexto, significa dizer que levar o dinheiro do presente para o futuro é uma operação que coincide com a nossa percepção de tempo, pois de fato vivemos do presente para o futuro. Voltar no tempo é antinatural assim como transformar o dinheiro do futuro para o presente. Esse é um dos motivos pelos quais as representações temporais ajudaram os estudantes, em muitos momentos, a construírem soluções matemáticas para várias situações apresentadas nos encontros, em que na maioria das vezes, usavam uma data focal no futuro para compararem capitais.
- 12) Entendemos que esses resultados podem ajudar, e muito, no ensino de matemática financeira na escola, em especial nesse caso, a se repensar se o uso da data zero, e dos VPs das séries, devem ser usados preferencialmente na análise de situações financeiras, como é feito nos livros didáticos de matemática para o Ensino Médio. Os autores desses livros insistem em calcular o valor presente de uma série uniforme, por exemplo, na análise de muitas situações financeiras. Essa abordagem é importante em diversos aspectos, mais fácil computacionalmente que os cálculos para se determinar taxas de juro em financiamentos, e em nossa visão podem e devem ser abordadas no ensino médio. Todavia, requer pelo menos dois cuidados muito importantes.
- 13) O primeiro cuidado é com a natureza temporal dessa operação: o dinheiro se transforma no dia a dia, do presente para o futuro, e nessa estratégia faz-se o oposto: trazemos do futuro para o presente. Apresentar diversos significados para a expressão: o valor presente da série uniforme, tais como: (i) quanto vale 6 de 1000 para mim, hoje?; (ii) Quanto custa esse financiamento pra mim, hoje; (iii) Quanto de dinheiro eu preciso ter hoje para pagar as 6 prestações de 1.000 no futuro, podem

ajudar os estudantes a compreenderem melhor a operação de trazer valores do futuro para o presente. E isso, é claro, mostrando como os valores encontrados vão se transformando no futuro, para gerar o resultado planejado. E nesse caso, as representações temporais são muito importantes.

14) O segundo cuidado se refere à inversão da lógica dessa operação no que se refere à taxa. O natural é usar a taxa do financiamento para calcular as prestações do financiamento. Aqui se usa a taxa do comprador para transformar o valor das prestações do financiamento. Sendo eu o comprador e você o vendedor, isso significa que vou usar a minha taxa para descontar a prestação que você me ofereceu. Isso causa muitas confusões, como observamos nos encontros 4, 8 e 9 por exemplo. Um caminho complementar, ou porque não alternativo, seria usar uma representação temporal para transformar o valor (em nosso caso os 5700 reais) do presente para o futuro. Apesar de tornar mais claro esse processo, mostrando o que vai acontecer mês a mês com o dinheiro, o uso dessa representação é computacionalmente mais trabalhoso, principalmente quando não se usa uma planilha ou aplicativo digital. Temos defendido que combinar as duas estratégias pode contribuir para o entendimento desse mecanismo, e, portanto, para a aprendizagem dos estudantes.

15) Geralmente se pensa que alunos mais jovens precisam lidar com questões financeiras próximas a eles. Essa pesquisa indica outra direção. Nas falas observamos claramente a presença mútua de ideias mais juvenis, associadas aos seus desejos e consumos imediatos com ideias “mais adultas”, em que levam em consideração aspectos da vida financeira de uma pessoa que precisa lidar com as demandas da fase adulta. Ainda que em alguns casos não tenha experimentado, seus discursos apontam para uma maturidade, indicando dentre outras coisas que situações mais complexas tem espaço na formação desse público discente juvenil, o que estimula e potencializa a construção de argumentos e ideias matemáticas e não matemáticas para explicar questões internas às situações financeiras apresentadas.

16) Finalmente, comparando esse encontro com o anterior detectamos nas estratégias dos participantes que ora VF e VP de uma quantia ou de uma série são objetos, a partir dos quais se opera, em tarefas que envolveram a generalização e

demonstração de resultados envolvendo esses objetos. Em outros casos, tais afirmações, teoremas, resultados produzidos em um campo semântico passam ser consideradas como estipulações locais. Ou seja, teoremas tornam-se axiomas, e os participantes os usam para construir suas estratégias e tomar decisões. Mas nesse encontro, vimos que os participantes, mesmo tendo sido lembrados das relações generalizadas para o VP e VF da série, optaram por não considerar tais relações como estipulações locais, ou seja, levar tais afirmações para o núcleo a partir do qual estavam operando. Nesse caso, os processos recursivos foram usados para gerar o VF da série. Ou seja, o VF pode ser gerado de muitas formas, pois é constituído pelos participantes, que são diferentes e ao longo do processo compartilham interlocutores, aproximando suas formas de pensar.

Análise detalhada dos momentos-chave do Encontro 9.

Antes de investigarmos o que os alunos produziram, faremos uma análise da situação apresentada na tarefa 12 tomando como base as teorias econômicas tradicionais, ou seja, do ponto de vista da matemática financeira e da otimização das despesas e dos retornos envolvidos. Esses são os modos de produção legítimos para o professor que ensina matemática financeira ou para os especialistas em finanças, que servirão para comparação e não como mecanismo para classificar o aluno em certo (responde de acordo com esses modos) ou errado.

Essa tarefa apresenta uma situação financeira muito comum envolvendo a decisão entre comprar à vista ou a prazo “sem juros” um bem ou serviço que pode ser considerado como uma despesa extra, ou seja, que geralmente não costuma fazer parte do orçamento pessoal das pessoas, e cujo valor pode ser considerado elevado⁷², o que pode demandar um planejamento financeiro mais cuidadoso.

Do ponto de vista das teorias econômicas tradicionais, a pessoa deveria escolher a opção que lhe permitisse obter o bem com o menor custo possível. No primeiro cenário, como nenhuma informação sobre a taxa de retorno disponível para o comprador é fornecida, as respostas que otimizam o custo são variadas, conforme

⁷² Consideramos como referência o rendimento médio mensal de trabalho no Brasil em 2014, que foi de 1.785 reais, bem como o dado de que em 2014, apenas 21,7% dos domicílios particulares no Brasil informaram que tinham rendimento domiciliar per capita de 2 salários mínimos ou mais, conforme a Pesquisa Nacional de Amostra de Domicílios: Síntese de Indicadores 2014, do IBGE – PNAD 2014, disponível em <http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv94935.pdf>

podemos ver na simulação apresentada no Quadro 91, que fornece como o Valor Presente da série de prestações varia em função da TMA do comprador.

Quadro 9.15 – Valor presente da série dos Cenários 1 e 2 em função da TMA do comprador

TMA	VP da série
0,50%	R\$ 5.896,38
0,60%	R\$ 5.875,99
0,70%	R\$ 5.855,70
0,80%	R\$ 5.835,52
0,90%	R\$ 5.815,45
1,00%	R\$ 5.795,48
1,10%	R\$ 5.775,61
1,20%	R\$ 5.755,85
1,30%	R\$ 5.736,19
1,40%	R\$ 5.716,64
1,50%	R\$ 5.697,19
1,60%	R\$ 5.677,84
1,70%	R\$ 5.658,59
1,80%	R\$ 5.639,43
1,90%	R\$ 5.620,38
2,00%	R\$ 5.601,43

Fonte: Elaborado pelo autor

Como o valor à vista é de 5.700 reais, a melhor decisão depende do valor presente da série, e, portanto, da TMA do comprador. A opção que apresentar o menor Valor Presente é a melhor a decisão, nessa ótica, uma vez que estamos interessados em minimizar os custos.

No cenário 1 não há fixação de taxas, que podem ou não ser usadas pelos participantes. Nesse cenário, para quem tem uma TMA menor que 1,5% a.m. (1,49% a.m. para ser mais preciso), é melhor pagar à vista, e caso contrário, a melhor decisão é pagar a prazo, considerando um prazo fixo de 6 meses. No Cenário 2, como a taxa apresentada é igual a 1% ao mês, a decisão ótima é comprar à vista. No Cenário 3, a taxa é mantida, mas o prazo é alargado. Nesse caso, calculando o Valor presente da série com 10 prestações postecipadas, a uma taxa de desconto de 1% a.m., obtemos 5.682,78 reais, que representa o quanto vale hoje 10 de 600 para quem dispõe 1% ao mês de retorno, ou seja, o valor mínimo que um comprador precisa investir hoje, a 1% ao mês, para quitar as 10 prestações de 600. Isso significa que ele conseguirá pagar 10 de 600 dispondo hoje 5.682,87, que é menor que os R\$ 5.700,00 que ele gastaria hoje pagando à vista. Como os valores estão referidos à mesma data, a melhor opção nessa

perspectiva é comprar a prazo, pois é a que gasta menos. Essa é a decisão otimizada do ponto de vista financeiro, conforme ilustra e reforça o fluxo analítico no quadro 92.

Quadro 9.16 – Fluxo analítico para a operação de investimento de R\$ 5.682,78 para quitar 10 prestações de 600 reais.

TEMPO	SALDO INICIAL	PRESTAÇÃO	SALDO FINAL
0	5.682,78	0,00	5.682,78
1	5.739,61	600,00	5.139,61
2	5.191,01	600,00	4.591,01
3	4.636,92	600,00	4.036,92
4	4.077,29	600,00	3.477,29
5	3.512,06	600,00	2.912,06
6	2.941,18	600,00	2.341,18
7	2.364,59	600,00	1.764,59
8	1.782,24	600,00	1.182,24
9	1.194,06	600,00	594,06
10	600,00	600,00	0,00

Elaborado pelo autor

A simulação do Valor Presente da série de 10 prestações postecipadas em função da TMA do comprador, apresentada no Quadro 92, reforça essa escolha além de mostrar a partir de que valor para a TMA a decisão de comprar a prazo seria mais atrativa.

Quadro 9.17 – Valor presente da série do Cenário 3 em função da TMA do comprador

TMA	VP da série
0,50%	R\$ 5.838,25
0,60%	R\$ 5.806,66
0,70%	R\$ 5.775,32
0,80%	R\$ 5.744,23
0,90%	R\$ 5.713,39
1,00%	R\$ 5.682,78
1,10%	R\$ 5.652,42
1,20%	R\$ 5.622,29
1,30%	R\$ 5.592,40
1,40%	R\$ 5.562,74
1,50%	R\$ 5.533,31
1,60%	R\$ 5.504,11
1,70%	R\$ 5.475,14
1,80%	R\$ 5.446,39
1,90%	R\$ 5.417,86
2,00%	R\$ 5.389,55

Elaborado pelo autor

Como veremos na investigação a seguir, algumas dessas noções e estratégias apareceram no pensamento dos estudantes. Os objetos constituídos, as operações entre eles e suas lógicas, no processo de produção de significados no interior da atividade, foram, em alguns casos, semelhantes aos que acabamos de apresentar. Por outro lado, a data focal fixada pelos estudantes estava no futuro e não no presente, como acabamos de fazer, indicando mais vez a preferência dos estudantes por usar representações temporais em que a transformação do dinheiro no tempo aconteça de forma análoga à passagem do tempo, ou seja, do presente para o futuro. Além disso, identificamos outros elementos que foram utilizados pelos participantes para construir suas estratégias e justificarem suas decisões, incluindo os de natureza não matemática.

Reforçamos que um de nossos objetivos com a análise que acabamos de apresentar, antes da investigação da produção dos estudantes, é de apenas apresentar uma, das muitas formas possíveis de operar com os objetos que constituímos, inseridas em nosso processo de produção de significados, a partir de uma das possíveis perspectivas. Não temos como objetivo, nesse trabalho, enquadrar as soluções, estratégias e argumentos apresentados pelos alunos em certo ou errado, inclusive nos momentos em que analisamos se pensaram ou não nessa direção, mas sim entender o pensamento dos estudantes por meio do processo de produção de significados deles.

Tópico Analítico 1 – Análise da Tarefa 12 – Cenário 1.

Começaremos nossa análise apresentando um quadro sintetizando as decisões tomadas para os três cenários. A pergunta central foi: “Você tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia qual seria mesmo assim a melhor opção para você. Apresente a sua análise e tomada de decisão, considerando os seguintes cenários”. No primeiro cenário (item a), a resposta era totalmente livre; no segundo cenário o participante poderia investir o dinheiro a 1% ao mês, ou seja, sua TMA era de 1% a.m., e resgatar o valor investido quando quisesse e, no cenário 3, além dessa taxa, o prazo passava de 6 para 10 meses. Identificamos as seguintes respostas nas folhas de registro dos estudantes, apresentadas no Quadro 94 apresentado a seguir.

Quadro 9.18 – Distribuição das respostas dos participantes nos três cenários na tarefa 12

Aluno	Cenário 1 (6 parcelas)		Cenário 2 (6 parcelas)		Cenário 3 (10 parcelas)	
	À vista	A prazo (Livre)	À vista	A prazo (TMA = 1% a.m.)	À vista	A prazo (TMA = 1% a.m.)
Stahl	X			X		X
Send	X		X			X
Lu	X					
Sami	X		X			X
Mari	X		X			X
Bril	X		X			X

Fonte: Elaborado pelo autor

Esses resultados iniciais para o Cenário 1 mostram que a opção de pagar à vista, quando a resposta não envolvia a presença da TMA, foi mais uma vez unânime e geralmente com justificativas geralmente diferentes. Todavia, diferente do encontro anterior (8), a maioria dos participantes utilizou a TMA na análise dos outros dois Cenários, e a partir disso, 5 deles mudaram de opção em função dos resultados obtidos com essa análise. Os significados apresentados pelos alunos nesses registros nas folhas, para o Cenário 1, indicam justificativas e estratégias variadas, com algumas interseções, conforme apresentadas a seguir.

Bril – Compraria à vista pois acho mais seguro paga logo já que tenho dinheiro na mão. No mundo atual, não podemos prever as crises e se estivesse endividado durante uma crise teria sérios problemas.

Sami – Pagar à vista. Pagar menos e sem a obrigação de ter um pagamento de valor também alto mês a mês.

Mari – Eu pagaria à vista, e no mesmo período que seriam as prestações (6 meses) eu colocaria mensalmente o valor de uma parcela hipotética de $5.700/6 = 950$. Esses 950 mensais em uma poupança que renderiam sobre uma taxa de juros oferecida pelo banco.

Stahl – Considerando um Cenário onde eu não tivesse nenhum dinheiro investido mas tivesse o dinheiro para pagar à vista, eu pagaria devido ao desconto.

Send – Eu pagaria à vista e aplicaria os 300 reais que não foram gastos em uma poupança.

Lu – Se eu tivesse R\$ 5.700,00 sem destino, daria preferência para o pagamento à vista. Caso o valor que estaria disponível para gastar com os móveis fosse menor que R\$ 5.700,00, optaria pelo pagamento parcelado.

A partir desses primeiros registros, identificamos alguns elementos centrais para os significados produzidos por cada um deles. Identificamos que Sami quis pagar à vista como possibilidade de pagar menos; Mari e Sem tomaram a mesma decisão mas vislumbrando uma possibilidade de terem retorno com o dinheiro que sobra ou com o que não se precisaria gastar mais (Mari e Send). Por outro lado, Stahl condiciona claramente sua decisão ao fato de não estar com o dinheiro investido, ainda que não mencione nesse cenário a que taxa isso poderia ser mais vantajoso, e Bril, cuja decisão se ajusta ao viés da aversão a dívidas, principalmente em situações de crises e incertezas.

A decisão de Lu precisa ser enquadrada de forma separada, pois ela diz que sua decisão dependeria de ter o dinheiro “sem destino” – nesse caso pagaria à vista, ou caso contrário, se talvez tivesse um destino, ficando menor que os 5.700, pagaria parcelado. Vemos na fala de Lu uma preocupação de que o pagamento à vista pudesse comprometer o pagamento de eventuais gastos que poderiam aparecer. Ela age pensando de forma mais global, e não apenas na compra da situação apresentada na tarefa.

Assim, mais uma vez observamos que **há vários significados produzidos para uma mesma situação, gerando diferentes justificativas para a mesma decisão financeira.**

Feita essa análise inicial para o Cenário 1, a partir das respostas registradas nas folhas, ampliaremos nossa investigação, uma vez que identificamos alguns momentos chaves nos dados capturados em vídeo em que os discursos dos participantes nos permitiram entender um pouco mais suas decisões e as justificativas por eles apresentadas, além de reforçar o que haviam escrito na folha. Além disso, outros significados emergiram de seus discursos, em outros momentos, que não foram ditos nos registros, os quais passaremos a analisar a seguir.

Para Bril, a questão da incerteza foi o ponto central, conforme podemos ver na transcrição de sua fala.

00:01	Pesq	Vai Bril. Eu queria que você comentasse pra gente. No cenário 1 o que você fez?
00:26	Bril	Na primeira eu vi que à vista você ia pagar 5.700 e a prazo você ia pagar 6.000. Eu acho mais vantagem pagar à vista, porque hoje em dia não dá pra saber, pode ter uma crise, esse tipo de coisa, e aí se tivesse, por exemplo, uma crise uma inflação alta eu ia estar encrocado, ia estar endividado. Mas eu pagando à vista, já que tenho dinheiro, é melhor usar o valor agora.


Fonte: Vídeo 9.12

Logo em seguida, Sami reforça sua decisão de pagar à vista, seguida da sua justificativa, com foco em pagar menos e fugir de compromissos de longo prazo.

00:58	Sami	Também escolhi pagar à vista, porque esse valor de 5.700 para mim parece melhor, mais baixo, e também você ficar pagando mês a mês, sei lá, eu não curto muito.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 9.12

Por outro lado, Lu considera que outros elementos condicionariam sua decisão de pagar à vista ou a prazo, ainda nesse Cenário 1. Justificativas como medo de imprevistos, incerteza quanto a tudo que será preciso para se mudar, alguns móveis poderem ser supérfluos, e ter ou não dinheiro guardado para os outros possíveis gastos, emergiram de seu discurso, conforme podemos ver na sequência de momentos que transcrevemos a seguir.

00:04	Lu		Então, considerando que a pessoa acabou de se mudar, os corretores nunca falam tudo o que [pausa] sabe? [Indicando que há outros gastos que o morador só fica sabendo na hora]
00:20	Lu		E aí podem aparecer imprevistos assim, e aí se você pagar todos os móveis à vista, que uma coisa [pausa] um pouquinho supérflua você pode [interrompida pelo Send]
00:32	Send		O móvel é supérfluo?
00:34	Lu		Alguns sim.
00:35	Mari		É móvel. Não é eletrodoméstico.
00:37	Send		A gente não sabe quais [interrompido pelo Bril]
	Bril		A casa tem que ficar bonita, né gente!
	Send		Você comer onde? Vai sentar no chão?
00:47	Mari		Mas tem outra forma de você se prevenir contra isso.
04:40	Lu		Eu disse que dependia. Se eu tivesse, sei lá, 5.700 sem destino absolutamente nenhum eu pagaria à vista. Só que eu sempre conto com imprevisto, sabe. Então provavelmente eu não pagaria à vista [interrompida pelo pesq]
05:00	Lu		Tenho medo de imprevistos
06:02	Lu		Seu eu tivesse ainda outro dinheiro, e tivesse os 5.700 livres, eu pagaria à vista, entendeu?. Mas seu eu só tivesse os 5.700, eu iria pagar a prazo, porque eu posso precisar desse dinheiro.

Fonte: Vídeo 9.13

Entendemos que a preocupação de Lu em gastar o dinheiro e depois faltar para os eventuais gastos que poderiam ocorrer na mudança, talvez a fizesse repensar se compraria tudo aquilo, caso estivesse vivendo de fato a situação, e principalmente se

pagaria à vista ou a prazo. Por isso diz: “se eu só tivesse os 5.700 eu iria pagar a prazo, porque eu posso precisar desse dinheiro”.

Mari apresenta, após uma das falas de Lu, uma outra estratégia, aliando o pagamento à vista a uma poupança que lhe renderia a uma determinada taxa, conforme vemos abaixo.

01:34	Mari	Ah tá. Ao invés de você pagar a prestação, você paga à vista o valor com desconto, e você paga pra si mesmo pra obter o rendimento da poupança. Você por exemplo, eu dei um exemplo aqui. Você vai pagar 5.700. Isso. Aí você divide por seis e aí daria um total de 950 reais por mês em seis meses. Aí você pagaria pra você. Nesse caso você ganharia o rendimento em cima dessa parcela mensalmente, entendeu, até o final. Você pagaria com desconto e ainda teria o rendimento.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 9.13.

Essa estratégia é possível, mas depende da pessoa ter a possibilidade de fazer essa poupança, depois de ter gasto os R\$ 5.700,00 pagando à vista. Além disso, o que poderia ser obtido pagando à vista poderia ser obtido mais ainda pagando a prazo. Apesar disso, Mari considera que a opção à vista, nesse Cenário, seria a mais adequada para lhe permitir obter benefícios decorrentes de uma aplicação, em particular, na poupança, segundo ela.

Identificamos também que essa forma de operar de Mari apresenta uma assimetria na comparação de opções, pois pagar à vista e depois juntar dinheiro pagando para si parcelas envolve duas fontes de dinheiro enquanto que no pagamento a prazo ela só considera uma fonte, pagando para a loja o que pagaria para si, mas desconsiderando os benefícios que poderia obter aplicando o dinheiro que não usou no pagamento à vista. Esse tipo de pensamento nos chamou atenção, em especial, pois o critério para a tomada de decisão utilizado foi baseado em uma **assimetria de fontes** de dinheiro, o que transforma o problema inicial em outro problema. Essa assimetria apareceu em outros encontros que analisaremos mais adiante.

Ainda nessa conversa envolvendo Mari, Lu, Send e o pesquisador, surge um outro elemento importante. O quanto de dinheiro se tem, segundo Mari e Lu, interferem diretamente na decisão a ser tomada nessa situação, conforme as falas transcritas a seguir.


05:42	Mari	Sim. Mas nesse caso, se ele tivesse uma outra quantia de dinheiro ele poderia cobrir esses gastos com a outra quantia de dinheiro.
-------	------	--

05:57	Send	Se fossem 5.700 e você não tivesse destino. Se fossem 5.700 livres.
06:02	Lu	Seu eu tivesse ainda outro dinheiro, e tivesse os 5.700 livres, eu pagaria à vista, entendeu?. Mas seu eu só tivesse os 5.700, eu iria pagar a prazo, porque eu posso precisar desse dinheiro.

Fonte: Vídeo 9.13

Vemos, portanto, que para elas, poder cobrir outros gastos que porventura viessem a ocorrer, lhes traria tranquilidade e lhes permitiriam comprar à vista sem problemas, independente se tal escolha fosse a melhor do ponto de vista financeiro.

Antes de passarmos para a análise do cenário 2, investigaremos um momento chave, a partir de uma pergunta do aluno Sami, que faz referência a uma situação que o pesquisador deu como exemplo, ao final da fala do vídeo 135. A situação era a seguinte: O que você prefere: receber uma quantia de 10.000 reais agora, ou 24 parcelas mensais de 500 reais, começando a receber no próximo mês? É sobre essa situação que Sami produz significados, e faz a pergunta indicando que a estratégia dessa situação seria utilizada por ele para atacar a situação proposta na tarefa. A transcrição a seguir apresenta a pergunta.

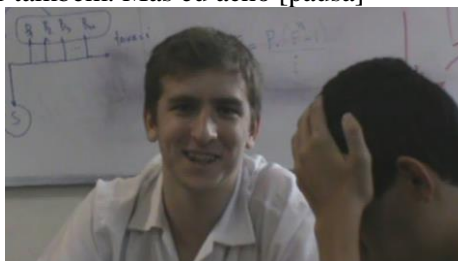
00:20	Sami		Se eu pensar comparando os dois, por exemplo, na última data que recebeu, o valor acumulado das parcelas no último período, e o valor inicial a aí no último período ele não vai mudar porque não tem nenhum rendimento sobre ele, descontando a inflação é claro, poderia fazer isso também?
00:42	Pesq	Bom. O que você acha?	
00:46	Sami	Bom, para mim, comparar desse jeito seria o primeiro passo.	

Fonte: Vídeo 136.

Observamos que Sami constitui dois objetos: o valor acumulado das parcelas e o valor recebido de uma vez, os 10.000 reais, e passa a comparar os dois. O diálogo a seguir mostra as operações que ele faz com os objetos que constituiu no interior dessa atividade.

01:33	Pesq	Então você levaria os benefícios para o futuro e compararia com o valor da outra opção. Ou seja, você compararia as 24 de 500 no futuro com os 10 mil?
01:40	Sami	Sim. É isso.
01:42	Pesq	Mas você faria 24 vezes 500 ou ia calcular o valor futuro?
01:48	Sami	Calcularia o valor futuro. Mas aí eu não sei se achando o valor futuro, total, eu poderia analisar em qual eu teria mais.

02:00	Pesq	O que seria valor futuro pra você?
02:10	Sami	Seria o valor acumulado das prestações.
02:15	Pesq	Mas aí você pegaria as prestações e faria o quê com elas?
02:20	Sami	Guardando. E aí eu compararia com o valor que eu receberia hoje, guardado também, pra saber qual tem mais.
02:29	Pesq	Mas aí o valor hoje guardado ficaria intacto?
02:34	Sami	É [risos]. Seria.
02:37	Pesq	Se as suas prestações estão rendendo, o que você acha que vai acontecer com o outro valor, ou o que você poderia fazer com ele?
02:45	Sami	Ah! Fazer render também. Mas eu acho [pausa]



Fonte: Vídeo 9.4

A forma como Sami opera com o valor acumulado das prestações (valor futuro da série uniforme) – objeto por ele constituído – na data do último recebimento, era diferente da operação com o valor que seria dado à vista. Na ótica do MCS dizemos que a lógica dessas operações é diferente, pois para ele, nesse momento do encontro, as parcelas seriam investidas, em cada mês, mas o outro valor, os 10.000 reais, não seriam investidos. Isso fica evidente, quando diz: “o valor acumulado das parcelas no último período, e o valor inicial a aí no último período ele não vai mudar porque não tem nenhum rendimento sobre ele”. As parcelas seriam transformadas, mas os 10.000 ficariam “intactos”, ou seja, não se transformariam no tempo. Sua expressão facial mostra essa alternância na forma de operar, que na ótica do MCS, estamos chamando de alternância entre os campos semânticos da acumulação aditiva e da equivalência de capitais.

Tópico Analítico 2 – Análise da Tarefa 12 – Cenário 2.

Essa análise é praticamente uma continuação da anterior, pois a discussão em torno da questão de como a taxa de retorno pode influenciar a tomada de decisão já tinha aparecido no Cenário 1. Entretanto, aqui ela se amplia e passa a contar com novos momentos-chaves que revelam novas produções de significados.

Começaremos com os registros escritos dos participantes, mostrando a solução apresentada, as justificativas e a decisão tomada neste cenário 2.

Bril considera aplicar os 5.700 reais, à taxa de 1% ao mês, retirando todo mês o valor da prestação mensal de 1.000 reais. Ele opera de forma recursiva com o saldo final e inicial, mês a mês, a partir de uma representação temporal, mas sem explicitar o pagamento da prestação, concluindo ao final que faltaria dinheiro, usando o investimento do valor à vista, para pagar a última prestação, conforme ilustra Figura 9.26.

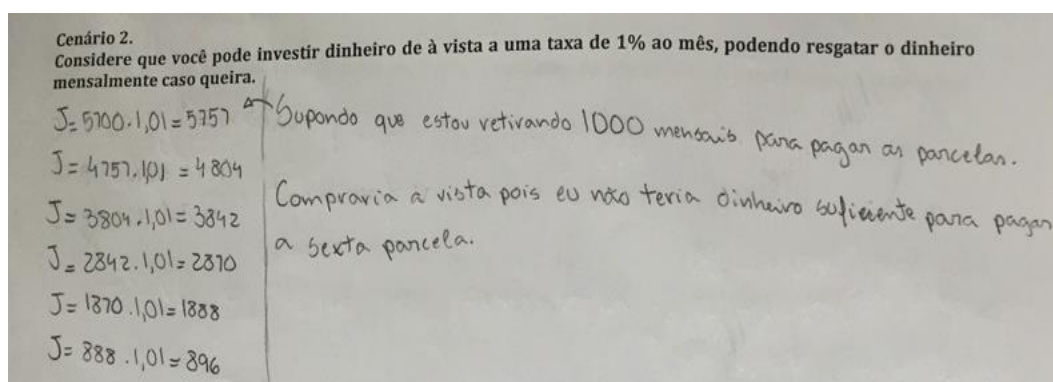


Figura 9.26 - Estratégia de Bril para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

O discurso de Bril que capturamos em vídeo reforça essa estratégia, conforme podemos ver na transcrição a seguir.

06:45	Bril	No cenário 2 eu fiz o primeiro mês, porque eu peguei os 5.700 e calculei 1% pra ver quanto ele teria. Porque ele começa a pagar a dívida só depois de 1 mês. Ai eu achei 5.757. Aí no outro mês já tirei 1000 da primeira parcela.
07:04	Pesq	Vocês perceberam o que ele fez. Ele já calculou 1% chegando aos 7757. E aí depois o que você fez?
07:19	Bril	Aí eu tirei 1000, por causa da primeira parcela e aí calculei 1% em cima daquilo que eu achei. <i>E aí eu fui fazendo isso de cada mês. No final, eu percebi que eu não teria dinheiro suficiente para pagar a última parcela.</i> Eu só ia ter 896 reais. Só que a parcela é 1000 reais. Então ia faltar 104 reais ainda.
07:40	Pesq	E a conclusão com isso é?
07:43	Bril	É melhor pagar à vista, porque a prazo eu não ia ter dinheiro suficiente.

07:50	Pesq	Entenderam o que ele fez?
07:53	Mari	Sim. Eu fiz isso também.

Fonte: Vídeo 9.13

Mari apresenta estratégia bem semelhante, deixando explícitas todas as operações que realizou com os saldos iniciais e finais, chegando ao final, a um saldo negativo de 101,37 reais. Com isso diz que continuaria pagando à vista.

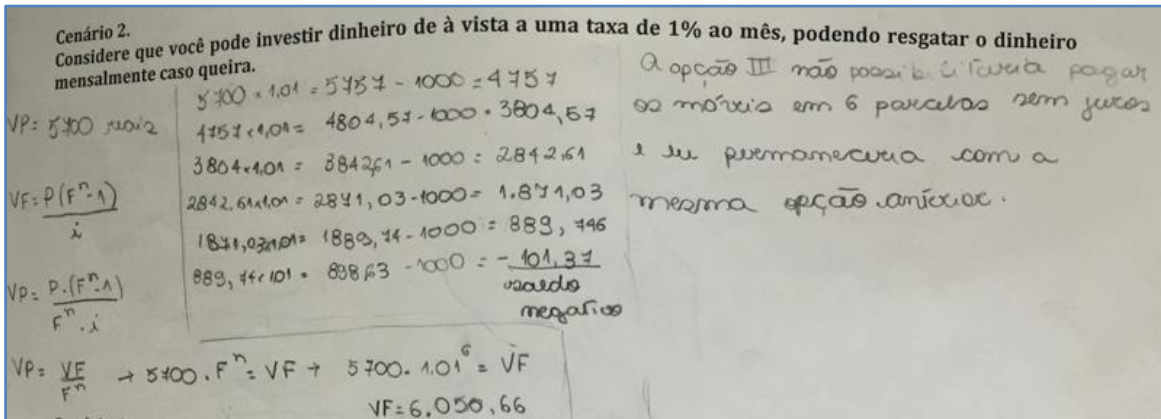


Figura 9.27 - Estratégia de Mari para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Sami também opera de forma recursiva, mas usa uma representação temporal diferente, em que o dinheiro se transforma a cada linha, e não na passagem de cada mês, de modo que o saldo final em uma linha, é o saldo inicial da mesma linha, atualizado de 1% e, após isso, reduzido de 1.000 reais para pagar a prestação. Temos que os objetos: saldo final e saldo inicial foram constituídos diferentemente dos demais colegas, o que não o impediu de gerar o mesmo resultado final, conforme se pode ver na figura a seguir.

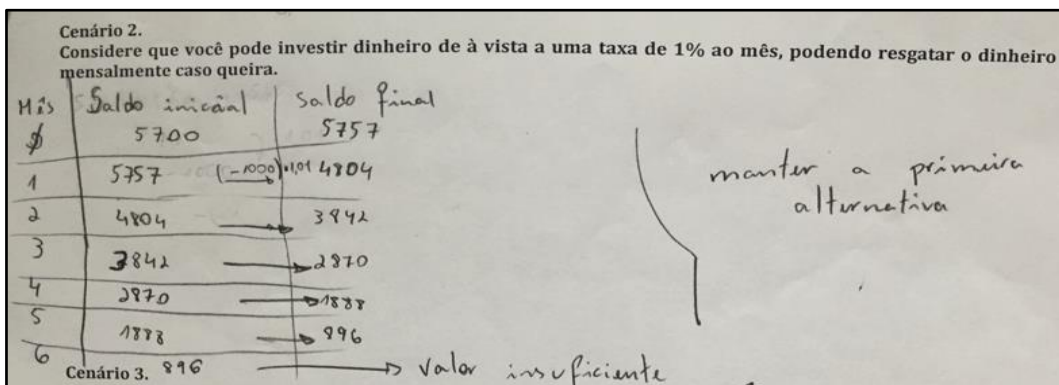


Figura 9.28 - Estratégia de Sami para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9.

Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

A estratégia de Send considera duas atualizações de capital antes de começar a descontar mensalmente as parcelas, o que gerou uma redução no saldo devedor negativo, mas não alterou a sua decisão em não pagar a prazo, ainda que o resultado final ficasse diferente.

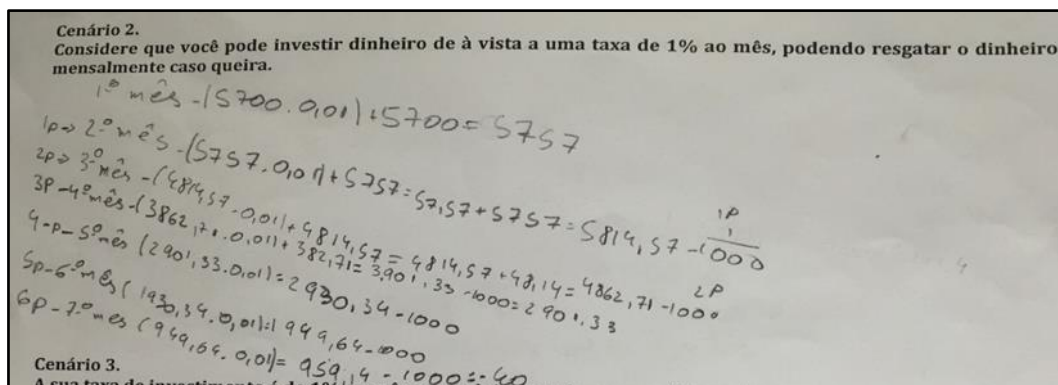


Figura 9.29 - Estratégia de Send para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Lu começa a construir seu processo recursivo, mas não termina de registrar o processo até o fim, conforme se pode ver na figura a seguir.

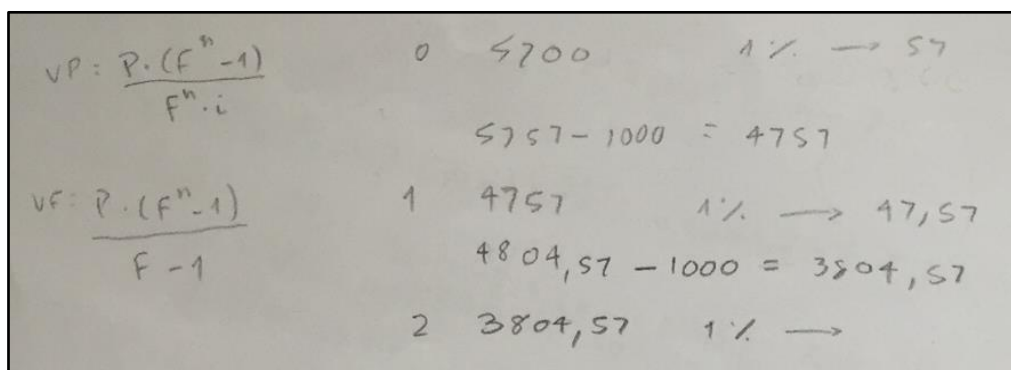


Figura 9.30 - Estratégia de Lu para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Identificamos que Send, Bril, Sami, Mari e Lu operam de forma recursiva com o saldo inicial e final do investimento, utilizando a taxa de 1% ao mês. Mesmo dispondo das expressões que forneciam o VP e o VF da série, os participantes praticamente não operaram com elas, e, portanto, não as tornaram parte do núcleo a partir do qual produziram significados. O processo recursivo foi o escolhido pela maioria deles (5 de 6) para solucionar o problema e tomar a decisão, em que os objetos saldo inicial e saldo final, mês a mês, foram considerados, para transformar o dinheiro no tempo.

A estratégia usada por Stahl, entretanto, é completamente diferente da apresentada pelos outros participantes. A figura a seguir mostra isso.

Cenário 2.
 Considere que você pode investir dinheiro de à vista a uma taxa de 1% ao mês, podendo resgatar o dinheiro mensalmente caso queira.

$\frac{5.700}{6} = 950,00$ → preciso recuperar
 $1000 - 950 = 50$
 $\begin{array}{r} 128,10 \\ - 81,30 \\ \hline 46,80 \end{array}$

$VP(1,01)^6 = VP + 300$
 $VP(1,0615) = VP + 300$
 $0,0615VP = 300$
 $VP = 487,80$
 parcel sem a taxa:
 $\frac{487,80}{6} = 81,30$


$787,80 = \frac{P(1,01^6 - 1)}{0,01}$
 $787,80 = P(0,0615)$
 $P = 128,10$
 parcel sem a taxa

R: Eu investiria em torno de R\$ 500,00.
 Assim eu receberia de volta o dinheiro que eu precisava sem o desconto.

Cenário 3. Preciso sem o desconto.

Figura 9.31 - Estratégia de Stahl para o Cenário 2 da Tarefa 12 – Encontro 9
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Para analisarmos essa solução, que é composta de várias etapas, com uma alternância entre os campos semânticos aditivo e da equivalência, precisamos comparar esse registro escrito com o seu discurso, apresentado na transcrição a seguir.

08:54	Pesq	O teu raciocínio é mais complexo, certo Stahl?
08:59	Stahl	 <p>Eu vou pagar o carro [esqueceu que eram móveis] em seis parcelas. Então o meu pensamento era investir uma determinada quantidade de dinheiro para no final desses seis meses, ao mesmo tempo que eu tivesse pago o carro eu teria reavido os trezentos reais que eu deixei de economizar pagando parcelado. Eu pensei em reaver os 300 reais que eu deixei de ganhar pagando parcelado, investindo algum dinheiro para que no final eu tivesse esses 300 reais de volta. No caso seria ao mesmo tempo que eu terminasse de pagar o parcelamento do carro, ou seja 6 meses.</p>

Fonte: Vídeo 9.13.

A estratégia de Stahl para avaliar se pagar a prazo seria melhor que pagar à vista foi usar uma outra fonte de dinheiro, para gerar retornos que compensassem os 300 reais que receberia de desconto se pagasse à vista. Para isso ele pensou em aplicar mensalmente uma quantia, além dos 1.000 reais mensais pagos na opção a prazo. Fez uma série de cálculos e concluiu que precisaria investir em torno de 500 reais para conseguir essa “compensação”.

Analisando as produções escrita e oral de Stahl, identificamos alguns elementos levados em consideração para montar sua estratégia. O primeiro é o foco que ele dá em recuperar os 300 reais, desconsiderando os 5.700 que poderiam gerar retornos para permitir o pagamento das seis prestações de 1000 reais. Tudo o que faz é para determinar quanto precisa investir para recuperar os 300 reais. Ele transforma o problema original em outro problema que para ele, naquele momento, é mais fácil ou que o ajudaria a avaliar e escolher a melhor opção. Com isso, ele acaba desconsiderando os 5.700 disponíveis inicialmente na geração de retornos para pagar o financiamento, sem precisar ter os 6000 reais.

Além disso, há uma **assimetria de fontes** na avaliação das opções, pois ele compara o pagamento à vista sem o investimento, com o pagamento a prazo juntamente com o investimento. Há, portanto, uma **assimetria de fontes**, na comparação entre os valores.

Identificamos também que ele opera alternando entre dois campos semânticos, ora no campo aditivo quando faz $5.700/6 = 950$ ou ainda $487,80/6 = 81,30$; ora operando no campo da equivalência, fazendo $VP \cdot 1,01^6 = VP + 300$ ou quando considerou que $787,87 = \frac{P \cdot (1,01^6 - 1)}{0,01}$, contribuindo para que comparasse diretamente capitais referidos a datas diferentes.

Essa combinação de elementos, associada a um erro de cálculo, quando fez $300/0,0615 = 487,80$, o leva a um valor que ele mesmo, ao final, parece abandonar, conforme aponta a próxima transcrição.

9:40	Pesq	Agora, reparou que você encontrou aí que você precisa investir 500 para reaver 300.
	Stahl	É no final. Isso aí!
	Pesq	Estranho, não?
9:54	Stahl	É. [balança a cabeça com um sorriso, achando estranho também]
9:56	Stahl	<i>Tem também aquela história que, por exemplo, eu ia investir 500, aí ia sobrar 5.300. Uma hora não ia dar para as parcelas.</i>
10:09	Pesq	Essa parte é que eu não vi no teu desenvolvimento. Depois até naquela nossa conversa, você falou assim: “o que eu fiz com isso aqui? Opa, não sei”. Você não chegou a levar isso em consideração.
10:22	Stahl	É, eu esqueci.
10:23	Pesq	Isso é natural, porque vocês não lidam com essas situações com a frequência com que os adultos lidam.

Fonte: Vídeo 9.13

Tópico Analítico 3 – Análise da Tarefa 12 – Cenário 3.

Logo em seguida ao último diálogo apresentado no tópico anterior, começamos a perguntar sobre as estratégias usadas no cenário 3. Apenas Bril e Mari fizeram as contas até o final para definir que decisão tomariam, conforme mostra a figura 9.32.

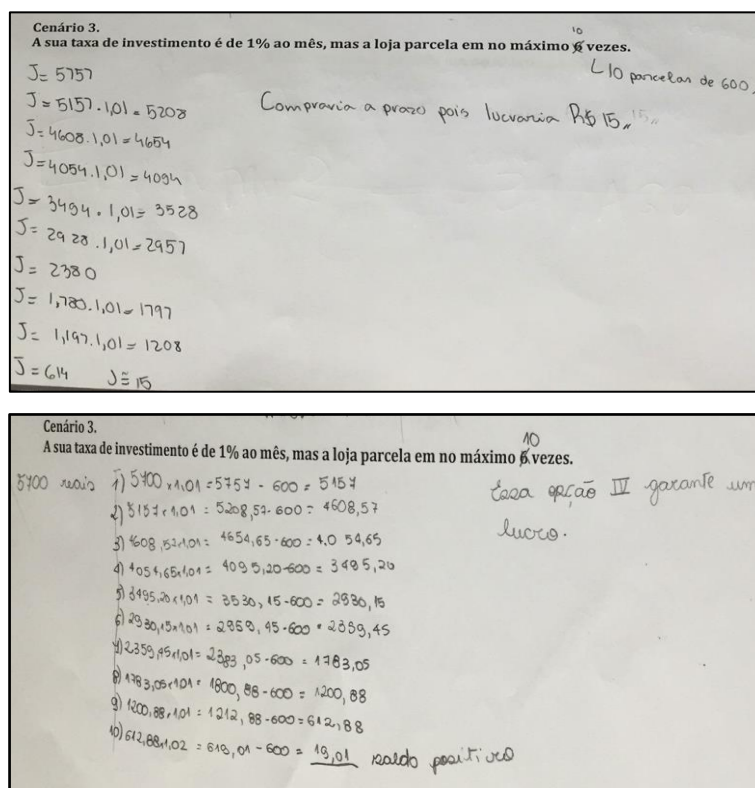


Figura 9.32 - Estratégia de Bril e Mari para o Cenário 3 da Tarefa 12 – Encontro 9
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Bril e Mari apresentam a mesma estratégia utilizada no Cenário 2, aplicando os 5.700, só que agora por 10 meses, resgatando mês a mês os 600 reais para pagar as prestações à medida que fossem vencendo. Identificamos que mais uma vez usaram processos recursivos a partir de uma representação temporal. Além disso, observamos uma pequena diferença no saldo final obtido, devido a forma com lidaram com as aproximações ao longo do processo.

Em seguida, o pesquisador faz algumas perguntas sobre os resultados encontrados para esse cenário. Nosso intuito era saber se os resultados encontrados por meio dos cálculos seriam utilizados por eles, ou se mesmo se a decisão tomada a partir da produção matemática deles poderia sofrer influência de outros elementos não matemáticos. As transcrições a seguir mostram novos significados não matemáticos que foram utilizados para justificarem suas decisões, ampliando ainda mais a visão que o

grupo passava a ter da situação. Essa parte da conversa começa com uma pergunta que fizemos ao grupo, conforme apresentada na transcrição abaixo.

11:25	Pesq	Pergunto a vocês. Se hoje, na prática, a gente vai ali à rua e compra esses móveis. Você sabendo que vai economizar ao final de 6 meses 15 reais, de que maneira isso iria influenciar a decisão de vocês?
-------	------	--

Fonte: Vídeo 9.13.

Essa pergunta desencadeia uma discussão na qual os estudantes apresentam várias justificativas. Para Bril, por exemplo, 15 reais na prática não importariam muito. Muito trabalho para pouco ganho.

11:35	Bril		Nenhuma. 15 reais!
-------	------	---	--------------------

Fonte: Vídeo 9.13.

O pesquisador confere se a opinião de Bril é realmente aquela e pergunta novamente de outra forma, conforme o registro abaixo.

12:15	Pesq	Mas diante de 15, vocês fariam isso ou pagariam à vista dado que [interrompido pelo Bril]
12:22	Bril	É 1,50 por mês!
12:25	Pesq	Você acha que é um ganho que <i>não vale a pena?</i>
12:27	Bril	<i>Claro que não.</i>

Fonte: Vídeo 9.13.

Em seguida, Send apresenta dois comentários. Um deles se refere a relação: tempo x retorno, dizendo que o tempo que levaria para se obter esse retorno de “15 reais” é muito grande, de modo que, naquele momento, pagaria à vista.

12:33	Send	São 15 reais, cara. É um Mac lanche feliz.
12:39	Send	Entendeu! Eu não faria [se referindo ao processo ao longo dos 10 meses]. Eu pagaria de uma vez. São 10 meses!

Fonte: Vídeo 9.13


Mari, por outro lado, diz que os ganhos não são apenas dos 15 reais, mas também do desconto de 10%, reforçando assim sua decisão em comprar a prazo nesse caso. Além disso considera essas parcelas a serem pagas numa perspectiva mais ampla, olhando para outros gastos nos meses seguintes, ou seja, para o fluxo de caixa mensal, ao considerar que iria “sobrar mais dinheiro para os gastos dele...”. Assim, para Mari, há dois ganhos: pagar menos e ao final ganhar 15 reais. E isso aparece atrelado a uma preocupação com o orçamento mensal da pessoa, conforme se vê em dois momentos diferentes, quando diz: “... vai sobrar mais dinheiro para os gastos dele”, “... então o orçamento vai ficar mais folgado”, e também quando diz: “Mas aqui ele vai ganhar...”, conforme registram as seguintes transcrições.

12:45	Mari	Ele está tirando menos dinheiro por mês, por que são 10% [comparando os 5.700 com o valor de 600 reais da prestação], então vai sobrar o dinheiro dele, <i>sobrar mais dinheiro para os gastos dele</i> [não vai pagar tudo de uma só vez – descapitalizar totalmente] e ele ainda vai ganhar no final.
12:57	Pesq	Você está trazendo outro elemento. Está dizendo com isso que o orçamento dele fica mais folgado?
13:03	Mari	É!
13:20	Mari	O fato dele estar pagando em mais prestações, ele vai pagar menos por mês [comparando os 600 com os 1000 do cenário 2], <i>então o orçamento dele vai ficar mais folgado</i> . E se fosse por exemplo, vai ficar mais folgado, mas no final fosse prejudicar, tudo bem, a gente teria repensado. <i>Mas aqui ele vai ganhar</i> .
13:45	Pesq	Mas aí então qual o elemento principal: ter um orçamento mais folgado, ou os 15 reais de ganho?
13:50	Mari	Então, eu acho que um acaba dependendo do outro, porque você quer um orçamento mais folgado, só que ele vai te prejudicar você não quer fazer. Então, se você vai ganhar [] <i>por que eu faria até se não fosse pra perder</i> .

Fonte: Vídeo 9.13 – grifo nosso.

O pesquisador, em ato contínuo, faz mais pergunta aproveitando o aspecto do orçamento folgado apresentado por Mari, e mais um elemento novo aparece que poderia afetar a tomada de decisão e trazer outras consequências para o comprado, conforme registramos na seguinte transcrição.

14:07	Pesq	Interessante teu argumento. Vou colocar um pouquinho de pimenta nesse negócio. A pessoa na primeira [situação] pagava quantas prestações? 6 de quanto? 1000. Depois, ele passou a pagar 10 de 600. Então no orçamento dele aí, em tese, passou a sobrar quanto?
14:31	Lu	400.
14:32	Pesq	Bom, segundo a perspectiva dela [Mari] isso vai deixar a pessoa mais

		tranquila. Mas será que pagando a prestação de 600 que outros aspectos vocês acham que poderiam prejudicar o fato de se ter uma prestação menor?
14:44	Send	Ele podia achar que tem dinheiro sobrando e gastar mais
14:47	Lu	E arranjar outras dívidas
14:49	Pesq	Como é que é? Vocês já falaram isso antes, sabiam?
14:52	Send	As pessoas fazem isso.
14:55	Pesq	As pessoas fazem? E você
14:57	Send	Eu não faço porque eu não compro quase nada a prazo.
15:00	Mari	 <p>O tipo de pessoa que faz esse cálculo todo para ver o quanto ela vai pagar ou o quanto ela vai gastar, isso demonstra que ela tem um cuidado, que ela planeja, que ela se planeja, então se ela se planeja eu acho que ela levaria em conta isso. Uma pessoa que leva todo esse tempo, todo esse cálculo, pra chegar: então agora vou gastar mais. Vou escolher essa opção, vou ficar com orçamento folgado. Agora eu vou fazer várias dívidas. Não parece ser o tipo de pessoa que faz todo o cálculo para ficar endividada. Porque se a pessoa faz o cálculo é pra ter consciência do que ela tá fazendo.</p>

Fonte: Vídeo 9.13 – grifo nosso.

Dessa conversa, retiramos alguns pontos importantes. O primeiro é que pagar uma parcela menor pode, segundo eles, gerar novas dívidas, o que prejudicaria toda a estratégia montada para se beneficiar da taxa de retorno. Pagar parcelas menores ou ainda parcelar no cartão de crédito em várias vezes está diretamente relacionado a esse ponto apresentado pelos alunos. Como não gastei tudo, pode-se ficar com a impressão de “dinheiro sobrando e gastar mais”, ou ainda, “... arranjar outras dívidas” conforme disseram Send e Lu.

A relação de fazer uma prestação menor e com isso, fazer outras prestações menores, não olhando o gasto total, é um dos fatores do nível de endividamento além do possível no orçamento. Um exemplo disso, é o uso do cartão de crédito, que por exigir um planejamento mais detalhado, costuma mascarar o quanto de dívida total se tem, nos dando a impressão de que temos como gastar mais. Os dados de empréstimo de dinheiro com administradoras de cartão de crédito, ou seja, de endividamento por meio do cartão de crédito corresponderam em 2014 a 20% do total do volume emprestado a pessoas físicas no Brasil, conforme dados recentes do Banco Central do Brasil⁷³.

⁷³ Dados publicados em matéria do Jornal *O Globo* intitulada Perigo no contracheque. Aumento do limite do desconto em folha para 50% pode piorar envidamento, publicada em 11 de Abril de 2015.

Além disso, a relação entre a percepção de orçamento folgado e fazer dívidas e não conseguir pagar depois está também associada a questões bioquímicas, ou seja, na forma como o nosso cérebro tende a agir. Segundo Lehrer, o problema está enraizado nas emoções, que tendem a supervalorizar ganhos imediatos à revelia das despesas futuras (gastos com juros por não conseguir pagar o cartão ou ter entrado no cheque especial). Sobre isso ele argumenta que

As emoções ficam excitadas com a perspectiva de uma recompensa imediata, mas não conseguem compreender realmente as consequências fiscais da decisão a longo prazo. O cérebro emocional simplesmente não compreende coisas como taxas de juros, pagamentos de dívidas ou custos financeiros. O resultado é que áreas do cérebro como a ínsula⁷⁴ não reagem a transações envolvendo um cartão Visa ou Master Card. Como a impulsividade encontra pouca resistência, sacamos os cartões e compramos tudo o que queremos. Depois veremos como pagar.
(LEHRER, 2010, p. 107)

Outro ponto que identificamos nesse diálogo sobre os efeitos de um “orçamento mais folgado”, levantado por Mari, foi a concepção dela sobre o perfil de quem faz contas na hora de planejar e decidir. Isso aparece na fala de Mari, quando faz um contraponto à questão do aumento do endividamento em um orçamento mais folgado, dizendo que o perfil de quem procura analisar as situações de forma mais matemática, seria de não desperdiçar ou não deixar de levar em consideração os resultados calculados. Para ela quem faz “... esse cálculo todo para ver o quanto ela vai pagar ou o quanto ela vai gastar”, tem “consciência do que ele está fazendo” e não faria tudo isso para ao final pensar: “agora vou fazer mais dívidas”.

Como vimos acima, é possível sim fazer cálculos, planejar e mesmo assim tomar decisões diferentes daquelas que tomaríamos baseados exclusivamente nos cálculos. Nosso cérebro tende a agir naturalmente assim conforme têm mostrados os estudos da área de Economia comportamental, como os de Kahneman (2012), Thaler⁷⁵(1981, 1985), dentre outros, como pela ótica da Neurociência, como os registrados em Lehrer (2010) e Damásio (2012). Mas nem por isso, a consideração de Mari deixa de ser importante para nossa pesquisa, na medida que mostra uma forma de pensar de uma jovem que leva em consideração diversos aspectos financeiros e comportamentais em sua análise da situação financeira apresentada, e que se posicionou

⁷⁴ Maiores detalhes sobre o funcionamento da Ínsula e outras regiões do cérebro e seus mecanismos de participação no processo de tomada de decisão, ver (Lehrer, 2010) e (Damásio, 2012).

nesse ambiente de pesquisa diante de uma possível inconsistência entre o planejamento e a ação das pessoas. Essa forma mais global de pensar reforça ainda mais a importância de se investigar como pensam os jovens dessa faixa escolar sobre questões financeiras, os quais demonstram pensamentos repletos de considerações e análises, plurais em produção de significados, diante de situações financeiras que vivem ou viverão em breve, mesmo com toda a inexperiência financeira que costuma ser peculiar dessa fase da vida de jovens que estão completando o ensino médio.

Há ainda outro momento sobre a questão comportamental de uma prestação menor aumentar a chance de uma pessoa da pessoa fazer mais dívidas, no discurso de Stahl, quando diz que “a única vantagem de você pagar à vista é porque você vai ficar com um pé atrás para fazer outros gastos”, registrado na transcrição abaixo.

16:43	Pesq	Eu quero saber uma coisa sobre essa questão comportamental [olhando para Stahl]. Você acha que a pessoa vai arrumar mais dívida? Se a pessoa parcelasse em mais prestações de menor valor? Na loja ele pode parcelar em 6 ou pode parcelar em 10.
17:03	Stahl	A pessoa tem que ter bom senso. Pelo que eu vejo aqui, a <i>única vantagem de você pagar à vista é porque você vai ficar com um pé atrás para fazer outros gastos</i> . Porque a pessoa só vê que ela tá endividada quando ele vê lá que está em vermelho mesmo.
17:20	Pesq	E depois que vê 5.700 saindo da conta []
17:22	Stahl	É. Aí que ele vê.

Fonte: Vídeo 9.13 – grifo nosso.

Para Stahl, pagar à vista considerando o Cenário 3, pode ajudar a pessoa a controlar os gastos, fazendo-a “ficar com um pé atrás para fazer outros gastos”.

Assim, surgiu um outro aspecto comportamental nesse discurso, em que a opção financeiramente menos vantajosa pode ser melhor, por servir como um mecanismo de controle para evitar outros gastos. Ou seja, pagar à vista pode ajudar no autocontrole das pessoas em gastar. Isso nos chamou atenção, porque esse pensamento se alinha com as pesquisas de Richard Thaler e Hersh Shefrin, quando descrevem o problema do autocontrole. Segundo Nofisinger, eles:

[...] descrevem o problema do autocontrole como interação entre as duas metades que há no ser humano: o ser planejador e o executor. O executor deseja consumir agora em vez de esperar até mais tarde, bem como adiar tarefas desagradáveis. O planejador deseja deixar o consumo para mais tarde e completar tarefas desagradáveis agora. O conflito entre desejo e força de vontade ocorre porque as pessoas são influenciadas por preocupações racionais a longo prazo e por fatores emocionais a curto prazo. (NOFSINGER, 2008, p.135)


⁷⁵ Thaler, R & Shefrin, H. *An Economic Theory of Self-Control*. Journal of Political Economy. N. 89. pp. 392-406, 1981. Thaler, R. *Mental accounting and Consumer Choice*. Marketing Science 4. pp. 199-214, 1985.

Ao final do encontro, fizemos algumas perguntas aos estudantes, para tentar validar alguns indícios sobre a questão temporal do valor do dinheiro. A primeira pergunta está transcrita a seguir.

14:28	Pesq	Vocês todos foram avançando com o dinheiro para o futuro, certo? Eu fiz por outro caminho: uma análise tentando responder quanto de dinheiro eu precisaria hoje. Sejam sinceros, quais das duas análises para vocês seria mais natural?
14:53	Alunos	No futuro. Mais fácil.



Fonte: Vídeo 146.

A segunda pergunta e a resposta de Sami seguem na próxima transcrição.

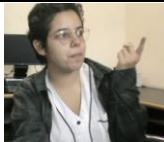
14:54	Pesq	Outra pergunta, eu tinha mostrado pra vocês como levar um grupo de quantias iguais para o futuro de uma tacada só. Por que vocês não usaram aí?
15:12	Aluno	Eu tentei achar alguma coisa para fazer isso, eu quase cheguei nisso aqui. Eu até tentei pensar em alguma coisa que não fosse passo a passo. Eu quase cheguei nessa ultima pergunta. Na verdade eu acho que faltou a luzinha. 

Fonte: Vídeo 146.

E a terceira pergunta, feita logo em seguida foi.

15:47	Pesq	E o que vocês acharam de ir contra a forma como o tempo transforma, complica um pouco?
15:51	Sami	 Quando você vai com o tempo você consegue até imaginar, você indo lá e vendo o seu saldo mudar [pausa]. Você consegue imaginar, você vai lá no Banco ver seu saldo, aí você paga a prestação, você vê a coisa acontecendo, e aqui você não exatamente, você dá uma representação para isso.
16:08	Stahl	 Por isso a gente usa a tabela. É uma forma da gente imaginar a gente indo lá pagando.

Seguimos com uma quarta pergunta.

16:20	Pesq	E essa solução de trazer tudo pro presente?
16:22	Lu	 Não. Até por que quando você faz essa conta dá um valor menor que o valor real da parada, sabe. Aí você fica pensando: “pô isso não deveria dar 6 mil”. Por que que deu 5.600?”
16:39	Pesq	Mas agora fica claro para você? Então o que é 5.795?
16:44	Lu	É o dinheiro que no tempo vai se transformar em 6 mil, só que sobre a taxa de 1%. [outros alunos concordam].

17:30	Lu	Acho que é um questão de costume. A gente tá muito mais acostumado a pensar no futuro, e no futuro em relação ao presente. Do presente para o futuro e não do futuro para o presente. Então a gente tá acostumado a pensar no futuro em relação ao presente e não o presente em relação ao futuro. Acho que é isso. A gente projeta as coisas do presente para o futuro, mas não no futuro em relação ao presente. No futuro em relação ao presente é mais complexo.
18:55	Pesq	Matheus, você acha do presente para o futuro mais facil que o inverso?
18:58	Matheus	É... é mais natural realmente, como já foi dito.
19:26	Pesq	Então Send, você acha mais natural vocês pensaram no valor das coisas do presente para o futuro, ou do futuro para o presente?
19:34	Send	O mais natural é do presente para o futuro pois é como vivemos sempre, voce não vive do futuro para o presente, é estranho você pensar do futuro para o presente pois a linha cronológica é do presente para o futuro.

Fonte: Vídeo 9.14

A operação de **transportar o dinheiro para o futuro** é mais natural, e portanto, mais comum e mas fácil de ser entendida pelos alunos. Isso foi dito por alguns alunos, sendo a fala de Send uma das mais emblemáticas, quando diz, no vídeo 147, que: **“O mais natural é do presente para o futuro pois é como vivemos sempre, voce não vive do futuro para o presente, é estranho você pensar do futuro para o presente pois a linha cronológica é do presente para o futuro”**. Além disso, percebemos em vários momentos que os alunos utilizam essa operação, juntamente com uma representação temporal, para construir suas estratégias e apresentar seus resultados, entre eles e para o pesquisador. Ser mais natural, aqui nesse contexto, significa dizer que levar o dinheiro do presente para o futuro é uma operação que coincide com a nossa percepção de tempo, pois de fato vivemos do presente para o futuro. **Voltar no tempo é antinatural assim como transformar o dinheiro do futuro para o presente**. Entedemos ser esse um dos principais motivos pelos quais as representações temporais ajudaram os estudantes, em muitos momentos, a construírem soluções matemáticas para várias situações apresentadas nos encontros, em que na maioria das vezes, usavam uma data focal no futuro para compararem capitais.

Assim, finalizamos nossa investigação do processo de produção de significados dos estudantes, no Encontro 9, quando analisaram situações financeiras, apresentadas por meio de tarefas didáticas, em um ambiente escolar que culminavam com tomada de decisões. Analisamos suas estratégias e justificativas para as escolhas que fizeram, bem como os elementos que diziam estarem ou que poderiam estar envolvidos no processo de tomada de decisão.

Análise do Encontro 10

O encontro 10 ocorreu em 14 de setembro de 2015, e teve aproximadamente 2 horas de duração, das 13h às 15h, contando com a participação dos estudantes Send, Stahl, Lu, Carlos, Gabi, formando um único grupo com 5 alunos.



Figura 9.33 – Participantes do Encontro 10
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a participação voluntária deles. Em seguida, conversa com o grupo dizendo que no encontro fariam duas tarefas, sendo a tarefa 13 uma análise de quatro situações financeiras que retomariam algumas noções e características já abordadas, mas que não culminavam com tomada de decisões, para que a partir dessa experiência, analisassem a situação da tarefa 14, em que precisariam tomar várias decisões.

Na primeira tarefa apresentamos quatro situações financeiras envolvendo a transformação de uma quantia em uma série uniforme, e vice-versa, em que cada uma representava um tipo de troca intertemporal, conforme mostra a figura a seguir.

1) Quanto você precisa aplicar (de uma só vez) em Dez/2014, à taxa de 1% ao mês, para receber mensalmente a quantia de 2.000 reais, durante 10 anos, começando em Jan/2015 e terminando em Dez/2024?

2) Você comprou uma pequena sala comercial, cujo valor hoje é 139 mil reais, em 120 prestações mensais e iguais, por meio de um financiamento a juros de 1% ao mês, com a primeira prestação sendo paga em Jan/2015 e a última em Dez/2014. Qual o valor da prestação, nessas condições?

Qual a relação entre os dois problemas acima?

3) Considere que você fizesse um investimento de 1.000 reais todo mês, durante 20 anos, em uma aplicação que rendesse 1% ao mês. Se o primeiro depósito foi em Jan/2015 e o último em Dez/2034, quanto você teria acumulado?

4) Quanto você precisaria depositar todo mês, durante 20 anos, em uma aplicação que rendesse 1% ao mês, começando em Jan/2015 e terminando em Dez/2034, para ter ao final desse período a quantia de 1 milhão de reais?

Qual a relação entre os dois problemas acima?

Figura 9.34 - Tarefa 13 aplicada no encontro 10
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador.

Com essa tarefa, buscamos oferecer aos participantes a oportunidade de:

- 1) lembrar e aplicar as noções de VP e VF futuro de uma série uniforme em situações diferentes: uma envolvendo investimento e a outra compra de um bem, por meio um tarefa específica pra isso, indo além da explanação como fizemos no encontro 9;
- 2) perceber matematicamente, mais uma vez, como um investimento realizado hoje, a uma dada taxa de retorno, se transformava em uma série de recebimentos iguais, igualmente espaçados no tempo, e como isso se relacionava com a compra a prazo de um bem, financiado em 10 anos;
- 3) pensar nas semelhanças matemáticas e nas distinções comportamentais entre as situações 1 e 2, e entre as situações 3 e 4. Apesar das situações serem matematicamente iguais, as trocas intertemporais tinham características bem diferentes. Enquanto que na primeira, se faz um sacrifício hoje (ao abrir mão de uma quantia agora) para obter benefícios no futuro (recebimentos mensais durante 10 anos), na segunda situação obtém-se um benefício hoje (loja que eu comprei) para, em troca, assumir sacrifícios mensais nos próximos 10 anos (120 prestações pagar prestações). Sacrifícios e Benefícios estão em posições invertidas nas situações matematicamente iguais.
- 4) utilizar esse experiência para migrarem, esses resultados para seus núcleos, caso quisessem, a partir do quais produziram significados e conhecimentos para as situações da próxima tarefa (tarefa 14), realizada no mesmo encontro, para daí usarem como quisessem tais relações em suas tomadas de decisões.

A tarefa 14 apresentava uma situação hipotética envolvendo metas e estratégias, realizadas pelos irmãos, Arthur e Esther, para poupar dinheiro com objetivo de realizarem alguns sonhos e projetos daqui a 10 anos. Como os depósitos seriam iguais, e a taxa fixa, as séries uniformes eram fundamentais para a análise e tomada de decisão. Arthur usa a estratégia de poupar 1.000 reais mensais durante os 10 anos; Esther, sabendo que não é tão disciplinada, resolve poupar um pouco mais, mas durante a metade do tempo, realizando 60 depósitos mensais de 1.500 reais, deixando todo o saldo acumulado aplicado na conta até o final dos 10 anos.

Depositar 120 de 1000 gera o mesmo valor, daqui a 10 anos, que 60 de 1500? E se fossem 60 de 2000? Para reduzir o tempo de contribuição à metade, basta dobrar o

sacrifício mensal, a fim de que acumulado final se mantém? Temos um caso de grandezas inversamente proporcionais? Qual das estratégias apresentadas é menos difícil de ser realizada? Que fatores comportamentais e financeiros estão envolvidos? O que é mais eficaz: o tempo ou o valor de contribuição? Essas são algumas das questões iniciais, dentre outras, que estão presentes nessa situação financeira, presente na tarefa que desenhamos.

Qual das estratégias os estudantes consideraram, inicialmente sem fazer cálculos, que seria a mais vantajosa, ou seja, a que produzira o maior capital acumulado ao fim dos dez anos? Propuseram outra (s) estratégia (s) para atingir o mesmo objetivo? Quais significados e conhecimentos produziram ao longo do encontro para essa situação? Que outros aspectos não matemáticos emergiram de seus discursos para essa situação ou sobre o que fariam em situação semelhante? Se o valor de Esther mudasse para 2000 reais, a decisão foi a mesma? A partir de que valor depositado por Esther os participantes mudaram de opinião? De que maneira uma análise de sensibilidade, proposta no item F, interferiu na percepção dos sujeitos da pesquisa, nos significados produzidos e nas estratégias apresentada? Que decisão tomaram a partir disso e que justificativa apresentaram para essa decisão? Todas essas perguntas nos orientaram na busca por respostas às nossas duas perguntas de pesquisa.

Nosso objetivo nesse encontro foi investigar como os estudantes utilizaram as informações apresentadas, que objetos constituíram, as operações apresentadas e a lógica dessas operações quando diante de situações envolvendo trocas intertemporais, baseadas em séries uniformes, para a realização de projetos e sonhos no futuro.

A partir dos registros escritos e dos discursos dos estudantes, procuramos identificar e analisar quais os significados matemáticos produzidos para as situações financeiras apresentadas nas tarefas 13 e, principalmente, na tarefa 14e como levaram isso em consideração na tomada de decisão. Além disso, buscamos também identificar quais os aspectos não matemáticos emergiram dos discursos e como foram levados em consideração nesse processo de tomada de decisão.

TAREFA 14 – O dilema dos irmãos: metas, estratégias, sonhos e o Valor do dinheiro no tempo

Arthur e Esther querem fazer uma poupança programada para realizar alguns sonhos daqui a 10 anos, em Dez/2024. Para isso, eles pensarem em estratégias diferentes, de acordo com o perfil e a capacidade de poupança de cada um.

Arthur resolveu investir 1.000 reais mensalmente, durante 10 anos, em uma aplicação que rende 1% ao mês, começando em Jan/2015. Ele planeja realizar o último depósito em Dez/2024.

Esther resolveu investir 1.500 reais mensalmente, durante 5 anos, em uma aplicação que rende 1% ao mês, começando em Jan/2015. Ela planeja realizar o último depósito em Dez/2019. Depois disso, vai parar de realizar os depósitos, mas vai deixar o dinheiro aplicado por mais 5 anos, ou seja, ela deixará todo o saldo da conta aplicado até Dez/2024.

- G) Antes de fazer as contas, quem vai conseguir o maior valor acumulado? Apresente sua impressão inicial.

- H) Qual das duas estratégias você utilizaria? Que aspectos você levaria em consideração ou acha que poderiam ser levados em consideração para definir sua estratégia?

- I) Quanto o Arthur terá acumulado em Dez/2024, imediatamente após realizar o último depósito?

- J) Quanto a Esther terá acumulado em Dez/2014?

- K) E se Esther depositasse 2.000 reais em vez de 1.500 reais, o resultado final seria o mesmo?

- L) Preencha a tabela abaixo, e diante dos resultados, apresente que estratégia você utilizaria para fazer a sua poupança programada.

Investimento mensal	Valor acumulado (Dez/2024)
1.500,00	
1.600,00	
1.700,00	
1.800,00	
1.900,00	

Figura 9.35 – Tarefa 14 aplicada no Encontro 10
Elaborada pelo autor

Apresentação resumida dos Tópicos analíticos.

- 1) Observamos que 80% dos participantes consideraram, sem começar a fazer cálculos, que Ester teria o maior valor acumulado. Gabi, Stahl e Carlos usaram justificativas semelhantes, envolvendo principalmente o maior valor contribuído que renderia por mais tempo. O quadro a seguir sintetiza as respostas apresentadas.

Quadro 9.19 - Distribuição das respostas dos participantes nos três cenários na tarefa 12

Aluno	Pergunta do item A (Quem terá o maior saldo acumulado?)		Pergunta do item B (Qual estratégia você faria?)	
	Arthur (120 de 1000)	Esther (60 de 1500)	Arthur (120 de 1000)	Esther (60 de 1500)
Stahl		X	depende	depende
Send		X		X
Gabi		X	X	
Carlos		X	X	
Lu	X		X	

Fonte: Elaborado pelo autor

- 2) Os valores 230 mil reais para o acumulado de Arthur e 222 mil reais para o de Esther foram calculados por todos os alunos, com interações entre eles, a partir dos conhecimentos produzidos na tarefa anterior. Pela ótica do MCS, identificamos nesse encontro um processo de **nucleação**, em que as expressões para o VF de uma quantia e de uma série uniforme foram utilizadas diretamente, fazendo, portanto, parte do conjunto de estipulações locais – núcleo – a partir do qual os estudantes produziram significados. Do ponto de vista do ensino de matemática, isso sugere que conforme a experiência com as noções matemático-financeiras se amplia, resultados antes investigados e demonstrados passam a ser ponto de partida na análise de situações mais complexas. Constatamos que para esse grupo, o núcleo nesse caso se mostrou dinâmico. Sobre isso, LINS comenta que:

Na prática, os “teoremas mais importantes”, assim como os novos objetos que vão sendo definidos, vão talvez se agregando ao núcleo. [...] Parece mesmo que este comportamento de deixar o núcleo “absorver” teoremas e novos objetos é característica muito mais do expert do que do novato. (LINS, 2012, p. 26)

- 3) Sobre a dinâmica de investir por um longo período de tempo, e o que significavam os 139 mil para eles, Carlos diz que só investiria se **não estivesse precisando do**

dinheiro, evidenciando que a possibilidade de precisar do dinheiro seria muito importante na estratégia que escolheria. Para Send, a estratégia de **multiplicar o dinheiro** investido era interessante, evocando a ideia de transformação do dinheiro no tempo.

- 4) Identificamos que o elemento **estabilidade** apareceu na fala de Send para justificar a importância e os benefícios de se planejar usando uma estratégia semelhante a que estava em discussão.
- 5) Na percepção dos estudantes, fazer **sacrifícios mensais** para obter um valor acumulado após um certo tempo, poderia trazer **benefícios futuros** tais como pagar a faculdade do filho, complementar o financiamento de um imóvel, permitir uma tranquilidade maior e pagar o aluguel emergiram dos discursos de Carlos, Send e Lu.
- 6) O Pesquisador, com o intuito de captar outras percepções, faz outra pergunta, seguinte à anterior, para coletar a impressão daqueles jovens sobre **o hábito de poupança** no Brasil, a partir da situação discutida sobre a troca intertemporal: abrir mão agora, para receber benefícios futuros. As expressões “**cultura do imediato**”, “**cultura da pressa**”, “A gente não está pensando no depois, a gente está pensando nos 140 mil agora”, “**ter dinheiro no bolso é uma coisa nova**”, “**Tem a ver com o capitalismo**”, “**eu tenho outras opções que me ajudam no imediato**”, “isso ainda não foi “absorvido culturalmente”, emergiram dos discursos dos estudantes, refletindo três elementos centrais: (i) imediatismo do consumo; (ii) falta de paciência e planejamento para o futuro; (iii) aumento de renda é uma conquista recente de uma boa parte da população.
- 7) Os discursos dos participantes refletem que as decisões envolvendo paciência são difíceis tanto para eles (a fala de Carlos é emblemática) como para a população.
- 8) Identificamos um momento chave especial quando a participante Lu diz que “*a gente não tem essa cultura de guardar dinheiro por que isso é uma coisa muito nova: ter dinheiro no bolso. Tipo de vinte anos para cá*”. Em outro momento ela também comenta que “[...] *há muito tempo atrás as pessoas não tinham quase*

nenhum poder de compra e hoje em dia elas podem comprar várias coisas”. Essa fala de Lu representa e reflete, em muitos aspectos, a realidade econômica brasileira, principalmente da história social e econômica mais recente vivida pelo país, detalhadamente analisada no tópico 2.

- 9) Um elemento que nos chamou atenção foi a expressão “**cultura de como administrar o dinheiro**”. Na fala de Lu, se o aumento da renda atingiu tanta gente, e de forma rápida, isso ainda não permitiu que uma parte da população criasse uma cultura de administrar o dinheiro, até mesmo porque, esse dinheiro não existia. Se não existia, como aprenderiam a lidar com ele.
- 10) A expressão “**comportamento afobado**” das pessoas, aparece na fala de Lu, quando diz que “[...] *Parece que uma coisa que elas estão querendo aproveitar o momento que elas estão com muito dinheiro como se fosse uma coisa passageira*”. Nossa leitura é que a impressão de Lu revela que uma parte da população, diante das oportunidades de consumo que não lhes eram acessíveis, use como lema: vamos aproveitar antes que acabe, refletindo **um sentimento de incerteza na manutenção das conquistas** alcançadas nesse período.

Análise detalhada dos momentos-chave do Encontro 10.

Antes de investigarmos o que os alunos produziram, faremos um breve comentário sobre as situações da tarefa 13 e uma breve análise da situação apresentada na tarefa 14, tomando como base as teorias econômicas tradicionais, ou seja, do ponto de vista da matemática financeira e da otimização das despesas e dos retornos envolvidos. Reforçamos que esses são os modos de produção legítimos para o professor que ensina matemática financeira ou para os especialistas em finanças, os quais nos servirão para comparação e não como mecanismo para classificar o aluno em certo (responde de acordo com esses modos) ou errado.

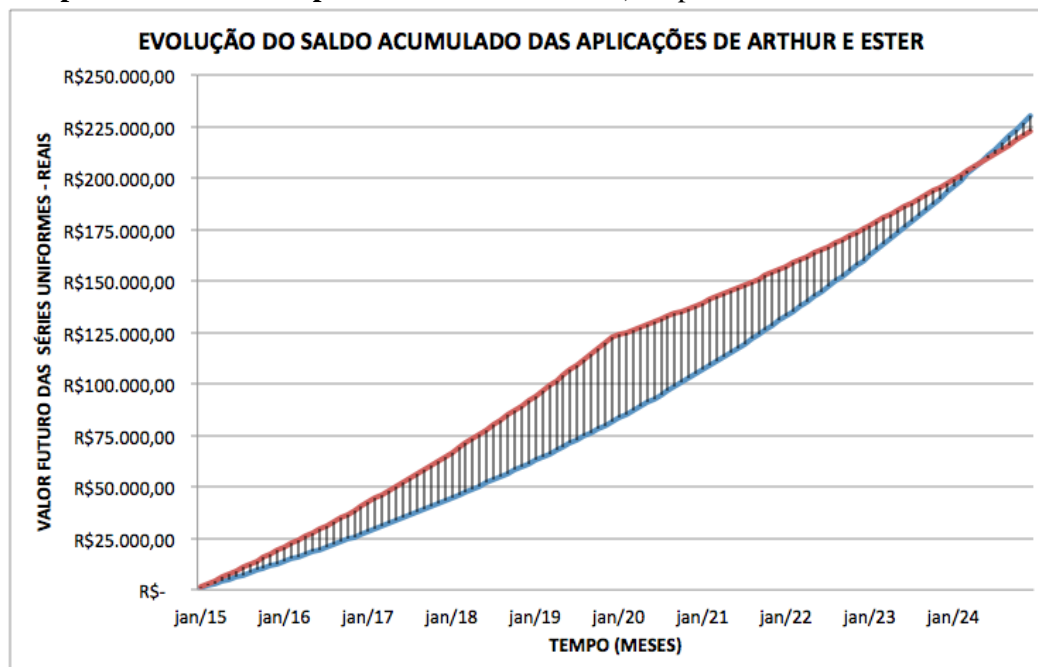
Essa tarefa apresenta uma situação financeira em que dois irmãos usam diferentes estratégias para juntar de dinheiro a fim de realizar projeto, sonhos, enfim, desejos de longo prazo. Arthur, ao realizar 120 depósitos mensais e iguais de 1000 reais em um investimento que rende 1% ao mês, começando em janeiro de 2015 e terminando em dezembro de 2024, terá um saldo acumulado em Dez/2024 de R\$

230.038,69. Esther, após depositar 60 vezes de 1.500 reais, começando em Jan/2015 e terminando em Dez/2019, deixando o saldo aplicado na conta até Dez/2014, terá acumulado um valor total de R\$222. 553,53. De fato, para Arthur temos $VF = \frac{1000.(1,01^{120}-1)}{1\%} = 230.038,69$; e para Esther temos $VF = \frac{1500.(1,01^{60}-1)}{1\%} \times 1,01^{60} = 222.553,53$.

Assim, a estratégia de Arthur produz um valor acumulado maior que a estratégia de Esther. A diferença, porém, não é muito grande, e deu a Ester 60 meses de “tranquilidade”, ou seja, sem precisar se preocupar em abrir mão de 1.500 reais de seu orçamento. Por outro lado, Arthur desembolsa nominalmente mais recursos que Ester, mas tem a oportunidade de nos primeiros sessenta meses usufruir dos 500 que Ester abriu mão para investir.

O gráfico a seguir mostra a evolução do saldo acumulado dos dois irmãos, nos permitindo ver as mudanças na velocidade de crescimento e o ponto em que o acumulado de Arthur ultrapassa o de Ester.

Gráfico 100 – Evolução do saldo acumulado das aplicações de Arthur e Esther (considerando um aporte de 1.500 reais por mês durante 60 meses) no período de Jan/2015 a Dez/2014.



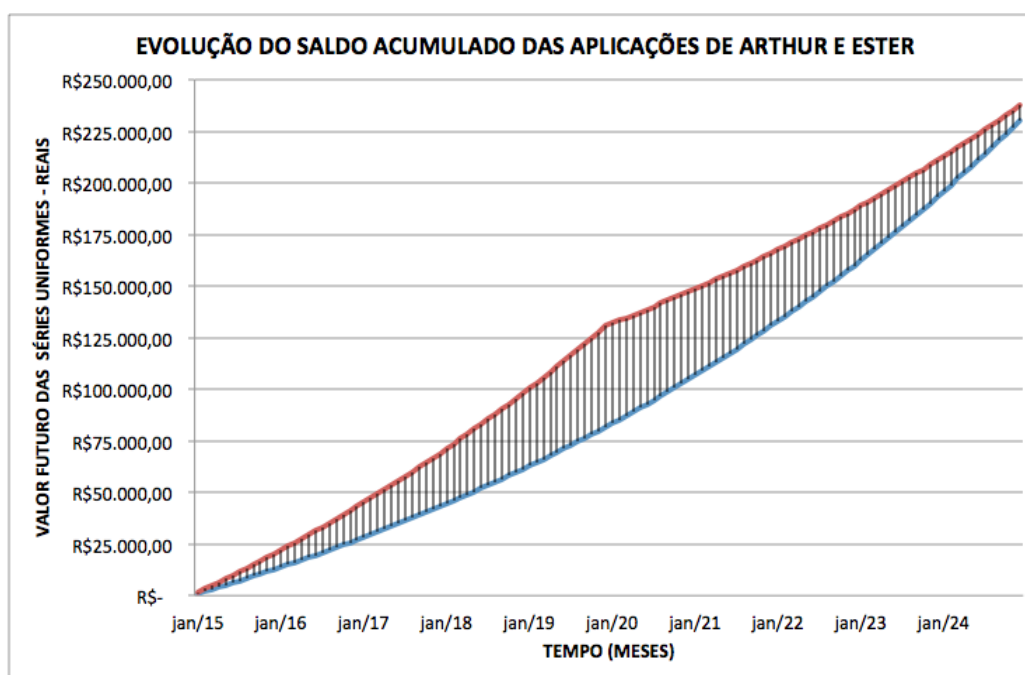
Fonte: Elaborado pelo autor

A questão central aqui nessa análise local, portanto, não é determinar a decisão mais vantajosa ou ótima, mas sim investigar como as variáveis valor investido e tempo de aplicação desse valor interferem no valor do saldo acumulado de um investimento de longo prazo e como os resultados dessa análise poderiam ser utilizados para refletirem

sobre qual estratégia seria mais viável diante de seus perfis comportamentais e das possibilidades financeiras de quem deseja, sonha e quer realizar projetos, contribuindo inclusive para se avaliar a distância entre sacrifícios e benefícios, ou seja, a complexidade envolvida nessas trocas intertemporais e a viabilidade desses sonhos.

No gráfico a seguir é possível perceber que 1.600 reais depositados mensalmente, que foi um dos valores simulados pelos participantes no item F da tarefa, em uma análise de sensibilidade que foi proposta a eles, já são suficientes para que o saldo acumulado de Esther ultrapasse o de Arthur.

Gráfico 101 – Evolução do saldo acumulado das aplicações de Arthur e Esther (considerando um aporte de 1.600 reais por mês durante 60 meses) no período de Jan/2015 a Dez/2014.

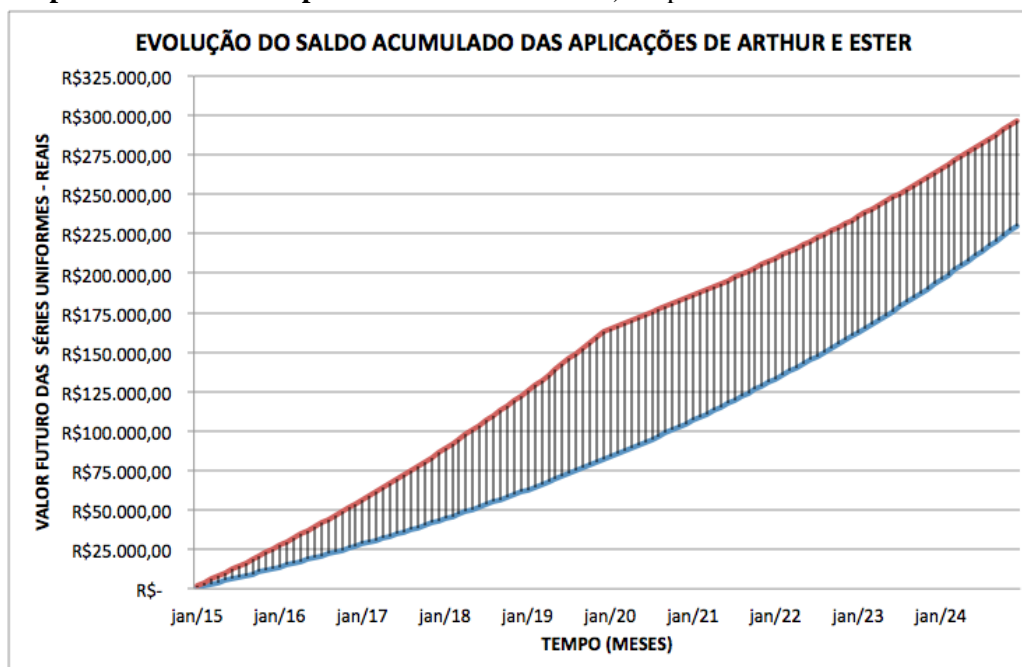


Fonte: Elaborado pelo autor

Comparando os dois gráficos anteriores podemos perceber como aportes mensais mais altos no início de um investimento de longo prazo podem ajudar a compensar a falta de paciência, disciplina ou disposição de realizar depósitos, ainda que menores, por longos anos. Pensando na outra direção, esses resultados sugerem que a limitação na capacidade de poupar pode demandar, dependendo do “tamanho” dos sonhos e projetos, um planejamento antecipado, seguido de uma disciplina maior, para que eles possam ser realizados a partir dessa estratégia de longo prazo.

Finalmente, temos que se Esther investisse o mesmo valor nominal que seu irmão, sacrificando nominalmente mais 30 mil reais ao longo de cinco anos, seu valor acumulado ao final de 10 anos seria de aproximadamente 300 mil reais, ou seja, 70 mil reais maior que o de Arthur, conforme ilustra o gráfico a seguir.

Gráfico 102 – Evolução do saldo acumulado das aplicações de Arthur e Esther (considerando um aporte de 2.000 reais por mês durante 60 meses) no período de Jan/2015 a Dez/2014.



Fonte: Elaborado pelo autor

Reforçamos que um de nossos objetivos com a análise que acabamos de apresentar, antes da investigação da produção dos estudantes, é de apenas apresentar uma, das muitas formas possíveis de operar com os objetos que constituímos, inseridas em nosso processo de produção de significados, a partir de uma das possíveis perspectivas. Não temos como objetivo, nesse trabalho, enquadrar as soluções, estratégias e argumentos apresentados pelos alunos em certo ou errado, inclusive nos momentos em que analisamos se pensaram ou não nessa direção, mas sim entender o pensamento dos estudantes por meio do processo de produção de significados deles.

Tópico Analítico 1 – Análise da Tarefa 14 – Registros nas folhas.

Nossa primeira análise focará na Tarefa 14, pois as respostas na Tarefa 13 envolveram cálculos a partir de resultados já abordados, além de não apresentarem perguntas quanto à tomada de decisão. Nesse tópico analítico, investigaremos a produção de significados dos estudantes a partir dos registros escritos nas folhas de trabalho. Começaremos pelas duas primeiras perguntas da Tarefa 14, que foram as seguintes.

A) Antes de fazer as contas, quem vai conseguir o maior valor acumulado? Apresente sua impressão inicial.
B) Qual das duas estratégias você utilizaria? Que aspectos você levaria em consideração ou acha que poderiam ser levados em consideração para definir sua estratégia?

Figura 9.36 - Tarefa 14 aplicada no Encontro 10 - Itens a e b.
Fonte: Elaborada pelo autor

O quadro a seguir sintetiza as respostas apresentadas.

Quadro 9.20 – Distribuição das respostas dos participantes nos três cenários na tarefa 12

Aluno	Pergunta do item A (Quem terá o maior saldo acumulado?)		Pergunta do item B (Qual estratégia você faria?)	
	Arthur (120 de 1000)	Esther (60 de 1500)	Arthur (120 de 1000)	Esther (60 de 1500)
Stahl		X	depende	depende
Send		X		X
Gabi		X	X	
Carlos		X	X	
Lu	X		X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Observamos que 80% dos participantes consideraram, sem começar a fazer cálculos, que Ester teria o maior valor acumulado. Gabi, Stahl e Carlos usaram justificativas semelhantes, afirmando que isso aconteceria, pois, o valor depositado era maior, ou que isso, juntamente com tempo de aplicação, faria a diferença, conforme mostram os seguintes registros.

Gabi: Ester, porque ela vai ter mais dinheiro acumulado antes para render.

Stahl: Ester, uma vez que ela vai começar a render mais, antes de Arthur

Carlos: Ester. O valor é maior.

Send e Lu não registram na folha suas justificativas para a estratégia que achavam melhor, ou seja, que produziria maior valor acumulado. Mas, enquanto Lu considera que Arthur teria mais que Ester, Send diz que Ester teria mais que Arthur.

Para a estratégia que eles utilizariam, perguntada no segundo item, as respostas e justificativas foram as seguintes:

Gabi: A do Arthur, porque mesmo aparentemente rendendo menos você “tira” menos dinheiro de sua renda mensal.

Lu: A do Arthur, pois sobraria mais dinheiro no momento em que eu fosse depositar o dinheiro

Carlos: A do Arthur. Devido ao valor imediato menor

Send: A da Ester, o rendimento acumulado seria maior

Stahl: Eu levaria em consideração a disponibilidade de dinheiro que eu tenho para aplicar todo mês.

A preocupação com o valor disponível para investimento foi o principal fator levado em consideração para a decisão apresentada pelos participantes. Para Send, o que importava é ter mais no final. E Stahl opta por condicionar sua decisão à sua disponibilidade mensal para aplicar todo mês.

Registradas essas impressões e opiniões iniciais, convidamos os estudantes a calcularem quanto, de fato, cada um teria acumulado ao final de dez anos. Os itens C e D perguntavam exatamente o quanto cada um acumularia.

Os valores 230 mil reais e 222 mil reais foram calculados por todos os alunos, usando os conhecimentos produzidos na tarefa anterior. Observamos aqui que as expressões para o VF de uma quantia e de uma série uniforme foram usadas como ponto de partida. Na ótica do MCS, esses resultados utilizados diretamente, sem demonstração – como se fossem axiomas – são chamados de estipulações locais, e fazem parte do núcleo, e o processo em que afirmações produzidas no interior de um campo semântico tornam-se partes do núcleo, é chamado de nucleação. A figura abaixo ilustra esse processo.

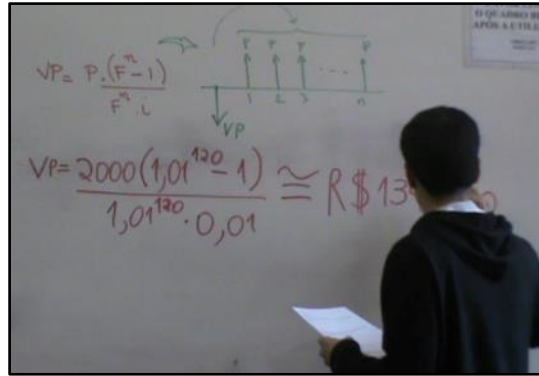
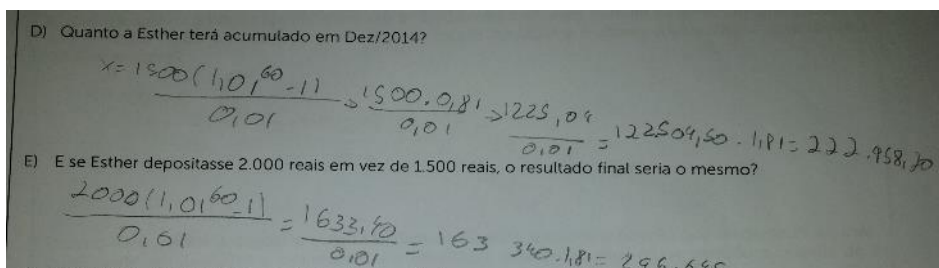
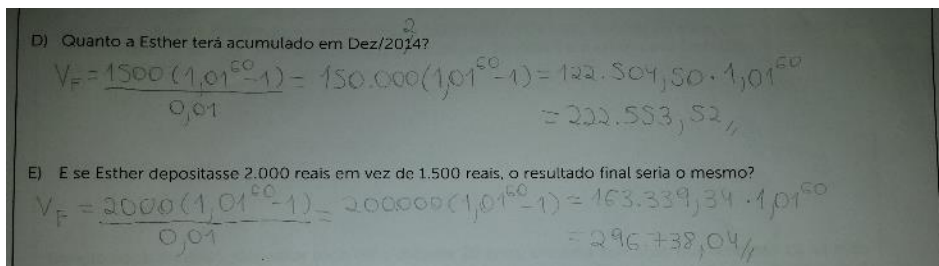


Figura 9.37 - Solução de Stahl para o item a da Tarefa 13
 Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Nossa leitura é que conforme os estudantes têm a oportunidade de aumentar suas experiências com as situações financeiras envolvendo as séries uniformes, eles passem a utilizar como ponto de partida resultados que foram obtidos a partir de investigação anterior, passando a incorporá-los ao núcleo que constituíram. Sobre isso, LINS comenta que:

Na prática, os “teoremas mais importantes”, assim como os novos objetos que vão sendo definidos, vão talvez se agregando ao núcleo. [...] Parece mesmo que este comportamento de deixar o núcleo “absorver” teoremas e novos objetos é característica muito mais do expert do que do novato. (LINS, 2012, p. 26)

Embora o cálculo do VF da série de Arthur pudesse ser obtido diretamente, o de Ester precisaria de, pelo menos duas etapas, sendo, portanto mais complexo. Essas duas etapas aparecem nos registros dos alunos, como se pode ver na figura a seguir.



D) Quanto a Esther terá acumulado em Dez/2014? = 230038,68

$$\frac{1500 [(1,01)^{60} - 1]}{0,01} = \frac{1500 \cdot 0,816696699}{0,01} = 122.504,50 \cdot (1,01)^{60} = 222.553,52$$

E) E se Esther depositasse 2.000 reais em vez de 1.500 reais, o resultado final seria o mesmo?

$$\frac{2000 [(1,01)^{60} - 1]}{0,01} = \frac{2000 \cdot 0,816696699}{0,01} = 163.339,33 \cdot (1,01)^{60} = 296.738,02$$

D) Quanto a Esther terá acumulado em Dez/2014?

$$V_1 = 1500 \cdot \frac{(1,01)^{60} - 1}{0,01} = 1500000 \cdot 0,816696699 = 122.504,5048$$

$$122.504,5048 \cdot (1,01)^{60} = 222.553,5235$$

E) E se Esther depositasse 2.000 reais em vez de 1.500 reais, o resultado final seria o mesmo?

$$V_2 = 2000000 \cdot 0,816696699 = 163.339,3398$$

$$\times (1,01)^{60} = 296.738,0304$$

D) Quanto a Esther terá acumulado em Dez/2014? 122.504,5048 \cdot 1,81 = 222.958

$$\frac{1500 [(1,01)^{60} - 1]}{0,01}$$

E) E se Esther depositasse 2.000 reais em vez de 1.500 reais, o resultado final seria o mesmo?

$$\frac{2000 [(1,01)^{60} - 1]}{0,01} \cdot 1,81 = 296.738,0304 \cdot 1,81 = 537.095,8358$$

Esther ganharia mais

Figura 9.38 - Soluções de Stahl, Send, Lu, Gabi e Carlos para os itens *d* e *e* da Tarefa 14.
Fonte: Arquivo de dados do autor.

No último item da tarefa F pedimos aos participantes que preenchessem uma tabela, em que precisariam calcular o valor acumulado na estratégia de Esther, variando o valor do depósito de 100 em 100 reais, no intervalo de 1500 a 2000 reais, para que, a partir dos resultados calculados, tomassem uma decisão sobre que estratégia utilizariam. Após terminarem os cálculos, todos os alunos disseram que passariam a usar a estratégia de Ester, depositando o valor de 1.600 reais, que era o menor valor que garantia um saldo acumulado maior que o de Arthur. Porém, participantes como Lu, Stahl e Carlos entendiam que a estratégia de Arthur talvez fosse a mais viável porque desembolsaria menos dinheiro. Como isso foi dito, mas não ficou registrado nas folhas, aproveitaremos as transcrições para mostrar como isso aconteceu, conforme registrado a seguir.

20:31	Pesq	Agora, na prática, o que vocês acham que mais fácil para as pessoas fazerem? A estratégia do Artur ou da Ester?
20:40	Lu	Artur.
20:41	Pesq	Por quê?
20:44	Stahl	Gastando menos dinheiro por mês.

20:46	Pesq	Mas o Artur faz o deposito durante quanto tempo?
20:50	Send	O dobro do tempo.
20:51	Pesq	E você acha mais fácil as pessoas terem tanta... se mais fácil seu se refere a quê?
21:01	Stahl	Não é que seria fácil, é mais acessível. Porque se você vai usar a estratégia da Ester, você vai ter que abrir mão de mais 600 reais por mês. Por isso que não vai, não quer, não pode.

Fonte: Vídeo 10.5

Passaremos no próximo tópico a analisar os significados produzidos para a Tarefa 14 a partir dos dados capturados em vídeo.

Tópico Analítico 2 – Análise da Tarefa 14 – Dados capturados em vídeo.

Identificamos vários momentos-chaves a partir dos discursos dos estudantes capturados em vídeo com vários significados não matemáticos que emergiram durante os diálogos. Investigaremos esses momentos na ordem que registramos.

Gabi associa a situação 1 da tarefa 13, que não fazia qualquer menção a questões previdenciárias, a uma situação que poderia ser associada com uma **previdência, associando o problema a uma situação real e importante para a segurança e futuro da maioria da população.**

02:18	Gabi	Previdência?
02:23	Pesq	Como assim Gabi, previdência?
02:25	Gabi	Não seria uma aplicação de uma pessoa mesma. A pessoa vai pagando por uma determinada quantidade desse dinheiro, esse dinheiro rende, depois ela vai recebendo como se fosse um salário.


Fonte: Vídeo 10.1

Em outro momento, O Pesquisador pergunta para Carlos o que significam 139 mil para ele nessa situação. Carlos diz que só investiria se **não estivesse precisando do dinheiro**. A possibilidade de precisar do dinheiro é muito frequente nas falas de Carlos.

15:40	Pesq	E aí com 139 mil você consegue fazer isso durante uns dez anos. Então 139 mil vai te permitir um total de 240 mil. Você acha que isso vale a pena?
16:00	Carlos	Vale, se você não estiver precisando de 139 mil na hora.

Fonte: Vídeo 10.2

Em seguida, o pesquisador pergunta o significava 139 mil para Send. Ele também diz que era muito dinheiro e que era uma estratégia interessante de **multiplicar o dinheiro** investido, evocando a ideia de transformação do dinheiro no tempo, conforme registrado na próxima transcrição.

16:41	Pesq	Send, o que significa 139.400 para você?
16:46	Send	 Significa bastante dinheiro e mais ainda é um jeito de multiplicar o dinheiro: transforma 140 mil em 240mil.

Fonte: Vídeo 10.2

Identificamos que o elemento **estabilidade** apareceu na fala de Send para justificar a importância de uma estratégia semelhante a que estava em discussão.

18:01	Pesq	A gente não está pensando em quanto colocar a gente está pensando que você colocou um valor durante anos um valor que achou a 140 mil e agora com 140 mil você vai usufruir de 2.000 durante dez anos. Isso seria importante para você?
18:19	Send	Sim, me daria dez anos de estabilidade.

Fonte: Vídeo 10.2

O pesquisador aproveita o momento e pergunta para Send por que essa estratégia seria importante para ele como jovem. Send apresenta dois benefícios dessa estratégia: **estabilidade** e poder pagar a **faculdade de um filho**, conforme o registro abaixo.

17:46	Send	Eu poderia fazer algo, mesmo numa escala muito menor: em vez de 140 mil, fazer com 1.400 reais.
18:01	Pesq	A gente não está pensando em quanto você vai colocar. A gente está pensando que você colocou um valor durante anos um valor que achou a 140 mil e agora com 140 mil você vai usufruir de 2.000 durante dez anos. Isso seria importante para você? Em que situação?
18:19	Send	Sim, me daria dez anos de estabilidade.
18:25	Pesq	Mas você usaria esta estratégia na vida: para um sonho, para alguma meta; que sonhos e meta são estas?
18:40	Send	Pagar a faculdade do meu filho.

Fonte: Vídeo 10.2

Ainda sobre a pergunta anterior Carlos, em ato contínuo, responde apresentando um benefício novo que ele entendia que poderia obter com essa estratégia, conforme mostra a transcrição a seguir.

18:43	Carlos	Comprar uma casa, pagar minha luz. Se eu fizesse isso ao invés de financiar... se eu pagasse a minha entrada, e tivesse um financiamento, eu estaria ganhando dois mil e estaria pagando o meu financiamento.
19:09	Pesq	Você poderia utilizar o investimento para pagar o financiamento? Uma estratégia interessante.

Fonte: Vídeo 10.2


Logo em seguida, Lu responde que poderia usar para comprar uma casa ou se mudar para outro país. A expressão: “você deixa lá rendendo que vai dar tudo certo” mostra que esse “estoque” traria alguma tranquilidade para Lu.

19:14	Pesq	Lu o que que significa isso para você?
19:17	Lu	Uma estratégia. Por exemplo, você está tentando juntar dinheiro para comprar uma casa, apartamento ou mudar de país ou cidade e você precisa de dinheiro. Aí, você deixa lá rendendo que vai dar tudo certo.

Fonte: Vídeo 10.2

O Pesquisador, com o intuito de captar outras percepções, faz outra pergunta, seguinte à anterior, para coletar a impressão daqueles jovens sobre **o hábito de poupança** no Brasil, a partir da situação discutida sobre a troca intertemporal: abrir mão agora, para receber benefícios futuros. As respostas a essa demanda produzida pela pergunta do pesquisador estão registradas em vários momentos, alguns dos quais seguem transcritos a seguir.

20:10	Send	É a cultura do imediato, a cultura da pressa. A gente não está pensando no depois, a gente está pensando nos 140 mil agora para comprar um carro. Aí você pede empréstimo e fica devendo 140 mil para o banco...
-------	------	--

20:48	Lu	Normalmente a maior parte da população do Brasil, na grande parte da história, foi muito pobre e sempre foi uma minoria rica e o resto foi sempre muito pobre. <i>Agora as pessoas começaram a ter mais dinheiro, aí as pessoas vão querer comprar antes e, por isso, a gente não tem essa cultura de guardar dinheiro por que isso é uma coisa muito nova: ter dinheiro no bolso. Tipo de vinte anos para cá.</i>
21:24	Send	as pessoas não tinham dinheiro que eles pudessem guardar.
21:32	Pesq	E aí vocês acham que agora que elas podem...
21:36	Lu	 <p>Elas vão gastar, porque elas querem e não guardar dinheiro. As pessoas sempre foram acostumadas a ter dinheiro para comprar coisas imediatas: <i>as pessoas têm dinheiro para comprar o que elas precisam na hora.</i> Elas não pensam em guardar dinheiro para fazer inglês ou coisa parecida, <i>aí não foi absorvido culturalmente.</i></p>
22:01	Carlos	Tem a ver com o capitalismo mesmo. Se eu tiver cem reais, eu vou ter 300 tipos de tênis para comprar na hora, mas eu posso guardar para comprar um tênis melhor com 240 reais. Eu com certeza vou preferir o imediato, entendeu, até porque eu tenho outras opções que me ajudam no imediato. Se eu fosse comprar um apartamento eu ia pedir um empréstimo para inteirar e não investir em 10 anos. Por causa deste tipo de imediato que eu falei.

Fonte: Vídeo 10.2 – grifo nosso.

As expressões “cultura do imediato”, “cultura da pressa”, “A gente não está pensando no depois, a gente está pensando nos 140 mil agora”, “ter dinheiro no bolso é uma coisa nova”, “Tem a ver com o capitalismo”, “eu tenho outras opções que me ajudam no imediato” aparecerem durante dois minutos nas falas dos estudantes como significados não matemáticos para a pergunta do pesquisador.

Por exemplo, quando os participantes Send e Carlos dizem que as pessoas “estão pensando nos 140 mil agora” e que “preferem o imediato”, estão indicando que a poupança e o planejamento não fazem parte da cultura de parte da população brasileira, pois isso ainda não foi “absorvido culturalmente”, conforme podemos ver nas palavras de Lu. Essa é a percepção dos estudantes. Essa percepção converge, por exemplo, para as ideias de diversos economistas, tais como (Irving Fisher, Ha-Jo Chang, Eduardo Giannetti, dentre outros). Para Giannetti, por exemplo:

O grau de impaciência dos indivíduos e as oportunidades de investimento com que eles se deparam são os fatores que determinam a intensidade da orientação de futuro de uma sociedade. [...] O apelo

da impaciência é com frequência mais forte que a disposição à espera.
[GIANNETTI, 2005, pp 251; 256]

E mais uma vez, a questão das trocas intertemporais nos parece central. Essa questão de abrir mão de uma gratificação que podemos ter agora, para satisfazer um desejo que está agora ao alcance de nossas mãos, tendo em vista um sonho, um projeto, ou alguma coisa futura que pode ou não se materializar, não é uma tarefa aprazível. Os discursos dos participantes refletem que as decisões envolvendo paciência são difíceis tanto para eles (a fala de Carlos é emblemática) como para a população. Realmente, em nossa sociedade, é difícil negociar com o desejo. A mente humana, conforme reforça Giannetti (2005, p.261), “é um ambiente até certo ponto refratário e hostil à prática da abstenção em prol de objetivos remotos no tempo. ”

Esse elemento comportamental da impaciência apontado pelos alunos reflete duas faces de uma mesma moeda. Assim como a impaciência individual impacta na sociedade, também temos que comportamento do todo social influencia fortemente a percepção e ações individuais. Percebemos isso quando Carlos diz que: “até porque eu tenho outras opções que me ajudam no imediato”. Na perspectiva de Giannetti, temos que a interação das escolhas e ações das pessoas põe em movimento processos sociais que possuem uma dinâmica com propriedades que não são meramente a soma ou agregação simples dessas ações e escolhas das partes. Sobre isso ele diz:

Há sociedades que têm a vocação do crescimento, mas sem a vocação da espera. E a resultante, quando não é inflação ou crise de balanço de pagamentos, é também um só: juros altos. O conflito entre as demandas do presente vivido e as exigências do futuro sonhado é um traço permanente da condição humana. Encontrar o ponto certo para essa tensão, evitando excessos e inconsistências dos dois lados, é um dos maiores desafios do processo civilizatório em qualquer sociedade. (GIANNETTI, 2005, p. 260)

Ainda sobre os elementos econômicos, comportamentais e sociais que emergiram dessas falas, outro ponto levantado além da impaciência, da vontade de viver o agora e não pensar no depois, foi a questão da renda da população, sua capacidade de comprar e poder realizar desejos imediatos. Isso ocorreu em um momento que nos chamou muita atenção pela riqueza e complexidade relativos à história do Brasil e sua estrutura de classe sociais. Esse momento ocorreu quanto a participante Lu diz que “*a gente não tem essa cultura de guardar dinheiro por que isso é uma coisa muito nova: ter dinheiro no bolso. Tipo de vinte anos para cá*”. Em outro momento ela também comenta que:

03:43	Lu	[...] <i>Tipo, há muito tempo atrás as pessoas não tinham quase nenhum poder de compra e hoje em dia elas podem comprar várias coisas.</i>
-------	----	--

Fonte: Vídeo 10.6 – grifo nosso.

Essa fala de Lu representa e reflete, em muitos aspectos, a realidade econômica brasileira, principalmente da história social e econômica mais recente vivida pelo país, que vem sendo analisada em diversos estudos, como os realizados pelo Centro de Pesquisas Sociais (CPS) da Fundação Getúlio Vargas (FGV)⁷⁶. Faremos a seguir um breve paralelo entre alguns resultados do CPS-FGV e os aspectos levantados por Lu em sua fala.

Enquanto que nas décadas de 80 e 90 (entre 1985 a 1996) o país não experimentou muitas mudanças na estrutura de classes, conforme apontam Ribeiro & Scalon (2001), tivemos entre 2003 e 2011 cerca de 40 milhões de pessoas ascendo para a classe média (NERI, 2010, 2012), decorrente de um crescente processo de estabilização da moeda e da inflação, e do fortalecimento econômico impulsionado, em grande medida, pela grande demanda mundial por commodities. Essas medidas econômicas, juntamente com as iniciativas governamentais iniciadas em 1996 e intensificadas no período de 2002 a 2012 para que mais setores da população fossem incluídos no mercado consumidor, através do aumento da renda, acesso ao crédito, e participação em programas sociais de transferência de dinheiro, resultou na redução na desigualdade e diminuição da pobreza (PEREZ e BAIRON, 2013), além de aumentar a renda em todas as classes econômicas, conforme apontam (NERI, 2006, 2008; SINGER, 2010).

O quadro a seguir, por exemplo, mostra como foi a evolução do percentual da população pertencente às classes ABC no Brasil, que passou de 38% em 1992 para 61% em 2009, e no Rio de Janeiro (onde vivem os participantes) de 54% para 71%. Esses dados também significam que a parte mais pobre da população, situada nas classes D e E que possuem renda média domiciliar de 639,78 (Critério Brasil – PNAD 2013), passou de 62% para 39% em nível Brasil e de 46% para 29% no Rio de Janeiro.

⁷⁶Disponível em <http://www.cps.fgv.br/cps/ncm/>

Quadro 9.21 – Percentual da população pertencente às classes ABC no Brasil/RJ (1992 a 2009)

Classes ABC :: Classes Econômicas																
População Total																
Categoria	1992	1993	1995	1996	1997	1998	1999	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Total	37,87	36,97	45,05	45,51	45,85	46,38	44,08	46,38	46,95	45,15	47,44	50,13	54,34	56,64	59,63	61,06

Rio de Janeiro	53,82	46,06	58,48	60,32	59,77	61,26	60,24	59,71	62,18	58,19	60,25	61,39	66,22	64,58	68,54	70,5
-----------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------

Fonte: CPS-FGV baseado nos microdados da PNAD/IBGE.

Podemos ampliar o entendimento sobre esse processo de melhoria de renda no Brasil, nesse período, percebendo que já não temos uma estrutura triangular social no país e sim uma com a forma de losango, conforme bem sinaliza Perez & Bairon (2013) na ilustração que reproduzimos a seguir.

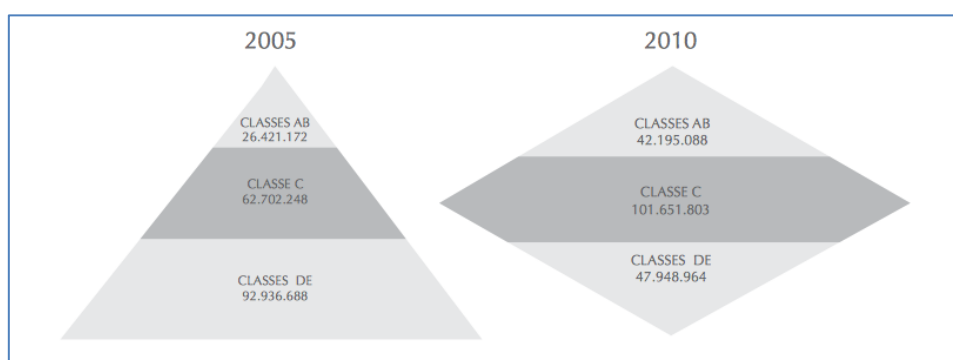


Figura 9.39 - Imagem gráfica das Classes sociais no Brasil.

Fonte: Perez & Bairon (2013, p. 179)

Outros dados que também reforçam a percepção da estudante sobre essa questão socioeconômica do consumo que emergiu de seu discurso, estão representados nos próximos dois gráficos, que nos permitem ver a redução do percentual da população brasileira situadas abaixo da linha da pobreza, e do aumento da renda média per capita no Brasil, de 1992 a 2005.

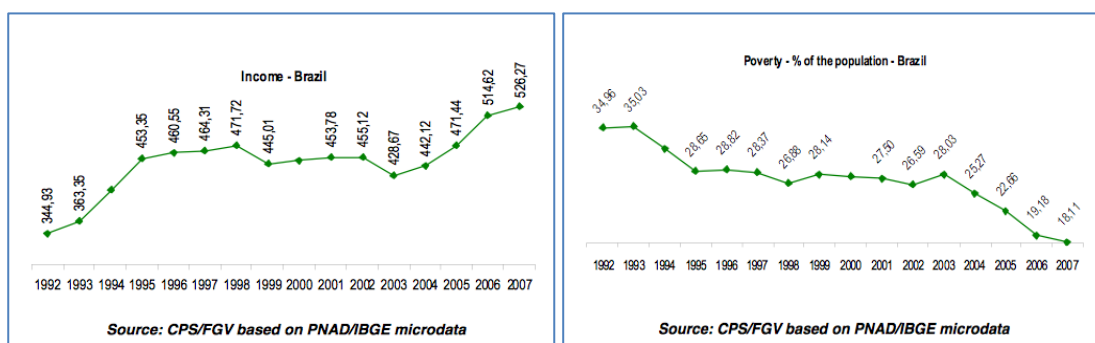


Figura 9.40 – Evolução do % da população brasileira situada abaixo da linha da pobreza

Fonte: Neri (2008)

A fala de Lu, uma jovem de apenas 17 anos, em certa medida traduz o momento econômico vivido, de 1994 a 2014, e sua percepção sobre o aumento do consumo das famílias devido às novas oportunidades financeiras, em especial, do aumento de dinheiro que têm no bolso e, no caso de alguns bens mais caros como automóveis, viagens, computadores, smartphones, do aumento da oferta de crédito, se alinha com os resultados de pesquisas econômicas realizadas. (NERI, 2006, 2008, 2010; PEREZ & BAIRON (2013); HEMAIS et al, 2014; HEMAIS & CASOTTI, 2014; CASOTTI & RODRIGUES, 2015)

Os discursos dos alunos também se alinham com uma das principais teorias psicológicas sobre poupança, apresentada por Katona (1975), na qual capacidade e vontade são as questões centrais do hábito de poupar. Sobre isso, Ferreira comenta que:

“... poupança depende de dois fatores – a capacidade (ability) para poupar e a vontade (willingness) de poupar – embora ele também tenha introduzido, a esse respeito, a noção de variáveis intervenientes, que poderiam aproximar os pólos apresentados por ambiente econômico, social e cultural do indivíduo, de um lado, e seu comportamento, de outros, tais como fatores de personalidade, atitudes, expectativas, motivações e hábitos; essas variáveis exerceriam influência sobre as percepções do ambiente por parte do consumidor e são seus efeitos que o autor se propõe a aferir por meio do Índice de sentimento do consumidor, que verifica os níveis de otimismo e pessimismo como um todo, no país, como em seu próprio domicílio” (FERREIRA, 2008, p.236)

Voltando às falas dos alunos, observamos que a paciência é evocada mais outra vez, aparecendo junto com outro elemento que Stahl chamou de consumismo.

24:44	Stahl	Cara, eu acho que é o que a Lu falou: tem que ter muita paciência para resistir as tentações. Porque a gente vive em uma sociedade bem consumista: o que ele falou do capitalismo. Para você juntar esse valor todo, tem que ter muita paciência. Vai demorar muito para juntar um valor destes para você aplicar de uma vez só.
-------	-------	--

Fonte: Vídeo 10.2

Com essa fala, observamos mais uma vez que o longo prazo, os prazeres do presente, e a falta de uma renda maior, podem gerar grandes obstáculos, na percepção dos estudantes, para que estratégias de poupança sejam pensadas e postas em prática pela população. As justificativas usadas foram baseadas praticamente nesses três elementos. Todavia outros significados foram produzidos a partir da interação entre os participantes, gerando novas impressões e justificativas para as situações apresentadas.

Isso acontece logo em seguida, quando o pesquisador pergunta à Gabi o que a situação representava para ela. A aluna traz para a discussão a questão da aposentadoria, como uma forma complementar de obter retornos que pudessem antecipar esse momento, que acontece tarde no Brasil, na percepção dela, podendo assim usufruir “enquanto você tem vitalidade”, conforme registrado na próxima transcrição.

26:49	Pesq	Gabi, o que que essa situação representa para você?
26:54	Gabi	Eu acho que essa situação, como eu disse antes, lembra muito a previdência e eu acho que é uma situação em que se eu tivesse uma estabilidade financeira para poder investir desta forma e isso não atrapalhar meu dia a dia, a minha renda mensal eu faria. Visando não comprar uma casa ou um apartamento, mas visando uma espece de aposentadoria adiantada.
27:32	Pesq	Então esse valor não seria para comprar, por exemplo, como a Carlos falou, o financiamento do apartamento, mas seria, por exemplo, para complementar a sua aposentadoria: que você pudesse usufruir disso no futuro.
27:46	Pesq	Por que você pensou na aposentadoria e não no apartamento?
27:49	Gabi	Porque eu acho que toda a situação, por já ser uma coisa que eu conheço; mas porque eu acho que o tempo da aposentadoria é meio tarde, no Brasil. Então seria bom adiantar isso porque, tipo, você poderia descansar enquanto você tem m pouco de vitalidade.

Fonte: Vídeo 10.2

E também acontece ao final do encontro, quando o Pesquisador pede para a participante Lu comentar de forma mais detalhada sobre o que havia dito sobre a o comportamento das pessoas diante das recentes mudanças econômicas que resultaram, dentre outras coisas, no aumento do poder de consumir. As falas transcritas a seguir reforçam e ampliam as questões levantadas anteriormente por Lu.

00:48	Lu	Bem, eu acho que analisando historicamente você tem noção de que a maior parte da população do Brasil sempre foi pobre e as pessoas ricas sempre foram, sei lá, da corte que vieram para cá ou donos de fazendas, sei lá, são minorias: muita pouca gente que tem muito dinheiro. Aí como o tempo as pessoas foram enriquecendo só que isso, esse enriquecimento foi uma coisa muito recente e aí a gente não tem, a <i>maior parte das pessoas não tem essa cultura de como administrar o dinheiro...</i>
-------	----	--

Fonte: Vídeo 10.6

Um elemento que nos chamou atenção foi a expressão “cultura de como administrar o dinheiro”. Na fala dela, se o aumento da renda atingiu tanta gente, e de forma rápida, isso ainda não permitiu que uma parte da população criasse uma cultura

de administrar o dinheiro, até mesmo porque, ele para um grupo os recursos monetários não eram acessíveis.

Na próxima transcrição emerge de seu discurso elementos como falta de dinheiro gera exclusão, e mais poder de compra gera inclusão.

02:00	Lu	Eu acho que isso é bom porque já que vive em uma sociedade capitalista para você está inserido nela você tem que ter dinheiro, então você não ter dinheiro é uma forma de exclusão sabe <i>quando você dá mais poder de compra para as pessoas tá inserindo mais gente dentro do mercado</i> . Mas isso tem que vir junto com educação econômica. Não é educação econômica, né?
-------	----	---

Fonte: Vídeo 10.6

A última fala revela outra impressão de Lu, agora sobre o “comportamento afobado” das pessoas, quando diz que “[...] Parece que uma coisa que elas estão querendo aproveitar o momento que elas estão com muito dinheiro como se fosse uma coisa passageira”

03:43	Lu	Ah, sim, lembrei de uma parada que eu queria falar. É que como as pessoas estão com muito dinheiro agora, elas estão muito afobadas. <i>Parece que uma coisa que elas estão querendo aproveitar o momento que elas estão com muito dinheiro como se fosse uma coisa passageira</i> . Eu creio que não vai ser assim, que as pessoas vão continuar aumentando seu poder de compra conforme o tempo passar, se lá. <i>Tipo, há muito tempo atrás as pessoas não tinham quase nenhum poder de compra e hoje em dia elas podem comprar várias coisas</i> . Eu acho que isso daí vai continuar progredindo enquanto a gente tiver dentro do sistema da capitalista. Se inventarem outro sistema econômico isso vai mudar. Provavelmente.
-------	----	---

Fonte: Vídeo 10.6 – grifo nosso.

Com a crise que começou a se intensificar no segundo semestre de 2015, gerando centenas de milhares de demissões, a fala de Lu nos parece profética na primeira parte (“como se fosse uma coisa passageira”) e futurista (para médio ou longo prazo) na segunda parte (“isso daí vai continuar progredindo”).

Salientamos, mais uma vez, que no transcorrer desse encontro percebemos que vários elementos não matemáticos emergiram da discussão sobre a situação financeira abordada. Partimos dos significados produzidos para o valor que seria necessário hoje para receber 2.000 reais durante 10 anos, e chegamos a uma discussão sobre a estrutura econômica da sociedade brasileira, em que uma aluna entende que um dos motivos pelos quais as pessoas não se planejam é a oportunidade recente (“vinte anos prá cá”) de

poder gastar, depois de anos sem poder fazer isso, além de terem conviver com a possibilidade de consumo imediato, pois a renda na maioria dos casos mal permitia um consumo básico.

Nesse ponto de finalização da análise do **Encontro 10** nos parece oportuno lembrar que, apesar dos participantes serem jovens entre 17 e 19 anos, a pouca experiência em lidar com o próprio dinheiro não impediu de falarem sobre questões econômico-financeiras, interligadas a processos matemáticos, mas que se inserem em contextos sociais, e de uma forma mais ampla, culturais, apresentando uma rica rede de significados matemáticos e não matemáticos na discussão sobre diferentes estratégias de investimento de longo prazo, algumas variáveis que interferem no valor futuro da aplicação, das potencialidades e limitações financeiras, culturais e comportamentais das estratégias, envolvendo aspectos matemáticos e não matemáticos que influenciariam ou poderiam influenciar na tomada de decisão.

Análise do Encontro 11

O encontro 11 ocorreu em 25 de Setembro de 2015, e teve aproximadamente 2 horas de duração, das 13h às 15h, contando com a participação dos estudantes Gabi e Sami, formando um único grupo com 2 alunos⁷⁷.

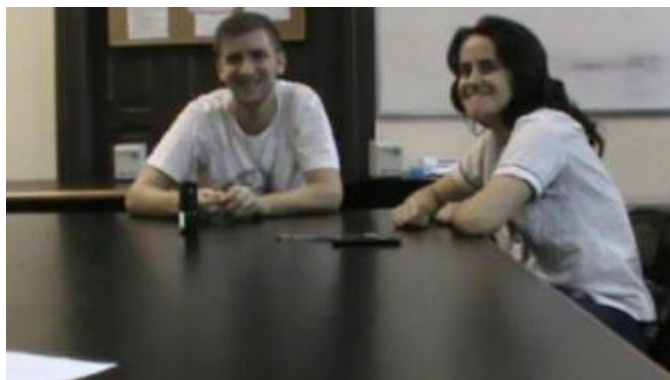


Figura 9.41 – Participantes do Encontro 11
Fonte: Arquivos de dados do pesquisador

O pesquisador saúda os estudantes, agradecendo a participação voluntária deles. Em seguida, conversa com o grupo dizendo que no encontro fariam duas tarefas. A primeira (tarefa 15) apresentava uma situação envolvendo um dilema vivido por uma pessoa que deseja comprar um carro e precisa decidir se compra um carro novo (zero) ou um carro usado. As condições de taxa e prazo são apresentadas, gerando dois cenários para essa compra. Na segunda tarefa (tarefa 16) os alunos analisariam um infográfico que mostrava as principais modalidades de empréstimos utilizadas pelos brasileiros, em 2015, e a participação de cada uma delas no volume total de empréstimos. O infográfico tentava mostrar um Raio X dos empréstimos no Brasil, e era parte de uma matéria publicada no Caderno de Economia do jornal *O Globo* em 11/04/2015. Em seguida o pesquisador distribui a primeira tarefa e concede um tempo de aproximadamente 20 minutos para trabalharem, no qual aconteceram algumas interações. Passaremos a detalhar as duas tarefas antes de apresentarmos uma análise à produção de significados dos estudantes.

A tarefa 15 apresentava uma situação em que uma pessoa precisava decidir entre comprar um carro zero que custava 50 mil reais, e poderia ser financiado a uma taxa de 1% ao mês e um carro semi-novo, de modelo semelhante, que custava 35mil à

⁷⁷Uma boa parte dos participantes da pesquisa estavam envolvidos com a semana de provas, e justificaram a ausência nesse encontro.

vista, e com financiamento disponível à taxa de 2,5% ao mês. Ambos os empréstimos para financiar o veículo teriam prazo, no primeiro cenário, de 24 meses. A partir dessas informações iniciais, propusemos quatro perguntas. A primeira pergunta era totalmente livre, para coletar as impressões iniciais; a segunda pergunta já apresentava um outro cenário, em que o prazo do financiamento aumentava de 24 para 48 meses, mantidas todas as outras informações; na terceira pergunta procuramos investigar a impressão que eles tinham a respeito de como as pessoas que conhecem tomariam essa decisão; e na quarta questão buscamos levantar outros aspectos que eles levariam ou que poderiam ser levados em consideração na compra de um carro, buscando assim responder diretamente às nossas duas perguntas da pesquisa. A figura a seguir mostra toda a Tarefa 11.

Tarefa 15.
Carro Zero X Carro Usado - Tomada de decisão.

Você quer comprar um carro e está em dúvida se compra um novo ou um semi-usado com no máximo dois anos de uso. Após pesquisar, chega às seguintes opções:

Opção I – Comprar um novo por 50 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 1% a.m.

Opção II – Comprar um semi-novo, por 35 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 2,5% a.m.

Ambos os carros podem ser financiados em até 24 prestações mensais.

a) Do ponto de vista financeiro, você compraria o carro novo ou usado? Justifique apresentando os aspectos levados em consideração na sua tomada de decisão.

b) Se o prazo do financiamento passasse de 24 para 48 meses, por questões de limitação em seu orçamento, você mudaria de opinião? Justifique apresentando os aspectos que você levou em consideração.

c) Como você acha que a maioria das pessoas que você conhece tomariam essa decisão? Justifique sua resposta apresentando os aspectos que você considerou em sua análise.

d) Que aspectos estão em jogo no processo de decisão da compra de um carro?

Figura 9.42 - Tarefa 15 realizada no Encontro 11

Fonte: Arquivos de dados do pesquisador

Ao desenhar essa tarefa, optamos por não colocar o valor das prestações de cada um dos financiamentos, e nem estabelecemos um valor de entrada⁷⁸, caso a opção fosse financiar o carro. Deixamos totalmente em aberto as possibilidades de aquisição, para

⁷⁸ Os financiamentos de carros no Brasil costumam envolver uma entrada, geralmente realizada por meio da entrega do carro antigo à agência ou concessionária de veículos. Em 2015, por exemplo, montadoras como GM, Volkswagen, Fiat, dentre outras, anunciavam taxa zero de juro para quem desse pelo menos 60% do valor do carro, o que era vantajoso na medida que reduzia os custos do financiamento. Mas esse benefício nem sempre é possível para as famílias. Nessa tarefa optamos por não considerar uma entrada e nem possibilidades de descontos ou taxas zero, para não aumentar o número de cenários e, conseqüente, a complexidade já existente de uma situação envolvendo série uniforme de pagamentos.

que mais perguntas surgissem a partir da situação apresentada e também para avaliar que objetos eles constituiriam para começar a resolver o problema.

Nosso objetivo geral com a tarefa 15 foi investigar como os estudantes utilizariam as informações, que objetos constituiriam, quais as operações e a lógica dessas operações quando diante de uma situação em a taxa e o prazo do financiamento poderia fazer uma opção inicialmente mais barata ficar mais cara, ou seja, que o custo total de um financiamento de um carro novo poderia ser muito próximo, ou até mesmo maior que um carro usado, devido às diferentes taxas de juros e prazos praticados pelo mercado, tomando como base o ano 2015. Além dos aspectos matemáticos e financeiros ligados aos custos dos financiamentos, procuramos investigar que outros aspectos não matemáticos foram levados em consideração pelos estudantes, uma vez que sabíamos que a aquisição de um carro está associada a valores fortemente simbólicos tais como inserção, status e conquista social, hierarquias familiares, expressão de um estilo de vida e de si próprio, liberdade, mobilidade urbana, segurança, conforto, conquista, dentre outros aspectos, conforme pode ser visto em (CASOTI & RODRIGUEZ, 2015)

Na tarefa 16 nosso objetivo foi investigar o ponto de vista dos estudantes sobre o tipo de empréstimo que a população brasileira estava contraindo recentemente, a partir de informações do Banco Central, veiculadas na matéria apresentada. Por que o volume maior dos empréstimos é via crédito consignado? Porque 20% do volume de dinheiro emprestado para pessoas físicas foi realizado por meio do cartão de crédito, que cobra uma taxa de 342% ao ano? O cheque especial é muito pior que o cartão de crédito? O que significa para eles a informação de que 23% do volume total de empréstimo se refere a aquisição de veículos? O infográfico apresentado aos alunos está apresentado na figura a seguir.



Figura 9.43 - Infográfico sobre a distribuição dos empréstimos no Brasil em 2015 concedidos apenas às pessoas físicas. Tarefa realizada no encontro 11.
 Fonte: Jornal O Globo, 12 de Junho de 2015.

Nosso objetivo nesse encontro, portanto, foi investigar como os estudantes utilizaram as informações apresentadas, que objetos constituíram, as operações apresentadas e a lógica dessas operações quando diante de uma situação financeira que envolvia comparações entre taxas, prazos e tempo de uso do bem que se pretendia adquirir.

A partir dos registros escritos e dos discursos dos estudantes, procuramos identificar e analisar quais os significados matemáticos produzidos para as situações financeiras apresentadas nas tarefas 15 e 16, como levaram isso em consideração na tomada de decisão. Além disso, buscamos também identificar quais os aspectos não matemáticos emergiram dos discursos e como foram levados em consideração nesse processo de tomada de decisão.

Apresentação resumida dos momentos-chave.

- 1) Na primeira pergunta (cenário I) Gabi toma a decisão de **comprar o carro zero**. Seu pensamento foi encontrar o valor da prestação em cada financiamento operando no campo semântico da equivalência, e em seguida compará-los para tomar a decisão. Encontra os valores de 2.300 e 1900 reais, e diante da diferença de 400 reais, escolheria, se fosse possível “apertar” um pouquinho, compra o carro zero.
- 2) Concomitantemente à relação custo x benefício apresentada por Gabi em sua decisão de comprar o carro zero, identificamos que o elemento **cautela** associado a uma preocupação com o seu **orçamento pessoal** apareceu novamente, na fala de Gabi, quando diz: “*se der para dar esse dinheiro*” e “*se eu tivesse como apertar um pouquinho mais*”.
- 3) Sami toma a decisão de **comprar o carro seminovo**. Ele apresentou duas soluções (I e II), sendo a primeira envolvendo o valor total que seria pago em cada um dos empréstimos. Para isso calculou o valor futuro dos 35 mil e dos 50 mil, usando as taxas de juro apresentadas, operando com uma equação exponencial. Essa solução gerou resultados que o fizeram mudar a forma de operar, e a partir de uma nova lógica para a operação de calcular o custo do financiamento, apresentou uma segunda solução a partir do valor das prestações.
- 4) Na produção de significados dos participantes identificamos aspectos não matemáticos considerados por eles para tomar decisão tais como: (i) a durabilidade do carro; o **tempo de vida útil** do carro zero; **riscos da compra** de um seminovo; tranquilidade de ter um carro “zerado”, sem “*avaria que você desconheça*”; “**garantia** de que você comprou novo: *certinho e tudo mais*”.
- 5) Identificamos, nesse encontro mais um momento em que a **aderência** entre os significados matemáticos e não matemáticos apareceu no processo de produção de significados realizado pelos estudantes. Na fala de Gabi, diferentes significados apareceram juntos e interligados, em que o valor da prestação e da diferença entre elas, calculadas por meio de uma operação matemático-financeira, apareceram **aderidos** aos significados envolvendo riscos, tranquilidade, garantia, benefícios. Na

fala de Sami, identificamos uma **aderência** entre os aspectos matemático-financeiro (o valor da prestação com custo menor) e os aspectos comportamentais (gosto atual moderado por carros).

- 6) Para o cenário II, em que os participantes poderiam utilizar uma entrada de 20.000 reais na compra do carro, usando um suposto carro que já tivessem avaliado nesse valor na troca, **Gabi muda sua decisão e Sami a mantém**. O valor da prestação do carro novo fica em 1.412 reais e a do carro seminovo em 839 reais. Para Gabi essa diferença era mais alargada fazendo-a mudar de decisão preferindo o carro seminovo, pois nesse caso isso seria para Gabi a escolha mais factível. No caso de Sami, esse alargamento convergia para a decisão que já tinha tomado anteriormente.
- 7) Gabi toma essa nova decisão a partir de uma visão estritamente local, abandonando algumas premissas que utilizou em sua primeira tomada de decisão. Assim, mesmo o carro novo custando 1.415 reais mensais nesse novo cenário, valor aproximadamente 950 reais menor que a prestação de 2.360 reais do cenário 1, ela mudou de decisão, pois olhou apenas para as condições do cenário 2, sem considerar que poderia pagar os 1.415 reais do carro novo.
- 8) No Cenário III (item b) a diferença entre os valores das prestações foi mais uma vez um objeto matemático importante que os alunos constituíram e consideraram para tomar suas decisões. Nesse terceiro cenário, Gabi e Sami optaram por comprar o carro novo, pois a diferença ficou em apenas 56 reais. Ou seja, seria possível **comprar um bem novo**, que em tese viria com mais benefícios, tais como: modernidade, durabilidade, melhorias tecnológicas, segurança, dentre outros, **pagando praticamente a mesma prestação**, em função da discrepância entre as taxas de juros atualmente cobradas em financiamentos de um carro zero e de um carro usados no Brasil.
- 9) Elementos como **custos fixos, custos variáveis, lazer, entretenimento e sobra de caixa** emergiram do discurso de Gabi. A fala: “a gente não pode viver só pagando dívida” sintetiza a visão de Gabi sobre a questão do orçamento pessoal e o seu papel na consciência sobre a utilização do dinheiro que se ganha. Além disso traz a **imprevisibilidade** novamente para a agenda de discussão sobre consumo, quando

diz que: “você tem um monte de coisas que podem surgir”, e por isso, o volume de dívidas pode gerar sérios problemas, incluindo a falta de dinheiro para lidar com os imprevistos. Percebemos que esses aspectos não matemáticos começam a ficar recorrentes na fala de Gabi, reforçando que fazem parte do **portfólio de aspectos** que levam em consideração na hora de tomar decisões de investimento, poupança e consumo.

- 10) Identificamos significados culturais e valor simbólicos, na perspectiva da *Consumer Culture Theory*, associados a compra do carro, presentes na fala de Gabi e Sami, quando dizem que o carro pode: (i) trazer status, (ii) preencher algo, (iii) definir que você é legal; (iv) que a pessoa vale a pena; (v) desejo de possuir um carro de luxo.
- 11) Os participantes, apesar da pouca experiência em lidar com o próprio dinheiro, apresentaram diversos significados relativos ao consumo, envolvendo aspectos matemáticos como o cálculo das prestações, análise pela diferença entre valores e dos prazos de financiamentos; financeiros tais como orçamento pessoal, endividamento, custos fixos e variáveis, gastos imprevisíveis; comportamentais como a compra por impulso, viver a vida só pelo desejo de consumir; econômicos como desemprego, inflação e taxas de juros praticadas no Brasil e socioculturais tais como a busca por pertencer a um grupo (“ser legal”, “você vale a pena”), preencher algo com a compra, o desejo alimentado pelas propagandas.

Análise detalhada dos momentos-chave do Encontro 11.

Antes de investigarmos o que os alunos produziram, faremos uma breve análise sobre a situação apresentada na tarefa 15, tomando como base as teorias econômicas tradicionais, ou seja, do ponto de vista da matemática financeira e da otimização das despesas e dos retornos envolvidos.

Reforçamos que esses são os modos de produção legítimos para o professor que ensina matemática financeira ou para os especialistas em finanças, os quais nos servirão para comparação e não como mecanismo para classificar o aluno em certo (responde de acordo com esses modos) ou errado.

Essa tarefa apresenta uma situação financeira em que uma pessoa precisa decidir entre comprar um carro novo ou um seminovo. A expressão “seminovo”⁷⁹ foi utilizada com a intenção de considerar um carro, com no máximo 3 anos de uso, e em bom estado de conservação. O valor do carro novo é de 50 mil reais e o do carro seminovo é de 35 mil reais. O quadro a seguir mostra o valor da prestação em cada uma das possibilidades de financiamento integral, para os dois tipos de compra, tanto em 24 quanto em 48 parcelas iguais e postecipadas.

Quadro 9.22 – Parcelas dos financiamentos da Tarefa 15

	R\$50.000,00	R\$35.000,00
	TAXAS	
PRAZO	1,0%	2,5%
24	(R\$2.353,67)	(R\$1.956,95)
48	(R\$1.316,69)	(R\$1.260,21)

Fonte: Elaborado pelo autor

Para um financiamento integral em 24 prestações, a prestação do carro à vista é aproximadamente 400 reais maior que a do carro usado, ou seja, em torno de 20% da menor prestação. Por outro lado, no financiamento em 48 prestações essa diferença entre taxas faz com que a prestação do novo seja apenas 56 reais maior que a do usado, o que representa aproximadamente 4,5% do valor da menor prestação.

Antes de continuarmos nossa análise é preciso reforçar uma informação muito importante: os bens que estamos comparando não são iguais. Sabemos que andar de carro novo pode gerar várias sensações, experiências e muitas outras situações e percepções para o comprador e sua família, quando é caso, diferentes das de um carro seminovo, e que isso dependeria muito da personalidade, idade, perfil econômico, dentre outras características do comprador, como já mencionado anteriormente a partir dos resultados de algumas pesquisas sobre o comportamento do consumidor nessa área citadas no capítulo 2. Entretanto, no processo de comprar um carro, o aspecto financeiro pode ser um fator decisivo para a maioria da população, e, portanto, pode e precisa ser analisado levando em consideração a visão de diferentes públicos.

Assim, para essa análise matemático-financeira, vamos dividi-la em duas partes, sendo a primeira sem considerar a TMA do comprador, como apresentada nessa tarefa, e uma segunda análise considerando a TMA do comprador.

⁷⁹Essa ideia foi passada aos participantes do encontro, apesar de não ter sido registrada na tarefa.

Considerando a taxa mínima de atratividade do comprador, poderíamos ver para que valor de TMA o prejuízo ao final de dois anos, considerando os sacrifícios mensais e o valor a ser recebido em cada um dos casos, poderia ser melhor em uma opção que na outra. Vamos considerar como parâmetro de comparação o VFL (Valor futuro líquido) que representa a diferença entre o valor futuro (daqui a 24 meses) do carro e o valor futuro dos sacrifícios mensais pagos pelo comprador, reajustados à sua TMA. Esse VFL vai medir, portanto, o prejuízo futuro líquido, ou seja, a diferença entre o valor futuro do carro e o valor futuro da série de prestações que serão pagas, corrigidas pela TMA do comprador (se ele não gastasse poderia depositar o mesmo valor, mensalmente, em um investimento com retorno igual à TMA). A simulação a seguir nos informa que para qualquer valor de TMA entre 0,5% e 1,5%, ao mês, o prejuízo de comprar o carro novo é menor, taxa por taxa, que comprar o seminovo, desconsiderando a desvalorização dos preços de ambos os carros, ou seja, congelando os preços dos carros em 50 mil e 35 mil reais, respectivamente.

Quadro 9.23 – Prejuízo Futuro Líquido em função da TMA do comprador para os dois financiamentos, com congelamento do preço dos carros.

TAXA	VFL (NOVO)	VFL (SEMINOVO)
0,50%	(R\$9.858,52)	(R\$14.769,03)
0,60%	(R\$10.562,88)	(R\$15.354,67)
0,70%	(R\$11.277,72)	(R\$15.949,01)
0,80%	(R\$12.003,19)	(R\$16.552,20)
0,90%	(R\$12.739,47)	(R\$17.164,38)
1,00%	(R\$13.486,73)	(R\$17.785,69)
1,10%	(R\$14.245,15)	(R\$18.416,27)
1,20%	(R\$15.014,90)	(R\$19.056,27)
1,30%	(R\$15.796,16)	(R\$19.705,85)
1,40%	(R\$16.589,12)	(R\$20.365,15)
1,50%	(R\$17.393,96)	(R\$21.034,33)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando uma nova simulação com os valores dos carros sofrendo uma desvalorização de 20% (para o carro novo⁸⁰) e de 10% (para o seminovo), em dois anos, temos que a melhor decisão sob o ponto de vista exclusivamente financeiro se inverte,

⁸⁰Esse valor foi baseado no carro ônix, que foi em 2014 e 2015 o carro com menor desvalorização após um ano de uso, conforme o site da revista EXAME.COM. A partir disso, fizemos uma consulta simples no índice da tabela FIPE, tomando com referência Janeiro de 2016, sendo encontrados os valores de 49,3 mil reais e para o carro zero em Jan/2016, e para o carro ônix, que foi o eleito pela revista EXAME como sendo o carro de menor desvalorização em 2014 e 2015, após um ano de uso, conforme disponível em <http://exame.abril.com.br/seu-dinheiro/noticias/os-carros-que-menos-se-desvalorizam-apos-um-ano-de-uso>

sendo o seminovo o que gera valores futuros líquidos menos negativos, ou seja, produz menores prejuízos. No quadro a seguir temos os valores dessa nova simulação.

Quadro 9.24 – Prejuízo Futuro Líquido em função da TMA do comprador para os dois financiamentos, com desvalorização de 20% do valor do carro zero (de 50 para 40 mil reais) após 2 anos e de 10% no valor do carro seminovo (de 35 para 31,5 mil reais).

TAXA	VFL (NOVO)	VFL (SEMINOVO)
0,50%	(R\$19.858,52)	(R\$18.269,03)
0,60%	(R\$20.562,88)	(R\$18.854,67)
0,70%	(R\$21.277,72)	(R\$19.449,01)
0,80%	(R\$22.003,19)	(R\$20.052,20)
0,90%	(R\$22.739,47)	(R\$20.664,38)
1,00%	(R\$23.486,73)	(R\$21.285,69)
1,10%	(R\$24.245,15)	(R\$21.916,27)
1,20%	(R\$25.014,90)	(R\$22.556,27)
1,30%	(R\$25.796,16)	(R\$23.205,85)
1,40%	(R\$26.589,12)	(R\$23.865,15)
1,50%	(R\$27.393,96)	(R\$24.534,33)

Fonte: Elaborado pelo autor

Entendemos que uma maior desvalorização nos primeiros anos, para o carro zero, juntamente com um prazo total de apenas 4 anos, contribuiu para que essa inversão acontecesse, a partir das taxas de desvalorização que utilizamos nessas simulações.

É importante salientar que as decisões ótimas do ponto de vista financeiro poderiam ser diferentes, se os valores para as taxas de desvalorização do carro seminovo, por exemplo, fossem outras. Se a desvalorização do carro seminovo subisse para de 10% para 14,6%, por exemplo, a decisão mudaria novamente, e o carro novo seria a melhor decisão e não mais o carro seminovo, que passaria a gerar prejuízo de 19.670 reais, a uma TMA de 0,5% ao mês. Além disso não estamos considerando as despesas com manutenção que envolveriam uma análise mais complexa, a partir da construção de fluxos de caixa mensais, os quais dependeriam da estimativa dos custos gerais dos dois carros para os próximos dois anos, o que poderia alterar novamente as decisões aqui apresentadas.

A segunda análise se faz necessária pois não estamos levando em consideração nessa tarefa o custo de oportunidade, ou seja, o quanto se poderia ganhar considerando a taxa mínima de atratividade do comprador. Assim, a melhor decisão do ponto de vista financeiro envolveria a comparação dos custos e dos retornos em valores nominais.

Olhando apenas para o financiamento, os custos com o seminovo seriam menores. Mas ainda, assim vem a pergunta: vale a pena pagar menos e ficar com o seminovo?

Sem entrar, por enquanto, nos aspectos culturais e comportamentais, para uma pessoa que opera no campo semântico aditivo, por exemplo, e constitui como objetos o valor total gasto em cada um dos casos e o valor nominal dos carros, a decisão poderia ser a favor do carro novo. Um possível pensamento disso seria uma pessoa considerar que ao final de dois anos ela teria pago um “total” de $24 \times 2.535,67 = 56.488,17$, enquanto que na outra opção o valor “total” seria de $24 \times 1.956,95 = 46.966,77$ e assim pagaria uma diferença de aproximadamente 9,5 mil reais, mas teria um bem que vale 15 mil reais a mais que o outro.

Por outro lado, a partir dos mesmos objetos, das mesmas operações e suas lógicas, considerando uma desvalorização de 20% para carro zero e de 10% para o carro seminovo, após dois anos, o comprador pagaria uma diferença de 9,5 mil reais para, ao final de dois anos, para ter um bem que valeria 8.500 reais a mais que o outro. A diferença gasta foi maior que o ganho comparando os valores atualizados dos dois carros, ou seja, que o comprador teria um prejuízo de $56.488,17 - 40.000,00 = 16.488,17$ comprando o carro zero e de $46.966,77 - 31.500 = 15.466,77$ comprando o seminovo. A decisão inverteria nesse caso, sendo melhor comprar o carro usado.

Uma outra pessoa, poderia operar de uma outra forma, constituindo como objetos a diferença entre os valores das prestações e considerando prioritariamente a relação entre essa diferença e a oportunidade do carro novo, principalmente no prazo de 48 meses. Nesse caso, se uma prestação de 1.260 reais fosse possível a uma família que está pensando em comprar um carro seminovo, então uma prestação de 1.316 reais (apenas 50 reais maior) talvez fizesse a família considerar fortemente a possibilidade de comprar o carro novo, uma vez que o número total de prestações é igual em ambos os financiamentos, e o valor de um bem é, a valores de hoje, 15 mil reais maior que o outro.

Além disso, mesmo sem custo de oportunidade envolvido diretamente na análise, outros aspectos poderiam (e deveriam) ser considerados, tais como o fato do custo de manutenção do seminovo no período de 2 anos seguintes ser, provavelmente, maior que o do novo, devido ao tempo de uso e desgaste. Poderíamos levar em conta também os custos de operação (consumo, seguro, IPVA, etc.), os quais precisariam ser estimados e utilizados em uma análise mais completa, mesmo a partir dessa ótica.

Deste modo encerramos essa primeira parte dizendo que o papel principal dessa análise inicial, antes da investigação da produção dos estudantes, é de marcar algumas formas de operar com os objetos que constituímos, inseridas em nosso processo de produção de significados, a partir de algumas das possíveis perspectivas para essa situação financeira. Não temos como objetivo, nesse trabalho, enquadrar as soluções, estratégias e argumentos apresentados pelos alunos em certo ou errado, inclusive nos momentos em que analisamos se pensaram ou não nessa direção, mas sim entender o pensamento dos estudantes por meio do processo de produção de significados deles.

Tópico Analítico 1 – Análise da Tarefa 15 – itens a e b.

Nesse tópico analítico, investigaremos a produção de significados dos estudantes para a situação financeira apresentada na Tarefa 15, envolvendo em particular o item a. Como o número de participantes foi menor, utilizaremos de forma concomitante os registros escritos e orais.

Tarefa 15.
Carro Zero X Carro Usado – Tomada de decisão.

Você quer comprar um carro e está em dúvida se compra um novo ou um semi-usado com no máximo dois anos de uso. Após pesquisar, chega às seguintes opções:

Opção I – Comprar um novo por 50 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 1% a.m.

Opção II – Comprar um semi-novo, por 35 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 2,5% a.m.

Ambos os carros podem ser financiados em até 24 prestações mensais.

a) Do ponto de vista financeiro, você compraria o carro novo ou usado? Justifique

Figura 9.44 - Tarefa 15 aplicada no Encontro 10 - Itens a e b

Fonte: arquivo de dados do pesquisador

A solução, decisão e justificativa apresentadas por Gabi para o item a estão representadas na Figura a seguir, em que **Gabi optou por comprar o carro zero.**

Você quer comprar um carro e está em dúvida se compra um novo ou um semi-usado com no máximo dois anos de uso. Após pesquisar, chega às seguintes opções:

Opção I – Comprar um novo por 50 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 1% a.m.

Opção II – Comprar um semi-novo, por 35 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 2,5% a.m.

Ambos os carros podem ser financiados em até 24 prestações mensais.

a) Do ponto de vista financeiro, você compraria o carro novo ou usado? Justifique apresentando os aspectos levados em consideração na sua tomada de decisão.

Paralelizando no máximo de prestações, 24, o primeiro caso apresenta prestação de aproximadamente R\$ 400 a mais do que o segundo. Sendo assim, $\Delta = 596,72492$

↑ ↑ ↑
Dívida hoje: 50 000

VP: $P \cdot (F^m - 2)$
 $F^m =$

$50000 = \frac{P \cdot 0,263734648}{0,012697346}$ $35000 = \frac{P \cdot 0,80872595}{0,045219348} \rightarrow P = 1956,34868$

$P = \frac{50000}{24 \cdot 33803} = 2333,6735$ $31,27498633$

b) Se o prazo do financiamento passasse de 24 para 48 meses, por questões de limitação em seu orçamento, você mudaria de opinião? Justifique apresentando os aspectos que você levou em consideração.

Figura 9.45 - Solução e comentários de Gabi - Itens a da Tarefa
 Fonte: arquivo de dados do pesquisador

A partir desse registro escrito, identificamos que o pensamento de Gabi foi encontrar o valor da prestação em cada financiamento operando no campo semântico da equivalência, e em seguida compará-los para tomar a decisão. Para isso constituiu como objetos os valores das prestações em cada financiamento, e a partir dos valores da taxa e do prazo, e para calculá-los realizou a operação de transformar o dinheiro no tempo utilizando a expressão que fornece o valor da prestação de uma série uniforme, a partir do valor a ser financiado, as taxas e os prazos, em cada caso. Observamos que ela opera considerando legítimos os resultados dos últimos encontros. Entendemos que ela utilizou essa expressão como uma estipulação local, inserida no núcleo a partir do qual produziu significado para a situação apresentada, conforme se pode ver na Figura anterior. Isso significa que ela parte da fórmula, diferentemente de outros encontros (4 e 5) em que o objetivo era construir estratégias para se obter o valor da prestação.

Os registros de vídeo nos permitiram ampliar o entendimento sobre a decisão que Gabi tomaria. Quando perguntada sobre qual seria sua decisão, acontece o seguinte diálogo entre ela e o pesquisador transcrito abaixo.

11:56	Gabi	Eu tentei calcular as parcelas de cada uma e comparar a prestação mais alta.
12:07	Pesq	Pensou nos dois carros sendo financiados em 24 vezes e aí o que você descobriu?
12:13	Gabi	Eu vi que a <i>diferença de um pro outro</i> era que é a opção um que era o carro novo ia ficar mais ou menos <i>400 reais mais cara</i> . E aí eu tava

		inferindo aqui que se eu tivesse como apertar um pouquinho mais eu daria <i>esses 400 reais por mês</i> e ia escolher ficar com o carro novo, mesmo porque um carro novo tem certos benefícios.
12:39	Pesq	Como por exemplo?
12:41	Gabi	É ele tá zerado, né? Então ele não pode não ter avaria, que você desconheça: que a pessoa tenha escondido de alguma forma. Ele provavelmente vai durar mais, a gente imagina que sim. Tem toda a garantia de que você comprou novo: certinho e tudo mais. Eu acho que valeria mais a pena <i>sendo só 400 reais por mês</i> se der para dar esse dinheiro.

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

A decisão tomada por Gabi mostra um novo objeto por ela constituído no processo de produção de significados: **a diferença de 400 reais**. Esse objeto é o principal elemento usado por ela na justificativa que apresenta na tomada de decisão. Isso aparece em dois momentos muito próximos quando diz que: “*valeria mais a pena sendo só 400 reais por mês se der para dar esse dinheiro*” e também quando comenta que “*se eu tivesse como apertar um pouquinho mais eu daria esses 400 reais por mês*”. Essa diferença aparece associada à vantagem de ter um carro “zerado”, “sem avarias” e que “*provavelmente vai durar mais*”.

Concomitantemente à relação custo x benefício apresentada por Gabi em sua decisão de comprar o carro zero, identificamos que o elemento **cautela** associado a uma preocupação com o seu **orçamento pessoal** apareceu novamente, na fala de Gabi, quando diz: “*se der para dar esse dinheiro*” e “*se eu tivesse como apertar um pouquinho mais*”. Essa questão é tão forte para Gabi, que ao ser perguntada pelo pesquisador o que ela faria se ela não pudesse “apertar um pouquinho” ela diz que não faria aquela opção, conforme mostra o diálogo a seguir.

20:38	Pesquisador	[...] Posso fazer uma pergunta pra você? Você compraria o novo, mas só se pudesse apertar um pouquinho. E se não pudesse apertar?
21:03	Gabriele	<i>Não serve.</i>

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Outro elemento considerado por Gabi para tomar a sua decisão foi a durabilidade do carro, o que em certa medida, está associada ao **tempo de vida útil** do

carro zero, quando diz que o carro zero “*provavelmente vai durar mais*”. Entendemos que o “durar mais” esteja relacionado não apenas aos aspectos financeiros decorrentes de problemas e defeitos apresentados ao longo do tempo, mais prováveis nos carros seminovos por já terem algum desgaste, mas também aos aspectos envolvendo os **riscos da compra** de um seminovo. A **tranquilidade** de ter um carro “zerado”, sem “*avaria que você desconheça*” e com “**garantia de que você comprou novo: certinho e tudo mais**” “em oposição às incertezas quanto ao estado de um carro seminovo, ficou evidente na fala de Gabi, ao dizer que: “*É, ele tá zerado, né? Então ele não pode ter avaria, que você desconheça: que a pessoa tenha escondido de alguma forma [...] Tem toda a garantia de que você comprou novo: certinho e tudo mais*”. Entendemos que Gabi considera que no carro seminovo podem aparecer surpresas quanto ao estado do carro, enquanto que no carro zero, isso não seria aconteceria.

Assim, nesse pequeno trecho, identificamos significados matemáticos e não matemáticos que foram ditos e considerados por Gabi em sua tomada de decisão, nesse cenário com prazo de 24 meses em um financiamento do valor integral dos carros. Nesse caso também identificamos que esses diferentes significados apareceram juntos e interligados no discurso de Gabi, em que o **valor da prestação** e da **diferença entre elas**, calculadas por meio de uma operação matemático-financeira, apareceram **aderidos** aos significados envolvendo **riscos, tranquilidade, garantia, benefícios**. Identificamos, assim, mais um momento em que a **aderência** entre os significados matemáticos e não matemáticos apareceu no processo de produção de significados realizado pelos estudantes.

Analisando a produção de significados de Sami, o outro participante desse Encontro 11, identificamos que ele apresentou duas soluções (I e II), que culminaram com decisão **de que compraria o carro seminovo**. Na primeira ele começa a operar em uma direção, tentando encontrar quando os 35 mil reais seriam iguais aos 50 mil, utilizando as taxas de juros apresentadas. Para isso escreve uma equação exponencial, chegando ao tempo necessário para que isso ocorresse. Entretanto, em algum momento ele percebe, após ter resolvido o problema, que como as taxas de juros não representavam retornos, mas sim eram custos dos financiamentos, sua solução não representava o problema inicial. Assim, ele mudou sua maneira de operar, e apresentou outros cálculos semelhantes (Solução II) aos de Gabi. As duas soluções por ele apresentadas estão registradas nas imagens a seguir.

Você quer comprar um carro e está em dúvida se compra um novo ou um semi-usado com no máximo dois anos de uso. Após pesquisar, chega às seguintes opções:

Opção I – Comprar um novo por 50 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 1% a.m.

Opção II – Comprar um semi-novo, por 35 mil reais. Nesse caso, a taxa de juros cobrada é de 2,5% a.m.

Ambos os carros podem ser financiados em até 24 prestações mensais.

a) Do ponto de vista financeiro, você compraria o carro novo ou usado? Justifique apresentando os aspectos levados em consideração na sua tomada de decisão.

Usado
 $X = 35 \cdot 10^3 \cdot (1 + 0,025)^{24}$
 $X = 35 \cdot 10^3 \cdot 1,025^{24}$

$35 \cdot 10^3 \cdot 1,025^{24} = 50 \cdot 10^3 \cdot 1,01^n$
 $1,01^n = \frac{35}{50} \cdot 1,025^{24}$
 $1,01^n = 0,7 \cdot 1,025$
 $1,01^n = 1,266$
 $n = \frac{\log 1,266}{\log 1,01} \Rightarrow n = \frac{102,433 \cdot 10^3}{4,321 \cdot 10^1} = 23,7$

$63305,4 = 50000 \cdot 1,01^n$
 $1,266 = 1,01^n$
 $n = 23,7$

b) Se o prazo do financiamento passasse de 24 para 48 meses, por questões de limitação em seu orçamento, você mudaria de opinião? Justifique apresentando os aspectos que você levou em consideração.

P =

a) *Usado*
 $P = \frac{VP \cdot i^n \cdot i}{F \cdot i^n - 1} \Rightarrow P = \frac{35 \cdot 10^3 \cdot 1,025^{24} \cdot 0,025}{1,025^{24} - 1} = \frac{1534,63}{0,809} = 1958,70$

novo
 $P = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 1,01^{24} \cdot 0,01}{1,01^{24} - 1} \Rightarrow P = \frac{50000 \cdot 1,269 \cdot 0,01}{1,269 - 1} = \frac{634,88}{0,269} = 2360,10$

Figura 9.46 - Soluções I e II apresentadas por Sami para o Item a da Tarefa 15
 Fonte: Arquivo de dados do autor

Os registros de vídeo nos permitiram entender melhor onde Sami estava, ou seja, como estava operando, e porque mudou sua maneira de operar. A leitura plausível/positiva que nos propusemos a fazer, na perspectiva do MCS, além de nos convidar a entender a multiplicidade e a plasticidade de pensamentos, nos permite olhar para diferentes caminhos trilhados pelos participantes, mapeando possíveis formas de pensar, que podem ser, inclusive, comuns a outros estudantes. Sobre esse tipo de leitura do MCS, Lins comenta:

Plausível porque “faz sentido”, “é aceitável neste contexto”, “parece ser que é assim”; positiva porque é o oposto de uma “leitura pela falta”. [...] A leitura plausível/positiva tem por objetivo mapear o terreno ao mesmo tempo que trata de saber onde o outro está para que eu possa dizer “acho que sei como você está pensando”. [...] A leitura é plausível pois trata de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma pessoa, num livro, e assim por diante. (LINS, 2012, pp 23-24)

Apesar de usarmos essa perspectiva, quando dizemos que a fala de um aluno faz sentido no contexto em que ele produziu conhecimentos e significados isso não implica que aquela fala é coerente. Como comenta Lins (2012, p.23), “Assim como há situações nas quais eu não consigo produzir significado para um resíduo de enunciação, há falas para as quais eu não consigo produzir uma coerência plausível”. Veremos isso acontecendo nas duas soluções apresentadas por Sami.

Retomando a nossa análise, vamos dividir nossa investigação da fala de Sami, nesse primeiro momento, em duas partes, sendo a parte I - sobre a primeira solução de Sami, e a parte II – sobre a segunda solução.

A primeira fala de Sami tentando explicar sua solução aparece na transcrição a seguir.

13:12	Sami	Eu comecei vendo valor total, mas eu pensei...
13:18	Pesq	Me fala o que seria esse seu valor total
13:20	Sami	Na verdade, depois eu pensei que na verdade esse valor se eu não ficasse pagando, não pagasse nada: nada até o mês 24. Se eu não pagasse nada, qual seria o valor de cada um. E aí os valores se aproximam. Acho que até dá menos a opção dos 50.000, pelo menos o que eu acho que eu fiz.

Fonte: Vídeo 11.3

Na tentativa de entendermos melhor a forma como estava operando com esse objeto valor total que ele constituiu, e se havia outros objetos presentes em sua solução, pedimos que ele explicasse porque pensava daquela forma. A explicação dada por ele foi a seguinte:

15:15	Pesq	Por que você acha que você pensou isso? Isso me interessa, que que você acha que você pensou isso? O que te levou a ir por essa direção?
15:23	Sami	Eu acho que foi que porque eu penso as vezes e eu tento ver no total que é que vai que dar. Se no geral qual seria melhor, mas por somatório...
15:38	Pesq	A então você achou que fazendo isso você encontraria o total pago?
15:45	Sami	Isso! Só que depois vi que não isso não vai me dar o valor.
15:51	Pesq	Então pra você o valor futuro representaria de alguma forma o total

		pago?
15:57	Sami	É

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Nessa primeira forma de pensar de Sami, identificamos que ele busca determinar o valor total que seria pago nos dois financiamentos. Isso fica claro quando diz que: *“eu tento ver no total que é que vai que dar”*. Para determinar esse “total”, ele constitui como objetos os valores futuros de 35 mil e 50 mil, operando com eles no campo semântico da equivalência, usando a fórmula de juros compostos, quando diz sim quando o pesquisador pergunta: *“Então pra você o valor futuro representaria de alguma forma o total pago?”*. Assim, ele considerou, nessa primeira ideia, que o valor futuro dessas quantias seria o valor total pago, e apesar de não considerar o valor das prestações, para um possível somatório, ele diz o valor futuro representaria esse somatório, conforme ele comenta: *“[...] Se no geral qual seria melhor, mas por somatório”*.

A construção da equação exponencial foi considerada por ele como uma forma de determinar o tempo que um valor total seria igual ao outro. Mas, para nós, essa equação é um grande mistério no pensamento de Sami. Procuramos saber qual era o papel da equação em sua estratégia, todavia não identificamos em sua fala os motivos que o levaram a construir a equação exponencial. Conseguimos apenas compreender que essa equação fazia parte de seu processo de determinar o valor futuro, conforme o registro transcrito a seguir.

14:48	Pesquisador	Aí você montou equação exponencial?
14:50	Sami	Eh, aí eu resolvi...
14:53	Pesquisador	Mas qual o objetivo disso? Encontrar a quantidade de meses?
14:56	Sami	É. Quê valor se igualaria a esse de 24. Comparar com 24. Só que aí depois eu pensei
15:02	Pesquisador	Como é que você usa isso pra tomar decisão?
15:04	Sami	Pois é, depois eu pensei que isso não é. Isso não vai acontecer, entendeu? <i>Só se o juros está ficasse incidindo sobre uma coisa em que eu não pagasse nunca.</i>
15:15	Pesquisador	Por que você acha que você pensou isso? Isso me interessa, que

		que você acha que você pensou isso? O que te levou a ir por essa direção?
15:23	Sami	Eu acho que foi que porque eu penso as vezes e eu tento ver no total o que vai dar. Se no geral qual seria melhor, mas por somatório... Seria mais ou menos isso.
00:15:38	Pesquisador	A então você achou que fazendo isso você encontrar o total pago?
15:45	Sami	Isso! Só que depois vi que não isso não vai me dar o valor

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Sami chega à conclusão que sua estratégia não representava o problema, o que pode ser visto em sua fala quando diz que: *“Isso não vai acontecer, entendeu? Só se os juros está ficasse incidindo sobre uma coisa em que eu não pagasse nunca”* (15:04). Isso aparece novamente, em outro momento, em que ele explica porque mudou sua forma de operar, conforme apresentado na próxima transcrição.

16:22	Sami	[...] <i>Só que depois eu parei para pensar</i> e vi que isso não vai me dar o valor porque é como se essa taxa tivesse incidindo sobre o valor parado. Só que esse valor não está parado, vai está alterando. Aí depois quando você [se referindo ao pesquisador] falou de prestação aí deu uma “luzinha”.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Nesse momento, identificamos que Sami olha para a dinâmica do financiamento – em que as prestações pagas mês a mês modificariam mensalmente o valor da dívida – como sendo diferente da transformação de uma única quantia aplicada por 24 meses.

Em seguida Sami apresenta sua nova solução, a qual era matematicamente a mesma de Gabi, conforme indicam os registros na Fig. 115 e na transcrição a seguir.

19:09	Pesq	Então ótimo! E aí eu tenho que perguntar pra você o que eu perguntei pra Gabi. Você compraria um carro novo ou um carro usado?
19:17	Sami	Eu compraria um usado, mas...
19:22	Pesq	O usado a prestação é mais em conta? Quanto deu a prestação do usado?
20:07	Sami	[...] não sou muito chegado a carro, assim, eu. Para mim, se eu for ter um carro, que tenha o menor custo possível. Eu sei que o usado

		vai ter custo de manutenção, provavelmente vai gastar mais do que o novo, mas tendo que escolher entre um novo ou o usado, eu acho que eu escolheria usado por não estar tão íntimo assim.
--	--	--

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Nossa investigação registra mais uma vez a presença da **aderência** entre aspectos não matemáticos e matemáticos na tomada de decisão, dessa vez na produção de Sami, pois além do menor custo possível, há um outro elemento não matemático associado, arraigado, conectado ao anterior, que é considerado por ele ao tomar sua decisão. O fato de “não ser muito chegado a carro” e por não ser “tão íntimo assim do objeto carro”, agregado ao aspecto matemático do valor da prestação, fazem a opção de o carro seminovo ser a melhor para Sami. Mais uma vez identificamos uma **aderência** entre os aspectos matemático-financeiro (o valor da prestação com custo menor) e os aspectos comportamentais (gosto atual moderado por carros).

No momento seguinte, criamos um novo cenário em que eles tivessem, hipoteticamente, um carro usado no valor de 20.000 reais que seria usado como entrada na compra do carro em questão. Nosso objetivo, naquele momento, foi ampliar o nosso entendimento sobre a forma como estavam pensando e se as justificativas que estavam utilizando até agora se manteriam, ainda que as decisões porventura mudassem. A tarefa nesse momento foi, portanto, localmente redesenhada, conforme a transcrição que segue.

21:07	Pesq	Ok, vou fazer uma pergunta que não está aqui. Imagine que você pudesse dar, cada um já tivesse um carro um pouco mais velho e esse carro valesse 20 mil e você fosse usá-lo na troca. Uma operação muito comum. Você dá o carro para eles, geralmente eles avaliam seu carro abaixo do mercado para poder ganhar um dinheiro nele e eventualmente fazem algum reparo que você não fez, para dar garantia para o próximo cliente comprar, e você com isso abate o valor que vai precisar financiar, como tivesse dando uma quantidade de dinheiro de entrada: o carro como entrada. <i>Minha pergunta: se vocês tivessem um carro, e esse carro fosse avaliado por eles por 20.000, vocês manteriam as decisões que acabaram de tomar.</i> Eu vou pedir pra vocês para chamarem esse cenário de a* e colocar aqui no verso. Então tá legal, os dois darão 20 mil de entrada logo vocês vão financiar esse montão de dinheiro. Aí queria que vocês fizessem os cálculos que achassem mais convenientes e me dissessem se vocês manteriam essa decisão. Só identifica para mim que é a*.
-------	------	---

Fonte: Vídeo 11.3 – grifo nosso.

Para esse cenário, **Gabi muda sua decisão e Sami a mantém**. O valor da prestação do carro novo fica em 1.412 reais e a do carro seminovo em 839 reais. Para Gabi essa diferença era mais alargada fazendo-a mudar de decisão preferindo o carro seminovo, pois nesse caso isso seria para Gabi a escolha mais factível. A transcrição a seguir registra o diálogo entre ela e o pesquisador, mostrando sua opinião e decisão nesse novo cenário.

01:00	Pesq	E nesse caso? Com qual você ficaria?
01:02	Gabi	Acho que eu ficaria com o usado.
01:05	Pesq	Então agora você mudou de opinião?
01:09	Gabi	Sim, porém é aquela coisa né. Se tivesse 573 eu acho que sim; 400 já é difícil, 573 mais ainda, já é quase 600 reais. Não sei. Só se minha condição de vida fosse muito boa.
01:24	Pesq	Ou seja, a diferença já chegou a um ponto que já começa a te balançar, é isso?
01:26	Gabi	Sim.
01:31	Pesq	Então você começa a visualizar com outros olhos porque essa diferença alargou.
01:37	Gabi	Isso.

Fonte: Vídeo 11.4 – grifo nosso.

Interessante observar que Gabi toma a decisão olhando novamente para a diferença entre o valor das prestações. Esse é o objeto que ela constitui e com o qual opera na tomada de decisão. É a partir do núcleo formado pela operação de transformar um valor à vista em uma série de prestações, mais uma vez uma estipulação local em que ela usa diretamente sem justificar, que ela produz significados para a situação de calcular o valor da prestação. A partir desse objeto diferença percebemos que a mudança de 400 para 600 alterou sua decisão, pois 600 reais a mais seriam ainda mais difíceis que os 400 reais a mais do cenário anterior (que já eram difíceis). Assim, essa nova diferença lhe exigiria um aperto mais difícil, o qual só seria possível se tivesse, segundo ela, um poder aquisitivo alto. Essa ideia foi expressa quando diz que só compraria o novo se: *“minha condição de vida fosse muito boa”*.

A comparação entre 1410 e 840 foi utilizada por Gabi como o fator principal para sua tomada de decisão. Essa decisão, apesar de se basear na diferença, tem uma característica diferente da outra, no que diz respeito ao poder de compra. No cenário 1 ela considera que faria um aperto, se fosse possível, para comprar o novo. A diferença de 400 reais talvez fosse possível, pois ela olha para o valor relativo dessa diferença,

quando comparada aos valores das prestações. Nesse segundo cenário, sua decisão, apesar de mencionar a sua “condição de vida”, desconsidera seu suposto poder aquisitivo numa perspectiva mais global. Entendemos que a decisão de Gabi é exclusivamente local, pois escolhe olhando exclusivamente para o novo cenário, sem considerar que ela, em princípio, seria capaz de pagar prestações mensais de pelo menos 1900 reais, pelo carro seminovo no cenário anterior. Observamos que ela não transfere para essa nova situação o poder aquisitivo que seria necessário para pagar o financiamento que ela escolheu no primeiro cenário. Assim, mesmo o carro novo custando 1.415 reais mensais nesse novo cenário, valor aproximadamente 950 reais menor que a prestação de 2.360 reais do cenário 1, ela mudou de decisão, pois olhou apenas para as condições do cenário 2, sem considerar que poderia pagar os 1.415 reais do carro novo.

Em seguida, perguntamos à participante sobre as respostas para o item b. Nesse cenário, os prazos passavam de 24 para 48 meses. As respostas estão representadas a seguir.

10:57	Pesq	E nesse caso, o que você faria?
11:00	Gabi e Sami	Aí eu compraria o novo.
11:07	Pesq	Então baseado no o que vocês estão falando, conforme essa diferença se estreita...
11:12	Sami	Não necessariamente fica mais barato, mas já que você está pagando tanto, aí pesa.

Fonte: Vídeo 11.5 – grifo nosso.

A diferença foi mais uma vez um objeto matemático importante que os alunos constituíram e consideraram para tomar suas decisões. Nesse terceiro cenário, Gabi e Sami optaram por comprar o carro novo, pois a diferença ficou em apenas 56 reais. Ou seja, seria possível **comprar um bem novo**, que em tese viria com mais benefícios, tais como: modernidade, durabilidade, melhorias tecnológicas, segurança, dentre outros, **pagando praticamente a mesma prestação**, em função da discrepância entre as taxas de juros atualmente cobradas em financiamentos de um carro zero e de um carro usados no Brasil.

Tópico Analítico 2 – Análise da Tarefa 15 – itens c e d.

Nesse tópico analítico, investigaremos a produção de significados dos estudantes para a situação financeira apresentada na Tarefa 15, envolvendo em particular os itens c e d. Essa análise será mais curta, pois envolve a percepção dos estudantes sobre como as pessoas tomariam as decisões e os aspectos adicionais que estão em jogo na tomada de decisão da compra de um carro. As perguntas dos itens c e d foram as seguintes:

c) Como você acha que a maioria das pessoas que você conhece tomariam essa decisão? Justifique sua resposta apresentando os aspectos que você considerou em sua análise.
d) Que aspectos estão em jogo no processo de decisão da compra de um carro?

Figura 9.47 - Perguntas para os Itens c e d da Tarefa 15.

Fonte: elaborado pelo autor.

Salientamos que os registros que temos das respostas a essas duas perguntas foram exclusivamente obtidos dos dados capturados em vídeo. As respostas para a *pergunta do item c* foram as seguintes.

11:19	Pesq	Ok. Como vocês acham que a maioria das pessoas que vocês conhecem, tomariam essa decisão?
11:30	Gabi	Eu coloquei que as pessoas provavelmente comprariam direto o usado. Elas não procurariam ver quanto é a diferença e tudo mais, se tem alguma outra alternativa. Dar alguma entrada ou coisa do tipo. Elas iriam pensar que esse é o mais barato e ponto, sem checar.
12:12	Sami	Eu acho que com esse parcelamento de 48 que também é bem possível né, eu acho que as pessoas comprariam mais o novo.

Fonte: Vídeo 11.5 – grifo nosso.

Gabi aponta que as “pessoas” comprariam o mais “barato”, sem checar outras informações. Sami comenta que as pessoas comprariam o novo no terceiro cenário, que envolvia um parcelamento em 48 prestações, pois seria bem possível, e estaria muito próximo do usado.

Em seguida o pesquisador busca colher as *respostas para o item d*, sobre que aspectos estão em jogo na hora de comprar um carro. A primeira coisa que emerge do discurso de Gabi é a questão do **orçamento pessoal**, que ela usa tanto para falar sobre

os aspectos que estão em jogo, como para expressar sua opinião de como as pessoas tomam decisões desse tipo, conforme registramos no seguinte diálogo.

12:54	Gabi	Tem toda essa questão do seu orçamento mensal, do quanto vai pesar no seu bolso.
13:01	Pesq	Você acha isso uma coisa importante.
13:02	Gabi	Sim, acho que é uma das mais importantes.
13:04	Pesq	É aquele famoso “a parcela cabe no bolso”.
13:07	Gabi	É.
13:34	Gabi	Eu acho que nesse ponto é quando as pessoas mais pecam, digamos assim, porque não dá para você ver assim: eu ganho tanto e isso é tanto, então dá. Porque você tem um gasto mensal que é fixo e você tem um monte de coisas que podem surgir e você não pode estar com outras dívidas que comprometam as outras coisas. Pô, a gente não pode viver só pagando dívida. Então tem que ter uma parte também separada para a gente fazer tipo, entretenimento, lazer e etc. enfim, eu acho que as pessoas tinham que pensar mais nisso. Sei lá.

Fonte: Vídeo 11.5 – grifo nosso.

Elementos como **custos fixos, custos variáveis, lazer, entretenimento e sobra de caixa** emergiram do discurso de Gabi. A fala: “a gente não pode viver só pagando dívida” sintetiza a visão de Gabi sobre a questão do orçamento pessoal e o seu papel na consciência sobre a utilização do dinheiro que se ganha. Além disso traz a **imprevisibilidade** novamente para a agenda de discussão sobre consumo, quando diz que: “você tem um monte de coisas que podem surgir”, e por isso, o volume de dívidas pode gerar sérios problemas, incluindo a falta de dinheiro para lidar com os imprevistos. Percebemos que esses aspectos não matemáticos começam a ficar recorrentes na fala de Gabi, reforçando que fazem parte do **portfólio de aspectos** que levam em consideração na hora de tomar decisões de investimento, poupança e consumo.

Na busca por mais significados para a situação da compra de um carro situada na tarefa, uma vez que os participantes não tinham tido a experiência de comprar o próprio carro e, portanto, suas respostas não decorriam diretamente da experiência deles com a compra, mas sim da percepção deles a partir de suas experiências com a família, amigos, etc., o pesquisador faz mais uma pergunta direcionada aos participantes. Essa pergunta desencadeou uma série de respostas, repletas de outros significados, conforme apresentada na transcrição a seguir.



14:20	Pesq	Gabi, deixa eu te perguntar uma coisa aqui: Você falou sobre os aspectos financeiros e de certa forma comportamentais. Que outros aspectos? Imagina a pessoa indo até a agência comprar um carro. Que aspectos as pessoas levam em consideração ao que as influenciam na compra de um carro. É claro que isso em tese. Mas com experiência da família, experiência de amigos, ou coisas que vocês observam ou até mesmo o que vocês acham que aconteça.
15:05	Gabi	Eu acho que pesa muito também a vontade, digamos assim, o desejo da pessoa pelo carro, então tem tudo uma questão de “Pô, tão vendendo aquilo para a gente, então nossa! Esse carro!” Bota uma ideia de que se você tem isso, não necessariamente um carro, mas se você tem tal coisa você é legal, você vale a pena, digamos assim. E aí as pessoas já vão condicionadas a buscar aquilo, a preencher alguma coisa com aquilo. É uma compensação.
15:51	Pesq	Tem a questão do prazer aí, e do desejo. Você acha esse desejo ruim?
15:59	Gabi	Eu acho que você não pode se deixar controlar por ele. Tem que ter um equilíbrio. É claro que se a gente perder o desejo de viver, de sabe, fazer coisas com a sua vida, você vai entrar em depressão. Então é essencial, mas a gente tem que conciliar isso com a razão. Tipo, não fazer tudo impulsivamente, por que se não...
16:32	Pesq	Ótimo. Obrigado. E você Sami? Que outros aspectos estão em jogo no processo?
16:40	Sami	Eu acho que a propaganda também. Mas, mais pros carros que... Eu não sei porque, mas você às vezes propaganda no Jornal Nacional de um carro, de uma Hilux que quase ninguém no Brasil consegue pagar, mas você vai alimentando esse desejo, como a Gabi falou. E às vezes você não consegue chegar nele, mas você quer se aproximar dele também.
17:16	Pesq	Você quer se aproximar dele. Então você acha que a propaganda tem essa questão também de, ao mesmo tempo que ela vende aquele produto, ela vende outros a reboque; que seria uma tentativa da pessoa chegar?
17:30	Sami	Eu acho que sim. Eu não entendo, eu várias vezes já vi assim, propaganda no globo que tem uma audiência, é claro que tem pessoas com muito dinheiro, mas nem todo mundo tem dinheiro para comprar um carro desses, aí eu fico “porque eles estão fazendo essa propaganda se não é o público”, mas tem esse lado também né, você vai alimentando, aí quando a pessoa às vezes chegar a esse...quando ela chegar nesse patamar aí ela vai querer um carro daquele.
18:06	Pesq	Mas também tem muitas propagandas de carros básicos né, carros 1.0, e aí atinge a massa né. Você acha que essa propaganda influencia realmente as pessoas?
18:20	Sami	Ah, eu acho que sim. Mas eu acho que quando as pessoas, pelo menos que eu já vi, quando é sobre carro ou até imóvel, que tem bastante dinheiro envolvido, elas no mínimo fazem uma comparação entre modelos e não entre seu próprio orçamento pra ver se cabe, mas assim, se é melhor ou se é pior. Aí elas não se deixam levar tanto pela propaganda, mas também. Eu acho que também tem o que a Gabi falou.
18:56	Pesq	Agora se tem uma marca que faz propagandas e as outras resolvem não

		fazer, uma marca passa a ficar no inconsciente das pessoas e as outras não, né.
19:02	Sami	É. É verdade.
19:06	Pesq	Em momentos de crise as propagandas acabam se tornando um veículo de quê?
19:10	Sami	Você vê várias agora, e você fica até...
19:15	Pesq	Então, achou que aumentou?
19:17	Sami	Achei. Estão colocando todos os famosos agora para fazer propaganda de carro.
19:29	Pesq	Então a gente tem vários aspectos envolvidos, né. Ótimo.

Fonte: Vídeo 11.5 – grifo nosso.

Identificamos nessa conversa com vários elementos simbólicos que os participantes disseram que estão em jogo na compra de um carro, além dos que já tinham sido ditos. Diante da quantidade de elementos, resolvemos listá-los para uma melhor comparação.

Figura 9.48 - Aspectos não matemáticos e financeiros envolvidos na compra de um carro segundo os participantes Sami e Gabi no Encontro 11.

	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Desejo da pessoa pelo carro ✓ Se você tem tal coisa você é legal, você vale a pena ✓ Pessoas já vão condicionadas buscar aquilo, a preencher aquilo ✓ Equilíbrio: não pode perder o desejo de fazer coisas na vida, mas a gente tem que conciliar isso com a razão ✓ Não fazer tudo impulsivamente
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Propaganda! Elas alimentam o desejo. ✓ Propaganda de carros mais caros, para que o desejo seja estimulado, mesmo em quem não pode comprar. ✓ Uso de famosos para vender carros em tempos de crise.

O primeiro ponto que nos chamou atenção nessa produção de significados foram os significados simbólicos que os bens de consumo têm para as pessoas.

De acordo com Baudrillard (2007) a sociedade trata os objetos como objetos-símbolos, que são consumidos por seu valor simbólico e não pelo utilitário. Nessa ótica, os bens de consumo têm uma significância que vai além de seu caráter utilitário e seu valor comercial, decorrente da capacidade dos bens de consumo de carregar e comunicar significado cultural, conforme apontam Douglas e Isherwood (1978) e Sahlins (1976). Com isso os bens de consumo passam a ser entendidos como a parte visível da cultura, permitindo aos indivíduos envolver-se significativamente com os outros consumidores e com a sociedade (DOUGLAS E ISHERWOOD, 2009).

Quando Gabi diz: “*se você tem tal coisa você é legal, você vale a pena*”, ela nos informa que as pessoas são vistas, definidas, rotuladas e bem quistas, em muitos casos, pelo que têm. Com isso, sua percepção decorrente de sua experiência juvenil já indica esses significados culturais de posse, poder, pertencimento a uma classe que o objeto carro pode representar.

Além disso, Gabi diz que: “*as pessoas buscam aquilo para, inclusive, preencher algo com aquilo*”, nossa leitura é que ela pensa que muitas pessoas adquirem um bem ou serviço para pertencer e/ou ser vista como pertencente a um grupo ou parecer ser um determinado tipo de pessoa. No contexto da compra do Carro, isso pode significar que ter um determinado carro é sinal de status, poder, conquista social, ou ainda, representar uma pessoa da qual vale a pena estar junto.

De forma simples, Gabi nos apresenta uma ideia de que os bens são utilizados como uma forma de comunicação entre as pessoas, que buscam construir e expressar algo sobre si ao comprar um produto. Essa ideia se enquadra nos resultados vários estudos sobre o comportamento do consumidor a partir de uma lente sociocultural.

Por exemplo, numa perspectiva dos significados culturais dos bens, Douglas e Isherwood (1978) consideram que o consumo pode ser entendido como:

[...] uma forma de comunicação entre as pessoas, na qual os bens atuam como uma ponte intermediária nesse processo. Acrescentam ainda que, os produtos são elementos que permitem as pessoas se expressarem através deles, representando a materialização de toda uma cultura. (DOUGLAS e ISHERWOOD, 1978 apud CASOTI e RODRIGUES, 2015, p.225)

Para o Antropólogo Brasileiro Everardo Rocha, os bens são capazes de promover distinções sociais claras entre os homens, por meio do universo de significados a eles associados (ROCHA, 1985; 1995).

Com o intuito de ampliar um pouco mais a nossa investigação sobre esses aspectos culturais que emergiram dos discursos de Gabi e Sami, recorreremos a algumas concepções sobre a relação entre consumo e cultura decorrente de uma área de pesquisas recente, que vem investigando as relações de consumo sob uma perspectiva antropológica e social.

Para Gaião, Souza e Leão (2012), a partir da década de 1980 parte das pesquisas relacionadas ao consumo e ao consumidor se voltou para aspectos socioculturais do fenômeno do consumo, cuja perspectiva leva em conta a complexidade de realidade sociocultural e cujos estudos dão especial atenção para a subjetividade humana e para a importância dos aspectos simbólicos dentre das interações sociais. Segundo esses pesquisadores, esses estudos:

[...] têm se dedicado à compreensão do consumo, das escolhas comportamentais e das práticas sociais, todos enxergados como um fenômeno cultural, uma oposição, portanto, à visão predominante psicológica ou econômica adotada até então. (GAIÃO, SOUZA e LEÃO, 2012, p. 331)

Segundo esses autores, essa família de perspectivas teóricas recentemente denominada, por Arnould e Thompson, de *Consumer Culture Theory (CCT)*, procura investigar:

[...] a maneira como os consumidores geram e modificam continuamente os significados simbólicos de seu consumo, presentes em marcas, propagandas e no próprio uso dos bens materiais como um todo, construindo expressões de suas particularidades pessoais e sociais. São exploradas questões como a relação entre contextos culturais e sociais, os modos de interação entre consumidores e empresas e a construção, alteração e distribuição dos significados do consumo (ARNOULD e THOMPSON, 2007 apud GAIÃO, SOUZA e LEÃO, 2012, p. 332).

Os estudos estruturados nessa perspectiva da CCT sobre o consumidor que compra automóveis têm identificado e classificado variados significados culturais e sentimentos produzidos e apresentados pelos consumidores quando compram carros.

Em CASOTI e RODRIGUES (2015), por exemplo, encontramos citados⁸¹ uma lista deles, tais como: inserção e conquista social; luxo; status social; escolha vinculada ao grupo que quer pertencer; forma de expressão do estilo de vida e de si próprio; status e notoriedade social; liberdade, segurança e praticidade; demarcação de valores, hierarquias familiares e de representação de ciclos de vida das famílias; mobilidade urbana; segurança e conforto.

Essa variedade de significados culturais, além de mostrar quão variadas são as lógicas utilizadas pelas pessoas para comprarem seus carros, nos permite entender que as falas de Gabi e Sami revelam impressões sobre o comportamento do consumidor de carros que tem sido identificada e classificada em diversos estudos nessa perspectiva, no Brasil e no Mundo.

Outro aspecto importante, de dimensão comportamental, é que Gabi em seu discurso é a questão do equilíbrio entre desejo e razão. Ela diz que não rejeita o desejo e a vontade, mas que eles são necessários, porém não devem ser suficientes, principalmente quando diz se não se pode “[...] *fazer tudo impulsivamente*”. O equilíbrio, para Gabi, é um elemento chave para o comportamento que ela julga ser o mais adequado.

A fala de Sami traz o **papel das propagandas** no envolvimento do consumidor com os produtos, em especial, os carros. Para ele, apresentar carros muito caros para o padrão de vida da maioria dos consumidores, por meio de propagandas no horário nobre, tem como objetivo não apenas atrair o pequeno público que poderia comprar aquele carro, mas também “alimentar o desejo mesmo em quem não pode comprar”. Ele vê tais propagandas como uma ação para estimular não apenas o **consumo de hoje**, mas também o do amanhã.

Assim, Sami entende que esse tipo de propaganda também é direcionado para estimular o possível comprador de médio ou longo prazos que porventura venha a ter condições de comprar, conforme quando ele diz que: “[...] *quando ela chegar nesse patamar aí ela vai querer um carro daquele*”.

Ainda sobre a questão do papel das propagandas no desejo das pessoas, Sami comenta que tem observado ultimamente o aparecimento frequente de famosos para anunciar os carros como uma forma de tentar fazer as pessoas comprarem, e assim,

⁸¹ Os significados: liberdade, conforto e conquista associados à mobilidade urbana foram resultados do estudo apresentado no artigo, e nesse caso não foram apenas citados.

procurar driblar a queda nas vendas observada no segundo semestre de 2015 devido à crise financeira do País.

Tópico Analítico 3 – Análise da Tarefa 16.

Na tarefa 16 apresentamos aos estudantes um infográfico que mostrava um Raio X dos empréstimos no Brasil, e era parte de uma matéria publicada no Caderno de Economia do jornal *O Globo* em 11/04/2015 cujo título era: “*Perigo no contracheque: Aumento do limite do desconto em folha para 50% pode piorar endividamento*”. Nosso objetivo foi trazer para a discussão algumas questões sobre o endividamento da população brasileira e a partir dessa discussão investigar o ponto de vista dos estudantes sobre os tipos de empréstimos que as pessoas geralmente recorriam.



Figura 9.49 - Infográfico sobre a distribuição dos empréstimos no Brasil em 2015 concedidos apenas às pessoas físicas, extraído do Jornal O Globo de 11 de abril de 2015
Fonte: Arquivo de dados do pesquisador

Após apresentarmos o infográfico, explicamos rapidamente que no Brasil os trabalhadores, aposentados e pensionistas poderiam contrair um tipo de empréstimo chamado crédito consignado, em que as prestações mensais eram debitadas direto do salário, o chamado desconto em folha (contracheque). A matéria dizia que uma medida provisória aumentava o limite máximo de 30% para 40% do salário que poderia ser comprometido com esse tipo de empréstimo. O objetivo dessa MP era permitir que as

peças pudessem pegar esse dinheiro a mais para quitar dívidas no cartão de crédito, cujos juros são bem mais altos, conforme eles já tinham visto no Encontro 2. Assim, esses 40% somados aos 10% que as empresas podem reter para cobrir gastos com plano de saúde, o desconto poderia chegar a 50% do valor. Esse foi o contexto em que o infográfico aparecia na matéria.

Após os participantes analisarem as informações e discutirem entre si o que leram, o pesquisador fez algumas perguntas. A primeira foi porque o crédito consignado correspondia ao maior percentual do volume emprestado. Gabi e Sami acreditavam que era por ter as menores taxas cobradas, só perdendo para o leasing – que era específico para compra de carros. O fato de ser debitado diretamente do salário, segundo Gabi, pode ser visto como bom para algumas pessoas, pelo fato de não terem como “*esquecer de pagar ou não pagar*”. Assim, identificamos dois elementos que justificam, para Gabi, essa predominância do consignado: taxas de juro menores e a melhor praticidade/garantia de pagamento.

Logo em seguida Sami apresenta sua visão sobre o consignado.

15:20	Sami	Eu quando vi esse crédito consignado eu acabei pensando um pouco assim: como o meu salário na verdade reduziu no período, e não como se eu tivesse pagando a dívida. Como se eu tivesse meu salário reduzido e vai ser isso até acabar.
15:40	Pesq	E você acha isso bom ou ruim?
15:44	Sami	Bom, eu acho que é o menor dos males.

Fonte: Vídeo 11.6

Para Sami, comprometer parte do salário é um mal. Mas diante da contratação do empréstimo, essa seria a melhor solução.

Em seguida o pesquisador pergunta sobre qual seria a próxima opção em termos de volume emprestado. Sami e Gabi apontam os empréstimos para aquisição de veículos. De fato, pelo infográfico podemos observar que 23% dos 784 bilhões de reais emprestados para pessoas físicas naquele período, foram destinados exclusivamente para compra de carro.

A primeira coisa que Gabi responde diante desse dado é: “*Pra quê tanto carro?*”. O pesquisador pergunta a ela se esse tipo de comportamento teria algum impacto ambiental. A transcrição a seguir registra a resposta que ela apresentou.

16:40	Pesq	Você acha que isso tem algum impacto ambiental? As pessoas pensam nisso?
16:48	Gabi	As pessoas não pensam nisso.

Fonte: Vídeo 11.6

Gabi é direta ao falar sobre a questão ambiental, dizendo que ela entende que as pessoas não consideram fatores ambientais no consumo dos carros.

Sami faz uma consideração dizendo que esse volume tende a diminuir nesse momento devido ao cenário econômico desfavorável. Em suas palavras:

16:53	Sami	Eu acho que o que a gente tá tendo agora, pelo que você [se referindo ao pesquisador] até comentou das montadoras, esse montante deve estar diminuindo porque com aumento do desemprego e da inflação as pessoas estão controlando mais seus gastos
17:15	Pesq	Então você acha que o momento econômico influencia a tomada de decisão das pessoas?
17:18	Sami	Sim. Principalmente no veículo que pra muita gente é o primeiro interesse. É um carro ou um apartamento. Mas essa mentalidade, as pessoas tomam isso como natural e isso tá expresso aqui no montante.

Fonte: Vídeo 11.6

Assim, para Sami, questões econômicas como desemprego e inflação impactam na compra de carros e consequente, no volume de empréstimos para a compra de veículos pela população. Vemos aqui que aspectos econômicos emergem do discurso do participante para justificar uma possível redução no volume de empréstimo para compra de carro.

Sobre o volume de recursos no cartão de crédito, tanto Sami quanto Gabi disseram que a praticidade de comprar, dificulta o controle, gerando tanto endividamento como mostrado no infográfico, em que 20% do volume total se referia ao crédito rotativo do cartão de crédito.

Finalizamos, assim, nossa análise do encontro 11, reiterando que nas tarefas apresentadas, principalmente na Tarefa 15, os participantes, apesar da pouca experiência em lidar com o próprio dinheiro, apresentaram diversos significados relativos ao consumo, envolvendo aspectos matemáticos como o cálculo das prestações, análise pela diferença entre valores e dos prazos de financiamentos; financeiros tais como orçamento pessoal, endividamento, custos fixos e variáveis, gastos imprevisíveis; comportamentais

como a compra por impulso, viver a vida só pelo desejo de consumir; econômicos como desemprego, inflação; socioculturais tais como a busca por pertencer a um grupo (“ser legal”, “você vale a pena”), preencher algo com a compra, o desejo alimentado pelas propagandas.

Como já comentamos a juventude, apesar de não permitir uma análise ainda mais ampla que poderia ser capitaneada pela experiência, não os impediu de falarem sobre questões econômico financeiras, interligadas a processos matemáticos, mas que se inserem em contextos sociais, apresentando uma rica rede de significados matemáticos e não matemáticos na discussão sobre a situação financeira apresentada, e nos aspectos que estão ou estariam em jogo na tomada de decisão de comprar um carro.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse estudo, investigamos o processo de tomada de decisão por estudantes de Ensino Médio para situações econômico-financeiras (SEF) apresentadas por meio de tarefas inseridas em Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE), a partir da produção de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos de estudantes de Ensino Médio de duas escolas públicas no Rio de Janeiro.

Para atingir nosso objetivo, propusemos duas questões as quais foram respondidas a cada encontro analisado, principalmente ao final de cada análise por encontro, tanto nas fases 1 e 2, como na fase 3. Os resultados mostraram que os estudantes produziram uma rede de significados e conhecimentos matemáticos e não matemáticos, envolvendo aspectos econômicos, financeiros, culturais, sociais e comportamentais, e associados a processos tais como: alternância de campos semânticos, assimetria de fontes e aderência.

Sobre os aspectos matemáticos, identificamos que diferentes significados foram produzidos a partir de objetos por eles constituídos como o valor futuro de uma dívida, o valor da prestação de um financiamento em parcelas iguais, o valor futuro de uma aplicação, o impacto da inflação em diferentes contextos, a valorização do imóvel e reajustes do aluguel, dentre outros. Os aspectos matemáticos e financeiros foram considerados pelos alunos e os resultados obtidos produziram, em alguns casos, mudança de escolha de alternativas.

Por outro lado, percebemos em muitos momentos a apresentação pelos estudantes de outros aspectos que estariam relacionados às suas escolhas, alguns dos quais influenciando uma mudança de decisão, tais como a inflação, valorização do imóvel, disponibilidade de dinheiro, segurança, ansiedade, desejo, paciência, cultura de poupar ou de não poupar, mudança de classe social e de condição econômica, informação e conhecimento financeiros, dentre muitos outros, conforme suas falas no transcorrer do encontro. Aspectos comportamentais, sociais e financeiros estiveram presentes nos discursos dos estudantes, mostrando como acreditavam que tais fatores influenciaram ou poderiam influenciar na tomada de decisão no interior da atividade, tanto em relação às suas próprias decisões (maioria das vezes falavam sobre si), como também envolvendo a um grupo específicos (os jovens) ou ainda a população brasileira,

que estivessem conectados aos contextos sociais e culturais nos quais estavam inseridos ou que lhes era percebido.

Na tentativa de sintetizar os principais aspectos matemáticos e não matemáticos, retomamos as nossas questões de pesquisa, desta feita de forma separada.

1) Que aspectos matemáticos apareceram na dinâmica do processo de produção de significados dos estudantes para as situações econômico financeiras apresentadas por meio das tarefas no interior de AEFÉ, e como levaram isso em consideração na tomada de decisão?

A **transformação do dinheiro** no tempo foi uma questão central na produção de significados dos participantes. A partir das diferentes formas transformação do dinheiro no tempo associadas às SEF apresentadas, identificamos diferentes formas de operar os objetos juros, valor futuro, valor presente, taxa de juros, inflação mensal, desconto à vista, valor da prestação, dentre outros. Tais objetos eram diferentes, conforme apontavam as ações enunciativas dos estudantes.

A operação de **transportar o dinheiro para o futuro** é mais natural segundo o relato de vários alunos. Uma das falas mais emblemáticas foi a de Send no Encontro 9, quando diz que: **“O mais natural é do presente para o futuro pois é como vivemos sempre, voce não vive do futuro para o presente, é estranho você pensar do futuro para o presente pois a linha cronológica é do presente para o futuro”**. (Vídeo 9.15). Além disso, percebemos em vários momentos que os alunos utilizavam essa operação, juntamente com uma representação temporal, para construir suas estratégias e apresentar seus resultados, entre eles e para o pesquisador. Ser mais natural, aqui nesse contexto, significa dizer que levar o dinheiro do presente para o futuro é uma operação que coincide com a nossa percepção de tempo, pois de fato vivemos do presente para o futuro. **Voltar no tempo é antinatural assim como transformar o dinheiro do futuro para o presente**. Esse é um dos motivos pelos quais as representações temporais ajudaram os estudantes, em muitos momentos, a construírem soluções matemáticas para várias situações apresentadas nos encontros, em que na maioria das vezes, usavam uma data focal no futuro para compararem capitais.

Ainda sobre as diferentes formas de operar os objetos matemáticos, identificamos a **utilização de processos recursivos** associados às representações

temporais em casos com poucas prestações ou com um número reduzido de etapas. Para prazos maiores, o processo recursivo, além de ser considerado muito trabalhoso pelos estudantes, na maioria das vezes (até o encontro 10) gerou algumas dificuldades (obstáculos ou limites epistemológicos). As interações com o pesquisador, em alguns casos, contribuíram para que os estudantes pensassem em outras direções.

Ainda sobre os aspectos matemáticos envolvendo as **representações temporais e os processos recursivos**, identificamos por exemplo, que o valor futuro de uma quantia obtido por um processo recursivo era um objeto diferente do obtido por meio do termo de uma P.G., ainda ao final tivessem o mesmo valor. Uma mesma representação temporal permitiu a constituição de diferentes formas de operar. E outras representações temporais, diferentes daquelas sugeridas foram construídas ao longo dos encontros.

Identificamos uma **alternância de campos semânticos** em uma mesma atividade, no sentido proposto por Leontiev. Por exemplo, quando o aluno fez $1000 \times 1,1^2 = 1210$ operou no campo semântico da equivalência de capitais. O objeto dívida total foi operado em relação ao núcleo “juros sobre juros”, a operação $1210/2$, realizada para obter o objeto valor da prestação, é realizada em relação ao núcleo da “proporcionalidade” e, portanto, no Campo Semântico da acumulação aditiva.

Temos identificado muitas vezes, em nossa prática docente, essa alternância de campos semânticos, em diferentes salas de aula e para grupos com diferentes níveis acadêmicos. Operar com a proporcionalidade parece ser uma heurística, um atalho mental, que é mobilizado naturalmente, e por vezes, coexiste com a outra forma de operar, mas deliberada e complexa, que exige mais trabalho.

Outro aspecto matemático observado na dinâmica do processo de produção de significados foi a **dinâmica dos núcleos**, denominado em Silva (2003) por **nucleação**. Inicialmente, foi a partir dos conteúdos básicos já estudados no Ensino Médio, tais como porcentagem, equações do primeiro grau, exponenciais e progressões geométricas, que as primeiras soluções eram geradas. Os múltiplos registros mostram explicitamente isso. Com o passar dos encontros, ainda que de forma não linear, ou seja, com idas e vindas, os núcleos foram se modificando.

Por exemplo, a noção de **fator de atualização** e sua utilização como forma de operar com o valor do dinheiro no tempo, a partir da taxa, não era comum aos estudantes participantes no encontro 1. Mas no encontro 5 essa forma de operar já fazia parte do núcleo, pois foram consideradas estipulações, a partir das quais constituíram objetos como o valor da prestação de um financiamento em parcelas iguais e taxa

constante. Outro exemplo é que no encontro 5, a tomada de decisão passava por encontrar uma prestação partir de equações e representações temporais, e no encontro 10, tais objetos (o valor da parcela de uma série uniforme dados o Valor Presente da série, a taxa e o prazo) já faziam parte do núcleo a partir do qual produziram significados e tomaram decisões sobre a compra do computador, sobre a viagem de férias para analisar as estratégias de Esther e Arthur para construírem suas decisões. No Encontro cinco, o Valor Futuro da série era o objeto a ser alcançado por meio de uma série de operações. No Encontro dez era o ponto de partida para a tomada de decisão.

Um outro aspecto foi a questão da utilização de diferentes fontes de recursos em uma mesma situação para analisar diferentes opções. Esse processo foi por nós denominado (autoral) por **Assimetria de Fontes**. Mari apresentou para o Cenário 1, na primeira parte do encontro, uma forma de operar baseada em uma assimetria de fontes na comparação de opções, pois pagar à vista e depois juntar dinheiro pagando para si parcelas envolve duas fontes de dinheiro enquanto que no pagamento a prazo ela só considera uma fonte, pagando para a loja o que pagaria para si, mas desconsiderando os benefícios que poderia obter aplicando o dinheiro que não usou no pagamento à vista.

Identificamos também que essa forma de operar de Mari apresenta uma assimetria na comparação de opções, pois pagar à vista e depois juntar dinheiro pagando para si parcelas envolve duas fontes de dinheiro enquanto que no pagamento a prazo ela só considera uma fonte, pagando para loja o que pagaria para si, mas desconsiderando os benefícios que poderia obter aplicando o dinheiro que não usou no pagamento à vista. Esse tipo de pensamento nos chamou atenção, em especial, pois o critério para a tomada de decisão utilizado foi baseado em uma assimetria de fontes de dinheiro, o que transforma o problema inicial em outro problema. Esse processo de assimetria de fontes também aconteceu na forma de operar de Sthal que além de ser constituída por outros objetos daqueles apresentados por Mari, e, portanto, com outras operações, apareceu de forma conjugada com a alternância de campos semânticos (Vídeo 9.13; 08:00 – 10:00).

2) Que aspectos não matemáticos emergiram das ações enunciativas dos participantes e como os levaram em consideração na tomada de decisão?

Conforme apresentamos no capítulo 1, em especial na página 19, ao considerar aspectos não matemáticos estamos nos referindo principalmente aos aspectos financeiros, econômicos, culturais, sociais e comportamentais que podem influenciar ou estão relacionados às decisões das pessoas, e que, no caso particular dessa pesquisa, àqueles emergiram muitas vezes dos discursos dos estudantes nos AEFÉ construídos durante os encontros por meio da interação deles entre si e com o pesquisador.

Quanto aos **aspectos culturais**, que nessa pesquisa estão relacionados aos hábitos, crenças e valores familiares, ou que fiquem claramente associado a um grupo, identificamos que a cultura familiar influencia na forma com os estudantes vêm o dinheiro, pensam sobre o consumo, realizam financiamentos, e pensam no planejamento de curto, médio e longo prazos e, como consequência, tomam decisões.

Além disso, tais aspectos estiverem presentes em dezenas de momentos, quando identificados a questões como ao hábito de poupar: “população não é educada para poupar ou vive em uma cultura de prazeres imediatos” (p.173), “a maioria dos brasileiros não tem paciência para esperar o dinheiro render, não há incentivo dos brasileiros para poupar, para investir. É uma questão cultural e isso acontece em todas as classes” (p.174), “não se tem muita visão sobre poupança nas famílias” (p.174); à liberdade, tais como: “liberdade de ter o dinheiro (alugar em vez comprar) para agir a qualquer momento” (p.188); a falta de informação ou educação: “Não sabem ou não tem conhecimento para tomar decisões” (p.188); à cultura familiar: “Mas eu fui acostumada assim. Minha mãe sempre que ela pega dinheiro emprestado ela paga com relação ao que a pessoa teria no momento que ela tá pagando.[...] É o costume. [...] É uma ética familiar que a gente tem” (Vídeo 5.13, 01:44; p. 221); e também às questões temporais: “É a cultura do imediato, a cultura da pressa. A gente não está pensando no depois, a gente está pensando nos 140 mil agora para comprar um carro. Aí você pede empréstimo e fica devendo 140 mil para o banco...” (Vídeo 10.2; 20:10; p.351).

Os **aspectos financeiros**, estão relacionados à aquisição, uso, investimento e distribuição do dinheiro. Atitudes relacionadas ao orçamento pessoal e doméstico, planejamento financeiro, endividamento, consumo, crédito e poupança também serão enquadrados nessa categoria.

Nessa categoria, identificamos no encontro 6, por exemplo, uma série de aspectos que podem ser enquadrados ou estão diretamente relacionados aos financeiros.

Em relação à tomada de decisão inicial

- ✓ Pagar à vista é melhor pois tem o desconto, mas exige maior capacidade financeira da pessoa (Todos)
 - ✓ Pagar à vista é melhor, pois no próximo mês eu não sei se vou ter o dinheiro disponível (Carlos)
 - ✓ Pagar a prazo, pois ao pagar à vista você pode “quebrar o mês inteiro”, não deixando sobre alguma (Send)
 - ✓ Pagaria à vista, tentaria guardar dinheiro antes, para aproveitar o desconto (Stahl);
 - ✓ Pagar a prazo você paga mais, mas pode ser a única opção possível dentro do orçamento e da renda da pessoa (Tom e Carlos)
 - ✓ Pagar a prazo pode ajudar a se organizar melhor com outras dívidas, pois provavelmente essa não será a única (Lu)
 - ✓ Pagar a prazo permite um tempo maior para o pagamento, te dando mais tempo para obter os valores das parcelas (Sami)
 - ✓ Pagar a prazo permite que a vontade do comprador, mesmo não tendo dinheiro para pagar à vista, seja satisfeita (Tom)
 - ✓ Pagar a prazo é uma estratégia do mercado de dar possibilidades para as pessoas comprarem, mas que pode levá-las a ficarem reféns desse mercado, além de poder gerar uma avalanche de dívidas (Tom)
- (E6, p.232)

Sobre a percepção do desconto à vista em relação à compra a prazo como sendo uma cobrança de juros embutidos, o argumento central foi: se há diferença de valores então há uma taxa de juros. Ou, de outra forma, argumentaram que: “pagar a prazo significa pagar mais”.

Os **aspectos econômicos** estiveram presentes em todos os encontros. Em relação à inflação, identificamos que eles consideraram dois tipos de inflação: a de preços (demanda) e a de volume de moeda em circulação, em que seus conhecimentos tiveram justificações apoiadas nas disciplinas das ciências sociais estudadas na escola.

Também ficou evidenciado nas falas que o entendimento entre a noção de inflação, a quantidade de dinheiro e o valor do dinheiro no tempo não foi estável. Alguns deles começaram operando em uma direção – inflação influencia na quantidade de dinheiro no investimento – para depois operaram em outra direção, em que a quantidade de dinheiro aumentava apenas em função da taxa de retorno do investimento, mas o poder de compra desse dinheiro é impactado pela inflação. A fala de Buco foi emblemática: “**Não muda a quantidade de dinheiro inicial investido,**

mas ela muda o potencial de ganho que você poderia ter se não houvesse ela. Atinge indiretamente, virtualmente” (Vídeo 1.8; 02:38).

Ainda sobre esse tema, alguns significados produzidos para inflação se referiam aos seus possíveis efeitos no endividamento das pessoas. (Vídeo 1.10, 00:26)

Pagar à vista foi a preferência dos estudantes em diversos cenários e encontros. A possibilidade de usar a TMA para gerar algum retorno na opção a prazo não pareceu atraente para este grupo, quando produziram significados nos AEFÉ construídos por eles.

Outro aspecto econômico recorrente na fala de alguns alunos (por ex, Gabi e Lu), foi a imprevisibilidade. No encontro 11, por exemplo, Gabi diz: “você tem um monte de coisas que podem surgir”, e por isso, o volume de dívidas pode gerar sérios problemas, incluindo a falta de dinheiro para lidar com os imprevistos. Percebemos que esses aspectos econômicos decorrentes da renda que se tem, da visão de mundo, da instabilidade econômica que já começavam a sentir (2º semestre de 2015), interferem na forma como consideram a imprevisibilidade em suas decisões sobre de investimento, poupança e consumo.

Em relação às taxas de juros praticadas no Brasil, identificamos que consideraram o consignado como sendo a opção, dentre as apresentadas, com menor taxa de juros e maior praticidade/comodidade. Mas que gerava uma responsabilidade na escolha, pois ao fazer um crédito consignado: “[é] como se eu tivesse meu salário reduzido e vai ser isso até acabar” (Vídeo 11.6; 15:20)

Sobre o volume de recursos no cartão de crédito, tanto Sami quanto Gabi disseram que a praticidade de comprar, dificulta o controle, gerando tanto endividamento como mostrado no infográfico, em que 20% do volume total se referia ao crédito rotativo do cartão de crédito.

Ainda no Encontro 11, para Sami as questões econômicas como desemprego e inflação impactam na compra de carros e consequente, no volume de empréstimos para a compra de veículos pela população. Vemos aqui que aspectos econômicos emergem do discurso do participante para justificar uma possível redução no volume de empréstimo para compra de carro.

Sobre o volume de recursos no cartão de crédito, tanto Sami quanto Gabi disseram que a praticidade de comprar, dificulta o controle, gerando tanto

endividamento como mostrado no infográfico, em que 20% do volume total se referia ao crédito rotativo do cartão de crédito.

Na Tarefa 9a, ideias envolvendo desvalorização monetária e oportunidade de retorno emergiram dos discursos dos estudantes, de modo os valores considerados poderiam mudar a decisão, segundo um dos participantes, pois um ganho de 30 é diferente de um ganho de 300 mil. A espera depende do valor e da capacidade de geração desse valor a partir do que se tem em mãos

Os **aspectos sociais** neste trabalho se referem às classes sociais nas quais as pessoas estão inseridas, às relações de trabalho e aos movimentos de determinadas classes na direção de outras.

Sobre esses aspectos percebemos que os alunos levaram em consideração de duas formas diferentes. Na primeira, suas decisões foram justificadas, em muitos momentos, a partir de questões sociais envolvendo o cuidado de não fazer dívidas que não possam ser pagas, cuidado com o orçamento pessoal – salário acabar antes do final do mês, possibilidade ou ter condições de comprar, imprevisibilidade (aspecto além de econômico também social).

A desigualdade econômica e o impacto dessa questão nas decisões financeiras da população brasileira foram a segunda forma diferente que olhamos para a produção de significados envolvendo aspectos sociais. A fala de Lu no Encontro 10, além de ser emblemática, revelou diversos outros aspectos na forma como muitas pessoas tomam decisões financeiras, e em certa medida, talvez alguns dos jovens ali presentes.

Eis a fala de Lu:

“Normalmente a maior parte da população do Brasil, na grande parte da história, foi muito pobre e sempre foi uma minoria rica e o resto foi sempre muito pobre. *Agora as pessoas começaram a ter mais dinheiro, aí as pessoas vão querer comprar antes e, por isso, a gente não tem essa cultura de guardar dinheiro por que isso é uma coisa muito nova: ter dinheiro no bolso. Tipo de vinte anos para cá.* Elas vão gastar, porque elas querem e não guardar dinheiro. As pessoas sempre foram acostumadas a ter dinheiro para comprar coisas imediatas: *as pessoas têm dinheiro para comprar o que elas precisam na hora.* Elas não pensam em guardar dinheiro para fazer inglês ou coisa parecida, *aí não foi absorvido culturalmente.* (Vídeo 10.2; 20:48; p. 351)

Os **aspectos comportamentais**, ainda que possam ter conexões variadas com os outros aspectos, são os relacionados a questões como emoção, paciência, impulsividade,

como também às heurísticas ou seja, a regras gerais – atalhos para a tomada de decisão e vieses – os erros sistemáticos que não são consistentes com a teoria econômica tradicional.

No Encontro 8, por exemplo, ter o dinheiro para pagar à vista juntamente com a aversão a dívidas e a complexidade do problema na avaliação das alternativas, foram as três principais justificativas que apresentaram para manter a decisão de pagar à vista, considerada diversas vezes por eles como a decisão mais simples, sem necessidade de muitos cálculos, ainda que mais vantajoso do ponto de vista financeiro em um dos cenários. Ponto para o Sistema 1!

Em outro momento, este no Encontro 10, Sthal diz: “Cara, eu acho que é o que a Lu falou: tem que ter muita paciência para resistir as tentações. Porque a gente vive em uma sociedade bem consumista: o que ele falou do capitalismo. Para você juntar esse valor todo, tem que ter muita paciência. Vai demorar muito para juntar um valor destes para você aplicar de uma vez só”. (Vídeo 10.2, 24:44, p. 356)

No Encontro 7, a maioria dos estudantes (75%) disseram que prefeririam receber 100 hoje do que esperar seis meses para receber 130. Em relação à segunda situação da Tarefa 9a, também tivemos 75% dos estudantes preferindo receber 100 daqui a 1 ano em vez de 130 daqui a 1,5 anos. Para esses valores o melhor era agora. Assim, as decisões tomadas vão na direção oposta, pelo menos na segunda opção, ao efeito do desconto hiperbólico considera. Apenas um dos participantes foi enquadrado, sendo isso reforçado em seu discurso. Além disso, todas as justificativas apresentadas levaram em consideração o valor do dinheiro no tempo, e se dividiram em dois grupos: os que tomaram decisões baseados no retorno que a proposta oferecia ou poderia proporcionar e os que usaram a noção de desvalorização do poder de compra do dinheiro como justificativa.

Todavia, a escolha da forma de pagamento do pacote de férias diferente da escolha do pagamento dos eletrodomésticos indicou, juntamente com os discursos apresentados, o viés de aversão à dívida, conforme Kahneman (2012). Apesar das duas situações serem economicamente iguais, e sendo o pagamento a prazo o mais vantajoso do ponto de vista financeiro, os alunos desconsideraram isso na compra do pacote de férias e parte deles desconsiderou isso na compra dos eletrodomésticos. Isso reforçou que os Humanos aqui, foram diferentes do ECONS descrito pelo modelo do agente racional.

Encerramos nossas considerações reforçando que os resultados obtidos com esse estudo evidenciaram uma teia de aspectos matemáticos e não matemáticos que foram levados em consideração pelos estudantes para tomar decisão, ou que disseram que poderiam ser levados em consideração, quando analisarem SEF em AEFÉ, apresentadas por meio de tarefas. Salientamos que tal investigação ocorreu a partir de aproximadamente 30 horas de gravações em vídeo e 150 folhas de registros escritos, captados em 18 encontros realizados de 2014 a 2015 com 40 alunos que cursavam a segunda ou terceira série do Ensino Médio de duas escolas públicas do Rio de Janeiro, sendo uma estadual e outra federal.

Além disso, os resultados obtidos mostraram uma rede complexa de objetos matemáticos sendo constituídos, as operações entre esses objetos e as lógicas dessas operações, em que a transformação do dinheiro no tempo, representada através de diferentes significados, contribuiu para a construção de soluções que serviram de apoio à tomada de decisão pelos estudantes nesses AEFÉ. Outrossim, que observamos uma rede de conhecimentos que foi sendo tecida, num processo dinâmico e não linear, levando-se em consideração aspectos financeiros, culturais e comportamentais, os quais, em alguns casos, estavam conectados aos aspectos matemáticos apresentados pelos participantes.

Esperamos que os resultados desse estudo possam contribuir em diversas direções, dentre elas as voltadas para o ensino-aprendizagem de matemática. Entendemos que as contribuições dessa pesquisa podem contribuir para a elaboração de novos materiais didáticos, inspirar docentes no desenho de tarefas numa perspectiva multidisciplinar para as aulas de matemática; ajudar na prática de sala de aula, principalmente no processo de ensino e aprendizagem na medida que lança luz sobre os processos de produção de significados dos estudantes em AEFÉ; ampliar o portfólio de estratégias pedagógicas dos docentes, quando diante da tarefa de abordar SEF, quer conectadas à matemática financeira, ou a algum outro AEFÉ, incluindo aqueles decorrentes de iniciativas de educação financeira nos espaços escolares.

Além disso, entendemos que o presente estudo aponta para muitos desdobramentos em termos de futuras pesquisas. Dentre tais desdobramentos para futuras pesquisas, elencamos cinco possibilidades: (i) De que maneira os resultados dessa pesquisa, em especial os relativos às representações temporais e às trocas intertemporais, podem contribuir para a elaboração de materiais didáticos, em especial os livros didáticos, de modo a contribuir para a formação matemática dos alunos que

precisam tomar decisões em SEF? (ii) Quais estratégias educacionais podem ser empreendidas nesse sentido: melhorar a capacidade de filtragem e análise dos estudantes, em prol de uma cidadania crítica que visa a justiça e o bem estar sociais, diante da crescente expansão da oferta de bens e serviços, incluindo os financeiros, securitários e previdenciários?; (iii) Quais características devem possuir os aplicativos digitais voltados para uma Educação Financeira Escolar, que os ajudem a compreender SEF, e principalmente, os auxiliem na tomada de decisão?; (iv) De que maneira os resultados dessa pesquisa, em especial a integração dos aspectos matemáticos e não matemáticos na construção, análise e tomada de decisão em AEFE, podem contribuir para a formação do futuro professor nos cursos de licenciatura em Matemática, bem como nortear ações para a formação continuada do professor que leciona Matemática?; (v) De que maneira os aspectos matemáticos e não matemáticos serão influenciados em SEF envolvendo o risco, ou seja, considerando-se situações em que se pode ou não quantificar o risco das alternativas disponíveis, e de que maneira os estudos de Kahneman e Tversky (1974,1981) sobre julgamento e tomada de decisão sobre incerteza poderiam ajudar nessa investigação?

Entendemos que diante deste novo século prestes a completar 1/5 de existência, repleto de desafios econômicos, financeiros, sociais e ambientais, a educação tem um papel fundamental na formação dos jovens que terão que enfrentar tais desafios e tomar decisões, algumas das quais com graus de complexidade completamente diferentes do visto pela humanidade até então. A Educação Financeira Escolar, de natureza dual e multidisciplinar, que estimula e contribui para a geração de Ambientes de Educação Financeira Escolar críticos que convidam os estudantes à reflexão, ao planejamento e à ação, pode ser uma grande oportunidade para fazer da escola, imersa em sua natureza didática, um agente de formação, transformação, insubordinação (criativa), e desenvolvimento da sociedade deste século XXI. Esperamos que este trabalho contribua em todas essas direções.

REFERÊNCIAS

AKERLOF, G.A.; SHILLER, R.J. Pescando Tolos: a economia da manipulação e fraude. Rio de Janeiro: Alta books, 2016.

ALBA, J.W.; HUTCHINSON, J.W. Dimensions of Consumer Expertise. *Journal of Consumer Research*. v13. pp. 411-454. 2009.

ALMEIDA, A.C. Trabalhando Matemática Financeira em uma sala de aula do Ensino Médio da escola pública. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2004.

ANDRÉ, M. E. D. A. Etnografia da prática escolar. Campinas: Papyrus, 1995.

APREA, C; WUTTKE, E; BREUER, K; KOH, NOI KENG; DAVIES, P.; LOPUS, J.S. *International Handbook of Financial Literacy*. Springer. 2016

ARAÚJO, R.M.B. O desenvolvimento do pensamento econômico em crianças: avaliação e intervenção em classes de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2007.

ARIELY, D. Previsivelmente Irracional: como as situações do dia a dia influenciam as nossas decisões. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

ARIELY, D. Positivamente Irracional: os benefícios inesperados de desafiar a lógica em todos os aspectos de nossas vidas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

ARTHUR, C. Financial Literacy Education. Neoliberalism, the consumer and the Citizen. *Education Futures: Rethinking Theory and Practice*. Rotherdan: Sense Publishers, 2012.

ATKINSON, A. AND F. MESSY. Measuring Financial Literacy: Results of the OECD / International Network on Financial Education (INFE) Pilot Study”, *OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions*, No. 15, OECD Publishing. 2012. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1787/5k9csfs90fr4-en>

ATKINSON, A. AND F. MESSY. Promoting Financial Inclusion through Financial Education: OECD/INFE Evidence, Policies and Practice”, *OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions*, No. 34, OECD Publishing. 2013. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1787/5k3xz6m88smp-en>.

BARROSO, D. F. Uma proposta de curso de serviço para a disciplina matemática financeira: mediada pela produção de significados dos estudantes de administração. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2013.

BAUMAN, Z. A riqueza de poucos beneficia todos nós? Tradução de: Does the richness of the few benefit us all?. Tradução de Renato Aguiar. – 1.ed. – Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

BAUMAN, Z. A cultura no mundo líquido moderno. Tradução de: Culture in a Liquid Modern World. Tradução de Carlos Alberto Medeiros. Renato Aguiar. – 1.ed. – Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

BERNANKE, B.S. Testimony. Subcommittee on oversight of government management, the federal workforce, and the district of Columbia, Committee on Homeland Security and Governmental Affairs, U.S. Senate. April 12. 2011.

BERNSTEIN, P.L. Desafio aos deuses. A fascinante história do risco. 23ª reimpressão. Rio de Janeiro: Elsevier, 1997.

BEVERLY, S.G; BURKHALTER, E.K. Improving the Financial Literacy and Practices of Youths. Children & Schools. v27, n.2. 2005.

BNDES. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios. PNAD 2010. Disponível em http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa_resultados.php?id_pesquisa=40. 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora, 2013.

BRASIL/COREMEC. Programa de Educação Financeira nas Escolas. Disponível em: <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br>. Acesso em 01 jul. 2014

BRASIL/COREMEC. Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da Enef. 2011. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/docs/PlanoDiretorENEF1.pdf>. Acesso em: novembro 2013.

BRASIL/COREMEC. ENEF. Proposta de estratégia nacional de educação financeira nas escolas. Brasil, 2009.

BRASIL/COREMEC. Educação financeira nas escolas – Ensino médio. Bloco 1. COREMEC, GAP, UNIBANCO. 2010

BRASIL. Programa de Educação Financeira nas Escolas. 2014. Disponível em: <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br>. Acesso em: Junho 2014.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para assuntos jurídicos. Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010. Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 23 dez. 2010. Seção 1, Edição Extra, p.7. Acesso em: 01 Mar. 2014b.

BRITO, R.R. Educação Financeira: uma pesquisa documental crítica. 2012. 260.f Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática - Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Brasil. 2012.

BRITO, SILVA E KISTEMAN. Sobre discursos e Estratégias em Educação Financeira. JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v.7 (1). 2014

CAMPANI, C.H. Essays in Asset Allocation with Recursive Utility and Regimes in Asset Returns. Thesis Doctoral. EDHEC Business School. 2013

- CAMPANI, C.H; da COSTA, T.R.D. Pensando da Aposentadoria: pgbl, vgbl e autoprovidência. Relatórios Coppead. Rio de Janeiro: UFRJ/Coppead, 2016
- CAMPOS, A.B. Investigando como a Educação Financeira Crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens indivíduos-consumidores. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2013.
- CAMPOS, M.B. Educação Financeira na Matemática do Ensino Fundamental: Uma análise da produção de significados. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2012.
- CAMPOS, A.B.; KISTEMANN Jr, M.A., Qual Educação Financeira queremos em nossa sala de aula? Educação Matemática em Revista. SBEM. pp. 48 – 56. 2013.
- CAMPOS, C.R; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C.Q.S. Reflexões sobre a Educação Financeira e suas interfaces com Educação Matemática e a Educação Crítica. In Educação Matemática Pesquisa., São Paulo, v.17, n.3, pp.556-577, 2015.
- CARVALHO, V de. Educação Matemática: Matemática & Educação para o Consumo. Dissertação de Mestrado. Unicamp, 1999.
- CERBASI, G. Investimentos Inteligentes. Rio de Janeiro: Sextante, 2013.
- CIALDINI, R. B. Influence: The Psychology of Persuasion. Nova York: Harper Collins, 2007.
- COSER Filho, M.S. Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2008.
- DAMÁSIO, A. O erro de Decartes: emoção, razão e o cérebro humano. 3ed. São Paulo: Companhia das letras. 2012
- DANTE, L.R. Matemática: contexto & aplicações. Vol. 1. 4ª ed. 3ª reimp. São Paulo: Ática. 2008.
- DAVIES, P. Policy contexts of financial literacy. In Internacional Handbook of Financial Literacy. Aprea et al.(Editores). Springer. 2016
- ENEF. Orientação para Educação Financeira nas Escolas. 2010. Disponível em <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br/o-programa/>. Acesso em 03/10/2015.
- FERREIRA, V.R.M. Psicologia Econômica. Estudo do comportamento econômico e da tomada de decisão. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.
- FERREIRA, V.R.M. Decisões Econômicas. Você já parou para pensar? São Paulo: Évora, 2011.
- FOX, Justin. Uma breve história sobre a tomada de decisão. In *Havard Busines Review* – Brasil. V.85, n.05, pp. 38 – 52, 2009.

- FOX, Justin. O mito dos mercados racionais. Uma história de risco, recompensa e decepção em Wall Street. Rio de Janeiro: Best Business, 2010.
- FOX, Justin. Do homem econômico à economia comportamental. In *Havard Business Review – Brasil*. V.93, n.05, pp. 63 – 70, 2015.
- FOX, J.J; BARTHOLONE, S. Financial Education and Program Evaluation. In J.J. Xiao, (ed.), *Handbook of Consumer Finance Research*. Springer, 2008. 47-68.
- FRIEDMAN, M. The Methodology of Positive Economics, Essays in Positive Economics. Chicago e London: Univerty of Chicago Press, pp. 15, 1953.
- FRIEDMAN, M.; SAVAGE, L.J. The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economy*. Ago, pp. 279-304, 1948.
- GIANNETTI, E. O valor do amanhã: ensaio sobre a natureza dos juros. São Paulo: Companhia das Letras, 2005.
- GIL, A. C. Métodos e Técnicas de pesquisa social. Rio de Janeiro: Atlas, 2008.
- GREENSPAN, A. The importance of financial education today. *Social Education*, vol. 69, no. 2, 2005, p. 64. Academic OneFile. Accessed 12 Jan. 2015.
- HALFED, M. Como ganhar mais com seu dinheiro. CBN Livros. São Paulo: Globo, 2011.
- HEMAIS, M. W et al. Economia, marketing e indivíduos de baixa renda: O interesse após uma história de indiferença. *Revista de Ciências da Administração*, v. 16, p. 49-64, 2014.
- HEMAIS, M. W.; CASOTTI, L. M.; ROCHA, E. Hedonismo e moralismo: consumo na base da pirâmide. *Revista de Administração Eletrônica*, São Paulo, v.53, n.2, p.199-207, mar./abr. 2013.
- HERMINIO, P. H. Matemática Financeira– Um enfoque na resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. 2008 244p. Dissertação de Mestrado. UNESP – Rio Claro-SP, 2008.
- HOFMANN, R. M. Educação financeira no currículo escolar: Uma análise comparativa das iniciativas da Inglaterra e da França (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba – PR, Brasil, 2013.
- HUNG, A.A.; PARKER, A.M.; YOONG, J. Defining and Measuring Financial Literacy. RAND Center for Labor and Population, Working Paper. 2009. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1498674. Acesso em Jan. 2016.
- IEZZI, G. DOLCE, O. DEGENSZAJN, PÉRIGO, R. Matemática. Volume único. 5a ed. São Paulo: Atual. 2011.

JUMP\$TART. Nacional Standards in K-12 Personal Finance Education. 3rd edition, 2007. Disponível em: www.jumpstart.org/national-standards.html. Acesso em agosto de 2012.

KAHNEMAN, D. Rápido e Devagar: duas formas de pensar. Rio de Janeiro: RJ: Objetiva, 2012.

KISTEMANN Jr., M.A. *Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores*. 2011. Tese de Doutorado – UNESP - Rio Claro-SP, 2011.

KISTEMANN Jr., M.A. A produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores. In V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 19. 2012, Petrópolis. Anais... Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil: V SIPEM, 2012, p. 1 – 19.

LEITÃO, M.. Saga Brasileira. A longa luta de um povo por sua moeda. 3 ed. Rio de Janeiro: Record. 2012

LEONTIEV, A. N. Actividad, conciencia y personalidad. Mexico: Cartago, 1984.

LEHRER, J. O momento decisivo: o funcionamento da mente humana no instante da escolha. Rio de Janeiro: Best Business. 2010.

LINS, R. C. A framework for understanding what algebraic thinking is. 330p. *Thesis (Phd)* – University of Nottingham, Nottingham. 1992.

LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases de pesquisa. *Revista da SBEM – SP, Campinas*, v.1(1), 75-79. 1993.

LINS, R. C. Campos semânticos y el problema del significado en álgebra. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, n.1, jul., p. 45-56. 1994a.

LINS, R.C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Revista Dynamis, Blumenau*, v.1, n. 7, FURB, p. 29-39, abr/jun, 1994b.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. 75-94.

LINS, R. C . The production of meaning for algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et al. (Ed.). *Perspectives on school algebra*. London: Kluwer Academic Publishers, 2001.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.;BORBA, M. C.(Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.

LINS, R. C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. *et al.* (Orgs). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática - 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012.

LOERWALD, D.; STEMMANN, A. Behavioral Finance and Finance Literacy: Educations Implications of Biases in Financial Decision Making. In Aprea et al (Ed), International Handbook of Financial Literacy. Springer. 2016.

LUSARDI, A. M. Financial Literacy: An Essential Tool for Informed Consumer Choice?. In NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH. Working Paper 14084. 2008.

LUSARDI, A.; MITCHEL, O. "Financial literacy around the world: an overview". Journal of Pension Economics and Finance, 10(04), 497-508. 2011.

LUSARDI, A; Mitchell, Olivia S & CURTO, V. Financial Literacy among the Young: Evidence and Implications for Consumer Policy. Journal of Consumer Affairs , vol. 44(2), pp. 358 - 380 , 2010. Jan, 2010. Disponível em <http://www.nber.org/papers/w15352>. Acesso em 01 jul. 2014.

MANDELL, L. Financial Literacy of High School Students. In *Handbook of Consumer Finance Research*. Springer, 2008.

MANDELL, L. "Does Just in Time Instruction Improve Financial Literacy?" Credit Union Magazine, Savingteen Supplement, January 2006

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. Journal of Finance, 7, 77–91. 1952.

MCCRACKEM, G. Cultura e Consumo: uma explicação teórica da estrutura e do movimento do significado cultural dos bens de consumo. RAE – Revista de Administração de Empresas. Vol 47. n.1. pp 99 – 115. Jan/Mar 2007.

MEIER, S. SPRENGER, C.D. Discounting financial literacy: Time preferences and participation in financial education programs. Journal of Economic Behavior & Organization, Article in Press, 2012.

MOORE, D. *Survey of Financial Literacy in Washington State: Knowledge, Behavior, Attitudes, and Experiences*. Technical Report n. 03-39, Social and Economic Sciences Research Center, Washington State University. 2003

MORGADO, A.C.O.; ZANI, S.C.; WAGNER, E. Progressões e Matemática Financeira. Coleção do Professor de Matemática. 4ª ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

MUNDY, S. Financial education programmes in school: Analysis of selected current programmes and literature draft – Recommendations for best practices. OCDE Journal: General papers, volume 2008/3. 2008.

MUNIZ, I. Jr. À vista ou a prazo? Análise de Financiamentos e Investimentos no Ensino Médio. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2007, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte, Brasil: IX ENEM, 2007. p. 1-11.

MUNIZ, I. Jr. Educação Financeira: Conceitos e Contextos para o Ensino Médio. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2010, Salvador. Anais... Salvador, Brasil: X ENEM, 2010. p. 1-11.

MUNIZ, I. Jr. Finanças no Ensino Médio: Atividades na perspectiva da Educação Financeira. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2013, Curitiba. Anais... Curitiba, Brasil: XI ENEM, 2013. p. 1-12.

MUNIZ, I. Jr; Ambientes de Aprendizagem e Educação Financeira no Ensino Médio: potencialidades e limitações. In I Seminário de Educação Financeira Escolar e Educação Matemática, 13, 2014, Juiz de Fora. Anais do I SEFE, Minas Gerais, Brasil. I SEFE, 2014: p. 210 - 222.

MUNIZ, I. Jr. Uma investigação sobre a abordagem de situações financeiras envolvendo taxas de juros no Brasil em um curso pós-médio. In: XIV CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACION MATEMATICA, 12., Tuxtla, 2015a. Actas del XIV CIAEM, Tuxtla, México, 2015a.

MUNIZ, I. Jr. Produção e articulação de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio: a dinâmica de uma poupança programada. In: 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 13. Ilhéus, 2015b. Bahia, Brasil.

MUNIZ, I. Jr; Educação Financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo. Anais... São Paulo, Brasil: XII ENEM, 2016. p. 1-12.

MUNIZ, I. Jr; JURKIEWICZ, S. Educação Econômico-Financeira: uma nova perspectiva para o Ensino Médio. In: VII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA, 12., 2013, Curitiba. Actas del VII CIBEM, Montevideo, Uruguai: p. 3125-3135.

MUNIZ, I. Jr; JURKIEWICZ, S. Uma leitura sobre a produção de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio no processo de tomada de decisão entre comprar ou alugar um imóvel. Rio de Janeiro: Boletim GEPEM, n.66, 2015a.

MUNIZ, I. Jr; JURKIEWICZ, S. Representações Temporais e o valor do dinheiro no tempo: conexões entre a Educação Financeira e o ensino de Matemática. In Boletim Online de Educação Matemática. BoEM, Joinville, v.4, n.7, p.116-138, ago/dez. 2016a.

MUNIZ, I.Jr; JURKIEWICZ, S. Tomada de decisão e Trocas Intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de matemática. In Revista de Educação, Ciências e Matemática, v.6, n.3, set/dez. 2016b.

NASSER, L. Matemática financeira: uma abordagem visual. In: IV encontro estadual de Educação matemática – IV EEMAT. Instituto de Matemática, RJ, 2006, UFRJ.

NERI, M.C. A nova Classe Média: O lado brilhante dos pobres. Rio de Janeiro: FGV. 2010.

NOFSINGER, J.R. A Lógica do Mercado. São Paulo: Fundamento Educacional, 2006.

NOVAES, R.C.N. Uma abordagem Visual para ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado – IM/UFRJ – RJ. 2009.

NEFE. Financial Literacy in America: individual choices, national consequences. *Office of Financial Education*. Denver. Colorado. USA. 2002. Disponível em http://www.usc.edu/dept/chepa/IDApays/publications/financial_literacy_in_america.pdf Acesso em Janeiro de 2014.

NOVAK, T.P; HOFFMAN, D.L. The fit of Thinking Style and Situation: News Measures of Situation-specific Experiential and Rational Cognition. In *Journal of Consumer Research*. v36. pp. 56-72. 2009.

OCDE. Recommendation on principles and good practices for financial education and awareness. 2005. Disponível em: <http://www.oecd.org/finance/financialeducation/35108560.pdf>. Acesso em 02 de março de 2014.

OECD. Improving financial literacy: Analysis of issues and policies. OECD. 2005 Disponível em <http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf>. Acesso em 10 Jul. 2014.

OECD/PISA. Results: Students and Money: Financial Literacy Skills for the 21st Century. (Volume VI), PISA, OECD Publishing, 2012. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208094-en> Acesso em 10 Jul. 2014.

PATEL, R. O valor de nada. Porque tudo custo mais caro do que pensamos. Rio de Janeiro: Zahar. 2010.

PNLD 2015. Guia de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio 2015. Disponível em <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/5940-guia-pnld-2015>.

PESSOA, C. A. S. Educação Financeira: O que tem sido produzido em mestrados e doutorados defendidos entre 2013 e 2016 no Brasil? In: CARVALHÊDO, J.; CARVALHO, M. V.; ARAUJO, F. (orgs.) Produção de conhecimentos na Pós-graduação em educação no nordeste do Brasil: realidades e possibilidades. Teresina: EDUPI, 2016.

PEREZ, C.; BAIRON, S. Universos de sentido da população de baixa renda no Brasil: semânticas da estabilidade, da ascensão social e da mobilidade. *Matrizes*, v. 7, n. 2, p. 177- 191, jul./dez. 2013.

PIKETTY, T. O capital no século XXI. Rio de Janeiro: Intrínseca. RJ. 2014.

POWELL. A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento de Ideias e Raciocínios Matemáticos de Estudantes. *Bolema*, Rio Claro: Unesp, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, n.21, ano 17, 2004.

POWELL, A. QUINTANEIRO, W.S. O Vídeo na Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: Investigando pensamentos matemáticos dos alunos, 2015.

PUCCINI, A.L. Matemática Financeira: objetiva e aplicada. 9ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier – Campus. 2011.

RESENDE, A.F. A educação financeira na educação de jovens e adultos: uma leitura da produção de significados financeiro-econômicos de dois indivíduos consumidores. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2013.

RETZMANN, T. Educational standards for economic education at all types of general-education schools in Germany. Final Report to the Gemeinschaftsausschuss der Deutschen Gewerblichen Wirtschaft (Working Group “Economic Education”). Essen, Lahr, Kiel. 2010.

ROLIM, M.R.L.B & MOTTA, M.S. O estado da arte das pesquisas em matemática financeira nos programas de mestrado e doutorado da área de ensino da Capes. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.16, n.2, p. 537-556, Mai. 2014.

SÁ, I.P. A Educação Matemática Crítica e a Matemática Financeira na Formação de Professores. 2012. Tese de Doutorado – Universidade Bandeirante de São Paulo. UNIBAN – São Paulo-SP, 2012.

SAITO, A. T. Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças no Brasil. Dissertação de Mestrado. FEA/USP - São Paulo, 2008.

SANTANDER, V.M.R. Elaboração de um Objeto para Aprendizagem - OPA: Aplicações na Matemática Financeira “Capitalização, Financiamento e Desvalorização”. Dissertação de Mestrado. PPGEM/UNIBAN – São Paulo, 2010.

SAVOIA, José Roberto Ferreira; SAITO, André Taue; SANTANA, Flávia de Angelis. Paradigmas da educação financeira no Brasil. *Rev. Adm. Pública*, Dez 2007, vol.41, no.6, p.1121-1141. ISSN 0034-7612

SILVA, A. M. Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil. 2003.

SILVA, A. Uma experiência de design em educação matemática: O projeto de educação financeira escolar. Projeto de Pesquisa (Estágio Pós-doutoral em Educação Matemática). Rutgers, the State University of New Jersey/USA. 2011.

SILVA, A.M.S; POWELL, A.B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. In XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Paraná. Anais do XI ENEM ... Paraná, Brasil: 2013, p. 1-17.

SILVA, A., KISTEMATNN, M. & VITAL, M. Um estudo sobre a inserção da educação financeira como tema curricular nas escolas públicas brasileiras. In XXV SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25., 2014, Braga. Actas ... Braga, Portugal, 2014. p. 35-46.

SIMON, H. A. A Behavioral Model of Rational. *Quarterly Journal of Economics*. Fev, p.99-118, 1955.

- SIMON, H.A. et al. Decision making and problem solving. Interfaces. Institute of Management Sciences. INFORMS. v.17, n.5, p.11-31, 1987.
- SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: A questão da democracia; tradução: Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. 6ª ed. – Campinas, SP: Papirus. 2013.
- SOLOMON, M. R. O comportamento do consumidor: comprando, possuindo e sendo. tradução de Luiz Claudio Queiroz Faria. 9a ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.
- STEPHANI, M. Educação Financeira: uma perspectiva interdisciplinar na construção da autonomia do aluno. 2005. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.
- SUITE & McCORKLE. Money Math: Lessons for Life. Center for Entrepreneurship and Economic Education. 2008. Disponível em https://www.treasurydirect.gov/indiv/tools/tools_moneymathintro.pdf Acesso em Fevereiro de 2015.
- THALER, R. H. Mental accounting and consumer choice. Marketing Science, 4(3), 199–214. 1985.
- THALER, R.H; SUNSTEIN, C.R. Nudge. Improving decisions about health, wealth and happiness. Springer. 2008.
- TORRACA, M. A importância do ensino da matemática financeira na formação do cidadão. Anais do IX ENEM - IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007.
- TVERSKY, A., & KAHNEMAN, D. Judgment under uncertainty: Heuristics und Biases. Science, New Series, 85(4157), 1124–1131. 1974.
- TVERSKY, A., & KAHNEMAN, D. The framing of decisions and the psychology of choice. Science, New Series, 211(4481), 453–457. 1981.
- VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN. The theory of games and economic behavior. Princeton: Princeton University Press. 1947.
- WATSON, A; OHTANI, M.; AINLEY, J.; FRANT, J.B; DOORMAN; MARGOLINAS, C.; PETER; S.; YANG; Y. Introduction In Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22. Vol 1. Oxford. 2013.
- XIAO, J.J. Handbook of Consumer Finance Research. Springer. 2008.
- XU, L.; ZIA, B. Financial Literacy around the World. An overview of the evidence with practical suggestions for the way forward. The World Bank, Development Research Group, Finance and Private Sector Development Team. 2012.
- ZENTGRAF, R. O guia prático de finanças do Roberto Zentgraf. Rio de Janeiro: Campus – Elsevier, 2009.
- ZIZEK, S. A Permanent Economic Emergency. New Left Review (NLR) 64, July-August, pp. 85 – 95, 2010.

ANEXOS

Anexo 1 - TCLE para alunos



Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
COPPE – Programa de Engenharia de Produção
Av. Atos da Silveira Ramos, 149, Centro de Tecnologia, Bloco F
– Sala 103
Cidade Universitária – CEP 21941-972
Tel: (0XX21) 39387047 – Tel/Fax: (0XX21) 22709702



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O estudante do qual você é responsável foi convidado a participar desta pesquisa de cunho investigativo-educacional que tem como objetivo observar o processo de tomada de decisão dos estudantes em situações econômico-financeiras a partir da articulação da matemática com outros saberes em ambientes de aprendizagem. O projeto também visa construir e avaliar propostas alternativas para a abordagem de situações financeiras no Ensino Médio bem como o ensino e aprendizagem de matemática financeira, conteúdo este integrante de livros didáticos e que gradualmente vem sendo trabalhado como aplicação de temas presentes na grade curricular de matemática da educação básica, principalmente ao nível do ensino médio. As situações serão abordadas por meio de tarefas que serão construídas a partir de reportagens, anúncios, propagandas, iniciativas governamentais, vídeos, dentre outras, disponíveis em jornais, sites, encartes, revistas, livros de economia e educação financeira, dentre outros meios, além do uso de calculadora científica, simuladores, objetos de aprendizagem e planilha eletrônica.

Ao consentir com a participação do menor do qual é responsável, você permitirá que o pesquisador Prof. Ivail Muniz Junior, doutorando da COPPE/UFRJ, faça a coleta dos dados necessários para sua pesquisa, e consequente elaboração de sua tese de doutorado. Os dados da pesquisa serão coletados durante atividades realizadas, nas dependências da escola em que está regularmente matriculado, em turno oposto ao que estuda (não gerando ausência das aulas regulares), por meio de gravações de áudio, vídeo e fotos, bem como através de relatórios produzidos pelos participantes.

Sobre as atividades: serão realizadas atividades através de encontros semanais com duração aproximada de duas horas cada, ao longo dos anos de 2014 e 2015. Todo o material necessário à pesquisa será disponibilizado gratuitamente para o jovem estudante participante da pesquisa e recolhido ao final de cada encontro, incluindo os recursos tecnológicos. É recomendável que o participante esteja em todos os encontros, mas reforçamos que o menor pode se recusar a participar ou você retirar o seu consentimento no momento que lhe aprouver.

Riscos e desconforto: A participação do menor nesta pesquisa não traz complicações legais e nem de saúde aos participantes. Esta pesquisa foi submetida à apreciação do Comitê de Ética em Pesquisa do Hospital Universitário Clementino Fraga Filho, da UFRJ, e irá respeitar todas as normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP – MS). Assim, a participação nessa pesquisa é isenta de quaisquer riscos à saúde.

Confidencialidade: Os objetivos da pesquisa são estritamente acadêmicos e os dados poderão vir a ser publicados e divulgados, sem restrição de prazos, sempre mantendo o sigilo quanto a sua identidade. Somente pesquisadores terão acesso aos dados primários, ao nome do menor participante e dos outros participantes, os quais serão sempre mantidos em sigilo. Para isso serão usados pseudônimos na transcrição das falas quando a elas nos referirmos.

Benefícios: Você e o menor sob sua responsabilidade, não terão nenhum benefício direto decorrentes da permissão ou participação nessa pesquisa. Entretanto, esperamos que este estudo revele informações importantes sobre como se dá o pensamento envolvendo a tomada de decisão em situações financeiras e de que forma a abordagem aqui desenvolvida pode viabilizar reflexões a respeito desse processo no ensino de matemática, em especial em matemática financeira ou educação financeira. Temos, portanto, uma perspectiva de que o estudo será positivo não apenas para os participantes, como também para a comunidade que eles pertencem, podendo contribuir, inclusive, para o campo da Educação Matemática.

Pagamento: Você e o menor sob sua responsabilidade não terão nenhum tipo de despesa direta decorrentes da permissão ou participação nessa pesquisa. Poderá ocorrer ressarcimento, ou seja,

cobertura em compensação exclusiva de despesas decorrentes da participação do sujeito no projeto. Se existir qualquer despesa adicional, ela será absorvida pelo orçamento da pesquisa.

Garantia de acesso e responsáveis pela pesquisa: os pesquisadores responsáveis pela pesquisa são o Prof. Ivail Muniz Junior (Responsável Principal), que é professor efetivo do Colégio Pedro II e doutorando do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção (PEP) da COPPE-UFRJ, e seu orientador, o Prof. Dr. Samuel Jurkiewicz, professor e coordenador do referido programa. É estabelecido o compromisso por parte dos pesquisadores de esclarecer quaisquer dúvidas e demais informações que sejam necessárias no momento de realização dos encontros ou posteriormente, por meio do endereço eletrônico ivailmuniz@gmail.com ou celular (21) 994806642. Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do Hospital Universitário Clementino Fraga Filho/HUCFF/UFRJ – R. Prof. Rodolpho Paulo Rocco, n.º 255 – Cidade Universitária/Ilha do Fundão - Sala 01D-46/1º andar - pelo telefone 3938-2480, de segunda a sexta-feira, das 8 às 15 horas, ou através do e-mail: cep@hucff.ufrj.br

CONSENTIMENTO

Acredito ter sido suficientemente informado a respeito das informações sobre o estudo acima citado que li ou que foram lidas para mim.

Eu discuti com o Prof. Ivail Muniz Junior sobre a minha decisão em permitir a participação do menor abaixo identificado nesse estudo. Ficaram claros para mim quais são os propósitos do estudo, os procedimentos a serem realizados, seus desconfortos e riscos, o uso acadêmico dos registros produzidos por mim e pelos pesquisadores, as garantias de confidencialidade e de esclarecimentos permanentes. Da mesma forma, dou permissão para a utilização de quaisquer registros audiovisuais, realizados na pesquisa, para fins exclusivamente acadêmicos, ficando o controle das informações a cargo destes pesquisadores da UFRJ. Ficou claro também que a participação é isenta de despesas, bem como de recebimentos. Concordo voluntariamente em permitir a participação deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem penalidades ou prejuízos e sem a perda de atendimento nesta Instituição ou de qualquer benefício que eu possa ter adquirido. Eu receberei uma cópia desse Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e a outra ficará com o pesquisador responsável por essa pesquisa. Além disso, estou ciente de que eu (ou meu representante legal) e o pesquisador responsável deveremos rubricar todas as folhas desse TCLE e assinar na última folha.

Identificação do sujeito participante da pesquisa.

Nome do Sujeito da Pesquisa

Data: ____/____/____

Assinatura do Sujeito da Pesquisa

Identificação e autorização do representante legal do sujeito da Pesquisa

Nome do representante legal

Data: ____/____/____

Assinatura do representante legal

Identificação e concordância do Pesquisador Responsável

Nome do Pesquisador Responsável

Data: ____/____/____

Assinatura do Pesquisador Responsável

Anexo 2 - TCLE para adultos ou responsáveis de alunos



Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
COPPE – Programa de Engenharia de Produção
Av. Atos da Silveira Ramos, 149, Centro de Tecnologia, Bloco F
– Sala 103
Cidade Universitária – CEP 21941-972
Tel: (0XX21) 39387047 – Tel/Fax: (0XX21) 22709702



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você foi convidado a participar desta pesquisa de cunho investigativo-educacional que tem como objetivo observar o processo de tomada de decisão dos estudantes em situações econômico-financeiras a partir da articulação da matemática com outros saberes em ambientes de aprendizagem. O projeto também visa construir e avaliar propostas alternativas para a abordagem de situações financeiras no Ensino Médio bem como o ensino e aprendizagem de matemática financeira, conteúdo este integrante de livros didáticos e que gradualmente vem sendo trabalhado como aplicação de temas presentes na grade curricular de matemática da educação básica, principalmente ao nível do ensino médio. As situações serão abordadas por meio de tarefas que serão construídas a partir de reportagens, anúncios, propagandas, iniciativas governamentais, vídeos, dentre outras, disponíveis em jornais, sites, encartes, revistas, livros de economia e educação financeira, dentre outros meios, além do uso de calculadora científica, simuladores, objetos de aprendizagem e planilha eletrônica.

Ao participar dessa pesquisa, você resolverá problemas envolvendo situações financeiras, a partir da articulação da matemática escolar com outros conhecimentos. Você permitirá que o pesquisador Prof. Ivail Muniz Junior, doutorando da COPPE/UFRJ, colete suas respostas, estratégias de resolução e argumentos construídos durante os encontros. Os dados da pesquisa serão coletados durante atividades realizadas, nas dependências da escola em que está regularmente matriculado, em turno oposto ao que estuda (não gerando ausência das aulas regulares), por meio de gravações de áudio, vídeo e fotos, bem como através de relatórios produzidos pelos participantes ao resolverem os problemas e responder às perguntas propostas.

Sobre as atividades: serão realizadas atividades através de encontros semanais com duração aproximada de duas horas cada, ao longo dos anos de 2014 e 2015. Todo o material necessário à pesquisa será disponibilizado gratuitamente para você participante da pesquisa e recolhido ao final de cada encontro, incluindo os recursos tecnológicos. É recomendável que o participante esteja em todos os encontros, mas reforçamos que você pode se recusar a participar ou você retirar o seu assentimento no momento que lhe aprouver.

Riscos e desconforto: A sua participação nesta pesquisa não traz complicações legais e nem de saúde para você. Esta pesquisa foi submetida à apreciação do Comitê de Ética em Pesquisa do Hospital Universitário Clementino Fraga Filho, da UFRJ, e irá respeitar todas as normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP – MS). Assim, a participação nessa pesquisa é isenta de quaisquer riscos à saúde.

Confidencialidade: Os objetivos da pesquisa são estritamente acadêmicos e os dados poderão vir a ser publicados e divulgados, sem restrição de prazos, sempre mantendo o sigilo quanto a sua identidade. Somente pesquisadores terão acesso aos dados primários, ao nome do menor participante e dos outros participantes, os quais serão sempre mantidos em sigilo. Para isso serão usados pseudônimos na transcrição das falas quando a elas nos referirmos.

Benefícios: Você não terá nenhum benefício direto decorrente da participação nessa pesquisa. Entretanto, esperamos que este estudo revele informações importantes sobre como se dá o pensamento envolvendo a tomada de decisão em situações financeiras e de que forma a abordagem aqui desenvolvida pode viabilizar reflexões a respeito desse processo no ensino de matemática, em especial em matemática financeira ou educação financeira. Temos, portanto, uma perspectiva de que o estudo será positivo não apenas para os participantes, como também para a comunidade que eles pertencem, podendo contribuir, inclusive, para o campo da Educação Matemática.

Pagamento: Você não terá nenhum tipo de despesa direta decorrente da participação nessa pesquisa. Poderá ocorrer ressarcimento, ou seja, cobertura em compensação exclusiva de despesas decorrentes da participação do sujeito no projeto. Se existir qualquer despesa adicional, ela será absorvida pelo orçamento da pesquisa.

Garantia de acesso e responsáveis pela pesquisa: os pesquisadores responsáveis pela pesquisa são o Prof. Ivail Muniz Junior (Responsável Principal), que é professor efetivo do Colégio Pedro II e doutorando do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção (PEP) da COPPE-UFRJ, e seu orientador, o Prof. Dr. Sai Jurkiewicz, professor e coordenador do referido programa. É estabelecido o compromisso por parte dos pesquisadores de esclarecer quaisquer dúvidas e demais informações que sejam necessárias no momento de realização dos encontros ou posteriormente, por meio do endereço eletrônico ivailmuniz@gmail.com ou celular (21) 994806642. Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do Hospital Universitário Clementino Fraga Filho/HUCFF/UFRJ – R. Prof. Rodolpho Paulo Rocco, n.º 255 – Cidade Universitária/Ilha do Fundão - Sala 01D-46/1º andar - pelo telefone 3938-2480, de segunda a sexta-feira, das 8 às 15 horas, ou através do e-mail: cep@hucff.ufrj.br

ASSENTIMENTO (CONCORDÂNCIA EM PARTICIPAR DA PESQUISA)

Acredito ter sido suficientemente informado a respeito das informações sobre o estudo acima citado que li ou que foram lidas para mim.

Eu discuti com o Prof. Ivail Muniz Junior sobre a minha decisão em participar desse estudo, com a permissão de meu responsável. Concordo em participar dessa pesquisa nos termos que foram claramente apresentados. Ficaram claros para mim quais são os propósitos do estudo, os procedimentos a serem realizados, seus desconfortos e riscos, o uso acadêmico dos registros produzidos por mim e pelos pesquisadores, as garantias de confidencialidade e de esclarecimentos permanentes. Da mesma forma, estou ciente da utilização de quaisquer registros audiovisuais, realizados na pesquisa, para fins exclusivamente acadêmicos, ficando o controle das informações a cargo destes pesquisadores da UFRJ. Ficou claro também que a participação é isenta de despesas, bem como de recebimentos. Concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei deixar de participar a qualquer momento, sem penalidades ou prejuízos e sem a perda de atendimento nesta Instituição ou de qualquer benefício que eu possa ter adquirido. Eu receberei uma cópia desse Termo de Assentimento (TA) e a outra ficará com o pesquisador responsável por essa pesquisa. Além disso, estou ciente de que eu, meu responsável e o pesquisador responsável deveremos rubricar todas as folhas desse TA e assinar na última folha.

Identificação do sujeito participante da pesquisa.

Nome do Sujeito da Pesquisa

Assinatura do Sujeito da Pesquisa

Data: ____/____/____

Identificação e autorização do representante legal do sujeito da Pesquisa

Nome do representante legal

Assinatura do representante legal

Data: ____/____/____

Identificação e concordância do Pesquisador Responsável

Nome do Pesquisador Responsável

Assinatura do Pesquisador Responsável

Data: ____/____/____