



**COPPE/UFRJ**

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES  
SUBMETIDAS A VIBRAÇÕES DE MÁQUINAS

Flávia Gandra Machado

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Francisco de Rezende Lopes

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro  
Setembro de 2010

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES SUBMETIDAS A  
VIBRAÇÕES DE MÁQUINAS

Flávia Gandra Machado

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

---

Prof. Marcus Peigas Pacheco, Ph.D.

---

Prof. Fernando Artur Brasil Danziger, Ph.D.

---

Prof. Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, D.Sc.

---

Prof. Francisco de Rezende Lopes, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO DE 2010

Machado, Flávia Gandra

Estudo do comportamento de fundações submetidas a vibrações de máquinas/ Flávia Gandra Machado. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XXIII, 149 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Francisco de Rezende Lopes

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 124-126.

1. Fundações de máquinas. 2. Vibração. 3. Parâmetros de solo. 4. Instrumentação. I. Lopes, Francisco de Rezende *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Dedico meu trabalho à minha família.

## *Agradecimentos*

Agradeço a cada um que, de alguma forma, contribuiu para a minha formação ao longo de toda a minha vida. Certamente não teria como citar todos aqui, mas agradeço em especial às pessoas que contribuíram mais diretamente para a conclusão desta dissertação.

Agradeço à minha família que sempre me apoiou em todas as decisões e que me permitiu o bem mais precioso e que nada poderá me tirar, o conhecimento. À minha família, pelo amor e pelos valores transmitidos.

À minha mãe, Wanda. Pelo amor incondicional. Pela paciência comigo, pelo carinho e atenção.

Ao meu pai, José Luis, também engenheiro civil e em quem me espelho. Pessoa de quem tenho muito orgulho como profissional e como pai.

Ao meu irmão, André Luis, por estar sempre ao meu lado.

Aos meus orientadores, Francisco Lopes e Sérgio Hampshire, pelo aprendizado, pelo tempo despendido, pela paciência, compreensão e atenção.

Aos meus colegas de turma do mestrado, que tornaram a caminhada menos árdua.

Aos grandes profissionais que não posso deixar de citar: Luis Alfredo de Paula Freitas e Gilberto Alexandre. Ao Gilberto, por me fazer fascinar pela geotecnia com toda a sua didática de ensino e ao mesmo tempo praticidade. Ao Luis Alfredo, pela ideia do tema abordado neste estudo, pelos artigos e livros emprestados, pelo exemplo a ser seguido.

Ao consultor em geotecnia, Rubenei Novais, pelo seu conhecimento e pela vontade de ensinar e ajudar. Pela sua persistência em mostrar, aos que não são da área, a importância dos engenheiros geotécnicos.

À engenheira Andréia Soares, pela amizade e pelo incentivo para recomeçar a escrever esta dissertação quando tudo “parecia perdido” agora nos últimos meses.

Ao engenheiro Carlos Augusto pelas colaborações para que esta dissertação se fizesse ainda melhor, mas principalmente pelas orientações que seguirei após a defesa desta dissertação.

Ao meu chefe, Ubirajara Ribeirinho Telles, por ter acreditado no potencial de uma menina ainda quando estagiária. Por ter permitido aprender com sua equipe nos meus primeiros anos de formada e, principalmente, por me permitir fazer as disciplinas do mestrado mesmo antes de eu ingressar na empresa efetivamente como funcionária.

Aos amigos do trabalho, que contribuem no dia-a-dia com a troca de experiências, com o carinho, com a atenção, com a alegria e principalmente com a cumplicidade.

Ao Almir Barbassa e ao Celso Lucchesi pelo voto de confiança depositado.

Ao engenheiro Gilberto Júnior pelo conhecimento em instrumentação, pelas dicas de Word, Excel e AutoCAD, e também pelo carinho e companheirismo.

Por fim, agradeço a Deus por colocar cada uma dessas pessoas em meu caminho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE FUNDAÇÕES SUBMETIDAS A VIBRAÇÕES DE MÁQUINAS

Flávia Gandra Machado

Setembro/2010

Orientadores: Francisco de Rezende Lopes  
Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho é composto por uma parte teórica, a qual compila informações sobre fundações de máquinas, e por um estudo de caso real e prático.

O estudo de caso consiste em uma análise comparativa dos resultados (valores de amplitudes) alcançados através de duas metodologias de obtenção de parâmetros do solo e duas metodologias de previsão de comportamento das fundações. Os parâmetros do solo são determinados indiretamente através de correlações com os ensaios SPT e diretamente a partir do ensaio *Crosshole*. As duas metodologias de previsão de comportamento consistem na utilização de cálculo analítico simplificado e cálculo realizado com emprego de programas computacionais.

O estudo de caso apresenta os cálculos das amplitudes do conjunto fundação + máquina e compara os resultados dos cálculos com as amplitudes medidas em campo por instrumentação.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF THE BEHAVIOR FOUNDATIONS SUBMITTED TO MACHINES  
VIBRATIONS

Flávia Gandra Machado

September/2010

Advisors: Francisco de Rezende Lopes  
Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Department: Civil Engineering

This work is composed of a theoretical part, which compiles information about machines foundations, and of a real and practice case study.

The case study consists of a comparative analysis of the results (amplitude values) achieved by both methods of obtaining soil parameters and both methods of behavior prediction of foundations. The soil parameters are determined indirectly through correlations with SPT and directly from the Crosshole Test. The methods of behavior prediction consist of simplified analytical calculation and calculation performed with computer programs.

The case study presents the calculations of the amplitudes of the set foundations + machine and compares the results of calculations with the amplitudes measured in field instrumentation.

## Sumário

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO, OBJETIVOS E RELEVÂNCIA DO TRABALHO .....	1
1.2 DADOS BÁSICOS PARA O PROJETO DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ....	2
1.2.1 Parâmetros do Solo.....	4
1.2.2 Dados do Equipamento .....	5
1.2.3 Dados Geométricos da Fundação .....	5
1.3 ABORDAGEM DO TRABALHO .....	6
<b>CAPÍTULO 2 - CONDIÇÕES GERAIS PARA FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS .....</b>	<b>7</b>
2.1 CLASSIFICAÇÃO E RECOMENDAÇÕES GERAIS.....	7
2.1.1 Fundações Diretas .....	8
2.1.2 Fundações Profundas.....	9
2.1.3 Máquinas Elevadas (Pórticos).....	10
2.2 OUTRAS CLASSIFICAÇÕES DE FUNDAÇÕES PARA MÁQUINAS .....	11
<b>CAPÍTULO 3 - CONDIÇÕES ESPECÍFICAS PARA FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS .....</b>	<b>12</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	12
3.2 TEORIA DE PROJETO.....	17
3.2.1 Método de Semi-Espaço Elástico.....	18
3.2.2 Método da Mola Elástica Linear sem Peso .....	23
3.3 PARÂMETROS DOS SOLOS .....	28
3.3.1 Massa Específica do Solo ( $\rho$ ) .....	29
3.3.2 Módulo de Cisalhamento Dinâmico do Solo ( $G$ ).....	29
3.3.3 Coeficiente de <i>Poisson</i> do Solo ( $\nu$ ).....	40
3.3.4 Módulo de Elasticidade do Solo ( $E$ ).....	41
3.4 PARÂMETROS DO SISTEMA SOLO-FUNDAÇÃO .....	42
3.4.1 Parâmetros Geométricos.....	42
3.4.2 Coeficientes Dinâmicos de Compressão e Cisalhamento para Fundações Diretas .....	44
3.4.3 Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Estacas Individuais .....	45

3.5	DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DE RIGIDEZ E DE AMORTECIMENTO.....	49
3.5.1	Fundação Direta .....	49
3.5.2	Estaca Individual .....	50
3.5.3	Fundação em Estacas.....	51
3.6	EMPREGO DE CÁLCULOS ANÁLITICOS SIMPLIFICADOS PARA VERIFICAÇÃO DINÂMICA DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS .....	53
3.6.1	Determinação das frequências naturais da fundação sem consideração de modos de vibração acoplados.....	53
3.6.2	Acoplamento dos modos de vibração.....	55
3.6.3	Computo das frequências naturais acopladas .....	56
3.6.4	Determinação das amplitudes de oscilação .....	57
3.6.5	Determinação das velocidades efetivas e critérios de severidade de vibração..	57
3.7	EMPREGO DE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS PARA VERIFICAÇÃO DINÂMICA DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS .....	58
	<b>CAPÍTULO 4 - SOLICITAÇÕES DINÂMICAS .....</b>	<b>60</b>
4.1	FORÇAS DECORRENTES DE MÁQUINAS ALTERNATIVAS .....	60
4.1.1	Máquinas com um cilindro.....	60
4.1.2	Máquinas com mais de um cilindro .....	61
4.2	FORÇAS DESBALANCEADAS EM MÁQUINAS ROTATIVAS.....	62
4.2.1	Peso do Rotor .....	62
4.2.2	Excentricidade Efetiva .....	63
4.2.3	Força desbalanceada segundo fórmulas empíricas.....	64
	<b>CAPÍTULO 5 - SEGURANÇA NA OPERAÇÃO DE MÁQUINAS .</b>	<b>66</b>
5.1	EFEITOS NAS PESSOAS.....	66
5.2	EFEITOS NAS MÁQUINAS .....	67
5.3	EFEITOS NAS ESTRUTURAS .....	68
5.4	ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES.....	69
	<b>CAPÍTULO 6 - ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>71</b>
6.1	DESCRIÇÃO DO PROJETO .....	71
6.1.1	Dados do Solo .....	71
6.1.2	Dados da Fundação .....	74
6.1.3	Dados da Máquina.....	79

6.1.4	Resultados da Instrumentação .....	86
6.2	INTERPRETAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SOLO .....	87
6.3	CÁLCULO DO COMPORTAMENTO DA BASE DA MÁQUINA .....	101
6.3.1	Cálculo analítico simplificado realizado através de parâmetros indiretos do solo (uso de correlações).....	103
6.3.2	Cálculo realizado com emprego de programas computacionais através de parâmetros indiretos do solo (uso de correlações) .....	107
6.3.3	Cálculo analítico simplificado realizado através de parâmetros de solo obtidos diretamente pelo ensaio <i>Crosshole</i> .....	112
6.3.4	Cálculo realizado com emprego de programas computacionais através de parâmetros de solo obtidos diretamente pelo ensaio <i>Crosshole</i> .....	115
<b>CAPÍTULO 7 - CONSIDERAÇÕES E ANÁLISE DE RESULTADOS .....</b>		<b>120</b>
<b>CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>		<b>123</b>
<b>CAPÍTULO 9 - REFERÊNCIAS .....</b>		<b>124</b>
<b>ANEXO A - DADOS DE ENTRADA E SAÍDA DOS PROGRAMAS COMPUTACIONAIS.....</b>		<b>127</b>
<b>APÊNDICE A - CONCEITOS BÁSICOS DE DINÂMICA LINEAR DE ESTRUTURAS .....</b>		<b>138</b>

## Lista de Figuras

Figura 3.1 - Amplitude de pico de deslocamento em função da frequência para vários valores da velocidade efetiva [15].....	16
Figura 3.2 - Pontos de medição recomendados [16] .....	17
Figura 3.3 - Mecanismo tipo manivela simples [17, modificado].....	18
Figura 3.4 - Modelo de vibração horizontal [18] .....	21
Figura 3.5 - Modelo de vibração de rotação [18].....	21
Figura 3.6 – Deformações cisalhantes em solos para diferentes problemas dinâmicos [20, adaptado de WOODS,1978;MASSARSCH,1983;CARRUBBA e MAUGERI,1988] .....	29
Figura 3.7 - Módulo de cisalhamento dinâmico [17] .....	30
Figura 3.8 - Ensaio sísmico de superfície ( <i>steady-state oscillator test</i> ) [14] .....	33
Figura 3.9 - Relação entre coeficiente de <i>Poisson</i> e as velocidades de propagação das ondas [18].....	34
Figura 3.10 - Arranjo de ensaio sísmico de profundidade ( <i>Crosshole</i> ) [20].....	35
Figura 3.11 - Curva de degradação do módulo de cisalhamento dinâmico [20, apud IDRISS <i>et al.</i> , 1978] .....	38
Figura 3.12 - Faixa de variação de $G/G_{\max}$ com a deformação cisalhante para areias [25] .....	39
Figura 3.13- Efeito do tempo na curva de redução do módulo [27].....	40
Figura 3.14- Módulo de elasticidade [17] .....	41
Figura 3.15 - Representação dos eixos de uma fundação em planta .....	43
Figura 3.16 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas de ponta – perfis constantes [6, modificado de 28].....	47
Figura 3.17 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas de ponta – perfis parabólicos [6, modificado de 28] .....	47
Figura 3.18 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas flutuantes – perfis constantes [6, modificado de 28].....	48
Figura 3.19 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas flutuantes – perfis parabólicos [6, modificado de 28] .....	48
Figura 3.20 - Oscilação translacional em $x$ e rotacional em torno de $y$ .....	57
Figura 4.1 - Excentricidade de massa giratória [6].....	62
Figura 5.1 - Limites de amplitude de deslocamento [18, pág.311] .....	67

Figura 5.2 - Critérios para a vibração de máquinas rotativas (Blake, 1964, citado em [18, pág. 313]).....	68
Figura 5.3 - Danos em estruturas (Steffens,1974, citado em [34, pág.7]).....	69
Figura 5.4 - Esquema de trincheira circular [17].....	70
Figura 6.1 - Planta de Arranjo e Locação dos Ensaios.....	73
Figura 6.2 - Detalhe da fundação (cota de arrasamento).....	75
Figura 6.3 - Locação do Estaqueamento .....	76
Figura 6.4 - Planta de forma .....	77
Figura 6.5 - Corte A.....	78
Figura 6.6 - Corte B.....	79
Figura 6.7 - Armação da Base .....	79
Figura 6.8 - Bomba em planta .....	81
Figura 6.9 - Corte longitudinal da Bomba.....	82
Figura 6.10 - Corte transversal da Bomba.....	83
Figura 6.11 - Cargas nas fundações.....	85
Figura 6.12 - Resultados da instrumentação da bomba B-9015131001A.....	87
Figura 6.13 - Gráficos $N_{SPT}$ X Profundidade.....	91
Figura 6.14 - Gráficos E X Profundidade.....	92
Figura 6.15 - Gráficos G X Profundidade .....	93
Figura 6.16 - Gráfico G médio X Profundidade.....	94
Figura 6.17 - Gráficos de $V_s$ X Profundidade e $v$ X Profundidade .....	97
Figura 6.18 - Gráficos de E X Profundidade e $G_{m\acute{a}x}$ X Profundidade .....	98
Figura 6.19 - Gráfico CH3 (G por camada X Profundidade).....	100
Figura 6.20- Translação horizontal em $x$ (parâmetros indiretos do solo) .....	110
Figura 6.21- Translação horizontal em $y$ (parâmetros indiretos do solo).....	110
Figura 6.22- Translação vertical em $z$ (parâmetros indiretos do solo).....	110
Figura 6.23- Rotação em $x$ (parâmetros indiretos do solo).....	111
Figura 6.24- Rotação em $y$ (parâmetros indiretos do solo).....	111
Figura 6.25- Rotação em $z$ (parâmetros indiretos do solo).....	111
Figura 6.26- Translação horizontal em $x$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ).....	117
Figura 6.27- Translação horizontal em $y$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ).....	117
Figura 6.28- Translação vertical em $z$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ) ...	117
Figura 6.29- Rotação em $x$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ).....	118

Figura 6.30- Rotação em $y$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ) .....	118
Figura 6.31- Rotação em $z$ (parâmetros do solo obtidos por <i>Crosshole</i> ).....	118
Figura A.1 - Sistema com um grau de liberdade .....	139
Figura A.2 - Variação de $D$ e $\theta$ com a relação de frequência $\beta$ para alguns valores de $\xi$ .....	144
Figura A.3 - Variação da transmissibilidade com $\beta$ .....	145

## Lista de Tabelas

Tabela 1.1 - Correlação entre as características das máquinas e tipo de fundação adequado [12].....	4
Tabela 2.1 - Frequências naturais [6].....	10
Tabela 3.1 - Faixas de severidade de vibração [15].....	14
Tabela 3.2 - Faixa de severidade de vibração e exemplos de suas aplicações a máquinas pequenas (Classe I), máquinas de tamanho médio (Classe II), máquinas grandes (Classe III) e turbomáquinas (Classe IV) [15].....	15
Tabela 3.3 - Parâmetros equivalentes para análise de uma fundação circular sobre um semi-espaço elástico [18].....	19
Tabela 3.4 - Ensaio de campo para determinação do módulo de cisalhamento [20]....	31
Tabela 3.5 - Ensaio de laboratório para determinação do módulo de cisalhamento [20].....	31
Tabela 3.6 - Coeficiente de <i>Poisson</i> [6].....	41
Tabela 3.7 - Relação entre $C_\phi$ e $C_u$ [6, adaptado de 19].....	45
Tabela 3.8 - Parâmetros de rigidez e amortecimento horizontal para estacas com razão $l/r > 25$ para perfis de solo homogêneo e $l/r > 30$ para perfis de solo parabólico [6, modificado de 28].....	46
Tabela 3.9 - Rigidezas de uma fundação direta segundo a teoria da constante de mola sem peso [6, modificado de 19].....	49
Tabela 3.10 - Rigidezas de uma fundação direta segundo a teoria elástica do semi-espaço [6, modificado de 18].....	50
Tabela 3.11 - Rigidez de uma estaca individual para cada tipo de deformação [6, modificado de 28].....	50
Tabela 3.12 - Constante de amortecimento de uma estaca individual para cada tipo de deformação [6, modificado de 28].....	51
Tabela 3.13 - Rigidezas e constantes de amortecimento para grupo de estacas [6, modificado de 28].....	52
Tabela 3.14 - Amortecimento crítico e fator de amortecimento [6, modificado de 28].	52
Tabela 3.15 - Frequências naturais de acordo com cada grau de liberdade desacopladas de uma fundação [6].....	53
Tabela 3.16 - Amortecimentos críticos e fatores de amortecimento segundo os graus de liberdade [6].....	54

Tabela 3.17 - Frequências naturais amortecidas de acordo com cada grau de liberdade [6] .....	54
Tabela 3.18 - Modos de vibração [6].....	55
Tabela 3.19 - Velocidades angulares acopladas [6] .....	56
Tabela 4.1 - Excentricidade de desbalanceamento [6] .....	63
Tabela 4.2 - Excentricidade de desbalanceamento para geradores [32].....	63
Tabela 4.3 - Excentricidade de desbalanceamento para motores de indução [32] .....	64
Tabela 4.4 - Excentricidade de desbalanceamento para motores elétricos (NEMA) .....	64
Tabela 4.5 - Excentricidade de desbalanceamento para motores de grande indução (NEMA).....	64
Tabela 6.1 - Relação de componentes .....	83
Tabela 6.2 - Relação de conexões .....	84
Tabela 6.3 - Pesos: Vazio, em Operação e em Teste.....	84
Tabela 6.4 - Esforços Máximos Admissíveis nos Bocais.....	85
Tabela 6.5 - Ensaio SPT 29 .....	88
Tabela 6.6 - Ensaio SPT 30 .....	88
Tabela 6.7 - Ensaio SPT 31 .....	89
Tabela 6.8 - Ensaio SPT 33 .....	89
Tabela 6.9 - Ensaio SPT 34 .....	89
Tabela 6.10 - Ensaio SPT 35 .....	89
Tabela 6.11- Ensaio SM 48 .....	90
Tabela 6.12 - Média dos SPTs.....	90
Tabela 6.13 - G por camada X Profundidade .....	95
Tabela 6.14 - Ensaio CH1 .....	95
Tabela 6.15 - Ensaio CH2 .....	96
Tabela 6.16 - Ensaio CH3 .....	96
Tabela 6.17 - Ensaio CH3 (Gmax por camada X Profundidade) .....	99
Tabela 7.1- Resumo Comparativo dos Resultados.....	121
Tabela A.1 - Movimento forçado para sistemas com 1 grau de liberdade .....	145

## *Lista de símbolos ou nomenclaturas*

$a$	Comprimento da fundação
$A$	Área
$A_h$	Amplitude máxima horizontal
$A_p$	Área da seção reta da estaca
$A_v$	Amplitude máxima vertical
$A_x, A_y, A_z$	Amplitude de translação no centro de gravidade do sistema segundo os eixos x, y e z
$A_{Px}, A_{Py}, A_{Pz}$	Amplitude de oscilação nas direções x, y e z para um ponto P (qualquer) no sistema
$A_{\phi_x}, A_{\phi_y}, A_{\phi_z}$	Amplitude de rotação no centro e gravidade do sistema em torno dos eixos x,y e z
$A_\phi$	Amplitude de vibração de balanço
$A_\psi$	Amplitude de vibração de torção
$b$	Largura da fundação
$B_x, B_y, B_z$	Razão de massa a translação nas direções x, y e z
$B_{\phi_x}, B_{\phi_y}, B_{\phi_z}$	Razão de massa a rotação em torno dos eixos x, y e z
$c$	Coefficiente de amortecimento
$c_c$	Amortecimento crítico
$c'_x, c'_y, c'_z$	Coefficiente de amortecimento de uma estaca individual nas direções x, y e z
$c'_{x\phi}, c'_{y\phi}$	Coefficiente de amortecimento cruzado de uma estaca individual
$c'_\phi$	Coefficiente de amortecimento de rotação de uma estaca individual
$c_x^g, c_y^g, c_z^g$	Coefficiente de amortecimento para um grupo de estacas nas direções x, y e z
$c_{xx}^g, c_{yy}^g, c_{zz}^g$	Coefficiente de amortecimento de rotação em torno dos eixos x, y e z para um grupo de estacas
$C_u$	Coefficiente de compressão elástica uniforme
$C_\phi$	Coefficiente de compressão elástica não uniforme
$C_\tau$	Coefficiente de cisalhamento elástico uniforme

$C_\psi$	Coefficiente de cisalhamento elástico não uniforme
$D$	Fator de amplificação dinâmico da resposta permanente Fator de amortecimento
$D_x, D_y, D_z$	Fator de amortecimento para translação em x, y e z
$D_{\phi_x}, D_{\phi_y}, D_{\phi_z}$	Fator de amortecimento para rotação em x, y e z
$e$	Base neperiana Excentricidade da massa do rotor
$E$	Módulo de elasticidade
$f$	Frequência do oscilador Frequência natural Frequência do cilindro
$f_e$	Frequência excitante
$f_{\phi 1}$	Coefficiente de rigidez à flexão
$f_{x\phi 1}$	Coefficiente de rigidez cruzada
$f_{x1}$	Coefficiente de rigidez horizontal com estaca engastada no bloco de coroamento
$f_{x1}^p$	Coefficiente de rigidez horizontal com estaca rotulada no bloco de coroamento
$f_{\phi 2}$	Coefficiente de amortecimento à flexão
$f_{x\phi 2}$	Coefficiente de amortecimento cruzado
$f_{x2}$	Coefficiente de amortecimento horizontal com estaca engastada no bloco de coroamento
$f_{x2}^p$	Coefficiente de amortecimento horizontal com estaca rotulada no bloco de coroamento
$f_{z1}$	Coefficiente de rigidez vertical
$f_{z2}$	Coefficiente de amortecimento vertical
$F$	Força desbalanceada
$F_A$	Força de amortecimento
$F_I$	Força de inércia
$F_R$	Força resistente

$F_t$	Força transmitida à base
$F_{est}$	Força estática equivalente à força desbalanceada
$g$	Aceleração da gravidade
$G$	Módulo de elasticidade transversal dinâmico Módulo de cisalhamento dinâmico
$G_{máx}$	Módulo de elasticidade transversal dinâmico máximo
$h_{CG}$	Distância da amplitude de oscilação de um ponto P (qualquer) ao centro de gravidade do sistema
$H$	Altura do bloco de fundação
$I$	Momento de inércia
$I_x, I_y, I_z$	Momento de inércia em relação aos eixos x, y e z passando pelo centroide
$I_p$	Momento de inércia à flexão da estaca
$J_z$	Momento polar de inércia da área da base da fundação
$k$	Rigidez de mola
$k'$	Rigidez de mola de uma estaca individual
$k_x, k_y, k_z$	Coefficiente de rigidez nas direções x, y e z
$k'_x, k'_y, k'_z$	Coefficiente de rigidez de uma estaca individual nas direções x, y e z
$k_\psi$	Coefficiente de rigidez de torção
$k_\phi$	Coefficiente de rigidez de rotação
$k'_\phi$	Coefficiente de rigidez de rotação de uma estaca individual
$k'_{x\phi}, k'_{y\phi}$	Coefficiente de rigidez cruzada de uma estaca individual
$k_x^g, k_y^g, k_z^g$	Coefficiente de rigidez de um grupo de estacas nas direções x, y e z
$k_{xx}^g, k_{yy}^g, k_{zz}^g$	Coefficiente de rigidez de um grupo de estacas para rotação em torno dos eixos x, y e z
$l$	Comprimento da estaca Comprimento do vão da viga
$L$	Distância entre o centro de gravidade do sistema e o topo da base Comprimento da biela
$L_R$	Comprimento de onda de Rayleigh

$m$	Massa
$m_0$	Massa do rotor
$m_e$	Massa excêntrica do rotor
$m_B$	Massa da biela
$m_M$	Massa da manivela
$m_P$	Massa do pistão
$M_i$	Massa generalizada
$M_m$	Momento de inércia do sistema em relação a um eixo passando pelo centro de gravidade do sistema matriz de massa generalizada
$M_{mx}, M_{my}, M_{mz}$	Momento de inércia de massa em torno ao eixo x, y e z
$M_{m0}$	Momento de inércia de massa do sistema em relação ao eixo que passa através do centroide da base e perpendicular ao plano de vibração
$M_x, M_y, M_z$	Momentos nos eixos x, y e z
$n$	Número de graus de liberdade dinâmica
$N$	Número de golpes SPT
$p$	Força
$p_0$	Amplitude de uma força harmônica
	Carregamento
$P_i$	Força generalizada
$P_x$	Força horizontal no eixo x
$P_z$	Força vertical
$P_B$	Peso do bloco de coroamento
$P_E$	Peso do equipamento
$q$	Carga total por unidade de comprimento da viga
$r$	Raio da seção reta da estaca (suposta circular)
	Distância horizontal do ponto na fundação ao eixo vertical
	Raio da manivela
$r_0$	Raio equivalente
$r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}$	Raio equivalente para efeito de translação do sistema nas direções x, y e z

$r_{0\phi x}, r_{0\phi y}, r_{0\phi z}$	Raio equivalente para efeito de rotação do sistema nas direções x, y e z
$R$	Fator dinâmico ( <i>response ratio</i> )
$t$	Tempo
$T$	Período
$TR$	Transmissibilidade
$v$	Velocidade
$v_{ef}$	Velocidade efetiva
$V_P$	Velocidade de onda de compressão (onda longitudinal)
$V_R$	Velocidade de propagação da onda de Rayleigh
$V_S$	Velocidade transversal de propagação do som no solo
$x$	Deslocamento na direção x
$x_0$	Deslocamento inicial na direção x
$\dot{x}$	Velocidade na direção x
$\dot{x}_0$	Velocidade inicial na direção x
$\ddot{x}$	Aceleração na direção x
$x_{est}$	Deslocamento correspondente à aplicação estática da carga $p_0$
$x_c, y_c$	Coordenada do centroide da área da base na direção x e y
$x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}$	Coordenada do centro de gravidade do sistema
$x_i, y_i, z_i$	Coordenada do centro de gravidade de um elemento de massa $m_i$ em relação ao sistema de eixos x, y e z
$X_c, Y_c$	Coordenada do centroide do estaqueamento na direção x e y
$\bar{Y}$	Vetor de coordenadas generalizadas
$W$	Peso da fundação Peso da parte alternativa de um cilindro
$z$	Deslocamento na direção z
$z_c$	Altura do centro de gravidade do bloco de estacas acima de sua cota de fundo
$\alpha$	Constante relacionada ao tempo de operação da máquina Razão entre a maior e a menor dimensão da base (em planta)
$\beta$	Relação entre frequências

$\delta$	Razão entre a frequência natural da fundação e a frequência da máquina
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Deformações nas direções x, y e z
$\phi$	Deslocamento angular devido à flexão do elemento considerado Ângulo de rotação
$\varphi_x, \varphi_y$	Razão entre os momentos de massa do sistema tomados no centro de gravidade combinado e os respectivos momentos de massa tomados em relação ao centroide da área da base (em relação aos eixos x e y)
$\gamma$	Distorção Peso específico do solo
$\gamma_c$	Peso unitário do concreto
$\nu$	Coefficiente de <i>Poisson</i>
$\theta$	Ângulo de fase Inclinação entre manivela e eixo do pistão
$\rho$	Massa específica Amplitude do movimento
$\sigma$	Tensão normal
$\tau$	Tensão de cisalhamento
$\omega$	Frequência angular excitante Velocidade angular excitante
$\omega_d$	Frequência angular amortecida
$\omega_i$	Frequência angular natural do modo de vibração i
$\omega_n$	Frequência angular natural
$\omega_{nx}, \omega_{ny}, \omega_{nz}$	Frequência angular natural para translação segundo x, y e z
$\omega_{n\phi x}, \omega_{n\phi y}, \omega_{n\phi z}$	Frequência angular natural para rotação segundo x, y e z
$\omega_{n\phi}$	Frequência angular natural para vibrações de balanço
$\omega_{n\psi}$	Frequência angular natural para vibrações de torção
$\Omega$	Frequência angular forçada de uma excitação harmônica
$\xi$	Fração de amortecimento
$\xi_x, \xi_y, \xi_z$	Fração de amortecimento para vibrações nas direções x, y e z

$\xi_\phi$	Fração de amortecimento para vibrações de balanço
$\xi_\psi$	Fração de amortecimento para vibrações de torção
$\psi$	Deslocamento angular devido à torção do elemento considerado

# Capítulo 1 - Introdução

## 1.1 MOTIVAÇÃO, OBJETIVOS E RELEVÂNCIA DO TRABALHO

Considerando-se que a abordagem didática do comportamento de fundações de máquinas ainda é limitada, mesmo quando o assunto é tratado em nível internacional, este trabalho apresenta importância. Se comparado aos demais assuntos de geotecnia, ainda há muito para estudar e evoluir. Este estudo tem o intuito de compilar metodologias publicadas até hoje e acrescentar resultados provenientes de ensaios e cálculos de um estudo de caso.

Ao se tratar de fundações sujeitas às vibrações de máquinas deve-se ter em mente a diversidade das disciplinas envolvidas e o quanto complexo isto torna o estudo. Talvez por haver uma interface muito significativa entre disciplinas e, conseqüentemente, a necessidade do entendimento de cada uma delas, os estudos nesta área ainda sejam escassos.

A responsabilidade pelo desempenho da fundação está dividida entre o projetista da máquina e o projetista da fundação. É indispensável o trabalho conjunto de engenheiros mecânico e civil.

Dentre as disciplinas envolvidas no estudo aqui apresentado, encontram-se basicamente: a Mecânica (Dinâmica e Estática), a interação solo-fundação, a geotecnia, a análise de estruturas, a segurança e a instrumentação. Cada uma destas disciplinas será considerada ao longo desta dissertação.

Ainda não há uma norma da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) que trate especificamente deste assunto, por ser um assunto pouco estudado no Brasil. Esta dissertação pretende colaborar para a evolução dos estudos neste segmento e servir como incentivo para que novos estudos sejam realizados. Como dito, não há uma norma da ABNT sobre fundações de máquinas e sendo assim, os capítulos, a seguir, se baseiam em algumas normas internacionais (como [1,2,3,4,5]) e na norma Petrobras N-1848 - *Projeto de Fundações de Máquinas* [6], além das normas da ABNT sobre vibrações [7,8], fundações [9], ensaios SPT (*Standard Penetration Test*)[10], estruturas resistentes a sismos e outras aplicáveis ao assunto.

Dessa forma, este trabalho tem como objetivos: 1) Compilar informações sobre o assunto abordado, por ser um tema pouco estudado; 2) Analisar parâmetros de solo obtidos diretamente por ensaio de campo e parâmetros de solo obtidos por correlações; 3) Comparar as amplitudes de vibrações obtidas pelos projetos de fundações de máquinas com os valores de amplitudes obtidos através de medições de campo; 4) Apresentar conclusões e recomendações de projeto.

Vale lembrar que os maiores avanços na análise de fundações de máquinas têm ocorrido em áreas ligadas à Engenharia Sísmica por ser considerada uma área de maior importância e facilidade de obtenção de investimentos em pesquisas, apesar de ainda incipiente no Brasil. Entretanto, com a criação da primeira norma brasileira sobre estruturas resistentes a sismos, em 2006 [11], começa a ficar evidente a preocupação com o avanço dos estudos neste segmento.

### **1.2 DADOS BÁSICOS PARA O PROJETO DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS**

O projeto de fundações de máquinas engloba a análise do equipamento e suas forças geradas durante a operação, a avaliação das características do solo e das fundações, a elaboração de modelo estrutural e a análise dinâmica propriamente dita, a verificação dos deslocamentos máximos e suas tolerâncias, o projeto de isoladores (caso necessário), o dimensionamento estrutural e verificação das tensões máximas no solo.

É importante alertar que muitas das simplificações adotadas para a análise de fundações decorrem do procedimento normal de se considerar os equipamentos mecânicos e a fundação como sistemas dinâmicos independentes. Este procedimento pode levar a resultados pouco confiáveis quando se trata do comportamento dinâmico do sistema global.

De uma maneira geral, podem-se empregar duas abordagens para considerar as deformações do solo no cálculo da resposta dinâmica de uma fundação de máquina. Na primeira, procuram-se soluções analíticas ou numéricas, relativas ao problema de vibração de uma fundação rígida sobre um meio contínuo. Na segunda abordagem, o solo sob a fundação é representado por meio de molas e amortecedores lineares (modelo *Winkler-Voigt*). Estes elementos são aferidos para determinado intervalo de frequências, com base em resultados experimentais ou a partir de analogias com as soluções

analíticas ou numéricas mencionadas na primeira abordagem. Um aspecto comum às duas abordagens diz respeito ao comportamento dinâmico do solo.

Existem vários métodos de cálculo para considerar as deformações do solo sob a fundação. O ponto de partida dos métodos que admitem o meio contínuo é a solução das equações de onda que governam as deformações impostas em cada camada de solo ou semi-espaço. Entretanto, diversas condições de contorno são admitidas em cada solução. Os métodos podem ser dados por: Soluções Analíticas, Soluções Semi-analíticas e Método dos Elementos Finitos.

Grande parte das soluções é apresentada em forma de funções de rigidez dinâmica dos graus de liberdade de uma fundação equivalente. O termo fundação equivalente designa uma fundação que possui as mesmas propriedades físicas e geométricas da fundação original.

Segue Tabela 1.1 [12] contendo informações básicas para projeto conceitual de fundações de máquinas. Deve-se ressaltar que, para esta tabela, o “tipo de fundação” está associado somente ao grau de rigidez necessário da base.

Tabela 1.1 - Correlação entre as características das máquinas e tipo de fundação adequado [12]

<b>Grupo de Máquinas</b>	<b>Movimento Principal</b>	<b>Tipo de Máquina</b>	<b>Faixa de Frequência</b>	<b>Tipo de Fundação</b>
Máquinas de movimento periódico	Movimento de rotação uniforme	Geradores, motores elétricos, turbinas, bombas centrífugas	(Alta) $\geq 1000$ rpm	Fundações flexíveis: Pórticos ou blocos maciços com pequena base e/ou isolador adequado
	Movimento de rotação uniforme simultâneo a um movimento retilíneo alternativo	Máquinas de mecanismo biela-manivela: motores a pistão (gás ou diesel) e compressores a pistão	(Baixa) 0 – 500 rpm	Fundações rígidas: Blocos maciços com grande base
			(Média) 300 – 1000 rpm	Bloco com isolador
Máquinas de movimento não-periódico	Movimento de vai-vem seguido de choque	Martelos-pilão e martelos de forja		Bloco maciço ou vazado com absorvedor de choque

Para o projeto de fundações de máquinas devem ser obtidas informações a respeito do subsolo, do equipamento e da fundação. Estes aspectos serão tratados a seguir.

### 1.2.1 Parâmetros do Solo

Pode-se dizer que os parâmetros necessários de projeto, são:

- 1) Posição e natureza das camadas/perfil do solo;
- 2) Cota máxima do lençol freático;
- 3) Resistência das camadas;
- 4) Massa específica dos solos;
- 5) Módulo de cisalhamento dos solos;
- 6) Coeficiente de *Poisson* dos solos;
- 7) Módulo de elasticidade dos solos.

Os itens 1 a 3 podem ser avaliados através de ensaios SPT (*Standard Penetration Test*). O item 4 através de ensaio de determinação da massa específica aparente do solo *in situ* (podendo ser utilizado o método do frasco de areia, o do cilindro de cravação ou método do balão de borracha). Para a determinação dos parâmetros do item 5, considerando-se deformações máximas de  $10^{-3}\%$ , pode-se realizar o ensaio de coluna ressonante, *bender elements*, coluna ressonante e torcional cíclico combinados ou ensaios dinâmicos de campo (estes ensaios serão abordados mais detalhadamente no item 3.3.2 desta dissertação). Os parâmetros do item 6 podem ser determinados indiretamente (assume-se um valor) devido a dificuldade de sua determinação, ou a partir das velocidades de propagação das ondas primária e secundária. Por fim, os parâmetros do item 7 podem ser determinados por ensaios de campo, como prova de carga sobre placas ou ensaio pressiométrico, ou por ensaios de laboratório (a partir das curvas tensão-deformação).

Mais adiante estes parâmetros serão tratados detalhadamente.

### 1.2.2 Dados do Equipamento

Os desenhos de fabricação do equipamento devem conter:

- 1) Dimensão do chassi, dimensões principais do equipamento, posição do centro de gravidade do conjunto ou das partes componentes e fixação do equipamento à base/fundação (chumbadores, *inserts*);
- 2) Peso do conjunto ou dos elementos componentes do conjunto;
- 3) Frequências operacionais dos elementos componentes do conjunto;
- 4) Cargas dinâmicas;
- 5) Frequências críticas de operação da máquina;
- 6) Amplitudes máximas permissíveis de vibração;
- 7) Momento de curto-circuito (para motores elétricos ou geradores).

### 1.2.3 Dados Geométricos da Fundação

Nos projetos (conceitual e básico) de fundação de máquina deve-se atentar para os quatro itens a seguir, de forma que as dimensões da base sejam ajustadas para atender a todos os requisitos de estabilidade e segurança da melhor maneira possível.

Os parâmetros geométricos da fundação a serem considerados são:

- 1) Centróide da área da base;
- 2) Centro de gravidade do conjunto fundação + máquina;
- 3) Momento de inércia da área da base;
- 4) Momento de massa do conjunto fundação + máquina.

### **1.3 ABORDAGEM DO TRABALHO**

Inicialmente (Capítulo 2) serão expostas condições gerais sobre projeto de fundações de máquinas sem se restringir a um tipo de solo, de equipamento, de modelagem do sistema, à forma de obtenção de parâmetros do solo, etc. Em seguida, no Capítulo 3, serão tratadas condições específicas para o desenvolvimento de um projeto de fundações de máquinas. Neste capítulo serão abordadas, entre outras coisas, teorias de projeto e determinação dos parâmetros. Posteriormente abordar-se-ão solicitações dinâmicas tanto para máquinas rotativas como para máquinas alternativas no Capítulo 4. No Capítulo 5 será realizada uma breve explanação sobre segurança nas operações com máquinas. Por fim, no Capítulo 6, será realizado um estudo de caso onde serão apresentadas e analisadas medições de campo e cálculos de projeto para uma fundação de máquina estaqueada, além da análise dos parâmetros geotécnicos. O Capítulo 7 tratará de considerações e comparação dos resultados obtidos no Capítulo 6. O Capítulo 8 se encarregará de fechar o estudo com as conclusões e recomendações de projeto. A referência bibliográfica adotada para o estudo e elaboração desta dissertação encontrar-se-á no Capítulo 9.

# Capítulo 2 - Condições Gerais para Fundações de Máquinas

O custo de construção das fundações de máquinas é muito pequeno se comparado aos custos do equipamento em si. Então, qual o motivo de tanta preocupação com a fundação? Simplesmente por que se a fundação for danificada, o equipamento também o será.

## 2.1 CLASSIFICAÇÃO E RECOMENDAÇÕES GERAIS

Para fundações de máquinas deve-se realizar análise dinâmica, de forma que as vibrações provocadas pelas máquinas não causem danos nas fundações e vibrações excessivas. As máquinas impõem forças e momentos às fundações causando movimentos oscilatórios de translação na vertical e na horizontal, além de movimentos oscilatórios de rotação ou torção. Estas vibrações são transferidas da máquina para as fundações e destas para o solo. O estudo do comportamento do solo quando submetido a vibrações é de fundamental importância, pois os parâmetros do mesmo podem ser alterados de forma que o conjunto equipamento + fundação seja prejudicado.

No Capítulo 1 foi citada, como uma das disciplinas envolvidas no assunto, a Estática. A necessidade da análise dinâmica não elimina a necessidade da análise estática. Assim sendo, no projeto de fundações de máquinas deve ser avaliada a capacidade de suporte das fundações e do solo para cargas estáticas e dinâmicas, além das amplitudes e frequências admissíveis para os deslocamentos da máquina. Entretanto, em dinâmica dos solos, a limitação de deslocamentos é que define a segurança. Embora seja sempre verificada a capacidade de carga para garantir a segurança contra o colapso, o que normalmente condiciona o projeto é a limitação dos deslocamentos (imposta pelo fabricante do equipamento e pelos usuários).

A questão da segurança também deve ser considerada em projeto, verificando os efeitos da máquina em operação sobre pessoas (normalmente operadores), estruturas e equipamentos situados nas proximidades.

Segundo a N-1848 [6], têm-se as seguintes recomendações gerais:

- As fundações de máquinas devem ser desvinculadas das estruturas e fundações vizinhas;
- Deve-se evitar dispor a base em terreno com lençol freático elevado;
- Para fundações vizinhas de mesma característica, a cota de assentamento da fundação vibrante deve estar afastada e abaixo da não vibrante obedecendo, no mínimo, à relação de 1:3 (V:H);
- A análise de vibrações deve ser feita considerando o solo como um meio elástico;
- Os recalques sofridos pela fundação devem ser inferiores aos admitidos pelas tubulações que se ligam à máquina.

A seguir serão apresentadas recomendações (baseadas em norma) para cada tipo de fundação. Entretanto, deve-se considerar o fato de serem *recomendações gerais* e, portanto, salienta-se a importância da consideração das especificidades de cada projeto durante a execução do mesmo. Para exemplificar o dito acima, citar-se-á o item que recomenda evitar dispor a base em terreno com lençol freático elevado. Há a possibilidade de se prever o assentamento da base em tais condições, desde que as análises de projeto e os cálculos considerem tal situação.

Vale lembrar que o emprego das recomendações de normas deve ser acompanhado de conhecimento científico.

### **2.1.1 Fundações Diretas**

Para efeito de uma boa compreensão, ressonância é por definição: fenômeno que ocorre quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais de um sistema elástico (nesse caso, o sistema fundação-solo). As amplitudes de vibração de um sistema em ressonância podem atingir valores muito elevados. Dessa forma, essa condição deve ser sempre evitada. Uma das formas de se evitar isto é alterar a massa da fundação ou sua rigidez. A norma N-1848 [6] pede que a frequência operacional seja mantida a uma distância de, pelo menos, 20% da frequência natural da fundação.

Caso a frequência fundamental da fundação seja inferior à frequência de excitação da máquina, diz-se que a fundação está subsintonizada (*low-tuned*). Caso a frequência fundamental da fundação seja superior à frequência de excitação da máquina, diz-se que a fundação está sobre-sintonizada (*over-tuned*).

Deve-se ressaltar que um sistema elástico possui tantas frequências naturais quantos forem seus graus de liberdade.

Serão citados alguns aspectos a serem analisados quando se projeta fundações diretas para máquinas, segundo a N-1848 [6]:

- A tensão no solo devida às cargas estáticas deve ser, no máximo, igual a 50% da tensão admissível do terreno. A soma das tensões devidas aos efeitos estático e dinâmico não deve exceder 75% da tensão admissível do terreno;
- Sugere-se adotar uma razão massa da fundação / massa da maquinaria, da seguinte forma:

Equipamentos alternativos:

$$\frac{\text{massa da fundação}}{\text{massa da maquinaria}} > 3$$

Equipamentos rotativos:

$$2 < \frac{\text{massa da fundação}}{\text{massa da maquinaria}} < 3$$

(lembrar que esta sugestão de norma não prescinde da análise dinâmica em máquinas);

- Caso não seja possível manter o bloco de fundação acima do lençol freático, deve-se adotar fundação estaqueada;
- Deve ser evitado o assentamento da fundação em aterro.

### 2.1.2 Fundações Profundas

O estudo prático que será realizado mais adiante irá tratar desse tipo de fundação.

De acordo com a N-1848 [6], para fundações profundas alguns cuidados especiais também devem ser considerados na fase de projeto, dentre eles pode-se citar:

- A carga estática em cada estaca deve estar limitada a 50% de sua carga admissível;
- Recomenda-se que a relação entre ‘espaçamento entre estacas’ e ‘diâmetro da estaca’ seja maior ou igual a 5, devendo o espaçamento entre estacas ser o maior possível;
- Relação da massa do bloco de coroamento / massa maquinaria:

Para equipamentos rotativos:

$$1,5 < \frac{\text{massa do bloco de coroamento}}{\text{massa da maquinaria}} < 2,5$$

Para equipamentos alternativos:

$$2,5 < \frac{\text{massa do bloco de coroamento}}{\text{massa da maquinaria}} < 4,0$$

(lembrar que esta sugestão de norma não prescinde da análise dinâmica em máquinas);

- Deve-se adotar 60 cm de penetração para os ferros da estaca no bloco e 30 cm de embutimento para estacas metálicas, de forma a garantir uma boa ancoragem entre as estacas e os blocos de coroamento.

### 2.1.3 Máquinas Elevadas (Pórticos)

Os principais aspectos de projeto a serem abordados para este caso, segundo a N-1848 [6], são:

- A carga estática nas colunas deve ser, no máximo, igual a 1/6 da sua máxima carga admissível. Além disso, a tensão média de compressão deve ser aproximadamente a mesma para todas as colunas;
- O espaçamento máximo entre as colunas, deve ser da ordem de 3,5m;
- Para máquinas rotativas, a massa total da estrutura deve ser, no mínimo, igual a 3 vezes a massa suportada pela máquina. Esta relação deve ser de 5 para máquinas alternativas;
- A massa da laje do topo não deve ser menor que a da máquina;
- Deve ser feita a verificação das colunas e vigas do pórtico para evitar a possibilidade de ressonância isolada dos membros construtivos da estrutura;

A frequência natural dos vãos de vigas entre colunas pode ser estimada por meio da Tabela 2.1 ou obtida facilmente pelos programas computacionais tipo SALT ou SAP2000.

Tabela 2.1 - Frequências naturais [6]

VIGA	$f_n$
Bi-apoiada	$\frac{9,87\sqrt{EI}}{2\pi\sqrt{ql^4}}$
Engastada-apoiada	$\frac{15,4\sqrt{EI}}{2\pi\sqrt{ql^4}}$
Bi-engastada	$\frac{22,4\sqrt{EI}}{2\pi\sqrt{ql^4}}$
Engastada-livre	$\frac{3,52\sqrt{EI}}{2\pi\sqrt{ql^4}}$

$q$  é a massa total por unidade de comprimento da viga;

$I$  é o momento de inércia à flexão da viga;

$E$  é o modulo de elasticidade do material;

$l$  é o comprimento do vão da viga.

## 2.2 OUTRAS CLASSIFICAÇÕES DE FUNDAÇÕES PARA MÁQUINAS

Existem diversas classificações para os tipos de fundações de máquinas ou para o próprio equipamento, e normalmente os livros didáticos utilizam-se dessas classificações para a orientação dos estudos. Na Tabela 1.1 foi apresentada uma classificação das fundações quanto ao grau de rigidez da base. Somente para efeito de introdução ao assunto serão apresentadas mais algumas das classificações possíveis.

Segundo MAJOR [13], as fundações são divididas em 2 grupos, sendo eles:

- 1) Blocos ou fundações simples (fundações maciças e contendo aberturas com até 50% de seu volume);
- 2) Fundações complexas (tipo parede, tipo caixão, aporticada ou caracterizada por uma laje superior sustentada por aparelhos de apoio).

ALMEIDA NETO [14] adota em sua dissertação uma classificação mais adequada para a análise dinâmica da fundação, sendo ela:

- 1) Fundações para máquinas que produzem esforços periódicos de baixa ou média frequência;
- 2) Fundações para máquinas que produzem esforços de impacto;
- 3) Fundações de turbinas;
- 4) Fundações para outros tipos de máquinas ou equipamentos, como prensas, moinhos, torres de radar, etc.

Será citada ainda uma classificação utilizada pela norma N-1848 [6] que se baseia na frequência de operação do equipamento:

- 1) Baixa a média frequência (0rpm-500rpm): grandes máquinas alternativas, compressores e grandes *blowers*;
- 2) Média a alta frequência (300rpm-1000rpm): equipamentos alternativos de tamanho médio tais como motores a diesel e a vapor;
- 3) Frequência muito alta (>1000rpm): máquinas de alta velocidade tais como motores de combustão interna, motores elétricos e turbogeradores.

Como este trabalho se restringirá a um caso específico, a escolha do critério de classificação a ser adotado não traria grandes alterações no estudo elaborado e/ou dificuldades no entendimento do mesmo.

# Capítulo 3 - Condições Específicas para Fundações de Máquinas

## 3.1 INTRODUÇÃO

Ao iniciarem-se os estudos para um projeto de fundações de máquinas, deve-se considerar primeiramente o comportamento dinâmico das bases em questão. De acordo com os dados da máquina, como o valor da velocidade efetiva de vibração, é possível avaliar este comportamento dinâmico.

Entenda-se por velocidade efetiva de vibração, o máximo valor da raiz quadrática média da velocidade de vibração medida em pontos significativos da máquina, tais como um mancal, um ponto de fundação, etc.

$$\text{Assim, tem-se: } v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2}(V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2)} .$$

A norma brasileira NBR 10082 - *Vibração Mecânica de Máquinas com Velocidades de Operação de (600 a 12000) rpm – Bases para especificação e padrões de avaliação* [15], auxilia na avaliação da vibração de máquinas normais considerando a confiabilidade, segurança e percepção humana.

De acordo com a NBR 10082 [15], as máquinas se classificam da seguinte forma:

- a) Classe I: partes individuais de motores e máquinas integralmente conectadas com a máquina completa na sua condição de operação normal (motores elétricos de produção de até 15KW são exemplos típicos de máquinas nesta categoria);
- b) Classe II: máquinas de tamanho médio (tipicamente motores elétricos de 15KW até 75KW de potência sem fundações especiais, motores ou máquinas montadas rigidamente até 300KW) sobre fundações especiais;
- c) Classe III: máquinas motrizes grandes e outras máquinas grandes com massas rotativas montadas sobre fundações rígidas e pesadas, que são relativamente rígidas na direção de medição de vibração;

- d) Classe IV: máquinas motrizes grandes e outras máquinas grandes com massas rotativas, montadas sobre fundações que são relativamente flexíveis na direção de medição de vibração (por exemplo, conjunto de turbogeradores, especialmente aqueles montados sobre estruturas leves);
- e) Classe V: máquinas e sistemas acionadores mecânicos com forças de inércia não balanceáveis (devido às partes alternativas), montados sobre fundações que são relativamente rígidas na direção da medição de vibração;
- f) Classe VI: máquinas e sistemas acionadores mecânicos com forças de inércia não balanceáveis (devido às partes alternativas), montados sobre fundações que são relativamente flexíveis na direção de medições de vibração; máquinas com massas rotativas frouxamente acopladas, tais como eixos batedores em moinho; máquinas, como centrífugas, com desbalanceamentos variáveis capazes de operação como unidades próprias sem componentes de conexão; peneiras vibratórias, máquinas de ensaios dinâmicos de fadiga e excitadores de vibração usados em processos industriais.

A partir daí, esta mesma norma [15] descreve as faixas de severidade de vibração conforme Tabela 3.1.

Vale destacar o conceito de severidade de vibração como uma unidade simples para descrever o estado de vibração de uma máquina. Baseado em considerações teóricas e experiência prática, o valor efetivo da velocidade de vibração foi escolhido como unidade de medida para a indicação de severidade de vibração.

Tabela 3.1 - Faixas de severidade de vibração [15]

FAIXA DE CLASSIFICAÇÃO	FAIXA DE VELOCIDADE (valor efetivo da velocidade de vibração)	
	mm/s	
	ACIMA DE	ATÉ
0,11	0,071	0,112
0,18	0,112	0,18
0,28	0,18	0,28
0,45	0,28	0,45
0,71	0,45	0,71
1,12	0,71	1,12
1,8	1,12	1,8
2,8	1,8	2,8
4,5	2,8	4,5
7,1	4,5	7,1
11,2	7,1	11,2
18	11,2	18
28	18	28
45	28	45
71	45	71

Por fim, tem-se uma correlação entre as classificações das máquinas e as faixas de severidade de vibração das mesmas. Esta correlação, mostrada na Tabela 3.2, possibilita uma avaliação do comportamento dinâmico da máquina.

Tabela 3.2 - Faixa de severidade de vibração e exemplos de suas aplicações a máquinas pequenas (Classe I), máquinas de tamanho médio (Classe II), máquinas grandes (Classe III) e turbomáquinas (Classe IV) [15]

Faixa de severidade de vibração		Exemplos de avaliação de qualidade para classes diferentes de máquinas			
Faixa	Velocidade Efetiva $v$ (mm/s) nos limites da faixa	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV
0,28	0,28	A	A	A	A
0,45	0,45				
0,71	0,71				
1,12	1,12	B	B	B	B
1,8	1,8				
2,8	2,8	C	C	C	C
4,5	4,5				
7,1	7,1	D	D	D	D
11,2	11,2				
18	18				
28	28				
45	45				
71					

NOTA: O projeto da fundação deve ser orientado de modo que a máquina se enquadre dentro das faixas A ou B de comportamento.

A é bom;

B é satisfatório;

C é pouco satisfatório;

D é ruim, ou não satisfatório.

Para a determinação das amplitudes de pico de deslocamento há um ábaco de conversão que parte dos valores da velocidade efetiva. O ábaco citado é apresentado na Figura 3.1.

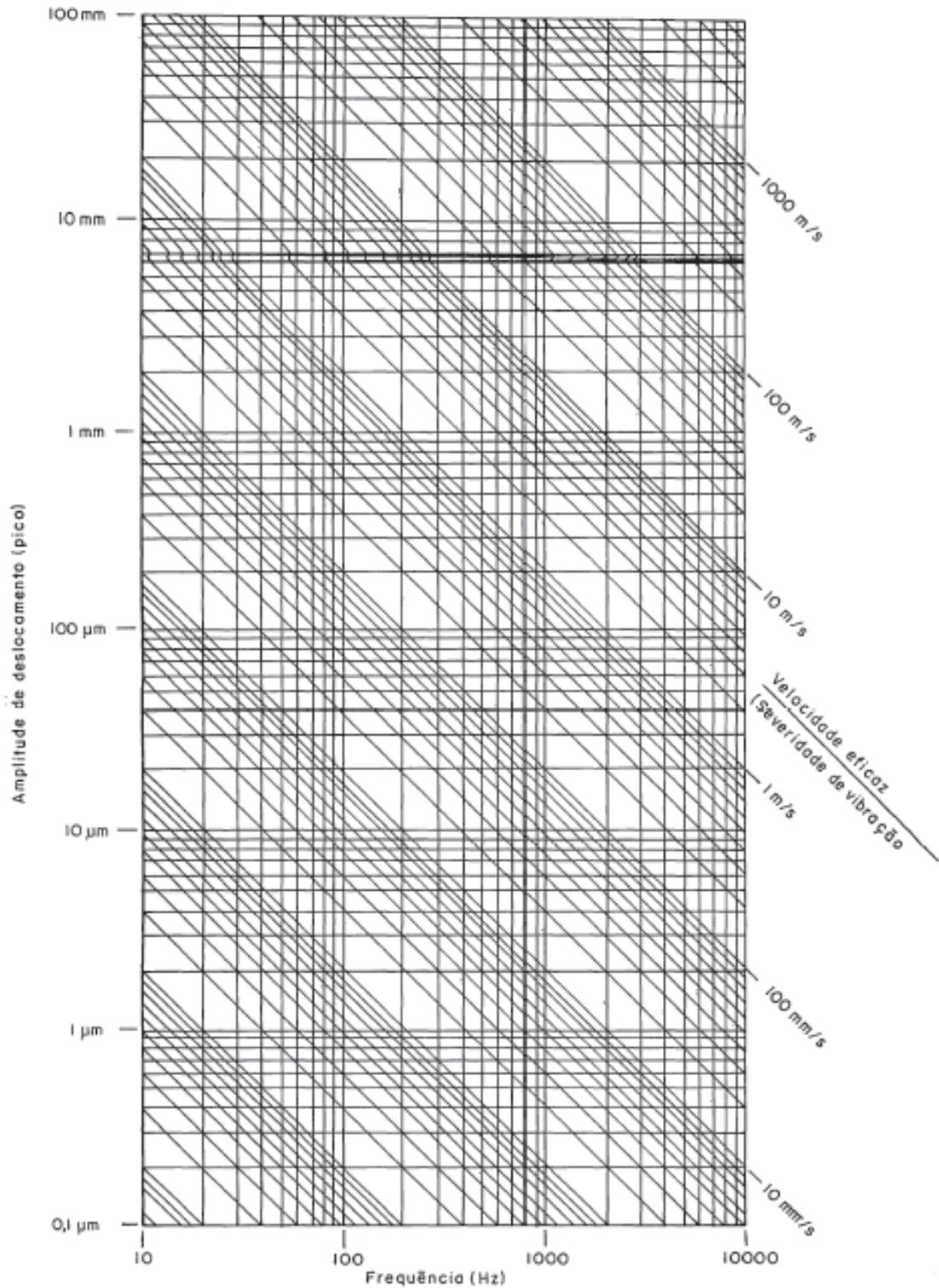


Figura 3.1 - Amplitude de pico de deslocamento em função da frequência para vários valores da velocidade efetiva [15]

Ao abordar o assunto de severidade das vibrações, deve-se mencionar também a norma NBR 10272 [16], que trata da *Medição e Avaliação de Severidade das Vibrações Mecânicas de Máquinas Elétricas Rotativas com Altura de Eixo entre 80 mm e 400 mm*. Esta norma aborda, dentre outras coisas, os pontos preferíveis para realização

de medição. Os pontos de medição são preferivelmente escolhidos onde a energia de vibração é transmitida aos suportes elásticos, ou outras partes do sistema. Desta forma, as medições devem ser efetuadas, sempre que possível, sobre mancais, nas vizinhanças da árvore em três direções perpendiculares, na máquina operando somente na posição que ocupa sob condições normais (árvore horizontal e vertical) conforme Figura 3.2.

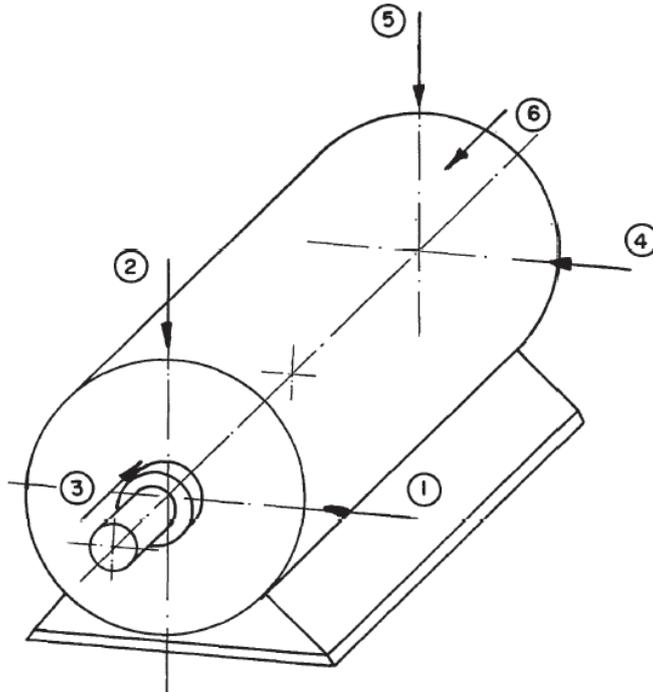


Figura 3.2 - Pontos de medição recomendados [16]

### 3.2 TEORIA DE PROJETO

Comumente são adotadas duas teorias de análise distintas para o projeto de uma fundação de máquina: a teoria do semi-espaco elástico e a teoria da mola elástica linear sem peso.

Antes de aprofundar as teorias de projeto, se abordará sucintamente o funcionamento de máquinas rotativas e alternativas. Assim sendo, tem-se como propósito de uma bomba centrífuga a conversão da energia de uma fonte motriz principal (um motor elétrico ou turbina), a princípio, em velocidade ou energia cinética, e posteriormente, em energia de pressão do fluido que será bombeado. Estas transformações de energia acontecem em virtude de duas partes principais da bomba: o impulsor e a voluta (ou difusor). O impulsor é a parte giratória que converte a energia

do motor em energia cinética. A voluta ou difusor é a parte estacionária que converte a energia cinética em energia de pressão.

Já para as máquinas alternativas, um exemplo clássico é o mecanismo de manivela, que transforma o movimento de translação em movimento de rotação ou vice-versa, através do uso de pistão conforme Figura 3.3.

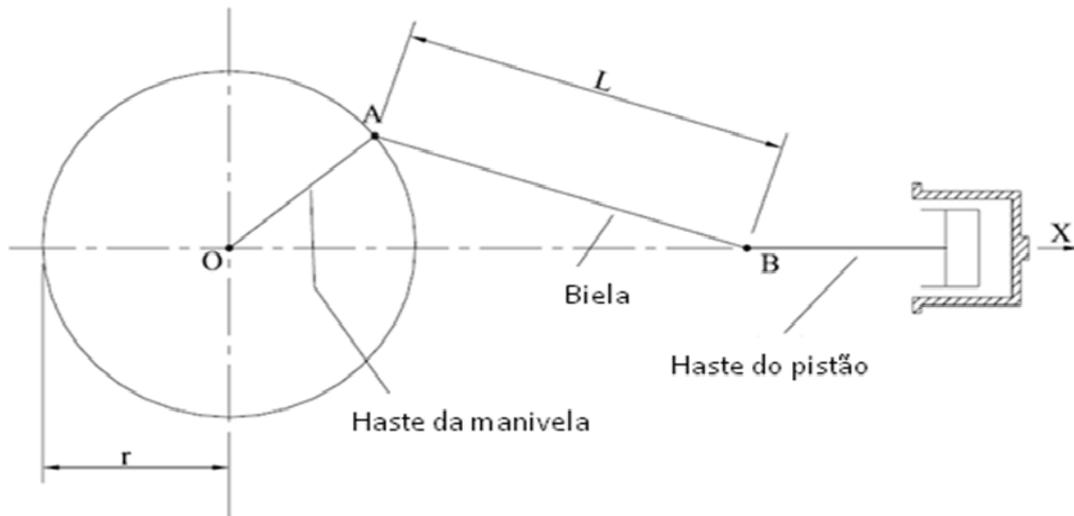


Figura 3.3 - Mecanismo tipo manivela simples [17, modificado]

O modo de funcionamento do mecanismo tipo manivela simples ocorre da seguinte forma: O pistão tem movimento oscilatório ao longo do eixo. A partir desse movimento, a manivela rotaciona em torno do O. O ponto A faz um percurso circular, enquanto no ponto B o percurso oscila linearmente. Entre os pontos A e B, o percurso é elíptico.

Vale dizer que a função periódica é uma boa representação dos esforços gerados pelas máquinas alternativas.

Seguem as teorias de análise, citadas anteriormente, para determinação das frequências naturais do sistema solo-fundação e das amplitudes de movimento.

### 3.2.1 Método de Semi-Espaço Elástico

Este método considera a fundação de uma máquina oscilante com base (geralmente circular) repousando no solo, que é tido como um meio semi-infinito, elástico, homogêneo e isotrópico. Vale dizer que este método foi desenvolvido para as fundações diretas.

A teoria do semi-espaço elástico pode ser aplicada em bases com forma retangular, de lados com dimensões  $a$  e  $b$ , utilizando-se o chamado raio equivalente ( $r_0$ ), que difere de acordo com a direção da vibração.

Para este método as fórmulas dos parâmetros dos solos utilizados são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Parâmetros equivalentes para análise de uma fundação circular sobre um semi-espaço elástico [18]

Modo	Vertical	Horizontal	Balanço	Torção
Raio equivalente ( $r_0$ )	$\sqrt{\frac{ab}{\pi}}$	$\sqrt{\frac{ab}{\pi}}$	$\sqrt[4]{\frac{ba^3}{3\pi}}$	$\sqrt[4]{\frac{ba(a^2 + b^2)}{6\pi}}$
Rigidez ( $k_i$ )	$\frac{4Gr_0}{1-\nu}$	$\frac{32(1-\nu)}{7-8\nu}Gr_0$	$\frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16Gr_0^3}{3}$
Razão de massa ( $B_i$ )	$\frac{(1-\nu)m}{4\rho r_0^3}$	$\frac{(7-8\nu)m}{32(1-\nu)\rho r_0^3}$	$\frac{3(1-\nu)M_{m0}}{8\rho r_0^5}$	$\frac{M_{mz}}{\rho r_0^5}$
Fração de amortecimento ( $\xi_i$ )	$\frac{0,425}{\sqrt{B_z}}$	$\frac{0,2875}{\sqrt{B_x}}$	$\frac{0,15}{(1+B_\phi)\sqrt{B_\phi}}$	$\frac{0,5}{1+2B_\psi}$

A seguir são apresentadas as equações de movimento e as fórmulas utilizadas para obtenção das frequências e das amplitudes, devido ao carregamento dinâmico, de acordo com o modo de vibração, utilizando-se o método do semi-espaço elástico.

**- Vibrações verticais:**

A equação de movimento para uma força vertical  $P_z$  aplicada na fundação é a seguinte:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + k_z z = P_z \cdot e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

A frequência natural da fundação na direção z é dada por:

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{k_z}{m}}, \quad (3.2)$$

onde  $m$  é a massa da fundação.

Para a fundação sujeita à carga dinâmica vertical,  $P_z$ , a amplitude de operação é dada por:

$$A_z = \frac{P_z}{k_z \sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{nz}}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi_z \frac{\omega}{\omega_{nz}}\right)^2}} \quad (3.3)$$

**- Vibrações de torção:**

A equação do movimento para um momento horizontal atuante no eixo z, força  $M_z e^{i\omega t}$ , é a seguinte:

$$M_{mz} \ddot{\Psi} + c_\Psi \dot{\Psi} + k_\Psi \Psi = M_z e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

A frequência natural de uma fundação sujeita a vibrações em torno da axial z é dada por:

$$\omega_{n\Psi} = \sqrt{\frac{k_\Psi}{M_{mz}}}, \quad (3.5)$$

onde  $M_{mz}$  é o momento de inércia da fundação em torno do eixo vertical.

Para fundações circulares, o  $M_{mz}$  é dado por:

$$M_{mz} = \frac{\pi r_0^2 H r_0^2}{g} \gamma_C. \quad (3.6)$$

Quando a fundação não é circular, o  $M_{mz}$  é determinado por

$$M_{mz} = M_{mx} + M_{my} \quad (3.7)$$

onde

$$M_{mx} = \frac{m}{12} (b^2 + H^2) \quad (3.8)$$

$$M_{my} = \frac{m}{12} (H^2 + a^2) \quad (3.9)$$

A amplitude é expressa por:

$$A_\Psi = \frac{M_z}{k_\Psi \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n\Psi}}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi_\Psi \frac{\omega}{\omega_{n\Psi}}\right)^2}}. \quad (3.10)$$

**- Vibrações horizontais e de rotação simultâneas:**

Somente em condições ideais é que há o movimento horizontal ou de rotação. Para que houvesse o movimento puro de deslizamento seria necessário: que a massa da base estivesse em uma camada muito fina apoiada no solo, de tal forma que o

centro de gravidade e as forças atuantes – restrição e excitação do movimento – estivessem numa mesma linha. Veja a representação na Figura 3.4.

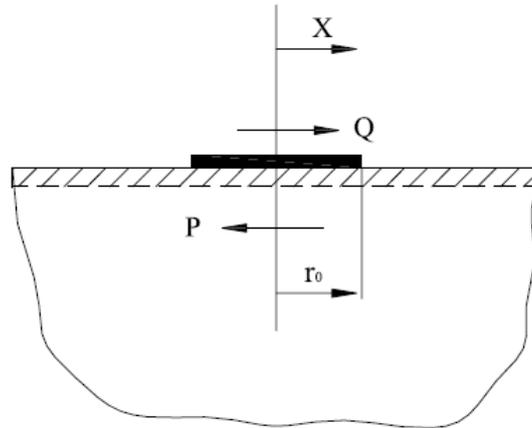


Figura 3.4 - Modelo de vibração horizontal [18]

A Figura 3.5 ilustra o que seria um movimento puro de rotação. Na realidade, numa fundação onde há aplicação de força horizontal,  $P_x$  e/ou momento  $M_y$ , tem-se movimento de deslizamento e de rotação simultaneamente.

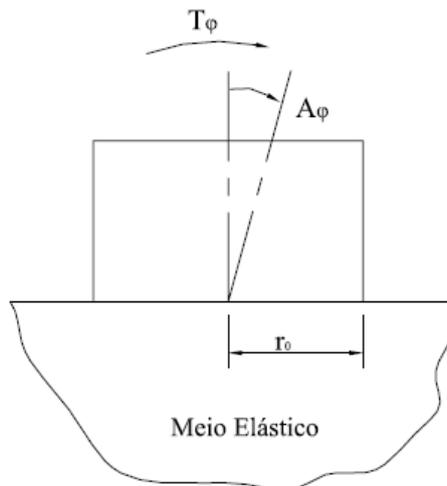


Figura 3.5 - Modelo de vibração de rotação [18]

Considerando-se que há movimento de puro deslizamento exercido pela força  $P_x$ , a equação de movimento é dada por

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = P_x \quad (3.11)$$

No movimento de puro balanço exercido pelo momento  $M_y$ , a equação de movimento é

$$M_{m0}\ddot{\phi} + c_\phi\dot{\phi} + k_\phi\phi = M_y \quad (3.12)$$

As frequências naturais referentes à vibração de deslizamento na direção  $x$  e à vibração de balanço, não as considerando acopladas são:

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{k_x}{m}} \quad (3.13)$$

e

$$\omega_{n\phi} = \sqrt{\frac{k_\phi}{M_{m0}}} \quad (3.14)$$

onde  $M_{m0}$  é o momento de inércia do sistema em relação ao eixo e passa através do centroide da base e é perpendicular ao plano de vibração.

Numa fundação circular, o  $M_{m0}$  é determinado por:

$$M_{m0} = \frac{\pi r_0^2 H}{g} \left( \frac{r_0^2}{4} + \frac{H^2}{3} \right) \gamma_c . \quad (3.15)$$

Enquanto que, numa fundação que não seja circular, o  $M_{m0}$  é dado por:

$$M_{m0} = M_m + mL^2, \quad (3.16)$$

onde  $M_m$  é o momento de inércia do sistema, fundação e máquina, em relação a um eixo passando pelo centro de gravidade do sistema.  $L$  é a distância entre o centro de gravidade do sistema e a base.

Numa fundação onde atua um momento vertical  $M_y = M_y e^{i\omega t}$  e uma força horizontal  $P_x = P_x e^{i\omega t}$ , a equação de movimento para o deslizamento é

$$m\ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x - Lc_x \dot{\phi} - Lk_x \phi = P_x e^{i\omega t}. \quad (3.17)$$

Enquanto a equação de movimento para a vibração de balanço é

$$M_m \ddot{\phi} + (c_\phi + L^2 c_x) \dot{\phi} + (k_\phi + L^2 k_x) \phi - Lc_x \dot{x} - Lk_x x = M_y e^{i\omega t}. \quad (3.18)$$

As frequências naturais referentes às vibrações de deslizamento e rotação acopladas são obtidas por:

$$\omega_n^4 - \left( \frac{\omega_{nx}^2 + \omega_{n\phi}^2}{\gamma} \right) \omega_n^2 + \frac{\omega_{nx}^2 \omega_{n\phi}^2}{\gamma} = 0, \quad (3.19)$$

onde

$$\gamma = \frac{M_m}{M_{m0}} \quad (3.20)$$

e

$$M_m = \frac{\pi r_0^2 H \gamma_c r_0^2}{4g}. \quad (3.21)$$

As amplitudes de vibração horizontal e de rotação ocasionadas pelo momento  $M_y$  são:

$$A_x = \frac{M_y}{M_m} \frac{\sqrt{(\omega_{nx}^2)^2 + (2\xi_x \omega_{nx})^2}}{\Delta(\omega^2)} \quad (3.22)$$

e

$$A_\phi = \frac{M_y}{M_m} \frac{\sqrt{(\omega_{nx}^2 - \omega^2)^2 + (2\xi_x \omega_{nx} \omega)^2}}{\Delta(\omega^2)}. \quad (3.23)$$

As amplitudes de vibração horizontal e de rotação ocasionadas pela força horizontal  $P_x$  são:

$$A_x = \frac{P_x}{mM_m} \frac{\sqrt{(-M_m \omega^2 + k_\phi + L^2 k_x)^2 + 4\omega^2 (\xi_\phi \sqrt{k_\phi M_{m0}} + L^2 \xi_x \sqrt{k_x m})^2}}{\Delta(\omega^2)} \quad (3.24)$$

e

$$A_\phi = \frac{P_x L}{M_m} \frac{\omega_{nx} \sqrt{\omega_{nx}^2 + 4\xi_x \omega^2}}{\Delta(\omega^2)}, \quad (3.25)$$

onde o  $\Delta(\omega^2)$  é calculado pela seguinte expressão:

$$\Delta(\omega^2) = \left\{ \left[ \omega^4 - \omega^2 \left( \frac{\omega_{n\phi}^2 + \omega_{nx}^2}{\gamma} - \frac{4\xi_x \xi_\phi \omega_{nx} \omega_{n\phi}}{\gamma} \right) + \frac{\omega_{nx}^2 \omega_{n\phi}^2}{\gamma} \right]^2 + \left[ \xi_x \frac{\omega_{nx} \omega}{\gamma} (\omega_{n\phi}^2 - \omega^2) + \frac{\xi_\phi \omega_{n\phi} \omega}{\gamma} (\omega_{nx}^2 - \omega^2) \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (3.26)$$

Quando estiverem atuando simultaneamente a força e o momento, as amplitudes resultantes serão a soma da equação (3.22) com a equação (3.24) e da equação (3.23) com a equação (3.25).

### 3.2.2 Método da Mola Elástica Linear sem Peso

Neste método utiliza-se da equivalência do solo, que serve de apoio para a fundação, a um conjunto de molas elásticas independentes que produzem forças reativas

proporcionais aos deslocamentos desenvolvidos.

Desta forma, as hipóteses a serem consideradas são:

- O solo pode ser representado por molas elásticas lineares;
- O bloco de fundação é muito mais rígido que o solo;
- O peso do solo abaixo da fundação não é considerado;
- O amortecimento do solo é desprezado;
- A fundação está apoiada no solo.

Com as considerações acima apresentadas, o sistema solo-fundação pode ser representado pelo sistema mola-massa equivalente, em que a mola representa a elasticidade do solo e a massa é constituída pelo conjunto fundação + máquina.

Vale dizer que este método se aplica a fundações diretas e a fundações sobre estacas.

A seguir serão apresentadas as equações de movimento e as fórmulas utilizadas para obtenção das frequências e das amplitudes devido à carga dinâmica, que modificam de acordo com o modo de vibração, aplicando o método desenvolvido por BARKAN [19]. Vale dizer que este método data de 1962 e que, apesar de ainda ser empregado em situações práticas, hoje existem maneiras mais adequadas de se obter os valores de tais frequências e amplitudes.

#### **- Vibrações verticais:**

Para existir somente a vibração vertical (exercida por  $P_z$ ), é necessário que o centro de gravidade da fundação, a máquina e o centroide da área da base da fundação em contato com o solo estejam numa mesma linha vertical e que essa coincida com a linha de ação da carga aplicada.

Como o bloco de fundação é considerado rígido, o movimento pode ser analisado pelo deslocamento no centro de gravidade. Dessa maneira, a massa pode ser representada por uma massa concentrada. Assim, o sistema pode ser reduzido a um sistema com um grau de liberdade não amortecido, em que a equação de movimento é definida por:

$$m\ddot{z} + k_z z = P_z, \quad (3.27)$$

onde  $k_z = C_u A$ .

A frequência natural é fornecida por:

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{C_u A}{m}}. \quad (3.28)$$

A amplitude é obtida por:

$$A_z = \frac{P_z}{m(\omega_{nz}^2 - \omega^2)}. \quad (3.29)$$

**- Vibrações horizontais:**

Quando só é exercida a força horizontal  $P_x$ , nas condições semelhantes às das vibrações verticais, a equação de movimento é dada por:

$$m\ddot{x} + k_x x = P_x, \quad (3.30)$$

onde  $k_x = C_\tau A$ .

A frequência natural é a seguinte:

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{C_\tau A}{m}}. \quad (3.31)$$

A amplitude é dada por:

$$A_x = \frac{P_x}{m(\omega_{nx}^2 - \omega^2)}. \quad (3.32)$$

**- Vibrações de rotação:**

Considerando-se o momento excitante  $M_y$ , atuante no plano vertical da fundação  $xz$  para vibrações de rotação, assume-se que o centro de massa do conjunto fundação + máquina e o centroide da base encontram-se numa mesma linha vertical localizada no plano do momento. Assim, a equação de movimento para vibrações de rotação com um momento  $M_y$  aplicado na fundação é a seguinte:

$$M_{m0}\ddot{\phi} + (C_\phi I - WL)\phi = M_y, \quad (3.33)$$

onde:

$M_{m0}$  é o momento de inércia de massa do sistema em relação ao eixo de rotação;

$L$  é a distância entre o centro de gravidade do sistema e o eixo horizontal;

$W$  é o peso da fundação.

A frequência natural é:

$$\omega_{n\phi} = \sqrt{\frac{C_\phi I - WL}{M_{m0}}}. \quad (3.34)$$

O  $WL$  pode ser desprezado, pois seu valor é muito menor que o de  $C_\phi I$ .

Assim, a rigidez de vibrações de rotação é definida por:

$$k_\phi = C_\phi I. \quad (3.35)$$

A amplitude é obtida por:

$$A_\phi = \frac{M_\phi}{M_{m0}(\omega_{n\phi}^2 - \omega^2)}. \quad (3.36)$$

A amplitude máxima vertical é a seguinte:

$$A_v = \frac{a}{2} A_\phi, \quad (3.37)$$

onde  $a$  é a dimensão da base da fundação perpendicular ao eixo de rotação.

E a amplitude máxima horizontal é dada por:

$$A_h = HA_\phi. \quad (3.38)$$

#### - Vibrações de torção:

A equação de movimento para um momento  $M_z$  aplicado na fundação, em que a posição da fundação é definida pelo ângulo de rotação  $\psi$ , é expressa por:

$$M_{mz} \ddot{\psi} + k_\psi \psi = M_z, \quad (3.39)$$

onde  $k_\psi = C_\psi J_z$ .

O  $M_{mz}$  é o momento de inércia de massa do sistema sobre o eixo vertical de rotação.

A frequência natural é a seguinte:

$$\omega_{n\psi} = \sqrt{\frac{C_\psi - J_z}{M_{mz}}}. \quad (3.40)$$

A amplitude é a seguinte:

$$A_\psi = \frac{M_z}{M_{mz}(\omega_{n\psi}^2 - \omega^2)}. \quad (3.41)$$

A amplitude horizontal é:

$$A_h = rA_\psi, \quad (3.42)$$

onde  $r$  é a distância horizontal do ponto na fundação ao eixo vertical.

#### - Vibrações horizontais e de rotação simultâneas:

Considerando-se que o centro de gravidade da máquina e fundação e o centroide da área da base da fundação se encontram num mesmo eixo vertical e há

aplicação da força  $P_x$  e o momento  $M_y$ , as equações de movimento para o caso não amortecido são:

$$m\ddot{x} + k_x(x - L\phi) = P_x \quad (3.43)$$

e

$$M_m\ddot{\phi} - k_xLx + (k_\phi - WL + k_xL^2)\phi = M_y \quad (3.44)$$

A frequência natural é:

$$\omega_n^4 - \left( \frac{\omega_{nx}^2 + \omega_{n\phi}^2}{\gamma} \right) \omega_n^2 + \frac{\omega_{nx}^2 \omega_{n\phi}^2}{\gamma} = 0, \quad (3.45)$$

sendo  $\gamma$  determinado pela Equação (3.20).

As amplitudes amortecidas de vibração horizontal e de rotação ocasionada pelo momento  $M_y$  são:

$$A_{x=} = \frac{M_y(k_xL)}{\Delta(\omega^2)} \quad (3.46)$$

e

$$A_\phi = \frac{M_y(k_x - m\omega^2)}{\Delta(\omega^2)}. \quad (3.47)$$

As amplitudes amortecidas de vibração horizontal e de rotação ocasionadas pela força horizontal  $P_x$  são:

$$A_{x=} = \frac{P_x(k_xL^2 + k_\phi - WL - M_m\omega^2)}{\Delta(\omega^2)} \quad (3.48)$$

e

$$A_\phi = \frac{P_x(k_xL)}{\Delta(\omega^2)}, \quad (3.49)$$

onde o  $\Delta(\omega^2)$  é:

$$\Delta(\omega^2) = mM_m(\omega_{n1}^2 - \omega)(\omega_{n2}^2 - \omega). \quad (3.50)$$

Quando estiver atuando simultaneamente o momento,  $M_y$ , e a força,  $P_x$ , as amplitudes resultantes serão as somas da equação (3.46) com a equação (3.48) e da equação (3.47) com a equação (3.49), resultando em:

$$A_{x=} = \frac{M_y(k_xL) + P_x(k_xL^2 + k_\phi - WL - M_m\omega^2)}{\Delta(\omega^2)} \quad (3.51)$$

e

$$A_{\phi} = \frac{M_y(k_x - m\omega^2) + P_x(k_x L)}{\Delta(\omega^2)}. \quad (3.52)$$

A amplitude horizontal resultante dos dois tipos de vibrações é dada por:

$$A_h = A_x + hA_{\phi}, \quad (3.53)$$

onde  $h$  é a distância do topo da fundação ao centro de gravidade do sistema.

### 3.3 PARÂMETROS DOS SOLOS

A seguir serão tratados os parâmetros necessários à análise de fundações de máquinas, independente do tipo de base e da teoria empregada para o cálculo. Aproveita-se para mencionar que as deformações do solo provocadas pelos esforços dinâmicos das fundações de máquinas são geralmente muito menores que as produzidas pelo carregamento estático.

O valor do módulo de cisalhamento dinâmico pode reduzir mais de dez vezes ao passar de uma amplitude de deformação cisalhante de  $10^{-3}\%$  para  $1\%$ . Daí se depreende que é essencial a avaliação deste parâmetro a níveis de deformação compatíveis com cada problema específico em estudo, conforme mostra Figura 3.6 [20]. Neste caso, o problema em estudo diz respeito às fundações de máquinas, que quando adequadamente projetadas atingem amplitude de deformação cisalhante da ordem de  $10^{-3}\%$ .

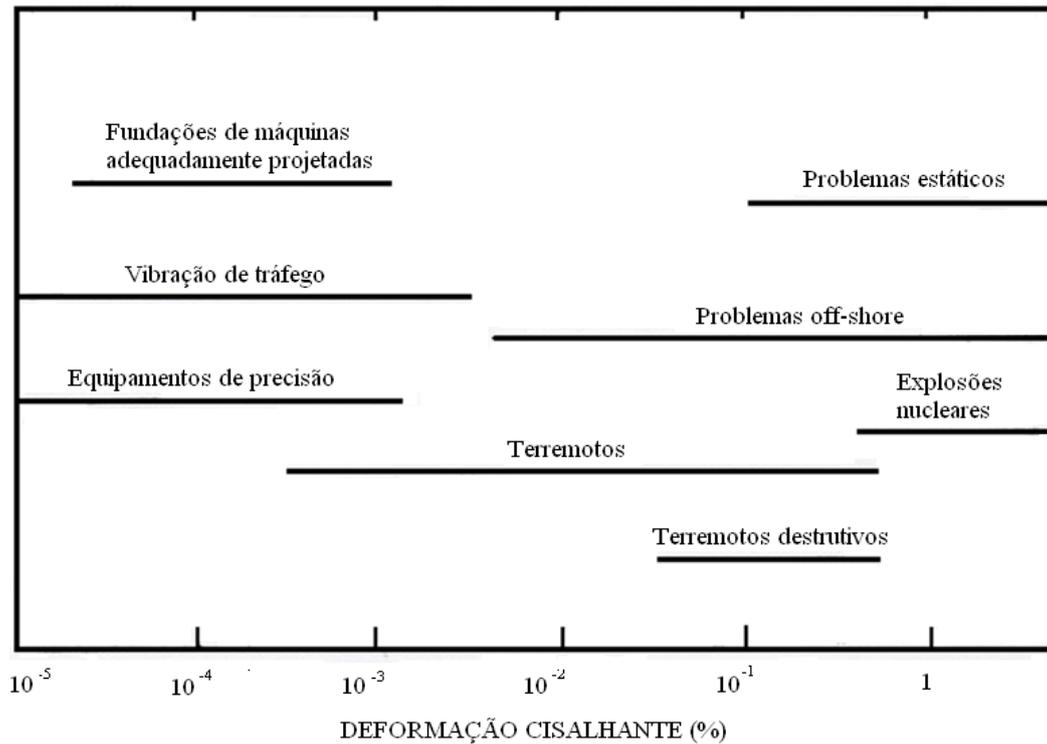


Figura 3.6 – Deformações cisalhantes em solos para diferentes problemas dinâmicos [20, adaptado de WOODS,1978;MASSARSCH,1983;CARRUBBA e MAUGERI,1988]

A seguir serão descritos mais detalhadamente cada um dos parâmetros de solo necessários para o projeto de uma fundação de máquina.

### 3.3.1 Massa Específica do Solo ( $\rho$ )

Enfatiza-se que a massa específica adotada é a massa específica natural do solo, pois se refere à massa do solo que estará de fato submetida às vibrações.

Na falta de ensaios geotécnicos no solo em questão, é comum adotar-se como valor de massa específica do solo  $18kN/m^3$ .

### 3.3.2 Módulo de Cisalhamento Dinâmico do Solo ( $G$ )

O módulo de cisalhamento dinâmico do solo, também conhecido como módulo de elasticidade transversal dinâmico, pode ser determinado relacionando-se a tensão de cisalhamento com a distorção de cisalhamento num cubo elástico. Assim,  $G$  é dado por:

$$G = \frac{\tau_{zx}}{\gamma_{zx}}. \quad (3.54)$$

A Figura 3.7 mostra as grandezas que compõem o módulo de cisalhamento dinâmico e que podem ser obtidas através de ensaios de laboratório.

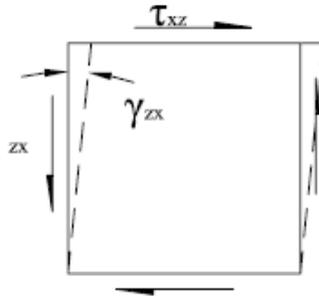


Figura 3.7 - Módulo de cisalhamento dinâmico [17]

O módulo de cisalhamento dinâmico é associado ao módulo de elasticidade (também conhecido como módulo de *Young*) e ao coeficiente de *Poisson*. Assim, outra maneira de definir o módulo de cisalhamento dinâmico é através da expressão:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (3.55)$$

A obtenção do módulo de cisalhamento dinâmico do solo pode ocorrer por meio de ensaios de campo ou ensaios de laboratório. As Tabelas 3.4 e 3.5 relacionam os principais ensaios de campo e laboratório disponíveis para a determinação dos parâmetros dinâmicos dos solos, bem como as faixas potenciais de deformação nas quais eles podem ser utilizados. Vale analisar as tais tabelas, lembrando que para fundações de máquinas, as amplitudes de deformação cisalhante são da ordem de até  $10^{-3}\%$ .

Tabela 3.4 - Ensaio de campo para determinação do módulo de cisalhamento [20]

<b>Ensaio</b>	<b>Princípio da Técnica</b>	<b>Faixa de deformação para a qual <math>G</math> pode ser medido (%)</b>
<i>Crosshole</i>	Determinação da velocidade de propagação da onda de cisalhamento $V_s$	$\approx 10^{-4}$
<i>Downhole</i>		
<i>Uphole</i>		
Piezocone Sísmico		
Refração Sísmica		
Vibração em Regime Estacionário	Determinação da velocidade de propagação da onda de Rayleigh $V_R$	
Análise Espectral de Ondas (SASW)		
Ensaio Pressiométrico	Determinação da curva tensão-deformação	$\approx 10^{-1}$

Tabela 3.5 - Ensaio de laboratório para determinação do módulo de cisalhamento [20]

<b>Ensaio</b>	<b>Princípio da Técnica</b>	<b>Faixa de deformação para a qual <math>G</math> pode ser medido (%)</b>
Coluna Ressonante	Determinação da velocidade da onda de cisalhamento $V_s$	$10^{-4}$ a $10^{-2}$
<i>Bender Elements</i>		$10^{-4}$
Cisalhamento Simples Cíclico	Determinação da curva tensão-deformação	$10^{-2}$ a 1
Triaxial Cíclico		
Torcional Cíclico		
Coluna Ressonante e Torcional Cíclico Combinados	Determinação de $V_s$ e laçada de histerese	$10^{-4}$ a 1

**Ensaio de Laboratório:**

Os Ensaio de Coluna Ressonante têm sido bem aceitos por possibilitarem a avaliação de  $G$  numa faixa extensa de amplitudes de distorção, o que não é possível nos ensaios triaxiais e de cisalhamento simples. É o ensaio de laboratório mais empregado para a avaliação do  $G$  para baixas e moderadas amplitudes de deformação.

No ensaio de coluna ressonante uma amostra cilíndrica de solo é excitada no modo de compressão e posteriormente no modo de torção, sendo medidas as frequências de ressonância desses modos. Em seguida,  $G$  é calculado a partir das frequências de ressonância empregando a teoria de propagação de ondas em barras prismáticas enquanto o amortecimento é obtido da curva de decremento das amplitudes assim que o dispositivo de excitação for desligado.

Existe também o ensaio com *Bender Elements*, que são pequenas placas retangulares piezo-cerâmicas que sofrem flexão sob a ação de uma excitação elétrica e, se fletidos mecanicamente, produzem um sinal elétrico correspondente. Ou seja, têm a capacidade de converter energia elétrica em deformação mecânica e vice-versa. Podem ser instalados em equipamentos convencionais como o equipamento de cisalhamento direto, triaxial ou adensamento. Não podem ser expostos à umidade. Os *Bender Elements* são montados de forma que as extremidades das placas ficam inseridas no interior do corpo de prova. O valor de  $G_{\max}$  pode ser medido em qualquer estágio dos ensaios mencionados. Isso é feito pela aplicação de um sinal elétrico a uma das placas, o que gera uma onda S, e pela determinação do tempo de chegada da onda na outra extremidade do corpo de prova, usando o sinal elétrico produzido pela segunda placa.

Uma das vantagens da obtenção de  $G_{\max}$  por *Bender Elements* está na maior simplicidade dos procedimentos e cálculos comparativamente ao ensaio de coluna ressonante. Entretanto, esta técnica não permite a determinação de  $G$  a maiores amplitudes de deformação nem a determinação das características de amortecimento do solo [20].

Já os Ensaio Cíclicos são usados para determinar as laçadas de histerese tensão-deformação, a partir das quais o módulo de cisalhamento e a razão de amortecimento podem ser deduzidos. É importante lembrar que os mesmos possibilitam a obtenção dos parâmetros dinâmicos somente para amplitudes de deformação superiores a  $10^{-2}\%$ , não englobando assim o caso de fundações de máquinas. Entretanto, a combinação dos ensaios torcional cíclico e coluna ressonante, num único equipamento de forma a ensaiar o mesmo corpo de prova, permite obter as curvas de variação do módulo de cisalhamento e da razão de amortecimento em função da deformação cisalhante numa ampla faixa de deformações (desde cerca de  $10^{-4}\%$  até próximo da ruptura) [20].

**Ensaio de Campo:**

Os ensaios de campo possíveis para a determinação da velocidade de onda  $V_s$  são: Vibração em regime estacionário, *Crosshole*, *downhole*, *uphole*, piezocone sísmico, refração sísmica, pressiométrico e análise espectral de onda de superfície.

O primeiro ensaio que será abordado trata-se de Vibração em Regime Estacionário e determina o valor de  $G$  através da velocidade da onda de distorção ( $V_s$ ) e a velocidade de propagação da onda de Rayleigh ( $V_R$ ), onde  $V_R \cong 0,94V_s$ . Neste ensaio, um oscilador é colocado na superfície do terreno e, pelo posicionamento de acelerômetros, procura-se determinar o comprimento da onda de Rayleigh ( $L_R$ ) conforme Figura 3.8.

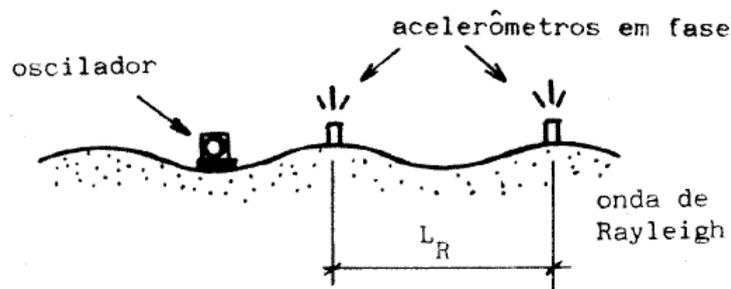


Figura 3.8 - Ensaio sísmico de superfície (*steady-state oscillator test*) [14]

De acordo com RICHART [18], para solos com coeficientes de *Poisson* acima de 0,35, as velocidades das ondas de distorção e de Rayleigh são próximas conforme mostra a Figura 3.9. Logo, o módulo de cisalhamento dinâmico máximo pode ser definido como:

$$G_{\max} = \rho V_s^2 \tag{3.56}$$

ou

$$G_{\max} \cong \rho V_R^2 = \rho \cdot f^2 \cdot L_R^2, \tag{3.57}$$

onde  $f$  é a frequência do oscilador.

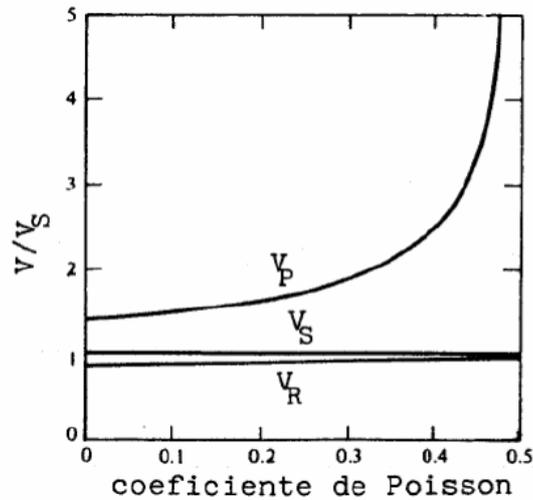


Figura 3.9 - Relação entre coeficiente de *Poisson* e as velocidades de propagação das ondas [18]

O segundo ensaio, conhecido como *Crosshole* é o mais empregado dentre os citados anteriormente. O *Crosshole* é um ensaio sísmico de profundidade onde se gera um impulso em um furo de sondagem e o tempo necessário para que a onda de distorção atinja outro furo é medido. Com base no espaçamento entre os furos e no tempo decorrido, calcula-se a velocidade  $V_s$ . A Figura 3.10 mostra o arranjo do ensaio, no qual o dispositivo que produz os impulsos deve gerar predominantemente ondas de distorção de forma a facilitar o reconhecimento da onda no receptor. É comum a utilização de 3 furos no ensaio *Crosshole*, sendo que em um dos furos gera-se o impulso e em outros dois mede-se o tempo de chegada da onda.

A vantagem deste ensaio é permitir uma avaliação mais precisa da variação de  $G$  com a profundidade, além de possibilitar a verificação do material extraído da sondagem.

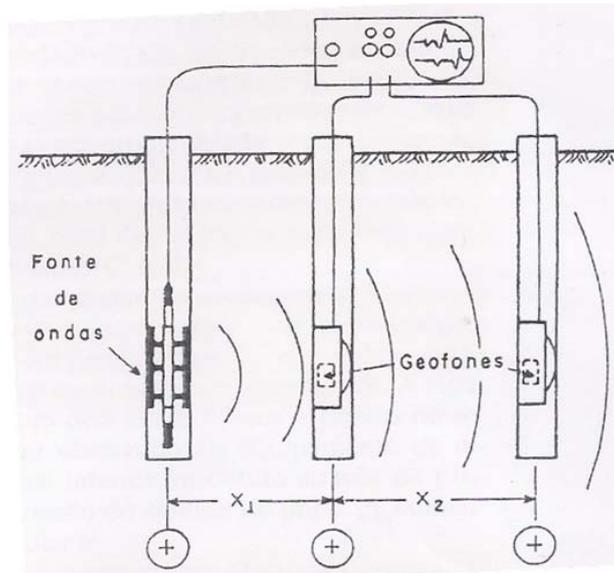


Figura 3.10 - Arranjo de ensaio sísmico de profundidade (*Crosshole*) [20]

As fontes usadas na geração de ondas sísmicas para ensaios *Crosshole* podem ser classificadas como: explosivas ou mecânicas. Estas últimas em geral apresentam uma chegada das ondas S (secundárias) mais bem definida e são, por isso, mais utilizadas, além de permitirem a inversão do sentido do impulso aplicado. Isso facilita a identificação das ondas S, uma vez que as mesmas se polarizam de acordo com o sentido do esforço empregado na geração de energia.

Já o ensaio *Downhole* necessita somente de um furo, no interior do qual um receptor é colocado, em etapas sucessivas, em diferentes profundidades, enquanto a fonte de energia fica na superfície do terreno. Os tempos de viagem das ondas de corpo entre a superfície e o receptor são registrados, possibilitando a construção do gráfico do tempo de viagem em função da profundidade, a partir do qual os valores de  $V_s$  e  $V_p$  de todas as camadas podem ser determinados. Pode-se utilizar também mais de um receptor, em diferentes profundidades, para permitir leituras simultâneas para um único impulso.

*Uphole* consiste na inversão das posições da fonte e do receptor em relação ao ensaio *Downhole*. Para esta técnica tem se observado dificuldades para gerar ondas do tipo desejado e uma relação elevada entre as amplitudes das ondas P e S.

Piezocone Sísmico, também conhecido como CPTU sísmico ou SCPTU, combina a técnica *Downhole* com o piezocone. Assim, um pequeno transdutor de aceleração é incorporado ao cone de forma a se determinar além da pressão neutra e resistências de ponta e atrito, a velocidade de propagação das ondas S.

Para o ensaio de Refração Sísmica é utilizada uma linha de geofones instalada na superfície onde se provoca um impacto ou explosão. Mede-se então o tempo gasto pela onda para percorrer o subsolo, do ponto de excitação a um dos geofones. Pode-se assim calcular as velocidades de propagação de onda nas camadas do subsolo, bem como as espessuras das camadas. Entretanto, como limitação técnica, tem-se que: camadas de baixa velocidade entre camadas de maior velocidade não podem ser detectadas e introduzem erros significativos na interpretação. Camadas pouco espessas de alta velocidade podem também não ser percebidas se os contrastes de velocidade forem elevados.

O Ensaio Pressiométrico é a única técnica de campo em que a determinação de  $G$  não é feita a partir da teoria de propagação de ondas elásticas, mas sim pela curva pressão-deformação da cavidade obtida no ensaio. Para um trecho de deformação cisalhante (em torno de 0,1%), o ensaio permite determinar a variação do módulo com a deformação cíclica. Portanto, embora o ensaio não permita a obtenção de  $G_{\max}$ , é o único ensaio de campo com potencial para determinação da curva de redução do módulo com a deformação. Esta curva será apresentada na Figura 3.11 mais adiante.

Por fim, a Análise Espectral de Ondas de Superfícies, também conhecida por SASW, é uma evolução do método de vibração em regime estacionário já descrito. Em vez de se utilizar um vibrador em regime estacionário em frequências fixas, basta aplicar um impulso na superfície do solo. Os sinais produzidos pelos receptores são digitalizados e registrados num analisador de sinais dinâmicos. Assim, este ensaio é dito não destrutivo, pois não é necessária a realização de furos para obtenção do parâmetro. Em STOKOE *et. al.*, 2004 [21], é possível observar análises de resultados deste ensaio para perfis do topo da Montanha Yucca.

OBS: Os valores de  $G_{\max}$  obtidos nos ensaios de propagação de onda correspondem a amplitudes de deformação abaixo dos valores usuais encontrados nas fundações de máquinas. Portanto, os valores de  $G$  empregados em análise dinâmica variam de 0,5 a 1,0 de  $G_{\max}$ , dependendo do modo de vibração da fundação.

Na falta dos referidos ensaios, recomenda-se adotar uma correlação com o ensaio SPT para a obtenção do valor do módulo de cisalhamento dinâmico do solo.

$$\text{Assim sendo, é comum adotar-se: } G = 11500N^{0,8} \text{ [22],} \quad (3.58)$$

onde:  $G$  é obtido em KPa e  $N$  é o número de golpes SPT.

Vale destacar que a norma Petrobras N-1848 [6], tantas vezes citada nesta dissertação, recomenda que se adote:  $G = 12000N^{0,8}$ .

Ainda com relação ao ensaio SPT, vale mencionar que apesar de este ser o processo dominante na prática de engenharia de fundações, muitas críticas válidas sobre o ensaio são continuamente feitas no que diz respeito à diversidade de procedimentos utilizados para a execução do ensaio e a pouca racionalidade de alguns dos métodos de interpretação [23]. Para se ter uma ideia, no Brasil o ensaio deve seguir as recomendações da norma brasileira NBR-6484, enquanto nos demais países da América do Sul é usada com frequência a norma americana ASTM DI.586.

Como os ensaios dinâmicos de campo não são simples nem baratos, o emprego de correlações empíricas para a determinação dos parâmetros do solo é usual, principalmente para fundações de menor custo. Somado a isto, os resultados dos ensaios dinâmicos de campo não permitem avaliar os efeitos de escavação da fundação e de alteração do lençol freático. Assim, tais ensaios costumam ser recomendados somente para correção do comportamento dinâmico de fundações existentes.

Vale citar ainda alguns fatores que afetam o módulo de cisalhamento dinâmico do solo:

- tensão efetiva, índice de vazios e razão de sobreadensamento;
- componentes individuais de tensão;
- duração do confinamento (ver [24]);
- grau de saturação;
- cimentação das partículas;
- número de ciclos de carga dinâmica;
- intensidade da carga dinâmica;
- Pré-deformação dinâmica.

Para maiores detalhes sobre os ensaios de laboratório e campo mencionados e sobre os fatores que afetam os parâmetros dinâmicos do solo, ver HACHICH e BARROS, 1996 [20].

Para finalizar o subitem sobre módulo de cisalhamento dinâmico do solo, será abordada a relação entre este módulo e a amplitude de deformação cisalhante segundo HACHICH e BARROS, 1996 [20]. Assim, a Figura 3.11 mostra a variação de  $G$  com a deformação onde se observa que com o aumento da deformação o módulo de

cisalhamento diminui. Essa curva, ou sua curva equivalente normalizada  $G/G_{\max}$  em função da deformação, é denominada de curva de degradação do módulo.

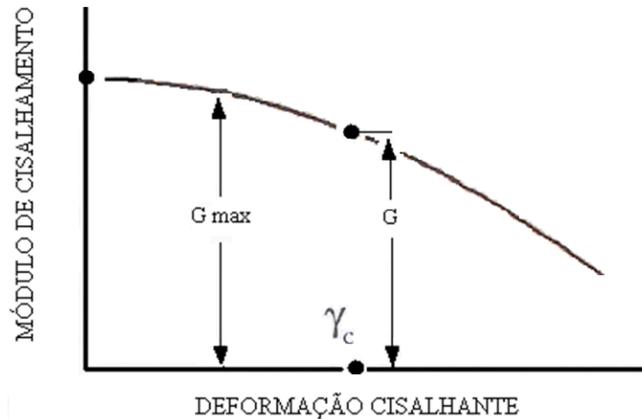


Figura 3.11 - Curva de degradação do módulo de cisalhamento dinâmico [20, apud IDRISS *et al.*, 1978]

A redução relativa no módulo de cisalhamento com a deformação cisalhante é mais bem observada num gráfico da relação  $G/G_{\max}$  em função da deformação. Esta forma de gráfico é muito conveniente para comparar curvas tensão-deformação obtidas em diferentes solos e condições. É também conveniente na análise dos fatores que afetam o módulo de cisalhamento, já que fatores que influenciam da mesma forma tanto  $G_{\max}$  como  $G$  não terão nenhum efeito na relação  $G/G_{\max}$ . Por fim, esta forma de representação está associada com a prática muito comum de combinar o módulo de cisalhamento máximo determinado *in situ* com a curva de redução do módulo obtida em laboratório. O módulo para um dado nível de deformação é calculado da curva  $G/G_{\max} - \gamma$ , porém usando o valor de  $G_{\max}$  obtido no campo.

Para um mesmo valor de  $\gamma$ , quanto maior a tensão confinante, maior o valor de  $G/G_{\max}$ . SEED e IDRISS, 1970 [25], mesmo reconhecendo o efeito da tensão confinante, preferiram indicar uma faixa de variação da relação  $G/G_{\max}$  com a deformação sem levar em conta este fator, como mostra a Figura 3.12.

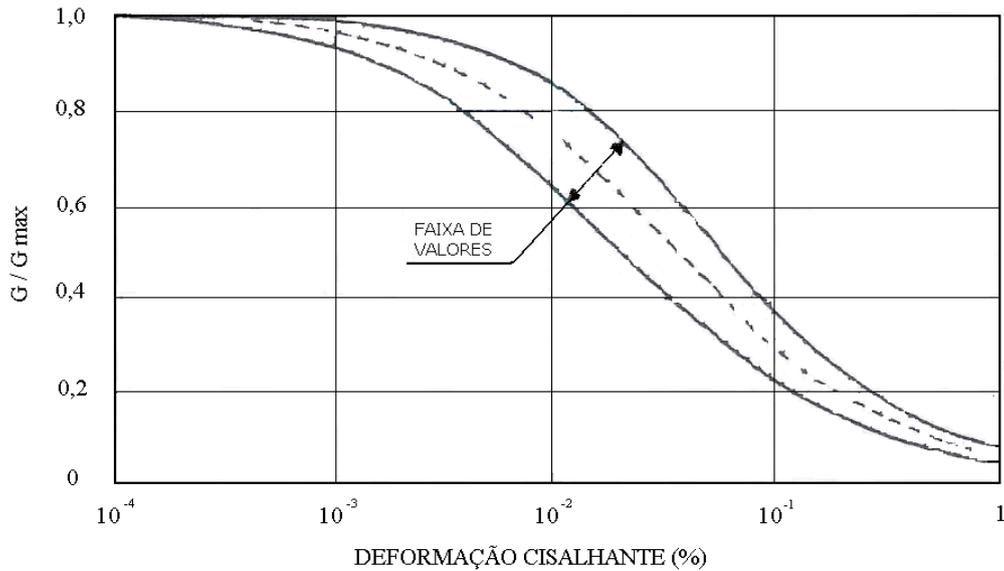


Figura 3.12 - Faixa de variação de  $G/G_{\max}$  com a deformação cisalhante para areias [25]

Vale dizer que o efeito da tensão confinante na curva  $G/G_{\max} - \gamma$  é menos importante em argilas do que em areias [20, apud ISHIBASHI, 1992]. Para a curva de redução do módulo de argilas, o índice de plasticidade é o fator mais importante. Para uma mesma deformação cisalhante, quanto maior o índice de plasticidade, menor a redução do módulo [20, apud VUCETIC e DOBRY, 1991].

O efeito do tempo em amplitudes de deformação cisalhante elevadas apresenta (segundo ANDRESON e WOODS [26]) aumento do módulo de cisalhamento com o tempo numa razão aproximadamente constante para todas as amplitudes de deformação. Assim, as curvas 'módulo de cisalhamento-deformação' correspondentes a diferentes períodos de tempo devem ser paralelas. Veja Figura 3.13.

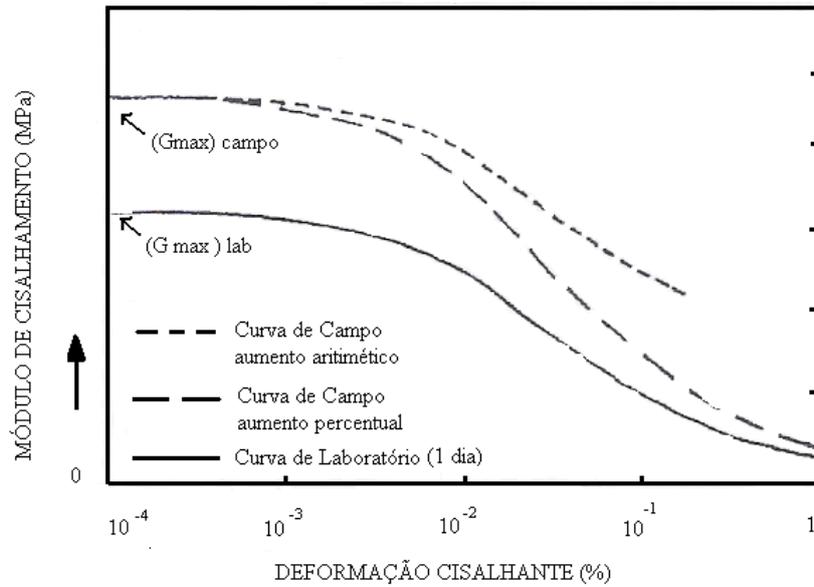


Figura 3.13- Efeito do tempo na curva de redução do módulo [27]

### 3.3.3 Coeficiente de *Poisson* do Solo ( $\nu$ )

O coeficiente de *Poisson* pode ser definido considerando-se uma tensão uniaxial  $\sigma_z$  aplicada num cilindro elástico, sendo conhecida a deformação vertical e lateral provocada. Sendo assim, segue:

$$\nu = \frac{-\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = \frac{-\varepsilon_y}{\varepsilon_z}, \quad (3.59)$$

onde  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  são deformações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Contudo, segundo ALMEIDA NETO [14], é inadequada a obtenção de parâmetros do solo para projetos de fundação de máquina através de ensaios estáticos. Conforme mencionado anteriormente, para esforços dinâmicos ocorrem pequenas deformações e por este motivo o ideal seria a obtenção do coeficiente de *Poisson* através de ensaios dinâmicos. Vale destacar, que na falta de ensaios de *Crosshole* ou outros ensaios geotécnicos correspondentes, adota-se os valores da Tabela 3.6 da norma N-1848 [1], que correlaciona os valores deste parâmetro com o tipo de solo.

Tabela 3.6 - Coeficiente de *Poisson* [6]

TIPO DE SOLO	COEFICIENTE DE <i>POISSON</i> ( $\nu$ )
Argila saturada	0,45 – 0,50
Argila parcialmente saturada	0,35 – 0,45
Areia densa ou pedregulho	0,40 – 0,50
Areia medianamente densa ou pedregulho	0,30 – 0,40
Silte	0,30 – 0,40

### 3.3.4 Módulo de Elasticidade do Solo ( $E$ )

O módulo de elasticidade do solo pode ser definido considerando-se uma tensão uniaxial  $\sigma_z$  aplicada num cilindro elástico, sendo conhecida a deformação vertical e lateral provocada conforme Figura 3.14. Sendo assim, segue:

$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}, \quad (3.60)$$

onde  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  são deformações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

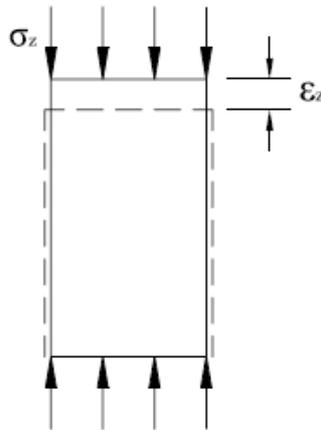


Figura 3.14- Módulo de elasticidade [17]

Entretanto, por justificativas já expostas anteriormente, alguns estudiosos defendem a obtenção do módulo de elasticidade do solo preferencialmente a partir do ensaio de *Crosshole*, através do emprego da seguinte fórmula:

$$E = 2\rho V_s^2(1 + \nu), \quad (3.61)$$

onde  $V_s$  é a velocidade transversal de propagação de ondas no solo, obtida pelo ensaio.

Caso não seja possível a obtenção do módulo de elasticidade do solo através da realização de ensaio *Crosshole*, sugere-se adotar a fórmula abaixo:

$$E = 2G(1 + \nu). \quad (3.62)$$

### 3.4 PARÂMETROS DO SISTEMA SOLO-FUNDAÇÃO

A seguir serão tratados parâmetros referentes às propriedades e geometria das fundações de máquinas. Observe que alguns dos parâmetros abordados dependem do conjunto fundação + máquina e não somente da fundação, como centro de gravidade do sistema e momento de massa.

#### 3.4.1 Parâmetros Geométricos

##### - Centróide da base:

As coordenadas  $(x_c, y_c)$  do centróide da área da base são dadas por:

$$x_c = \frac{\sum_i A_i x_i}{\sum_i A_i}; y_c = \frac{\sum_i A_i y_i}{\sum_i A_i}, \quad (3.63)$$

onde:  $x_i$  e  $y_i$  são as coordenadas do centro de cada área.

Depois de localizado o centróide da área da base, a origem do sistema de coordenadas retangulares  $(x, y, z)$  deve ser localizada neste ponto, de modo que todos os cálculos posteriores sejam realizados em relação a este sistema de eixos.

##### - Centróide do estaqueamento:

O centróide do estaqueamento é dado por:

$$X_c = \frac{\sum_i^n x_i}{n}; Y_c = \frac{\sum_i^n y_i}{n}, \quad (3.64)$$

onde:  $x_i$  e  $y_i$  são as coordenadas de cada estaca e  $n$  é o número de estacas.

##### - Centro de gravidade do sistema:

As coordenadas  $(x_{cg}, y_{cg}, z_{cg})$  do centro de gravidade da máquina e da fundação são dadas por:

$$x_{cg} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}; y_{cg} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}; z_{cg} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}, \quad (3.65)$$

onde:  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  são as coordenadas do centro de gravidade de cada elemento de massa  $m_i$ .

**- Momento de inércia da área da base e/ou estaqueamento:**

Para bases de fundações retangulares com os eixos representados na Figura 3.15, os momentos de inércia  $I_x, I_y, I_z$  são dados por:

$$I_x = \frac{(ab^3)}{12}; I_y = \frac{(ba^3)}{12}; I_z = I_x + I_y, \quad (3.66)$$

onde:  $I_x, I_y, I_z$  são os momentos de inércia da área da base em relação aos eixos ortogonais x, y e z, passando pelo centroide.

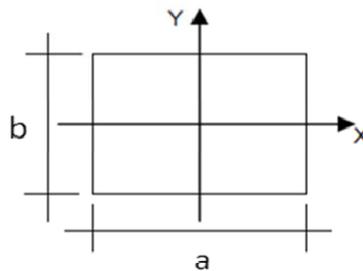


Figura 3.15 - Representação dos eixos de uma fundação em planta

Já o momento de inércia do estaqueamento em relação ao seu centroide é dado por:

$$I_x = \sum_i^n A_{pi} y_i^2; I_y = \sum_i^n A_{pi} x_i^2; I_z = I_x + I_y, \quad (3.67)$$

onde:  $i$  representa cada estaca,  $n$  é o número total de estacas e  $A_{pi}$  é a área da seção reta da estaca de ordem  $i$ .

**- Momento de massa:**

Os momentos de massa  $M_{mx}, M_{my}$  e  $M_{mz}$  do conjunto fundação + máquina em relação a estes eixos são dados por:

$$\begin{aligned}
 M_{mx} &= \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) \\
 M_{my} &= \sum_i m_i (x_i^2 + z_i^2) \\
 M_{mz} &= \sum_i m_i (y_i^2 + x_i^2)
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

onde:  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$  são as coordenadas do centro de gravidade de cada elemento de massa  $m_i$  em relação ao sistema de eixos coordenados  $x$ ,  $y$  e  $z$  (com origem no centroide da área de contato com o solo).

Nota: O momento de massa de uma massa  $m$  em relação a um eixo  $x'$  que dista  $d$  de seu centro de gravidade vale:  $M_{mx} + md^2$ , onde  $M_{mx}$  é o momento de massa de  $m$  em relação a um eixo  $x$  paralelo a  $x'$  e passando pelo centro de gravidade de  $m$ .

**- Raios equivalentes:**

A teoria elástica do semi-espaço, apresentada no item 3.2.1 deste capítulo, é concebida para bases circulares. Portanto, para fundações retangulares devem ser calculados os raios equivalentes de acordo com o modo de vibração. Seguem os raios equivalentes segundo indicações da Figura 3.15:

$$r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = \sqrt{\frac{ab}{\pi}}; r_{0\theta x} = \sqrt[4]{\frac{ab^3}{3\pi}}; r_{0\theta y} = \sqrt[4]{\frac{ba^3}{3\pi}}; r_{0\theta z} = \sqrt[4]{\frac{ab(a^2 + b^2)}{6\pi}} \tag{3.69}$$

**3.4.2 Coeficientes Dinâmicos de Compressão e Cisalhamento para Fundações Diretas**

Na falta de ensaios que determinem os coeficientes dinâmicos de compressão e cisalhamento se tem, pela teoria constante de mola sem peso [19], os coeficientes apresentados abaixo:

**- Coeficiente Dinâmico de Compressão Elástica Uniforme ( $C_u$ ):**

$$C_u = \frac{1,13E}{1-\nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \tag{3.70}$$

sendo  $A$ , a área de contato da fundação com o solo, não se tomando valor superior a  $10\text{m}^2$ .

- **Coefficiente Dinâmico de Cisalhamento Elástico Uniforme ( $C_\tau$ ):**

$$C_\tau = \frac{C_u}{2} \quad (3.71)$$

- **Coefficiente Dinâmico de Compressão Elástica Não-Uniforme ( $C_\phi$ ):**

Na Tabela 3.7, obtém-se  $C_\phi$  a partir de  $C_u$ .

Tabela 3.7 - Relação entre  $C_\phi$  e  $C_u$  [6, adaptado de 19]

$\alpha$	$C_\phi / C_u$
1,0	1,87
1,5	2,11
2,0	2,31
3,0	2,63
5,0	3,04
10,0	3,53
Nota: $\alpha$ é a razão entre a maior e a menor dimensão da base em planta (adimensional).	

- **Coefficiente Dinâmico de Cisalhamento Elástico Não-Uniforme ( $C_\psi$ ):**

$$C_\psi = 0,75C_u \quad (3.72)$$

### 3.4.3 Coeficientes de Rigidez e Amortecimento de Estacas Individuais

Considerando que:

$l$  – comprimento da estaca;

$r$  – raio da seção reta da estaca (suposta circular);

$f_{\phi 1}$  – Coeficiente de rigidez à flexão;

$f_{x\phi 1}$  – Coeficiente de rigidez cruzada;

$f_{x1}$  – Coeficiente de rigidez horizontal com estaca engastada no bloco de coroamento;

$f_{x1}^p$  – Coeficiente de rigidez horizontal com estaca rotulada no bloco de coroamento;

$f_{\phi 2}$  – Coeficiente de amortecimento à flexão;

$f_{x\phi 2}$  – Coeficiente de amortecimento cruzado;

$f_{x2}$  – Coeficiente de amortecimento horizontal com estaca engastada no bloco de coroamento;

$f_{x2}^p$  – Coeficiente de amortecimento horizontal com estaca rotulada no bloco de coroamento;

$f_{z1}$  – Coeficiente de rigidez vertical;

$f_{z2}$  – Coeficiente de amortecimento vertical.

Na Tabela 3.8 são apresentados os valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento horizontais.

Tabela 3.8 - Parâmetros de rigidez e amortecimento horizontal para estacas com razão  $l/r > 25$  para perfis de solo homogêneo e  $l/r > 30$  para perfis de solo parabólico [6, modificado de 28]

		Coeficientes de Rigidez				Coeficientes de Amortecimento			
$\nu$	$E/G$	$f_{\phi 1}$	$f_{x\phi 1}$	$f_{x1}$	$f_{x1}^p$	$f_{\phi 2}$	$f_{x\phi 2}$	$f_{x2}$	$f_{x2}^p$
<b>Perfil Homogêneo do Solo</b>									
0,25	10000	0,213	-0,021	0,004	0,002	0,157	-0,033	0,010	0,005
	2500	0,299	-0,042	0,011	0,006	0,215	-0,064	0,029	0,015
	1000	0,374	-0,066	0,023	0,012	0,259	-0,098	0,057	0,030
	500	0,441	-0,092	0,039	0,021	0,295	-0,133	0,095	0,051
	250	0,518	-0,128	0,065	0,035	0,329	-0,178	0,155	0,086
0,40	10000	0,220	-0,023	0,004	0,002	0,163	-0,035	0,011	0,006
	2500	0,309	-0,045	0,013	0,006	0,222	-0,069	0,032	0,007
	1000	0,386	-0,071	0,026	0,013	0,267	-0,105	0,064	0,033
	500	0,454	-0,099	0,043	0,023	0,303	-0,142	0,105	0,057
	250	0,533	-0,136	0,072	0,039	0,337	-0,189	0,171	0,095
<b>Perfil Parabólico do Solo</b>									
0,25	10000	0,180	-0,014	0,001	0,001	0,145	-0,025	0,006	0,0028
	2500	0,245	-0,026	0,004	0,002	0,202	-0,048	0,015	0,007
	1000	0,300	-0,040	0,008	0,003	0,249	-0,073	0,030	0,014
	500	0,349	-0,054	0,013	0,005	0,291	-0,100	0,049	0,024
	250	0,404	-0,073	0,021	0,009	0,336	-0,137	0,079	0,039
0,40	10000	0,185	-0,015	0,020	0,001	0,150	-0,027	0,006	0,003
	2500	0,252	-0,028	0,005	0,002	0,210	-0,051	0,017	0,008
	1000	0,309	-0,042	0,009	0,004	0,258	-0,079	0,033	0,016
	500	0,359	-0,057	0,014	0,006	0,300	-0,107	0,054	0,026
	250	0,417	-0,078	0,023	0,010	0,346	-0,146	0,088	0,044

Os valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento verticais podem ser extraídos dos ábacos apresentados nas Figuras 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19.

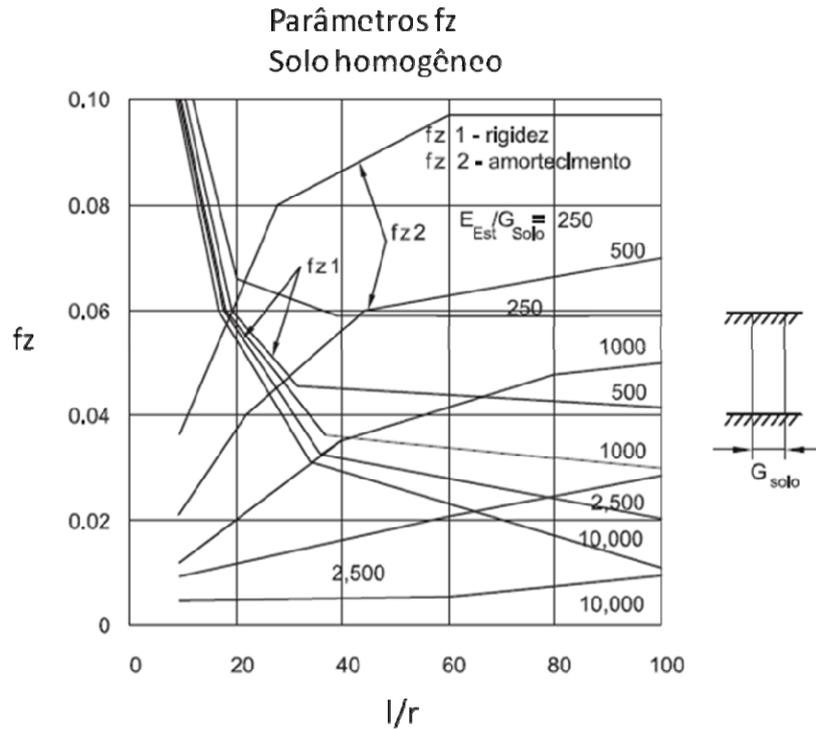


Figura 3.16 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas de ponta – perfis constantes [6, modificado de 28]

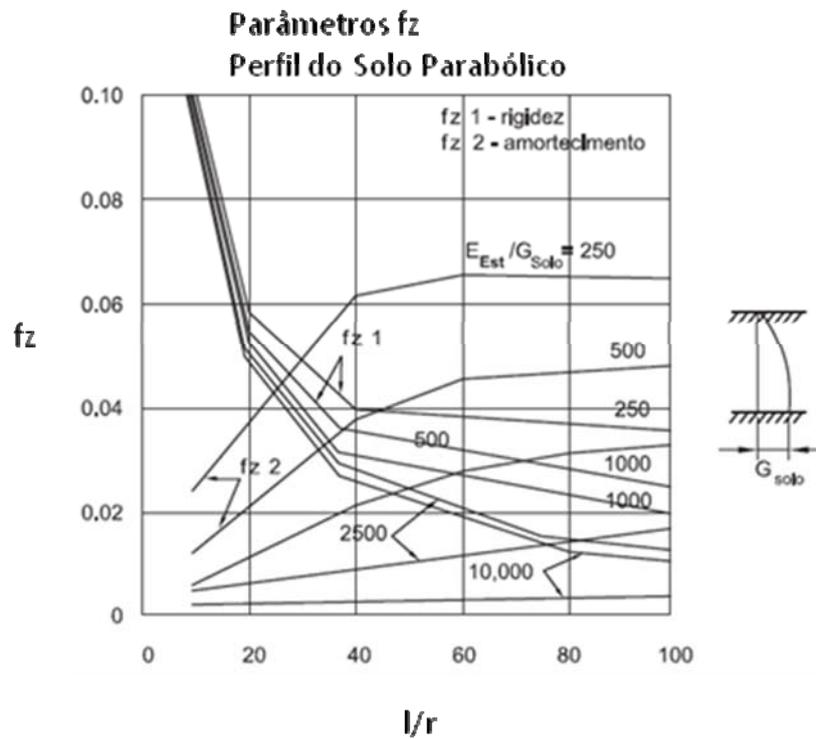


Figura 3.17 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas de ponta – perfis parabólicos [6, modificado de 28]

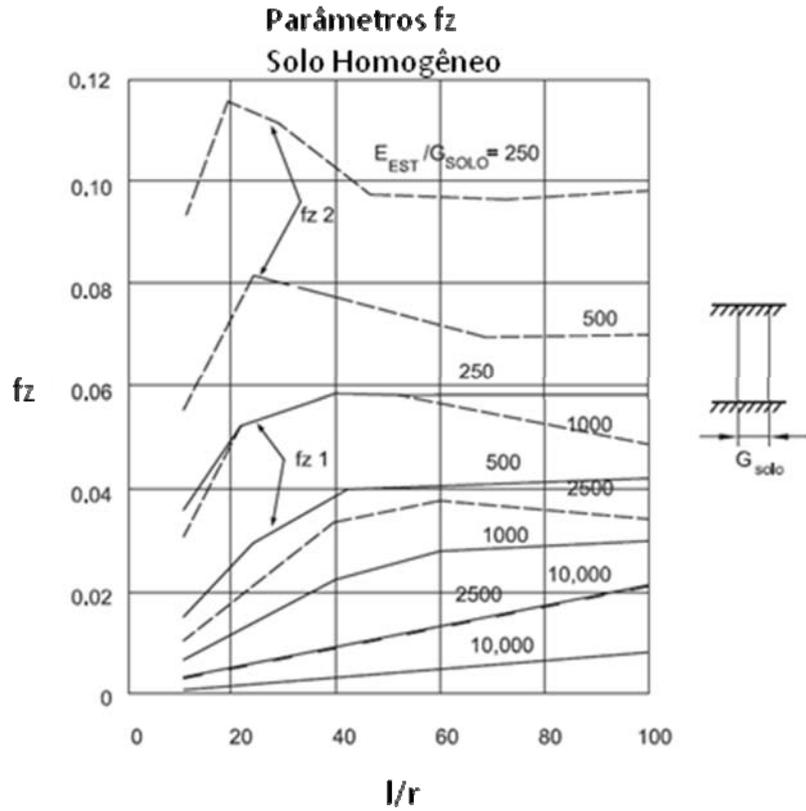


Figura 3.18 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas flutuantes – perfis constantes [6, modificado de 28]

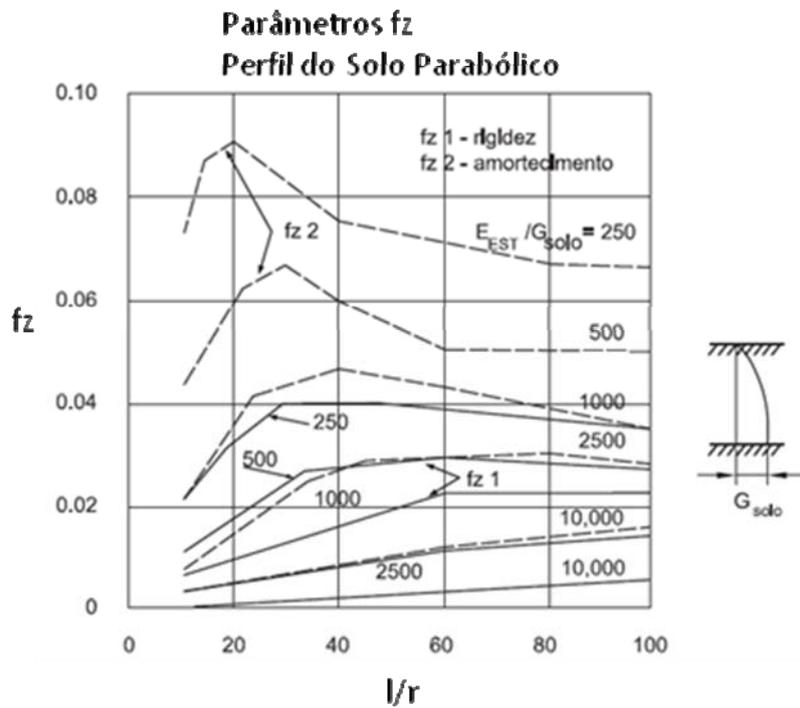


Figura 3.19 - Coeficientes de rigidez e amortecimento para estacas flutuantes – perfis parabólicos [6, modificado de 28]

### 3.5 DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES DE RIGIDEZ E DE AMORTECIMENTO

#### 3.5.1 Fundação Direta

A Tabela 3.9 fornece, pela teoria da constante de mola sem peso [19], as constantes de mola de uma fundação direta segundo os 6 graus de liberdade possíveis.

Tabela 3.9 - Rigidezas de uma fundação direta segundo a teoria da constante de mola sem peso [6, modificado de 19]

MODO DE VIBRAÇÃO	CONSTANTE DE MOLA
Translação em X	$k_x = C_r A$
Translação em Y	$k_y = C_r A$
Translação em Z	$k_z = C_u A$
Rotação em X	$k_{\phi_x} = C_\phi I_x - mgL$
Rotação em Y	$k_{\phi_y} = C_\phi I_y - mgL$
Rotação em Z	$k_{\phi_z} = C_\psi I_z$

sendo:  $A$  = área da base da fundação direta;  $m$  = massa do sistema (fundação + máquina).

A Tabela 3.10 fornece, pela teoria elástica do semi-espaço, as constantes de mola e de amortecimento de uma fundação direta segundo os 6 graus de liberdade possíveis.

Tabela 3.10 - Rigidezas de uma fundação direta segundo a teoria elástica do semi-espço [6, modificado de 18]

Modo de Vibração	Razão de Massa	Fator de amortecimento	Constante de Mola
Translação em X	$B_x = \frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)} \frac{m}{\rho r_{0,x}^3}$	$D_x = \frac{0,2875}{\sqrt{B_x}}$	$k_x = \frac{32(1-\nu)}{7-8\nu} Gr_{0,x}$
Translação em Y	$B_y = \frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)} \frac{m}{\rho r_{0,y}^3}$	$D_y = \frac{0,2875}{\sqrt{B_y}}$	$k_y = \frac{32(1-\nu)}{7-8\nu} Gr_{0,y}$
Translação em Z	$B_z = \frac{(1-\nu)}{4} \frac{m}{\rho r_{0,z}^3}$	$D_z = \frac{0,425}{\sqrt{B_z}}$	$k_z = \frac{4Gr_{0,z}}{1-\nu}$
Rotação em X	$B_{\phi_x} = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{M_{mx}}{\rho r_{0,\phi_x}^5}$	$D_{\phi_x} = \frac{0,15}{(1+B_{\phi_x})\sqrt{B_{\phi_x}}}$	$k_{\phi_x} = \frac{8Gr_{0,\phi_x}^3}{3(1-\nu)}$
Rotação em Y	$B_{\phi_y} = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{M_{my}}{\rho r_{0,\phi_y}^5}$	$D_{\phi_y} = \frac{0,15}{(1+B_{\phi_y})\sqrt{B_{\phi_y}}}$	$k_{\phi_y} = \frac{8Gr_{0,\phi_y}^3}{3(1-\nu)}$
Rotação em Z	$B_{\phi_z} = \frac{M_{mz}}{\rho r_{0,\phi_z}^5}$	$D_{\phi_z} = \frac{0,5}{(1+2B_{\phi_z})}$	$k_{\phi_z} = \frac{16}{3} Gr_{0,\phi_z}^3$

Vale dizer que a razão de massa é uma grandeza adimensional criada para auxiliar nos cálculos intermediários da tabela.

### 3.5.2 Estaca Individual

Será apresentada a seguir a Tabela 3.11 com as rigidezas (ou seja, constantes de mola) de uma estaca individual. Para estacas rotuladas no bloco de coroamento, deve-se substituir  $f_{x1}$  por  $f_{x1}^p$ , uma vez que  $f_{x1}$  representa o coeficiente de rigidez horizontal para estacas engastadas no bloco de coroamento.

Tabela 3.11 - Rigidez de uma estaca individual para cada tipo de deformação [6, modificado de 28]

ESTACAS INDIVIDUAIS	
TIPO DE DEFORMAÇÃO	RIGIDEZAS
Horizontal	$k'_x = k'_y = \frac{EI_p}{r^3}(f_{x1})$
Vertical	$k'_z = \frac{EA_p}{r}(f_{z1})$
Rotação (flexão)	$k'_\phi = \frac{EI_p}{r}(f_{\phi1})$
Cruzada (flexão + horizontal)	$k'_{x\phi} = k'_{y\phi} = \frac{EI_p}{r^2}(f_{x\phi1})$

Seguindo a mesma padronização, a Tabela 3.12 será apresentada com as constantes de amortecimento de uma estaca individual. Para estacas rotuladas no bloco

de coroamento, deve-se substituir  $f_{x2}$  por  $f_{x2}^p$ , uma vez que  $f_{x2}$  representa o coeficiente de amortecimento horizontal para estacas engastadas no bloco de coroamento.

Tabela 3.12 - Constante de amortecimento de uma estaca individual para cada tipo de deformação [6, modificado de 28]

<b>ESTACAS INDIVIDUAIS</b>	
<b>TIPO DE DEFORMAÇÃO</b>	<b>CONSTANTES DE AMORTECIMENTO</b>
Horizontal	$c'_x = c'_y = \frac{EI_p}{r^2 V_s} (f_{x2})$
Vertical	$c'_z = \frac{EA_p}{V_s} (f_{z2})$
Rotação (flexão)	$c'_\phi = \frac{EI_p}{V_s} (f_{\phi2})$
Cruzada (flexão + horizontal)	$c'_{x\phi} = c'_{y\phi} = \frac{EI_p}{r V_s} (f_{x\phi2})$

### 3.5.3 Fundação em Estacas

Serão consideradas aqui algumas simplificações para a determinação das constantes de rigidez e de amortecimento de uma fundação em estacas (grupo de estacas). Dentre as simplificações, tem-se:

- ✓ Serão desprezadas as constantes de rigidez e amortecimento à torção das estacas individuais (por este motivo, estas constantes não foram abordadas no subitem 3.5.2 deste trabalho);
- ✓ O efeito de grupo das estacas será desprezado;
- ✓ Todas as estacas da fundação serão consideradas iguais.

Assim, a Tabela 3.13 apresenta as constantes de rigidez (mola) e de amortecimento de uma fundação em estacas. Os somatórios contidos na Tabela 3.13, estendem-se a todas as estacas que compõe o grupo.

Tabela 3.13 - Rigidezas e constantes de amortecimento para grupo de estacas [6, modificado de 28]

<b>GRUPO DE ESTACAS</b>		
<b>TIPO DE DEFORMAÇÃO</b>	<b>RIGIDEZAS</b>	<b>CONSTANTES DE AMORTECIMENTO</b>
Horizontal	$k_x^g = k_y^g = \sum_{i=1}^n k'_x = \sum_{i=1}^n k'_y$	$c_x^g = c_y^g = \sum_{i=1}^n c'_x = \sum_{i=1}^n c'_y$
Vertical	$k_z^g = \sum_{i=1}^n k'_z$	$c_z^g = \sum_{i=1}^n c'_z$
Rotação em torno de X	$k_{xx}^g = \sum_{i=1}^n \left[ k'_\phi + k'_z y_i^2 + k'_y z_c^2 - \right]$ $\left[ -2k'_{y\phi} z_c \right]$	$c_{xx}^g = \sum_{i=1}^n \left[ c'_\phi + c'_z y_i^2 + c'_y z_c^2 - \right]$ $\left[ -2c'_{y\phi} z_c \right]$
Rotação em torno de Y	$k_{yy}^g = \sum_{i=1}^n \left[ k'_\phi + k'_z x_i^2 + k'_x z_c^2 - \right]$ $\left[ -2k'_{x\phi} z_c \right]$	$c_{yy}^g = \sum_{i=1}^n \left[ c'_\phi + c'_z x_i^2 + c'_x z_c^2 - \right]$ $\left[ -2c'_{x\phi} z_c \right]$
Rotação em torno de Z	$k_{zz}^g = \sum_{i=1}^n \left[ k'_x (x_i^2 + y_i^2) \right]$	$c_{zz}^g = \sum_{i=1}^n \left[ c'_x (x_i^2 + y_i^2) \right]$

onde:  $z_c$  = altura do centro de gravidade do bloco de estacas acima de sua cota de fundo.

Para completar, a Tabela 3.14 mostra a seguir os amortecimentos críticos e os fatores de amortecimento segundo os 6 graus de liberdade.

Tabela 3.14 - Amortecimento crítico e fator de amortecimento [6, modificado de 28]

<b>GRUPO DE ESTACAS</b>		
<b>TIPO DE DEFORMAÇÃO</b>	<b>AMORTECIMENTOS CRÍTICOS</b>	<b>FATORES DE AMORTECIMENTO</b>
Translação em torno de X	$c_{cx}^g = 2\sqrt{k_x^g m}$	$D_x = \frac{c_x^g}{c_{cx}^g}$
Translação em torno de Y	$c_{cy}^g = 2\sqrt{k_y^g m}$	$D_y = \frac{c_y^g}{c_{cy}^g}$
Translação em torno de Z	$c_{cz}^g = 2\sqrt{k_z^g m}$	$D_z = \frac{c_z^g}{c_{cz}^g}$
Rotação em torno de X	$c_{cxx}^g = 2\sqrt{k_{xx}^g I_x}$	$D_{\theta_x} = \frac{c_{xx}^g}{c_{cxx}^g}$
Rotação em torno de Y	$c_{cyy}^g = 2\sqrt{k_{yy}^g I_y}$	$D_{\theta_y} = \frac{c_{yy}^g}{c_{cyy}^g}$
Rotação em torno de Z	$c_{czz}^g = 2\sqrt{k_{zz}^g I_z}$	$D_{\theta_z} = \frac{c_{zz}^g}{c_{czz}^g}$

### 3.6 EMPREGO DE CÁLCULOS ANÁLITICOS SIMPLIFICADOS PARA VERIFICAÇÃO DINÂMICA DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS

#### 3.6.1 Determinação das frequências naturais da fundação sem consideração de modos de vibração acoplados

Será apresentada a seguir a Tabela 3.15, a qual fornecerá as frequências naturais desacopladas para cada um dos 6 graus de liberdade sem levar em consideração o amortecimento do sistema. Entretanto, vale lembrar que não há desacoplamento entre translação em  $y$  e rotação em  $x$ , assim como não há desacoplamento entre translação em  $x$  e rotação em  $y$ .

Tabela 3.15 - Frequências naturais de acordo com cada grau de liberdade desacopladas de uma fundação [6]

FREQUÊNCIAS NATURAIS ( $\omega_n$ )		
DESLOCAMENTO	AMPLITUDE DE FORÇA EXCITANTE $F_0 = \text{cte.}$	AMPLITUDE DE FORÇA EXCITANTE $F_0 = m_0 e \omega^2$
Translação em X	$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{k_x}{m}}$	$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{k_x}{m}}$
Translação em Y	$\omega_{ny} = \sqrt{\frac{k_y}{m}}$	$\omega_{ny} = \sqrt{\frac{k_y}{m}}$
Translação em Z	$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{k_z}{m}}$	$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{k_z}{m}}$
Rotação em torno de X	$\omega_{n\phi_x} = \sqrt{\frac{k_{\phi_x}}{M_{m_x}}}$	$\omega_{n\phi_x} = \sqrt{\frac{k_{\phi_x}}{M_{m_x}}}$
Rotação em torno de Y	$\omega_{n\phi_y} = \sqrt{\frac{k_{\phi_y}}{M_{m_y}}}$	$\omega_{n\phi_y} = \sqrt{\frac{k_{\phi_y}}{M_{m_y}}}$
Rotação em torno de Z	$\omega_{n\phi_z} = \sqrt{\frac{k_{\phi_z}}{M_{m_z}}}$	$\omega_{n\phi_z} = \sqrt{\frac{k_{\phi_z}}{M_{m_z}}}$

sendo:  $\omega$  é a velocidade angular excitante;  $e$  é a excentricidade da massa do rotor.

Ao se considerar o amortecimento do sistema, tem-se os fatores de amortecimento e os amortecimentos críticos conforme Tabela 3.16.

Tabela 3.16 - Amortecimentos críticos e fatores de amortecimento segundo os graus de liberdade [6]

<b>AMORTECIMENTO CRÍTICO (<math>c_c</math>) E FATOR DE AMORTECIMENTO (<math>D</math>)</b>		
<b>DESLOCAMENTO</b>	<b>AMORTECIMENTO CRÍTICO</b>	<b>FATOR DE AMORTECIMENTO</b>
Translação em X	$c_{cx} = 2\sqrt{k_x m}$	$D_x = \frac{c_x}{c_{cx}}$
Translação em Y	$c_{cy} = 2\sqrt{k_y m}$	$D_y = \frac{c_y}{c_{cy}}$
Translação em Z	$c_{cz} = 2\sqrt{k_z m}$	$D_z = \frac{c_z}{c_{cz}}$
Rotação em torno de X	$c_{c\phi_x} = 2\sqrt{k_{\phi_x} m}$	$D_{\phi_x} = \frac{c_{\phi_x}}{c_{c\phi_x}}$
Rotação em torno de Y	$c_{c\phi_y} = 2\sqrt{k_{\phi_y} m}$	$D_{\phi_y} = \frac{c_{\phi_y}}{c_{c\phi_y}}$
Rotação em torno de Z	$c_{c\phi_z} = 2\sqrt{k_{\phi_z} m}$	$D_{\phi_z} = \frac{c_{\phi_z}}{c_{c\phi_z}}$

Por fim, se apresenta a Tabela 3.17 que fornecerá os valores das frequências naturais amortecidas em função da natureza da força excitante sem consideração do acoplamento.

Tabela 3.17 - Frequências naturais amortecidas de acordo com cada grau de liberdade [6]

<b>FREQUÊNCIAS NATURAIS AMORTECIDAS (<math>\omega_d</math>)</b>		
<b>DESLOCAMENTO</b>	<b>AMPLITUDE DE FORÇA EXCITANTE <math>F_0 = \text{cte.}</math></b>	<b>AMPLITUDE DE FORÇA EXCITANTE <math>F_0 = m_0 e \omega^2</math></b>
Translação em X	$\omega_{dx} = \omega_{nx} \sqrt{1 - D_x^2}$	$\omega_{dx} = \omega_{nx} \sqrt{1 - 2D_x^2}$
Translação em Y	$\omega_{dy} = \omega_{ny} \sqrt{1 - D_y^2}$	$\omega_{dy} = \omega_{ny} \sqrt{1 - 2D_y^2}$
Translação em Z	$\omega_{dz} = \omega_{nz} \sqrt{1 - D_z^2}$	$\omega_{dz} = \omega_{nz} \sqrt{1 - 2D_z^2}$
Rotação em torno de X	$\omega_{d\phi_x} = \omega_{n\phi_x} \sqrt{1 - D_{\phi_x}^2}$	$\omega_{d\phi_x} = \omega_{n\phi_x} \sqrt{1 - 2D_{\phi_x}^2}$
Rotação em torno de Y	$\omega_{d\phi_y} = \omega_{n\phi_y} \sqrt{1 - D_{\phi_y}^2}$	$\omega_{d\phi_y} = \omega_{n\phi_y} \sqrt{1 - 2D_{\phi_y}^2}$
Rotação em torno de Z	$\omega_{d\phi_z} = \omega_{n\phi_z} \sqrt{1 - D_{\phi_z}^2}$	$\omega_{d\phi_z} = \omega_{n\phi_z} \sqrt{1 - 2D_{\phi_z}^2}$

NOTA: As fórmulas descritas nas Tabelas 3.15 e 3.17 são velocidades angulares naturais. Para a obtenção das frequências naturais correspondentes, deve-se aplicar:  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ .

### 3.6.2 Acoplamento dos modos de vibração

A Tabela 3.18 apresenta os possíveis modos de vibração para uma fundação de máquina e as condições para que as vibrações descritas ocorram.

Tabela 3.18 - Modos de vibração [6]

MODO DE VIBRAÇÃO	CONDIÇÃO PARA QUE OCORRA
Translação vertical	Deve haver componente de força agindo na direção vertical
Translação horizontal	Deve haver componente de força agindo nas direções $x$ ou $y$
Rotação (em torno de X ou Y)	O ponto de aplicação da força horizontal deve estar acima do centro de gravidade do sistema (fundação + máquina) ou deve haver um binário que produza um momento em torno do eixo horizontal ( $x$ ou $y$ )
Torção (em torno de Z)	As forças horizontais devem formar um binário no plano horizontal
Modos acoplados	Translação em $x$ + rotação em torno de $y$ ou Translação em $y$ + rotação em torno de $x$

Na prática, os modos de vibração tendem a se acoplar. Assim, as frequências naturais resultantes para modos acoplados de vibração são diferentes das frequências naturais calculadas separadamente para cada direção de oscilação. A seguir, apresenta-se de que forma é processado o acoplamento.

A translação em  $x$  se acopla com a rotação em torno de  $y$ , resultando em 2 frequências naturais finais distintas de  $\omega_{nx}$  e  $\omega_{n\phi_y}$ . A translação em  $y$  se acopla com a rotação em torno de  $x$ , resultando em 2 frequências naturais finais distintas  $\omega_{ny}$  e  $\omega_{n\phi_x}$ . Os demais modos, correspondentes à translação vertical ( $\omega_{nz}$ ) e à torção (rotação em torno de  $z \rightarrow \omega_{n\phi_z}$ ) permanecem independentes e inalterados.

O acoplamento deve ser considerado sempre que:

$$\frac{\sqrt{f_n^2 + f_{n\phi}^2}}{f_n \times f_{n\phi}} > \frac{2}{3} f_e, \quad (3.73)$$

onde:  $f_e$  é a frequência excitante.

### 3.6.3 Computo das frequências naturais acopladas

A Tabela 3.19 fornece as equações do 4º grau por meio das quais são obtidas as frequências angulares naturais acopladas.

Tabela 3.19 - Velocidades angulares acopladas [6]

VELOCIDADES ANGULARES ACOPLADAS		
DIREÇÃO	Não amortecidas	Amortecidas
X	$\left(\omega_{nx\phi y}^a\right)^4 - \left(\omega_{nx\phi y}^a\right)^2 \left(\frac{\omega_{nx}^2 + \omega_{n\phi y}^2}{\varphi_y}\right) + \frac{\omega_{nx}^2 \times \omega_{n\phi y}^2}{\varphi_y} = 0$	$\left(\omega_{dx\phi y}^a\right)^4 - \left(\omega_{dx\phi y}^a\right)^2 \left(\frac{\omega_{dx}^2 + \omega_{d\phi y}^2}{\varphi_y}\right) + \frac{\omega_{dx}^2 \times \omega_{d\phi y}^2}{\varphi_y} = 0$
Y	$\left(\omega_{ny\phi x}^a\right)^4 - \left(\omega_{ny\phi x}^a\right)^2 \left(\frac{\omega_{ny}^2 + \omega_{n\phi x}^2}{\varphi_x}\right) + \frac{\omega_{ny}^2 \times \omega_{n\phi x}^2}{\varphi_x} = 0$	$\left(\omega_{dy\phi x}^a\right)^4 - \left(\omega_{dy\phi x}^a\right)^2 \left(\frac{\omega_{dy}^2 + \omega_{d\phi x}^2}{\varphi_x}\right) + \frac{\omega_{dy}^2 \times \omega_{d\phi x}^2}{\varphi_x} = 0$
Translação em Z	Não acopla	Não acopla
Rotação em torno de Z	Não acopla	Não acopla

sendo:  $\varphi_x = \frac{(M_{mx} - mL^2)}{M_{mx}}$  e  $\varphi_y = \frac{(M_{my} - mL^2)}{M_{my}}$ ; onde  $\varphi_x, \varphi_y$  = razão entre os

momentos de massa do sistema tomados no centro de gravidade combinado e os respectivos momentos de massa tomados em relação ao centroide da área da base, em relação aos eixos  $x$  e  $y$ ;

$L$  = distância da base ao centro de gravidade do sistema.

### 3.6.4 Determinação das amplitudes de oscilação

Para as amplitudes de oscilação do centro de gravidade do sistema (fundação + máquina), basta consultar o exposto no item 3.2 desta dissertação. No referido item encontram-se as amplitudes correspondentes à translação, torção e rotação segundo as teorias elástica do semi-espaço e da constante de mola sem peso.

Para as amplitudes de oscilação de um ponto qualquer no sistema (fundação + máquina), basta transferir as amplitudes obtidas em função do centro de gravidade para o novo ponto (P) especificado, da seguinte forma:

$$A_{Px} = A_x + A_{\phi_y} h_{CGz} + A_{\phi_z} h_{CGy} \quad (3.74)$$

$$A_{Py} = A_y + A_{\phi_x} h_{CGz} + A_{\phi_z} h_{CGx} \quad (3.75)$$

$$A_{Pz} = A_z + A_{\phi_x} h_{CGy} + A_{\phi_y} h_{CGx} \quad (3.76)$$

onde:  $h_{CG}$  = distância da amplitude de oscilação do ponto P ao centro de gravidade do sistema.

Para uma melhor compreensão do exposto acima, segue a Figura 3.20.

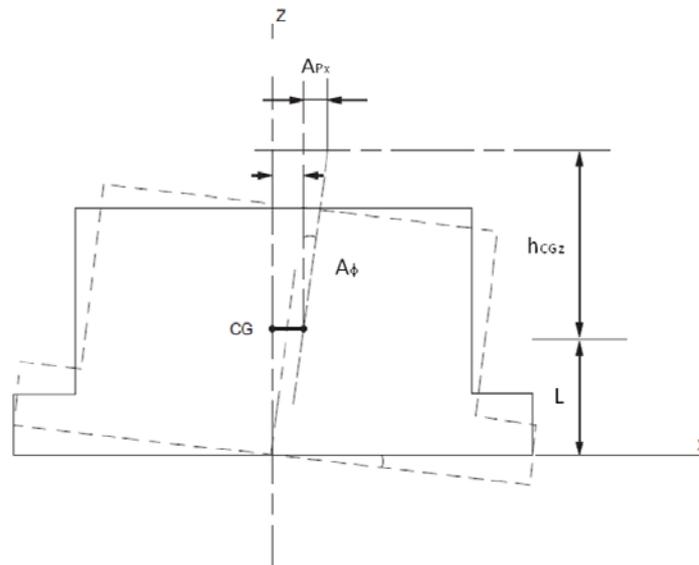


Figura 3.20 - Oscilação translacional em  $x$  e rotacional em torno de  $y$

### 3.6.5 Determinação das velocidades efetivas e critérios de severidade de vibração

O item 3.1 desta dissertação trata basicamente do conceito de severidade de vibração, das faixas de severidade de vibração com relação aos valores das velocidades efetivas, da correlação das faixas de severidade de vibração com as classes das

máquinas e da determinação das amplitudes de pico de deslocamento através de conversão a partir dos valores das velocidades efetivas.

Após a determinação das amplitudes de oscilação de um ponto P (subitem 3.6.4), as obtenções de suas componentes de velocidades máximas ( $v_{Px}, v_{Py}, v_{Pz}$ ) se fazem através das equações:

$$v_{Px} = \omega A_{Px} \quad (3.77)$$

$$v_{Py} = \omega A_{Py} \quad (3.78)$$

$$v_{Pz} = \omega A_{Pz} \quad (3.79)$$

onde:  $\omega$  é a velocidade angular excitante.

As componentes das velocidades efetivas ( $v_{efx}, v_{efy}, v_{efz}$ ) do ponto em questão são calculadas através das equações abaixo e devem satisfazer os limites estabelecidos no item 3.1.

$$v_{efx} = \frac{\omega A_{Px}}{\sqrt{2}} = \frac{v_{Px}}{\sqrt{2}}, \quad (3.80)$$

$$v_{efy} = \frac{\omega A_{Py}}{\sqrt{2}} = \frac{v_{Py}}{\sqrt{2}}, \quad (3.81)$$

$$v_{efz} = \frac{\omega A_{Pz}}{\sqrt{2}} = \frac{v_{Pz}}{\sqrt{2}}. \quad (3.82)$$

Caso seja necessário um estudo mais aprofundado sobre os critérios de severidade de vibração, sugere-se consultar as normas NBR 10082 [15] e ISO 2631 [29].

### **3.7 EMPREGO DE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS PARA VERIFICAÇÃO DINÂMICA DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS**

Existem alguns programas computacionais capazes de realizar os cálculos de verificação dinâmica de fundações de máquinas. Este trabalho trata da utilização de 2 programas computacionais específicos para se obter os valores das amplitudes.

Um deles utiliza-se um modelo que permite o cálculo, de forma rápida, das constantes de rigidez e amortecimento da fundação. Este programa, denominado PILAY, foi desenvolvido por NOVAK e ABOUL-ELLA na Universidade de Western

Ontario no Canadá. Para maiores detalhes sobre a teoria de formulação de amortecimento empregada pelo programa PILAY, ver [30].

O outro é um programa de cálculo automático de fundações de máquinas que permite a otimização das fundações de maneira rápida e fácil. Tal programa, desenvolvido pelos engenheiros civis COUTINHO e MENDES [31], sob orientação do professor Sérgio Hampshire de Carvalho Santos, possibilita o cálculo de fundações sobre estacas mediante a introdução dos parâmetros de rigidez e amortecimento previamente calculados através do PILAY.

O nome dado ao programa computacional aqui descrito é “BLOCKSOLVER”.

O BLOCKSOLVER é aplicável para fundações com geometria retangular, que é o caso da fundação estudada no Capítulo 6 dessa dissertação. Para o desenvolvimento deste *software* foram utilizadas as formulações de WOLF e GAZETAS. Vale lembrar que as formulações de WOLF e GAZETAS para blocos de fundações retangulares só têm aplicabilidade caso a excentricidade entre o centro geométrico da base da fundação e o centro de gravidade do bloco de fundação seja inferior a 5%.

Segundo COUTINHO e MENDES, a avaliação dos deslocamentos obtidos através do programa deve ser feita apenas no que diz respeito à ordem de grandeza dos mesmos. Isso se deve à variabilidade do módulo de deformação transversal do solo. E por isso, COUTINHO e MENDES sugerem que o projetista simule os cálculos para uma gama de valores de  $G$  com uma variação de  $\pm 50\%$  como critério de segurança.

Sobre o programa, vale dizer ainda, que cabe ao projetista fornecer a frequência de operação da máquina e também o intervalo de frequências que deseja avaliar. Assim, se obtém como resultado final os deslocamentos relacionados com a operação da máquina, mas também a informação se a estrutura está numa faixa de frequências estável (ou seja, grande variação de deslocamentos para pequenas variações da frequência excitante).

Para um maior aprofundamento das considerações e/ou elaboração do programa, basta consultar COUTINHO, D. S. do A., e MENDES, C. H. F. [31].

# Capítulo 4 - Solicitações Dinâmicas

Inicia-se este capítulo descrevendo o conceito de balanceamento. Balanceamento é o ajustamento da distribuição de massa de um corpo rotativo de maneira a controlar ou evitar vibrações. Assim, serão tratadas a seguir as forças desbalanceadas, ou seja, aquelas que de certa forma contribuem para a ocorrência de vibrações.

Destaca-se que, mesmo com o balanceamento realizado através de máquinas de balancear dinâmicas, ocorre o desbalanceamento residual que é, normalmente, considerado a causa principal das vibrações constatadas em uma máquina.

## 4.1 FORÇAS DECORRENTES DE MÁQUINAS ALTERNATIVAS

### 4.1.1 Máquinas com um cilindro

Segundo Figura 3.3, tem-se:

$$F_z = m_1 r \omega^2 \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

$$F_x = (m_1 + m_2) r \omega^2 \cos(\omega t) + m_2 \frac{r^2 \omega^2}{L} \cos(2\omega t) \quad (4.2)$$

onde:

$$m_1 \cong \frac{m_M + m_B}{2} \quad (4.3)$$

$$m_2 \cong m_p + \frac{m_B}{2} \quad (4.4)$$

sendo:

$F_x$  a força inercial desbalanceada que surge ao longo da direção  $x$ , isto é, ao longo da direção do pistão;

$F_z$  é a força inercial desbalanceada que surge na direção  $z$ , isto é, na direção perpendicular ao movimento do pistão;

$r$  é o raio da manivela;

$L$  é o comprimento da biela;

$m_M$  é a massa da manivela;

$m_b$  é a massa da biela;

$m_p$  é a massa do pistão.

#### 4.1.2 Máquinas com mais de um cilindro

Para máquinas com mais de um cilindro, tem-se:

$$F = 2,84 \cdot 10^{-5} W r f \left( \cos \theta + \frac{r}{L} \cos 2\theta \right) \quad (4.5)$$

onde:

$F$  é a força desbalanceada ou inercial (em lbf);

$W$  é o peso da parte alternativa de um cilindro (em lbf);

$r$  é o raio da manivela (em polegadas);

$f$  é a frequência do cilindro (em rpm);

$L$  é o comprimento da biela (em polegadas);

$\theta$  é a inclinação entre a manivela e o eixo do pistão.

A força desbalanceada máxima corresponde a  $\theta = 0$ . Assim, tem-se:

$$F_{m\acute{a}x} = 2,84 \cdot 10^{-5} W r f \left( 1 + \frac{r}{L} \right) \quad (4.6)$$

onde:

$$F_1 = 2,84 \cdot 10^{-5} W r f = \text{m\acute{a}xima for\c{c}a prim\acute{a}ria} \quad (4.7)$$

$$F_2 = F_1 \frac{r}{L} = \text{m\acute{a}xima for\c{c}a secund\acute{a}ria} \quad (4.8)$$

Usando como unidades o metro e o Newton ao invés da polegada e da libra-força, tem-se, para  $\theta = 0$ :

$$F_{m\acute{a}x} = 1,11 \cdot 10^{-3} W r f \left( 1 + \frac{r}{L} \right). \quad (4.9)$$

A norma N-1848 [6], fornece na página 43 da revisão B os esforços primários e secundários (forças e momentos) que surgem em máquinas alternativas de um ou mais cilindros de acordo com diferentes arranjos de manivelas.

## 4.2 FORÇAS DESBALANCEADAS EM MÁQUINAS ROTATIVAS

Serão tratadas aqui forças desbalanceadas em máquinas rotativas, entretanto não serão abordados os casos com mais de uma máquina girando sobre o mesmo eixo.

Assim, a força excitante que surge devido ao funcionamento de uma máquina rotativa desbalanceada é dada por:

$$F = m_0 e \omega^2 \quad (4.10)$$

onde, de acordo com a Figura 4.1:

$m_0$  é a massa do rotor;

$e$  é a excentricidade efetiva (distância do centro de gravidade do rotor ao eixo de rotação);

$\omega$  é a velocidade angular de operação.

Tem-se então que as componentes, horizontal e vertical, da força desbalanceada são dadas respectivamente por:

$$F_x = m_0 e \omega^2 \cos(\omega t) \quad (4.11)$$

e

$$F_z = m_0 e \omega^2 \sin(\omega t). \quad (4.12)$$

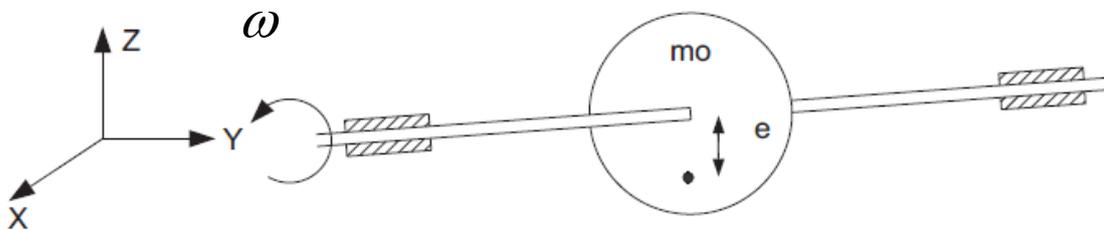


Figura 4.1 - Excentricidade de massa giratória [6]

### 4.2.1 Peso do Rotor

O fabricante do equipamento deverá fornecer o peso do rotor. Se, por algum motivo, não se obtiver o peso do rotor através de dados fornecidos pelo fabricante, é razoável adotar para o peso do rotor cerca de 18% do peso da máquina [6].

#### 4.2.2 Excentricidade Efetiva

Com certa frequência, a magnitude e a direção das forças desbalanceadas de máquinas rotativas não são fornecidas pelos fabricantes, sob alegação de que seus produtos são perfeitamente balanceados. Conforme comentado anteriormente, as máquinas nunca são perfeitamente balanceadas e este desbalanceamento torna-se mais significativo com o passar dos anos de uso e desgaste. A Tabela 4.1 fornece valores de projeto de excentricidades para máquinas rotativas com frequências de operação até 3000 rpm.

Tabela 4.1 - Excentricidade de desbalanceamento [6]

<b>VELOCIDADE DE OPERAÇÃO (rpm)</b>	<b>EXCENTRICIDADE (mm)</b>
750	0,178 – 0,4064
1500	0,1016
3000	0,0254

O API (*American Petroleum Institute*) sugere as excentricidades especificamente para compressores rotativos, geradores e motores de indução tipo “enrolamento em gaiola”.

Para os compressores deve-se utilizar a fórmula abaixo:

$$e = \alpha \sqrt{\frac{12000}{f}} < 1,0 \quad (4.13)$$

onde:

$\alpha$  é uma constante e deve ser considerada igual a 0,5 na época da instalação e igual a 1,0 após alguns anos de operação;

$f$  é a frequência da máquina (rpm);

$e$  é a excentricidade (em mil\*).

\*1 mil = 0,001 polegada

Entretanto, para geradores o API sugere a Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Excentricidade de desbalanceamento para geradores [32]

<b>VELOCIDADE MÁXIMA (rpm)</b>	<b>EXCENTRICIDADE (mm)</b>
Até 8000	0,0254
8000 a 12000	0,01905
Acima de 12000	<0,01905

Por fim, o API sugere a Tabela 4.3 para motores de indução tipo “enrolamento em gaiola”:

Tabela 4.3 - Excentricidade de desbalanceamento para motores de indução [32]

VELOCIDADE SÍNCRONA (rpm)	EXCENTRICIDADE (mm)	
	Mancais Elásticos	Mancais Rígidos
720 – 1499	0,0254	0,0318
1500 – 3000	0,0191	0,0254
> 3000	0,0127	0,0127

Segundo o NEMA (*National Electrical Manufacturers Association*), as excentricidades para motores elétricos convencionais e para motores de grande indução estão representadas respectivamente pelas Tabelas 4.4 e 4.5.

Tabela 4.4 - Excentricidade de desbalanceamento para motores elétricos (NEMA)

VELOCIDADE (rpm)	EXCENTRICIDADE (mm)
3000 – 4000	0,0127
1500 – 2999	0,01905
1000 – 1499	0,0254
< 1000	0,03175

Tabela 4.5 - Excentricidade de desbalanceamento para motores de grande indução (NEMA)

VELOCIDADE (rpm)	EXCENTRICIDADE (mm)
≥ 3000	0,0127
1500 – 2999	0,0254
1000 – 1499	0,0318
≤ 999	0,0381

### 4.2.3 Força desbalanceada segundo fórmulas empíricas

Segundo a norma DIN-4024 [1,2], a força desbalanceada é apresentada pela fórmula a seguir:

$$F = 0,5gm_0\left(\frac{f}{3000}\right) \quad (4.14)$$

onde:

$F$  é a máxima força desbalanceada;

$m_0$  é a massa do rotor;

$f$  é a frequência da máquina (rpm).

Vale ressaltar que, nesta dissertação, a força desbalanceada já foi apresentada também pela Equação 4.10.

## Forças Desbalanceadas

Por fim, sendo  $\delta$  a razão entre a frequência natural da fundação e a frequência da máquina, tem-se uma força estática equivalente à força desbalanceada, dada por:

$$F_{est} = 1,5 \frac{\delta^2}{\delta^2 - 1} gm_0 \left( \frac{f}{3000} \right). \quad (4.15)$$

# Capítulo 5 - Segurança na Operação de Máquinas

Os problemas de controle de ruído e vibração foram trazidos à vanguarda da tecnologia de engenharia mecânica e eletromecânica, com o aumento de potência e de velocidade das máquinas rotativas atuais. Como consequência, mais exigências restritivas foram colocadas sobre a qualidade de operação das máquinas.

Cabe lembrar que a norma regulamentadora NR-12 [33] do Ministério do Trabalho e Emprego brasileiro trata, dentre outras coisas, das distâncias mínimas exigidas entre máquinas, da previsão dos acessos às mesmas, do procedimento de parada, da necessidade de dispositivos de segurança para manuseio das máquinas, de ruídos e vibrações.

A NR-12 [33] exige ainda que os fabricantes e importadores afixem, em local visível, uma identificação com as seguintes características: “ESTE EQUIPAMENTO ATENDE AOS REQUISITOS DE SEGURANÇA DA NR-12”.

Entretanto, a análise do quesito ‘segurança em operações com máquinas’ vai além do que trata a NR-12 [33]. Assim sendo, serão tratados aqui os efeitos causados pelas máquinas em operação e de que forma estes efeitos podem ser atenuados.

O desempenho de uma fundação de máquina é analisado em função de valores limites de amplitudes de velocidade e aceleração, no que se refere aos efeitos provocados em estruturas vizinhas, nas pessoas ou mesmo na própria máquina. Os valores limites dependem da instalação industrial e da função da máquina e envolvem diversas considerações, como o custo do equipamento, a manutenção ou substituição do mesmo.

## 5.1 EFEITOS NAS PESSOAS

A sensibilidade humana às vibrações depende da amplitude e da frequência de vibração. Grandes vibrações podem causar enjoo, diminuição da capacidade de trabalho ou lesões.

A Figura 5.1 mostra os valores limites das amplitudes de deslocamento para pessoas em pé, submetidas a vibrações na direção vertical. Cinco curvas (em linha contínua simples) delimitam as diferentes zonas de sensibilidade humana que variam na seguinte sequência: imperceptível, perceptível, facilmente perceptível, incômodo para pessoas e, por fim, severo para pessoas.

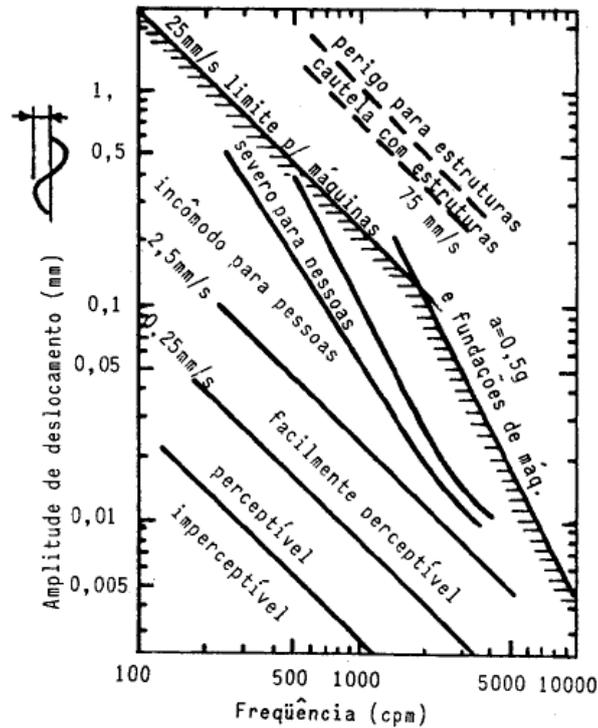


Figura 5.1 - Limites de amplitude de deslocamento [18, pág.311]

A norma ISO 2631 – *Evaluation of human exposure to whole-body vibration* [29], estabelece três limites de vibração: limite de conforto, de fadiga e de exposição. A norma dispõe ainda de coeficientes multiplicadores que consideram o horário, o tipo e o local da atividade desenvolvida e a natureza da vibração (periódica, intermitente, rara, etc.).

## 5.2 EFEITOS NAS MÁQUINAS

A Figura 5.2 apresenta as curvas que delimitam as zonas de desempenho para máquinas rotativas na frequência de operação.

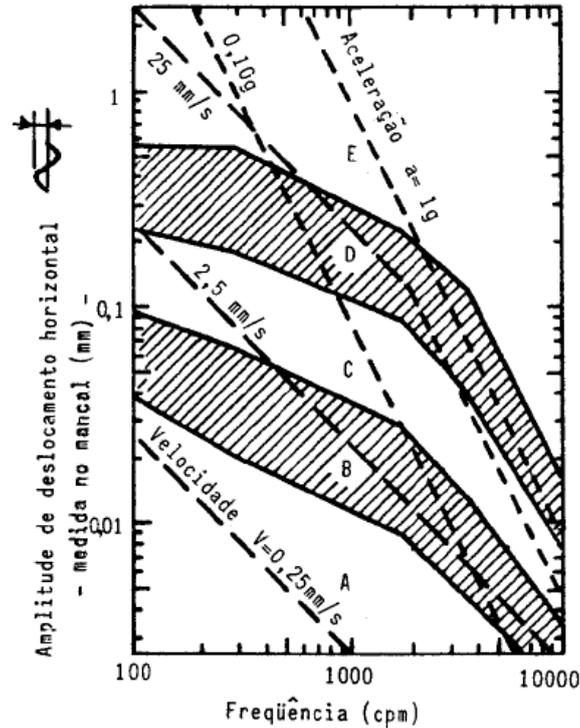


Figura 5.2 - Critérios para a vibração de máquinas rotativas (Blake, 1964, citado em [18, pág. 313])

- onde:
- E: Perigoso. Parar a máquina para evitar acidente;
  - D: Próximo da ruptura. Corrigir em 2 dias para evitar quebra;
  - C: Defeituoso. Corrigir em 10 dias para economizar em manutenção;
  - B: Pequenos defeitos. Correção economiza em manutenção;
  - A: Equipamento novo.

Existem ainda os fatores de serviço, que consistem em multiplicar as amplitudes calculadas por um coeficiente que depende do tipo de equipamento em questão, para que se obtenha uma avaliação mais apurada do desempenho da máquina.

Pode-se notar que uma condição adequada para a máquina, normalmente, satisfaz os critérios para pessoas. Basta comparar as Figuras 5.1 e 5.2.

### 5.3 EFEITOS NAS ESTRUTURAS

A Figura 5.1 apresenta também os limites de amplitude de deslocamento para as estruturas.

Pode-se utilizar ainda a Figura 5.3 para resumir as informações referentes aos danos estruturais causados por vibrações em função da amplitude de deslocamento e

da frequência de vibração. As retas tracejadas correspondem a amplitudes de velocidade e aceleração e servem apenas de referência.

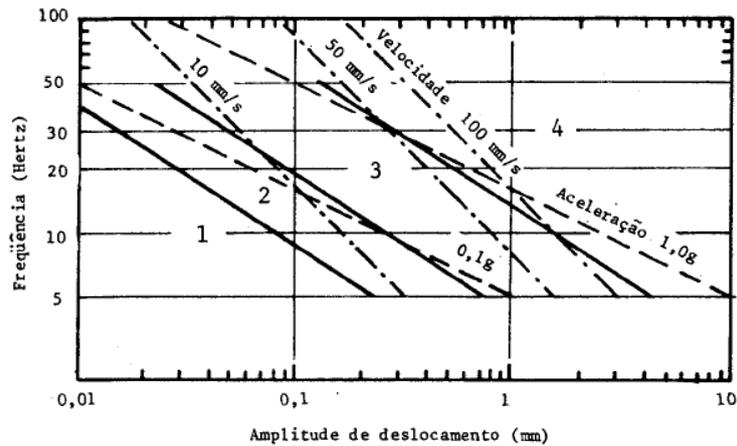


Figura 5.3 - Danos em estruturas (Steffens,1974, citado em [34, pág.7])

- onde:
- 1: Sem danos;
  - 2: Possibilidade de ruptura em revestimentos;
  - 3: Danos prováveis em elementos estruturais;
  - 4: Danos em elementos estruturais - destruição.

#### 5.4 ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES

Para que as amplitudes admissíveis da máquina sejam alcançadas é comum o uso de isoladores nas fundações. O objetivo do uso de isolador é reduzir a amplitude do sistema. Elevadas amplitudes devem ser evitadas também de forma a não causar incômodo nas pessoas, prejuízo a equipamentos e/ou estruturas vizinhas.

Isoladores de vibração são constituídos de materiais capazes de resistir à deformação elástica. Os materiais mais utilizados como isoladores são:

- ✓ Madeira;
- ✓ Cortiça;
- ✓ Mola de aço;
- ✓ Borracha;
- ✓ Neoprene;
- ✓ Absorvedor pneumático.

O isolador pode ser colocado entre a máquina e a fundação.

Na escolha de um isolador é fundamental definir qual a direção da vibração. Se a vibração ocorrer somente em uma direção, basta que o isolador garanta isolamento

nesta direção. Entretanto, se houver perturbação em mais de uma direção é necessário um isolador para cada direção ou um isolador com propriedades de isolamento para múltiplas direções.

Para que um isolador desempenhe sua função adequadamente, ele deve ser mais flexível que a estrutura suporte. Aconselha-se que o valor da rigidez da estrutura suporte seja 10 vezes maior que a rigidez do isolador (Sampaio, C., 2004, citado em [17]).

Outra opção para a redução ou isolamento da propagação das vibrações de máquinas está apresentada na Figura 5.4 e diz respeito ao uso de trincheira, que pode ter a finalidade específica de proteção de algum equipamento próximo.

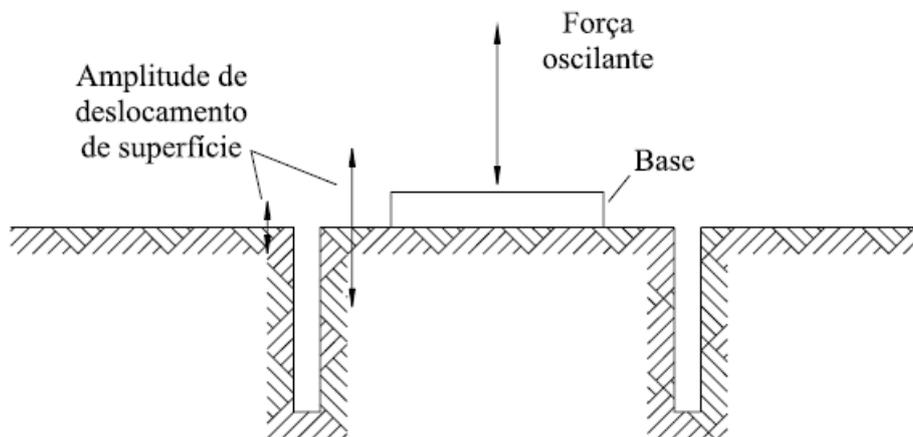


Figura 5.4 - Esquema de trincheira circular [17]

# Capítulo 6 - Estudo de Caso

O estudo consiste basicamente em três etapas. A primeira delas diz respeito à apresentação do projeto original de uma base de máquina e a interpretação dos dados dos ensaios geotécnicos disponíveis no local de implantação da máquina. A segunda etapa do estudo englobará o cálculo da base que será realizado (i) analiticamente através do método da mola elástica linear sem peso e (ii) com uso de programas computacionais. Os parâmetros do solo serão obtidos (a) diretamente por ensaio *Crosshole* e (b) por correlações com o SPT. Assim, os cálculos serão realizados com dois níveis de modelagem da base e com duas formas de obtenção dos parâmetros do solo. Por fim, a terceira etapa consiste na comparação entre amplitudes de vibração da base obtidas por cálculo com os valores medidos em campo por meio de instrumentação durante a operação da máquina. Os resultados serão apresentados neste capítulo, contudo a comparação dos mesmos será abordada no Capítulo 7.

## 6.1 DESCRIÇÃO DO PROJETO

O estudo de caso em questão trata da análise completa de uma fundação de máquina localizada em uma unidade industrial na cidade de Cubatão, São Paulo – Brasil.

### 6.1.1 Dados do Solo

Foi prevista uma vasta campanha de ensaios geotécnicos para a implantação da unidade industrial em questão. Serão analisados aqui somente os ensaios geotécnicos próximos ao local de implantação da máquina a ser estudada. Assim sendo, existem dados geotécnicos provenientes dos seguintes ensaios: *Standard Penetration Test* (SPT), Sondagem mista (SM), CBR (Índice de Suporte Califórnia), DMT (Dilatômetro *Marchetti*) e *Crosshole* (CH). Para a proposta do estudo em questão, serão utilizados os resultados dos ensaios SPT, SM e *Crosshole*.

Desta forma, foram utilizadas as sondagens a percussão SPT-29, SPT-30, SPT-31, SPT-33, SPT-34 e SPT-35, além da sondagem mista SM-48. Com relação aos ensaios *Crosshole*, foram feitas análises para três ensaios existentes na unidade industrial, entretanto foi dada uma importância maior ao ensaio CH-3 por estar mais próximo da base estudada.

Para uma perfeita compreensão do estudo será apresentada a Figura 6.1 onde os ensaios utilizados na análise e a base da máquina em questão, que será a bomba B-901.5131001A, aparecem localizados.

Vale informar que os ensaios CH-1 e CH-2 não se encontram localizados na Figura 6.1 por estarem distantes da base da bomba e que suas coordenadas são respectivamente:

N-675,00 e E-1993,00;

N-675,00 e E-2038,00.

O sistema de coordenadas empregado ao longo de todo o trabalho é o mesmo utilizado dentro de toda a unidade industrial.

# Estudo de Caso

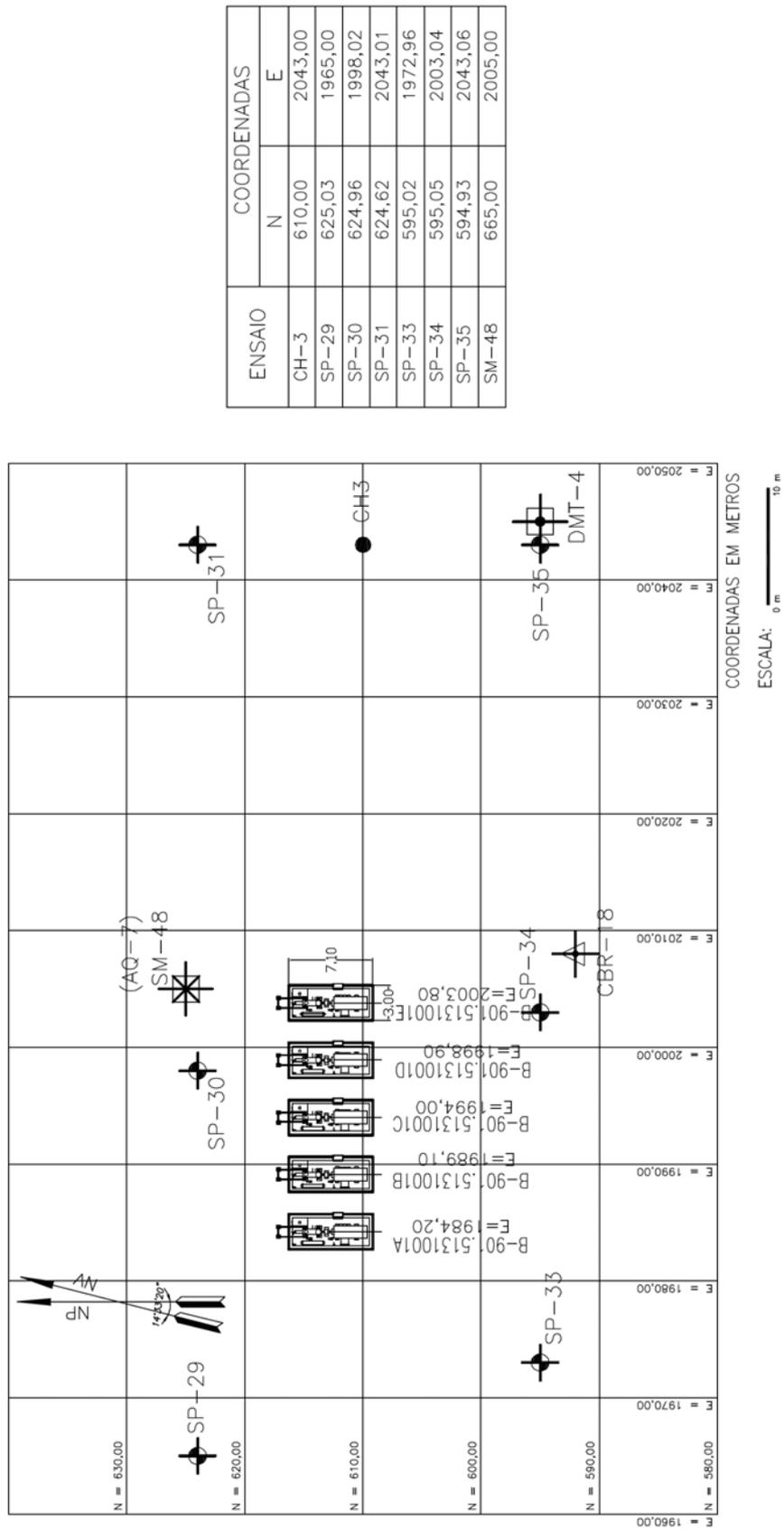


Figura 6.1 - Planta de Arranjo e Locação dos Ensaios

No item 6.2 deste capítulo serão apresentadas as tabelas e gráficos elaborados com base nos dados dos resultados dos ensaios geotécnicos selecionados para este projeto.

Primeiramente, ao analisar os perfis geológico-geotécnicos gerados pelas sondagens, constata-se uma homogeneidade do solo local com pequenas variações. Desta forma, adotar-se-á para efeito de interpretação dos parâmetros do solo um perfil padrão que represente da melhor maneira possível o solo estudado. Prossegue-se descrevendo o perfil dito padrão:

- ✓ De 0 a 4 metros – silte argiloso com areia fina e pedregulhos;
- ✓ De 4 a 10 metros – argila siltosa mole;
- ✓ De 10 a 16 metros – areia fina;
- ✓ De 16 a 19 metros – argila siltosa mole;
- ✓ A partir de 19 metros – fragmentos alterados de rocha.

O nível d'água do lençol freático estabilizado (medido 24 horas após a execução das sondagens) variou de cerca de 1m a 3m da cota de boca de furo das sondagens. Vale ressaltar que as sondagens SPT foram realizadas nos meses de abril e maio de 2005 e que a variação das cotas de boca de furo das sondagens é pequena e pode ser desprezada para este estudo.

### **6.1.2 Dados da Fundação**

Para a fundação da máquina em questão, foi adotada a solução em estacas. Optou-se pelo emprego de estacas devido à existência de camadas compressíveis superficiais e incompatíveis com eventuais recalques que comprometeriam o bom funcionamento do equipamento (bomba de grande porte) e das tubulações (de grande diâmetro) que o atendem. Apesar da presença do lençol freático elevado não ser determinante na escolha do tipo de fundação adotado, esta característica corrobora o emprego de estacas.

A base da máquina foi modelada para 4 e 6 estacas. A utilização de 4 estacas acarretaria deslocamentos indesejáveis em determinados pontos da base. Assim, foram utilizadas 6 estacas pré-moldadas de concreto centrifugadas (tipo SCAC) de diâmetro de 26cm, capacidade para 35tf cada e comprimento médio de 20 metros. O

bloco de coroamento possui as seguintes dimensões: 3m de largura, 7,1m de comprimento e 1m de altura.

As seis estacas citadas acima serão aqui denominadas de: E66, E67, E76, E77, E86 e E87. Vale ressaltar que foi realizado o acompanhamento de cravação das estacas e que nenhuma destas foi danificada durante o processo.

As Figuras 6.2 a 6.7 mostram o projeto da base civil (estaqueamento, forma e armação) da máquina em questão.

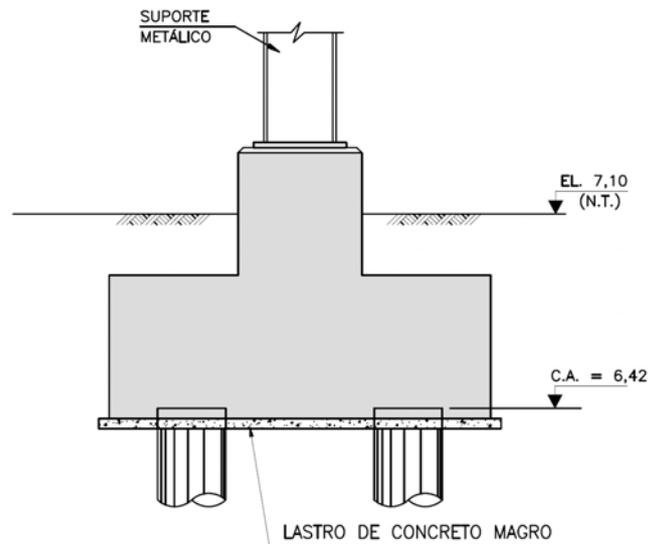


Figura 6.2 - Detalhe da fundação (cota de arrasamento)

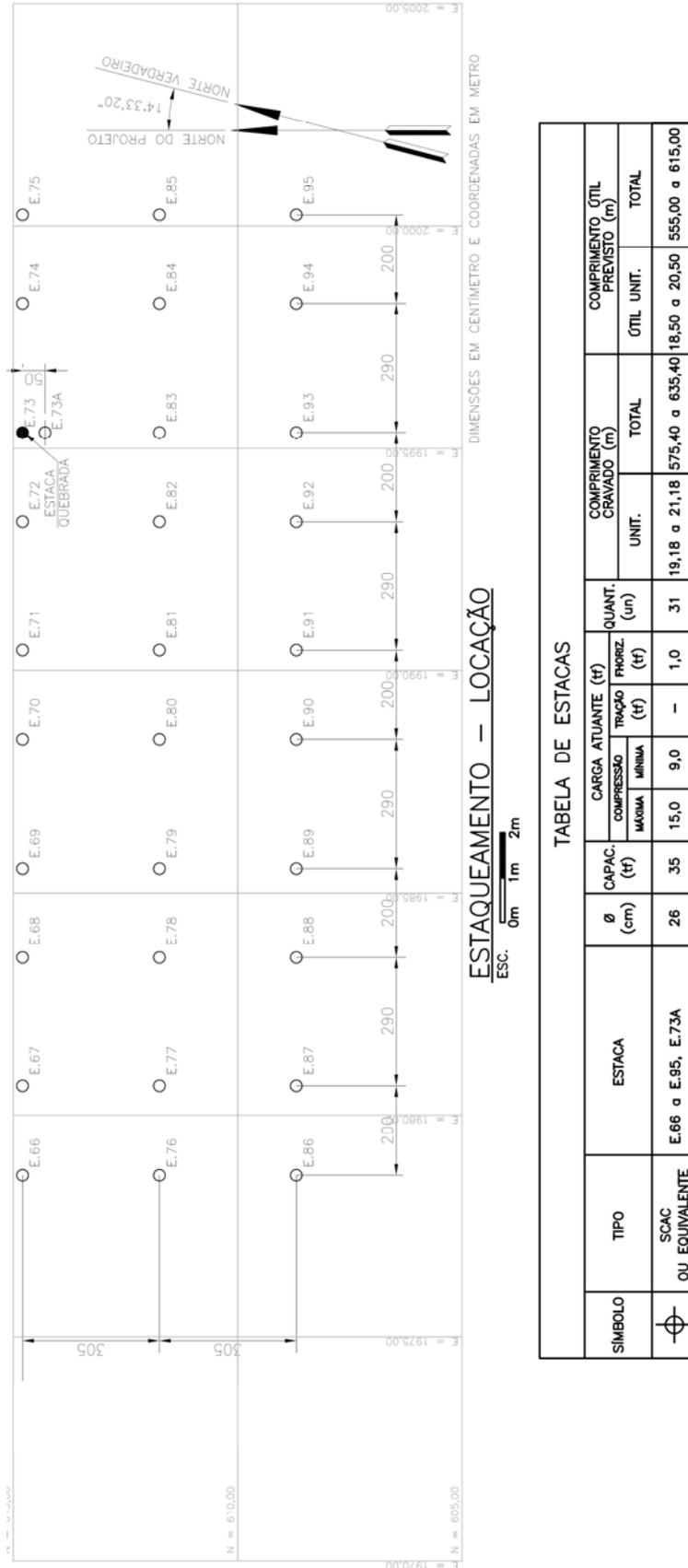


Figura 6.3 - Locação do Estaqueamento



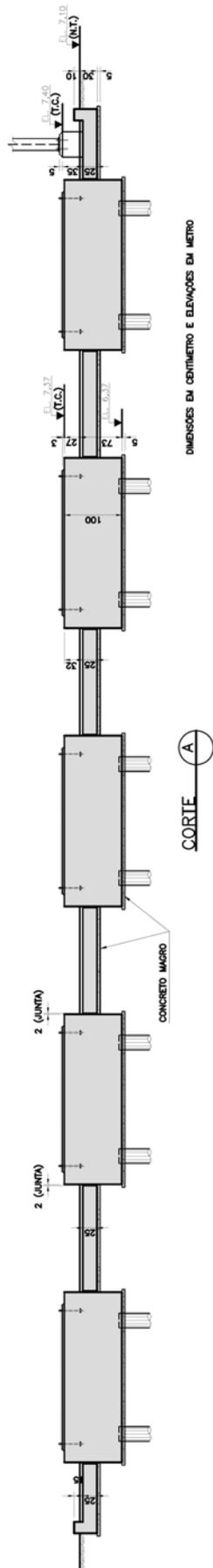


Figura 6.5 - Corte A

## Estudo de Caso

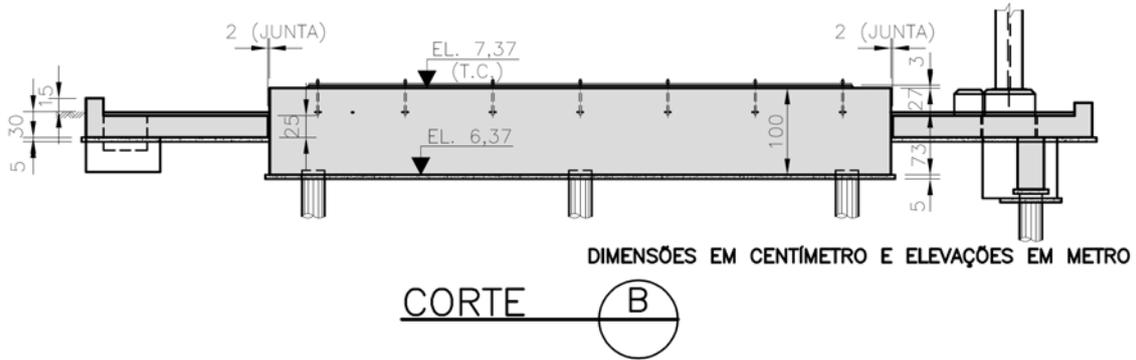


Figura 6.6 - Corte B

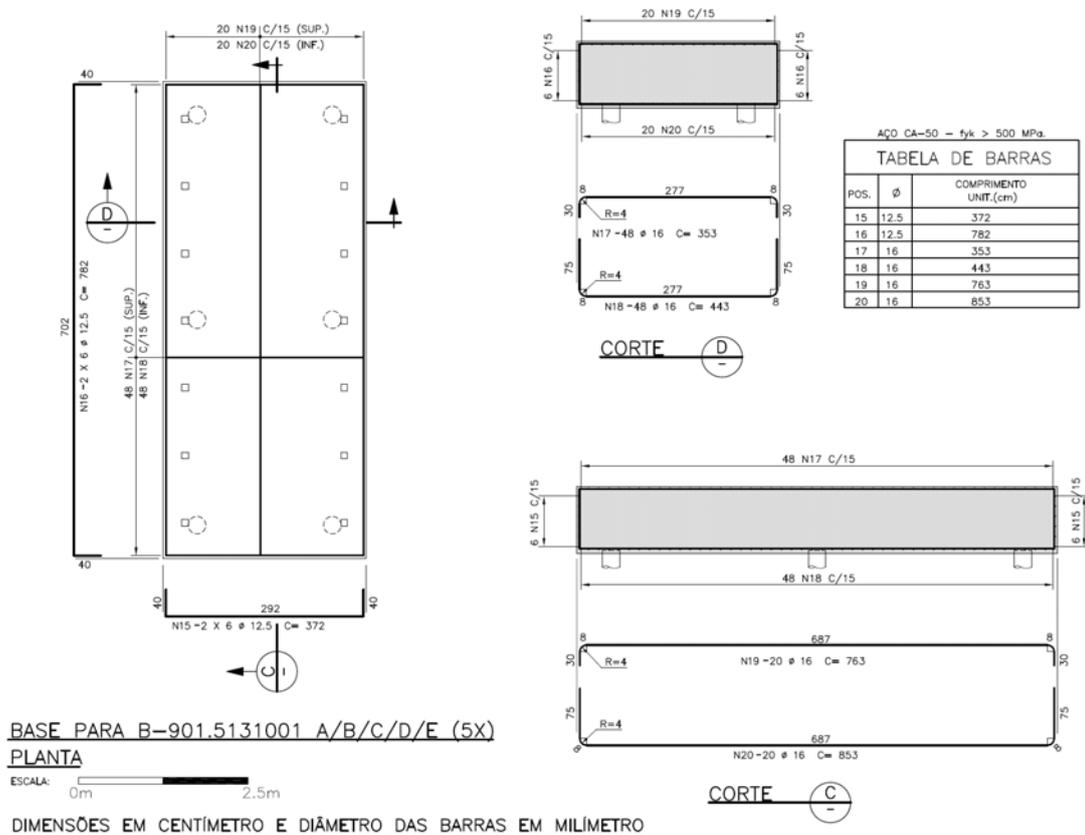


Figura 6.7 - Armação da Base

### 6.1.3 Dados da Máquina

A máquina a ser estudada foi escolhida com base nos seguintes requisitos:

- ✓ Deveria trata-se de um caso real;

- ✓ Deveria possuir resultados de ensaios SPT próximos à implantação da base da máquina;
- ✓ Deveria possuir ensaio *Crosshole* próximo à implantação da base da máquina;
- ✓ Deveria ser uma máquina que possuísse os dados do fornecedor (fabricante) quanto aos esforços atuantes na base da mesma;
- ✓ A máquina deveria ter dimensões razoáveis;
- ✓ A base da máquina deveria estar apoiada diretamente num bloco de fundação (descartando máquinas apoiadas sobre pórticos);
- ✓ Deveria ser uma máquina que possuísse todos os dados de projeto de fundações;
- ✓ Deveria ser uma máquina que possuísse medições das vibrações da mesma após construção e montagem (ou seja, medições de acompanhamento de operação da máquina).

Assim sendo, a máquina escolhida para o estudo é uma bomba que atende a caldeiras auxiliares de uma termelétrica.

Nesta termelétrica, existem 5 bombas vizinhas que desempenham a mesma função: atender às caldeiras auxiliares. Foi escolhida para o estudo, a bomba para a qual se conseguiu os resultados das medições de amplitude (pico e média) em operação.

Vale lembrar, que por se tratar de uma termelétrica, a bomba em questão (B-9015131001-A) possui dimensões e esforços bastante significativos.

Trata-se de uma bomba centrífuga com motor elétrico de 60 Hz. As Figuras 6.8 a 6.10 mostram dados relevantes da bomba e possuem dimensões em milímetros.

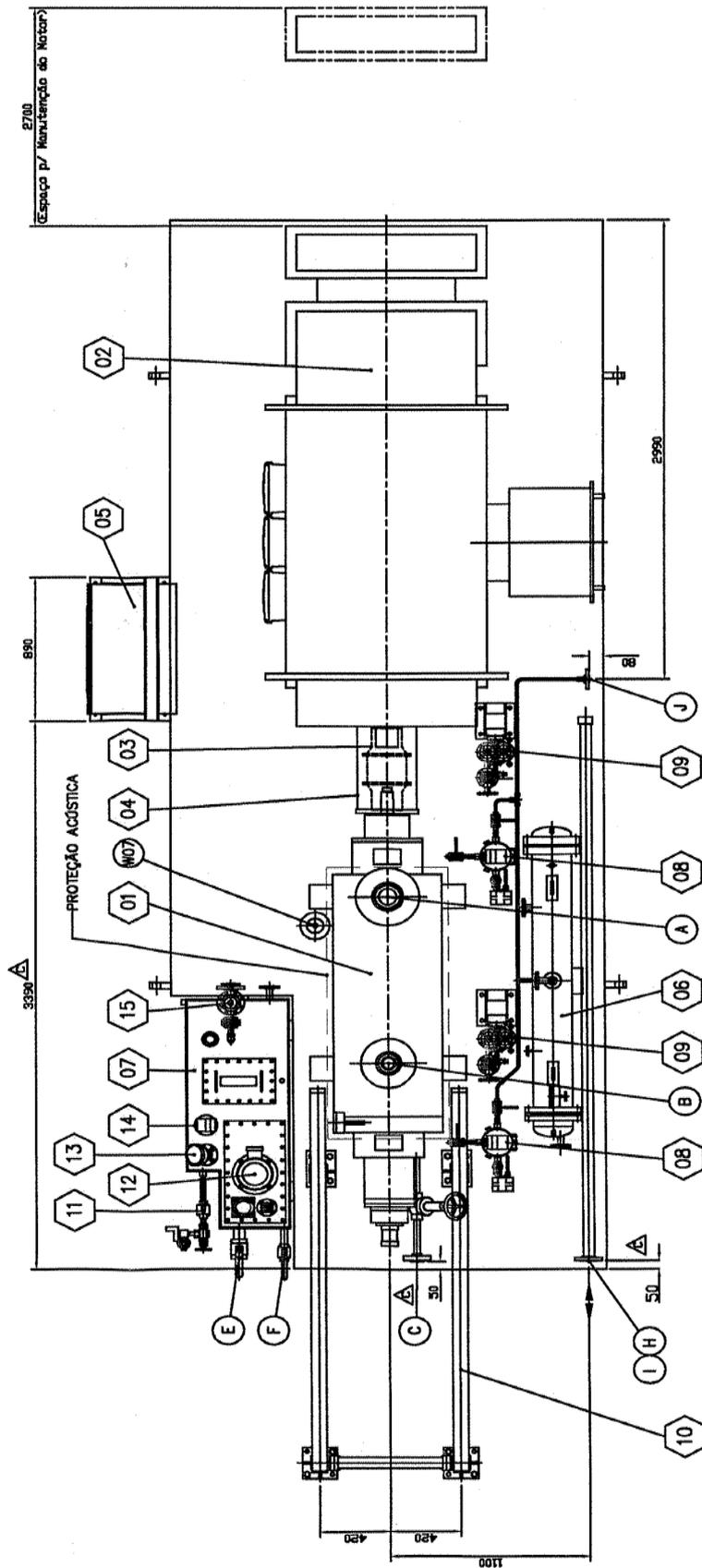


Figura 6.8 - Bomba em planta



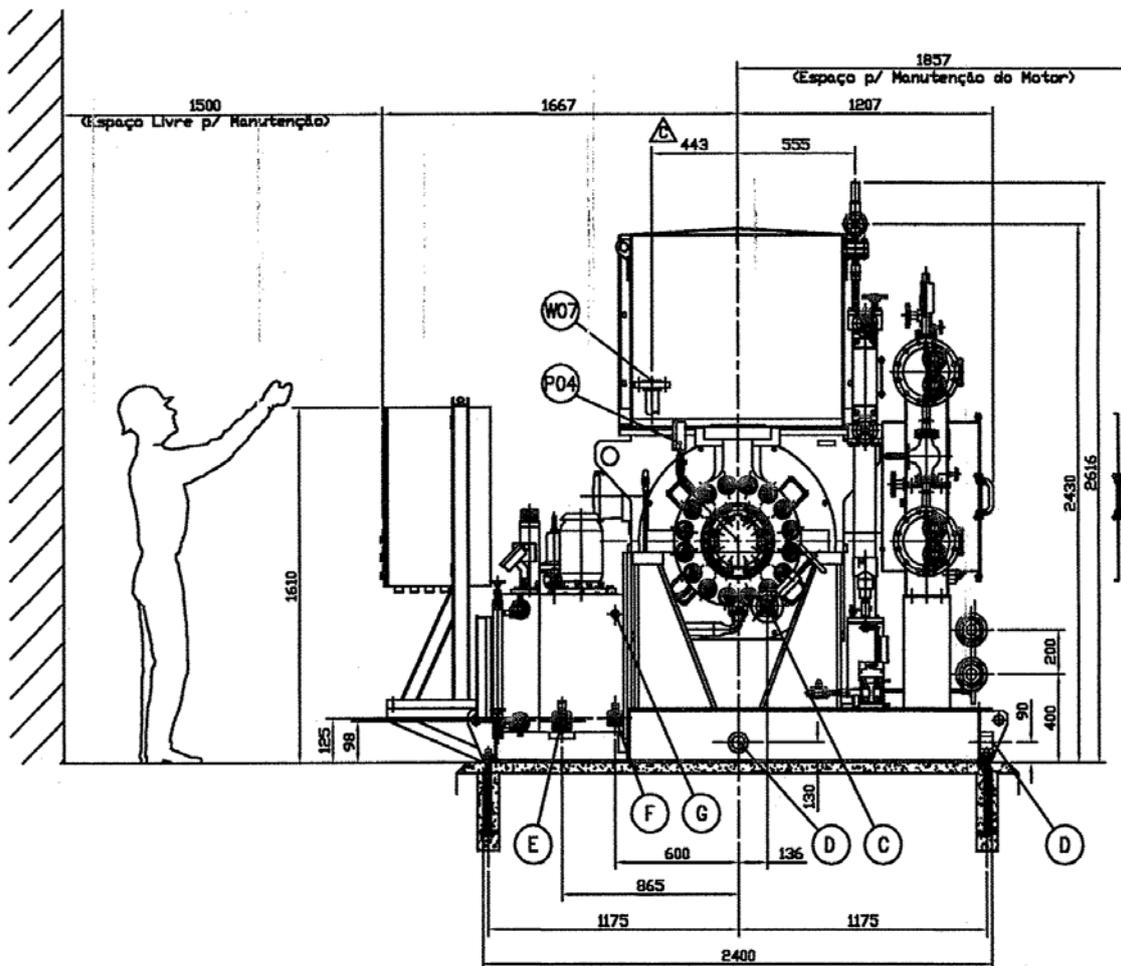


Figura 6.10 - Corte transversal da Bomba

As Tabelas 6.1 e 6.2 complementam informações referentes à bomba centrífuga.

Tabela 6.1 - Relação de componentes

POS.	DESCRIÇÃO
01	Bomba – gsg 100-300/12
02	MOTOR ELÉTRICO 1220kw, 4000V, 60Hz, II Polos
03	Acoplamento
04	Proteção do acoplamento
05	Painel bently nevada
06	Trocador de calor do sistema de lubrificação
07	Reservatório do sistema de lubrificação
08	Detector de vazamento
09	Trocador de calor do sistema de selagem
10	Dispositivo de montagem / desmontagem do cartucho
11	Visor – ulf
12	MOTOR ULF – 2.2kw, 440V, 3 $\phi$ , 60Hz
13	Indicador de temperatura – ulf
14	Transmissor indicador de nível – ulf
15	Válvula de controle – ufl

Tabela 6.2 - Relação de conexões

<b>COD.</b>	<b>DN</b>	<b>TIPO / CLASSE</b>	<b>SERVIÇO</b>
A	8"	ANSI B.16.5 – 1500# RTJ – 63 RMS	Bocal de sucção
B	4"	ANSI B.16.5 – 1500# RTJ – 63 RMS	Bocal de recalque
C	1"	ANSI B.16.5 – 1500# RTJ – 63 RMS	Dreno da bomba
D	2"	NPT	Dreno da base
E	2"	NPT	Dreno do reservatório de óleo
F	1"	NPT (c/ válvula esfera)	Previsão para inst. de purif. de óleo portátil
G	3/4"	NPT (c/ plug)	Previsão para inst. de purif. de óleo portátil
H	2"	ANSI B.16.5 – 150# FF	Saída de água de refrigeração dos trocadores
I	2"	ANSI B.16.5 – 150# FF	Entrada da água de refrigeração dos trocadores
J	3/4"	ANSI B.16.5 – 300# FF	Dreno dos coletores de vazamento (Plano API-65)
L	3"	ANSI B.16.5 – 300# FF	Desc. da válvula (PSV) – Linha de Comp. Bomba
P04	1/2"	ANSI B.16.5 – 1500# RTJ	Medição de pressão na compensação hidráulica
W07	2"	ANSI B.16.5 – 1500# RTJ – 63 RMS	Compensação hidráulica

A seguir, as Tabelas 6.3 e 6.4 e a Figura 6.11 apresentam os esforços e cargas (estáticas e dinâmicas) atuantes na fundação da bomba.

Tabela 6.3 - Pesos: Vazio, em Operação e em Teste

<u>TOTAL</u>	<u>16430</u>	<u>17620</u>
TUBULAÇÃO + SUPORTAÇÃO	40	50
TROCADOR DE CALOR DA ULF	40	50
ACOPLAMENTO + PROTEÇÃO	80	
PAINEL DE INSTRUMENTOS	200	
BASE	3500	
MOTOR ELÉTRICO	6650	
TUBULAÇÃO + SUPORTAÇÃO	1200	1500
TROCADOR DE CALOR DA ULF	270	340
RESERVATÓRIO DE ÓLEO	450	850
BOMBA CENTRÍFUGA	4000	4400
<b>PESOS (Kg)</b>	<b>VAZIO</b>	<b>OPER / TESTE</b>

Tabela 6.4 - Esforços Máximos Admissíveis nos Bocais

BOCAL DE RECALQUE								
DN (mm/in)	FORÇAS (N)				MOMENTOS (Nm)			
	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$F_r$	$M_x$	$M_y$	$M_z$	$M_r$
100 / 4"	± 2840	± 2320	± 3560	± 5120	± 2660	± 1360	± 2000	± 3600
BOCAL DE SUÇÇÃO								
DN (mm/in)	FORÇAS (N)				MOMENTOS (Nm)			
	$F_x$	$F_y$	$F_z$	$F_r$	$M_x$	$M_y$	$M_z$	$M_r$
200 / 8"	± 7560	± 6220	± 9780	± 1384	± 7060	± 3520	± 5160	± 9420

**NOTAS:**

- A bomba não é um ponto fixo na tubulação do cliente;
- As forças descritas podem atuar simultaneamente em cada bocal;
- As setas indicam a direção positiva;

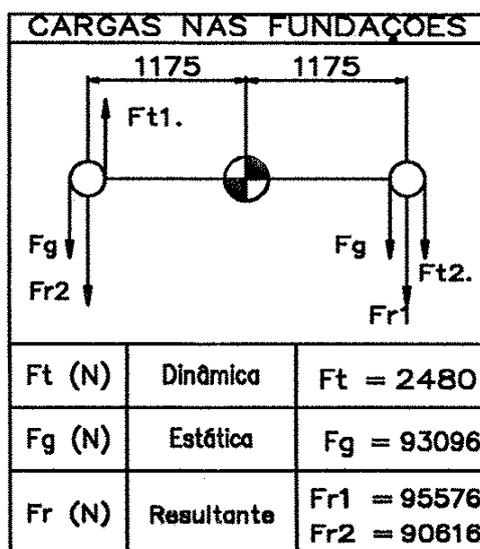


Figura 6.11 - Cargas nas fundações

O valor da força resultante, indicada na Figura 6.12, deverá ser dividido pelo número de chumbadores de acordo com o lado do bocal da bomba.

Vale ainda dizer que a bomba em questão cumpre integralmente as normas regulamentadoras NR-10, NR-11, NR-12, NR-13, NR-15, NR-17 e NR-26.

#### 6.1.4 Resultados da Instrumentação

A máquina estudada dispõe de um sistema de instrumentação e controle, além de um sistema de proteção e monitoramento da mesma. Todas as medições são realizadas através de sensores no campo que enviam sinais elétricos para o SSC (Sistema de Supervisão e Controle).

O Sistema de Supervisão e Controle é parte fundamental de qualquer sistema de automação de processos. O SSC surgiu com a função básica de fornecer uma interface amigável (geralmente gráfica) com os operadores do processo, permitindo aos mesmos realizar as seguintes funções:

- Monitorar variáveis do processo em tempo real (temperatura, pressão, nível, vibração, deslocamento, etc.);
- Diagnosticar falhas ou condições indevidas através de alarmes, eventos e dados históricos;
- Ajustar parâmetros do processo (*set-points*);
- Enviar comandos para o sistema.

Cada conjunto motor-bomba referente ao projeto em questão é equipado com sistema de monitoramento de vibração modelo 3500 fabricado pela *Bently Nevada*.

Os sensores de vibração de campo são do tipo *proximitor* (modelo PROXPAC da *Bently Nevada*). Trata-se de um transdutor eletrônico que mede a variação da distância entre seu elemento sensor e a superfície de vibração, sem realizar contato com a mesma. Este tipo de sensor possui estabilidade e precisão bastante elevadas.

Os indicadores de vibração apresentados na Figura 6.12 possuem TAGS (etiquetas de numeração) iniciando em VI. Para a medição da vibração na direção  $z$  os TAGS possuem terminação A1 e para a medição na direção  $y$ , terminação A2.

A localização de cada um dos indicadores de medição está representada na Figura 6.12. A vibração é medida em diversos pontos (motor e bomba). Os dados apresentados na figura são medições instantâneas da data 14 de maio de 2010.

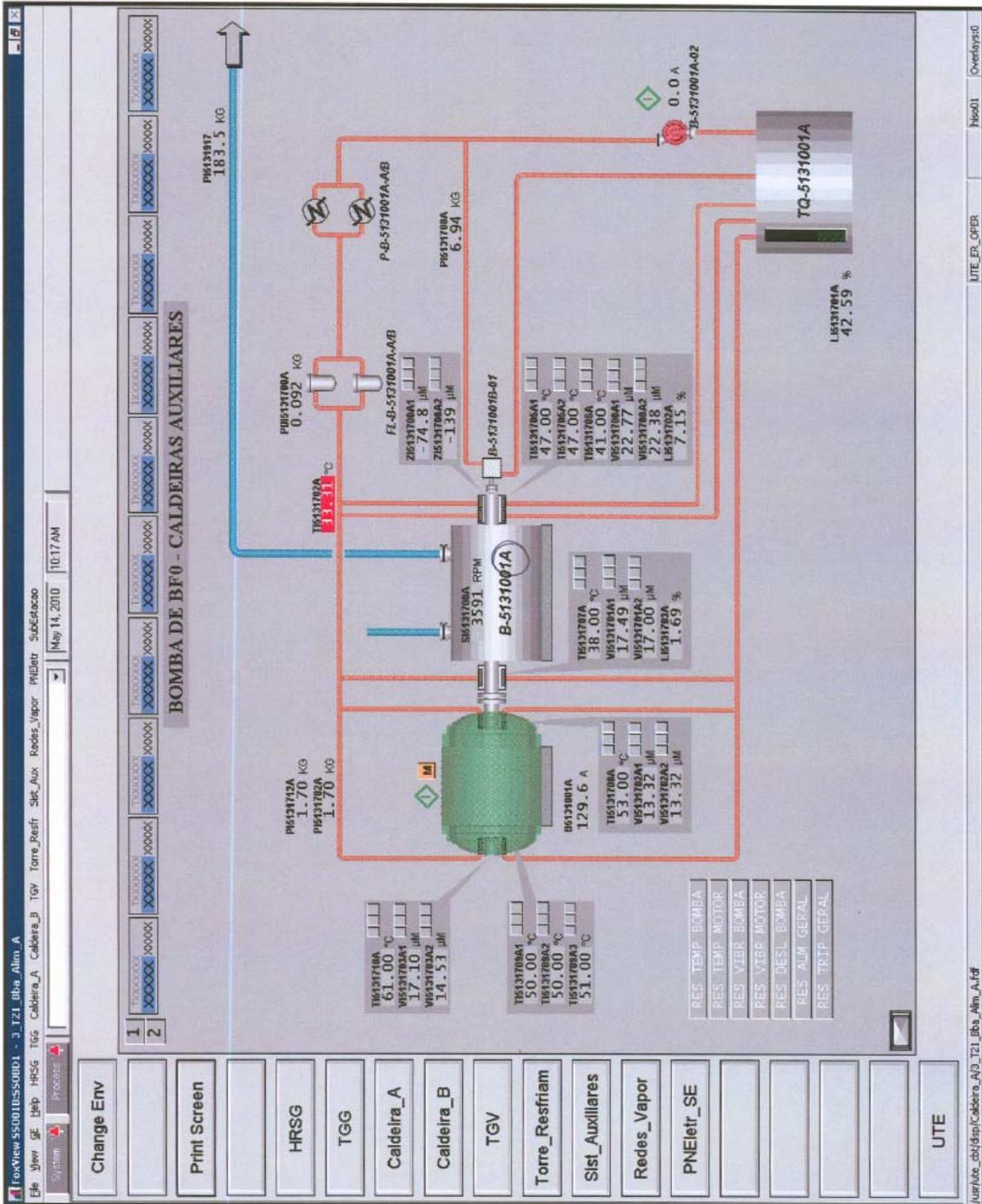


Figura 6.12 - Resultados da instrumentação da bomba B-9015131001A

## 6.2 INTERPRETAÇÃO DOS PARÂMETROS DE SOLO

Primeiramente serão apresentadas as tabelas com os valores de  $N_{SPT}$  por metro para os ensaios de SPT e SM mais próximos à base da bomba estudada e ao ensaio CH-3. Estas mesmas tabelas apresentam os valores de módulo de

deformabilidade e de módulo de cisalhamento dinâmico máximo, por metro de profundidade, obtidos por meio de correlações com os valores de  $N_{SPT}$ , conforme fórmulas apresentadas no item 3.3 e tabela 3.4 deste trabalho. A tabela 3.4 que determina o valor para o coeficiente de *Poisson* foi empregada considerando-se as camadas do perfil geológico-geotécnico padrão, mencionado no item 6.1.1, para todos os ensaios SPT e SM aqui apresentados.

Vale lembrar que a obtenção do módulo de cisalhamento dinâmico a partir do  $N_{SPT}$  é empírica.

Seguem as Tabelas 6.5 a 6.11.

Tabela 6.5 - Ensaio SPT 29

Profundidade (m)	N SPT 29	E (MPa)	G (MPa)
1	20	356	132
2	22	384	142
3	22	384	142
4	23	398	147
5	5	126	43
6	3	84	29
7	7	165	57
8	5	126	43
9	5	126	43
10	5	126	43
11	6	136	50
12	7	154	57
13	7	154	57
14	8	171	63
15	6	136	50
16	7	154	57
17	9	202	70
18	8	184	63
19	7	165	57
20	12	263	88
21	16	331	110
22	18	364	121
23	14	297	99
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.6 - Ensaio SPT 30

Profundidade (m)	N SPT 30	E (MPa)	G (MPa)
1	28	466	173
2	33	531	197
3	27	453	168
4	10	204	76
5	2	61	21
6	3	84	29
7	3	84	29
8	4	105	36
9	6	146	50
10	6	146	50
11	6	136	50
12	6	136	50
13	5	117	43
14	7	154	57
15	9	188	70
16	10	204	76
17	10	220	76
18	5	126	43
19	6	146	50
20	7	171	57
21	6	151	50
22	10	227	76
23	20	395	132
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.7 - Ensaio SPT 31

Profundidade (m)	N SPT 31	E (MPa)	G (MPa)
1	14	268	99
2	3	78	29
3	3	78	29
4	5	117	43
5	3	84	29
6	3	84	29
7	2	61	21
8	3	84	29
9	7	165	57
10	8	184	63
11	3	78	29
12	4	98	36
13	6	136	50
14	5	117	43
15	5	117	43
16	5	117	43
17	5	126	43
18	6	146	50
19	20	382	132
20	50	823	274
21	50	823	274
22	50	823	274
23	50	823	274
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.8 - Ensaio SPT 33

Profundidade (m)	N SPT 33	E (MPa)	G (MPa)
1	9	188	70
2	8	171	63
3	10	204	76
4	6	136	50
5	3	84	29
6	3	84	29
7	9	202	70
8	9	202	70
9	7	165	57
10	8	184	63
11	9	188	70
12	7	154	57
13	8	171	63
14	11	221	82
15	9	188	70
16	9	188	70
17	11	237	82
18	5	126	43
19	5	126	43
20	15	314	105
21	23	442	147
22	32	576	192
23	21	411	137
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.9 - Ensaio SPT 34

Profundidade (m)	N SPT 34	E (MPa)	G (MPa)
1	16	298	110
2	22	384	142
3	35	557	206
4	29	479	177
5	2	61	21
6	2	61	21
7	3	84	29
8	4	105	36
9	3	84	29
10	3	84	29
11	4	98	36
12	6	136	50
13	8	171	63
14	7	154	57
15	8	171	63
16	7	154	57
17	3	84	29
18	4	105	36
19	4	105	36
20	6	151	50
21	17	347	116
22	41	702	234
23	38	661	220
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.10 - Ensaio SPT 35

Profundidade (m)	N SPT 35	E (MPa)	G (MPa)
1	11	221	82
2	15	283	105
3	2	56	21
4	3	78	29
5	2	61	21
6	1	35	12
7	1	35	12
8	5	126	43
9	5	126	43
10	5	126	43
11	2	56	21
12	2	56	21
13	6	136	50
14	7	154	57
15	9	188	70
16	8	171	63
17	2	61	21
18	3	84	29
19	2	61	21
20	3	87	29
21	28	518	173
22	18	364	121
23	25	473	158
24	24	458	153
25	18	364	121
26	50	823	274

Tabela 6.11- Ensaio SM 48

Profundidade (m)	N SM48	E (MPa)	G (MPa)
1	0	0	0
2	0	0	0
3	10	204	76
4	11	221	82
5	6	146	50
6	6	146	50
7	7	165	57
8	6	146	50
9	7	165	57
10	5	126	43
11	7	154	57
12	6	136	50
13	8	171	63
14	8	171	63
15	8	171	63
16	7	154	57
17	8	184	63
18	5	126	43
19	5	126	43
20	5	130	43
21	17	347	116
22	26	488	163
23	50	823	274
24	50	823	274
25	50	823	274
26	50	823	274

Tabela 6.12 - Média dos SPTs

Profundidade (m)	N SPT médio	E (MPa)	G (MPa)
1	14	268	99
2	15	278	103
3	16	291	108
4	12	243	90
5	3	90	31
6	3	84	29
7	5	117	40
8	5	129	44
9	6	140	48
10	6	140	48
11	5	123	45
12	5	125	46
13	7	151	56
14	8	164	61
15	8	166	62
16	8	164	61
17	7	162	56
18	5	129	44
19	7	165	57
20	14	297	99
21	22	433	144
22	28	516	172
23	31	564	188
24	46	774	258
25	45	762	254
26	50	823	274

A Tabela 6.12 apresenta os valores obtidos pela média dos  $N_{SPT}$  dos ensaios SPT29, SPT30, SPT31, SPT33, SPT34, SPT35 e SM48. Os valores de módulo de deformabilidade e de módulo de cisalhamento dinâmico máximo foram obtidos da mesma maneira que nas tabelas anteriores (Tabelas 6.5 a 6.11).

Em sequência foram gerados gráficos com os valores apresentados nas tabelas acima de forma a facilitar o estudo. Pode-se observar no primeiro gráfico da Figura 6.13 o comportamento do solo para cada uma das sondagens apresentadas neste trabalho. No segundo gráfico da mesma figura, se tem os valores médios de  $N_{SPT}$ .

Considerando-se que o comportamento do solo é similar para todas as sondagens apresentadas e na tentativa de representar da melhor maneira possível o perfil do solo para obtenção dos parâmetros indiretos do mesmo, utilizar-se-á daqui em diante a média dos ensaios SPT para efeito de cálculo.

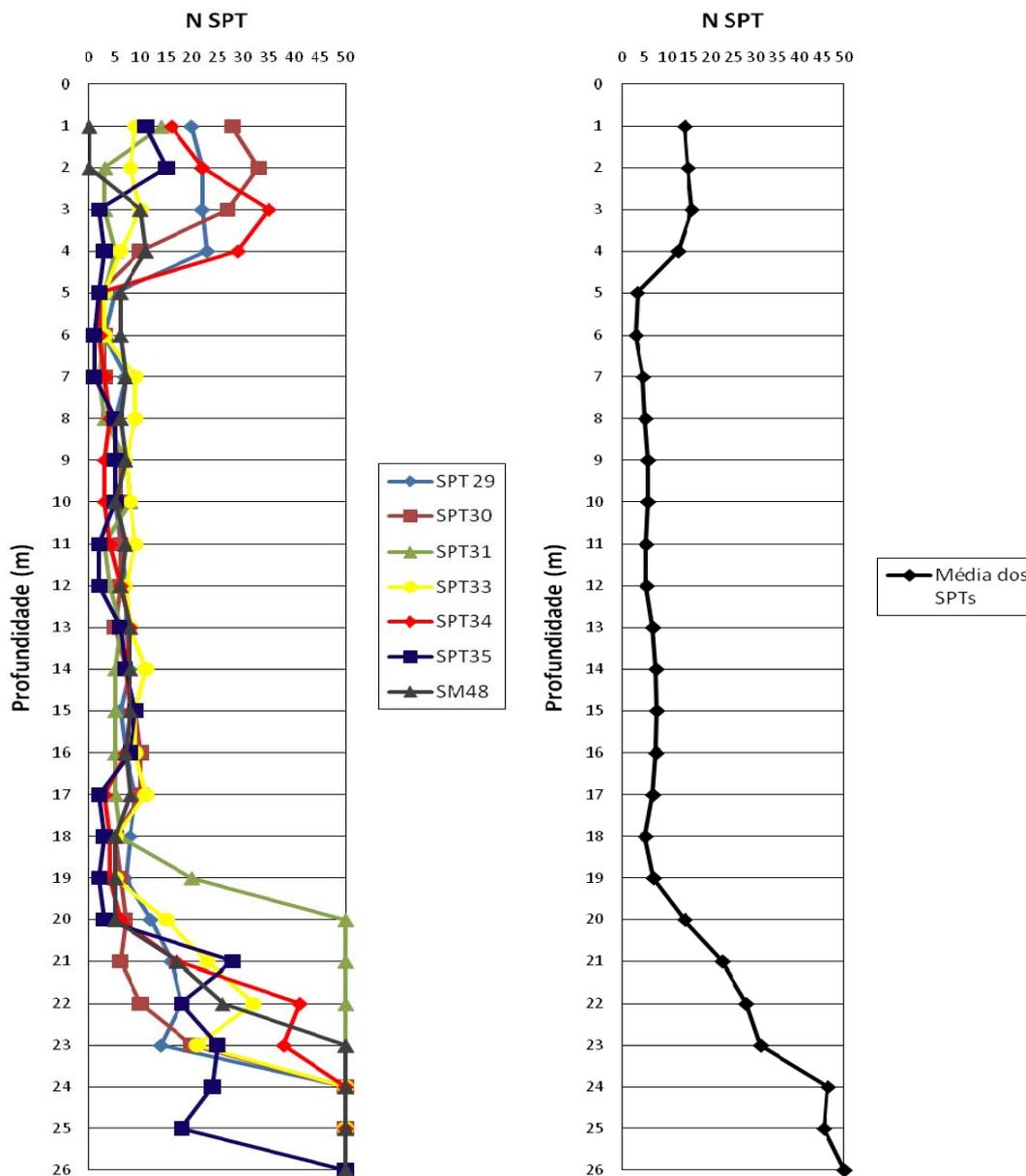


Figura 6.13 - Gráficos  $N_{SPT}$  X Profundidade

Seguem as Figuras 6.14 e 6.15, apresentando respectivamente a variação do módulo de deformabilidade e do módulo de cisalhamento dinâmico ao longo da profundidade. É importante lembrar que os valores referem-se às correlações com os ensaios SPT.

Foi realizada a análise dos módulos para cada sondagem SPT e para a média das mesmas. Nota-se, pelo comportamento apresentado nos gráficos, que é razoável a utilização das médias (apresentadas também na Tabela 6.12).

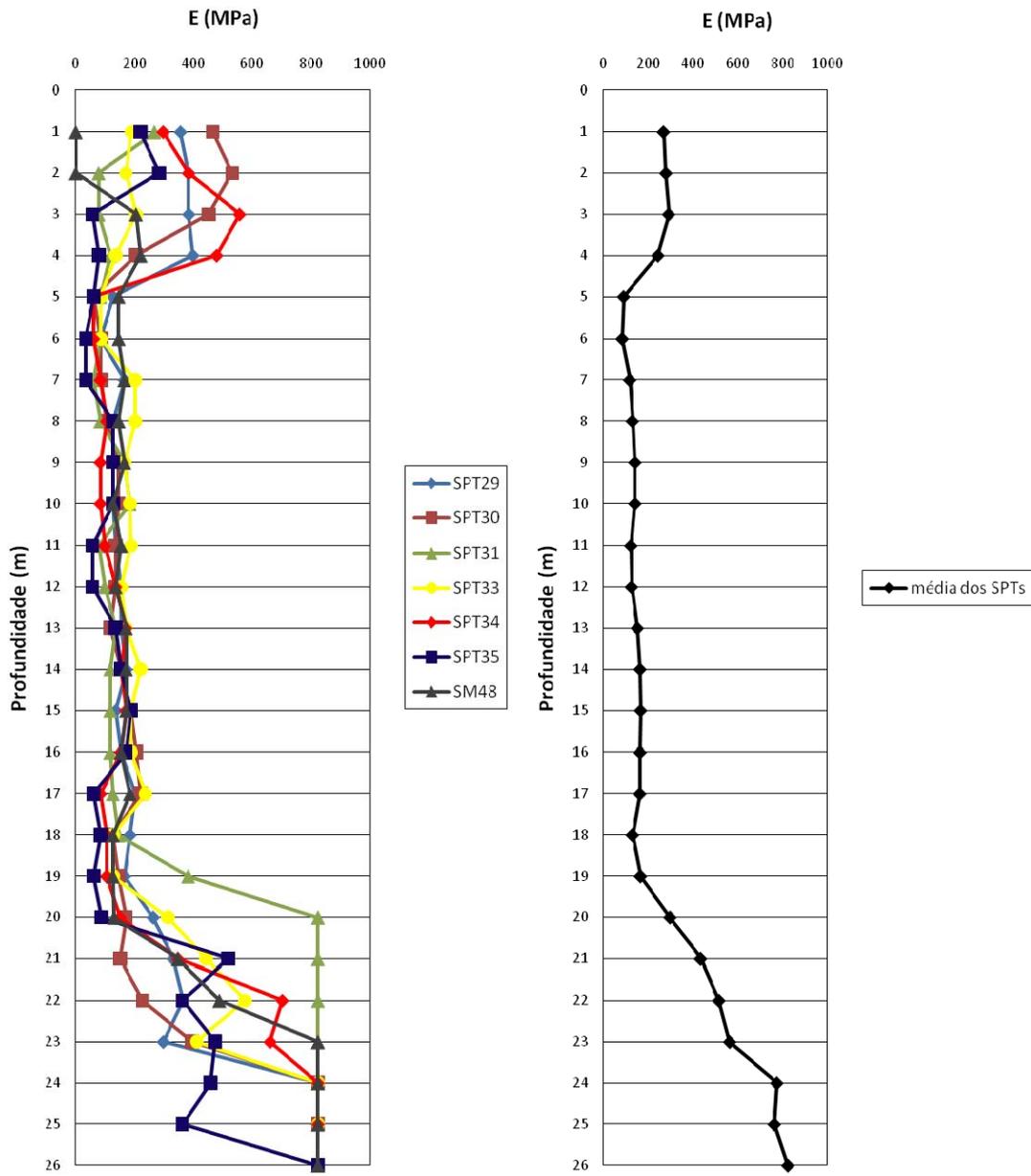


Figura 6.14 - Gráficos E X Profundidade

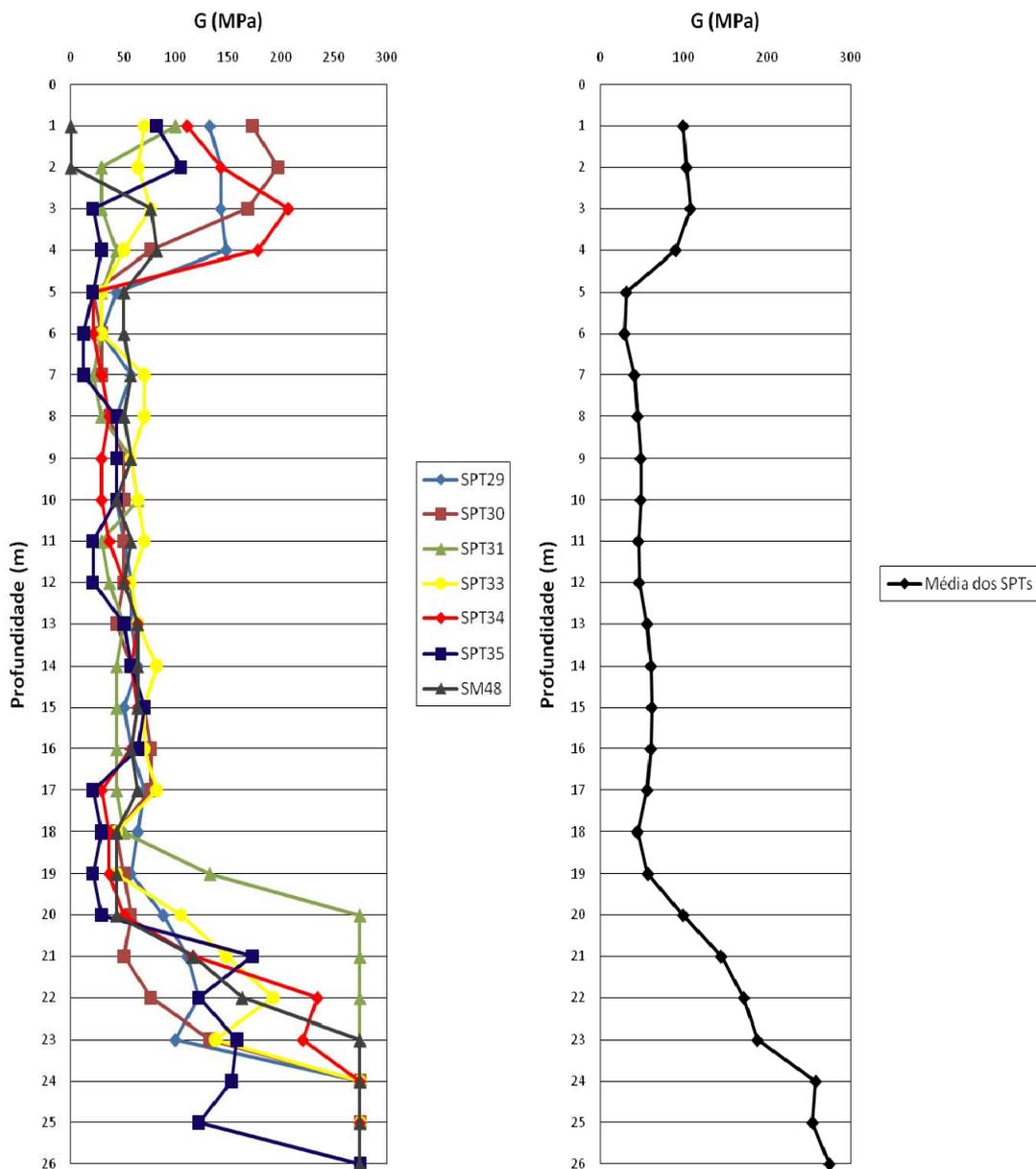


Figura 6.15 - Gráficos G X Profundidade

Para concluir a interpretação dos ensaios de obtenção indireta de G, será apresentado um gráfico que mostra o valor médio de G por camada de solo considerando as camadas do perfil padrão estipuladas anteriormente.

Ao analisar, percebe-se que para as camadas de solo de maior resistência mecânica se tem valores de G na ordem das centenas de MPa. Isto ocorre tanto para os 4 primeiros metros onde observa-se presença de pedregulhos como para a camada de fragmentos alterados de rocha que ocorre após os 20 metros de profundidade. Entretanto, para as camadas de 5 a 19 metros de profundidade, onde não se observa

pedregulhos ou fragmentos de rochas, os valores de G giram na casa das dezenas de MPa. Para uma melhor compreensão basta observar a Figura 6.16 e a Tabela 6.13.

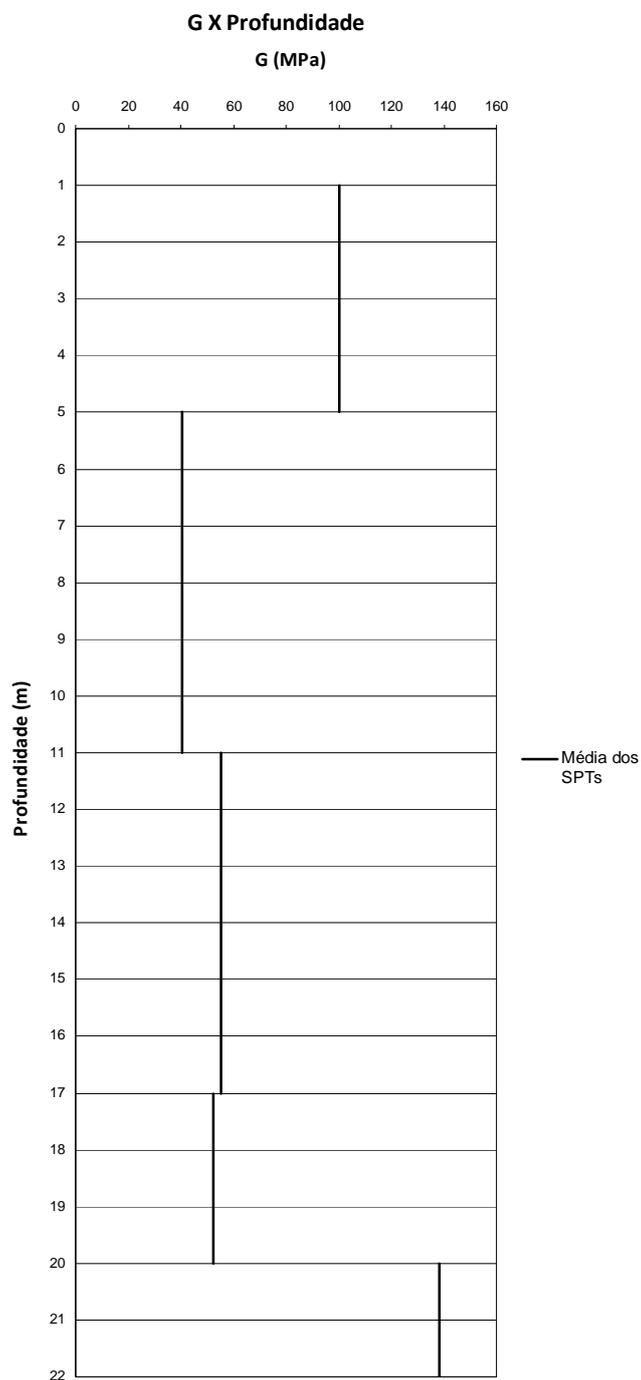


Figura 6.16 - Gráfico G médio X Profundidade

Tabela 6.13 - G por camada X Profundidade

Profundidade (m)	G (MPa)
1	100
2	100
3	100
4	100
5	40
6	40
7	40
8	40
9	40
10	40
11	55
12	55
13	55
14	55
15	55
16	55
17	52
18	52
19	52
20	138
21	138
22	138

Prossegue-se a interpretação dos dados geotécnicos abrangendo agora os ensaios de obtenção direta dos parâmetros do solo. Seguem as Tabelas 6.14, 6.15 e 6.16 com os resultados dos três ensaios *Crosshole* existentes na área industrial estudada.

Tabela 6.14 - Ensaio CH1

Profundidade (m)	CH1					
	$\gamma$ nat(Kgf/m <sup>3</sup> )	Vp(m/s)	Vs(m/s)	V	E(MPa)	Gmáx(MPa)
1	1570	537,40	270,20	0,33	305	115
2	1570	654,70	287,10	0,38	357	129
3	1728	631,70	310,60	0,34	447	167
4	1588	500,10	268,80	0,30	298	115
5	1588	400,10	177,80	0,38	138	50
6	1588	433,80	187,30	0,39	154	56
7	1752	371,20	180,20	0,35	153	57
8	1752	418,70	200,10	0,35	190	70
9	1752	455,80	206,40	0,37	205	75
10	1752	413,90	197,50	0,35	185	68
11	1860	413,90	201,10	0,35	202	75
12	1770	418,70	219,70	0,31	224	85
13	1791	433,80	223,00	0,32	235	89
14	1791	456,90	219,10	0,35	232	86
15	1791	461,60	220,90	0,35	236	87
16	1791	444,50	218,90	0,34	230	86
17	1791	444,50	196,90	0,38	191	69
18	1791	444,50	195,30	0,38	189	68
19	1791	580,80	207,90	0,43	221	77
20	1791	439,10	188,50	0,39	177	64
21	1791	537,40	270,20	0,33	348	131
22	1637					

Tabela 6.15 - Ensaio CH2

CH2						
Profundidade (m)	$\gamma$ nat(Kgf/m <sup>3</sup> )	Vp(m/s)	Vs(m/s)	$\nu$	E(MPa)	Gmáx(MPa)
1	1893	537,40	291,90	0,29	416	161
2	1893	571,60	301,40	0,31	450	172
3	1893	545,60	291,80	0,30	419	161
4	1570	631,70	320,70	0,33	428	161
5	1752	486,60	269,40	0,28	325	127
6	1688	423,60	168,40	0,41	135	48
7	1688	418,70	180,50	0,39	152	55
8	1688	383,10	177,90	0,36	146	53
9	1688	387,20	185,70	0,35	157	58
10	1688	400,10	171,60	0,39	138	50
11	1688	473,80	219,80	0,36	222	82
12	1688	529,50	241,90	0,37	270	99
13	1688	529,50	246,40	0,36	279	102
14	1770	493,30	234,70	0,35	264	97
15	1670	500,10	241,80	0,35	263	98
16	1753	467,70	235,40	0,33	258	97
17	1687	313,10	133,10	0,39	83	30
18	1960	349,60	146,90	0,39	118	42
19	1684	554,00	283,10	0,32	357	135
20	1828	580,80	289,40	0,33	409	153
21	1828	600,10	318,90	0,30	485	186
22						

Tabela 6.16 - Ensaio CH3

CH3						
Profundidade (m)	$\gamma$ nat(Kgf/m <sup>3</sup> )	Vp(m/s)	Vs(m/s)	$\nu$	E(MPa)	Gmáx(MPa)
1	1593	439,10	248,60	0,26	249	98
2	1593	360,10	209,50	0,24	174	70
3	1593	321,50	203,20	0,17	154	66
4	1593	418,70	213,40	0,32	192	73
5	1593	450,10	230,30	0,32	224	84
6	1593	439,10	205,30	0,36	183	67
7	1593	409,20	180,00	0,38	142	52
8	1593	418,90	185,10	0,38	150	55
9	1788	461,70	213,80	0,36	223	82
10	1788	400,10	191,50	0,35	177	66
11	1670	450,10	229,50	0,32	233	88
12	1670	428,70	226,50	0,31	224	86
13	1839	461,70	232,30	0,33	264	99
14	1839	428,70	225,10	0,31	244	93
15	1839	439,10	213,70	0,34	226	84
16	1839	439,10	209,40	0,35	218	81
17	1692	514,40	292,00	0,26	364	144
18	1692	400,10	152,00	0,42	111	39
19	1692	409,20	143,80	0,43	100	35
20	1692	450,10	227,30	0,33	232	87
21	1692	486,60	229,50	0,36	242	89
22	1692					

Em sequência serão apresentados 4 gráficos (Figuras 6.17 e 6.18) que representam o comportamento das variáveis das Tabelas 6.14, 6.15 e 6.16 ao longo da profundidade.

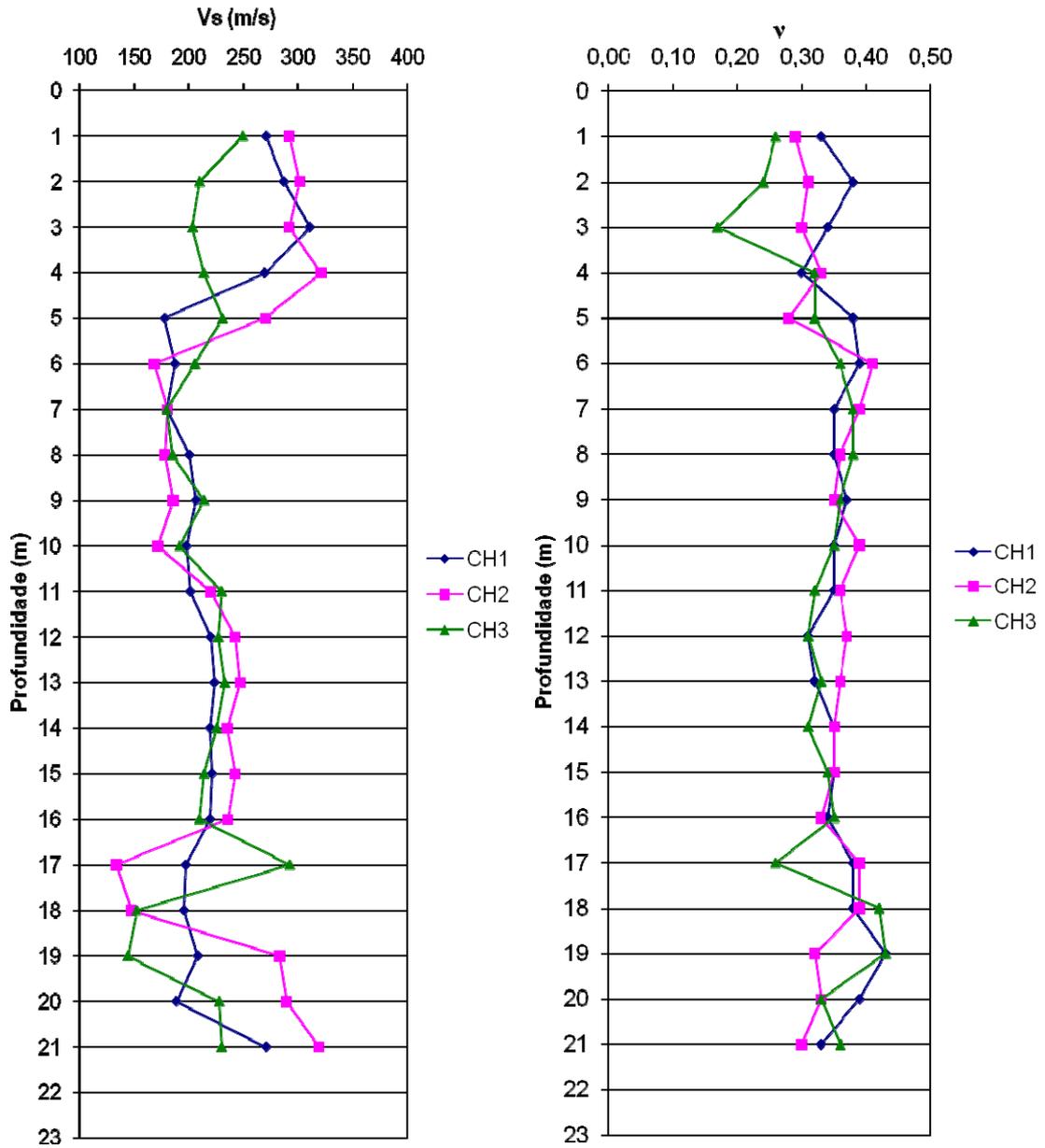


Figura 6.17 - Gráficos de Vs X Profundidade e vX Profundidade

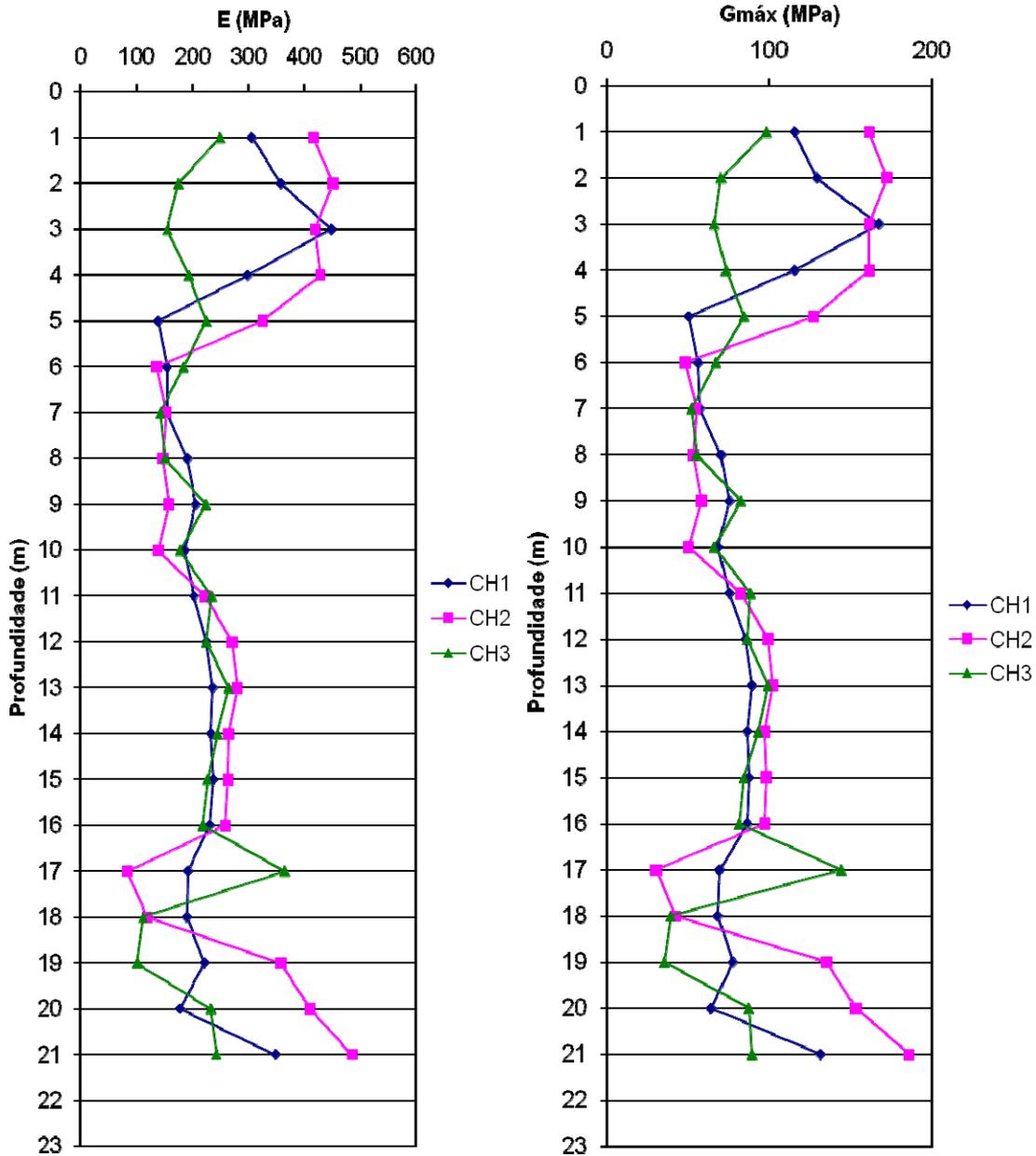


Figura 6.18 - Gráficos de E X Profundidade e G<sub>máx</sub> X Profundidade

De acordo com os gráficos referentes aos resultados dos ensaios *Crosshole*, pode-se notar que para os três ensaios (CH1, CH2 e CH3) as variáveis se comportam de forma similar dos 6 até os 16 metros de profundidade. Contudo, como há uma diferença bastante significativa na ordem de grandeza dos valores das variáveis para as camadas iniciais e finais de solo aqui representadas, será considerado somente o ensaio CH3 para efeito de estudo da base da bomba. É importante lembrar que o ensaio CH3 é o que se encontra mais próximo da base estudada e por isso será o escolhido.

Para concluir a interpretação dos ensaios de obtenção direta de G, será apresentada uma tabela (Tabela 6.17) e um gráfico (Figura 6.19) que mostram o valor

médio de G por camada de solo considerando as camadas do perfil padrão estipuladas anteriormente.

Tabela 6.17 - Ensaio CH3 ( $G_{max}$  por camada X Profundidade)

<b>CH3</b> <b>(média por camada de solo)</b>	
<b>Profundidade</b> <b>(m)</b>	<b>G<sub>máx</sub> (MPa)</b>
1	77
2	77
3	77
4	77
5	68
6	68
7	68
8	68
9	68
10	68
11	89
12	89
13	89
14	89
15	89
16	89
17	73
18	73
19	73
20	88
21	88
22	88

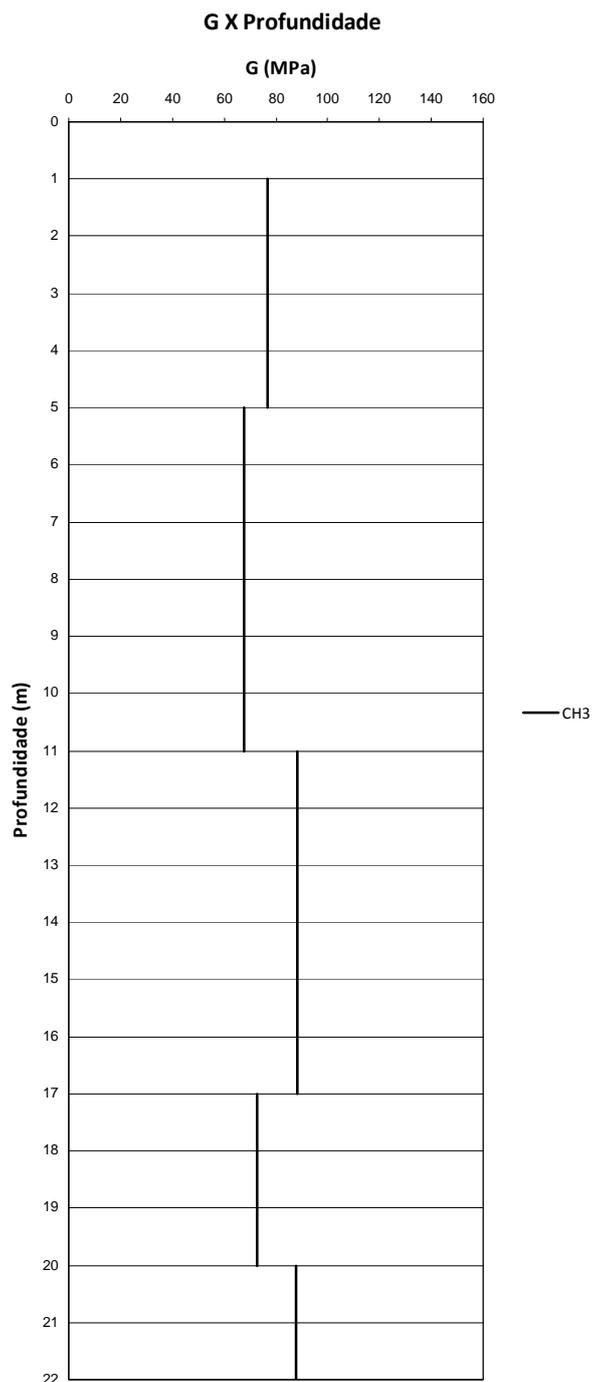


Figura 6.19 - Gráfico CH3 (G por camada X Profundidade)

Após comparar os resultados apresentados nas Figuras 6.16 e 6.19, observa-se que para o tipo de solo em questão há uma diferença significativa dos valores de G obtidos indiretamente através de correlações com ensaios SPT e os obtidos por *Crosshole*. Entretanto, mais adiante serão realizados estudos que mostrarão que a variação aqui apresentada não é muito significativa do ponto de vista da análise dinâmica da fundação da máquina para o caso estudado. Neste caso, outras variáveis

influenciam mais os resultados dos valores das amplitudes do que propriamente o valor de  $G$ .

Prosseguindo a análise geotécnica dos resultados dos ensaios, nota-se que para as camadas isentas de pedregulhos e fragmentos de rocha há uma relação aproximada entre as duas formas de obtenção do parâmetro. Considerando-se o perfil típico adotado (portanto a média dos ensaios SPT próximos ao CH3) e o ensaio *Crosshole* CH3, tem-se que o valor de  $G_{(SPT)}$  varia de 60% a 70%  $G_{(CH)}$ .

Já para as camadas com formação de pedregulhos e fragmentos de rocha, observa-se que os valores são significativamente superiores quando obtidos indiretamente pelos ensaios SPT. Para estas camadas, a diferença entre os valores de  $G$  obtidos pelos ensaios SPT e pelos ensaios *Crosshole* é maior quanto mais resistente for a composição solo / rocha.

### 6.3 CÁLCULO DO COMPORTAMENTO DA BASE DA MÁQUINA

Os materiais empregados nos cálculos que seguem são:

- Concreto  $f_{ck} \geq 30MPa$ ;
- Aço CA-50;
- Estacas pré-moldadas de concreto centrifugado (tipo SCAC) com diâmetro de 26 cm.

sendo:

- Peso do bloco de coroamento:

$$P_B = (7,1 \times 3,0 \times 1,0) \times 2500 = 53250Kgf$$

- Peso do equipamento (operação/teste):

$$P_E = 17620Kgf$$

Assim:  $\frac{P_B}{P_E} \approx 3$ .

Considerando a relação para máquinas rotativas apresentada no item 2.1.2 desta dissertação, tem-se que a altura do bloco de coroamento adotada no projeto original poderia ser menor. O ideal seria 70 cm. Entretanto, como a base real será utilizada para as comparações entre os valores das amplitudes calculadas e das amplitudes medidas por instrumentação, os cálculos seguem com os valores reais da base executada, portanto 1 m.

Somando-se o peso do bloco de coroamento com o peso do equipamento e dividindo pelo número de estacas (6), tem-se que:

$$\text{Carga de trabalho/estaca} = 12 \text{ tf}$$

Como se trata de uma fundação de máquina, a carga de trabalho deve ser dobrada antes da aplicação do fator de segurança (FS=2). Então:

$$\text{Carga última/estaca} = 48 \text{ tf}$$

$$\text{Velocidade de rotação do equipamento} = 60 \text{ Hz}$$

**Parâmetros Geométricos:**

- Centróide da base:

$$x_c = 0; y_c = 0$$

- Centróide do estaqueamento:

$$X_c = 0; Y_c = 0$$

- Centro de Gravidade do sistema:

$$x_{cg} = 0; y_{cg} = 0; z_{cg} = 0,8;$$

Obs: O plano  $xy$  foi considerado na cota de assentamento do bloco de coroamento.

- Momento de Inércia da base:

$$I_x = \frac{(7,1 \times 3^3)}{12} \approx 16m^4$$

$$I_y = \frac{(7,1^3 \times 3)}{12} \approx 89m^4$$

$$I_z = I_x + I_y \approx 105m^4$$

- Momento de Inércia do estaqueamento:

$$I_x = \{3 \times (0,053 \times 1^2)\} + \{3 \times [0,053 \times (-1)^2]\} = 0,32m^4$$

$$I_y = \{2 \times (0,053 \times 3,05^2)\} + \{2 \times [0,053 \times (-3,05)^2]\} = 1,97m^4$$

- Momento de massa:

$$M_{mx} = 69,8t.m^2$$

$$M_{my} = 106,9t.m^2$$

$$M_{mz} = 40,5t.m^2$$

- Raios equivalentes da base:

$$r_{0x} = r_{0y} = r_{0z} = 2,6m$$

$$r_{0\theta x} = 2,1m$$

$$r_{0\theta y} = 3,3m$$

$$r_{0\theta z} = 2,9m$$

- Raio equivalente da estaca:

$$r_0 = 0,13m$$

### 6.3.1 Cálculo analítico simplificado realizado através de parâmetros indiretos do solo (uso de correlações)

Para o cálculo do valor de  $G$  será utilizado o valor médio dos golpes de SPT apresentados na Tabela 6.12, ao longo dos 20 primeiros metros de solo. Desta forma, tem-se:

$$N_{médio} = \frac{14+15+16+12+3+3+5+5+6+6+5+5+7+8+8+8+7+5+7+14}{20} \cong 8$$

Considerando  $G = 12000N_{médio}^{0,8}$ , tem-se:  $G = 12000 \cdot 8,0^{0,8} \approx 63MPa$ .

Para o peso específico do solo será adotado:

$\gamma \approx 17kN/m^3$ , devido ao tipo de solo apresentado nas sondagens.

Por fim, o coeficiente de *Poisson* do solo adotado segundo Tabela 3.6 será:

$$\nu \approx 0,40$$

#### Parâmetros do sistema solo-fundação:

##### ESTACAS

Segundo a NBR 6118:2003, tem-se:

$$E_{estaca} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \times 30 = 26071MPa,$$

onde  $f_{ck} = 30MPa$  foi obtido do projeto original da base.

Sendo  $l$  o comprimento médio das estacas obtidos do projeto original, tem-se que  $l/r_0 = 20/0,13 \approx 154$ . O comprimento adotado para as estacas foi necessário para que as camadas de argila mole fossem ultrapassadas, evitando grandes deslocamentos da base da máquina.

Para o cálculo das constantes de rigidez é comum se considerar os valores de  $G_{solo}$  somente até o meio da estaca para rigidez horizontal e os valores de  $G_{solo}$  ao longo de todo o comprimento da estaca para rigidez vertical. Entretanto, para o caso

estudado observa-se uma diferença muito pequena entre esses valores. Assim, adotar-se-á  $G_{solo} = 63MPa$  para os cálculos de ambas as constantes.

$$E_{estaca} / G_{solo} = \frac{26071MPa}{63MPa} \approx 414$$

Para os cálculos do momento de inércia e da área das estacas pré-moldadas deve ser considerada uma seção circular oca de raio externo de 0,13 m e espessura de ‘parede’ de 6 cm.

$$I_{estaca} = \pi(0,1)^3(0,06) = 1,9 \times 10^{-4} m^4$$

$$A_{estaca} = 2\pi(0,1)(0,06) = 3,8 \times 10^{-2} m^2$$

Segundo Tabela 3.8, considerando perfil homogêneo do solo, tem-se por interpolação, os seguintes coeficientes de rigidez:

$$f_{\phi 1} = 0,481$$

$$f_{x\phi 1} = -0,112$$

$$f_{x1} = 0,053$$

$$f_{x1}^p = 0,028$$

Segundo Figura 3.16 e considerando perfil homogêneo do solo e estacas de ponta, tem-se:

$$f_{z1} \approx 0,040$$

### **Constantes de Rigidez:**

#### ESTACA INDIVIDUAL

$$k'_x = k'_y = \frac{EI}{r^3}(f_{x1}) = \frac{26071 \times 1,90 \times 10^{-4} \times 0,053}{0,13^3} = 119,497MPa.m = 119497kN / m$$

$$k'_z = \frac{EA}{r}(f_{z1}) = \frac{26071 \times 3,80 \times 10^{-2} \times 0,040}{0,13} = 304,830MPa.m = 304830kN / m$$

$$k'_\phi = \frac{EI}{r}(f_{\phi 1}) = \frac{26071 \times 1,90 \times 10^{-4} \times 0,481}{0,13} = 18,328MPa.m^3 = 18328kN.m$$

$$k'_{x\phi} = k'_{y\phi} = \frac{EI}{r^2}(f_{x\phi 1}) = \frac{26071 \times 1,90 \times 10^{-4} \times (-0,112)}{0,13^2} = -32,828MPa.m^2 = -32828kN$$

**GRUPO DE ESTACAS**

$$k_x^g = k_y^g = 6 \times k'_x = 6 \times k'_y = 6 \times 119497 = 716982 \text{ kN} / \text{m}$$

$$k_z^g = 6 \times k'_z = 6 \times 304830 = 1828980 \text{ kN} / \text{m}$$

$$k_{xx}^g = 3[18328 + 304830(1)^2 + 119497(0,5^2) + 2(32828 \times 0,5)] + 3[18328 + 304830(-1)^2 + 119497(0,5^2) + 2(32828 \times 0,5)] = 2315162 \text{ kN.m}$$

$$k_{yy}^g = 2[18328 + 304830(0)^2 + 119497(0,5^2) + 2(32828 \times 0,5)] + 4[18328 + 304830(3,05)^2 + 119497(0,5^2) + 2(32828 \times 0,5)] = 11828906 \text{ kN.m}$$

$$k_{zz}^g = 4[119497(3,05^2 + 1^2)] + 2[119497(1^2)] = 5163465 \text{ kN.m}$$

**Frequências naturais da fundação:**

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{716,982 \cdot 10^6}{70870}} \approx 100 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{ny} = \omega_{nx} \approx 100 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{1828,98 \cdot 10^6}{70870}} \approx 161 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi x} = \sqrt{\frac{2315162}{69,8}} \approx 182 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi y} = \sqrt{\frac{11828906}{106,9}} \approx 333 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi z} = \sqrt{\frac{5163465}{40,5}} \approx 357 \text{ rad} / \text{s}$$

Sendo  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , tem-se:

$$f_{nx} = \frac{100}{2\pi} \approx 16 \text{ Hz}$$

$$f_{ny} = f_{nx} \approx 16 \text{ Hz}$$

$$f_{nz} = \frac{161}{2\pi} \approx 26 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi x} = \frac{182}{2\pi} \approx 29 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi y} = \frac{333}{2\pi} \approx 53 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi} = \frac{357}{2\pi} \approx 57 \text{ Hz}$$

### Cálculo das Forças desbalanceadas e amplitudes:

Conforme descrito no item 4.2.1 desta dissertação, é razoável adotar-se para o peso dos rotores os seguintes valores:

$$\text{Peso}_{\text{rotor(bomba)}} = 20\%(\text{peso}_{\text{bomba}}) = 88 \text{ kN}$$

$$\text{Peso}_{\text{rotor(motor)}} = 20\%(\text{peso}_{\text{motor}}) = 133 \text{ kN}$$

Segundo a norma DIN-4024[1,2], abordada no item 4.2.3, têm-se as forças desbalanceadas sendo:

$$F_{d\text{motor}} = 0,5.13,3.(3600/3000) = 8 \text{ tf} = 80 \text{ kN}$$

$$F_{d\text{bomba}} = 0,5.8,8.(3600/3000) = 5,3 \text{ tf} = 53 \text{ kN}$$

As forças desbalanceadas calculadas atuam nas direções  $y$  e  $z$ .

O próximo passo é transferir as forças desbalanceadas, calculadas no centro de gravidade dos equipamentos (bomba e motor), para o centroide da área de contato da base da fundação com o solo.

- Translado das forças verticais desbalanceadas:

$$F_{z1} = 80 \text{ kN} \quad M_{y1} = -144 \text{ kNm}$$

$$F_{z2} = 53 \text{ kN} \quad M_{y2} = 85 \text{ kNm}$$

$$\underline{F_z = F_{z1} + F_{z2} = 133 \text{ kN}} \quad \underline{M_y = M_{y1} + M_{y2} = -59 \text{ kNm}}$$

- Translado das forças horizontais desbalanceadas:

$$F_{y1} = 80 \text{ kN} \quad M_{z1} = 144 \text{ kNm} \quad M_{x1} = 266 \text{ kNm}$$

$$F_{y2} = 53 \text{ kN} \quad M_{z2} = -85 \text{ kNm}$$

$$\underline{F_y = F_{y1} + F_{y2} = 133 \text{ kN}} \quad \underline{M_z = M_{z1} + M_{z2} = 59 \text{ kNm}}$$

Das cargas dinâmicas a serem consideradas, tem-se ainda o momento obtido da Figura 6.11.

$$M_{x2} = 2480.2.1,175 = 5828 \text{ Nm} = 5,8 \text{ kNm}$$

Então, tem-se como valor resultante do momento em  $x$ , aplicado ao centroide da área de contato da base com o solo:  $\underline{M_x = M_{x1} + M_{x2} = 271,8 \text{ kNm}}$ .

Assim, com os dados calculados anteriormente e através do emprego das fórmulas apresentadas no item 3.2.2 desta dissertação, obtêm-se as amplitudes de vibração:

$$F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$F_y = 133000N \rightarrow A_y = \frac{133000}{70870(100^2 - 60^2)} \cong 3.10^{-4} m$$

$$F_z = 133000N \rightarrow A_z = \frac{133000}{70870(161^2 - 60^2)} \cong 8.10^{-5} m$$

$$M_x = 271828Nm \rightarrow A_{\phi_x} = \frac{271828}{69,8.10^3(182^2 - 60^2)} \cong 1.10^{-4} rad$$

$$M_y = 59000Nm \rightarrow A_{\phi_y} = \frac{59000}{106,9.10^3(333^2 - 60^2)} \cong 5.10^{-6} rad$$

$$M_z = 59000Nm \rightarrow A_{\phi_z} = \frac{59000}{40,5.10^3(357^2 - 60^2)} \cong 1.10^{-5} rad$$

### 6.3.2 Cálculo realizado com emprego de programas computacionais através de parâmetros indiretos do solo (uso de correlações)

Inicialmente empregou-se o programa PILAY [30] para a obtenção das constantes de rigidez e de amortecimento das estacas individuais. Foram utilizados como dados de entrada para o programa: os parâmetros do solo para as 5 camadas descritas no item 6.1.1 desta dissertação, os parâmetros do solo localizado imediatamente abaixo das pontas das estacas e as características físicas e geométricas das estacas propriamente ditas.

Há de se ressaltar a forma de obtenção de alguns parâmetros do solo que serviram de dados de entrada para o PILAY, visto que não se possui, para este caso, informações provenientes de ensaios *Crosshole*. Por exemplo, o valor de  $V_s$  teve que ser obtido indiretamente através da aplicação da fórmula (3.56), para cada uma das 5 camadas. Assim, seguem-se os cálculos de  $V_s$  :

$$\text{Camada 1: } V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{100000.10^3/1700} = 243m/s$$

$$\text{Camada 2: } V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{40000 \cdot 10^3 / 1700} = 153 \text{ m/s}$$

$$\text{Camada 3: } V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{55000 \cdot 10^3 / 1700} = 180 \text{ m/s}$$

$$\text{Camada 4: } V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{52000 \cdot 10^3 / 1700} = 175 \text{ m/s}$$

$$\text{Camada 5: } V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{99000 \cdot 10^3 / 1700} = 241 \text{ m/s}$$

Camada de solo imediatamente abaixo da estaca:

$$V_s = \sqrt{G/\rho} = \sqrt{144000 \cdot 10^3 / 1700} = 291 \text{ m/s}$$

Vale dizer que os valores de  $G$  aplicados nas fórmulas acima foram obtidos através de correlação com os valores de  $N_{SPT}$ , conforme equação (3.58).

Da mesma forma que no item 6.3.1, foi adotado o peso específico do solo como sendo  $1700 \text{ kg/m}^3$ .

Os dados completos de saída do PILAY estão apresentados no Anexo A deste trabalho. Aqui, apresentam-se apenas os resultados finais, sendo eles os valores obtidos para as constantes de rigidez e amortecimento (respectivamente) de uma estaca individual.

$$k'_x = k'_y = 2,0 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

$$k'_z = 5,5 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

$$c'_x = c'_y = 2,7 \cdot 10^2 \text{ kN.s/m}$$

$$c'_z = 5,8 \cdot 10^2 \text{ kN.s/m}$$

A partir destes dados foram calculados os valores dos coeficientes de rigidez e de amortecimento para o grupo de estacas em questão. Sendo eles, respectivamente:

$$k_x^g = k_y^g = 6(2,0 \cdot 10^5) = 1,2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$k_z^g = 6(5,5 \cdot 10^5) = 3,3 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$k_{xx}^g = 6(5,5 \cdot 10^5)(1)^2 = 3,3 \cdot 10^6 \text{ kN.m}$$

$$k_{yy}^g = 4(5,5 \cdot 10^5)(3,05)^2 = 2,0 \cdot 10^7 \text{ kN.m}$$

$$k_{zz}^g = 2,0 \cdot 10^5 [4(3,05)^2 + 6(1)^2] = 8,6 \cdot 10^6 \text{ kN.m}$$

$$c_x^g = c_y^g = 6(2,7 \cdot 10^2) = 1,6 \cdot 10^3 \text{ kN.s/m}$$

$$c_z^g = 6(5,8 \cdot 10^2) = 3,5 \cdot 10^3 \text{ kN.s/m}$$

$$c_{xx}^g = 6(5,8 \cdot 10^2)(1)^2 = 3,5 \cdot 10^3 \text{ kN.s.m}$$

$$c_{yy}^g = 4(5,8 \cdot 10^2)(3,05)^2 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kN.s.m}$$

$$c_{zz}^g = 2,7 \cdot 10^2 [4(3,05)^2 + 6(1)^2] = 1,2 \cdot 10^4 \text{ kN.s.m}$$

Estes dados, por sua vez, serviram de dados de entrada para outro programa, o BLOCKSOLVER. Neste programa, inserem-se: os dados geométricos do bloco de fundação e seu peso, as constantes de rigidez e amortecimento das estacas, as massas existentes sobre a base civil, as cargas dinâmicas aplicadas (forças desbalanceadas e momentos), o centro de gravidade do bloco, os centros de gravidade das massas atuantes sobre a base, a frequência de operação do equipamento e intervalo de frequências que se deseja estudar.

Os dados completos de saída do BLOCKSOLVER também se encontram no Anexo A desta dissertação. A seguir serão apresentados os valores das amplitudes para a frequência de operação do equipamento (60Hz) e os gráficos que mostram a variação das amplitudes com relação à variação das frequências para cada direção, além dos valores máximos possíveis das amplitudes com suas respectivas frequências.

Assim, as amplitudes encontradas para frequência de 60Hz são:

$$A_x = 4,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$A_y = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A_z = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A_{\phi_x} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$A_{\phi_y} = 3,4 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$A_{\phi_z} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

A Figura 6.21 mostra a variação das amplitudes horizontais correspondente à variação das frequências para a direção  $x$  e a Figura 6.22 mostra a variação para a direção  $y$ . Já a Figura 6.23 mostra a variação das amplitudes verticais correspondente à variação das frequências para a direção  $z$ . Por fim, as Figuras 6.24, 6.25 e 6.26 mostram a variação das amplitudes de rotação correspondente à variação das frequências para a direção  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente.

## Estudo de Caso

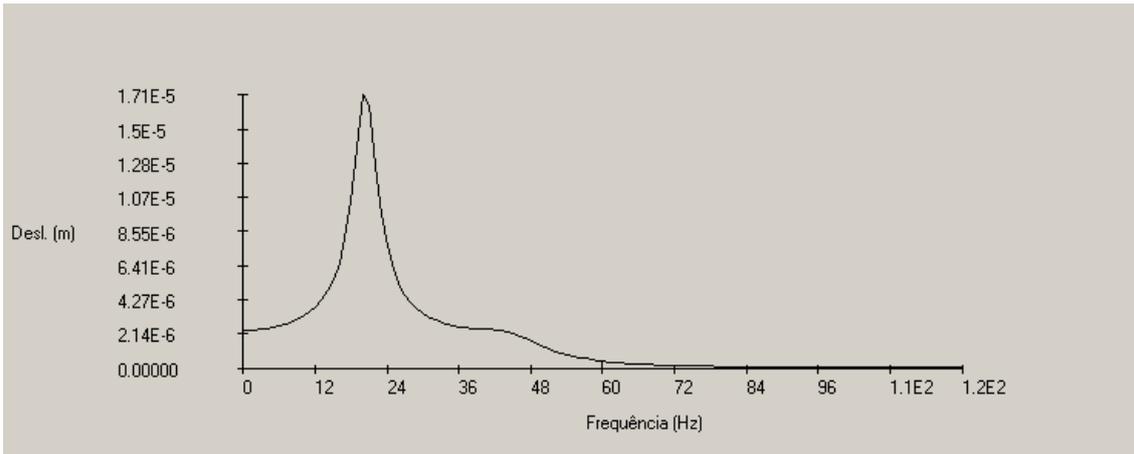


Figura 6.20- Translação horizontal em  $x$  (parâmetros indiretos do solo)

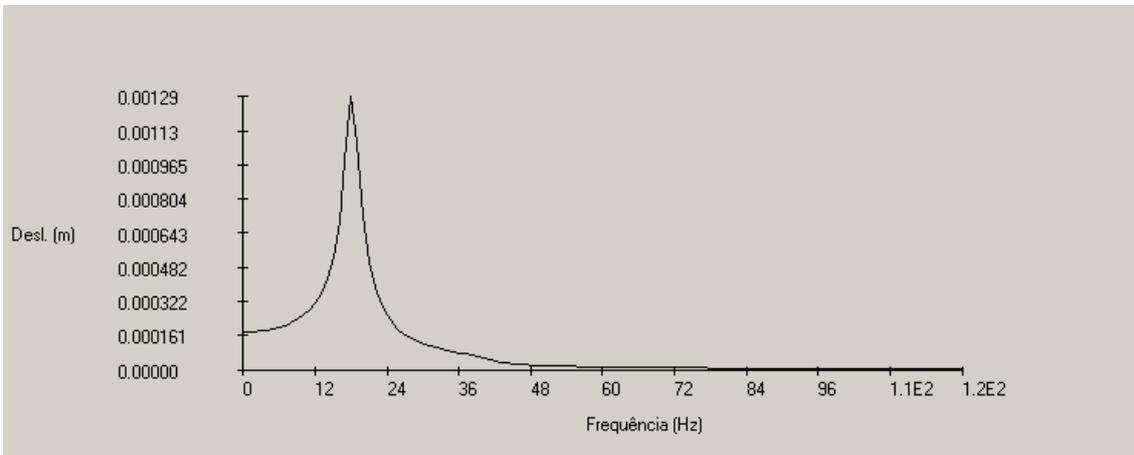


Figura 6.21- Translação horizontal em  $y$  (parâmetros indiretos do solo)

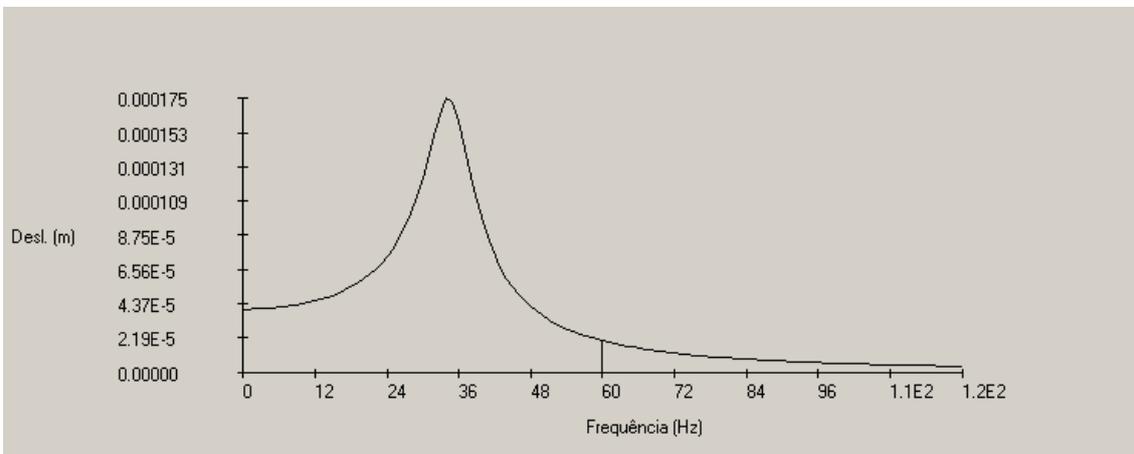


Figura 6.22- Translação vertical em  $z$  (parâmetros indiretos do solo)

## Estudo de Caso

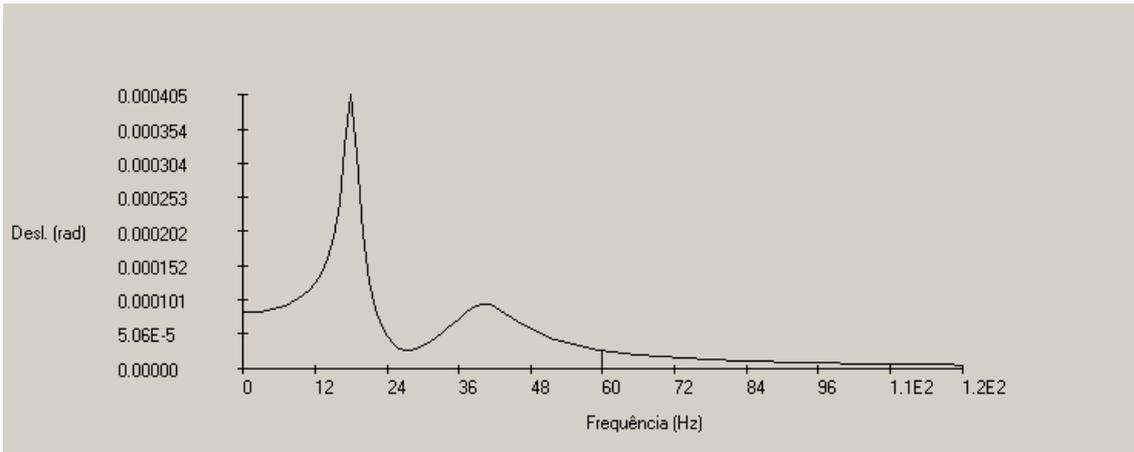


Figura 6.23- Rotação em  $x$  (parâmetros indiretos do solo)

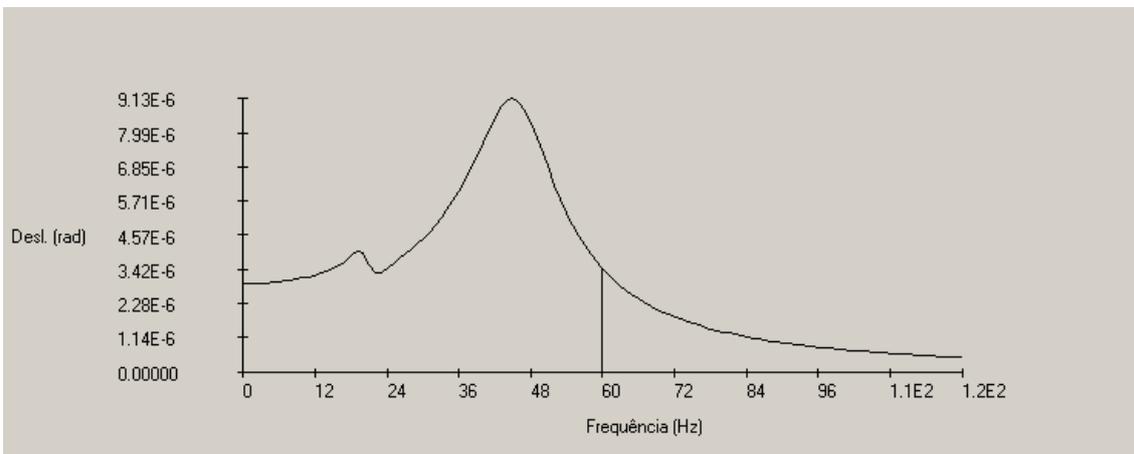


Figura 6.24- Rotação em  $y$  (parâmetros indiretos do solo)

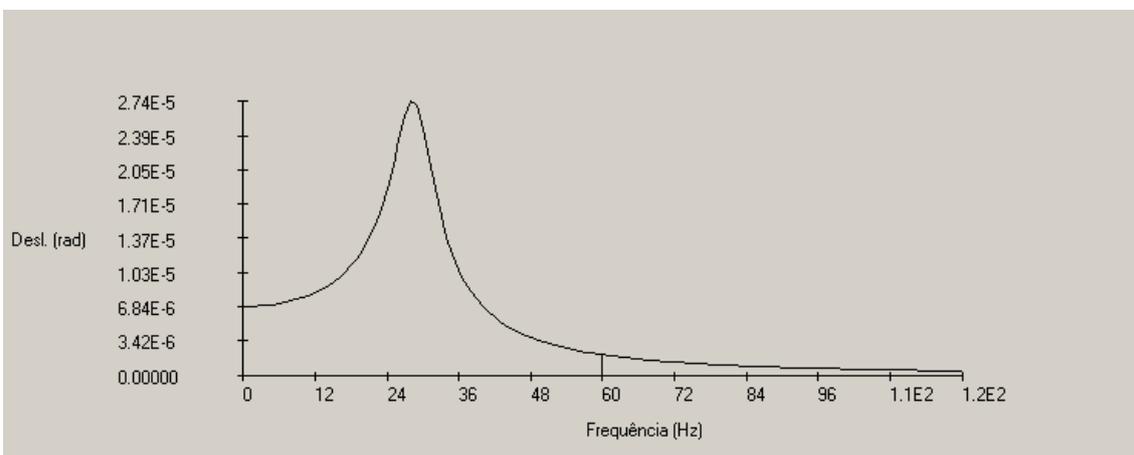


Figura 6.25- Rotação em  $z$  (parâmetros indiretos do solo)

Para finalizar a apresentação dos dados de saída do BLOCKSOLVER, têm-se as amplitudes máximas com suas respectivas frequências:

$$A_{x_{\max}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 20Hz};$$

$$A_{y_{\max}} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 18Hz};$$

$$A_{z_{\max}} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 34Hz};$$

$$A_{\phi_x \max} = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \rightarrow \text{para frequência de 18Hz};$$

$$A_{\phi_y \max} = 9,1 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \rightarrow \text{para frequência de 45Hz};$$

$$A_{\phi_z \max} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \rightarrow \text{para frequência de 28Hz}.$$

### 6.3.3 Cálculo analítico simplificado realizado através de parâmetros de solo obtidos diretamente pelo ensaio *Crosshole*

Para o cálculo do valor de G será utilizado o valor médio dos valores apresentados na Tabela 6.16, ao longo dos 20 primeiros metros de solo. Desta forma, tem-se segundo o ensaio CH3:

$$G = \frac{98 + 70 + 66 + 73 + 84 + 67 + 52 + 55 + 82 + 66 + 88 + 86 + 99 + 93 + 84 + 81 + 144 + 39 + 35 + 87}{20} \cong 77 \text{MPa}$$

Para o peso específico do solo será adotada a média segundo os valores apresentados na Tabela 6.16. Assim:

$$\gamma \approx 17 \text{kN} / \text{m}^3$$

Por fim, o coeficiente de *Poisson* do solo adotado segundo Tabela 6.16 será:

$$\nu \approx 0,33$$

#### **Parâmetros do sistema solo-fundação:**

##### ESTACAS

Segundo a NBR 6118:2003, tem-se:

$$E_{estaca} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \times 30 = 26071 \text{MPa},$$

onde  $f_{ck} = 30 \text{MPa}$  foi obtido do projeto original da base.

Como apresentado no item 6.3.1, tem-se que  $l / r_0 = 20 / 0,13 \approx 154$ .

Para o cálculo das constantes de rigidez horizontais foram considerados os valores de  $G_{solo}$  até o meio da estaca, enquanto para o cálculo da constante de rigidez vertical foram considerados os valores de  $G_{solo}$  ao longo de todo o comprimento da estaca.

Para o cálculo da constante de rigidez vertical, tem-se:  $G_{solo} = 77 \text{MPa}$ .

Assim:

$$E_{estaca} / G_{solo} = \frac{26071 \text{MPa}}{77 \text{MPa}} \approx 339$$

Para o cálculo da constante de rigidez horizontal, tem-se:  $G_{solo} = 71MPa$ .

Assim:

$$E_{estaca} / G_{solo} = \frac{26071MPa}{71MPa} \approx 367$$

Conforme calculado no item 3.6.1, tem-se:

$$I_{estaca} = 1,9 \times 10^{-4} m^4$$

$$A_{estaca} = 3,8 \times 10^{-2} m^2$$

Segundo Tabela 3.8, considerando perfil homogêneo do solo, tem-se por interpolação, os seguintes coeficientes de rigidez:

$$f_{\phi 1} = 0,489$$

$$f_{x\phi 1} = -0,115$$

$$f_{x1} = 0,056$$

$$f_{x1}^p = 0,030$$

Segundo Figura 3.16, considerando perfil homogêneo do solo e estacas de ponta, tem-se

$$f_{z1} \approx 0,045$$

### **Constantes de Rigidez:**

#### ESTACA INDIVIDUAL

$$k'_x = k'_y = \frac{EI}{r^3} (f_{x1}) = \frac{26071 \times 1,9 \times 10^{-4} \times 0,056}{0,13^3} = 126,261MPa.m =$$

$$= 126261kN / m$$

$$k'_z = \frac{EA}{r} (f_{z1}) = \frac{26071 \times 3,8 \times 10^{-2} \times 0,045}{0,13} = 342,934MPa.m =$$

$$= 342934kN / m$$

$$k'_\phi = \frac{EI}{r} (f_{\phi 1}) = \frac{26071 \times 1,9 \times 10^{-4} \times 0,489}{0,13} = 18,633MPa.m^3 =$$

$$= 18633kN.m$$

$$k'_{x\phi} = k'_{y\phi} = \frac{EI}{r^2} (f_{x\phi 1}) = \frac{26071 \times 1,9 \times 10^{-4} \times (-0,115)}{0,13^2} = -33,707MPa.m^2 =$$

$$= -33707kN$$

#### GRUPO DE ESTACAS

$$k_x^g = k_y^g = 6 \times k'_x = 6 \times k'_y = 6 \times 126261 = 757566kN / m$$

$$k_z^g = 6 \times k'_z = 6 \times 342934 = 2057604 \text{ kN} / \text{m}$$

$$k_{xx}^g = 3[18633 + 342934(1)^2 + 126261(0,5^2) + 2(33707 \times 0,5)] + \\ + 3[18633 + 342934(-1)^2 + 126261(0,5^2) + 2(33707 \times 0,5)] = 2561035 \text{ kN.m}$$

$$k_{yy}^g = 2[18633 + 342934(0)^2 + 126261(0,5^2) + 2(33707 \times 0,5)] + \\ + 4[18633 + 342934(3,05)^2 + 126261(0,5^2) + 2(33707 \times 0,5)] = \\ = 13264005 \text{ kN.m}$$

$$k_{zz}^g = 4[126261(3,05^2 + 1^2)] + 2[126261(1^2)] = 5455738 \text{ kN.m}$$

**Frequências naturais da fundação:**

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{757,57 \cdot 10^6}{70870}} \approx 103 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{ny} = \omega_{nx} \approx 103 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{2057,60 \cdot 10^6}{70870}} \approx 170 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi x} = \sqrt{\frac{2561035}{69,8}} \approx 192 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi y} = \sqrt{\frac{13264005}{106,9}} \approx 352 \text{ rad} / \text{s}$$

$$\omega_{n\phi z} = \sqrt{\frac{5455738}{40,5}} \approx 367 \text{ rad} / \text{s}$$

Sendo  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , tem-se:

$$f_{nx} = \frac{103}{2\pi} \approx 16 \text{ Hz}$$

$$f_{ny} = f_{nx} \approx 16 \text{ Hz}$$

$$f_{nz} = \frac{170}{2\pi} \approx 27 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi x} = \frac{192}{2\pi} \approx 31 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi y} = \frac{352}{2\pi} \approx 56 \text{ Hz}$$

$$f_{n\phi z} = \frac{367}{2\pi} \approx 58 \text{ Hz}$$

**Cálculo das Forças desbalanceadas e amplitudes:**

Conforme demonstrado no item 6.3.1, tem-se:

$$\begin{array}{ll} \underline{F_x = 0kN} & \underline{M_x = 271,8kNm} \\ \underline{F_y = 133kN} & \underline{M_y = -59kNm} \\ \underline{F_z = 133kN} & \underline{M_z = 59kNm} \end{array}$$

Assim, obtêm-se as amplitudes de vibração através do emprego das fórmulas apresentadas no item 3.2.2 desta dissertação:

$$F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$F_y = 133000N \rightarrow A_y = \frac{133000}{70870(103^2 - 60^2)} \cong 3.10^{-4} m$$

$$F_z = 133000N \rightarrow A_z = \frac{133000}{70870(170^2 - 60^2)} \cong 7.10^{-5} m$$

$$M_x = 271828Nm \rightarrow A_{\phi_x} = \frac{271828}{69,8.10^3(192^2 - 60^2)} \cong 1.10^{-4} rad$$

$$M_y = 59000Nm \rightarrow A_{\phi_y} = \frac{59000}{106,9.10^3(352^2 - 60^2)} \cong 5.10^{-6} rad$$

$$M_z = 59000Nm \rightarrow A_{\phi_z} = \frac{59000}{40,5.10^3(367^2 - 60^2)} \cong 1.10^{-5} rad$$

**6.3.4 Cálculo realizado com emprego de programas computacionais através de parâmetros de solo obtidos diretamente pelo ensaio *Crosshole***

Assim como no item 6.3.2, empregou-se o programa PILAY [30] para a obtenção das constantes de rigidez e de amortecimento das estacas individuais. Foram também consideradas as 5 camadas de solo descritas no item 6.1.1 desta dissertação.

Os dados completos de saída do PILAY estão apresentados no Anexo A deste trabalho. Aqui, assim como no item 6.3.2, apresentam-se apenas os valores das constantes de rigidez e amortecimento (respectivamente) de uma estaca individual.

$$k'_x = k'_y = 1,5.10^5 kN / m$$

$$k'_z = 4,8.10^5 kN / m$$

$$c'_x = c'_y = 2,3 \cdot 10^2 \text{ kN.s/m}$$

$$c'_z = 5,4 \cdot 10^2 \text{ kN.s/m}$$

A partir destes dados foram calculados os valores dos coeficientes de rigidez e de amortecimento para o grupo de estacas em questão. Sendo eles, respectivamente:

$$k_x^g = k_y^g = 6(1,5 \cdot 10^5) = 9 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$$

$$k_z^g = 6(4,8 \cdot 10^5) = 2,9 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$$

$$k_{xx}^g = 6(4,8 \cdot 10^5)(1)^2 = 2,9 \cdot 10^6 \text{ kN.m}$$

$$k_{yy}^g = 4(4,8 \cdot 10^5)(3,05)^2 = 1,8 \cdot 10^7 \text{ kN.m}$$

$$k_{zz}^g = 1,5 \cdot 10^5 [4(3,05)^2 + 6(1)^2] = 6,5 \cdot 10^6 \text{ kN.m}$$

$$c_x^g = c_y^g = 6(2,3 \cdot 10^2) = 1,4 \cdot 10^3 \text{ kN.s/m}$$

$$c_z^g = 6(5,4 \cdot 10^2) = 3,2 \cdot 10^3 \text{ kN.s/m}$$

$$c_{xx}^g = 6(5,4 \cdot 10^2)(1)^2 = 3,2 \cdot 10^3 \text{ kN.s.m}$$

$$c_{yy}^g = 4(5,4 \cdot 10^2)(3,05)^2 = 2,0 \cdot 10^4 \text{ kN.s.m}$$

$$c_{zz}^g = 2,3 \cdot 10^2 [4(3,05)^2 + 6(1)^2] = 9,9 \cdot 10^3 \text{ kN.s.m}$$

Ainda seguindo os passos do item 6.3.2, os dados acima serviram de entrada para outro programa, o BLOCKSOLVER. Os dados completos de saída do BLOCKSOLVER também se encontram no Anexo A desta dissertação.

A seguir serão apresentados os valores das amplitudes para a frequência de operação do equipamento (60Hz) e os gráficos que mostram a variação das amplitudes com relação à variação das frequências para cada direção, além dos valores máximos possíveis das amplitudes com suas respectivas frequências.

Assim, as amplitudes encontradas para frequência de 60Hz são:

$$A_x = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$A_y = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A_z = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$A_{\phi_x} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

$$A_{\phi_y} = 3,1 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

$$A_{\phi_z} = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

A Figura 6.27 mostra a variação das amplitudes horizontais correspondente à variação das frequências para a direção  $x$  e a Figura 6.28 mostra a variação para a direção  $y$ . Já a Figura 6.29 mostra a variação das amplitudes verticais correspondente à variação das frequências para a direção  $z$ . Por fim, as Figuras 6.30, 6.31 e 6.32 mostram a variação das amplitudes de rotação correspondente à variação das frequências para a direção  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente.

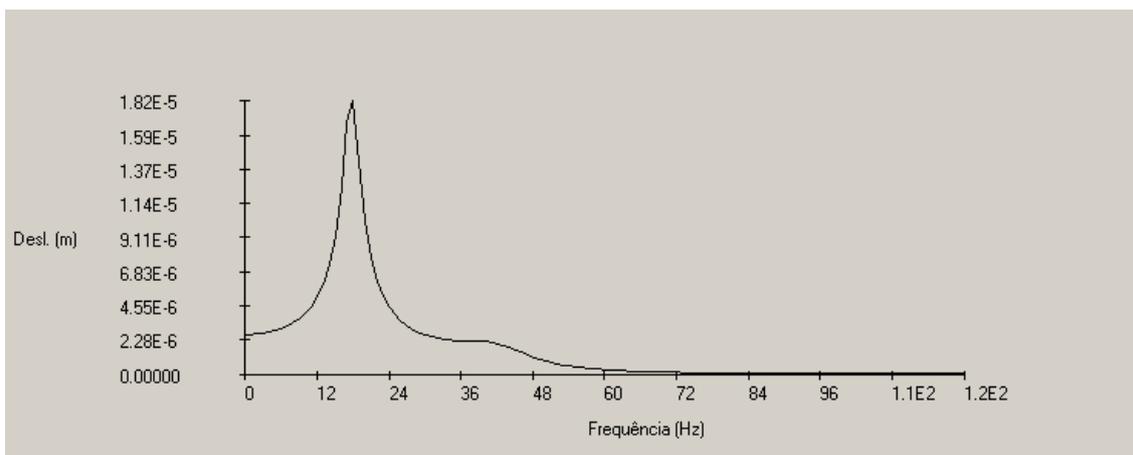


Figura 6.26- Translação horizontal em  $x$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

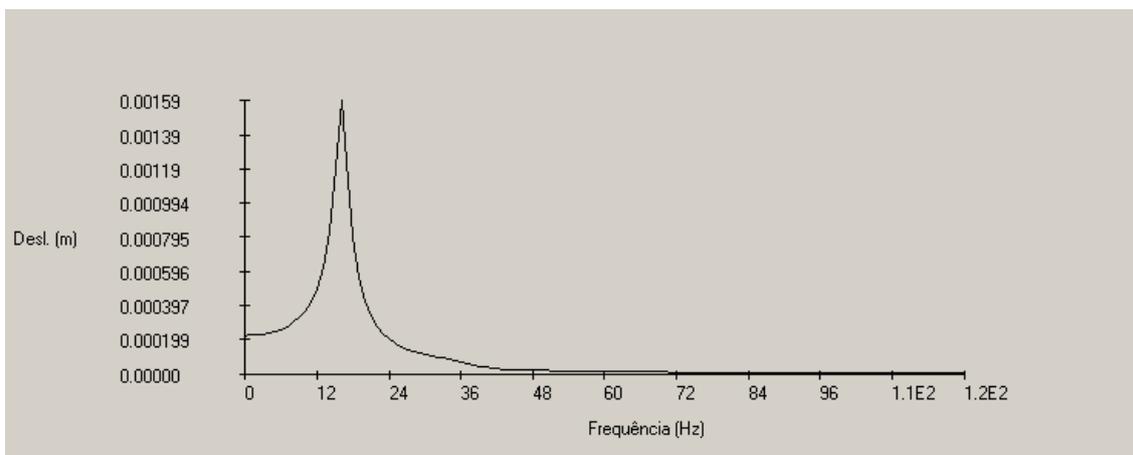


Figura 6.27- Translação horizontal em  $y$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

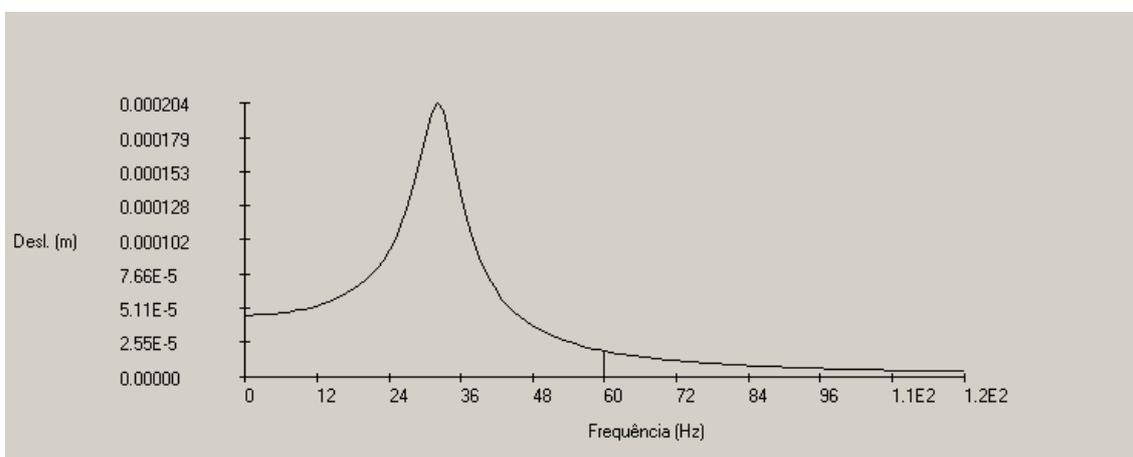


Figura 6.28- Translação vertical em  $z$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

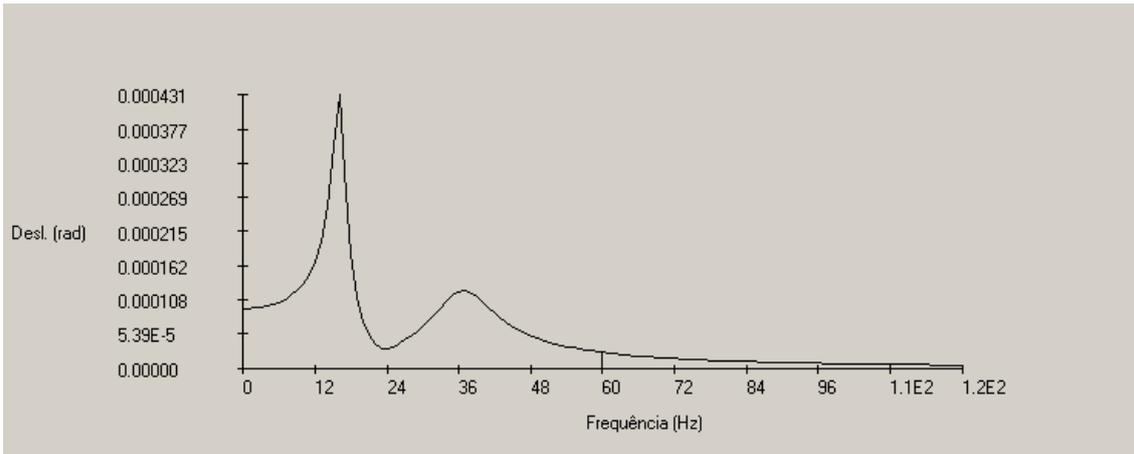


Figura 6.29- Rotação em  $x$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

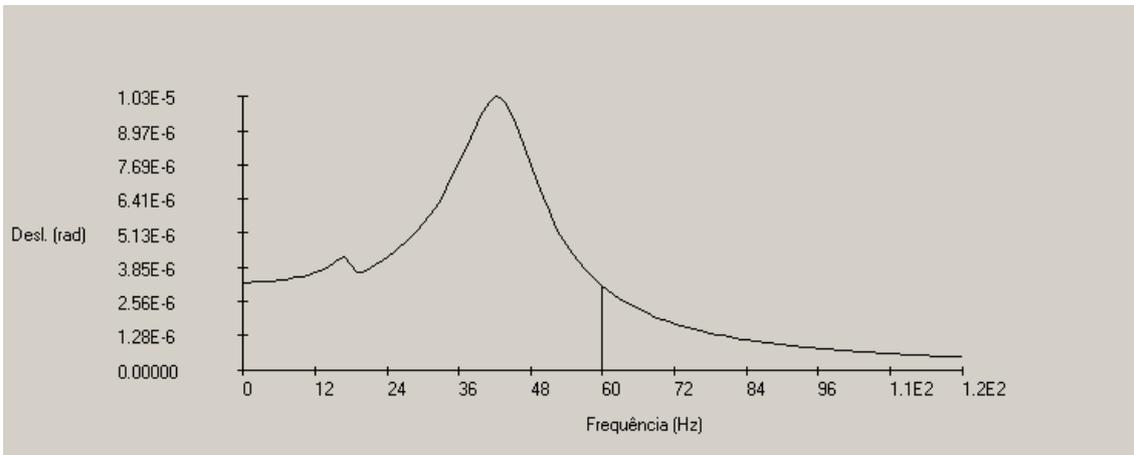


Figura 6.30- Rotação em  $y$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

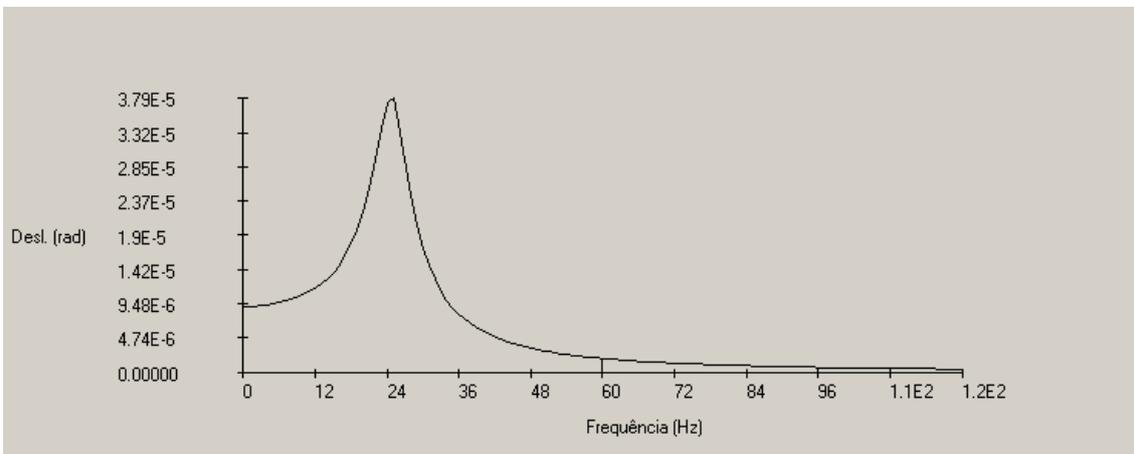


Figura 6.31- Rotação em  $z$  (parâmetros do solo obtidos por *Crosshole*)

Para finalizar a apresentação dos dados de saída do BLOCKSOLVER, têm-se as amplitudes máximas com suas respectivas frequências:

$$A_{x_{\max}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 18Hz};$$

$$A_{y_{\max}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 16Hz};$$

$$A_{z_{\max}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \rightarrow \text{para frequência de 32Hz};$$

## Estudo de Caso

$A_{\phi_x \max} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \rightarrow$  para frequência de 16Hz;

$A_{\phi_y \max} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \rightarrow$  para frequência de 44Hz.

$A_{\phi_z \max} = 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \rightarrow$  para frequência de 25Hz.

## Capítulo 7 - Considerações e Análise de Resultados

Antes de comparar os resultados e analisá-los, deve-se ressaltar que o número de camadas de solo consideradas para o cálculo analítico simplificado é diferente do número de camadas de solo empregado para o estudo através de programas computacionais. Para o cálculo analítico simplificado é considerada somente uma camada de solo e para o cálculo com emprego de programas computacionais foram empregadas cinco camadas (considerando-se alternadamente: silte argiloso com areia fina e pedregulhos, argila siltosa mole, areia fina e fragmentos alterados de rocha). Estas considerações conduzem a valores diferentes para o módulo de cisalhamento dinâmico em cada caso. Ao se comparar as duas situações, observa-se que para a primeira situação abordada é utilizado um valor médio do módulo de cisalhamento dinâmico, o que não é o adequado. Os valores discrepantes das constantes de rigidez obtidos para cada uma das situações confirmam esta inadequabilidade.

Outra consideração importante é que as análises realizadas através das fórmulas simplificadas não consideraram o amortecimento do solo, pois os cálculos se tornariam muito complexos. Já nas análises computacionais, o programa PILAY fornece os valores das constantes de amortecimento que servem de dados de entrada posteriormente para o BLOCKSOLVER, de forma rápida e fácil.

Além disto, as estacas foram projetadas com 20m e para efeito de estudo foram consideradas todas com o mesmo comprimento. Entretanto sabe-se que por se tratar de estacas cravadas o comprimento das mesmas varia na execução. Pode-se dizer que o comprimento das 6 estacas em questão variou muito pouco (da ordem de décímetros).

Ao se comparar, conforme a Tabela 7.1, os resultados das amplitudes obtidas com o emprego de parâmetros do solo provenientes do ensaio *Crosshole* com os resultados obtidos com o emprego de parâmetros fornecidos por correlações com o SPT, nota-se que os resultados foram compatíveis para o tipo de subsolo estudado.

Por outro lado, ao se comparar os resultados obtidos através da utilização de programas computacionais para estudo dinâmico das fundações de máquinas com o

emprego de fórmulas simplificadas, nota-se uma diferença significativa nos resultados para o caso em questão. Para esta comparação, ver também Tabela 7.1.

Tabela 7.1- Resumo Comparativo dos Resultados

Ensaio \ Cálculo	ANALÍTICO SIMPLIFICADO	COMPUTACIONAL
SPT	$A_x = 0 \text{ m}$	$A_x = 4.10^{-7} \text{ m}$
	$A_y = 3.10^{-4} \text{ m}$	$A_y = 1.10^{-5} \text{ m}$
	$A_z = 8.10^{-5} \text{ m}$	$A_z = 2.10^{-5} \text{ m}$
	$A_{xx} = 1.10^{-4} \text{ rad}$	$A_{xx} = 3.10^{-5} \text{ rad}$
	$A_{yy} = 5.10^{-6} \text{ rad}$	$A_{yy} = 3.10^{-6} \text{ rad}$
	$A_{zz} = 1.10^{-5} \text{ rad}$	$A_{zz} = 2.10^{-6} \text{ rad}$
CH	$A_x = 0 \text{ m}$	$A_x = 3.10^{-7} \text{ m}$
	$A_y = 3.10^{-4} \text{ m}$	$A_y = 1.10^{-5} \text{ m}$
	$A_z = 7.10^{-5} \text{ m}$	$A_z = 2.10^{-5} \text{ m}$
	$A_{xx} = 1.10^{-4} \text{ rad}$	$A_{xx} = 2.10^{-5} \text{ rad}$
	$A_{yy} = 5.10^{-6} \text{ rad}$	$A_{yy} = 3.10^{-6} \text{ rad}$
	$A_{zz} = 1.10^{-5} \text{ rad}$	$A_{zz} = 2.10^{-6} \text{ rad}$

Analisando-se ainda os resultados apresentados na Tabela 7.1, constata-se que o emprego do ensaio *Crosshole* na determinação do módulo de cisalhamento dinâmico gera resultados menos conservadores (amplitudes menores), se comparado ao uso do SPT.

Para as amplitudes de vibração, as fórmulas simplificadas obtiveram resultados até 5 vezes maiores que os obtidos pelo emprego de programas computacionais, com exceção da amplitude relacionada à translação em  $y$ . Para esta, as amplitudes encontradas foram 30 vezes maiores quando obtidas através das fórmulas simplificadas.

É importante dizer que o cálculo analítico simplificado não considera o efeito de acoplamento dos modos de vibração, enquanto o programa BLOCKSOLVER faz tal consideração, o que ajuda a obter resultados mais próximos da realidade.

Os valores medidos em campo por instrumentação corroboram o dito anteriormente. Os valores calculados com o emprego dos programas computacionais se aproximam muito da realidade. Para efeito de comparação seguem os valores de campo que puderam ser medidos no mancal situado entre o motor e a bomba:

$$A_y = A_z = 1,7.10^{-5} \text{ m}.$$

Segundo a norma NBR 10082, será apresentada a análise referente à severidade de vibração para o caso estudado. Considerando-se a amplitude  $A_y = A_z = 1,7 \cdot 10^{-5} m$ , tem-se:

$$v = \omega \cdot A = 60,1 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \approx 1 \cdot 10^{-3} m/s$$

$$v_{ef} = \frac{v}{\sqrt{2}} = 7,1 \cdot 10^{-4} m/s = 0,71 mm/s$$

Além disto, a máquina em questão é classificada como Classe III pela mesma norma. Pela Tabela 3.1, obtém-se a Faixa de Classificação como sendo 0,71. Através da Tabela 3.2, as informações anteriores são conjugadas e determina-se que a severidade de vibração encontra-se na Faixa A, que representa bom desempenho para comportamento dinâmico da máquina.

Por fim, segundo RICHART, F.E *et.al.* [18], para efeito de segurança na operação de máquinas tem-se que as amplitudes de deslocamento da máquina estudada são incômodas para pessoas, mas encontram-se dentro do limite permitido tanto para efeito em máquinas (e suas fundações) como para efeito em estruturas.

## Capítulo 8 - Conclusões e Recomendações

Esta dissertação avaliou duas metodologias de projeto de fundações de máquinas e duas formas de obtenção de parâmetros dos solos envolvidos.

Pode-se concluir que a obtenção de parâmetros do solo a partir de resultados de sondagens (SPT), fazendo uso de correlações pode ser aceita em alguns casos, como aquele estudado no Capítulo 6. Apesar de ter-se encontrado valores diferentes para as constantes de rigidez calculadas usando-se dados de ensaio SPT e de ensaio *Crosshole*, os valores das amplitudes obtidas para cada caso aproximaram-se significativamente.

Conclui-se também que, para o caso estudado, os cálculos realizados com emprego de programas computacionais se aproximaram mais da realidade. Com o emprego destes programas, análises mais complexas podem ser realizadas de forma rápida. Além disto, o uso dos programas computacionais permite, com certa facilidade, que o projetista faça diversos estudos considerando diferentes parâmetros e soluções de projeto para adotar os mais adequados.

Vale alertar que a obtenção dos dados da máquina não se restringe ao acesso às informações de projeto da mesma. A interação do projetista da fundação com o fabricante da máquina para sanar dúvidas que surjam no desenvolver do projeto é de extrema importância.

Assim, recomenda-se que sejam realizados ensaios capazes de determinar diretamente o valor do módulo de cisalhamento dinâmico do solo (como o *Crosshole*), principalmente para máquinas que trabalham com elevadas amplitudes. Recomenda-se também que os projetistas busquem desenvolver os projetos considerando as mais modernas metodologias (como, por exemplo [1] e [2]).

Portanto, seria interessante que a norma Petrobras N-1848, citada nesta dissertação como a única norma brasileira disponível sobre o assunto, passasse por uma revisão para incorporar modernos métodos de cálculo empregados hoje por diversas empresas de projeto. E quiçá, ser utilizada como base para a elaboração de uma norma ABNT sobre o assunto.

## Capítulo 9 - Referências

- 1 DIN 4024-1 – *Machine Foundations; Flexible Structures that Support Machines with Rotating Elements*, DIN, 1988.
- 2 DIN 4024-2 – *Machine Foundations; Rigid Foundations for Machinery with Periodic Excitation*, DIN, 1991.
- 3 DIN 4150-1 – *Structural Vibration – Prediction of Vibration Parameters*, DIN, 2001.
- 4 DIN 4150-3 – *Structural Vibration – Effects of Vibration on Structures*, DIN, 1999.
- 5 D4428M – *Standard Test Methods for Crosshole seismic Testing*, ASTM, 2007.
- 6 N 1848 – *Projeto de Fundações de Máquinas*, PETROBRAS, 2008.
- 7 ONS-58 – Ensaio não-destrutivo  
NBR 7497 – *Vibrações Mecânicas e Choques*, ABNT, 1984.
- 8 ONS-58 – Ensaio não-destrutivo  
NBR 10273 – *Vibração Mecânica de Máquinas Rotativas e Alternativas – Requisitos para Instrumentos de Medição de Severidade de Vibração*, ABNT, 1988.
- 9 CB-02 - Construção Civil  
NBR 6122 – *Projeto e Execução de Fundações*, ABNT, 1996.
- 10 CB-02 - Construção Civil  
NBR 6484 – *Solo – Sondagem de Simples Reconhecimento com SPT – Método de Ensaio*, ABNT, 2001.
- 11 CB-02 - Construção Civil  
NBR 15421 – *Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos – Procedimento*, ABNT, 2006.
- 12 SANTOS, S. H. de C., *Fundações de Máquinas*, Rio de Janeiro, 2006.
- 13 MAJOR, A., *Dynamics in civil Engineering: Analysis and Design* (Revised and enlarged edition of *Vibration Analysis in Design of Foundations for Machines and Turbines*, 1962 ed.), Akadémiai Kiadó, Budapest and Collets Holdings Ltd. London, 1980.
- 14 ALMEIDA NETO, E.S., *Introdução à Análise Dinâmica de Fundações de Máquinas*. Dissertação de M.Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil, 1989.

## Referências

- 15 ONS-58 – Ensaio não-destrutivo  
NBR 10082 – *Vibração Mecânica de Máquinas com Velocidades de Operação de (600 a 12000) rpm – Bases para especificação e padrões de avaliação*, ABNT, 1987.
- 16 ONS-58 – Ensaio não-destrutivo  
NBR 10272 – *Medição e Avaliação de Severidade das Vibrações Mecânicas de Máquinas Elétricas Rotativas com Altura de Eixo entre 80mm e 400mm*, ABNT, 1988.
- 17 MILET, R.R., *Análise Comparativa de Métodos de Cálculo para Fundações de Máquinas*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil, 2006.
- 18 RICHART, F.E., Jr., WOODS, R.D., and HALL, J.R., Jr., *Vibrations of Soils and Foundations*, New Jersey, Prentice Hall, 1970.
- 19 BARKAN, D.D., *Dynamics of Bases and Foundations*, New York, McGraw-Hill Book Co., 1962.
- 20 HACHICH, W., e BARROS, J.M. de C., “Fundações Sujeitas a Esforços Dinâmicos”. *Fundações: Teoria e Prática*, Capítulo 10, São Paulo, Brasil, PINI, 1996.
- 21 STOKOE, K.H., II, ROSENBLAD, B.L., WONG, I.G., BAY, J.A., THOMAS, P.A., e SILVA, W.J., “Deep Vs profiling along the top of Yucca Mountain using a vibroseis source and surface waves”, In: *13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver. B.C., Canada (accepted for publication), 2004.
- 22 OHSAKI, Y., and IWASAKI, R., “On dynamic shear moduli and Poisson’s ratio of soil deposits”, *Soil and Foundations*, JSSMFE, v.14, n°4, p. 59-73, Dec., 1973.
- 23 SCHNAID, F., *Ensaio de Campo e suas Aplicações à Engenharia de Fundações*, São Paulo, Oficina de Textos, 2000.
- 24 ANDERSON, D.G., and STOKOE, K.H., “II. Shear modulus: a time dependent soil property”, In: *Dynamic Geotechnical Testing*, Denver. Proc., ASTM, STP 654, p.66-90, 1978.
- 25 SEED, H.B., and IDRIS, I.M., *Soil Moduli and damping factors for dynamic response analysis*, Report n° EERC 70-10. Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1970.
- 26 ANDERSON, D.G., and WOODS, R.D., “Time-dependent increase in shear modulus of clay”, *Journal of Geotechnical Engineering Division*, New York, ASCE, v.102, n°GT5, p.525-537, May, 1976.
- 27 RICHART JR., F.E., ANDERSON, D.G., and STOKOE, K.H., “II. Predicting in situ strain-dependent shear moduli of soil”, In: *World Conference on Earthquake Engineering*, 6, Índia. Proc., Indian Society of Earthquake Technology, v.3, p.2310-2315, 1977.

## Referências

- 28 ARYA, S., O'NEIL, M., and PINCUS, G., *Design of Structures and Foundations for Vibration Machines*, 4th edition, London, Gulf Publishing Company – Book Division, May 1984.
- 29 ISO 2631 – *Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration*, ISO (International Organization for Standardization), 1997.
- 30 NOVAK, M., and ABOUL-ELLA, F., *PILAY – A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media, Systems Analysis Control and Design Activity (SACDA)*, The University of Western Ontario, London, Canada, 1977.
- 31 COUTINHO, D. S. do A., e MENDES, C. H. F., *Projecto Automatizado de Fundações de Máquinas*. Projeto Final de Curso, DME/POLI/UFRJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- 32 API 686 – *Recommended Practice for Machinery Installation and Installation Design, second Edition*, API (American Petroleum Institute), December 2009.
- 33 Norma Regulamentadora: NR-12 – *Máquinas e Equipamentos*, Portaria SSST nº 04 de 28 de Janeiro de 1997.
- 34 MOORE, P.J., “Vibration criteria”, *Analysis and Design of Foundations for Vibrations*, Chapter 1, pp.1-20, Rotterdam, 1985.
- 35 CLOUGH, R. W., and PENZIEN, J., *Dynamics of Structures*, New York, McGraw-Hill, 1975.
- 36 LIMA, S.de S., e SANTOS, S.H. de C., *Análise Dinâmica das Estruturas*, Rio de Janeiro, Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

# Anexo A - Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

## Dados de Entrada do Programa PILAY correspondentes às análises do item 6.3.2:

```

1
1 2
20.000 25.000 0.250 10.000 1.334 26071000.
5
1 04. 243. 17. 0.40 .1 .130 0.049 .0004 .0008
2 06. 153. 17. 0.40 .1 .130 0.049 .0004 .0008
3 06. 180. 17. 0.40 .1 .130 0.049 .0004 .0008
4 03. 175. 17. 0.40 .1 .130 0.049 .0004 .0008
5 01. 241. 17. 0.40 .1 .130 0.049 .0004 .0008
291. 17. .40 .1
1 1.
1 377.

```

## Dados de Saída do Programa PILAY correspondentes às análises do item 6.3.2:

```

*****
*                               *
* Programa   : PILAYP40         *
* Versao     : 1                 *
* Revisao    : 1 (25MAR02)     *
*                               *
*****

1-----
                        INPUT DATA PROBLEM NO.      1
-----

NE=5          TL=20.00          VST=241.000

EP=0.2607E+08  PST=0.0000E+00  GMP=25.00  GAC=10.00  PRP=0.25  SHFC=1.334

      LAYER  TH(I)  VS(I)  GMS(I)  PR(I)  TDL(I)  RO(I)  PAR(I)  PIN(I)  PTJ(I)
      1      4.00  243.00  17.00  0.400  0.100  0.130  0.4900E-01  0.4000E-03  0.8000E-03
      2      6.00  153.00  17.00  0.400  0.100  0.130  0.4900E-01  0.4000E-03  0.8000E-03
      3      6.00  180.00  17.00  0.400  0.100  0.130  0.4900E-01  0.4000E-03  0.8000E-03
      4      3.00  175.00  17.00  0.400  0.100  0.130  0.4900E-01  0.4000E-03  0.8000E-03
      5      1.00  241.00  17.00  0.400  0.100  0.130  0.4900E-01  0.4000E-03  0.8000E-03
SOIL BELOW TIP      291.00  17.00  0.400  0.100

DIMENSIONLESS RATIOS
VST/VC=0.0746  VB/VST=1.2075  SQRT GT/EP=0.0615  TL/RO=153.85

-----
      OUTPUT DATA PROBLEM NO.      1  FREQUENCY NO.      1  OMG=      1.000  AOT= 0.0005

      STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS                               PINNED
      FW1          FT1          FU1          FP1          FC1          FN1
0.53009E-01      0.20175E+00      0.40308E-01      0.40795E+00      -0.85240E-01      0.22497E-01
      FW2          FT2          FU2          FP2          FC2          FN2
0.11621E+00      0.55951E-01      0.10933E+00      0.31088E+00      -0.14342E+00      0.62966E-01

```

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1					PINNED
KWW	KZT	KUU	KPP	KPU	KUN
0.52091E+06	0.12947E+05	0.19133E+06	0.32725E+05	-0.52599E+05	0.10679E+06
CWW	CZT	CUU	CPP	CPU	CUN
0.61601E+03	0.19369E+01	0.27993E+03	0.13452E+02	-0.47738E+02	0.16122E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0  
INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS (REAL AND ABSOLUTE VALUES)

VERTICAL AND TORSIONAL VIBRATIONS								
Z	W(Z)		ZT(Z)		N(Z)		T(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.52091E+06	0.52091E+06	0.12947E+05	0.12947E+05
4.0000	0.2314	0.2314	0.0025	0.0025	0.77666E+05	0.77666E+05	0.20148E+02	0.20148E+02
10.0000	0.0446	0.0446	0.0000	0.0000	0.17469E+05	0.17469E+05	0.61932E-01	0.61932E-01
16.0000	0.0073	0.0073	0.0000	0.0000	0.26782E+04	0.26782E+04	0.61703E-04	0.61703E-04
19.0000	0.0033	0.0033	0.0000	0.0000	0.98540E+03	0.98544E+03	0.24258E-05	0.24258E-05
20.0000	0.0028	0.0028	0.0000	0.0000	0.34461E+03	0.34545E+03	0.12548E-06	0.12592E-06

HORIZONTAL TRANSLATION OF HEAD								
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.19133E+06	0.19133E+06	-0.52599E+05	0.52599E+05
4.0000	0.0010	0.0010	0.0001	0.0001	0.97009E+02	0.97009E+02	-0.32580E+02	0.32581E+02
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.97677E-03	0.99696E-03	0.84760E-02	0.84760E-02
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.17619E-05	0.17627E-05	0.12863E-06	0.12992E-06
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.17819E-08	0.18245E-08	0.94927E-08	0.94930E-08
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.42643E-07	0.42703E-07	-0.16665E-07	0.16692E-07

ROTATION OF HEAD								
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	-0.52599E+05	0.52599E+05	0.32725E+05	0.32725E+05
4.0000	-0.0001	0.0001	0.0007	0.0007	-0.36357E+02	0.36357E+02	0.22589E+02	0.22589E+02
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.59421E-02	0.59435E-02	-0.11758E-02	0.11762E-02
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.10358E-05	0.10359E-05	-0.33744E-06	0.33762E-06
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.64280E-08	0.64343E-08	-0.19376E-08	0.19383E-08
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.22907E-07	0.22923E-07	0.10033E-07	0.10040E-07

HORIZONTAL TRANSLATION OF PINNED HEAD								
Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	1.6073	1.6073	0.10679E+06	0.10679E+06	0.00000E+00	0.00000E+00
4.0000	0.0008	0.0008	0.0012	0.0012	0.38572E+02	0.38573E+02	0.37278E+01	0.37300E+01
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.10528E-01	0.10528E-01	0.65860E-02	0.65865E-02
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.97057E-07	0.10014E-06	-0.41375E-06	0.41375E-06
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.12114E-07	0.12114E-07	0.63783E-08	0.63804E-08
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.58237E-08	0.58962E-08	-0.53866E-09	0.64283E-09

-----  
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2 OMG= 377.000 AOT= 0.2034

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS					PINNED
FW1	FT1	FU1	FP1	FC1	FN1
0.55810E-01	0.20064E+00	0.41663E-01	0.42312E+00	-0.90126E-01	0.23010E-01
FW2	FT2	FU2	FP2	FC2	FN2
0.10938E+00	0.56260E-01	0.10683E+00	0.27974E+00	-0.13486E+00	0.61717E-01

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1					PINNED
KWW	KZT	KUU	KPP	KPU	KUN
0.54843E+06	0.12876E+05	0.19776E+06	0.33942E+05	-0.55614E+05	0.10922E+06
CWW	CZT	CUU	CPP	CPU	CUN
0.57981E+03	0.19475E+01	0.27354E+03	0.12105E+02	-0.44888E+02	0.15802E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0  
INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS (REAL AND ABSOLUTE VALUES)

VERTICAL AND TORSIONAL VIBRATIONS

Z	W(Z)		ZT(Z)		N(Z)		T(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.54843E+06	0.59039E+06	0.12876E+05	0.12897E+05
4.0000	0.1597	0.2110	0.0024	0.0026	0.84788E+05	0.86690E+05	0.19883E+02	0.20657E+02
10.0000	-0.0021	0.0364	0.0000	0.0000	0.66621E+04	0.16965E+05	0.48723E-01	0.70151E-01
16.0000	-0.0045	0.0052	0.0000	0.0000	-0.12089E+04	0.23420E+04	0.17680E-04	0.74858E-04
19.0000	-0.0023	0.0023	0.0000	0.0000	-0.65985E+03	0.77804E+03	-0.93960E-07	0.30539E-05
20.0000	-0.0019	0.0019	0.0000	0.0000	-0.24065E+03	0.24492E+03	-0.13926E-07	0.15959E-06

HORIZONTAL TRANSLATION OF HEAD

Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.19776E+06	0.22303E+06	-0.55614E+05	0.58131E+05
4.0000	0.0002	0.0014	0.0025	0.0025	0.33025E+02	0.15304E+03	0.41436E+02	0.66073E+02
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.10507E+00	0.11430E+00	-0.38187E-01	0.48424E-01
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.13741E-05	0.40884E-04	-0.14676E-04	0.17858E-04
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.60024E-06	0.91738E-06	-0.12610E-06	0.35614E-06
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.13545E-05	0.14665E-05	0.53665E-06	0.65416E-06

ROTATION OF HEAD

Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	1.0000	-0.55614E+05	0.58131E+05	0.33942E+05	0.34247E+05
4.0000	-0.0003	0.0004	-0.0007	0.0010	-0.42238E+02	0.60288E+02	0.98343E+00	0.29247E+02
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.19284E-01	0.43187E-01	0.18344E-01	0.18357E-01
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.10411E-04	0.15500E-04	0.17524E-05	0.67704E-05
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.34366E-06	0.34782E-06	-0.45143E-07	0.13503E-06
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.52962E-06	0.55601E-06	-0.24692E-06	0.24802E-06

HORIZONTAL TRANSLATION OF PINNED HEAD

Z	U(Z)		PSI(Z)		H(Z)		M(Z)	
	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS	REAL	ABS
0.0000	1.0000	1.0000	1.6752	1.6974	0.10922E+06	0.12441E+06	0.00000E+00	0.00000E+00
4.0000	-0.0004	0.0010	0.0015	0.0023	-0.49494E+02	0.10176E+03	0.51074E+02	0.51148E+02
10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.83325E-01	0.86993E-01	-0.76401E-02	0.36726E-01
16.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.19206E-04	0.31107E-04	-0.13528E-04	0.13586E-04
19.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.98631E-08	0.69795E-06	-0.23651E-06	0.27096E-06
20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.51348E-06	0.11157E-05	0.12937E-06	0.49769E-06

Dados de Saída do Programa BLOCKSOLVER correspondentes às análises do item

6.3.2:

Frequência de operação da máquina = 60 Hz

	X (m)	Y (m)	Z (m)	XX (rad)	YY (rad)	ZZ (rad)
60 Hz	4.287E-7	1.31E-5	1.99E-5	2.608E-5	3.446E-6	2.019E-6

	X (m)	Y (m)	Z (m)	XX (rad)	YY (rad)	ZZ (rad)
0 Hz	2.37E-6	0.000177	4.03E-5	8.237E-5	2.95E-6	6.86E-6
1 Hz	2.377E-6	0.0001776	4.034E-5	8.255E-5	2.952E-6	6.869E-6
2 Hz	2.397E-6	0.0001792	4.043E-5	8.311E-5	2.957E-6	6.893E-6
3 Hz	2.432E-6	0.0001821	4.06E-5	8.405E-5	2.965E-6	6.934E-6
4 Hz	2.482E-6	0.0001862	4.083E-5	8.543E-5	2.977E-6	6.991E-6
5 Hz	2.549E-6	0.0001918	4.113E-5	8.728E-5	2.993E-6	7.067E-6
6 Hz	2.635E-6	0.000199	4.151E-5	8.968E-5	3.012E-6	7.162E-6
7 Hz	2.744E-6	0.0002083	4.196E-5	9.274E-5	3.035E-6	7.277E-6
8 Hz	2.879E-6	0.0002202	4.249E-5	9.66E-5	3.063E-6	7.415E-6
9 Hz	3.046E-6	0.0002352	4.312E-5	0.0001015	3.096E-6	7.577E-6
10 Hz	3.254E-6	0.0002546	4.383E-5	0.0001077	3.134E-6	7.767E-6
11 Hz	3.513E-6	0.0002798	4.465E-5	0.0001158	3.179E-6	7.987E-6
12 Hz	3.841E-6	0.0003135	4.558E-5	0.0001265	3.23E-6	8.242E-6
13 Hz	4.261E-6	0.00036	4.664E-5	0.0001411	3.291E-6	8.537E-6
14 Hz	4.812E-6	0.0004272	4.783E-5	0.0001619	3.363E-6	8.88E-6
15 Hz	5.555E-6	0.0005301	4.918E-5	0.0001935	3.45E-6	9.277E-6
16 Hz	6.593E-6	0.0006996	5.07E-5	0.0002446	3.556E-6	9.741E-6
17 Hz	8.103E-6	0.0009868	5.243E-5	0.0003285	3.69E-6	1.028E-5
18 Hz	1.038E-5	0.001287	5.438E-5	0.0004048	3.854E-6	1.092E-5
19 Hz	1.374E-5	0.001073	5.661E-5	0.0003165	4.017E-6	1.168E-5
20 Hz	1.71E-5	0.0007233	5.914E-5	0.0001981	3.971E-6	1.259E-5
21 Hz	1.644E-5	0.0005117	6.205E-5	0.0001287	3.547E-6	1.368E-5
22 Hz	1.275E-5	0.0003871	6.539E-5	8.834E-5	3.302E-6	1.501E-5
23 Hz	9.662E-6	0.000308	6.927E-5	6.303E-5	3.335E-6	1.663E-5
24 Hz	7.606E-6	0.0002542	7.378E-5	4.634E-5	3.458E-6	1.86E-5
25 Hz	6.238E-6	0.0002155	7.907E-5	3.536E-5	3.603E-6	2.093E-5
26 Hz	5.29E-6	0.0001866	8.533E-5	2.885E-5	3.756E-6	2.352E-5
27 Hz	4.606E-6	0.0001643	9.277E-5	2.623E-5	3.915E-6	2.595E-5
28 Hz	4.098E-6	0.0001467	0.0001017	2.68E-5	4.083E-6	2.736E-5
29 Hz	3.71E-6	0.0001325	0.0001123	2.959E-5	4.261E-6	2.692E-5
30 Hz	3.409E-6	0.0001208	0.0001248	3.376E-5	4.453E-6	2.47E-5
31 Hz	3.172E-6	0.0001112	0.0001391	3.883E-5	4.661E-6	2.165E-5
32 Hz	2.985E-6	0.0001031	0.0001543	4.458E-5	4.888E-6	1.861E-5
33 Hz	2.837E-6	9.613E-5	0.0001677	5.091E-5	5.137E-6	1.596E-5
34 Hz	2.721E-6	9.006E-5	0.000175	5.78E-5	5.41E-6	1.377E-5
35 Hz	2.631E-6	8.458E-5	0.0001724	6.515E-5	5.712E-6	1.2E-5
36 Hz	2.563E-6	7.937E-5	0.0001604	7.277E-5	6.043E-6	1.055E-5
37 Hz	2.512E-6	7.411E-5	0.0001433	8.023E-5	6.406E-6	9.366E-6
38 Hz	2.476E-6	6.849E-5	0.0001255	8.684E-5	6.8E-6	8.383E-6
39 Hz	2.45E-6	6.231E-5	0.0001093	9.17E-5	7.22E-6	7.559E-6
40 Hz	2.43E-6	5.562E-5	9.556E-5	9.399E-5	7.658E-6	6.862E-6
41 Hz	2.409E-6	4.877E-5	8.405E-5	9.336E-5	8.095E-6	6.265E-6
42 Hz	2.379E-6	4.228E-5	7.451E-5	9.016E-5	8.503E-6	5.75E-6
43 Hz	2.332E-6	3.659E-5	6.657E-5	8.518E-5	8.841E-6	5.303E-6
44 Hz	2.259E-6	3.189E-5	5.991E-5	7.93E-5	9.064E-6	4.91E-6
45 Hz	2.155E-6	2.819E-5	5.428E-5	7.322E-5	9.131E-6	4.563E-6
46 Hz	2.02E-6	2.534E-5	4.947E-5	6.736E-5	9.021E-6	4.256E-6
47 Hz	1.86E-6	2.316E-5	4.534E-5	6.194E-5	8.742E-6	3.981E-6
48 Hz	1.687E-6	2.147E-5	4.176E-5	5.702E-5	8.328E-6	3.734E-6

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

49 Hz	1.513E-6	2.014E-5	3.862E-5	5.262E-5	7.829E-6	3.512E-6
50 Hz	1.346E-6	1.905E-5	3.586E-5	4.869E-5	7.292E-6	3.31E-6
51 Hz	1.192E-6	1.814E-5	3.342E-5	4.519E-5	6.753E-6	3.127E-6
52 Hz	1.054E-6	1.736E-5	3.125E-5	4.207E-5	6.236E-6	2.96E-6
53 Hz	9.324E-7	1.666E-5	2.93E-5	3.929E-5	5.754E-6	2.807E-6
54 Hz	8.265E-7	1.604E-5	2.755E-5	3.679E-5	5.313E-6	2.666E-6
55 Hz	7.346E-7	1.546E-5	2.596E-5	3.454E-5	4.914E-6	2.537E-6
56 Hz	6.55E-7	1.493E-5	2.452E-5	3.251E-5	4.554E-6	2.417E-6
57 Hz	5.861E-7	1.443E-5	2.321E-5	3.068E-5	4.231E-6	2.307E-6
58 Hz	5.262E-7	1.396E-5	2.201E-5	2.901E-5	3.941E-6	2.204E-6
59 Hz	4.741E-7	1.352E-5	2.091E-5	2.748E-5	3.681E-6	2.108E-6
60 Hz	4.287E-7	1.31E-5	1.99E-5	2.608E-5	3.446E-6	2.019E-6
61 Hz	3.888E-7	1.27E-5	1.897E-5	2.48E-5	3.234E-6	1.936E-6
62 Hz	3.538E-7	1.231E-5	1.81E-5	2.362E-5	3.042E-6	1.858E-6
63 Hz	3.228E-7	1.194E-5	1.73E-5	2.253E-5	2.868E-6	1.785E-6
64 Hz	2.954E-7	1.159E-5	1.656E-5	2.152E-5	2.709E-6	1.717E-6
65 Hz	2.711E-7	1.126E-5	1.586E-5	2.059E-5	2.564E-6	1.652E-6
66 Hz	2.494E-7	1.093E-5	1.521E-5	1.972E-5	2.432E-6	1.592E-6
67 Hz	2.299E-7	1.063E-5	1.461E-5	1.891E-5	2.31E-6	1.534E-6
68 Hz	2.125E-7	1.033E-5	1.404E-5	1.815E-5	2.198E-6	1.48E-6
69 Hz	1.968E-7	1.004E-5	1.351E-5	1.744E-5	2.094E-6	1.429E-6
70 Hz	1.826E-7	9.769E-6	1.301E-5	1.677E-5	1.999E-6	1.381E-6
71 Hz	1.698E-7	9.506E-6	1.253E-5	1.615E-5	1.91E-6	1.335E-6
72 Hz	1.582E-7	9.252E-6	1.209E-5	1.556E-5	1.828E-6	1.292E-6
73 Hz	1.476E-7	9.008E-6	1.167E-5	1.501E-5	1.751E-6	1.25E-6
74 Hz	1.38E-7	8.774E-6	1.127E-5	1.449E-5	1.679E-6	1.211E-6
75 Hz	1.292E-7	8.548E-6	1.09E-5	1.399E-5	1.613E-6	1.174E-6
76 Hz	1.211E-7	8.33E-6	1.054E-5	1.353E-5	1.55E-6	1.138E-6
77 Hz	1.137E-7	8.121E-6	1.02E-5	1.308E-5	1.491E-6	1.104E-6
78 Hz	1.069E-7	7.919E-6	9.882E-6	1.266E-5	1.436E-6	1.072E-6
79 Hz	1.006E-7	7.724E-6	9.576E-6	1.227E-5	1.384E-6	1.041E-6
80 Hz	9.484E-8	7.536E-6	9.286E-6	1.189E-5	1.335E-6	1.012E-6
81 Hz	8.95E-8	7.355E-6	9.009E-6	1.153E-5	1.289E-6	9.834E-7
82 Hz	8.456E-8	7.18E-6	8.745E-6	1.119E-5	1.245E-6	9.564E-7
83 Hz	7.998E-8	7.011E-6	8.493E-6	1.086E-5	1.204E-6	9.305E-7
84 Hz	7.573E-8	6.848E-6	8.253E-6	1.055E-5	1.165E-6	9.057E-7
85 Hz	7.177E-8	6.69E-6	8.023E-6	1.025E-5	1.128E-6	8.819E-7
86 Hz	6.809E-8	6.538E-6	7.803E-6	9.964E-6	1.092E-6	8.59E-7
87 Hz	6.466E-8	6.39E-6	7.592E-6	9.692E-6	1.059E-6	8.371E-7
88 Hz	6.146E-8	6.248E-6	7.39E-6	9.431E-6	1.027E-6	8.16E-7
89 Hz	5.847E-8	6.11E-6	7.197E-6	9.182E-6	9.967E-7	7.957E-7
90 Hz	5.567E-8	5.977E-6	7.011E-6	8.942E-6	9.678E-7	7.762E-7
91 Hz	5.305E-8	5.847E-6	6.833E-6	8.713E-6	9.402E-7	7.575E-7
92 Hz	5.059E-8	5.722E-6	6.661E-6	8.492E-6	9.139E-7	7.394E-7
93 Hz	4.829E-8	5.601E-6	6.497E-6	8.28E-6	8.887E-7	7.22E-7
94 Hz	4.612E-8	5.484E-6	6.338E-6	8.077E-6	8.646E-7	7.052E-7
95 Hz	4.408E-8	5.37E-6	6.186E-6	7.881E-6	8.415E-7	6.89E-7
96 Hz	4.216E-8	5.26E-6	6.039E-6	7.692E-6	8.195E-7	6.734E-7
97 Hz	4.036E-8	5.153E-6	5.898E-6	7.511E-6	7.983E-7	6.583E-7
98 Hz	3.865E-8	5.049E-6	5.762E-6	7.336E-6	7.78E-7	6.437E-7
99 Hz	3.704E-8	4.948E-6	5.63E-6	7.168E-6	7.584E-7	6.296E-7
100 Hz	3.552E-8	4.85E-6	5.503E-6	7.005E-6	7.397E-7	6.16E-7
101 Hz	3.408E-8	4.755E-6	5.381E-6	6.848E-6	7.217E-7	6.029E-7
102 Hz	3.272E-8	4.663E-6	5.263E-6	6.697E-6	7.044E-7	5.901E-7
103 Hz	3.144E-8	4.574E-6	5.149E-6	6.55E-6	6.877E-7	5.778E-7
104 Hz	3.021E-8	4.486E-6	5.038E-6	6.409E-6	6.716E-7	5.659E-7
105 Hz	2.906E-8	4.402E-6	4.931E-6	6.272E-6	6.562E-7	5.543E-7
106 Hz	2.796E-8	4.32E-6	4.828E-6	6.14E-6	6.413E-7	5.431E-7

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

107 Hz	2.691E-8	4.24E-6	4.728E-6	6.012E-6	6.269E-7	5.322E-7
108 Hz	2.592E-8	4.162E-6	4.631E-6	5.889E-6	6.13E-7	5.217E-7
109 Hz	2.498E-8	4.086E-6	4.537E-6	5.769E-6	5.996E-7	5.115E-7
110 Hz	2.408E-8	4.013E-6	4.446E-6	5.653E-6	5.866E-7	5.016E-7
111 Hz	2.323E-8	3.941E-6	4.358E-6	5.54E-6	5.741E-7	4.92E-7
112 Hz	2.241E-8	3.871E-6	4.273E-6	5.431E-6	5.62E-7	4.826E-7
113 Hz	2.164E-8	3.803E-6	4.19E-6	5.325E-6	5.503E-7	4.736E-7
114 Hz	2.089E-8	3.737E-6	4.11E-6	5.223E-6	5.39E-7	4.647E-7
115 Hz	2.019E-8	3.672E-6	4.032E-6	5.123E-6	5.281E-7	4.562E-7
116 Hz	1.951E-8	3.61E-6	3.956E-6	5.026E-6	5.175E-7	4.479E-7
117 Hz	1.887E-8	3.548E-6	3.882E-6	4.933E-6	5.072E-7	4.398E-7
118 Hz	1.825E-8	3.489E-6	3.811E-6	4.841E-6	4.972E-7	4.319E-7
119 Hz	1.766E-8	3.43E-6	3.741E-6	4.753E-6	4.876E-7	4.242E-7
120 Hz	1.71E-8	3.374E-6	3.674E-6	4.667E-6	4.782E-7	4.168E-7

### Dados de Entrada do Programa PILAY correspondentes às análises do item 6.3.4:

(rad)	X (m)	Y (m)	Z (m)	XX (rad)	YY (rad)	ZZ
1						
1	2					
20.000	25.000	0.250	10.000	1.334	26071000.	
5						
1 04.	219.	16.	0.25	.1	.130 0.049	.0004 .0008
2 06.	201.	17.	0.36	.1	.130 0.049	.0004 .0008
3 06.	223.	18.	0.33	.1	.130 0.049	.0004 .0008
4 03.	196.	17.	0.37	.1	.130 0.049	.0004 .0008
5 01.	227.	17.	0.33	.1	.130 0.049	.0004 .0008
230.	17.	.36	.1			
1	1.					
1	377.					

### Dados de Saída do Programa PILAY correspondentes às análises do item 6.3.4:

```

*****
*
* Programa : PILAYP40
* Versao : 1
* Revisao : 1 (25MAR02)
*
*****

1-----
INPUT DATA PROBLEM NO. 1
-----

NE=5 TL=20.00 VST=227.000

EP=0.2607E+08 PST=0.0000E+00 GMP=25.00 GAC=10.00 PRP=0.25 SHFC=1.334

LAYER TH(I) VS(I) GMS(I) PR(I) TDL(I) RO(I) PAR(I) PIN(I) PTJ(I)
1 4.00 219.00 16.00 0.250 0.100 0.130 0.4900E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
2 6.00 201.00 17.00 0.360 0.100 0.130 0.4900E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
3 6.00 223.00 18.00 0.330 0.100 0.130 0.4900E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
4 3.00 196.00 17.00 0.370 0.100 0.130 0.4900E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
5 1.00 227.00 17.00 0.330 0.100 0.130 0.4900E-01 0.4000E-03 0.8000E-03
SOIL BELOW TIP 230.00 17.00 0.360 0.100

```

# Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

DIMENSIONLESS RATIOS

VST/VC=0.0703 VB/VST=1.0132 SQRT GT/EP=0.0580 TL/RO=153.85

```

-----
      OUTPUT DATA PROBLEM NO.      1      FREQUENCY NO.      1      OMG=      1.000      AOT= 0.0006

      STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS                                     PINNED
      FW1          FT1          FU1          FP1          FC1          FN1
      0.46969E-01  0.17639E+00  0.30574E-01  0.37593E+00  -0.71906E-01  0.16820E-01
      FW2          FT2          FU2          FP2          FC2          FN2
      0.10160E+00  0.51127E-01  0.86186E-01  0.30626E+00  -0.12743E+00  0.48642E-01

      STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1                               PINNED
      KWW          KZT          KUU          KPP          KPU          KUN
      0.46155E+06  0.11320E+05  0.14512E+06  0.30157E+05  -0.44371E+05  0.79838E+05
      CWW          CZT          CUU          CPP          CPU          CUN
      0.57177E+03  0.18790E+01  0.23428E+03  0.14070E+02  -0.45032E+02  0.13223E+03

      FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
      INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS (REAL AND ABSOLUTE VALUES)

      VERTICAL AND TORSIONAL VIBRATIONS
      Z          W(Z)          ZT(Z)          N(Z)          T(Z)
      REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS
      0.0000  1.0000  1.0000  1.0000  1.0000  0.46155E+06  0.46155E+06  0.11320E+05  0.11320E+05
      4.0000  0.2406  0.2406  0.0045  0.0045  0.10559E+06  0.10559E+06  0.48361E+02  0.48361E+02
      10.0000  0.0288  0.0288  0.0000  0.0000  0.14364E+05  0.14364E+05  0.23298E-01  0.23298E-01
      16.0000  0.0031  0.0031  0.0000  0.0000  0.12152E+04  0.12152E+04  0.32587E-05  0.32587E-05
      19.0000  0.0014  0.0014  0.0000  0.0000  0.33530E+03  0.33531E+03  0.78303E-07  0.78304E-07
      20.0000  0.0012  0.0012  0.0000  0.0000  0.89258E+02  0.89526E+02  0.30911E-08  0.31028E-08

      HORIZONTAL TRANSLATION OF HEAD
      Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
      REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS
      0.0000  1.0000  1.0000  0.0000  0.0000  0.14512E+06  0.14512E+06  -0.44371E+05  0.44371E+05
      4.0000  0.0009  0.0009  -0.0015  0.0015  0.19611E+03  0.19611E+03  -0.85546E+02  0.85547E+02
      10.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.74217E-02  0.74217E-02  0.56926E-02  0.56928E-02
      16.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.18432E-06  0.18433E-06  -0.16775E-06  0.16776E-06
      19.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.31146E-08  0.31152E-08  0.79338E-09  0.79410E-09
      20.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.34597E-08  0.34597E-08  0.19159E-08  0.19159E-08

      ROTATION OF HEAD
      Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
      REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS
      0.0000  0.0000  0.0000  1.0000  1.0000  -0.44371E+05  0.44371E+05  0.30157E+05  0.30157E+05
      4.0000  0.0003  0.0003  0.0018  0.0018  -0.33983E+02  0.33984E+02  0.39916E+02  0.39916E+02
      10.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.15736E-02  0.15748E-02  -0.14693E-02  0.14693E-02
      16.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.59929E-07  0.60012E-07  0.33307E-07  0.33311E-07
      19.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.10966E-08  0.10966E-08  -0.63287E-09  0.63299E-09
      20.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.94463E-09  0.94926E-09  0.20034E-09  0.20366E-09

      HORIZONTAL TRANSLATION OF PINNED HEAD
      Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
      REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS  REAL  ABS
      0.0000  1.0000  1.0000  1.4713  1.4713  0.79838E+05  0.79838E+05  0.00000E+00  0.00000E+00
      4.0000  0.0014  0.0014  0.0011  0.0011  0.14611E+03  0.14611E+03  -0.26815E+02  0.26817E+02
      10.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.97370E-02  0.97372E-02  0.35307E-02  0.35311E-02
      16.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.27250E-06  0.27252E-06  -0.11875E-06  0.11878E-06
      19.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.15011E-08  0.15021E-08  -0.13780E-09  0.13876E-09
    
```

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

```

20.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.48497E-08  0.48516E-08  0.22107E-08  0.22117E-08
-----
OUTPUT DATA PROBLEM NO. 1 FREQUENCY NO. 2  OMG= 377.000  AOT= 0.2159

STIFFNESS AND DAMPING PARAMETERS                                     PINNED
FW1          FT1          FU1          FP1          FC1          FN1
0.49192E-01  0.17511E+00  0.31419E-01  0.39158E+00  -0.76243E-01  0.17087E-01
FW2          FT2          FU2          FP2          FC2          FN2
0.96832E-01  0.51503E-01  0.84319E-01  0.27484E+00  -0.11988E+00  0.47697E-01

STIFFNESS AND DAMPING CONSTANTS K1 C1                             PINNED
KWW          KZT          KUU          KPP          KPU          KUN
0.48340E+06  0.11238E+05  0.14914E+06  0.31412E+05  -0.47047E+05  0.81105E+05
CWW          CZT          CUU          CPP          CPU          CUN
0.54494E+03  0.18928E+01  0.22921E+03  0.12626E+02  -0.42362E+02  0.12966E+03

FN1 FN2 KUN CUN FOR PINNED HEAD. OTHER PARAMETERS AND CONSTANTS = 0.0
INTERNAL FORCES AND DISPLACEMENTS (REAL AND ABSOLUTE VALUES)

VERTICAL AND TORSIONAL VIBRATIONS
Z          W(Z)          ZT(Z)          N(Z)          T(Z)
REAL ABS REAL ABS REAL ABS REAL ABS
0.0000  1.0000  1.0000  1.0000  1.0000  0.48340E+06  0.52524E+06  0.11238E+05  0.11260E+05
4.0000  0.1784  0.2241  0.0044  0.0047  0.11053E+06  0.11344E+06  0.48148E+02  0.50038E+02
10.0000 -0.0010  0.0242  0.0000  0.0000  0.46862E+04  0.13717E+05  0.17720E-01  0.25658E-01
16.0000 -0.0020  0.0022  0.0000  0.0000  -0.62012E+03  0.10837E+04  0.83801E-06  0.37809E-05
19.0000 -0.0010  0.0010  0.0000  0.0000  -0.23656E+03  0.27775E+03  -0.35427E-08  0.93835E-07
20.0000 -0.0009  0.0009  0.0000  0.0000  -0.63544E+02  0.64068E+02  -0.36313E-09  0.37366E-08

HORIZONTAL TRANSLATION OF HEAD
Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
REAL ABS REAL ABS REAL ABS REAL ABS
0.0000  1.0000  1.0000  0.0000  0.0000  0.14914E+06  0.17236E+06  -0.47047E+05  0.49684E+05
4.0000  0.0017  0.0023  0.0041  0.0046  0.23414E+03  0.32825E+03  0.11056E+02  0.12777E+03
10.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.65604E-01  0.68923E-01  -0.20386E-01  0.26945E-01
16.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.40765E-05  0.70730E-05  -0.30373E-05  0.30376E-05
19.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.35297E-08  0.10926E-06  -0.38891E-07  0.45903E-07
20.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.10262E-06  0.20569E-06  0.26843E-07  0.92491E-07

ROTATION OF HEAD
Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
REAL ABS REAL ABS REAL ABS REAL ABS
0.0000  0.0000  0.0000  1.0000  1.0000  -0.47047E+05  0.49684E+05  0.31412E+05  0.31770E+05
4.0000 -0.0008  0.0008  -0.0007  0.0022  -0.11673E+03  0.11890E+03  0.25872E+02  0.57503E+02
10.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  -0.15285E-01  0.28162E-01  0.11080E-01  0.11085E-01
16.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.21123E-06  0.29031E-05  0.95331E-06  0.12470E-05
19.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.27318E-07  0.44849E-07  0.59899E-08  0.18842E-07
20.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.78980E-07  0.84429E-07  -0.31565E-07  0.37966E-07

HORIZONTAL TRANSLATION OF PINNED HEAD
Z          U(Z)          PSI(Z)          H(Z)          M(Z)
REAL ABS REAL ABS REAL ABS REAL ABS
0.0000  1.0000  1.0000  1.5394  1.5638  0.81105E+05  0.94696E+05  0.00000E+00  0.00000E+00
4.0000  0.0005  0.0019  0.0035  0.0038  0.48218E+02  0.23244E+03  0.65014E+02  0.85385E+02
10.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.48582E-01  0.52343E-01  -0.32376E-02  0.20410E-01
16.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.51983E-05  0.53786E-05  -0.17910E-05  0.23100E-05
19.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.55370E-07  0.83097E-07  -0.34585E-07  0.34912E-07
20.0000 0.0000  0.0000  0.0000  0.0000  0.27175E-07  0.15643E-06  -0.27555E-07  0.70342E-07

```

Dados de Saída do Programa BLOCKSOLVER correspondentes às análises do item

6.3.4:

Frequência de operação da máquina = 60 Hz

	X (m)	Y (m)	Z (m)	XX (rad)	YY (rad)	ZZ (rad)
60 Hz	2.919E-7	1.324E-5	1.885E-5	2.443E-5	3.122E-6	1.892E-6
	X (m)	Y (m)	Z (m)	XX (rad)	YY (rad)	ZZ (rad)
0 Hz	2.633E-6	0.0002231	4.586E-5	9.373E-5	3.278E-6	9.077E-6
1 Hz	2.643E-6	0.000224	4.59E-5	9.398E-5	3.28E-6	9.091E-6
2 Hz	2.672E-6	0.0002266	4.603E-5	9.475E-5	3.286E-6	9.134E-6
3 Hz	2.723E-6	0.0002312	4.624E-5	9.608E-5	3.296E-6	9.206E-6
4 Hz	2.796E-6	0.000238	4.655E-5	9.802E-5	3.311E-6	9.308E-6
5 Hz	2.895E-6	0.0002472	4.694E-5	0.0001007	3.331E-6	9.444E-6
6 Hz	3.025E-6	0.0002595	4.743E-5	0.0001042	3.355E-6	9.614E-6
7 Hz	3.192E-6	0.0002756	4.802E-5	0.0001087	3.384E-6	9.824E-6
8 Hz	3.405E-6	0.0002968	4.873E-5	0.0001147	3.42E-6	1.008E-5
9 Hz	3.679E-6	0.0003249	4.954E-5	0.0001225	3.462E-6	1.038E-5
10 Hz	4.033E-6	0.000363	5.049E-5	0.0001329	3.511E-6	1.074E-5
11 Hz	4.5E-6	0.0004163	5.158E-5	0.0001475	3.571E-6	1.116E-5
12 Hz	5.13E-6	0.0004944	5.283E-5	0.0001685	3.642E-6	1.167E-5
13 Hz	6.011E-6	0.0006167	5.425E-5	0.0002009	3.729E-6	1.227E-5
14 Hz	7.297E-6	0.0008251	5.587E-5	0.0002551	3.839E-6	1.298E-5
15 Hz	9.279E-6	0.001199	5.772E-5	0.0003491	3.98E-6	1.384E-5
16 Hz	1.244E-5	0.00159	5.983E-5	0.000431	4.151E-6	1.489E-5
17 Hz	1.682E-5	0.001232	6.225E-5	0.0003075	4.247E-6	1.617E-5
18 Hz	1.821E-5	0.000798	6.502E-5	0.0001807	3.942E-6	1.776E-5
19 Hz	1.415E-5	0.0005579	6.821E-5	0.0001128	3.635E-6	1.976E-5
20 Hz	1.026E-5	0.0004202	7.191E-5	7.476E-5	3.655E-6	2.229E-5
21 Hz	7.79E-6	0.0003335	7.622E-5	5.186E-5	3.78E-6	2.55E-5
22 Hz	6.224E-6	0.0002747	8.128E-5	3.823E-5	3.926E-6	2.946E-5
23 Hz	5.177E-6	0.0002326	8.726E-5	3.155E-5	4.079E-6	3.386E-5
24 Hz	4.443E-6	0.0002012	9.44E-5	3.044E-5	4.238E-6	3.744E-5
25 Hz	3.906E-6	0.0001771	0.000103	3.31E-5	4.407E-6	3.794E-5
26 Hz	3.502E-6	0.000158	0.0001134	3.791E-5	4.587E-6	3.463E-5
27 Hz	3.191E-6	0.0001427	0.000126	4.39E-5	4.782E-6	2.949E-5
28 Hz	2.949E-6	0.0001302	0.0001413	5.071E-5	4.995E-6	2.452E-5
29 Hz	2.758E-6	0.0001199	0.0001592	5.824E-5	5.229E-6	2.044E-5
30 Hz	2.608E-6	0.0001112	0.0001786	6.652E-5	5.487E-6	1.725E-5
31 Hz	2.49E-6	0.0001038	0.0001958	7.558E-5	5.773E-6	1.476E-5
32 Hz	2.399E-6	9.717E-5	0.0002044	8.538E-5	6.09E-6	1.28E-5
33 Hz	2.33E-6	9.094E-5	0.000199	9.564E-5	6.442E-6	1.123E-5
34 Hz	2.28E-6	8.461E-5	0.0001815	0.0001057	6.832E-6	9.963E-6
35 Hz	2.245E-6	7.77E-5	0.000159	0.0001143	7.262E-6	8.915E-6
36 Hz	2.223E-6	6.995E-5	0.000137	0.00012	7.731E-6	8.04E-6
37 Hz	2.209E-6	6.152E-5	0.000118	0.0001213	8.232E-6	7.299E-6
38 Hz	2.199E-6	5.308E-5	0.0001023	0.0001182	8.752E-6	6.666E-6
39 Hz	2.185E-6	4.541E-5	8.949E-5	0.0001116	9.262E-6	6.12E-6
40 Hz	2.159E-6	3.904E-5	7.902E-5	0.0001032	9.721E-6	5.644E-6
41 Hz	2.11E-6	3.407E-5	7.039E-5	9.429E-5	1.007E-5	5.227E-6
42 Hz	2.032E-6	3.033E-5	6.32E-5	8.57E-5	1.026E-5	4.859E-6
43 Hz	1.92E-6	2.753E-5	5.716E-5	7.785E-5	1.023E-5	4.531E-6
44 Hz	1.778E-6	2.542E-5	5.203E-5	7.085E-5	9.973E-6	4.238E-6
45 Hz	1.616E-6	2.377E-5	4.763E-5	6.469E-5	9.533E-6	3.975E-6
46 Hz	1.448E-6	2.244E-5	4.382E-5	5.929E-5	8.964E-6	3.738E-6
47 Hz	1.284E-6	2.133E-5	4.05E-5	5.456E-5	8.331E-6	3.523E-6
48 Hz	1.132E-6	2.037E-5	3.758E-5	5.041E-5	7.687E-6	3.327E-6

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

49 Hz	9.963E-7	1.952E-5	3.499E-5	4.674E-5	7.067E-6	3.149E-6
50 Hz	8.767E-7	1.874E-5	3.27E-5	4.35E-5	6.49E-6	2.985E-6
51 Hz	7.73E-7	1.803E-5	3.064E-5	4.061E-5	5.965E-6	2.835E-6
52 Hz	6.836E-7	1.737E-5	2.879E-5	3.802E-5	5.492E-6	2.696E-6
53 Hz	6.066E-7	1.675E-5	2.712E-5	3.57E-5	5.068E-6	2.568E-6
54 Hz	5.404E-7	1.617E-5	2.56E-5	3.361E-5	4.69E-6	2.45E-6
55 Hz	4.832E-7	1.562E-5	2.422E-5	3.171E-5	4.353E-6	2.34E-6
56 Hz	4.338E-7	1.51E-5	2.296E-5	2.999E-5	4.051E-6	2.237E-6
57 Hz	3.909E-7	1.46E-5	2.18E-5	2.841E-5	3.781E-6	2.142E-6
58 Hz	3.534E-7	1.413E-5	2.074E-5	2.697E-5	3.539E-6	2.053E-6
59 Hz	3.207E-7	1.367E-5	1.976E-5	2.565E-5	3.32E-6	1.97E-6
60 Hz	2.919E-7	1.324E-5	1.885E-5	2.443E-5	3.122E-6	1.892E-6
61 Hz	2.665E-7	1.283E-5	1.801E-5	2.331E-5	2.943E-6	1.818E-6
62 Hz	2.44E-7	1.244E-5	1.723E-5	2.226E-5	2.78E-6	1.749E-6
63 Hz	2.24E-7	1.206E-5	1.65E-5	2.129E-5	2.632E-6	1.684E-6
64 Hz	2.061E-7	1.17E-5	1.582E-5	2.039E-5	2.495E-6	1.623E-6
65 Hz	1.902E-7	1.135E-5	1.518E-5	1.955E-5	2.37E-6	1.565E-6
66 Hz	1.758E-7	1.102E-5	1.459E-5	1.877E-5	2.255E-6	1.511E-6
67 Hz	1.629E-7	1.071E-5	1.403E-5	1.803E-5	2.149E-6	1.459E-6
68 Hz	1.513E-7	1.04E-5	1.35E-5	1.734E-5	2.051E-6	1.41E-6
69 Hz	1.408E-7	1.011E-5	1.301E-5	1.67E-5	1.96E-6	1.364E-6
70 Hz	1.312E-7	9.83E-6	1.254E-5	1.609E-5	1.875E-6	1.32E-6
71 Hz	1.225E-7	9.562E-6	1.21E-5	1.551E-5	1.797E-6	1.278E-6
72 Hz	1.145E-7	9.303E-6	1.169E-5	1.497E-5	1.723E-6	1.238E-6
73 Hz	1.073E-7	9.055E-6	1.129E-5	1.446E-5	1.654E-6	1.2E-6
74 Hz	1.006E-7	8.817E-6	1.092E-5	1.398E-5	1.59E-6	1.164E-6
75 Hz	9.453E-8	8.587E-6	1.057E-5	1.352E-5	1.53E-6	1.129E-6
76 Hz	8.892E-8	8.366E-6	1.023E-5	1.308E-5	1.473E-6	1.096E-6
77 Hz	8.375E-8	8.154E-6	9.914E-6	1.267E-5	1.42E-6	1.065E-6
78 Hz	7.898E-8	7.949E-6	9.611E-6	1.228E-5	1.369E-6	1.035E-6
79 Hz	7.457E-8	7.752E-6	9.322E-6	1.19E-5	1.322E-6	1.006E-6
80 Hz	7.049E-8	7.562E-6	9.046E-6	1.155E-5	1.277E-6	9.782E-7
81 Hz	6.671E-8	7.378E-6	8.783E-6	1.121E-5	1.235E-6	9.518E-7
82 Hz	6.319E-8	7.201E-6	8.532E-6	1.088E-5	1.194E-6	9.264E-7
83 Hz	5.992E-8	7.031E-6	8.292E-6	1.057E-5	1.156E-6	9.021E-7
84 Hz	5.688E-8	6.866E-6	8.062E-6	1.028E-5	1.12E-6	8.787E-7
85 Hz	5.404E-8	6.707E-6	7.843E-6	9.996E-6	1.086E-6	8.563E-7
86 Hz	5.139E-8	6.553E-6	7.632E-6	9.725E-6	1.053E-6	8.348E-7
87 Hz	4.891E-8	6.405E-6	7.43E-6	9.466E-6	1.022E-6	8.14E-7
88 Hz	4.659E-8	6.261E-6	7.237E-6	9.218E-6	9.921E-7	7.941E-7
89 Hz	4.442E-8	6.122E-6	7.051E-6	8.979E-6	9.637E-7	7.749E-7
90 Hz	4.238E-8	5.988E-6	6.873E-6	8.751E-6	9.366E-7	7.564E-7
91 Hz	4.047E-8	5.858E-6	6.701E-6	8.531E-6	9.107E-7	7.385E-7
92 Hz	3.867E-8	5.732E-6	6.537E-6	8.319E-6	8.859E-7	7.213E-7
93 Hz	3.698E-8	5.61E-6	6.378E-6	8.116E-6	8.622E-7	7.048E-7
94 Hz	3.539E-8	5.492E-6	6.225E-6	7.921E-6	8.395E-7	6.887E-7
95 Hz	3.389E-8	5.378E-6	6.078E-6	7.733E-6	8.177E-7	6.733E-7
96 Hz	3.247E-8	5.267E-6	5.936E-6	7.551E-6	7.968E-7	6.584E-7
97 Hz	3.113E-8	5.159E-6	5.8E-6	7.376E-6	7.768E-7	6.439E-7
98 Hz	2.987E-8	5.055E-6	5.668E-6	7.208E-6	7.575E-7	6.3E-7
99 Hz	2.867E-8	4.954E-6	5.541E-6	7.045E-6	7.39E-7	6.165E-7
100 Hz	2.754E-8	4.856E-6	5.418E-6	6.888E-6	7.212E-7	6.034E-7
101 Hz	2.646E-8	4.76E-6	5.299E-6	6.737E-6	7.04E-7	5.908E-7
102 Hz	2.545E-8	4.668E-6	5.184E-6	6.59E-6	6.875E-7	5.785E-7
103 Hz	2.448E-8	4.578E-6	5.073E-6	6.449E-6	6.716E-7	5.667E-7
104 Hz	2.357E-8	4.491E-6	4.966E-6	6.312E-6	6.563E-7	5.552E-7
105 Hz	2.27E-8	4.406E-6	4.862E-6	6.179E-6	6.415E-7	5.441E-7
106 Hz	2.187E-8	4.323E-6	4.762E-6	6.051E-6	6.272E-7	5.333E-7

## Anexo A – Dados de Entrada e Saída dos Programas Computacionais

107 Hz	2.108E-8	4.243E-6	4.665E-6	5.927E-6	6.135E-7	5.228E-7
108 Hz	2.033E-8	4.165E-6	4.57E-6	5.807E-6	6.002E-7	5.126E-7
109 Hz	1.962E-8	4.089E-6	4.479E-6	5.69E-6	5.873E-7	5.028E-7
110 Hz	1.894E-8	4.015E-6	4.39E-6	5.577E-6	5.749E-7	4.932E-7
111 Hz	1.829E-8	3.943E-6	4.304E-6	5.468E-6	5.629E-7	4.839E-7
112 Hz	1.767E-8	3.873E-6	4.221E-6	5.361E-6	5.512E-7	4.748E-7
113 Hz	1.708E-8	3.805E-6	4.14E-6	5.258E-6	5.4E-7	4.661E-7
114 Hz	1.652E-8	3.739E-6	4.062E-6	5.158E-6	5.291E-7	4.575E-7
115 Hz	1.598E-8	3.674E-6	3.985E-6	5.061E-6	5.185E-7	4.492E-7
116 Hz	1.546E-8	3.611E-6	3.911E-6	4.967E-6	5.083E-7	4.411E-7
117 Hz	1.497E-8	3.55E-6	3.839E-6	4.875E-6	4.983E-7	4.333E-7
118 Hz	1.449E-8	3.49E-6	3.769E-6	4.786E-6	4.887E-7	4.256E-7
119 Hz	1.404E-8	3.432E-6	3.701E-6	4.699E-6	4.794E-7	4.182E-7
120 Hz	1.361E-8	3.375E-6	3.635E-6	4.615E-6	4.703E-7	4.11E-7

# Apêndice A - Conceitos básicos de dinâmica linear de estruturas

Para a abordagem de conceitos básicos de dinâmica linear de estruturas, utilizou-se como referência o livro “Dynamics of Structures” de CLOUGH e PENZIEN [35] e o livro “Análise Dinâmica das Estruturas” de LIMA e SANTOS [36].

Para se efetuar uma análise dinâmica adota-se um modelo matemático que represente satisfatoriamente o sistema estrutural em movimento. O mais simples dos modelos é o sistema com um grau de liberdade constituído de massa, mola e amortecedor, que por vezes constitui um modelo satisfatório. No modelo com um grau de liberdade, a posição de qualquer uma de suas partes pode ser descrita por uma única variável em função do tempo. Quando um sistema requer mais de uma variável para a definição de posição, ele possui mais de um grau de liberdade. Desta forma, o número de graus de liberdade de um sistema está relacionado ao número de variáveis independentes necessário para definir a posição do sistema em qualquer instante de tempo.

O amortecimento, citado acima, representa a dissipação de energia do sistema vibratório. Têm-se três tipos de amortecimento: de *Coulomb*, viscoso e por histerese. O amortecimento de *Coulomb* resulta do atrito seco entre duas superfícies sólidas. A força relativa ao amortecimento viscoso é proporcional à velocidade do movimento. O amortecimento por histerese resulta do atrito entre as moléculas de um corpo quando esse é submetido a deformações.

O amortecimento dos solos, em particular, pode ser dividido em dois tipos: interno e externo. O amortecimento interno corresponde à dissipação devida às características tensão - deformação - tempo do próprio solo. Assim, os amortecimentos viscoso e histerético, mencionados acima, são ditos internos. Já o amortecimento externo, também denominado de geométrico, ou amortecimento por radiação não provém de nenhuma característica intrínseca do solo, mas sim do fato de a energia se dissipar no maciço semi-infinito, irradiando-se a partir da interface da fundação.

Um sistema sem amortecimento não existe na prática, mas seu estudo teórico auxilia na compreensão de um sistema mais complexo e por isso será apresentado a seguir. O amortecimento é a propriedade do sistema dinâmico mais difícil

de ser avaliada. A hipótese de um amortecimento linear com a velocidade será adotada mais adiante por conveniência matemática e se justifica pelos bons resultados apresentados quando as taxas de amortecimento são pequenas.

Antes de adentrar efetivamente nas questões matemáticas, vale definir o termo *Resposta dinâmica*. Portanto, *Resposta dinâmica* designa as grandezas do sistema que variam com o tempo, como deslocamento, velocidade, aceleração, esforços solicitantes, tensões, etc.

## 1) SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

### 1.1) Vibrações livres

Uma vibração é considerada livre quando ocorrida uma perturbação inicial, o corpo entra em movimento sem ação de forças externas aplicadas. Um sistema nessas condições pode ser representado por uma massa, uma mola e um amortecedor conforme Figura A.1.

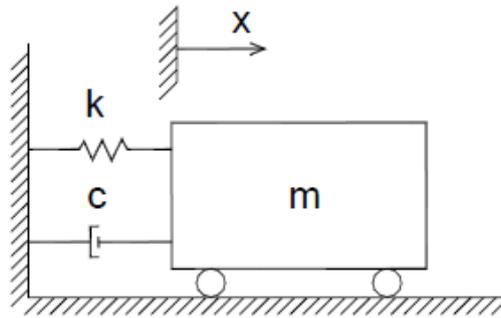


Figura A.1 - Sistema com um grau de liberdade

A equação do movimento na direção  $x$  (horizontal sem rotação) é dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0, \quad (\text{A.1})$$

A solução da equação (A.1) pode ser escrita na forma abaixo:

$$x(t) = Ge^{st}. \quad (\text{A.2})$$

Introduzindo (A.2) em (A.1), tem-se:

$$(ms^2 + cs + k)Ge^{st} = 0, \quad (\text{A.3})$$

ou

$$ms^2 + cs + k = 0, \quad (\text{A.4})$$

que permite determinar os valores de  $s$  que solucionam o problema.

#### 1.1.1) Vibrações livres não-amortecidas

Para  $c = 0$ , as raízes da equação (A.4) são:

$$s = \pm i\omega, \quad (\text{A.5})$$

com

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (\text{A.6})$$

Assim, a solução da equação (A.1) assume a forma:

$$x(t) = G_1 e^{i\omega t} + G_2 e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.7})$$

Sendo o deslocamento  $x$  uma variável real, as constantes  $G_1$  e  $G_2$  devem ser complexas e conjugadas. Utilizando a *fórmula de Euler*, a equação (A.7) pode ser expressa por:

$$x(t) = A \operatorname{sen} \omega t + B \cos \omega t. \quad (\text{A.8})$$

As constantes A e B são obtidas a partir das condições iniciais (deslocamento  $x_0$  e velocidade  $\dot{x}_0$ , no instante  $t = 0$ ), resultando

$$x(t) = \frac{\dot{x}_0}{\omega} \operatorname{sen} \omega t + x_0 \cos \omega t. \quad (\text{A.9})$$

A equação (A.9) é a equação de um movimento harmônico angular simples com frequência angular  $\omega$ . Como  $\omega$  é uma propriedade inerente ao sistema, ela recebe o nome de frequência angular natural do sistema (rad/s). A frequência natural  $f$  (Hz) e o período  $T$  (s) do sistema são calculados por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{A.10})$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (\text{A.11})$$

A equação (A.9) também pode ser expressa na forma

$$x(t) = \rho \cos(\omega t - \theta) \quad (\text{A.12})$$

com

$$\rho = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2} = \text{amplitude do movimento}, \quad (\text{A.13})$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\dot{x}_0}{\omega x_0}\right) = \text{ângulo de fase}. \quad (\text{A.14})$$

### 1.1.2) Vibrações livres amortecidas

As raízes da equação (A.4) para um caso geral são:

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}. \quad (\text{A.15})$$

Introduzindo as grandezas:

✓ Amortecimento crítico dado por

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega = \frac{2k}{\omega}, \quad (\text{A.16})$$

✓ Taxa de amortecimento, dada pela relação

$$\xi = \frac{c}{c_c}, \quad (\text{A.17})$$

A equação (A.15) assume a seguinte forma

$$s = -\xi\omega \pm \omega\sqrt{\xi^2 - 1}. \quad (\text{A.18})$$

Quando  $\xi > 1$ , o movimento é denominado superamortecido e quando  $\xi = 1$ , criticamente amortecido. Nesses casos as equações do movimento indicam a não ocorrência de vibrações livres com o sistema voltando à posição de equilíbrio em um pequeno intervalo de tempo.

Movimento Subamortecido ( $\xi < 1$ ):

A equação (A.18) pode ser reduzida a

$$s = -\xi\omega \pm i\omega_d, \quad (\text{A.19})$$

com

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \xi^2}, \quad (\text{A.20})$$

resultando em

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (G_1 e^{-\xi\omega_d t} + G_2 e^{-\xi\omega_d t}). \quad (\text{A.21})$$

O termo  $G_1 e^{-\xi\omega_d t} + G_2 e^{-\xi\omega_d t}$  representa um movimento harmônico simples, podendo a equação (A.21) ser escrita da seguinte forma:

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (A \operatorname{sen} \omega_d t + B \cos \omega_d t). \quad (\text{A.22})$$

As constantes A e B são determinadas pelas condições iniciais. Assim, se tem:

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left( \frac{\dot{x}_0 + \xi x_0 \omega}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d t + x_0 \cos \omega_d t \right). \quad (\text{A.23})$$

sendo:  $\omega_d =$  frequência angular.

O termo  $e^{-\xi\omega t}$  representa o amortecimento do movimento harmônico simples. Para os valores usuais da taxa de amortecimento que ocorrem na dinâmica das estruturas,  $\omega_d$  difere pouco da frequência angular natural  $\omega$  do sistema.

Analogamente ao movimento não-amortecido, a equação (A.23) pode ser escrita na forma

$$x(t) = \rho e^{-\xi\omega t} \cos(\omega_d t - \theta), \quad (\text{A.24})$$

com

$$\rho = \sqrt{x_0^2 + \left( \frac{\dot{x}_0 + \xi x_0 \omega}{\omega_d} \right)^2}, \quad (\text{A.25})$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{\dot{x}_0 + \xi x_0 \omega}{\omega_d x_0} \right). \quad (\text{A.26})$$

## 1.2) Resposta a uma excitação harmônica

Os esforços dinâmicos de operação das máquinas rotativas e alternativas podem ser decompostos em excitações harmônicas na forma  $p_0 \text{sen}(\Omega_i t + \theta_i)$ , sendo  $\Omega_i$  a frequência forçada da excitação e  $\theta_i$  o ângulo de fase.

### 1.2.1) Sistema não-amortecido

A equação do movimento é dada por

$$m\ddot{x} + kx = p_0 \text{sen}(\Omega t). \quad (\text{A.27})$$

Sendo  $\beta = \frac{\Omega}{\omega}$  a relação entre as frequências, a solução nas condições

iniciais  $x_0 = 0$  e  $\dot{x}_0 = 0$  é:

$$x(t) = \frac{p_0}{k(1 - \beta^2)} (\text{sen}\Omega t - \beta \text{sen}\omega t). \quad (\text{A.28})$$

O primeiro termo, com a mesma frequência  $\Omega$  da excitação, corresponde à resposta permanente do sistema, enquanto o segundo corresponde à vibração livre provocada pelas condições iniciais.

A resposta dinâmica pode ser escrita na forma adimensional

$$R(t) = \frac{x(t)}{x_{est}} = \frac{1}{1 - \beta^2} (\text{sen}\Omega t - \beta \text{sen}\omega t), \quad (\text{A.29})$$

Onde  $R(t)$  é o fator dinâmico (*response ratio*) e  $x_{est} = \frac{P_0}{k}$  é o deslocamento correspondente à aplicação estática da carga  $p_0$ . O coeficiente

$$D = \frac{1}{1 - \beta^2} \quad (\text{A.30})$$

recebe o nome de fator de amplificação dinâmico da resposta permanente.

Denomina-se fenômeno de ressonância à condição em que  $\omega = \Omega$  ( $\beta = 1$ ), com valor de  $D$  tendendo para infinito.

### 1.2.2) Sistema amortecido

Para o sistema amortecido a equação do movimento é

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p_0 \text{sen}(\Omega t). \quad (\text{A.31})$$

Lembrando que  $c = 2\xi\omega m$ , a equação (A.31) pode ser escrita como

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{p_0}{m} \text{sen}(\Omega t). \quad (\text{A.32})$$

Assim, a solução é

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} (A \text{sen} \omega_d t + B \cos \omega_d t) + \frac{p_0}{k} \left[ \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \left[ (1 - \beta^2) \text{sen} \Omega t - 2\xi\beta \cos \Omega t \right] \right] \quad (\text{A.33})$$

O primeiro termo desta equação é a resposta transiente que, devido a  $e^{-\xi\omega t}$ , amortece rapidamente e é desprezível depois de um certo tempo. O segundo termo é a resposta permanente, possuindo a mesma frequência da excitação, mas estando defasada em relação a ela. A resposta permanente é escrita na forma:

$$x(t) = \rho \text{sen}(\Omega t - \theta), \quad (\text{A.34})$$

com

$$\rho = \frac{p_0}{k \sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}, \quad (\text{A.35})$$

$$\theta = \arctan \frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2}, \quad (0 \leq \theta \leq 180^\circ) \quad (\text{A.36})$$

O fator de amplificação dinâmico da resposta permanente é:

$$D = \frac{k_\rho}{p_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}. \quad (\text{A.37})$$

As variações de  $D$  e  $\theta$  com  $\beta$  estão representadas na Figura A.2 para alguns valores de  $\xi$ . Pode-se observar o fenômeno da ressonância para baixos valores de  $\xi$  na forma de um crescimento acentuado de  $D$  na vizinhança de  $\beta$  unitária. Quando a relação  $\beta$  é pequena, a força  $p_0$  é equilibrada predominantemente pela força resistente  $F_R = kx$ ; quando  $\beta$  é aproximadamente 1, pela força de amortecimento  $F_A = c\dot{x}$  e, quando  $\beta$  é grande, pela força de inércia  $F_I = m\ddot{x}$ .

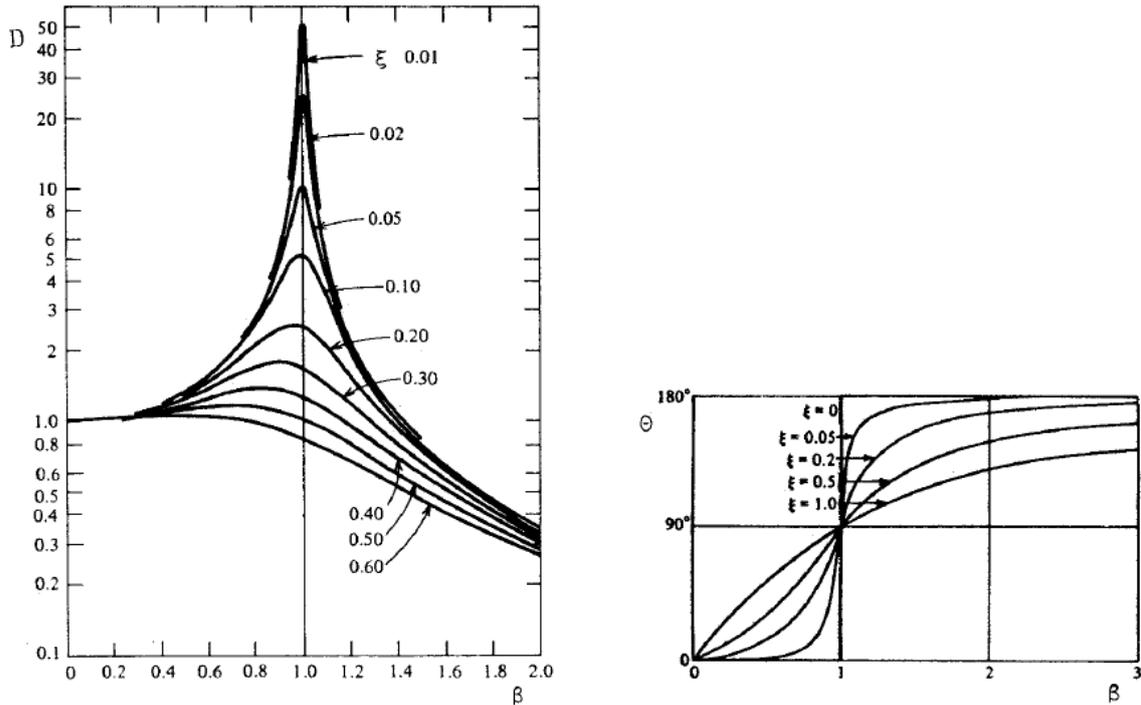


Figura A.2 - Variação de  $D$  e  $\theta$  com a relação de frequência  $\beta$  para alguns valores de  $\xi$

### 1.2.3) Força transmitida à base

A força transmitida à base por meio da mola e do amortecedor é dada por

$$F_t(t) = kx + c\dot{x}. \quad (\text{A.38})$$

Introduzindo a expressão da resposta permanente na equação (A.38), tem-se

$$F_t(t) = p_0 D \text{sen}(\Omega t - \theta) + 2\xi\beta p_0 D \text{cos}(\Omega t - \theta), \quad (\text{A.39})$$

cuja amplitude é

$$F_{t0} = p_0 \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} D. \quad (\text{A.40})$$

A relação

$$TR = \frac{F_{t0}}{p_0} = \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} D \quad (\text{A.41})$$

recebe o nome de transmissibilidade e sua variação com  $\beta$  está representada na Figura A.3. A força transmitida é menor que  $p_0$  para  $\beta > \sqrt{2}$ . Nesta faixa, quanto menor o amortecimento, menor é a força transmitida.

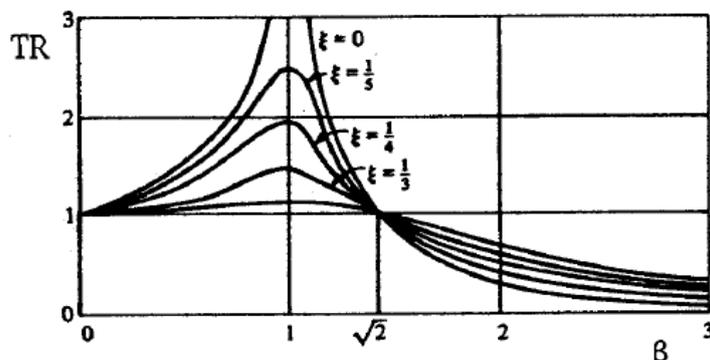


Figura A.3 - Variação da transmissibilidade com  $\beta$

A Tabela A.1 apresenta um quadro resumo das fórmulas do movimento forçado para sistemas com 1 grau de liberdade.

Tabela A.1 - Movimento forçado para sistemas com 1 grau de liberdade

PROPRIEDADE	CARREGAMENTO	
	$p_0 = const.$	$p_0(\Omega) = m_e e \Omega^2$
Fator de amplificação dinâmico	$D = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$	$D_r = \beta^2 D$
Amplitude	$\frac{D p_0}{k}$	$\frac{D_r m_e e}{m}$
Amplitude máxima	$\frac{p_0}{2\xi k \sqrt{1 - \xi^2}}$	$\frac{m_e e}{2\xi m \sqrt{1 - \xi^2}}$
Frequência correspondente à amplificação máxima	$\omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - 2\xi^2}}$

## 2) SISTEMAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

Os sistemas estruturais reais são sempre sistemas com um número infinito de graus de liberdade. A representação por meio de sistemas com um número finito de graus de liberdade constitui uma aproximação conveniente que é tanto melhor quanto melhor forem às aproximações referentes ao comportamento dos elementos estruturais. Normalmente, os modelos utilizados na dinâmica são semelhantes aos da análise estática em que as propriedades elásticas são sintetizadas pela matriz de rigidez.

Entretanto, alguns graus de liberdade relevantes na análise estática não o são na análise dinâmica, tendo em vista que a estes graus de liberdade não estão associadas forças de inércia. Assim, torna-se necessário distinguir o grau de liberdade dinâmico como aquele ao qual estão associadas forças de inércia.

A qualidade dos resultados fornecidos por um sistema com apenas um grau de liberdade depende, principalmente, da variação no tempo e da distribuição das cargas e propriedades de rigidez e inércia do sistema real. Se estas propriedades restringem o movimento à forma de deslocamento admitida e o carregamento excita uma resposta nesta forma, a solução com um grau de liberdade fornecerá uma boa aproximação. Quando, ao contrário, a resposta da estrutura indica variação no tempo das amplitudes e também da forma de deslocamento, um número maior de graus de liberdade deverá ser considerado na análise dinâmica.

Vele lembrar que sistemas com múltiplos graus de liberdade podem tê-los acoplados ou não. No caso de não acoplamento, os sistemas com n graus de liberdade podem ser resolvidos com n sistemas de um grau de liberdade. Entretanto, se houver acoplamento, os sistemas devem ser resolvidos com métodos especiais que levem em consideração o acoplamento.

Assim, segue-se com a matemática aplicada a sistemas desacoplados:

$$\text{Matriz de Rigidez - } \vec{F}_R = [k]\vec{x} \quad (\text{A.42})$$

$$\text{Matriz de Massa - } \vec{F}_I = [m]\vec{\ddot{x}} \quad (\text{A.43})$$

$$\text{Matriz de Amortecimento - } \vec{F}_A = [c]\vec{\dot{x}} \quad (\text{A.44})$$

onde:

$\vec{F}_R$  - vetor de forças nodais

$\vec{F}_I$  - vetor de forças de inércia

$\vec{F}_A$  - vetor de forças de amortecimento

$[k]$  - matriz de rigidez

$[m]$  - matriz de massa

$[c]$  - matriz de amortecimento

$\vec{x}$  - vetor de deslocamentos nodais

$\vec{\ddot{x}}$  - vetor de acelerações nodais

$\vec{\dot{x}}$  - vetor de velocidades nodais

As equações do movimento para um sistema com vários graus de liberdade podem ser obtidas usando o *Princípio de D'Alembert*. Este princípio estabelece o equilíbrio dos esforços resistentes  $\vec{F}_R$ , de inércia  $\vec{F}_I$ , de amortecimento  $\vec{F}_A$  e do esforço externo aplicado  $\vec{p}(t)$  para os graus de liberdade do sistema, gerando a equação vetorial:

$$\vec{F}_I + \vec{F}_A + \vec{F}_R = \vec{p}(t). \quad (\text{A.45})$$

Substituindo-se (A.42), (A.43) e (A.44) em (A.45), tem-se:

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{p}(t). \quad (\text{A.46})$$

### 2.1) Vibrações livres não-amortecidas

As equações das vibrações livres não-amortecidas são expressas omitindo-se o termo  $[c]\dot{\vec{x}}$  e  $\vec{p}(t)$  da equação (A.46)

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = 0. \quad (\text{A.47})$$

A solução da equação (A.47) é da forma:

$$f(t) = \rho \cos(\omega t - \theta), \quad (\text{A.48})$$

onde  $\rho$  e  $\theta$  são constantes,

ou uma solução não trivial dada por

$$\det(-[m]\omega^2 + [k]) = 0. \quad (\text{A.49})$$

Para a compreensão dos cálculos matemáticos que levam às equações (A.48) e (A.49), sugere-se consultar CLOUGH E PENZIEN [35].

### 2.2) Método da superposição modal

Na análise dinâmica de sistemas lineares com vários graus de liberdade, é conveniente representar os deslocamentos da estrutura mediante os modos normais. Estes modos constituem n formas independentes de deslocamento (sendo n o número de graus de liberdade dinâmicos) cujas amplitudes podem servir como coordenadas generalizadas para expressar qualquer forma de deslocamento. Assim, o vetor de deslocamentos nodais  $\vec{x}$  é escrito na forma

$$\vec{x} = \vec{\Phi}\vec{Y} \quad (\text{A.50})$$

onde  $\vec{\Phi}$  = vetor dos modos normais e  $\vec{Y}$  = vetor de coordenadas generalizadas.

Cálculo da resposta

$$\text{Tem-se a equação matricial } [M]\ddot{\bar{Y}} + [C]\dot{\bar{Y}} + [K]\bar{Y} = \bar{P}(t) \quad (\text{A.51})$$

Como as matrizes são todas diagonais, resulta um sistema de equações independentes escritas nas coordenadas generalizadas. Para o modo  $i$ , a equação pode ser escrita na forma:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{P_i}{M_i}, \quad (\text{A.52})$$

onde as seguintes grandezas estão associadas ao modo de vibração  $i$ :

$\xi_i$  - taxa de amortecimento;

$\omega_i$  - frequência natural;

$P_i$  - força generalizada;

$M_i$  - massa generalizada.

Dessa maneira a resposta dinâmica é obtida resolvendo cada uma das equações nas coordenadas normais e superpondo os resultados para se calcular a resposta nas coordenadas originais.

Resposta a uma excitação harmônica

Seja o vetor dos esforços que excitam a estrutura dado por

$$\bar{p}(t) = \bar{p}_0 \text{sen}\Omega t, \quad (\text{A.53})$$

que introduzida na equação (A.51), fornece

$$[M]\ddot{\bar{Y}} + [C]\dot{\bar{Y}} + [K]\bar{Y} = \bar{\Phi}^T \bar{p}_0 \text{sen}\Omega t. \quad (\text{A.54})$$

Se forem considerados apenas os  $S$  primeiros modos normais, resulta um sistema de  $S$  equações diferenciais independentes.

A resposta permanente é obtida da equação (A.33). Assim,

$$Y_i(t) = \frac{P_{0i}}{K_i} \frac{1}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i\beta_i)^2} \left[ (1 - \beta_i^2) \text{sen}\Omega t - 2\xi_i\beta_i \cos\Omega t \right] \quad (\text{A.55})$$

onde  $\beta_i = \Omega/\omega_i$  e  $K_i = \omega_i^2 M_i$ . A resposta dinâmica nas coordenadas

originais é dada pela equação (A.50).

$$\bar{x}(t) = \sum_{i=1}^S \phi_i Y_i(t) = \sum_{i=1}^S (\bar{A}_i \text{sen}\Omega t + \bar{B}_i \cos\Omega t) = \bar{A} \text{sen}\Omega t + \bar{B} \cos\Omega t, \quad (\text{A.56})$$

sendo:

$$\bar{A} = \sum_{i=1}^s \phi_i \frac{P_{0i}}{K_i} \frac{1 - \beta_i^2}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2}, \quad (\text{A.57})$$

$$\bar{B} = \sum_{i=1}^s \phi_i \frac{P_{0i}}{K_i} \frac{(-2\xi_i \beta_i)}{(1 - \beta_i^2)^2 + (2\xi_i \beta_i)^2}. \quad (\text{A.58})$$

A separação da resposta em  $\text{sen}\Omega t$  e  $\text{cos}\Omega t$  é vantajosa em termos computacionais. Permite calcular os vetores  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  independentes do tempo e, posteriormente, desenvolver a resposta  $\bar{x}(t)$ .

Por fim, além do *Método da Superposição Modal* aqui apresentado, existem soluções possíveis através da *Análise no Domínio do Tempo* ou *Análise no Domínio das Frequências*. A *Análise no Domínio do Tempo* executa a integração direta das equações do movimento e a *Análise no Domínio das Frequências* consiste na expressão do carregamento na forma de séries de Fourier (série de senos), determinação da amplificação do sistema para cada uma das frequências da série e transformação inversa para a obtenção da resposta do sistema ao longo do tempo.